

# Medidor de distancias con referencia interferométrica

A. Jaramillo-Núñez y M. Pérez-Meza\*

*Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica,*

*Apartado Postal 51 y 216, Pue., 72000 México,*

*e-mail: ajaramil@inaoep.mx*

Recibido el 1 de junio de 2009; aceptado el 18 de enero de 2010

En este trabajo se describe un instrumento óptico para medir distancias. Su funcionamiento está basado en un interferómetro de desplazamiento lateral y en la observación del paralelismo entre dos patrones de franjas rectas. Cálculos realizados en computadora muestran las distancias que se pueden medir, aunque en la práctica no es posible llegar a las predicciones teóricas ya que el instrumento requiere una calibración previa, por lo que el rango de medición que se analiza es sólo de 3000 mm. Debido a que la distancia se obtiene desplazando una lente, la resolución e incertidumbre de medición del instrumento se ven afectadas por este elemento óptico.

*Descriptores:* Interferómetros; interferencia; lentes; haz colimado.

An instrument for measuring distances is described. Its functioning is based in a lateral shearing interferometer and the observation of the collimation of a laser beam. Two interference patterns of straight fringes are used to measure the distance and only when the fringes are parallels the measurement is considered. Results obtained and related with resolution and uncertainty of measurement of the instrument are presented.

*Keywords:* Interferometers; interference; lenses; collimated beam.

PACS: 07.60Ly; 42.25.Hz; 42.79.Bh; 42.79.Ag

## 1. Introducción

Es posible hallar en la literatura una gran variedad de instrumentos empleados para medir distancias. Para distancias cortas se emplean principalmente calibradores, tornillos micrométricos, comparadores y métodos interferométricos [1]. Para distancias de algunos metros se suelen emplear blocks patrón, laser trackers, máquinas de medición por coordenadas (MMC) y métodos interferométricos, en particular los que cuentan franjas. Métodos con aplicaciones muy particulares y que se emplean para medir distancias pueden también ser hallados en la literatura [2-4]. Cada método tiene sus propias ventajas y desventajas y el sistema particular a usar dependerá de los requerimientos de medición, condiciones de trabajo y costos, principalmente.

En este trabajo se describe un instrumento óptico de no contacto que teóricamente puede medir más de 10000 milímetros, sin embargo el análisis se hace solo para un rango de 3000 milímetros. Dado que las mediciones se realizan a lo largo de una línea recta y considerando un sistema coordinado cartesiano  $(x,y,z)$  podemos decir que el instrumento puede medir en el plano  $xy$  y también a lo largo del eje  $z$ , el cual se considera paralelo al vector gravedad.

En un trabajo anterior [5], reportamos la caracterización de un plano dentro del volumen de medición de una MMC. Actualmente requerimos caracterizar varios planos y a diferentes alturas, con el fin de caracterizar discretamente todo el volumen de medición de la MMC. Debido a eso, construimos el instrumento que se describirá a continuación y en particular para esta aplicación requerimos medir en la dirección  $z$  cada 100 milímetros hasta llegar a 3000. Para poder realizar la medición el instrumento se sujetará en la cabeza de medi-

ción de la máquina de tal manera que el haz de láser siga el mismo sentido que el vector gravedad.

Consideramos que es un instrumento ideal para realizar mediciones donde se requiere una precisión del orden de centésimas de milímetro, por lo que es apropiado para medir por ejemplo cambios en niveles de líquidos, ya que es el principio en el que está basado la caracterización del plano [5].

Debido a que se trata de un interferómetro de caminos comunes el instrumento es insensible a pequeñas vibraciones, desalineamientos y gradientes de temperatura, lo cual lo hace apto para aplicaciones donde el medio ambiente presenta este tipo de comportamientos.

## 2. Principio

Refiriéndonos al trabajo de Murty [6], sabemos que si un frente de onda plano y libre de aberraciones incide sobre una placa de caras planas y con una pequeña cuña entre ellas, los haces reflejados forman un patrón de franjas rectas en la zona donde se superponen, y si además se tiene el caso de que la dirección de la cuña es perpendicular a la dirección del desplazamiento de los haces, entonces las franjas serán horizontales. Cuando el haz transmitido a través de la cuña  $C$  es reflejado con ayuda del espejo  $M_1$  (Fig. 1a), después de incidir nuevamente en la cuña formará otro patrón de franjas (patrón 2). Estas franjas también serán rectas y horizontales, y por lo tanto paralelas a las anteriores. Si mediante un segundo espejo  $M_2$  reflejamos el patrón 1, entonces se pueden observar simultáneamente ambos patrones en un mismo plano de observación (Fig. 1b), de tal manera que el paralelismo de las franjas entre ambos patrones puede usarse como una prueba de la colimación del haz de iluminación.

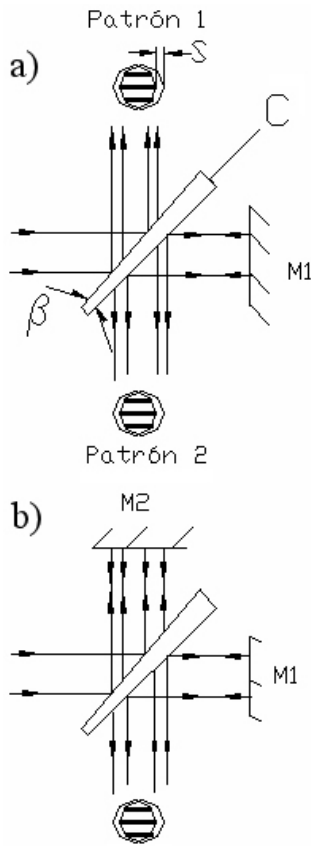


FIGURA 1. Interferómetro de desplazamiento lateral, a) formación de los patrones de interferencia, b) reflexión del patrón 1 por medio del espejo M<sub>2</sub>. En el esquema, M<sub>1</sub> y M<sub>2</sub> son espejos planos, C es la cuña de caras planas, β es el ángulo de la cuña y S es el desplazamiento de los haces.

Cuando el haz de iluminación se desvía ligeramente de la colimación, las franjas de ambos patrones rotan desviándose de la posición horizontal. La rotación es en direcciones opuestas, ya que el haz transmitido incide sobre la cuña en dirección opuesta al haz incidente (Fig. 2).

En la prueba tradicional el ángulo de inclinación α de las franjas, medido con respecto a la dirección de desplazamiento de los haces, está dado por [7]

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{DS}{n\beta} \right), \tag{1}$$

donde S es el desplazamiento de los haces, β es el ángulo de la cuña, n es el índice de refracción de la placa y D es el desfoco del colimador. Así que el ángulo entre los dos patrones de franjas para el caso que trataremos es

$$\alpha' = 2 \tan^{-1} \left( \frac{DS}{n\beta} \right), \tag{2}$$

el cual es dos veces más grande que el obtenido en el método tradicional. El desplazamiento |Δf| más pequeño de la lente colimadora que puede ser detectado con este método es [7]

$$|\Delta f| = \frac{f^2 n \beta (\alpha')_{\min}}{S}, \tag{3}$$

dónde n, β y S son como antes y f es la distancia focal de la lente colimadora.

La Ec. (3) muestra que cuanto más pequeño sea el valor de α' que podamos medir, más pequeños serán los desplazamientos |Δf| que obtendremos, para una lente y cuña elegidas de antemano.

### 3. Funcionamiento del instrumento

Un instrumento donde se puede observar el efecto descrito en la sección anterior es un interferómetro Twyman-Green, donde como divisor de haz se usa la placa con cuña cuya dirección es perpendicular a la dirección de desplazamiento de los haces.

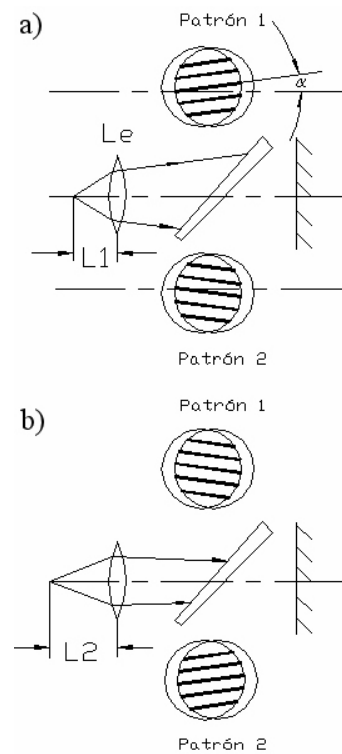


FIGURA 2. Ángulo de inclinación α de las franjas cuando, a) L<sub>1</sub> es menor que la distancia focal de la lente enfocadora L<sub>e</sub> y b) cuando L<sub>2</sub> es mayor que la distancia focal de la lente L<sub>e</sub> (la descolimación del haz y giro de las franjas se ha exagerado solo para ilustrar).

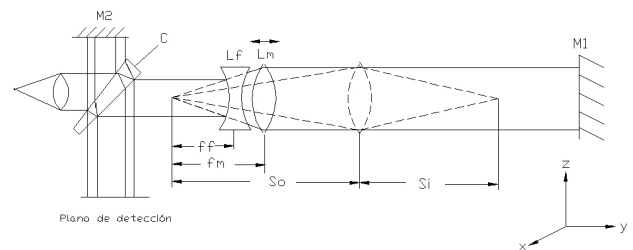


FIGURA 3. Esquema del arreglo experimental, M<sub>1</sub> y M<sub>2</sub> espejos, C cuña, L<sub>f</sub> y L<sub>m</sub> lentes fija y móvil respectivamente.

TABLA I. Rango de desplazamiento  $\Delta S_o$  para algunas lentes positivas con distancias focales ( $f_m$ ) típicas y valores de  $S_i$  entre 4000 y 1000 milímetros.

Distancia Focal (mm)	$\Delta S_o$ (mm)	Resolución (mm)
50	1.99	15.07
75	4.64	6.46
100	8.54	3.51
125	14.82	2.17
150	20.62	1.45
175	29.11	1.03
200	39.47	0.76
225	51.91	0.57
250	66.66	0.45
275	84.00	0.35
300	104.24	0.28

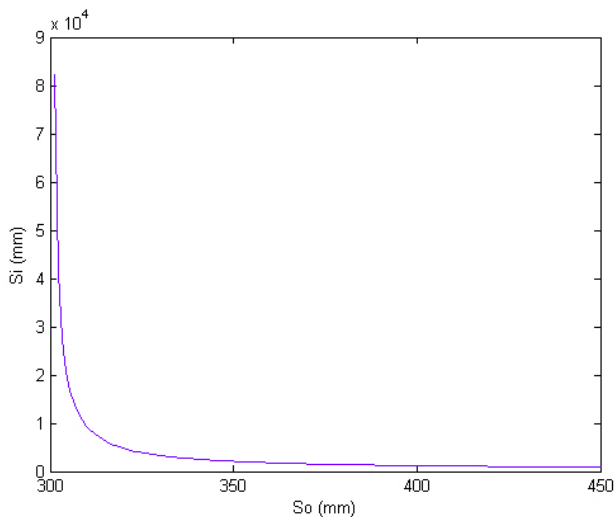


FIGURA 4. Gráfica para una lente con una  $f_m$  de 300 mm.

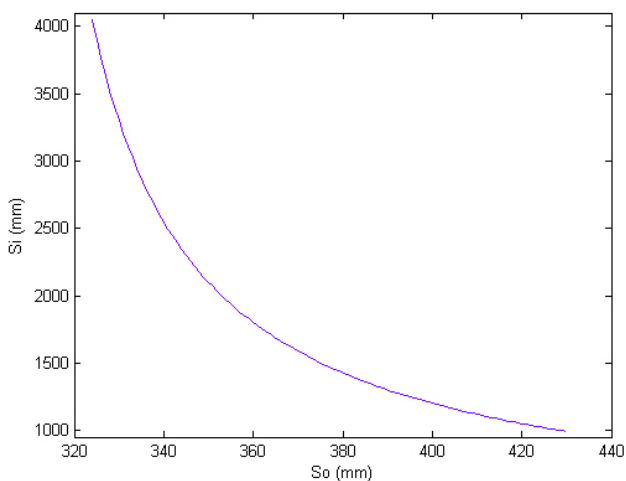


FIGURA 5. Gráfica para una lente con una  $f_m = 300$  mm. El rango graficado para  $S_o$  va de 324 a 430 mm.

Para medir, se anexaron dos lentes al interferómetro y se colocaron tal como se muestra en la Fig. 3. En el arreglo la lente  $L_f$  es una lente negativa que ésta fija y la lente  $L_m$  es una positiva que se puede desplazar en el sentido que muestra la flecha. Cuando los focos de las lentes  $L_m$  y  $L_f$  coinciden, el haz transmitido se considera colimado, cuando la distancia  $S_o$  es ligeramente mayor a  $f_m$ , entonces el haz se enfoca en un punto a la derecha de la lente  $L_m$ , y si la separación entre las lentes aumenta más entonces el haz se enfocará en un punto más cercano a la lente  $L_m$ . De esto se puede deducir que cuando la lente  $L_m$  se desplaza hacia la derecha, la distancia  $S_o$  aumenta (Fig. 4) y la distancia  $S_i$  disminuye según la relación [8]

$$\frac{1}{f_m} = \frac{1}{S_i} + \frac{1}{S_o}. \quad (4)$$

Teóricamente el rango para  $S_i$  que se puede tener es infinito, sin importar la distancia focal de la lente  $L_m$  que se elija. Esto se puede observar en la Fig. 4 donde está graficado  $S_i$  en función de  $S_o$  para una lente positiva con una distancia focal de 300 mm. El eje vertical muestra los valores de  $S_i$  y como se puede observar, con solo desplazar la lente  $L_m$  aproximadamente 150 mm podemos variar la distancia  $S_i$  más de 10000 mm. Sin embargo, hemos restringido el intervalo de medición para  $1000 < S_i < 4000$  y eso ocurre cuando  $324 < S_o < 430$  (Fig. 5).

Cuando el punto  $S_i$  coincide con una superficie plana reflectora y perpendicular a la dirección de propagación, el haz se reflejará y retornará por el mismo camino por el que llegó, de tal manera que en el plano de observación se observarán dos patrones de franjas rectas y paralelas las cuales indicarán el momento de realizar la medición para determinar  $S_i$ .

#### 4. Simulación en la computadora

El siguiente análisis fue realizado en una PC con el fin de hallar la distancia focal óptima de la lente  $L_m$  para el rango de medición deseado.

Para poder medir en el rango deseado nos interesa primero determinar cuánto se debe desplazar la lente  $L_m$  en función de su distancia focal. Para ello elegimos algunas distancias focales típicas de lentes positivas y para hallar los valores inicial y final de  $S_o$  se usaron la Ec. (4), la distancia focal de la lente en cuestión y para  $S_i$  los valores de 1000 y 4000 mm. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla I. Solo como ejemplo se muestra el cálculo para la lente con  $f_m = 50$  mm. Tomando  $S_i = 4000$ ,  $f_m = 50$  y usando la Ec. (4) se obtiene que  $S_o = 50.633$ , después se repite la operación pero ahora con  $S_i = 1000$  obteniéndose  $S_o = 52.631$ . El resultado de la diferencia de  $52.631 - 50.633 = 1.998$  es a lo que llamamos  $\Delta S_o$ . La misma operación se realizó para las otras lentes.

Dividiendo el intervalo de medición (3000) entre  $\Delta S_o$  y suponiendo que se usa como instrumento de medición un tornillo micrométrico (TM) con una graduación mínima de 0.01 mm se halló la resolución del instrumento para cada una de las lentes elegidas. Los resultados obtenidos se muestran

en la tercera columna de la Tabla I y como se puede observar, la mejor resolución se obtiene para la lente con  $f_m = 300$  mm.

De lo anterior podemos concluir que la elección de la distancia focal de la lente  $L_m$  va a estar en función de la resolución con la cual requerimos realizar las mediciones. Si se deseara aumentar la resolución en un dígito, manteniendo los mismos elementos ópticos, bastaría con emplear un TM de mayor resolución, por ejemplo de 0.001 mm.

**4.1. Programación**

Para determinar el paralelismo de las franjas se elaboró un programa para computadora. Requiere como entrada una imagen digitalizada del patrón de franjas observado e inicia cuando el usuario selecciona una de las franjas del interferograma digitalizado (patrón 1) por lo que la información está contenida en cierta área. Dentro de ella, se realiza una búsqueda del tono de gris más alto por columna. Después de encontrarlo se obtiene su posición (x,y) y se guarda. Esta operación se realiza en todas las columnas del área seleccionada. A los datos guardados se les aplica un algoritmo de mínimos cuadrados para ajustarlos a una línea recta y posteriormente se obtiene la pendiente de dicha línea. A continuación se elige una franja del patrón 2 digitalizado y se repite la misma operación. Una igualdad entre ambas pendientes significa que los haces están colimados, una diferencia entre ellas indicara que los haces están descolimados. En la Fig. 6 se muestra uno de los interferogramas experimentales empleados para hallar la inclinación de las franjas.

Considerando un haz con un diámetro de 20 mm e imágenes de  $512 \times 512$  pixeles tenemos que la mínima inclinación que podemos detectar es 6.7 minutos de arco. Este valor fue hallado considerando que cada pixel de la imagen digitalizada representa 0.039 mm de la imagen real y calculando  $\alpha = \text{tg}^{-1}(20/0.039)$ .

Usando la Ec. (3) y los valores de  $\alpha = 1.9373 \times 10^{-3}$  rad,  $f = 300$  mm,  $n = 1.5158$ ,  $\beta = 7.2722 \times 10^{-5}$  rad,  $S = 5.4$  mm, es fácil hallar que el valor mínimo de  $|\Delta f|$  que se puede obtener con el arreglo es de 0.003 mm. Esto indica que por cada 6.7 minutos que tengamos de error en el paralelismo de las franjas tendremos 3 micrómetros de error en la posición del espejo con respecto al punto donde se enfoca el haz.

**5. Determinación de la distancia**

Para obtener la distancia en función de las lecturas del TM se hace uso de la Fig. 7. Observando las Figs. 7b y 7c vemos que  $H$  está relacionada mediante las ecuaciones

$$H = S_{i1} + S_{o1}, \tag{5}$$

$$H = S_{o2} + S_{i2} + h = S_{o1} + S_{m2} + S_{i2} + h. \tag{6}$$

Igualando ambas ecuaciones y despejando  $h$  tenemos

$$h = S_{i1} - S_{m2} - S_{i2} \tag{7}$$

Usando la Ec. (4) dos veces y sustituyendo  $S_i$  por  $S_{i1}$  y  $S_{i2}$  en cada una de ellas tenemos

$$S_{i1} = \frac{f_m^2}{S_{m1}} + f_m, \tag{8}$$

$$S_{i2} = \frac{f_m^2}{S_{m1} + S_{m2}} + f_m, \tag{9}$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en la Ec. (7) se obtiene finalmente

$$h = \frac{f_m^2}{S_{m1}} - S_{m2} \tag{10}$$

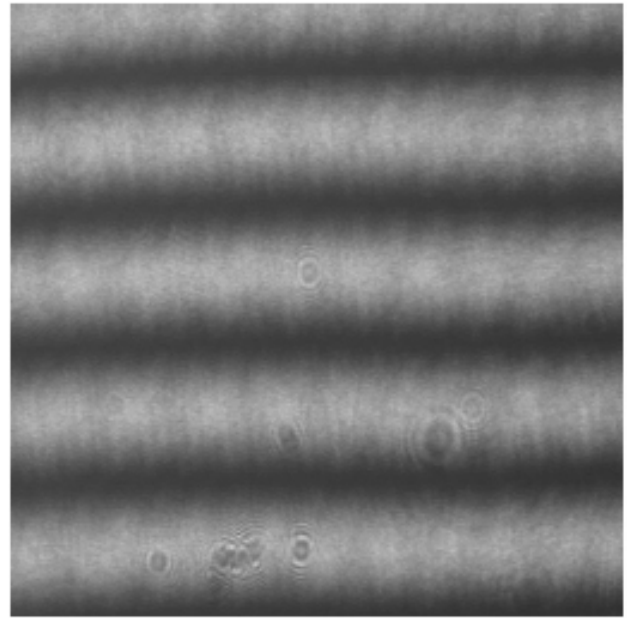


FIGURA 6. Interferograma experimental empleado para hallar la pendiente de las franjas.

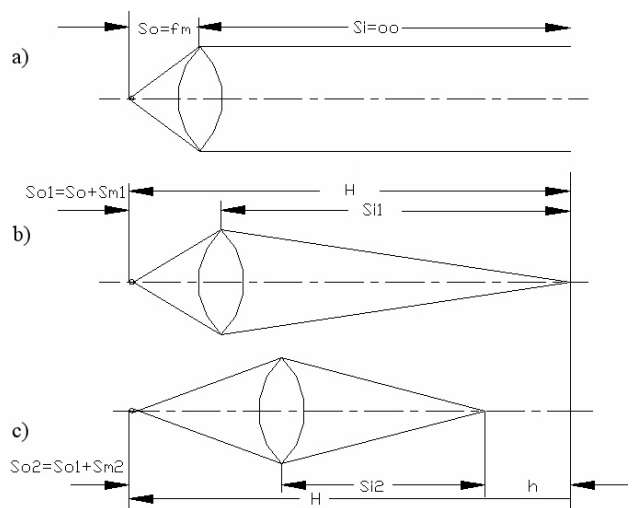


FIGURA 7. Esquema del arreglo para calcular  $h$  en función de  $S_{m1}$  y  $S_{m2}$ .

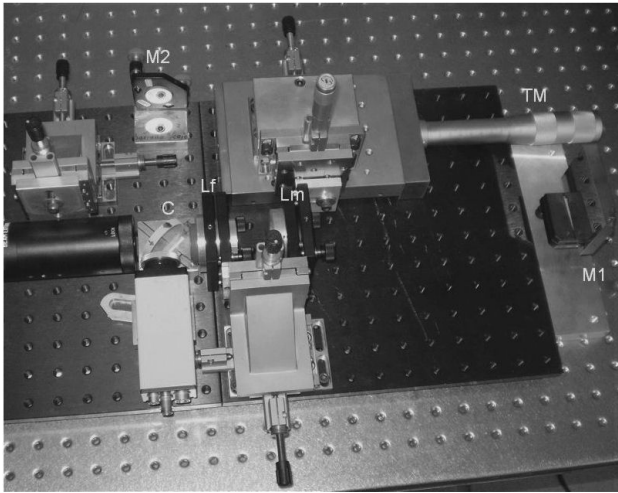


FIGURA 8. Arreglo del medidor de distancias, M1 y M2 espejos, C cuña,  $L_f$  lente fija y  $L_m$  lente móvil.

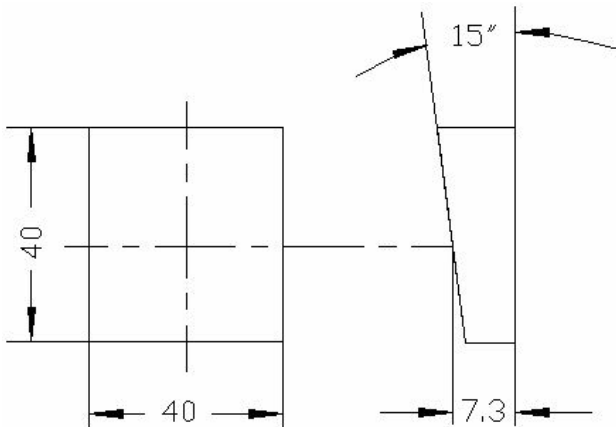


FIGURA 9. Dimensiones de la placa con cuña de caras planas la cual fue hecha de vidrio BK7 (los valores están expresados en milímetros). El ángulo de la cuña fue exagerado para poder mostrar que el espesor fue medido al centro de la placa.

La Ec. (10) muestra que la distancia se puede obtener a partir del desplazamiento de la lente  $L_m$ , el cual está relacionado con las lecturas inicial y final del TM, y su distancia focal.

## 6. Desarrollo experimental y calibración

El instrumento construido se muestra en la Fig. 8. Como lente fija se usó una lente negativa con una  $f_f = 250$  mm y como lente móvil se empleó un doblete con una  $f_m = 300$  mm. Las características geométricas de la placa de vidrio se muestran en la Fig. 9.

Después de que el instrumento es alineado y los haces colimados, las franjas de los patrones 1 y 2 son paralelas. En esta posición la lectura del TM es registrada y usada como referencia o posición cero. En seguida se desplaza la lente  $L_m$ , con ayuda del TM, 24.32 mm de tal manera que el haz se enfoca teóricamente a una distancia de 4000 milímetros de

la lente  $L_m$ . Exactamente donde el haz se enfoca se coloca un espejo plano perpendicular a la dirección de propagación del haz, ocasionando que el haz regrese por el mismo camino por el que llegó, de tal manera que en el plano de observación se observan nuevamente las franjas paralelas. A continuación se desplaza otra vez la lente  $L_m$  104.24 mm y después se coloca otro espejo en el punto donde se enfoca el haz, de tal manera que se observan nuevamente en el plano de observación las franjas paralelas. Con una cinta métrica se midió la distancia entre espejos y se comparó con el valor obtenido usando la Ec. (8). La discrepancia entre ambos valores fue del orden de 5 mm. Para evitar este problema decidimos calibrar el instrumento con ayuda de una MMC de grandes dimensiones [5], con una capacidad de medición de 6000 mm en uno de sus ejes y con una incertidumbre de medición de un micrómetro.

Lo primero que hicimos fue desplazar 24 mm la lente  $L_m$  con ayuda del TM, de la posición de colimación del haz, y a continuación colocamos el espejo  $M_1$  (el cual se colocó previamente en la cabeza de medición de la MMC), en el punto donde se enfocaba el haz. La colocación se verificó tal como se mencionó en la Sec. 4.1 y en esta posición la lectura de la MMC es registrada y usada como la posición cero. Después, desplazamos otro milímetro la lente  $L_m$  y en seguida desplazamos el espejo  $M_1$  hasta la posición donde se enfocaba el haz. Con la MMC medimos cuánto se desplazó el espejo (o  $S_i$ ) y así continuamos de milímetro en milímetro hasta terminar la graduación del TM.

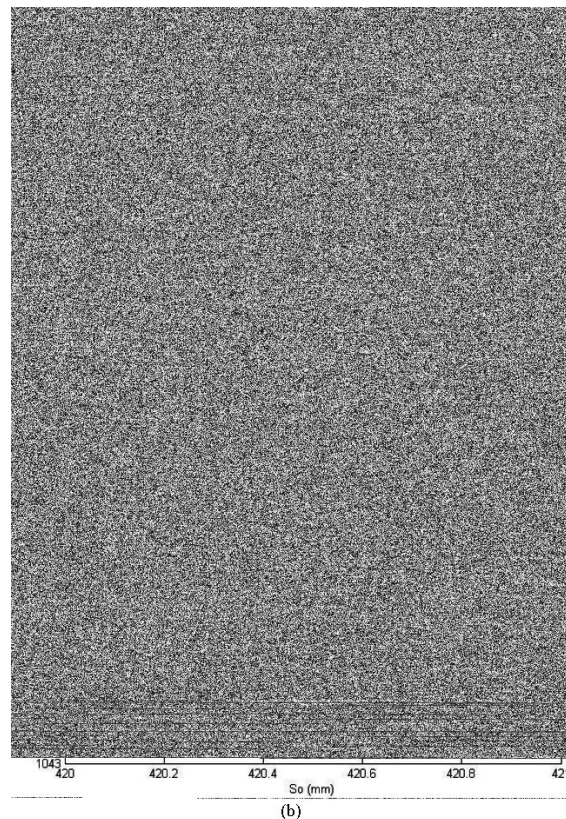


FIGURA 10. Se muestran 2 intervalos colocados a lo largo de la gráfica de la Fig. 5.

## 7. Determinación de la resolución y de la incertidumbre de medición

La determinación de la resolución del instrumento la mostraremos mediante un ejemplo. Para ello elijamos dos intervalos con una longitud de un milímetro cada uno y colocados a lo largo del eje horizontal de la gráfica de la Fig. 5. Por simplicidad para el cálculo supongamos que el rango de valores en el eje vertical para cada uno de los intervalos seleccionados son 140 y 6 mm respectivamente (Fig. 10). Como el tambor del TM tiene cien graduaciones por milímetro, entonces por cada graduación podemos medir desplazamientos mínimos de  $S_i$  de 1.4 y 0.06 mm, respectivamente. Como podemos notar con el ejemplo, la resolución del instrumento cambia dependiendo del intervalo elegido.

Debido a que el error introducido en la medición por el no paralelismo de las franjas es despreciable (Sec. 4.1) comparado con la resolución obtenida en los intervalos elegidos en el ejemplo, tomaremos como incertidumbre de medición aquella debida únicamente a la escala del TM. Es práctica común que para instrumentos de medición con escala graduada, como es el caso del TM, la incertidumbre asignada a las mediciones es automáticamente la mitad de la división más pequeña. Siguiendo este criterio, tendremos entonces que la incertidumbre de medición sería 0.70 y 0.03 mm para cada uno de los intervalos elegidos. Este ejemplo muestra que la resolución y también la incertidumbre de medición del instrumento dependen del intervalo en dónde se esté midiendo así como de la resolución del TM.

## 8. Observaciones

La calibración nos permite medir cualquier longitud que esté contenida dentro del intervalo de 3000 mm, pero lo más importante es que podemos tomar como referencia cualquier

punto calibrado de la graduación del TM, ya que sabemos con buena precisión cuánto se desplaza  $S_i$  por cada milímetro que se desplaza la lente  $L_m$ .

Se ha mostrado que la resolución del instrumento no es constante tal como se había supuesto en la tercera columna de la Tabla I, sino que es variable y además depende del intervalo en el que se éste midiendo. La Tabla I se debe considerar ahora únicamente como una guía rápida para saber la resolución, llamémosle “promedio”, que se obtiene con cada una de las lentes en el intervalo 1000-4000 mm.

## 9. Conclusiones

Se describió un instrumento óptico de no contacto para medir distancias y se analizó un rango de medición de 3000 mm. Antes de usar el instrumento es necesario calibrarlo ya sea con una MMC, un láser tracker o algún otro instrumento que tenga buena precisión, lo cual podría ser una desventaja del instrumento respecto a otros métodos.

Una cualidad importante del instrumento es que es posible tener resoluciones e incertidumbres de medición diferentes con una sola lente  $L_m$ . Por ejemplo, la resolución será menor para dos puntos consecutivos calibrados situados alrededor de  $S_o = 340$  y mayor para aquellos situados alrededor de  $S_o = 400$ .

Si comparamos el error introducido por el no paralelismo de las franjas con el error debido a la escala del TM, que es quien influye en la resolución del instrumento, notaremos que el primero es despreciable respecto al segundo. Para el rango analizado, aún cuando se tengan errores en el paralelismo de las franjas del orden de medio grado, el cual puede ser observado a simple vista, la resolución del instrumento aún seguirá siendo afectada más significativamente por la graduación del TM.

\*. Universidad de la Sierra Sur, Miahuatlán de Porfirio Díaz, Oax., México, e-mail: arielmonp@hotmail.com

1. J.Z. Malacara, Angle, distance, curvature and focal length measurements, in *Optical shop testing*, D. Malacara (Ed) (John Wiley and Sons, 1978) Chap. 18.
2. A. García-Valenzuela, H. Valenzo-Aoki, C. Sánchez-Pérez y V. Argueta-Díaz, *Opt. Eng.* **46** (2007) 040505.
3. D.S. Mehta, P. Singh, M.S. Faridi, S. Mirza y C. Shakher, *Opt. Eng.* **44** (2005) 063602.
4. R.S. Sirohi y M.P. Kothiyal, Length measurement techniques, in *Optical components, systems, and measurements techniques* (Marcel Dekker Inc 1991) Chap. 4.
5. A. Jaramillo-Núñez y B. Sánchez-Rinza, *JART* **3** (2005) 187.
6. M.V.R.K. Murty, *Appl. Opt.* **3** (1964) 531.
7. L. Gouhua, Z. Mingstan y Z. Jinbin, *Appl. Opt.* **31** (1992) 4363.
8. E. Hecht, *Optica*, 3<sup>a</sup> ed. (Addison Wesley Iberoamericana 1998) p. 160.