



**I
N
A
O
E**

Filtro analógico pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

por

**Ing. José Roberto Rodríguez
Fernández**

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de
**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD DE
ELECTRÓNICA** en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y
Electrónica

Febrero 2012
Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Miguel Ángel Gutiérrez de Anda

©INAOE 2012

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias
en su totalidad o en partes de esta tesis



**Filtro analógico pasa bajas de segundo
orden con parámetros variantes en el
tiempo**

Resumen

En este trabajo de tesis, se presenta el diseño de un filtro analógico pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo basado en una tecnología CMOS de $0.5\mu\text{m}$. Dicho filtro está constituido por dos filtros simples pasa bajas de primer orden con parámetros variantes en el tiempo, los cuales están implementados mediante dos espejos simples de corriente y un par de capacitores. Para obtener el filtro antes mencionado también fue necesario agregar un amplificador, un multiplicador, un lazo de retroalimentación, diversos espejos de corriente, así como un bloque encargado de generar una señal exponencial decreciente. La señal exponencial generada por el bloque anteriormente mencionado es usada para inducir la variación temporal de uno de los parámetros del filtro pasa bajas de segundo orden. Finalmente, la mayoría de circuitos y/o bloques electrónicos empleados en este sistema tanto en sus entradas como en sus salidas manejan señales de corriente.

Abstract

In this thesis work, the design of a second-order parameter-varying analog low pass filter based on a CMOS technology of $0.5 \mu\text{m}$ is presented. This filter consists of two first-order parameter-varying low pass filters which are implemented by two simple current mirrors and two capacitors. In order to synthesize the previous filter it was also necessary to add an amplifier, a multiplier, a negative feedback loop, several current mirrors as well as a circuit block in charge of generating a decreasing exponential signal. The exponential signal which is generated by the aforementioned block is used to induce a temporal variation of one of the parameters of the second-order low pass filter. Finally, most of the circuits and/or electronic blocks used in this system use current signals in their inputs and their outputs.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico otorgado a través de la beca para estudios de maestría (No. de Registro: 235305). Asimismo, expreso mi agradecimiento por el apoyo económico otorgado a través de la beca de investigación del proyecto "Diseño e implementación de filtros continuos pasabajos con parámetros variantes en el tiempo" (No. de Registro: CB-2007-84819-Y).

Al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) por brindarme un espacio de formación profesional competitivo y por ampliar mis horizontes.

A la Academia de Electrónica del INAOE por su voto de confianza en mi capacidad profesional y por la oportunidad de obtener el grado de maestría en este Instituto.

A mi asesor, Dr. Miguel Ángel Gutiérrez de Anda, por todo su valioso apoyo como asesor de esta tesis.

A mis sinodales

Dr. Librado Arturo Sarmiento Reyes

Dr. José Alejandro Díaz Méndez

Dr. José Miguel Rocha Pérez

A todas aquellas personas a quienes amo y me aman por darle sentido a mi vida,
color a mis días y propósito a mis pasos.

**A todas y cada una de las personas que de una u otra forma contribuyeron en la
realización de esta tesis de maestría.**

A DIOS por concederme una vida tan afortunada...

*La libertad más que un derecho es una responsabilidad. Quien es libre aprecia la
belleza y por lo tanto distingue el bien del mal.*

José Roberto Rodríguez Fernández

*En el mundo moderno, la libertad es lo contrario de la realidad; pero es sin embargo
su ideal.*

Gilbert Keith Chesterton (1874-1936) Escritor británico

Dedicatorias

A todos los niños enfermos de cáncer, que su vida es una constante lucha entre la vida y la muerte. A los padres de estos niños, sobre todo a los de bajos recursos económicos por las dolorosas odiseas que a diario deben lidiar.

A todos los niños de la calle que son obligados a trabajar y que no tienen la oportunidad de estudiar.

A esas personas que en repetidas ocasiones he visto en la calle recolectar botellas de plástico entre las bolsas de basura para poder sustentar a su familia.

A ustedes que tratan a los demás con respeto y que fomentan la justicia.

Índice general

Resumen	I
Abstract	III
Agradecimientos	V
Dedicatorias	VII
Índice de figuras	XI
Indice de tablas	XV
1. Introducción	1
1.1. Problemática y últimos avances	1
1.2. Objetivo de esta tesis	2
1.3. Principales contribuciones de esta tesis	2
1.4. Organización de la tesis	3
2. Aspectos generales de los sistemas	5
2.1. Señal	5
2.2. Sistema	6
2.3. Clasificación de los sistemas	7
2.3.1. Sistemas lineales y no lineales	7
2.3.2. Sistemas con parámetros constantes o invariantes en el tiempo .	8

2.3.3.	Sistemas estáticos y sistemas dinámicos	9
2.3.4.	Otras clasificaciones de los sistemas	10
2.4.	Sistemas configurables	10
2.4.1.	Filtros adaptivos	11
2.4.2.	Sistemas externamente lineales e internamente no lineales (ELTI)	12
2.4.3.	Filtros con parámetros variantes en el tiempo	12
3.	Teoría de los sistemas con parámetros variantes en tiempo	15
3.1.	Introducción	15
3.2.	Sistemas lineales variantes en el tiempo: conceptos básicos	16
3.3.	Modelos para filtros pasa bajas con parámetros variantes en el tiempo .	21
3.4.	Un modelo simple para un filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo	24
4.	Diseño del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo	29
4.1.	Estructura del sistema del filtro	29
4.2.	Filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo	31
4.3.	Amplificador de corriente $G(t)$ de ganancia variable	37
4.4.	Generador de señales exponenciales decrecientes	45
4.5.	Respuesta transitoria del filtro	58
5.	Conclusiones y trabajo a futuro	61
5.1.	Conclusiones	61
5.2.	Trabajo a futuro	62
	Bibliografía	63
A.	Codigos en Hspice para la simulación del funcionamiento del filtro propuesto en esta tesis	67

Índice de figuras

2.1.	Diagrama a bloques de un sistema simple	7
2.2.	Propiedad de homogeneidad	7
2.3.	Propiedad de aditividad	8
2.4.	Respuesta de un sistema con parámetros constantes o invariantes en el tiempo	9
2.5.	Clasificación de los sistemas configurables.	11
3.1.	Respuesta de un filtro lineal invariante en el tiempo a una señal con característica periódica	16
3.2.	Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación Butterworth: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario.	17
3.3.	Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación Chebyshev: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario. Este filtro posee un rizo en la banda de paso de 3 dB.	17
3.4.	Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación Chebyshev inversa: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario. Este filtro posee una atenuación mínima en la banda de rechazo de 40 dB.	18
3.5.	Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación elíptica: (a) Respuesta de mag- nitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario. Este filtro posee un rizo en la banda de paso de 3 dB y una atenuación mínima en la banda de rechazo de 40 dB.	18
3.6.	Diagrama a bloques del filtro de segundo orden con parametros variantes en tiempo.	25

4.1. Diagrama a bloques del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo.	30
4.2. Filtro pasa bajas de segundo con parámetros variantes en el tiempo.	31
4.3. Filtro pasa bajas de primer orden.	32
4.4. Amplificador de corriente inversor de ganancia unitaria y espejo de corriente utilizado para eliminación de la corriente I_{b1} sobre I_x	34
4.5. Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.	37
4.6. Respuesta en el dominio del tiempo del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.	37
4.7. Circuito amplificador de corriente	38
4.8. Respuesta en frecuencia del circuito amplificador de corriente.	39
4.9. Respuesta transitoria del circuito amplificador de corriente.	39
4.10. Circuito multiplicador de corriente.	40
4.11. Respuesta en DC del circuito multiplicador con corrientes de entrada ideales (I_{in1} e I_{in2}).	42
4.12. Respuesta en AC del circuito multiplicador con corrientes de entrada ideales (I_{in1} e I_{in2}).	43
4.13. Respuesta en el dominio del tiempo del circuito multiplicador con corrientes de entrada ideales (I_{in1} e I_{in2}).	43
4.14. Polarización y generación de las corrientes de entrada del bloque multiplicador.	44
4.15. Respuesta en AC del circuito multiplicador con corrientes de entrada (I_{in1} e I_{in2}) generadas con espejos de corriente.	45
4.16. Respuesta en el dominio del tiempo del circuito multiplicador con corrientes de entrada (I_{in1} e I_{in2}) generadas con espejos de corriente.	45
4.17. Diagrama a bloques de la generación de la señal exponencial decreciente	46
4.18. Diagrama a bloques del filtro pasa altas.	47
4.19. Esquema del nano OTA- g_{ma} del filtro pasa altas.	48
4.20. Esquema del OTA- g_{mb} del filtro pasa altas.	50
4.21. Generación de la corriente de polarización del OTA- g_{ma}	50

4.22. Función de transferencia en DC del OTA- g_{ma}	52
4.23. Función de transferencia en DC del OTA- g_{mb}	53
4.24. Respuesta en frecuencia del filtro pasa altas de primer orden.	54
4.25. Respuesta en el dominio del tiempo del filtro pasa altas de primer orden.	54
4.26. Circuito rectificador de media onda.	55
4.27. Polarización del circuito rectificador.	56
4.28. Función de transferencia en DC del circuito rectificador de media onda.	57
4.29. Respuesta en el dominio del tiempo del circuito rectificador de media onda para una corriente de entrada sinusoidal de prueba.	57
4.30. Corriente de salida del filtro pasa altas rectificada I_{op} y corriente exponencial decre- ciente I_{exp}	58
4.31. Resultados de simulación de la respuesta transitoria del filtro de segundo orden con parámetros variante en el tiempo.	59
4.32. Diagrama a bloques equivalente del filtro pasa bajas de segundo orden cuando no se realiza variación de sus parámetros.	60

Indice de tablas

4.1. Dimensiones de los transistores del filtro pasa bajas de segundo orden.	36
4.2. Dimensiones de los transistores del circuito presentado en la Fig.4.4.	36
4.3. Dimensiones de los transistores del circuito amplificador.	38
4.4. Dimensiones de los transistores del circuito multiplicador.	41
4.5. Dimensiones de los transistores del circuito de polarización del bloque multiplicador .	44
4.6. Dimensiones de los transistores del OTA- g_{ma}	51
4.7. Dimensiones de los transistores del circuito empleado para polarizar al OTA- g_{ma} . . .	51
4.8. Dimensiones de los transistores del OTA- g_{mb}	52
4.9. Dimensiones de los transistores del bloque rectificador.	56
4.10. Dimensiones de los transistores del circuito de polarización para el circuito rectificador.	56
4.11. Valor de los parámetros de diseño del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.	60
4.12. Indice de desempeño del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.	60

Capítulo 1

Introducción

1.1. Problemática y últimos avances

Los filtros con parámetros variantes en el tiempo son sistemas configurables que se distinguen por tener una respuesta transitoria de corta duración. Dicha respuesta se obtiene a partir de cambios temporales sobre el valor de algunos de sus parámetros y sin alterar su comportamiento en el dominio de la frecuencia.

En los últimos años, la investigación en el campo de los filtros con parámetros variantes en el tiempo ha generado un vasto número de publicaciones (por ejemplo, ver las referencias [1–10]). Estos trabajos tratan principalmente sobre las propiedades de la conducta dinámica de este tipo de filtros. Sin embargo, el número de trabajos que presentan la implementación usando circuitos electrónicos de dichos filtros es comparativamente pequeño. Por ejemplo, en [11] se presenta un filtro pasa bajas de primer orden con parámetros variantes en el tiempo basado en circuitos operando bajo el principio translineal dinámico [12] e implementados con transistores BJT. En la referencia [11] también se presenta un filtro de primer orden con parámetros variantes en el tiempo con transistores MOS. Sin embargo, dicho circuito es una estructura muy compleja y de bajo desempeño. En la referencia [13], se presenta un filtro rechaza banda con parámetros variantes en el tiempo. Dicho filtro está formado por una red doble T formada por ca-

pacitores y resistores así como un circuito de retroalimentación implementado a partir de transistores MOS. Sin embargo, debido a que la red doble T necesita componentes con un valor muy preciso que no pueden ser integrados, el circuito no es práctico.

1.2. Objetivo de esta tesis

Como consecuencia del análisis presentado en la sección anterior, es evidente que la investigación en el área de la implementación de los filtros con parámetros variantes en el tiempo puede verse beneficiada al considerar circuitos implementados con transistores MOS. La tecnología CMOS es bastante atractiva para su exploración por las siguientes razones:

- Es relativamente barato fabricar circuitos y sistemas en tecnología CMOS.
- En tiempos recientes, los transistores MOS han demostrado que pueden ser integrados en procesos que permiten la fabricación de sistemas microelectromecánicos (o MEMS, por las siglas en inglés del término *microelectromechanical systems*) [14, 15].

Por tal motivo, el objetivo de esta tesis es explorar las posibilidades de implementación de los filtros con parámetros variantes en el tiempo usando circuitos electrónicos cuyas topologías sean relativamente sencillas y que puedan ser fabricados en una tecnología CMOS estándar. De manera más específica, se diseñará a nivel transistor un filtro analógico pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo utilizando la tecnología ON Semi de $0.5\mu\text{m}$.

1.3. Principales contribuciones de esta tesis

Esta tesis constituye el tercer trabajo realizado en lo que respecta al tema de filtros con parámetros variantes en el tiempo a base de transistores CMOS. También representa

el segundo trabajo que presenta la posibilidad de ser integrado en una tecnología CMOS estándar (excepto por los dos capacitores del filtro pasa bajas de segundo orden). A comparación de los dos trabajos anteriores, el filtro con parámetros variantes en el tiempo presentado en esta ocasión ofrece las siguientes ventajas:

- Se caracteriza por ser un sistema constituido en su totalidad a base de circuitos electrónicos con transistores MOS.
- Presenta topologías de circuitos electrónicos relativamente sencillas.

1.4. Organización de la tesis

En el capítulo 2 se realiza una breve introducción acerca de los sistemas, sus propiedades y sus principales clasificaciones. En el capítulo 3 se presenta base teórica que sustenta a los filtros con parámetros variantes en el tiempo. El capítulo 4 corresponde al diseño de cada uno de los bloques que integran al filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo. Asimismo, se presentan los resultados de simulación obtenidos en Hspice para cada bloque y del sistema completo que constituye dicho filtro. Finalmente, algunas conclusiones y trabajo a futuro se presentan en el capítulo 5.

Capítulo 2

Aspectos generales de los sistemas

El propósito de este capítulo es hacer una introducción general acerca de las principales clasificaciones de sistemas, así como de sus propiedades más importantes. Este ejercicio ayudará a situar de manera apropiada el tópico a desarrollar en esta tesis en el contexto de trabajo ya existente. Un sistema puede compartir más de una característica con un sistema de otra clasificación. Por lo tanto, conocer las características y propiedades de los sistemas nos ayuda a distinguir la diferencia básica que existe entre un sistema y otro.

2.1. Señal

Antes de definir qué es un sistema, es imprescindible definir qué es una señal. Una señal se puede definir de forma muy general como un conjunto de datos o información. En el ámbito electrónico, una señal suele estar correlacionada a una variable física como puede ser la temperatura, la velocidad, el ritmo cardiaco, la humedad, etc. Aunque existe una amplia variedad de señales, en el contexto electrónico podemos distinguir básicamente entre señales analógicas y señales digitales. Una señal analógica es aquella cuya amplitud puede (idealmente) tomar un número infinito de valores. Si la amplitud de una señal toma únicamente un número finito de valores (dos, por ejemplo) entonces

se dice que ésta es una señal digital. Por otro lado, la naturaleza de la señal respecto al tiempo define si una señal es en tiempo continuo o tiempo discreto. Cuando una señal está definida para cualquier instante de tiempo podemos decir que es una señal en tiempo continuo, mientras que una señal en tiempo discreto está definida únicamente en determinados instantes (valores discretos) de tiempo.

2.2. Sistema

Sabiendo ya qué es una señal y las principales clases de señales que existen, podemos continuar con el tema central de esta sección. En la figura 2.1 se presenta un diagrama a bloques de lo que es un sistema simple. En una primera aproximación, un sistema puede ser concebido como una caja negra de dos terminales. En una de esas terminales una variable de entrada $x(t)$ es aplicada, mientras que en la otra terminal se observa una variable de salida $y(t)$. Un sistema se define como una entidad que produce una o varias salidas que pueden influenciar a un entorno dado en función de los estímulos que recibe de éste. Un tipo particular de sistemas presente en la electrónica son los así llamados sistemas de procesamiento de señales. La gran mayoría de los circuitos electrónicos de aplicación práctica pueden ser usados para la implementación de dicho tipo de sistemas. La utilidad real de un sistema de procesamiento de señales es extraer información de una señal. Un sistema de procesamiento de señales puede ser implementado con componentes físicos o mediante un algoritmo [16, págs. 51-94]. En otras palabras, se puede realizar con hardware apropiado (y eventualmente con software específico para dicho hardware). Para describir o representar el comportamiento de un sistema con respecto a determinada señal de entrada empleamos ecuaciones o modelos matemáticos, las cuales están basadas en determinadas reglas de operación impuestas por la aplicación en la que se usará o en principios físicos.

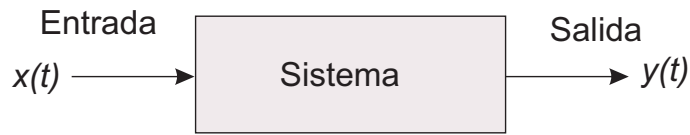


Figura 2.1: Diagrama a bloques de un sistema simple

2.3. Clasificación de los sistemas

Ya hemos visto, *grosso modo*, qué es una señal y qué es un sistema. A continuación se presenta una breve descripción de las principales categorías de sistemas que podemos encontrar. Se puede hacer una distinción entre los siguientes sistemas:

- Sistemas lineales y no lineales
- Sistemas con parámetros variantes en el tiempo y sistemas con parámetros constantes
- Sistemas estáticos (o sin memoria) y sistemas dinámicos

2.3.1. Sistemas lineales y no lineales

Para que un sistema sea considerado como lineal debe poseer las propiedades de homogeneidad y de aditividad. Si un sistema no cumple alguna de las dos propiedades se dice que es no lineal. La primera propiedad implica que si un sistema cuya entrada $x(t)$ produce una salida $y(t)$, entonces al escalar por un factor A dicha entrada, la salida del mismo estará escalada por el mismo factor. Dicho en otras palabras, la magnitud de salida de un sistema lineal es proporcional a la magnitud de su entrada. En la figura 2.2 está representado el concepto antes mencionado.

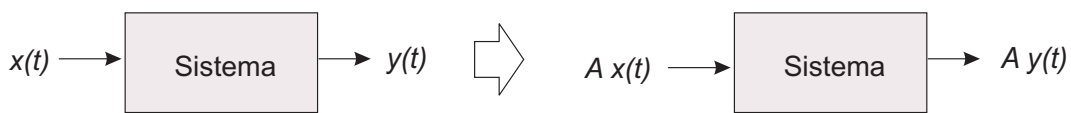


Figura 2.2: Propiedad de homogeneidad

La propiedad de aditividad por su parte establece que si un sistema recibe dos o más estímulos diferentes como entradas, entonces la respuesta del sistema debido a la combinación de dichos estímulos se puede calcular como la suma de la respuesta del sistema a cada uno de esos estímulos por separado. Esta propiedad está representada gráficamente en la figura 2.3.

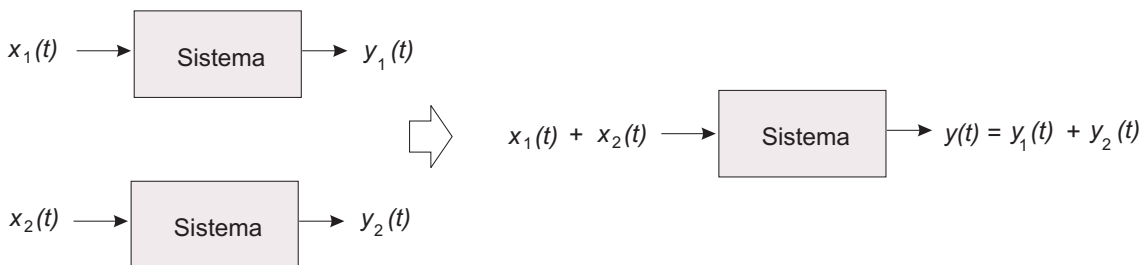


Figura 2.3: Propiedad de aditividad

2.3.2. Sistemas con parámetros constantes o invariantes en el tiempo

En los sistemas con parámetros invariantes en el tiempo el valor de sus parámetros no cambian con el tiempo. Por ende, la respuesta de éstos respecto a una determinada entrada tampoco cambia con el tiempo. En otras palabras, si un sistema con parámetros invariantes en el tiempo genera una respuesta s para una entrada dada e , la misma respuesta debe ser observada si el sistema recibe la entrada e después de un tiempo τ . Esta afirmación es válida si y solo si las condiciones iniciales del sistema en cuestión son las mismas en el momento en que el estímulo de entrada e es aplicado. La figura 2.4 representa el concepto anteriormente descrito. Los sistemas con parámetros constantes también pueden ser referidos como sistemas lineales invariantes en el tiempo o como sistemas estacionarios.

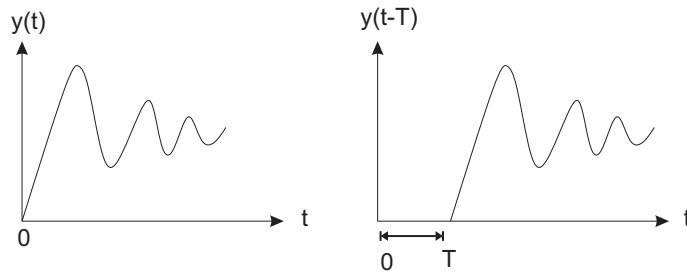


Figura 2.4: Respuesta de un sistema con parámetros constantes o invariantes en el tiempo

Otro modo de saber si un sistema está caracterizado por tener parámetros invariantes en el tiempo es a partir de los coeficientes de su modelo matemático (o relación entrada-salida). Si los coeficientes del modelo en cuestión no presentan variaciones en el tiempo, se dice que el sistema en cuestión es un sistema de parámetros invariantes en el tiempo.

2.3.3. Sistemas estáticos y sistemas dinámicos

Los sistemas estáticos o sin memoria son aquellos cuya salida en cualquier instante t depende única y exclusivamente del valor de las señales de entrada en ese mismo instante. Dicho de otro modo, si un sistema estático no tiene una señal de entrada tampoco tendrá una señal de salida. Por otro lado, en los sistemas dinámicos (o con memoria) su salida en cualquier instante t ya no está determinada solo por su entrada en ese mismo instante. La respuesta en estos sistemas ahora depende de la historia (o valores pasados) de la señal de entrada sobre cierto intervalo de tiempo (pasado) así como de la evolución pasada de sus variables de estado. Si dicho intervalo de tiempo está definido de $(t - \tau)$ a t se dice que el sistema es de memoria finita (con τ segundos de memoria) y si está definido de $-\infty$ a t , entonces, se dice que el sistema dinámico tiene memoria infinita. Varios circuitos electrónicos que contienen elementos capacitivos y/o inductivos pueden ser vistos como sistemas con memoria infinita. Para dichos sistemas, su respuesta depende del valor de la señal de entrada en el instante t así como de las condiciones iniciales del mismo (o del pasado de la señal de entrada de $-\infty$ a t).

2.3.4. Otras clasificaciones de los sistemas

Existen todavía más clasificaciones de los sistemas, de las cuales una de ellas (sistemas configurables) será abordada con más detalle en la próxima sección, mientras que otras las describiremos de forma muy general. Por ejemplo, una clasificación de los sistemas que se puede formular en función del tipo de señales que éste maneja es la de sistemas analógicos y sistemas digitales. Un sistema se dice que es analógico si tanto su entrada como su salida es una señal analógica. Lo mismo aplica para un sistema digital. También podemos encontrar sistemas en tiempo continuo y en tiempo discreto. Su nombre se debe precisamente al tipo de señal que manejan tanto en la entrada como a la salida. Los sistemas también pueden ser clasificados como: sistemas causales y sistemas no causales o como sistemas con parámetros agrupados y sistemas con parámetros distribuidos.

2.4. Sistemas configurables

En la sección anterior se presentó una descripción general de las principales categorías de sistemas que podemos encontrar. En esta sección se describirá al grupo de sistemas que comprende la categoría de sistemas configurables.

En la figura 2.5 se propone una clasificación (no exhaustiva) de los sistemas configurables. En esta clasificación se encuentran los sistemas configurables por el usuario y sistemas configurables de forma automática. Los sistemas configurables por el usuario son aquellos sistemas en los que el usuario debe ajustar por sí mismo todos o algunos de sus parámetros. Este proceso de ajuste es llevado a cabo mediante la modificación de una o más señales de control externas al sistema. Estas señales pueden ser incluso voltajes o corrientes de polarización. Por ejemplo, en [17] se presenta un oscilador configurable de segundo orden basado en el principio dinámico translineal. La frecuencia de oscilación de éste puede ser ajustada sobre un amplio rango de frecuencia a través de una corriente de polarización.

Los sistemas configurables de forma automática se distinguen de los sistemas configurables por el usuario porque están dotados de algún tipo de estrategia de control que les permite inducir algún cambio en su estructura o en sus parámetros. Este cambio es ejecutado por el propio sistema para ajustar su desempeño a un conjunto particular de condiciones de operación. Dentro de esta familia de sistemas se pueden encontrar a los filtros adaptivos, los sistemas invariantes en el tiempo externamente lineales y finalmente a los filtros con parámetros variantes en el tiempo.

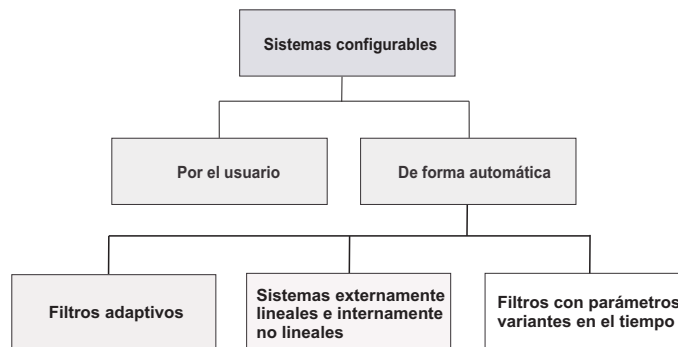


Figura 2.5: Clasificación de los sistemas configurables.

2.4.1. Filtros adaptivos

Los filtros adaptivos pueden ser vistos como sistemas configurables cuyos parámetros son variados como resultado de la acción de algún algoritmo de optimización. Las estrategias de optimización usadas para este propósito son de carácter iterativo y buscan minimizar el valor de la señal de error definida como la diferencia entre alguna respuesta deseada y la salida actual del sistema [18, págs. 1-6]. Debido a la amplia disponibilidad de computadoras digitales y de dispositivos de procesamiento de señales digitales, la gran mayoría de los filtros adaptivos son implementados como sistemas de tiempo discreto. La estrategia empleada para variación de parámetros en estos sistemas les provee de una capacidad de respuesta mucho más versátil que el resto de los sistemas configurables. Lo anterior los convierte en los sistemas más aptos para procesar señales de entrada con fluctuaciones de amplio rango o poco predecibles. Generalmente son sistemas muy robustos, versátiles y con una amplia variedad de aplicaciones.

2.4.2. Sistemas externamente lineales e internamente no lineales (ELTI)

Los sistemas externamente lineales invariantes en el tiempo son sistemas que tienen una función de transferencia lineal invariante en el tiempo de la entrada a la salida pero cuyas variables de estado están definidas en términos de relaciones lineales variantes en el tiempo o incluso no lineales. Estos sistemas han sido propuestos como una alternativa real para la síntesis de sistemas electrónicos con un rango dinámico mejorado [19]. La técnica más utilizada en esta clase de sistemas es la de companding (comprensión y expansión) o escalado dinámico de ganancia, mediante la cual se logra reducir efectos de distorsión y corrupción por ruido en la señal de salida. El uso de companding en sistemas de procesamiento de señales permite mantener la integridad de señal sobre rangos grandes de señal de entrada y reducir el consumo de potencia [20]. Gracias al uso de companding (así como el escalado dinámico de impedancias, la polarización dinámica y la variación dinámica de estructura) es posible mejorar el desempeño de un circuito destinado al procesamiento lineal de señales sin afectar la linealidad y la invariancia en el tiempo de su función de transferencia de la entrada a la salida [21].

2.4.3. Filtros con parámetros variantes en el tiempo

Los filtros con parámetros variantes en el tiempo son otro ejemplo más de sistemas configurables. Se distinguen por tener una respuesta transitoria de corta duración. Dicha respuesta transitoria se obtiene a partir de cambios temporales sobre el valor de algunos de sus parámetros y sin alterar su comportamiento en el dominio de la frecuencia [10]. La aplicación de estos filtros en comparación con los filtros adaptivos es mucho más restringida. Los filtros con parámetros variantes en el tiempo son empleados sobre todo en aplicaciones de procesamiento de señales en donde se desea atenuar la influencia del comportamiento transitorio generado por el mismo filtro sobre la señal de salida. Se ha demostrado que este tipo de filtros pueden ser usados en la compensación del comportamiento dinámico de celdas de carga [4]. A diferencia de los sistemas adap-

tivos, la variación de parámetros de estos sistemas se realiza en base a una estrategia de control predefinida, con la cual el grado de ajuste de sus parámetros está en cierta forma limitado.

Capítulo 3

Teoría de los sistemas con parámetros variantes en tiempo

3.1. Introducción

En este capítulo se presentará la teoría detrás de los filtros con parámetros variantes en el tiempo. A fin de entender mejor la importancia de este tipo de sistemas, es necesario considerar la situación mostrada en la figura 3.1. Si un filtro con una función de entrada/salida lineal invariante en el tiempo recibe una entrada de tipo periódico, éste generará dos clases de respuestas dinámicas: una respuesta en estado estable y una respuesta transitoria. Usualmente, la respuesta en estado estable generada por el filtro es la respuesta de interés, mientras que la respuesta transitoria puede verse como una perturbación indeseable en la señal de salida. Debido a la naturaleza de la respuesta transitoria, ésta desaparecerá al cabo de cierto tiempo. Sin embargo, como ya fue demostrado en [7] para el caso de los filtros rechaza banda, es posible que dicha respuesta desaparezca al cabo de un lapso de tiempo relativamente grande.

La situación anteriormente descrita es también aplicable al caso de los filtros pasa bajas. En las figuras 3.2 a 3.5 se presenta la respuesta transitoria de diferentes tipos de filtros pasa bajas a un escalón unitario. Para propósitos de referencia, en las figuras an-

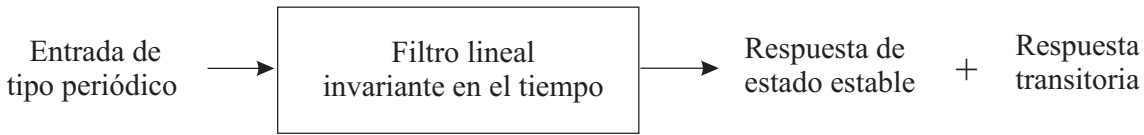


Figura 3.1: Respuesta de un filtro lineal invariante en el tiempo a una señal con característica periódica

teriormente mencionada se presenta asimismo la respuesta en magnitud de esos filtros en el dominio de la frecuencia. Todos los filtros tienen el mismo orden y su frecuencia de corte está normalizada. De todos los filtros presentados, el filtro que posee el menor tiempo de establecimiento es el filtro con aproximación Butterworth. Sin embargo, su respuesta en frecuencia es inferior a la de los otros filtros.

De este ejemplo se puede concluir que no hay muchas opciones disponibles si se pretende considerar el problema de la reducción de la duración de la respuesta transitoria desde una perspectiva tradicional.

En el capítulo anterior se consideraron algunas clases de sistemas tales como los filtros adaptivos y los sistemas externamente lineales e internamente no lineales. Este tipo de sistemas muestran un desempeño mejorado comparados contra sistemas de procesamiento de señales tradicionales debido a que sus parámetros son modificados en el tiempo. La modificación en el tiempo de los valores de un parámetro descriptivo de un sistema dado puede verse como la adición de un grado de libertad en el desempeño de ese sistema. Si en el problema previamente descrito se permite que los valores de los parámetros descriptivos de los filtros estén sujetos a variaciones, se puede reducir la respuesta transitoria de los mismos sin alterar su respuesta en el dominio de la frecuencia. Esta es la filosofía detrás de los filtros con parámetros variantes en el tiempo.

3.2. Sistemas lineales variantes en el tiempo: conceptos básicos

Dado que los filtros con parámetros variantes en el tiempo son formulados a partir de sistemas *lineales* cuyos parámetros son variados en el tiempo, es necesario revisar la

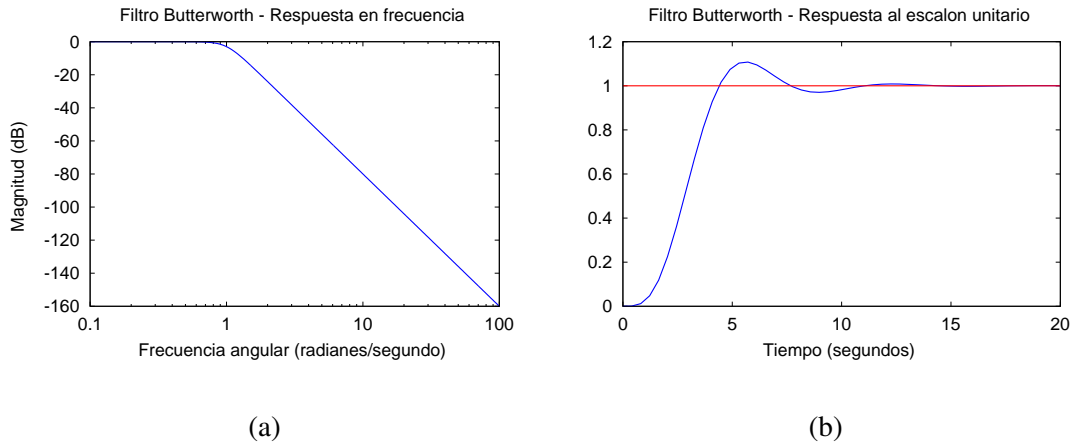


Figura 3.2: Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación Butterworth: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario.

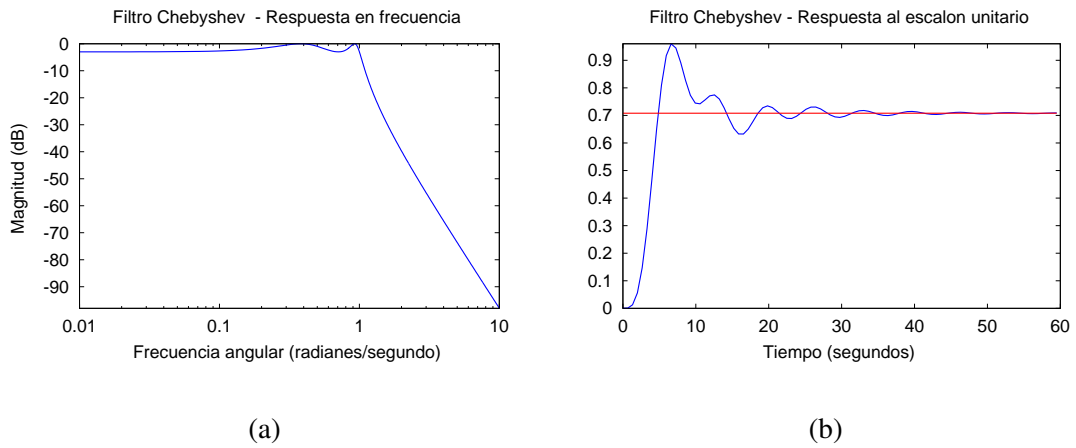


Figura 3.3: Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación Chebyshev: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario. Este filtro posee un rizo en la banda de paso de 3 dB.

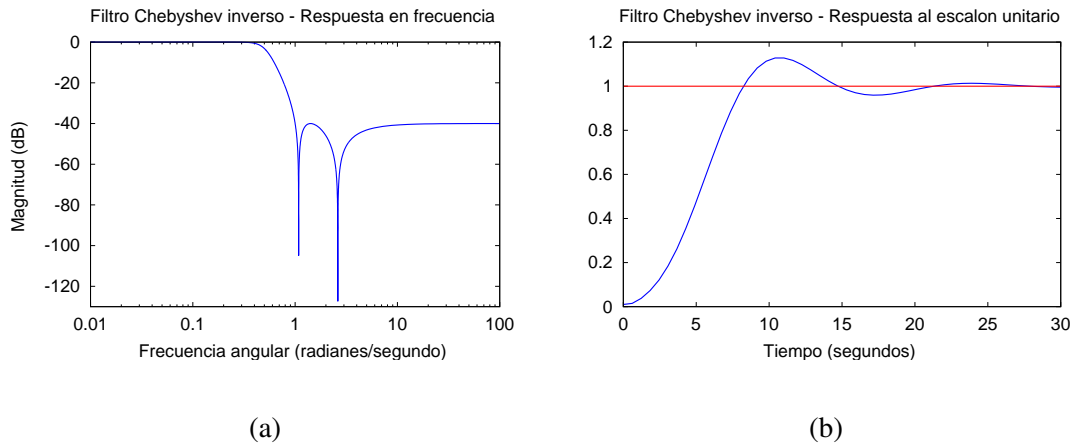


Figura 3.4: Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación Chebyshev inversa: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario. Este filtro posee una atenuación mínima en la banda de rechazo de 40 dB.

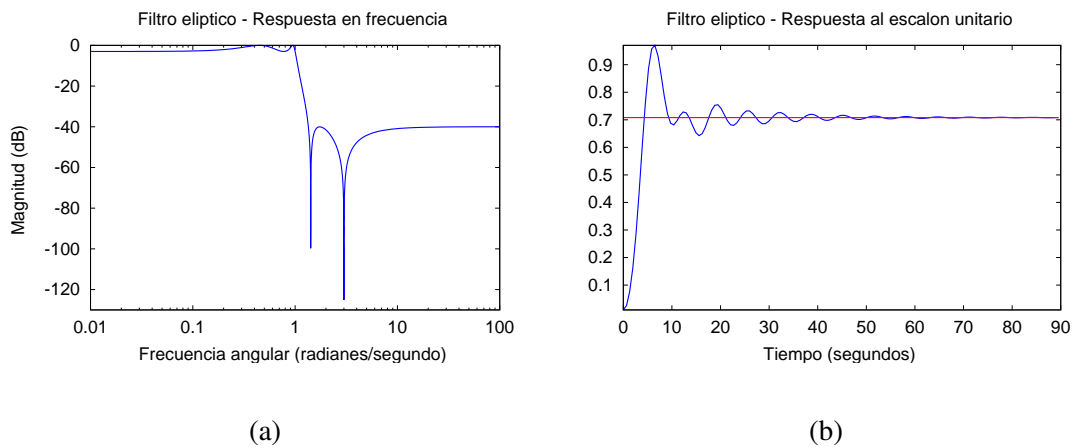


Figura 3.5: Filtro pasa bajas de cuarto orden con aproximación elíptica: (a) Respuesta de magnitud en el dominio de la frecuencia, (b) Respuesta a un escalón unitario. Este filtro posee un rizo en la banda de paso de 3 dB y una atenuación mínima en la banda de rechazo de 40 dB.

teoría detrás de los sistemas lineales variantes en el tiempo. Un sistema lineal variante en el tiempo con una entrada $u(t)$ y una salida $y(t)$ puede ser descrito por la ecuación de estado

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) \quad (3.1a)$$

$$y(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + D(t)u(t). \quad (3.1b)$$

En la expresión anterior, $\mathbf{x}(t)$ es un vector de dimensión n que contiene a las n variables de estado del sistema. Estas variables, junto con las entradas, determinan la conducta dinámica del sistema. La matriz del sistema $\mathbf{A}(t)$ es una matriz de $n \times n$, mientras que la matriz de entrada $\mathbf{B}(t)$ y la matriz de salida $\mathbf{C}(t)$ tienen dimensiones de $n \times 1$ y $1 \times n$ respectivamente. El factor $D(t)$ es un factor escalar que representa el acoplamiento directo existente entre la entrada y la salida.

Las propiedades dinámicas del sistema (3.1) pueden ser estudiadas si se considera el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t). \quad (3.2)$$

Para este sistema se puede formular un conjunto de soluciones linealmente independientes a partir de un conjunto de condiciones iniciales linealmente independientes establecidas en un determinado instante de tiempo $t = t_0$. Para la ecuación (3.2), se puede formular una matriz $\Phi(t, t_0)$ de tamaño $n \times n$ tal que

- Su i -ésima columna es igual a la solución de la ecuación (3.2) formulada a partir de la condición inicial

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{e}_i, \quad (3.3)$$

donde \mathbf{e}_i es la i -ésima columna de la matriz identidad \mathbf{I}_n de dimensión $n \times n$.

- Para cualquier t_0

$$\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}_n. \quad (3.4)$$

- La relación

$$\frac{d}{dt}\Phi(t, t_0) = \mathbf{A}(t)\Phi(t, t_0) \quad (3.5)$$

es satisfecha para todo t y t_0 .

- Para una condición inicial $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, la solución de la ecuación (3.2) puede escribirse como

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0. \quad (3.6)$$

La matriz $\Phi(t, t_0)$ se conoce como la *matriz de transición*. A través de la matriz de transición del sistema (3.2) es posible caracterizar la respuesta del sistema (3.1) a una entrada $u(t)$ sujeto a la condición inicial $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{t}_0$ tal y como se indica en la siguiente expresión

$$y(t) = \mathbf{C}(t) \left[\Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)\mathbf{B}(\tau)u(\tau)d\tau \right] + D(t)u(t). \quad (3.7)$$

Es importante considerar el problema de la estabilidad del sistema indicado en la ecuación (3.1). Es necesario distinguir entre dos diferentes tipos de estabilidad:

- Estabilidad asintótica y
- Estabilidad exponencialmente asintótica

Se dice que el sistema (3.1) presenta estabilidad asintótica si la matriz de transición $\Phi(t, t_0)$ asociada a éste satisface la siguiente propiedad

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Phi(t, t_0)\| = 0. \quad (3.8)$$

para cualquier t_0 . En la expresión anterior el operador $\|\cdot\|$ representa a una norma matricial arbitraria. En términos simples, si un sistema exhibe estabilidad asintótica, la respuesta de éste cuando su entrada es igual a cero (pero no sus condiciones iniciales) decaerá siempre a cero. El sistema (3.1) mostrará estabilidad exponencial asintótica si

la siguiente expresión se cumple para $t > t_s > t_0$

$$\|\Phi(t, t_0)\| \leq Ke^{-a(t-t_s)}. \quad (3.9)$$

En la expresión anterior, K y a representan a constantes positivas. En términos simples, si un sistema tiene estabilidad exponencial asintótica, su respuesta debe *decaer exponencialmente* hacia cero. Como se ha demostrado en [22], la estabilidad exponencial asintótica es una condición *necesaria* para garantizar que la respuesta $y(t)$ del sistema (3.1) para una entrada $u(t)$ acotada en magnitud esté también acotada en magnitud. Al mismo tiempo, es necesario que los coeficientes de las matrices $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ así como el factor escalar $D(t)$ estén acotados en magnitud.

3.3. Modelos para filtros pasa bajas con parámetros variantes en el tiempo

El primer modelo propuesto para un filtro pasa bajas con parámetros variantes en el tiempo [2] está definido en términos de la siguiente ecuación diferencial con coeficientes variantes en el tiempo

$$y'(t) + 2\zeta(t)\omega_n(t)y'(t) + \omega_n^2(t)y(t) = \omega_n^2(t)u(t). \quad (3.10)$$

En la expresión anterior, $u(t)$ y $y(t)$ representan respectivamente la entrada y la salida del filtro, mientras que $\omega_n(t)$ y $\zeta(t)$ son funciones dependientes de la variable de tiempo t . Estas funciones representan, respectivamente, la frecuencia instantánea de las oscilaciones no amortiguadas del filtro y el factor de atenuación de la respuesta transitoria. La expresión (3.10) puede ser reformulada en términos de un modelo de variables de estado usando variables de fase como se indica a continuación

$$\begin{bmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2(t) & -2\zeta(t)\omega_n(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2(t) \end{bmatrix} u(t) \quad (3.11a)$$

$$y(t) = x_1(t). \quad (3.11b)$$

Asumiendo que las funciones $\omega_n(t)$ y $\zeta(t)$ son incrementadas temporalmente en el tiempo de acuerdo a las expresiones

$$\omega_n(t) = \omega_0 + \Delta\omega e^{-t/a} \quad (3.12a)$$

$$\zeta(t) = \zeta_0 + \Delta\zeta e^{-t/a} \quad (3.12b)$$

y con una elección adecuada de los parámetros $\Delta\omega$, $\Delta\zeta$ y a , el sistema descrito por la ecuación (3.10) tiene una respuesta transitoria de menor duración comparada contra la respuesta del sistema descrito por la ecuación diferencial escalar

$$y''(t) + 2\zeta_0\omega_0 y'(t) + \omega_0^2 y(t) = \omega_0^2 u(t). \quad (3.13)$$

El modelo propuesto en la ecuación (3.10) tiene deficiencias que limitan su aplicación. Para garantizar que la respuesta del sistema (3.10) sea *asintóticamente estable*, $\omega_n(t)$ y $\zeta(t)$ deben satisfacer las siguientes condiciones

$$\omega_n(t) > 0 \quad (3.14a)$$

$$\zeta(t) > 0 \quad (3.14b)$$

$$|\omega_n'(t)| < 2\omega_n(t)\zeta(t) \quad (3.14c)$$

Desafortunadamente, estas condiciones no garantizan que el filtro tenga una respuesta

acotada a una señal de entrada acotada. Para ello, es necesario que la respuesta homogénea del filtro muestre estabilidad exponencial asintótica. Otro problema que tiene este filtro es que los parámetros $\Delta\omega$, $\Delta\zeta$ y a presentados en la expresión (3.12) deben ser escogidos mediante simulaciones. Si bien es posible hallar soluciones analíticas para la ecuación (3.10), éstas carecen de utilidad práctica debido a que son demasiado complicadas para poder ser usadas de forma simple e involucran funciones especiales que deben ser calculadas numéricamente [23]. Finalmente, debido a que los parámetros $\Delta\omega$, $\Delta\zeta$ y a no pueden variar mucho en valor para cumplir con las condiciones indicadas en la expresión (3.14), la implementación por medio de circuitos analógicos del sistema descrito por la ecuación (3.10) es impráctica. Sin embargo, esta ecuación puede ser discretizada y usada para la implementación de un filtro digital tal y como se muestra en [9].

A fin de poder implementar filtros pasa bajos con parámetros variantes en el tiempo de manera analógica, es necesario buscar otros modelos que acepten variaciones más amplias en sus parámetros descriptivos sin que pierdan sus propiedades de estabilidad. Uno de estos modelos es presentado en la referencia [24]. En esta referencia, se presenta un sistema nuevo el cual fue propuesto en un intento por justificar las propiedades dinámicas de la ecuación (3.10). Este sistema está definido en términos de la siguiente ecuación diferencial escalar

$$y''(t) + a_1(t)y'(t) + a_0(t)y(t) = u(t) \quad (3.15)$$

donde

$$a_1(t) = 2\sigma(t) - \frac{\omega'_d(t)}{\omega_d(t)} \quad (3.16a)$$

$$a_0(t) = \sigma^2(t) + \omega_d^2(t) - \frac{\sigma(t)\omega'_d(t)}{\omega_d(t)} + \sigma'(t). \quad (3.16b)$$

3.4. Un modelo simple para un filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

24

Para este sistema, su respuesta homogénea está dada por

$$y(t) = C_1 e^{-\int \sigma(t) dt + j \int \omega_d(t) dt} + C_2 e^{-\int \sigma(t) dt - j \int \omega_d(t) dt}, \quad (3.17)$$

donde C_1 y C_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales establecidas en la ecuación (3.15). De estas expresiones se puede deducir inmediatamente que la estabilidad exponencial asintótica del nuevo sistema están garantizadas si

$$\sigma(t) > 0 \quad (3.18a)$$

$$\omega_d(t) > 0 \quad (3.18b)$$

para todo t . Una versión simplificada del modelo presentado en la ecuación (3.15) es presentada en [25]. En dicha referencia es presentado un circuito que fue incluso implementado por medio de OTAs y capacitores. Sin embargo, el funcionamiento del circuito presentado en [25] depende de la generación de la derivada logarítmica $\omega'_d(t)/\omega_d(t)$. Este término también aparece en la definición del coeficiente $a_0(t)$ en la expresión (3.16b).

3.4. Un modelo simple para un filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

En trabajo más reciente [10] se ha propuesto un sistema que en términos de bloques constitutivos es más sencillo que el circuito presentado en [25]. En esta publicación se presenta un filtro de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo constituido por la interconexión en serie de dos filtros de primer orden con parámetros variantes en el tiempo. Un diagrama a bloques de este filtro aparece en la figura 3.6. Los filtros de primer orden del filtro en cuestión son modelados a través de la siguiente ecuación

diferencial lineal variante en el tiempo

$$y'(t) + p(t)y(t) = p(t)u(t), \quad (3.19)$$

donde $u(t)$ y $y(t)$ son las variables de entrada y salida del filtro pasa bajas de primer orden con parámetros variantes en el tiempo, respectivamente. La variable $p(t)$ es una función la cual controla la frecuencia de corte de dicho filtro. La respuesta al sistema modelado por la ecuación (3.19) es definida por la siguiente expresión

$$y(t) = Ce^{-\int p(t)dt} + Ce^{-\int p(t)dt} \int e^{\int p(t)dt} p(t)u(t)dt. \quad (3.20)$$

En la expresión anterior, C es una constante que depende de las condiciones iniciales presentes en el filtro pasa bajas modelado por la expresión (3.19). El término $Ce^{-\int p(t)dt}$ es la parte homogénea de la respuesta del filtro antes mencionado y el término restante corresponde a la parte no homogénea de dicha respuesta. Para garantizar que la respuesta del filtro sea acotada a una señal de entrada acotada, la función $p(t)$ debe ser acotada y positiva para todo t .

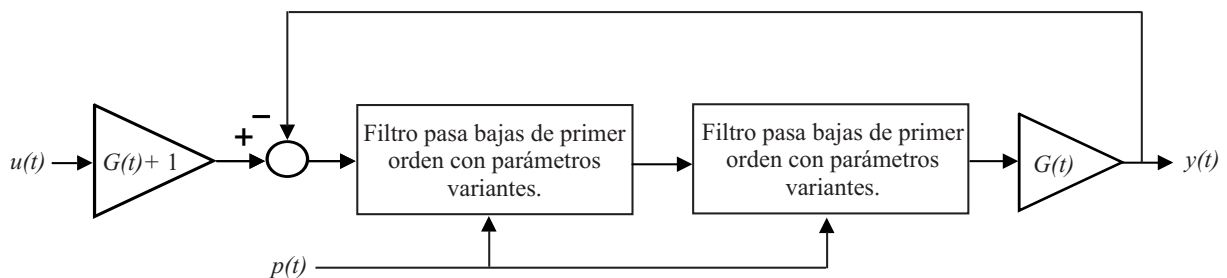


Figura 3.6: Diagrama a bloques del filtro de segundo orden con parámetros variantes en tiempo.

Por otra parte, el comportamiento del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo previamente mencionado en este capítulo puede ser modelado por un sistema de ecuaciones diferenciales lineales variantes en el tiempo

como el que se muestra a continuación

$$\begin{bmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{bmatrix} = p(t) \begin{bmatrix} -1 & -G(t) \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p(t)(G(t) + 1) \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.21a)$$

$$y(t) = x_2(t). \quad (3.21b)$$

donde $G(t)$ y $p(t)$ son funciones que de forma conjunta controlan la ubicación de la parte real e imaginaria de los polos complejos conjugados de dicho filtro cuando éste no sufre variación alguna sobre sus parámetros. Los polos complejos conjugados del filtro son denotados como p_1 y p_2 . Para que la respuesta de este filtro a una entrada acotada sea también acotada, la función $G(t)$ al igual que la función $p(t)$ debe ser acotada y positiva para todo t . Asumiendo que las funciones $G(t)$ y $p(t)$ adoptan valores constantes positivos denotados como p_c y G_c , respectivamente, la función de transferencia de dicho filtro (el cual es lineal e invariante en el tiempo) esta defina por la siguiente expresión

$$H(S) = \frac{(G_c + 1)p_c^2}{S^2 + 2p_c S + p_c^2(G_c + 1)}. \quad (3.22)$$

A partir de la ecuación característica de esta función de transferencia los polos complejos conjugados del filtro en cuestión están dados por la siguiente expresión

$$p_1 = -p_c + p_c \sqrt{G_c} j \quad (3.23a)$$

$$p_2 = -p_c - p_c \sqrt{G_c} j. \quad (3.23b)$$

Por otra parte, si dicho filtro es invariante en el tiempo la magnitud de sobretiro o sobre paso máximo de su respuesta transitoria esta dado por la siguiente expresión

$$M_p = e^{-(\sigma/w_d)\pi}, \quad (3.24)$$

donde σ se conoce como constante de atenuación y es igual el producto del factor de amortiguamiento relativo (ζ) y de la frecuencia natural no amortiguada (w_n) del sistema. Por otra parte w_d es la frecuencia natural amortiguada del sistema en lazo cerrado la cual define como $w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2}$. Bajo estas condiciones, el tiempo de establecimiento o asentamiento (para el criterio del 5 % de error) del filtro en cuestión se define mediante la siguiente expresión

$$t_s = 3/\sigma. \quad (3.25)$$

Considerando que dicho filtro no sufre variación alguna sobre sus parámetros, entonces, su tiempo de establecimiento y sobretiro máximo pueden modelados como se muestra a continuación

$$t_s = 3/p_c \quad (3.26a)$$

$$M_p \approx e^{-(\frac{1}{\sqrt{G_c+1}})\pi}. \quad (3.26b)$$

De (3.26) es claro que si la constante p_c es temporalmente incrementada entonces el valor del ancho de banda del filtro correspondiente se incrementará también temporalmente y con ello el tiempo de su respuesta transitoria disminuirá. Asimismo, si el valor de G_c es temporalmente reducido, entonces la magnitud del sobretiro de la respuesta transitoria de dicho filtro disminuirá.

Por otra parte, si se lleva a cabo una variación temporal sobre el valor de las funciones $p(t)$ y $G(t)$, dichas funciones modelan ahora a parámetros variantes en el tiempo asociados al filtro de la Figura 3.6. Bajo estas condiciones, $p(t)$ y $G(t)$ pueden ser representadas por las siguientes expresiones

$$p(t) = \begin{cases} p_c + p_i(t) & 0 \leq t \leq t_c \\ p_c & t > t_c \end{cases} \quad (3.27a)$$

$$G(t) = \begin{cases} G_c + G_d(t) & 0 \leq t \leq t_c \\ G_c & t > t_c \end{cases} \quad (3.27b)$$

Como podemos apreciar, ahora las funciones $p(t)$ y $G(t)$, además de tener un valor constante, incorporan también una función dependiente del tiempo denotada como $p_i(t)$ y $G_d(t)$, respectivamente. Por razones obvias, la función $p_i(t)$ debe tomar valores positivos mientras que la función $G_d(t)$ debe tomar valores negativos. Ambas funciones son variadas dentro de un intervalo de tiempo comprendido por $0 \leq t \leq t_c$. La función $G_d(t)$ es variada a través de una señal exponencial decreciente y la función $p_i(t)$ en función de la ubicación de los polos complejos conjugados de dicho filtro. Las funciones $G_d(t)$ y $p_i(t)$ están dadas por las siguientes expresiones

$$G_d(t) = -G_x e^{-t/t_d} \quad (3.28a)$$

$$p_i(t) = (p_{sc} - 1)p_c \quad (3.28b)$$

En la expresión anterior, los parámetros G_x , t_d y p_{sc} son constantes positivas. Para el diseño práctico del filtro de la Figura 3.6, es necesario recurrir a métodos numéricos para estimar el valor óptimo de los parámetros anteriormente mencionados. En general, el valor del parámetro G_x estará definido dentro del intervalo $[0.1 G_c, 0.9 G_c]$, mientras que el parámetro t_d estará definido dentro del intervalo $[0.1 /p_c, 2 /p_c]$.

Capítulo 4

Diseño del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

En el capítulo 2 se hizo una introducción general acerca de las principales clasificaciones de sistemas y de sus propiedades más importantes. Dicho capítulo fue importante para situar de manera más clara el tema desarrollado en esta tesis. Posteriormente, en el Capítulo 3 se discutió la teoría que sustenta a los filtros con parámetros variantes en el tiempo. En este capítulo se presenta el diseño del filtro pasa bajas con parámetros variantes en el tiempo considerado en esta tesis.

4.1. Estructura del sistema del filtro

En esta sección se presenta una descripción general del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo y de cada uno de los circuitos que lo integran. En la figura 4.1 se muestra un diagrama a bloques del sistema completo que constituye dicho filtro. Dicho sistema es una versión simplificada y equivalente del sistema representado en el diagrama a bloques presentado en la sección 3.4. Asimismo

la variación de parámetros del filtro presentado en este capítulo también está basada en los modelos matemáticos presentados en la sección antes mencionada.

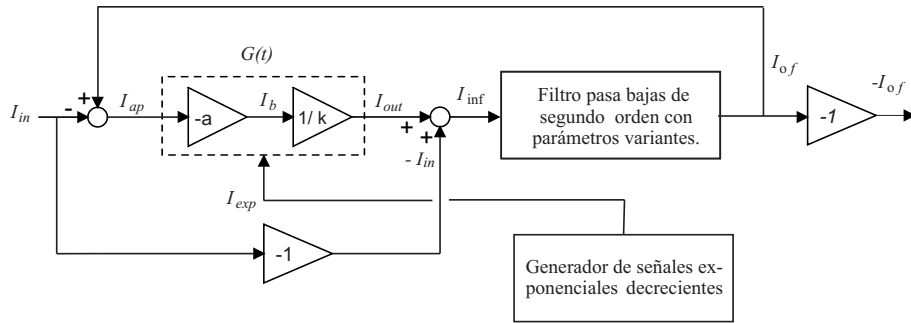


Figura 4.1: Diagrama a bloques del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo.

A través de la incorporación del bloque $G(t)$ o amplificador de ganancia variable se reduce la ganancia de lazo cerrado del sistema con lo cual se controla y atenúa la magnitud del sobretiro de la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden. Dicho de otro modo, la función definida por la ecuación (3.27b) es implementada mediante el bloque antes mencionado. Dicha variación es realizada sin alterar el comportamiento en el dominio de la frecuencia del filtro y gracias ello éste puede ser usado como filtro con parámetros variantes en el tiempo.

El bloque amplificador de corriente $G(t)$ de ganancia variable es implementado a través de la interconexión en serie de un bloque amplificador inversor de ganancia fija y un bloque multiplicador. El bloque multiplicador es utilizado en este circuito como un atenuador de ganancia ajustable. La ganancia del bloque amplificador descrito anteriormente es variada en el tiempo por medio de una corriente exponencial decreciente negativa generada por un generador de señales exponenciales decrecientes, el cual consiste básicamente de un filtro pasa altas de primer orden en serie con un circuito rectificador de media onda.

La estructura principal del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo se obtiene a partir de dos filtros pasa bajas de primer orden, implementadas y acopladas con espejos de corriente simple.

Finalmente, el sistema también contiene dos nodos de suma. Por medio del primer

nodo, se realiza la retroalimentación negativa, mientras que con el segundo se introduce al filtro una corriente de control directo obtenida a partir de la diferencia de la corriente proveniente del bloque $G(t)$ y de la corriente del bloque inversor. Por otra parte, la corriente de este ultimo bloque es introducida al filtro pasa bajas de segundo orden una corriente igual a la corriente de entrada I_{in} con el objeto de que la ganancia en DC del circuito sea siempre igual a 1. Dicho bloque es implementado mediante un amplificador de corriente inversor de ganancia unitaria. En las próximas secciones de este capítulo se verá con más detalle el diseño y funcionamiento de cada bloque.

4.2. Filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

En la figura 4.2 se ilustra la estructura del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes. Este circuito consiste básicamente de dos capacitores y dos espejos simples basados en transistores de canal n. Dichos espejos están acoplados a través de un espejo simple compuesto por transistores de canal p. La idea detrás del diseño de dicho filtro está inspirada en el filtro pasa bajas de primer orden mostrado en la figura 4.3a. Para poder comprender el funcionamiento del filtro pasa bajas de segundo orden propuesto en este trabajo antes es necesario analizar la filtro sobre el cual éste está basado [26]. Para dicho análisis (ver figura 4.3), se considera M_1 y M_2 idealmente idénticos y un voltaje $V_{GS1} + V_{GS2}$ constante.

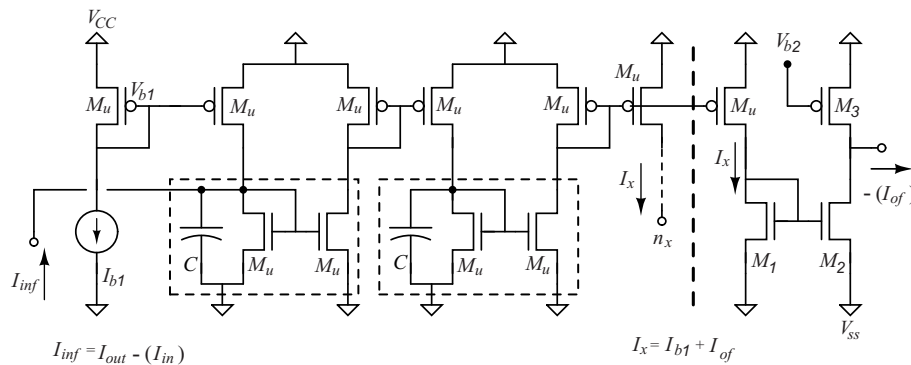


Figura 4.2: Filtro pasa bajas de segundo con parámetros variantes en el tiempo.

32 4.2. Filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

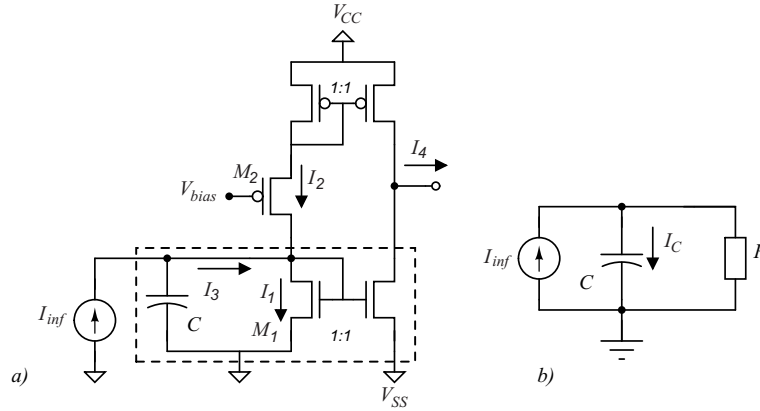


Figura 4.3: Filtro pasa bajas de primer orden.

De acuerdo a la figura 4.3a, la corriente de entrada del filtro pasa bajas de primer orden se definen como

$$I_3 = I_{inf} - I_C = I_1 - I_2. \quad (4.1)$$

Para calcular la corriente I_C que fluye a través del capacitor C se realiza un divisor de corriente. Para este propósito, es necesario considerar circuito equivalente en AC mostrado en la figura 4.3b. De este modo

$$I_C = \frac{Y_C}{Y_{eq}} I_{inf} = \frac{sC}{sC + \frac{1}{R}} I_{inf} = \frac{sRC}{sRC + 1} I_{inf}. \quad (4.2)$$

En la expresión previa, el parámetro R está definido de acuerdo a la siguiente expresión [26]

$$R = \frac{1}{2\beta \left(\frac{V_{bias}}{2} - V_t \right)}. \quad (4.3)$$

Sustituyendo (4.2) en (4.1) se obtienen las siguientes relaciones

$$I_3 = I_{inf} - I_C \quad (4.4a)$$

$$I_3 = I_{inf} \left(1 - \frac{sRC}{sRC + 1}\right) \quad (4.4b)$$

$$I_3 = I_{inf} \left(\frac{1}{sRC + 1}\right). \quad (4.4c)$$

Por otro lado, para la corriente de salida I_4 se tiene que

$$I_4 = I_2 - I_1 = -I_3. \quad (4.5)$$

Finalmente, para obtener la función de transferencia de este filtro pasa bajas se sustituye (4.4c) en (4.5)

$$\frac{I_4}{I_{inf}} = \frac{-1}{sRC + 1}. \quad (4.6)$$

Utilizando el circuito del filtro de primer orden, es ahora posible implementar un filtro de segundo orden con polos reales conectando en cascada dos circuitos de primer orden. Como podemos apreciar en la figura 4.2, la corriente de salida I_x (doblemente espejeada ¹) del filtro de segundo orden contiene un nivel de corriente en DC, es decir, I_{b1} . Dicha corriente en DC es eliminada por un lado a través del circuito ilustrado en la figura 4.4 y por el otro por medio del espejo de corriente conformado por M_u , M_1 , M_2 y M_3 . De este modo, la corriente de salida I_{of} en AC de dicho filtro es determinada a partir de la expresión (4.6) y es modelada a través de la siguiente ecuación

$$I_{of} = \frac{1}{(sRC + 1)(sRC + 1)} I_{inf} \quad (4.7)$$

¹Una copia de la corriente I_x se utiliza para implementar el lazo de retroalimentación del sistema que compone el filtro pasa bajas de segundo orden y la otra copia de I_x se utiliza únicamente para medir la corriente de salida I_{of} de forma externa al CI en cual estará contenido dicho filtro.

34 4.2. Filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

La expresión anterior representa un filtro pasa bajas de segundo orden de ganancia unitaria y con una frecuencia de corte igual a $1/2\pi RC$. Cabe señalar que el voltaje de compuerta de M_3 es generado a través de la red de polarización formada por el espejo de corriente (I_{b2} y M_4) contenido en el circuito mostrado en la figura 4.4. Con este mismo circuito también se polariza el bloque inversor o amplificador de corriente inversor de ganancia unitaria (ver figura 4.1). Por medio del bloque inversor se introduce al filtro pasa bajas de segundo orden una corriente igual a la corriente de entrada con el objeto de que la ganancia en DC del circuito sea siempre igual a 1. Por otra parte, para realizar la resta de $I_{of} - I_{in}$ (o bien de $I_{in} - I_{of}$) la otra copia de la corriente de salida I_x del filtro pasa bajas entra al nodo de retroalimentación (n_x) para restarse con la corriente (I_y) que proviene del circuito mostrado de la figura 4.4. Con $I_{b1} = I_{b2}$, la corriente de entrada (I_{ap}) del bloque multiplicador de ganancia variable (ver figura 4.1) es igual a

$$I_{ap} = I_x - I_y \quad (4.8a)$$

$$I_{ap} = (I_{b1} + I_{of}) - (I_{b2} + I_{in}) \quad (4.8b)$$

$$I_{ap} = (I_{of} - I_{in}). \quad (4.8c)$$

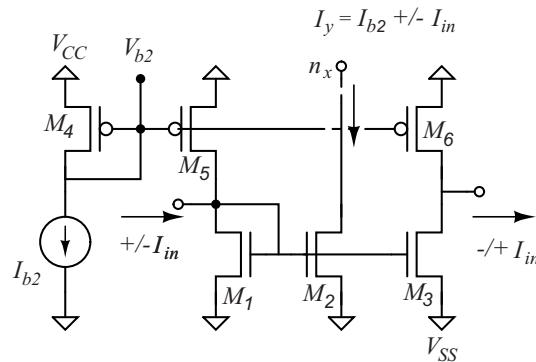


Figura 4.4: Amplificador de corriente inversor de ganancia unitaria y espejo de corriente utilizado para eliminación de la corriente I_{b1} sobre I_x .

Aunque la ecuación (4.6) fue derivada a partir del circuito mostrado en la figura

4.3a, con ella fue posible determinar la función de transferencia del filtro de segundo de orden en cuestion. En cambio, debido a que se considero más práctico modelar al parámetro R en función de g_m en vez de utilizar la ecuación (4.3) dicho parámetro fue modelado por la siguiente expresión

$$R \approx \frac{1,5}{g_{mu}}. \quad (4.9)$$

Esta expresión se obtuvo a partir una serie de simulaciones en Hspice de la respuesta en AC del filtro mostrado en la figura (4.3). Para la cual , g_{mu} es la transconductancia de los transistores (M_u) canal n, ver figura 4.2. Las dimensiones de los transistores que componen a este filtro pasa bajas de segundo orden son calculadas con ayuda de las siguientes expresiones

$$g_m = \frac{2I_d}{V_{eff}} \quad (4.10)$$

$$I_d = \frac{\mu_u C_{ox} W}{2 L} (V_{eff})^2 \quad (4.11)$$

$$\frac{W}{L} = \frac{g_m}{\mu_u C_{ox} V_{eff}}. \quad (4.12)$$

Así, eligiendo una frecuencia de 3dB de 1KHz, $V_{CC} = 1.65V$, $V_{SS} = -1.65V$, $V_{eff} = 250mV$ y de los datos de la tecnología On Semi de $0.5 \mu m$ se obtiene: $R = 3.75K\Omega$, $g_{m(NMOS)} = 400\mu\frac{A}{V}$, $C = 43nF$, $I_{bias} = 50\mu A$, $L = 2.4\mu m$ y $W = 35.1\mu m$. De acuerdo a [26] todos los transistores que integran al filtro deben tener las mismas dimensiones; los transistores M_1 , M_2 y M_3 no forman parte de la estructura principal del filtro. En la tabla 4.1 se resume el dimensionamiento de filtro de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo y en la tabla 4.2 se muestra las dimensiones para los transistores del circuito ilustrado en la figura 4.4.

36 4.2. Filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo

Transistor	$W/L(\mu\text{m}/\mu\text{m})$	M
M_u	35,1/2,4	1
$M_{1,2}$	35,1/2,4	1
M_3	35,1/2,4	3

Tabla 4.1: Dimensiones de los transistores del filtro pasa bajas de segundo orden.

Transistor	$W/L(\mu\text{m}/\mu\text{m})$	M
$M_{(1,2,3)}$	35,1/2,4	1
$M_{(4,5,6)}$	35,1/2,4	3

Tabla 4.2: Dimensiones de los transistores del circuito presentado en la Fig.4.4.

En la figura 4.5 se muestra la respuesta en frecuencia del filtro de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo. Las condiciones de simulación Como podemos apreciar, el filtro presenta un ancho de banda de aproximadamente 1.2KHz y una caída de 40dB por década. Finalmente, en la figura 4.6 se ilustra la corriente de salida I_{of} de dicho filtro como respuesta a una corriente de entrada I_{inf} en forma tren de pulsos de $1\mu\text{A}$ de amplitud y con un periodo de 12.5ms . De acuerdo a esta figura, la corriente de salida I_{of} presenta una corriente de *offset* de aproximadamente $5.9\mu\text{A}$. Esto se debe a que el desempeño de los espejos de corriente de dicho filtro no es ideal. En otras palabras, aunque las corrientes de polarización I_{b1} e I_{b2} (figura 4.2 y 4.4, respectivamente) son igual a $50\mu\text{A}$, en cambio, la corriente en DC de $I_{M3} = 55.9\mu\text{A}$ y $I_{M2} = 50\mu\text{A}$ (ver figura 4.4).

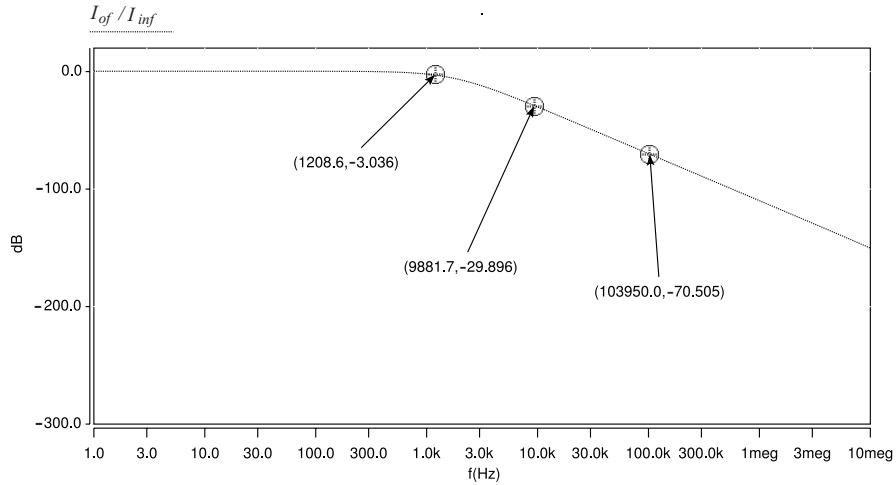


Figura 4.5: Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.

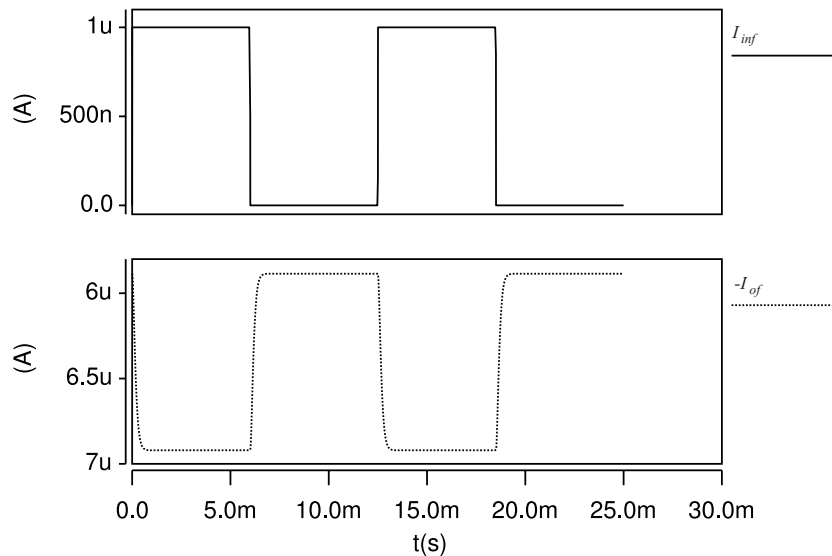


Figura 4.6: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.

4.3. Amplificador de corriente $G(t)$ de ganancia variable

En la figura 4.7 se muestra uno de los dos bloques que componen al bloque $G(t)$, en otras palabras, el circuito amplificador inversor. Este amplificador está conformado

por tres etapas amplificadoras e inversoras interconectadas en cascada con las cuales se espera obtener ganancia final de -64 o bien de 36.12 dB. Es necesario notar que la ganancia de cada una de las etapas amplificadoras presentes en este circuito es igual a -4.

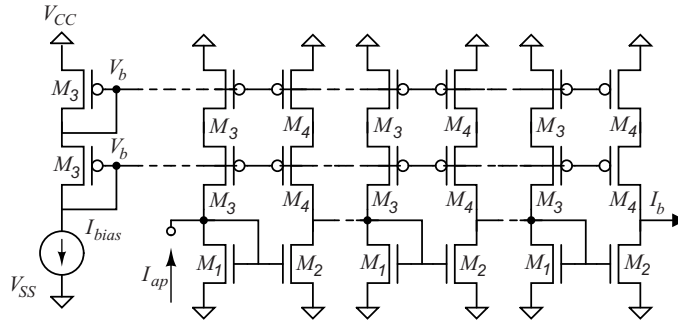


Figura 4.7: Circuito amplificador de corriente .

Para el dimensionamiento de la estructura antes mencionada se utilizó la siguiente expresión la cual fue derivada a partir de la ecuación (4.11)

$$\frac{W}{L} = \frac{2I_d}{\mu_n C_{ox} (V_{eff})^2}. \quad (4.13)$$

Con una corriente de polarización $I_{bias} = 50\mu\text{A}$, un voltaje $V_{eff} = 250\text{mV}$ y con $\mu_n C_{ox} = 110\mu\frac{\text{A}}{\text{V}^2}$ se obtienen las dimensiones de los transistores de este circuito amplificador, las cuales son presentadas en la tabla 4.3. Es importante observar que, para el dimensionamiento de los transistores canal p de dicho circuito se utilizó la siguiente aproximación: $\mu_p C_{ox} \simeq (\mu_n C_{ox})/3$.

Transistor	$W/\mu\text{m}/\mu\text{m}$	M
M1	35,1/2,4	1
M2	35,1/2,4	4
M3	35,1/2,4	3
M4	35,1/2,4	12

Tabla 4.3: Dimensiones de los transistores del circuito amplificador.

En la figura 4.8 se presentan los resultados de la respuesta en frecuencia de dicho amplificador de corriente. Como puede apreciarse, el amplificador tiene un ancho de

banda de aproximadamente 39MHz y una ganancia de 35.5dB. Posteriormente, en la figura 4.9 se muestra la corriente I_b que produce dicho amplificador cuando se le aplica una corriente de entrada I_{ap} en forma tren de pulsos de $0.1\mu\text{A}$ de amplitud y con un periodo de 12.5ms. Dicha corriente de prueba es amplificada por un factor de -60 (35.5dB).

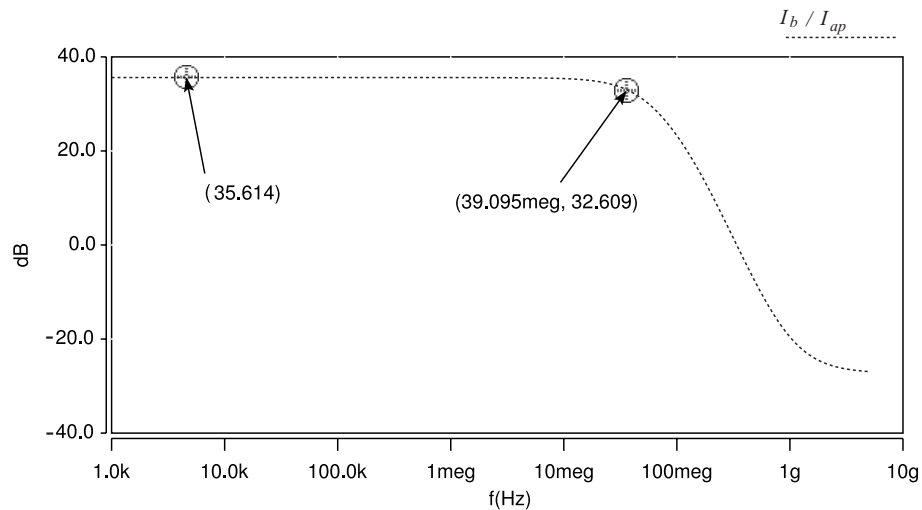


Figura 4.8: Respuesta en frecuencia del circuito amplificador de corriente.

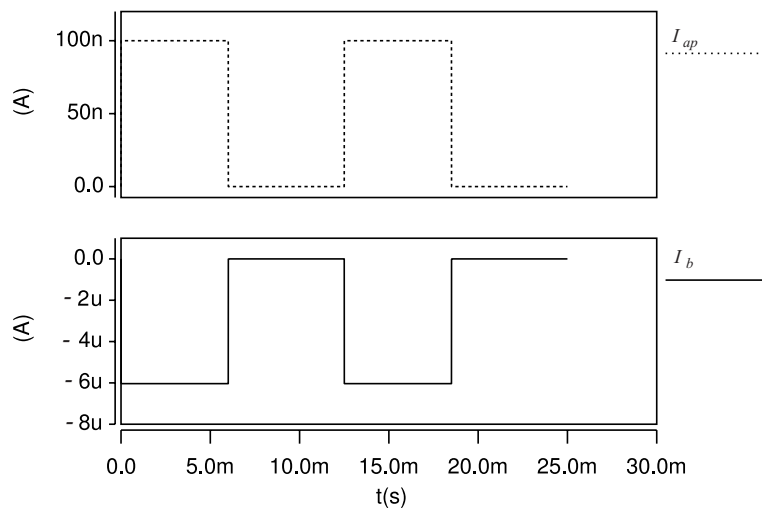


Figura 4.9: Respuesta transitoria del circuito amplificador de corriente.

El bloque atenuador fue implementado mediante un circuito multiplicador de corriente de ganancia variable de cuatro cuadrantes, el cual es mostrado en la figura 4.10.

Para que dicho circuito multiplicador opere adecuadamente, todos los transistores de canal P (o canal N para el caso de la implementación tipo N) deben tener las mismas dimensiones [26].

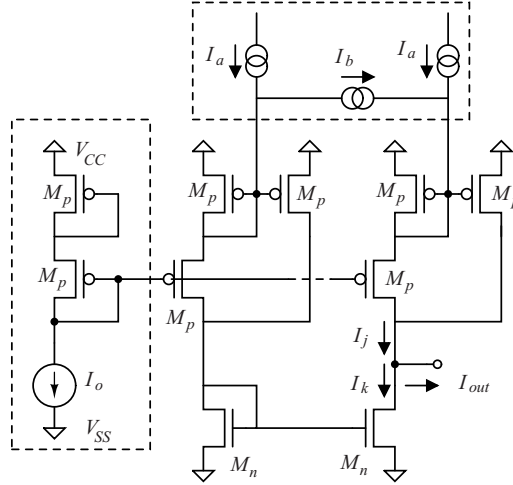


Figura 4.10: Circuito multiplicador de corriente.

De acuerdo a la figura 4.10, la corriente de salida total I_{out} del bloque multiplicador es determinada por la diferencia entre las corrientes I_j e I_k . De acuerdo a [26], $I_j = 2I_o + \frac{(I_a+I_b)^2}{8I_o}$ e $I_k = 2I_o + \frac{(I_a-I_b)^2}{8I_o}$. En consecuencia,

$$I_{out} = I_j - I_k \quad (4.14a)$$

$$I_{out} = \left[2I_o + \frac{(I_a + I_b)^2}{8I_o} \right] - \left[2I_o + \frac{(I_a - I_b)^2}{8I_o} \right] \quad (4.14b)$$

$$I_{out} = \frac{I_a}{2I_o} I_b \quad (4.14c)$$

donde I_o es una corriente de polarización (de $100\mu\text{A}$), mientras que I_a e I_b son las corrientes de entrada del bloque multiplicador. Estas dos últimas corrientes entran a dicho bloque en forma de suma y resta como se indica a continuación

$$I_{in1} = I_a + I_b \quad (4.15)$$

$$I_{in2} = I_a - I_b \quad (4.16)$$

El funcionamiento del circuito multiplicador está sujeto a la restricción impuesta por la ecuación 4.17

$$|I_a| + |I_b| < 4I_o \quad (4.17)$$

La magnitud de la corriente I_a controla la magnitud de la corriente de salida del circuito amplificador de ganancia variable o de $G(t)$ y ésta a su vez determina la magnitud del sobretiro en la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden. El sobretiro de la respuesta es reducido porque se reduce la ganancia de lazo cerrado del circuito. Variando la magnitud de la corriente I_a desde $20 \mu A$ hasta $200 \mu A$ (a través de la señal exponencial decreciente) se logra atenuar la magnitud del sobretiro de la respuesta transitoria de dicho filtro. De acuerdo a la expresión (4.14c) y asumiendo que $I_o = 200 \mu A$, la corriente de salida del multiplicador o atenuador tendrá un valor aproximado de $0.1I_b$ a $1I_b$. La corriente I_b proviene del circuito amplificador anteriormente descrito. EL valor de las corrientes I_a e I_o se determinaron a partir de la ecuaciones (4.14c) y (4.17) del valor máximo que puede tomar la corriente I_b ($100 \mu A$) y del rango de variación deseado ($0.1I_b$ a $1.0I_b$) para la corriente de salida I_{out} del bloque amplificador de ganancia variable $G(t)$ definida por la expresión (4.14c). En la tabla 4.4 se muestra las dimensiones de los transistores del circuito multiplicador en discusión.

Transistor	$W/L \mu m/\mu m$	M
$M_{(n)}$	27/2,4	4
M_p	27/2,4	6

Tabla 4.4: Dimensiones de los transistores del circuito multiplicador.

En la figura 4.11 se muestra el comportamiento en DC del circuito multiplicador utilizando fuentes de corriente ideales (I_{in1} e I_{in2}) como entrada. Podemos apreciar que con $1/k = I_a/2I_o$, $I_o = 100 \mu A$ e $I_a = \{-200, -160, -120, -80, -40, -20, 20, 40, 80, 120,$

160, 200} μA , la corriente de salida I_{out} de dicho bloque presenta valores de atenuación adecuados con respecto a los valores ideales sobre los cuatro cuadrantes y dentro del rango deseado (de 0.1 a 1). Posteriormente, en la figura 4.12 se presenta la respuesta en frecuencia del mismo circuito. Este análisis se realiza para los valores límite (ideales) del rango de atenuación, es decir, para $I_{out1}/I_b = I_a/2I_o = 0.1$ y para $I_{out2}/I_b = I_a/2I_o = 1$. El ancho de banda obtenido fue de 152MHz y 106MHz respectivamente. Finalmente, en la figura 4.13 se muestra su respuesta en el dominio del tiempo para tres casos distintos de grado de atenuación ideales (0.1, 0.5 y 1) cuando se le aplica una corriente de entrada I_{ap} (de prueba) en forma tren de pulsos de 100 μA de amplitud y con un periodo de 12.5ms. Para dicho análisis, nuevamente $I_o = 100 \mu\text{A}$ e $I_a = \{20, 100, 200\} \mu\text{A}$, respectivamente.

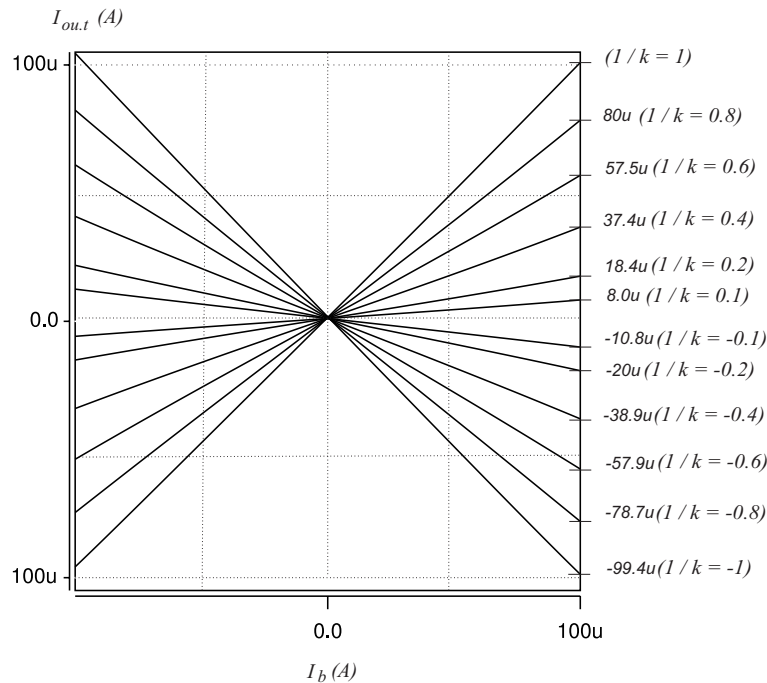


Figura 4.11: Respuesta en DC del circuito multiplicador con corrientes de entrada ideales (I_{in1} e I_{in2}).

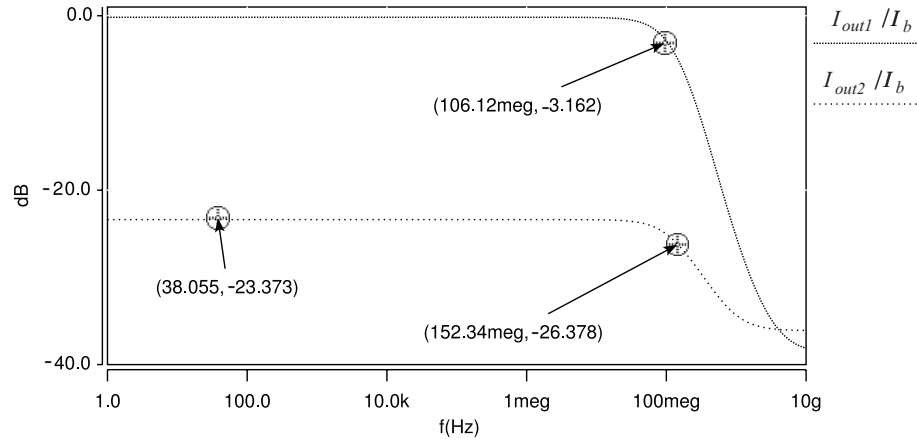


Figura 4.12: Respuesta en AC del circuito multiplicador con corrientes de entrada ideales (I_{in1} e I_{in2}).

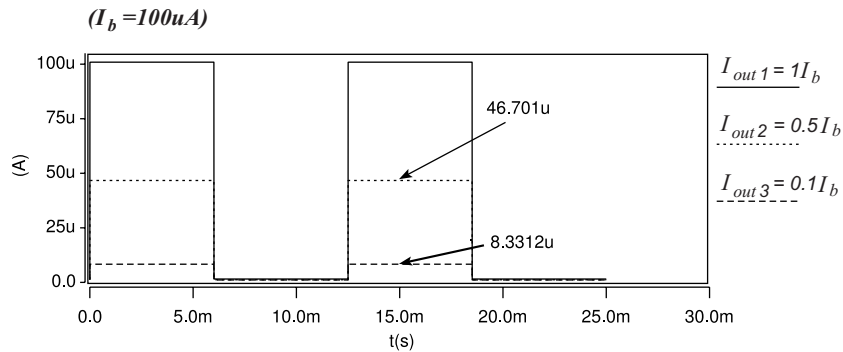


Figura 4.13: Respuesta en el dominio del tiempo del circuito multiplicador con corrientes de entrada ideales (I_{in1} e I_{in2}).

Idealmente se esperaría que el circuito multiplicador previamente estudiado se comportara como se puede apreciar en las últimas tres figuras. Sin embargo, cuando las corrientes de entrada I_{in1} e I_{in2} son generadas con espejos de corriente como se muestra en la figura 4.14, el desempeño de dicho circuito cambia.

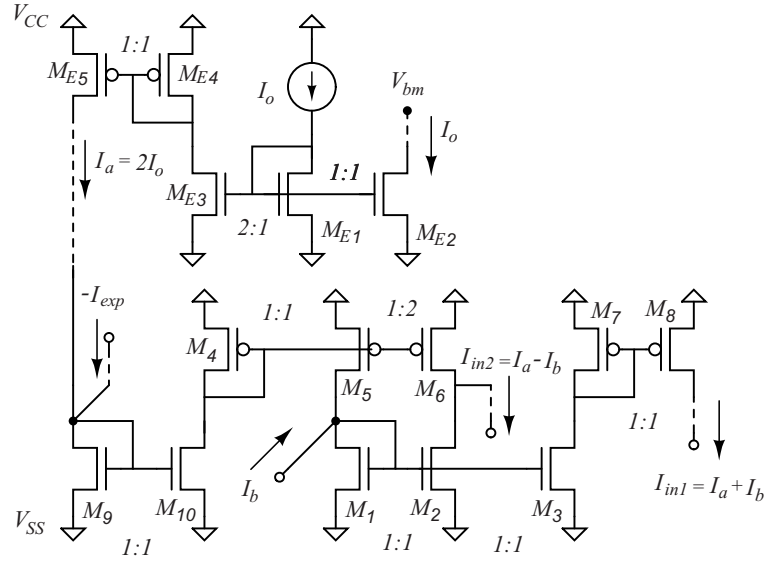


Figura 4.14: Polarización y generación de las corrientes de entrada del bloque multiplicador.

Transistor	$W/L \mu\text{m}/\mu\text{m}$	M
$M_{(E1,E2)}$	33/2,4	2
M_{E3}	33/2,4	4
$M_{(E4,E5)}$	55,5/2,4	6
$M_{(1,2,3)}$	26,7/2,4	4
$M_{(4,5,7,8)}$	27,3/2,4	8
M_6	27,3/2,4	16
$M_{(9,10)}$	26,7/2,4	3

Tabla 4.5: Dimensiones de los transistores del circuito de polarización del bloque multiplicador .

En la figura 4.15 se ilustra la respuesta en AC del circuito multiplicador con corrientes de entrada (I_{in1} e I_{in2}) generadas con espejos de corriente y con $I_{out}/I_b = I_a/2I_o = 1$. A diferencia de la respuesta que se obtiene cuando dichas corrientes de entrada son fuentes de corriente ideales, los resultados que se obtienen ahora es un ancho de banda de 77MHz y una ganancia de 1.07 ó 0.55dB (para $I_{out} = 1I_b$). Por último, en la figura 4.16 se presenta la respuesta en el dominio del tiempo que se obtiene del circuito multiplicador cuando las corrientes de entrada (I_{in1} e I_{in2}) son generadas con espejos de corriente. Para lo cual, $I_o = 100\mu\text{A}$, $I_a = 200\mu\text{A}$ e I_b una corriente en forma tren de pulsos de $100\mu\text{A}$ de amplitud y con un periodo de 12.5ms. Idealmente se esperarí­a que a corriente de salida I_{out} fuera igual a la corriente de entrada I_b , sin embargo,

dicha corriente presenta un nivel de *offset* de aproximadamente $18\mu\text{A}$ y un error de aproximadamente el 7% con respecto al valor ideal.

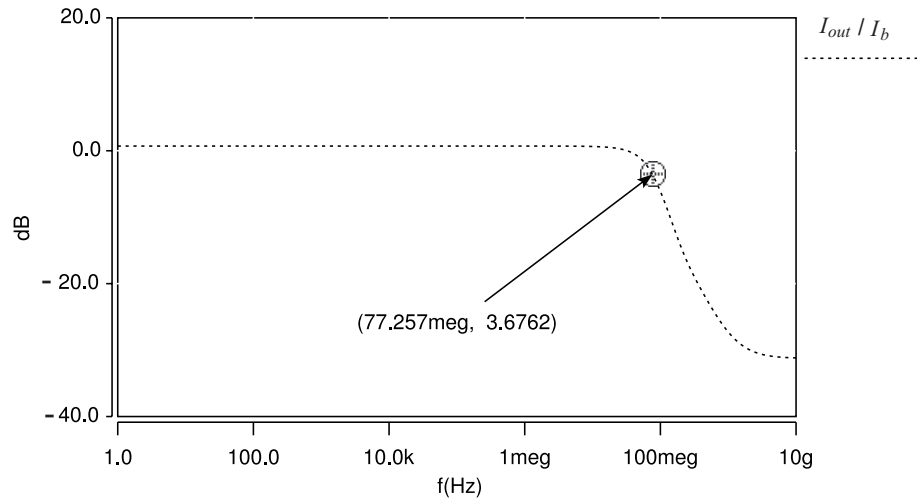


Figura 4.15: Respuesta en AC del circuito multiplicador con corrientes de entrada (I_{in1} e I_{in2}) generadas con espejos de corriente.

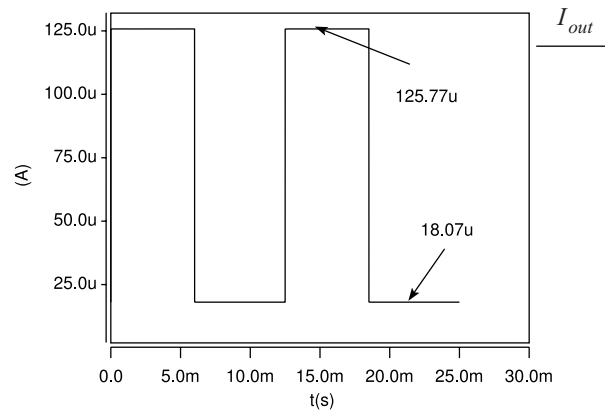


Figura 4.16: Respuesta en el dominio del tiempo del circuito multiplicador con corrientes de entrada (I_{in1} e I_{in2}) generadas con espejos de corriente.

4.4. Generador de señales exponenciales decrecientes

La variación de parámetros sobre el filtro pasa bajas de segundo orden se realiza mediante una señal exponencial decreciente negativa. Para generar dicha corriente se utilizó un filtro pasa altas de primer orden, un circuito rectificador de media onda y amplificador de corriente inversor, tal como se muestra en la figura 4.17. El filtro pasa altas

produce una corriente en forma exponencial I_{hp} decreciente positiva-negativa a partir de un voltaje de entrada en forma de tren de pulsos. Posteriormente, para obtener únicamente la parte positiva de dicha corriente se utilizó un circuito rectificador de media onda positiva con lo cual se obtiene la corriente I_{op} . Finalmente, ya que se requiere una corriente exponencial decreciente negativa (y con una magnitud cuatro veces mayor a I_{op}) se utiliza un amplificador de corriente inversor como etapa de salida.

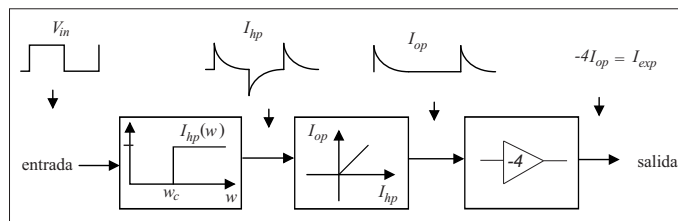


Figura 4.17: Diagrama a bloques de la generación de la señal exponencial decreciente .

En la figura 4.18 se presenta un diagrama a bloques del filtro pasa altas de primer orden. Como podemos apreciar, este circuito está conformado por dos OTAs y un capacitor C . Es necesario notar que la señal de salida del filtro pasa altas es una corriente que depende del voltaje de entrada diferencial de uno de los OTAs. El OTA con transconductancia igual a g_{ma} determina la frecuencia de corte del filtro pasa altas, mientras que el OTA con transconductancia g_{mb} determina su ganancia de voltaje a corriente. El voltaje de entrada del filtro pasa altas se deriva de una señal externa al sistema (un tren de pulsos con $3,3V$ de amplitud). La amplitud del tren de pulsos es poco práctica para tener un rango dinámico de entrada adecuado en ambos OTAs. Por lo tanto, se requiere que esta señal sea atenuada antes de ser introducida al filtro pasa altas. En este caso, la atenuación se realizó por medio de un divisor de voltaje implementado con un par de capacitores ($C_1 = 220fF$, $C_2 = 2.2pF$). Desafortunadamente, este divisor de voltaje es poco práctico ya que se verá afectado por capacitancia del *pad* de entrada del circuito integrado. En otras palabras la capacitancia de dicho *pad* se sumara a C_1 . La función de transferencia de este filtro es modelada mediante la siguiente ecuación:

$$I_{hp} = g_{mb} \left[1 - \left(\frac{g_{ma}}{C} \frac{1}{S + \frac{g_{ma}}{C}} \right) \right] V_{in} \quad (4.18a)$$

$$f_c = \frac{g_{ma}}{2\pi C} \quad (4.18b)$$

$$A_{I_{hp}} = \frac{I_{hp}}{V_{in}} = g_{mb} \quad (4.18c)$$

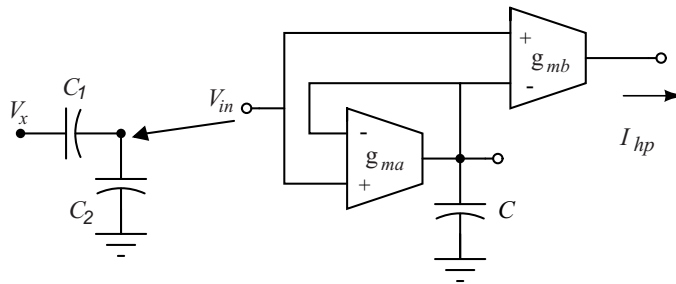


Figura 4.18: Diagrama a bloques del filtro pasa altas.

La magnitud de la corriente de salida del filtro pasa altas (4.18a) controla el factor de atenuación sobre la corriente de salida del circuito multiplicador y ésta a la vez determina la magnitud del sobretiro en la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden. Pero no solo la magnitud (4.18c) de dicha corriente modifica el comportamiento transitorio del filtro pasa bajas de segundo orden, la frecuencia de corte (4.18b) del filtro pasa bajas también desempeña un papel muy importante en el control de dicha respuesta transitoria. Esta frecuencia de corte es quien determina en última instancia el tiempo ($t_{exp} = \frac{1}{f_c}$) durante el cual existe una variación de parámetros sobre el filtro pasa bajas de segundo orden. En otras palabras, la magnitud del sobretiro de la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes es controlada por la magnitud de la corriente I_{hp} (o lo que es más correcto, 4 veces la magnitud de I_{hp} y la constante de tiempo de una señal exponencial decreciente generada por un filtro pasa bajas de primer orden. Tanto la constante de tiempo como la amplitud de esta corriente exponencial son modelados a partir de la teoría desarrollada en [10]. Sin embargo, las expresiones matemáticas que definen a la magnitud de I_{hp}

y a la constante t_{exp} requeridas para reducir la magnitud del sobretiro generado por el filtro pasa bajas de segundo orden son muy complejas y por ello se recurrió a métodos gráficos basados en computadora para su estimación [10]. Por esta razón, el valor de estas constantes es ajustado por simulación en Hspice. De este modo se estableció: $t_{exp} \approx 6ms$ y $|I_{hp}| \approx 45\mu A$ (dicha magnitud de corriente será posteriormente multiplicada por un factor de 4, para obtener una corriente $I_{exp} \approx 180\mu A$). Esta corriente exponencial decrece de $180\mu A$ a $0\mu A$ aproximadamente en $6ms$ y al mismo tiempo se resta con la corriente I_a (de $200\mu A$) de entrada de bloque multiplicador antes descrito. De este modo la corriente de salida I_o del amplificador de ganancia ajustable toma valores de $0.1 I_b$ a I_b en el mismo intervalo de tiempo ($6ms$). Dicha variación dinámica de ganancia es lo que permite reducir la magnitud del sobretiro de la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden.

Dado que la constante de tiempo t_{exp} ($= 1/f_c = 2\pi C/g_{ma} = 6ms$) del filtro pasa altas es muy grande, para lograr dicha constante utilizando un capacitor C integrable (de $2.4pF$ en este caso) se requiere una transconductancia (g_{ma}) con un valor de $2.5nS$ aproximadamente. Esto implica utilizar una estructura especial de OTA para poder implementar una transconductancia de tal magnitud. En la figura 4.19 se ilustra el esquema del OTA empleado para la implementación de dicha transconductancia.

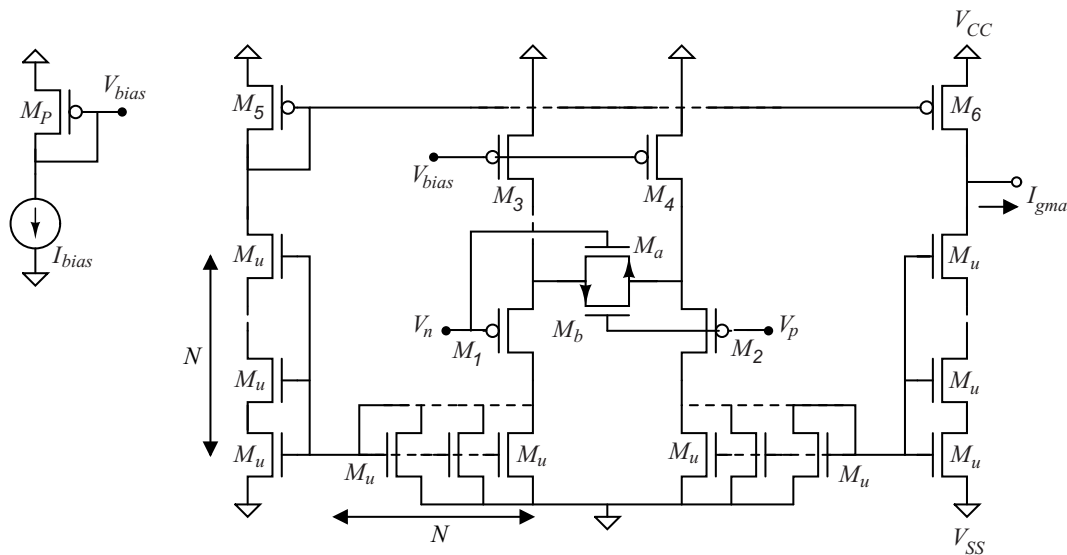


Figura 4.19: Esquema del nano OTA- g_{ma} del filtro pasa altas.

Como puede apreciarse en la figura 4.19, el OTA con transconductancia igual a g_{ma} es una estructura poco convencional comparada contra implementaciones tradicionales para este tipo de bloques. Este circuito está reportado en [27] y es esencialmente una versión modificada del OTA simétrico. Dicha estructura tiene incorporado dos técnicas de reducción de transconductancia, la primera técnica se basa en la división de corriente mediante el uso de transistores conectados en serie y en paralelo mientras que la segunda técnica utiliza dos transistores polarizados en la región de trío [28, págs. 51-94]. Esta técnica es en realidad una técnica de linearización activa. Sin embargo implica reducción de la transconductancia intrínseca del par diferencial. Gracias a estas dos técnicas de reducción de transconductancia con este OTA se pueden obtener transconductancias del orden de los nS.

La transconductancia de este OTA está definida por la ecuación

$$G_{ma} = \frac{g_{m1}}{1 + N g_{m1} R}, \quad (4.19)$$

donde g_{m1} es la transconductancia del par diferencial, N es el numero de transistores M_u conectados en serie-paralelo, y R es el valor de la resistencia producida por los dos transistores operando en la región de trío (M_a y M_b).

La polarización de este OTA de muy baja transconductancia se realiza del mismo modo como se polariza un OTA simétrico convencional como el presentado en la figura 4.20. Sin embargo, debido a que la corriente que se requiere para su polarización es muy pequeña (del orden de los nA) es necesario incorporar un circuito adicional para poder generar dicha corriente. Para resolver este problema, se optó por el circuito divisor de corriente publicado en [29] e ilustrado en la figura 4.21. La estrategia en este circuito divisor de corriente consiste en dimensionar a M_d , M_e y M_f de tal modo que la corriente en cada rama sea progresivamente dividida por un factor de N. Es decir, $(W/L)_d = N - 1$, $(W/L)_e = N/(N - 1)$ y $(W/L)_f = 1$. Para este caso en particular se eligió N=3.

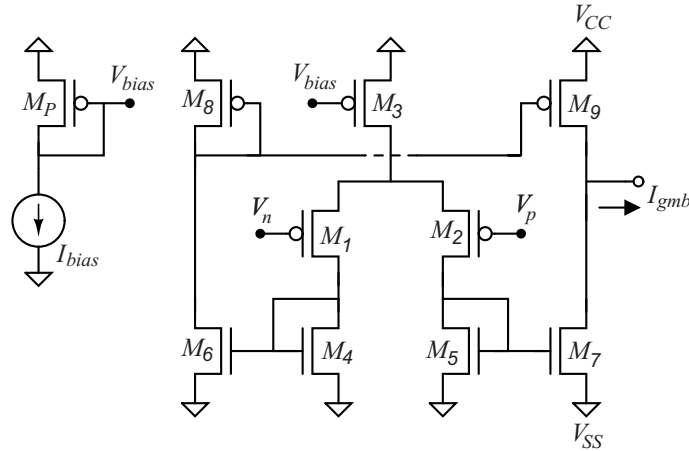


Figura 4.20: Esquema del OTA- g_{mb} del filtro pasa altas.

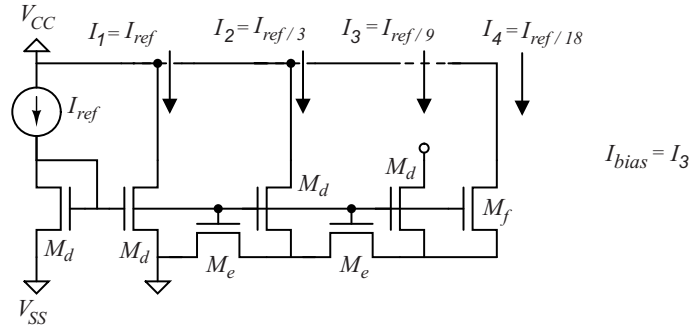


Figura 4.21: Generación de la corriente de polarización del OTA- g_{ma} .

El diseño del filtro pasa bajas se inicia con el diseño del OTA con transconductancia g_{ma} , para el cual se requiere que $g_{ma} = 2.5nS$. Una transconductancia así de pequeña requiere también una corriente de polarización bastante pequeña (300nA para este caso). Dicha corriente de polarización se generó a partir de la división de una corriente de referencia (I_{ref}) de $4.5\mu A$ (ver figura 4.21). A sí, a partir de la ecuación (4.13), con $V_{eff} = 300mV$ y $\mu_p C_{ox} = 36\mu \frac{A}{V^2}$ obtenemos las dimensiones de casi todos los transistores que integran a este OTA de baja transconductancia. Las dimensiones de los transistores M_a y M_b son calculados con ayuda de la ecuación (4.20), donde k es una constante de linealización, para este caso se eligió $k = 1.7$. De hecho, con el objeto de obtener una linealización óptima k puede tomar valores de 1.25 a 1.75, ver [28, pag. 123]. En la tabla 4.6 podemos ver con más detalle las dimensiones de todos los transistores que conforma al OTA en cuestión mientras que en la tabla 4.7 se muestran las

dimensiones los transistores del circuito empleado para la generación de la corriente I_{bias} de polarización de dicho OTA.

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{a,b} = \frac{\left(\frac{W}{L}\right)_{1,2}}{4k} \quad (4.20)$$

Transistor	$W/L(\mu m/\mu m)$	N
$M_{(1,2,3,4)}$	7,2/39	1
$M_{(a,b)}$	2,4/88,2	1
M_u	2,4/39	13
$M_{(5,6)}$	7,2/222	1
M_p	7,2/39	1

Tabla 4.6: Dimensiones de los transistores del OTA- g_{ma} .

Transistor	$W/L(\mu m/\mu m)$
M_d	4,8/2,4
M_e	3,6/2,4
M_f	2,4/2,4

Tabla 4.7: Dimensiones de los transistores del circuito empleado para polarizar al OTA- g_{ma} .

En la figura 4.22 se muestra la función de transferencia en DC del OTA con transconductancia g_{ma} . Dicha función de transferencia corresponde a corriente de salida diferencial contra el voltaje de entrada diferencial. Como podemos ver, se obtiene una transconductancia constante y lineal de 2.7nS para un rango del voltaje de entrada diferencial de aproximadamente 900mV.

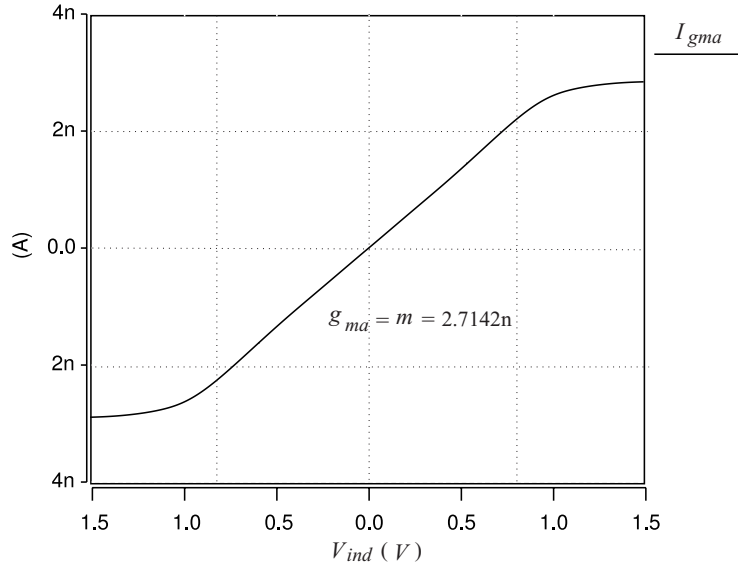


Figura 4.22: Función de transferencia en DC del OTA- g_{ma} .

El diseño del OTA con transconductancia g_{mb} se realiza considerando que este OTA es quien determina la magnitud de la corriente de salida del filtro pasa altas, es decir, $|I_{hp}| = g_{mb}V_{in} = 45\mu\text{A}$. Para garantizar que la transconductancia g_{mb} se mantenga lineal en el punto en donde la corriente de salida $I_{hp} = 45\mu\text{A}$ (ó I_{gmb} , ambas corrientes son las mismas en DC), se utiliza una corriente de polarización $I_{bias} = 58\mu\text{A}$. Con este valor de corriente y con $V_{eff} = 300\text{mV}$ se obtienen las dimensiones de los transistores del OTA con transconductancia g_{mb} . Estas dimensiones son presentadas en la tabla 4.8. En la figura 4.23 se presenta la función de transferencia en DC que corresponde a este OTA. Como podemos apreciar, el rango del voltaje de entrada diferencial V_{ind} para el cual la transconductancia g_{mb} (con un valor de $170\mu\frac{\text{A}}{\text{V}}$) se mantiene lineal es de aproximadamente 250mV .

Transistor	$W/L(\mu\text{m}/\mu\text{m})$	M
$M_{(1,2)}$	52,5/2,4	1
M_p	52,5/2,4	2
M_3	52,5/2,4	2
$M_{(4,5,6,7)}$	14,1/2,4	1

Tabla 4.8: Dimensiones de los transistores del OTA- g_{mb} .

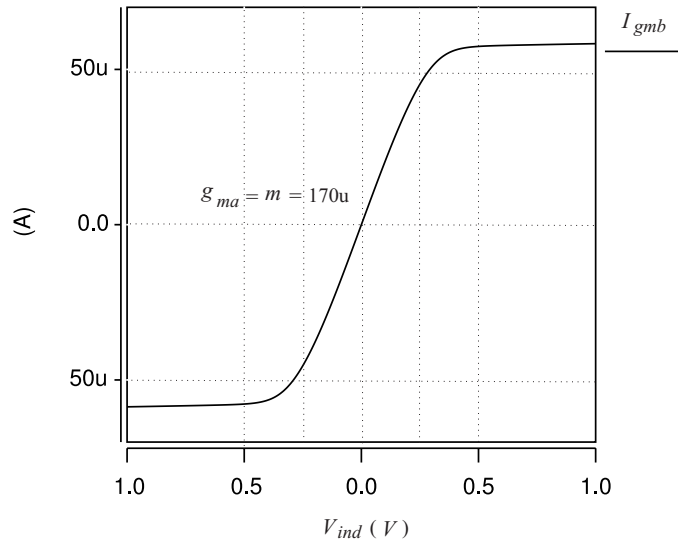


Figura 4.23: Función de transferencia en DC del OTA- g_{mb} .

En la figura 4.24 se muestra la respuesta en frecuencia del filtro pasa altas. Este filtro presenta una frecuencia de corte f_c de aproximadamente de 161Hz. Con el valor de esta frecuencia, el valor teórico de la constante de tiempo t_{exp} es de 6.2 ms (0.2 ms por encima del valor deseado). Por otra parte, la ganancia de dicho filtro es de -75.45dB. Tal como lo expresa la ecuación (4.18c) dicha ganancia corresponde a una transconductancia $g_{mb} = 169\mu A/V$. Posteriormente, para obtener la respuesta en el dominio del tiempo de dicho filtro se le aplicó un voltaje V_{in} en forma de tren de pulsos de 80Hz y 280mV de amplitud. Como respuesta al voltaje de entrada aplicado se obtuvo una corriente exponencial I_{hp} decreciente (positiva-negativa) con un t_{exp} de aproximadamente 6ms y una magnitud de $43\mu A$. Tanto la señal de entrada como la de salida las podemos apreciar en la figura 4.25.

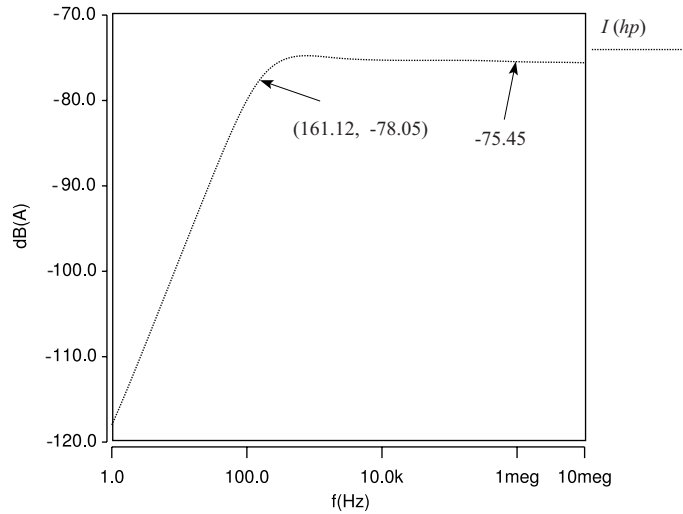


Figura 4.24: Respuesta en frecuencia del filtro pasa altas de primer orden.

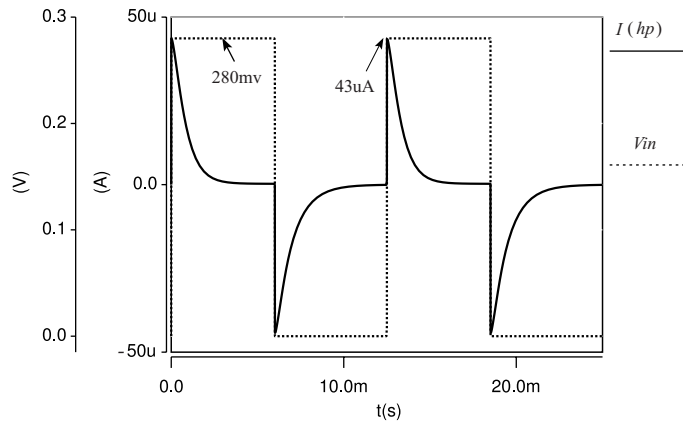


Figura 4.25: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro pasa altas de primer orden.

A continuación en la figura 4.26 se ilustra el esquema del circuito utilizado para rectificar la corriente exponencial I_{hp} generada por el filtro pasa altas previamente descrito. Se trata de un rectificador de corriente y voltaje clase AB de bajo voltaje [30], el cual consiste básicamente de dos transistores (M_n y M_p) polarizados con un voltaje (V_b) menor a la suma de los voltajes de umbral de M_n y M_p y mayor al voltaje de umbral de cualquier de ellos ($|V_{thP}| + V_{thP} > V_b > \{|V_{thP}|, V_{thP}\}$). Con dicho voltaje y condiciones de equilibrio ($I_{in} = 0$) ambos transistores operan en la región de subumbral. Asimismo, dada la magnitud de V_b ambos transistores no pueden ser encendidos simultáneamente, según sea la corriente de entrada será el transistor que se encuentre

encendido. Una corriente de entrada positiva enciende a M_p y fluye a través del mismo. Una corriente de entrada negativa apaga a M_p y enciende al transistor sobre el cual ahora ésta fluye (M_n).

La celda descrita en [30] es usado como un circuito rectificador de onda completa. Sin embargo, está se puede conectar tal como se muestra en la figura 4.26 como rectificador de media onda positiva. En la figura 4.27 se muestra el circuito utilizado para generar los voltajes de polarización (V_{bp} y V_{bn}) de dicho rectificador. Estos voltajes de polarización son generados tomando en cuenta que $|V_{thP}| + V_{thP} > V_b > \{|V_{thP}|, V_{thP}\}$. La condición anterior se logra cumplir fácilmente utilizando una corriente de polarización pequeña (en este caso fue $1.5\mu A$). Dicha corriente se obtiene mediante el espejo de corriente conformado por I_{bias} , M_{bias} y M_7 , donde $I_{bias} = 10\mu A$. Este mismo circuito (figura 4.27) es utilizado para amplificar la corriente de salida del circuito rectificador (I_{op}) e introducirla al amplificador de ganancia variable $G(t)$.

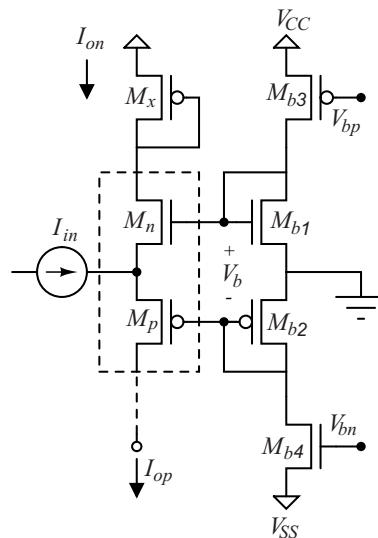


Figura 4.26: Circuito rectificador de media onda.

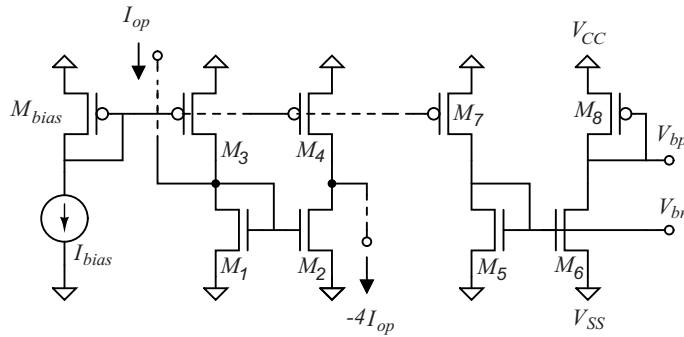


Figura 4.27: Polarización del circuito rectificador.

En las tablas 4.9 y 4.10 se presenta las dimensiones de los transistores que componen al circuito rectificador y al circuito empleado para la polarización del mismo. En la figura 4.28 se presenta la respuesta en DC del circuito rectificador propuesto y en la figura 4.29 se presenta las respuesta del mismo en el dominio de tiempo (para una corriente de prueba en forma sinusoidal de $60\mu\text{A}$ de amplitud y con una frecuencia de 1kHz).

Transistor	$W/L(\mu\text{m}/\mu\text{m})$	M
M_n	3/2,4	1
M_p	9/2,4	1
M_x	9/2,4	1
M_{b1}	3/2,4	5
M_{b2}	9/2,4	5
M_{b3}	9/2,4	1
M_{b4}	3/2,4	1

Tabla 4.9: Dimensiones de los transistores del bloque rectificador.

Transistor	$W/L(\mu\text{m}/\mu\text{m})$	M
M_1	6,9/2,4	1
M_2	6,9/2,4	4
M_3	20,7/2,4	1
M_4	20,7/2,4	4
M_{bias}	20,7/2,4	1
$M_{(5,6)}$	3/2,4	1
M_7	4,2/2,4	1
M_8	9/2,4	1

Tabla 4.10: Dimensiones de los transistores del circuito de polarización para el circuito rectificador.

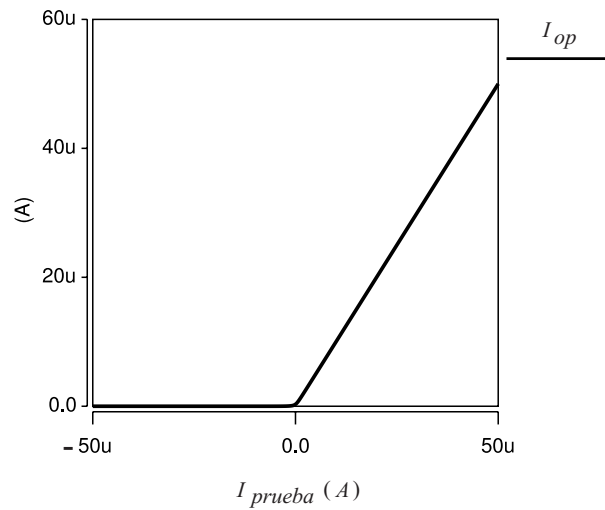


Figura 4.28: Función de transferencia en DC del circuito rectificador de media onda.

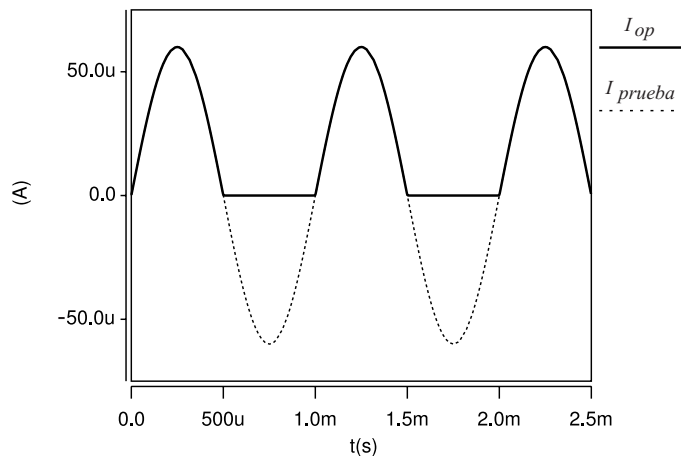


Figura 4.29: Respuesta en el dominio del tiempo del circuito rectificador de media onda para una corriente de entrada sinusoidal de prueba.

Para concluir esta sección, en la figura 4.30 se muestra en primera instancia a la corriente de salida del filtro pasa altas de primer orden después de ser rectificada (I_{op}).

También en esta misma figura podemos ver a la corriente exponencial decreciente negativa final (I_{exp}) a través de la cual se realiza la variación de la ganancia del bloque $G(t)$ la cual controla a la magnitud del sobretiro en la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden. Tal como se había preestablecido, dicha corriente exponencial tiene una constante de tiempo de aproximadamente 6 ms y una magnitud de $172\mu\text{A}$ muy cercano al valor deseado ($180\mu\text{A}$).

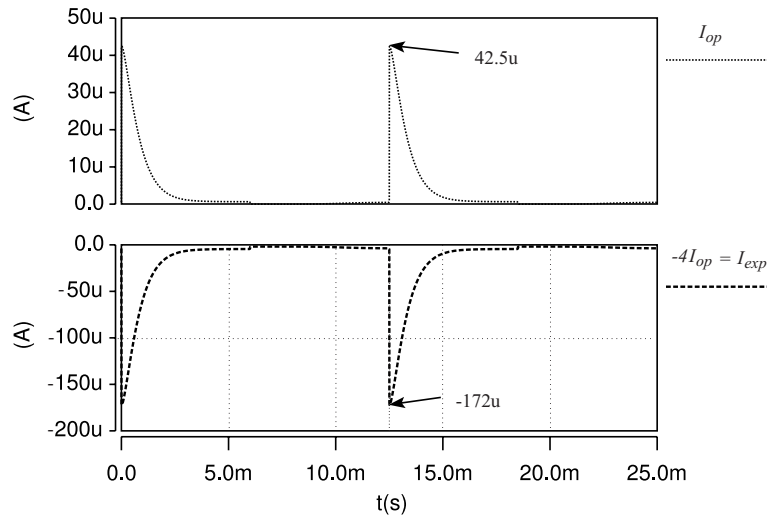


Figura 4.30: Corriente de salida del filtro pasa altas rectificadas I_{op} y corriente exponencial decreciente I_{exp} .

4.5. Respuesta transitoria del filtro

Finalmente en la figura 4.31 se muestran los resultados obtenidos de la simulación de la respuesta transitoria del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo. La línea continúa corresponde a la respuesta del filtro cuando no se realiza ninguna variación de parámetros. En otras palabras, la corriente exponencial decreciente I_{exp} generada por el bloque correspondiente no se encuentra presente, ver figura 4.1. Por lo que el bloque de ganancia variable $G(t)$ ahora se comporta como un bloque de ganancia (G_c) constante e independiente del tiempo, para lo cual $1/k = 1$. De este modo, el diagrama a bloques que corresponde para este caso es el que se muestra en la figura 4.32.

Bajo estas condiciones el filtro se comporta como un sistema lineal e invariante en el tiempo (o LTI, por las siglas en inglés del término *linear time-varying*) con polos complejos conjugados definidos por la expresión (3.27b) , en donde $p_c = 1/RC$.

La línea punteada representa la respuesta del filtro cuando se induce una variación temporal sobre el parámetro $G(t)$ a través de la corriente exponencial decreciente. Como podemos apreciar en esta figura, dicha variación se ve reflejada en la reducción de la magnitud del sobretiro de la respuesta transitoria de dicho filtro. En la tabla 4.11 se presenta el valor de los parámetros de diseño del filtro en cuestión para los dos casos antes mencionados. Finalmente, en la tabla 4.12 se presenta los índices de desempeño del filtro cuando sus parámetros permanecen constantes y del desempeño del mismo cuando sus parámetros son temporalmente inducidos.

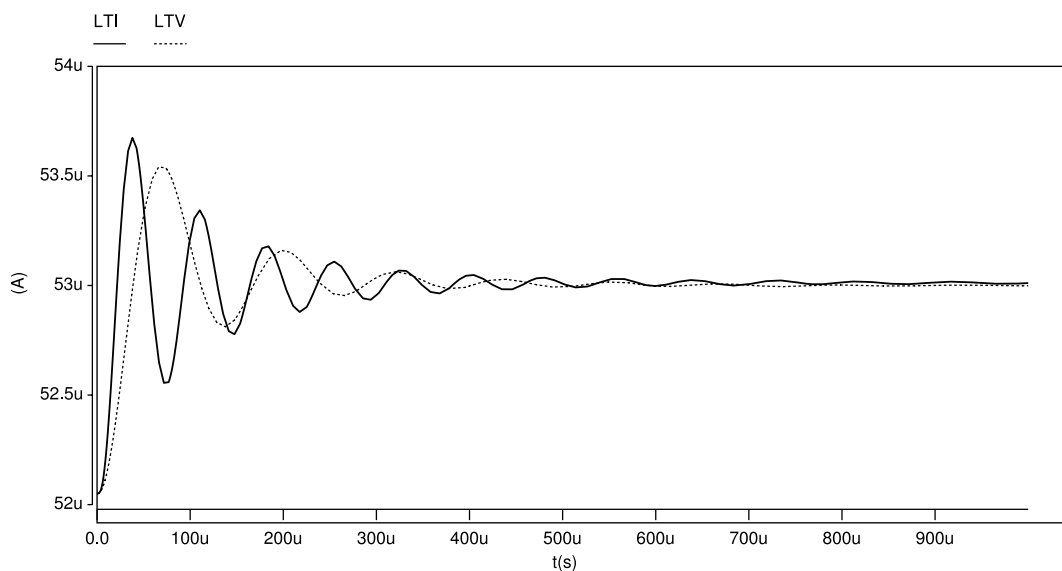


Figura 4.31: Resultados de simulación de la respuesta transitoria del filtro de segundo orden con parámetros variante en el tiempo.

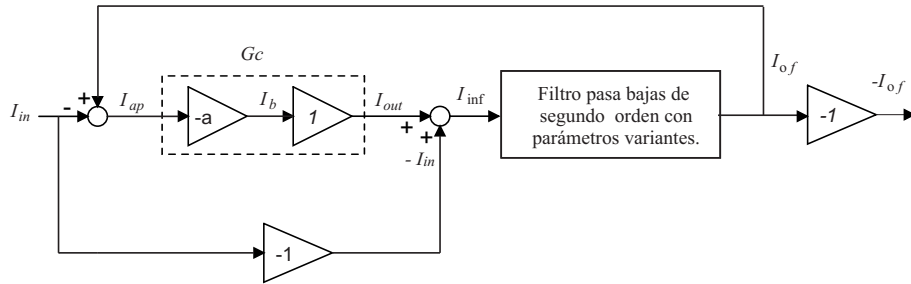


Figura 4.32: Diagrama a bloques equivalente del filtro pasa bajas de segundo orden cuando no se realiza variación de sus parámetros.

Parámetros de diseño	Filtro LTI	Filtro con parámetros variantes
G_c	60	60
p_c (rad/s)	6.2×10^3	6.2×10^3
G_x	-	55
t_d (ms)	-	1.2

Tabla 4.11: Valor de los parámetros de diseño del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.

Es necesario notar que en principio es posible variar la corriente que controla la frecuencia de 3 dB de los filtros de primer orden para acelerar la respuesta del filtro pasa bajas. Sin embargo, debido a la naturaleza no lineal del filtro una variación del parámetro anteriormente mencionado resultó ser contraproducente. La conducta dinámica de este circuito como consecuencia de la variación de dicho parámetro amerita un estudio matemático más exhaustivo.

Parámetros de diseño	Filtro LTI	Filtro con parámetros variantes
$t_s(5\%) \mu[s]$	187	150
M_p	0.63	0.5

Tabla 4.12: Índice de desempeño del filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

5.1. Conclusiones

En este trabajo se implementó un filtro pasa bajas de segundo orden con parámetros variantes en el tiempo. La variación de forma temporal de la ganancia en lazo cerrado de dicho filtro a través de una corriente exponencial decreciente reduce la magnitud del sobretiro de su respuesta transitoria. A partir de los resultados obtenidos por simulación de la respuesta transitoria de dicho filtro se concluye que:

- La implementación de filtros con parámetros variantes en el tiempo mediante circuitos a base de transistores MOS es una buena alternativa para dicho propósito.
- Es conveniente optimizar las características de la señal exponencial decreciente negativa utilizada para variación de la ganancia en lazo cerrado del filtro en pro de una mayor reducción de la magnitud del sobretiro de su respuesta transitoria.
- La reducción de la respuesta transitoria del circuito propuesto mediante el incremento de su ancho de banda o frecuencia de 3 dB requiere un estudio más meticuloso.

5.2. Trabajo a futuro

- Proponer e implementar una estrategia para obtener un rango dinámico de entrada adecuado en los OTAs que conforman al filtro pasa altas que es usado junto con el circuito rectificador para generar la señal exponencial decreciente.
 - Estudiar detalladamente la reducción de la respuesta dinámica del filtro como resultado de la variación de la frecuencia de 3 dB e implementar los circuitos electrónicos correspondientes.
 - Realización del *Layout*, extracción y caracterización post- *Layout*.
-

Bibliografía

- [1] R. Kaszyński, “A proposal of non-stationary low-pass Chebyshev’s filters,” in *Proc. 1996 IEEE Int. Conf. Emerging Technologies and Factory Automation(EFTA’96), Kauai, HI*, vol. 2, pp. 759–762, 1996.
- [2] R. Kaszyński, “Stability of parametric, analog low-pass filters,” in *Proc. 1999 7th IEEE Int. Conf. Emerging Technologies and Factory Automation(EFTA’99), Barcelona, Spain*, vol. 1, pp. 579–582, 1999.
- [3] M. Jaskula and Kaszyński, “Using the parametric time-varying analog filter to average evoked potential signals,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 53, no. 3, pp. 709–715, June 2004.
- [4] J. Piskorowski and T. Barciński, “Dynamic compensation of load cell response: a time-varying approach,” *Mech. Syst. and Signal Process*, vol. 22, no. 7, pp. 1694–1704, October 2008.
- [5] J. Walczak and A. Romanowska, “Second order LTV sections with simultaneous variation of both parameters,” *Electryka*, vol. 206, no. 2, pp. 53–66, 2008.
- [6] P. Pietrzak, “Fast filtration method for static automatic catchweighting instruments using a non-stationary filter,” *Metrology and Meas. Syst.*, vol. 16, no. 4, pp. 669–676, October-December 2009.
- [7] J. Piskorowski, “A concept of Q-varying continuous time notch filter with improved dynamic behavior,” in *Proc. IEEE Int. Conf. International Instrumentation and Measurement, Singapore*, pp. 913–917, May 5-7 2009.
- [8] J. Piskorowski and M.A. Gutiérrez de Anda, “A new concept of continuous-time narrow bandpass Q-varying filter with transient suppression,” in *Proc. 2010 IEEE Int. Symp. Circuits and Syst., Paris, France*, pp. 1272–1275, 2010.
- [9] P. Pietrzak, “Dynamic mass measurement using a discrete time-variant filter,” in *Proc. IEEE 26th Conv. Elect. and Electron. Engineers in Israel(IEEEI), Eilat, Israel*, pp. 000151–000155, 2010.

-
- [10] M.A. Gutiérrez de Anda and I. Meza Dector, “A second-order lowpass parameter-varying filter based on the interconnection of first-order stages,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 58, no. 8, pp. 1840–1853, August 2011.
- [11] I. Meza Dector, “Diseño de filtros continuos pasabajos con parámetros variantes en el tiempo,” M.S. thesis, Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 2009.
- [12] J. Mulder, W.A. Serdijn, A.C. van der Woerd, and A.H.M. van Roermund, *Dynamic Translinear and Log-Domain Circuits: Analysis and Synthesis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999.
- [13] M. Hernández Sandoval, “Diseño de bloques de circuito para la implementación de filtros rechazabanda con parámetros variantes en el tiempo,” M.S. thesis, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Tonantzintla, Puebla, 2010.
- [14] D. Corcos, D. Goren, and Y. Nemirovsky, “CMOS-SOI-MEMS transistor (teramos) for terahertz imaging,” in *Proc. 2009 2nd IEEE Int. Conf. on Microwaves, Communications, Antennas and Electronics Systems (IEEE COMCAS 2009)*, Tel Aviv, Israel, pp. 1–5, November 9-11 2009.
- [15] D. Grogg, D. Tsamados, N.D. Badila, and A.M. Ionescu, “Integration of MOS-FET transistors in MEMS resonators for improved output detection,” in *Proc. 2007 14th IEEE Int. Conf. Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS & EUROSENSORS’07)*, Lyon, France, pp. 1709–1712, June 10-14 2007.
- [16] B.P. Lathi, *Signal Processing and Linear Systems*, Oxford University Press, New York, 1998.
- [17] W.A. Serdajin, J. Mulder, A.C. van der Woerd, and A.H.M. van Roermund, “A wide-tunable translinear second-order oscillator,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 32, no. 2, pp. 195–201, February 1998.
- [18] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, New Jersey, 2002.
- [19] Y. Tsvividis, “Externally linear, time-invariant systems and their application to companding signal processors,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 44, no. 2, February 1997.
- [20] Y. Tsvividis, “Internally varying analog circuits minimize power dissipations,” *IEEE Circuits and Devices Magazine*, pp. 63–72, January 2003.
- [21] M.T. Ozgun, Y. Tsvividis, and G. Burra, “Dynamic power optimization of active filters with application to Zero-IF receivers,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 41, no. 6, pp. 1344–1352, June 2006.
-

-
- [22] B. Anderson and J. Moore, “New results in linear system stability,” *SIAM Journal of Control*, vol. 7, no. 3, pp. 398–414, August 1969.
- [23] J. Walczak and A. Romanowska, “Analiza stabilności dolnoprzepustowych filtrów parametrycznych o wolnozmiennych parametrach (stability analysis of the low-pass parametric filters with slowly varying parameters),” *Elektryka*, vol. 208, no. 4, pp. 31–38, 2008.
- [24] M.A. Gutiérrez de Anda, A. Sarmiento Reyes, L. Hernández Martínez, J Piskowski, and R. Kaszyński, “The reduction of the duration of the transient response in a class of continuous-time LTV filters,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems II - Express Briefs*, vol. 56, no. 2, pp. 102–106, February 2009.
- [25] M.A. Gutiérrez de Anda, I. Meza Dector, and J.C. Sánchez García, “A parameter-varying lowpass filter with reduced transient response,” in *European Conference on Circuit Theory and Design*, 2009, pp. 149–152.
- [26] K. Bult and H. Wallinga, “A class of analog CMOS circuits based on the square-law characteristic of an MOS transistor in saturation,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. SC-22, no. 3, pp. 357–365, June 1987.
- [27] A. Arnaud, R. Fiorelli, and C. Galup Montoro, “Nanowatt, sub-ns OTAs, with sub-10mv input offset, using series-parallel current mirrors,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 41, no. 9, pp. 2009–2018, September 2006.
- [28] J.E. Kardontchik, *Introduction to the Design of Transconductor-Capacitor Filters*, Kluwer Academic, Norwell, Massachusetts, 1992.
- [29] B. Linares Barranco and T. Serrano Gotarredona, “On the design and characterization of femtoampere current-mode circuits,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 38, no. 8, pp. 1353–1363, August 2003.
- [30] J. Ramírez Angulo, R.G. Carvajal, J. Martínez Heredia, and A. Torralba, “Very low-voltage class AB CMOS precision voltage and current rectifiers,” in *Proc. 2000 IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems, Geneva, Switzerland, May 28-31 2000*.
-

Apéndice A

Codigos en Hspice para la simulación del funcionamiento del filtro propuesto en esta tesis

```
.include D:\Simulin\ON-SEMI-05u.lib
V+      VEE      0      1.65
V-      VSS      0      -1.65

.param  Leq=2.4u

*****      Inicia nodo de retro-alimentación      *****
*****
.param  Wn3=35.1u
.param  wp3=35.1u
.param  L3=2.4u

M1p  25      25      VEE  VEE  CMOSF L=L3 W=wp3      M=3
Ibias1  25      VSS  50u

M3d  inf  25      VEE  VEE  CMOSF L=L3 W=wp3      M=3
M1d  inf  inf      VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn3
M2d  26      inf      VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn3
```

```

Vin      29      26      0
M4d  27      inf  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn3
M5d  27      25  VEE  VEE  CMOSP L=L3 W=wp3      M=3
Vt3   27      2    0    *Corriente Iinf de entra del filtro
Vout  5      29    0    *Corriente de salida del filtro
Vt1   29      17    0    *Corriente de salida del nodo de retro-alimentación
                                *y que entra al amplificador

*****
***** termina nodo de retro-alimentación *****

***** comienza circuito amplificador *****
*****

M4p  19      19  VEE  VEE  CMOSP L=L3 W=Wp3      M=3
M3p  18      18  19    VEE  CMOSP L=L3 W=wp3      M=3
Ix   18      VSS    50u

.subckt amplificador 1 2 vEE VSS in out
M1b  in in  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn3
M2b  out in  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn3      M=4
M3b  in  1   3  VEE  CMOSP L=L3 W=wp3      M=3
M4b  out 1   4  VEE  CMOSP L=L3 W=wp3      M=12
M5b  3   2   VEE  VEE  CMOSP L=L3 W=Wp3      M=3
M6b  4   2   VEE  VEE  CMOSP L=L3 W=Wp3      M=12
.ends

x2  18  19  VEE  VSS  17  20  amplificador
x3  18  19  VEE  VSS  20  21  amplificador
x4  18  19  VEE  VSS  21  23  amplificador
Vt2 23  13  0

*****
***** termina circuito amplificador *****

```

```

***** Inicia circuito multiplicador *****
*****
.param Wn1=27u
.param wp1=27u
.param L1=2.4u
*Polarización*
Io VEE 67 100u
M1E 67 67 VSS VSS CMOSN L=L1 W=33u M=2
M2E 6 67 VSS VSS CMOSN L=L1 W=33u M=2
M3E 68 67 VSS VSS CMOSN L=L1 W=33u M=4
M4E 68 68 VEE VEE CMOSP L=L1 W=55.5u M=6
M5E Va 68 VEE VEE CMOSP L=L1 W=55.5u M=6
M6p 7 7 VEE VEE CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M5p 6 6 7 7 CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
*multiplicador*
M1a 8 8 VEE VEE CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M2a 9 8 VEE VEE CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M3a 9 6 8 8 CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M4a 9 9 VSS VSS CMOSN L=L1 W=wn1 M=4
M5a 10 10 VEE VEE CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M6a 11 10 VEE VEE CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M7a 11 6 10 10 CMOSP L=L1 W=wp1 M=6
M8a 11 9 VSS VSS CMOSN L=L1 W=wn1 M=4
*fuentes de voltaje auxiliares para medir corriente
Vin1 16 10 0
Vin2 14 8 0
Vt4 11 2 0
*****In1=Ia+Ib (nodo 16)e Iin2=Ia-Ib (nodo 14)*****
.param Wn2=26.7u
.param wp2=27.3u
.param L2=2.4u

```

```

M1c  13  13  VSS  VSS  CMOSN L=L2 W=Wn2      M=4
M2c  14  13  VSS  VSS  CMOSN L=L2 W=Wn2      M=4
M3c  15  13  VSS  VSS  CMOSN L=L2 W=wn2      M=4
M4c  12  12  VEE  VEE  CMOSP L=L2 W=wp2      M=8
M9c   Va  Va  VSS  VSS  CMOSN L=L2 W=Wn2      M=3
M10c 12  Va  VSS  VSS  CMOSN L=L2 W=Wn2      M=3
M5c   13  12  VEE  VEE  CMOSP L=L2 W=Wp2      M=8
M6c   14  12  VEE  VEE  CMOSP L=L2 W=Wp2      M=16
M7c  15  15  VEE  VEE  CMOSP L=L2 W=wp2      M=8
M8c  16  15  VEE  VEE  CMOSP L=L2 W=wp2      M=8

```

```

*****
***** termina circuito multiplicador *****

```

```

***** comienza filtro pasa bajas de 2do Orden *****
*****

```

```

.subckt Filtro Vcc VSS in out1 out2
.param Wn=35.1u
Ibx  4  VSS  50u
Ma   4  4  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn

M1  in  4  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn
M2  in  in  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn
M3  5  in  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn
C1  in  0  43n
M4  5  5  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn
M5  6  5  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn
M6  6  6  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn
M7  7  6  VSS  VSS  CMOSN L=L3 W=Wn
C2  6  0  43n
M8  7  7  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn
M9  out1 7  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn
M10 out2 7  Vcc  Vcc  CMOSP L=L3 W=Wn

```

```
.ends

X1    VEE    VSS    2    5    n2    Filtro

M9d    n2    n2    VSS    VSS    CMOSN    L=L3    W=Wn3
M10d   LP2    n2    VSS    VSS    CMOSN    L=L3    W=Wn3
M11d   LP2    25    VEE    VEE    CMOSP    L=L3    W=wp3    M=3
Vot2   LP2    0    -829.3495m    *fuente de voltaje auxiliar para medir la corriente de salida
                                *del filtro pasa bajas de segundo
***** termina filtro pasa bajas de 2do Orden *****
*****
***** Comienza señal exponencial decreciente *****
*****
***** OTA-gma *****
.subckt OTA-gma inP inN VEE VSS out
.param Lnc=2.4u
.param Wa=4.8u
.param wb=3.6u

Iref   VEE    a    4.5u
Ma1    a    a    VSS    VSS    cmosn    L=Lnc    W=Wa
Ma2    VEE    a    VSS    VSS    cmosn    L=Lnc    W=Wa
Mb1    VSS    a    b    VSS    cmosn    L=Lnc    W=Wb
Ma3    VEE    a    b    VSS    cmosn    L=Lnc    W=Wa
Mb2    b    a    c    VSS    cmosn    L=Lnc    W=Wb
Ma4    Vb    a    c    VSS    cmosn    L=Lnc    W=wa
Mf     VEE    a    c    VSS    cmosn    L=Lnc    W=Lnc

.param Wp=7.2u
.param Wn=2.4u
```

```
.param Lgm1=39u
```

```
MP Vb Vb VEE VEE cmosp L=Lgm1 W=wp
M13 5 Vb VEE VEE cmosp L=Lgm1 W=wp
M14 6 Vb VEE VEE cmosp L=Lgm1 W=wp
M15 7 7 VEE VEE cmosp L=222u W=wp
M16 out 7 VEE VEE cmosp L=222u W=wp
M1 3 inN 5 5 cmosp L=Lgm1 W=wp
M2 4 inP 6 6 cmosp L=Lgm1 W=wp
Ma 5 inN 6 6 cmosp L=88.2u W=wn
Mb 6 inP 5 5 cmosp L=88.2u W=wn
M3 3 3 VSS VSS cmosn L=Lgm1 W=wn M=13
M4 4 4 VSS VSS cmosn L=Lgm1 W=wn M=13
M9 7 3 8 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M10 8 3 9 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn

M21 9 3 21 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M22 21 3 22 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M23 22 3 23 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M24 23 3 24 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M25 24 3 25 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M26 25 3 26 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M27 26 3 27 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M28 27 3 28 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M29 28 3 29 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M30 29 3 30 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn

M7 30 3 VSS VSS cmosn L=Lgm1 W=wn

M11 out 4 10 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M12 10 4 11 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn

M31 11 4 31 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M32 31 4 32 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
```

A. Codigos en Hspice para la simulación del funcionamiento del filtro propuesto en esta tesis

73

```
M33 32 4 33 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M34 33 4 34 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M35 34 4 35 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M36 35 4 36 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M37 36 4 37 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M38 37 4 38 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M39 38 4 39 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
M40 39 4 40 VSS cmosn L=Lgm1 W=wn

M8 40 4 VSS VSS cmosn L=Lgm1 W=wn
.ends

*****

*****      OTA-gmb      *****

.subckt OTA-gmb inP inN VEE VSS out
.param Wn=14.1u
.param Wp=52.5u

Io Vb VSS 58u *Ib=29u(rama)
M8 6 6 VEE VEE cmosp L=Leq W=wp
M9 out 6 VEE VEE cmosp L=Leq W=wp
MP Vb Vb VEE VEE cmosp L=Leq W=wp M=2
M3 3 Vb VEE VEE cmosp L=Leq W=wp M=2
M1 4 inN 3 3 cmosp L=Leq W=wp
M2 5 inP 3 3 cmosp L=Leq W=wp
M4 4 4 VSS VSS cmosn L=Leq W=wn
M5 5 5 VSS VSS cmosn L=Leq W=wn
M6 6 4 VSS VSS cmosn L=Leq W=wn
M7 out 5 VSS VSS cmosn L=Leq W=wn
.ends

*****

*****      Filtro Gm-C pasa altas      *****
```

```

C      LP      0  2.4p
x5     in     LP  VEE  VSS  LP   OTA-gma
X6     in     LP  VEE  VSS  HP   OTA-gmb
Vamp   HP     inr  0

*****

*****      rectificador      *****

.subckt rectificador in VEE VSS  outP
.param  wn=3u
.param  wp=9u

Mx  3      3      VEE      VEE  cmosP L=Leq  w=wp
MN  3      V1     in       VSS  cmosn L=Leq  w=wn
MP  4      V2     in       VEE  cmosP L=Leq  w=wp

Mb3  v1     Vbp     VEE     VEE  cmosP L=Leq  W=wp
Mb1  V1     V1     0       VSS  cmosn L=Leq  W=wn  M=5
Mb2  V2     V2     0       VEE  cmosP L=Leq  W=wp  M=5
Mb4  V2     Vbn     VSS     VSS  cmosn L=Leq  W=wn

.param  Wn2=6.9u
.param  Wp2=20.7u

Io  x      VSS  10u

M3  x      x      VEE     VEE  cmosP L=Leq  w=wp2
M5  outP   x      VEE     VEE  cmosP L=Leq  w=wp2  M=4
M4  4      x      VEE     VEE  cmosP L=Leq  w=wp2
M1  4      4      VSS     VSS  cmosn L=Leq  w=wn2
M2  outP   4      VSS     VSS  cmosn L=Leq  w=wn2  M=4

Mb7  Vbn   x      VEE     VEE  cmosP L=Leq  W=4.2u
Mb5  Vbn   Vbn    VSS     VSS  cmosn L=Leq  W=wn
Mb6  Vbp   Vbn    VSS     VSS  cmosn L=Leq  W=wn

```

A. Codigos en Hspice para la simulación del funcionamiento del filtro propuesto en esta tesis

75

```
Mb8 Vbp Vbp VEE VEE cmosP L=Leq W=wp
```

```
.ENDS
```

```
*****
```

```
X7 inr VEE VSS 40 rectificador
```

```
VouP 40 Va 0
```

```
***** Termina señal exponencial decreciente *****
```

```
*****
```

```
***** Divisor de voltaje *****
```

```
VinC in1 0 PULSE 0 3.3 0 5u 5u 6m 12.5m
```

```
C1 in1 in 220f *220f *240f valor original
```

```
C2 in 0 2.2p
```

```
*****
```

```
*Iin 0 inf 0
```

```
*Iin 0 inf AC 1
```

```
Iin 0 inf PULSE 0 1u 0 5u 5u 6m 12.5m
```

```
.OPTIONS method=gear runlvl=6 relvar=1e-5 absvar=1e-7 chgtol=1e-18 kcltest=1 TNOM=27 POST
```

```
*.pz I(vout) Iin
```

```
.OP
```

```
*.OPTIONS NOMOD TNOM=27 POST
```

```
*.DC Iin -10u 10u 0.1u
```

```
*.AC DEC 100 1 10Meg
```

```
.TRAN 0.25n 9m
```

```
.PROBE I(*)
```

```
.END
```

