INVESTIGACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE PATRONES PERIÓDICOS EN MEDIOS NO LINEALES

Por:

M. en C. Francisco Marroquín Gutiérrez

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de

Doctor en Ciencias en la especialidad de Óptica

en el

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.

Supervisada por:

Dr. Nikolai Korneev Z.
Dr. Alejandro Apolinar Iribe

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Tonantzintla, Pue.
Enero de 2008

“INVESTIGACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE PATRONES PERIÓDICOS EN MEDIOS NO LINEALES”

Agradecimientos

Dedicatorias

Indice *pag.*

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al creador, gracias por darme la paciencia, serenidad de seguir hasta ahora, por darme la oportunidad de conocer a tantas y tantas personas, siendo cada una de ellas un motor en mi vida. **A mi padre**, sé que siempre estuvo ahí…por cuidarme y me hiciste tanta falta, pero aprendí que el no tenerte me hizo más fuerte y así, caminé…. caminé… y seguiré caminando.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (**CONACyT**) por otorgarme la beca, durante todo el desarrollo de mis estudios de posgrado, sin esto seria imposible concluir.

Agradezco al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (**INAOE**), por el cobijo y apoyo otorgado por sus instalaciones, para concluir con mi formación y todo el personal.

Agradezco a mis asesores: **Dr. Nikolai Korneev** (INAOE) y **Dr. Alejandro Apolinar Iribe** (UNISON), por su paciencia, por sus consejos y por la valiosa confianza.

A mis sinodales: **Dr. Ruben Ramos, Dr. Ponciano Rodriguez, Dr. Víctor Vysloukh, Dr. Carlos Treviño, Dr. E. Kuzin**, gracias por sus observaciones, gracias.

A mi **madre Amelia**, después de tantos sacrificios de todo tipo, ya ves que si se pudo, gracias por tu apoyo siempre, gracias mamá. Gracias **A. Carolina Martínez Lemus (manzanita)**, tuvimos muchas batallas juntos en ese momento, sobre todo triunfamos, ambos por nuestra parte. Gracias, por tu paciencia y

comprensión, nuestras vidas continúan, aunque ahora cada uno por su lado, pero te deseo lo mejor del mundo. Pero seguimos vivos…. muy vivos, tanto por que sé que sentimos, lloramos, reímos y seguimos soñando. Cuídate mucho, tú bien sabes que te deseo lo mejor del mundo. A mi mascota especial, **"july",** siempre estuvo acompañándome muchas madrugadas, fiel como siempre, sé que la cuidaras mucho.

En lo personal, agradezco al **C.P. Faustino Rodriguez R**. gracias por el apoyo incondicional, MUCHAS GRACIAS ¡!!!!!!. A paty coordinación de óptica, al profe. **Dr. Cornejo, al Dr. J.J. Mondragón**, por sus consejos, al **Dr. Sergio V**., al **Dr. Félix, Dr. Javier, al Dr. Blas**, a mi amigo **Neza** (microelectrónica), **Dr. Roger, Dr. Víctor Jiménez**, a los futuros investigadores, **Brasilia y José Ángel** (compañeros de cubo), a **Dr. Víctor Arrizón** por el apoyo en Hillo, **a los polis**, de la caseta, al buen **Leoncio**, **George**, **Liliana** Se que le debo muchos agradecimientos a muchas personas, espero que no se molesten, pero GRACIAS, GRACIAS,MUCHAS GRACIAS.

Agradezco, la Universidad Politécnica de Pachuca (UPP), **Dr. Gustavo Núñez E., Dr. Juan Luis Díaz de León y al Dr. Francisco Trejo Macotela**, por el poyo brindado, con los días de permiso, muchas gracias, mi compromiso es con más trabajo, gracias.

Agradezco a los amigos y compañeros de la UPP, los que me han hecho la vida mas fácil, al otorgarme su amistad en Pachuca, a **javo, Mike, Dra. Chío, Gerar, Ángel, palmis, Ara, Jordi, Vilchis, Clodo, Nanci, Luz E., Jordi, Luís, Caro, Dr. Santos**, **Juan G.** Todos muy buenos amigos y sobre todo excelentes personas. Para ti **CG^{2}P**, ni modos, es un buen momento para iniciar una buena historia, si tú quieres. **LA GENTE QUE ME GUSTA** (Mario Benedetti).

¡¡¡¡Muchas gracias a todos!!!!

Resumen

Este trabajo de tesis se realizaron estudios de la interacción de haces periódicos propagándose a traves de un medio no lineal. Los haces de luz o de escritura se encuentran fuera de la condición de Bragg. En este caso, cuando se tiene alta no linealidad, y además los haces de escrituras son muy pequeños (≈mrad), en este caso surgen muchos altos ordenes de difracción.

Las investigaciones se desarrollaron experimentalmente en una cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, y en la parte numérica se consideró al ecuación no lineal de Schrödinger, siendo esta la que describe numéricamente la propagación de los haces en medios tipo Kerr (cambio del indice de refracción, como resultado del incremento del campo eléctrico). Investigamos las condiciones en las que es posible fabricar estructuras periódicas, mediante la técnica de interferencia. Estas estructuras periódicas (lattices) en medios no lineales, tienen interés por que puede ser la posibilidad de controlar la propagación y de atrapar la luz, en otras palabras el control de la luz. Las estructuras periódicas, ya han sido observadas en otros sistemas. Investigamos las dependencias al incrementar el campo eléctrico.

Se analizó el fenómeno de inestabilidad modulacional transversal, siendo este crucial en haces gaussianos, se consideraron las condiciones del auto-enfocamiento, en el rango de la inestabilidad se analizaron todos los parámetros de mayor relevancia: la no linealidad, el ángulo de grabado de la rejilla de amplitud, las intensidades (alta y baja) relacionadas con el contraste.

Abstract

In this thesis work, studies of the propagation of periodical beams that spread through a non lineal environment have been carried out. The light or writing beams are out of the condition of Bragg. In this case, when there is no high linearity, and the writing beams are very small (mrad). In this case, many high diffraction orders appear.

The experiments have been carried out in a SBN photorefractive crystal: And in the numerical part, the Schrödinger non lineal equation has been considered, as it is the one that descrives numerically the propagation of the beams in Kerr environments (change of the refraction index, as a result of the increase of the electric field). We investigated the conditions in which it is possible to manufacture periodical structures by means of the interference technique. Those periodical structures (Lattices) in non lineal environments are very interesting because they can give the possibility to control the propagation and to catch the light. In other words, the control of light. The periodical structures have been observed in other systems. We investigated the dependences while increasing the electric field.

The phenomenon of transversal modulational instability has been analised, as it is very important in Gaussian beams. The conditions of self-foccus have also been considered. In the range of instability, all the important parameters have been analised. The no lineality, the angle of the engraving of the amplitude grill, the high and low intensities with relation to contrasts.

INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción.

Óptica no lineal describe el comportamiento de la luz en los medios con respuesta no lineal. Sus temas abarcan diferentes tipos de efectos, como la generación de segundo armónico, así como una amplia variedad de efectos de auto-acción, como la filamentación y los solitones, típicamente observados con láseres pulsados de alta intensidad. Si bien el estudio de los efectos no lineales tiene una larga historia, que se remonta a la física de los sistemas mecánicos, el campo de la óptica no lineal es relativamente joven y, de hecho, nació sólo después de la invención del láser. Poco después, con el estudio de la interacción de radiación-materia surgió como una rama activa de la investigación y impulsado la evolución de la ciencia de los materiales y otras. Hoy en día, la óptica no lineal se ha dividido en diversas ramas, dependiendo de la forma del material utilizado para estudiar los fenómenos no lineales. El crecimiento de la investigación en óptica no lineal está estrechamente vinculado a los rápidos avances tecnológicos que se han producido en campos relacionados, tales como fenómenos ultra-rápidos, fibra óptica y comunicaciones ópticas. La Óptica no lineal abarca una gran gama de actividades, desde estudios fundamentales de la interacción entre la radiación y la materia para el desarrollo de dispositivos, componentes, y sistemas de gran interés comercial para las aplicaciones ópticas generalizadas en las telecomunicaciones, la medicina y la biotecnología.

El estudio de efectos nolineales en estructuras fotónicas periódicas (*lattices*) recientemente atrajo fuerte interés debido a las posibilidades novedosas de controlar

la propagación en el espectro lineal y la difracción de la onda y, consecuentemente afecta fuertemente la propagación no lineal y localización de la luz.

Las *Lattices* fotónicas pueden ser inducidas ópticamente por patrones de luz libres de difracción creados por la interferencia de varias ondas planas. Sin embargo, la carga inducida en el índice de refracción depende de la intensidad de la luz y en el régimen no lineal es acompañado por efecto de auto-acción.

La propagación de la luz en medios no lineales con estructura periódica, es un área muy importante de investigar. Estos fenómenos han sido observados en múltiples, sistemas, como: estructuras biológico moleculares [1], guías de ondas no lineales [2], sistemas de estado sólido [3], en el condensado de Bosé-Einstein [4] y en la física de plasma [5].

Un tipo especial de estructuras periódicas (lattices) y particularmente las artificiales, son los conocidos como cristales fotónicos [6]. Estos representan un género de estructuras con una periodicidad en el índice de refracción. Estas lattices, pueden ser de una (1D), dos (2D) o tres dimensiones (3D). Algunos de los ejemplos relacionados con los cristales fotónicos en 1D son: los espejos dieléctricos, las rejillas de Bragg en las fibras ópticas, y las guías de ondas ópticas [7-10].

Los cristales fotónicos tienen la particularidad de producir bandas permitidas y prohibidas, similares a al comportamiento en el estado sólido. Las estructuras periódicas permiten la modificación y control de las propiedades lineales (dispersión, refracción), como de propiedades no-lineales (generación de armónicos, auto-acción, etc.).

Para crear estructuras fotónicas [11 -12] en 1D, es necesario trabajar con tamaños característicos muy cercanos a la longitud de onda (λ) requerida. En este trabajo nosotros construimos guías de ondas ópticas por el método de la interferencia

de haces de grabado en un material no-lineal (fotorrefractivo) [13]. Existen otras técnicas, para dicha fabricación como: la polimerización UV, litografía, grabado con flujo de iones, etc; pero no ninguna de estas últimas es utilizado en el presente trabajo.

Para fabricar rejillas de difracción mediante el grabado de un material fotorrefractivo (fotoconductor y electroóptico) utilizando la propagación de haces de luz, es necesario considerar tres efectos:

1.- El Acoplamiento entre los haces de luz.
2. - La Difracción de Bragg.
3.- El especificar la geometría de la rejilla: (1D), (2D) y (3D), dimensiones.

En el presente trabajo, se fabricaron franjas de interferencia con características periódicas, mediante el grabado de un patrón de interferencia entre dos haces coherentes. Estos son emitidos por un laser de estado sólido a una λ=532 nm. Se utilizó la técnica de mezcla de dos ondas, estos interactúan en una región del cristal fotorrefractivo de estroncio bario niobato (SBN:Ce), dicho cristal se encuentra dopado con cerio, y se utilizaron dos cristales con dimensiones y concentraciones desiguales.

Los haces interfieren formando franjas de interferencias, una franja obscura es producida por obstáculo de 1.5 mm (en uno de los costados) a traves de todo el cristal, siendo esta la región de interés de la propagacion de los haces, al aplicarle un voltaje. Esto se explicar con la relación E=V/d, siendo V el voltaje aplicado y d el espesor del cristal de SBN:Ce. Se obtienen resultados interesantes. El fenómeno de autoenfocamiento se hace presente durante la propagacion del haz Gaussiano a traves del cristal de SBN:Ce, otro de los fenómenos es la auto-compresión de los perfiles de intensidad, originando guías de onda.

El auto-enfocamiento de un haz de tipo gaussiano, relacionado con los solitones [14-16]. Un solitón es una onda solitaria que preserva asintóticamente su forma y velocidad en interacciones no lineales, con otras ondas solitarias o con perturbaciones localizadas.

En nuestro caso particular, la auto-compresión de los patrones periódicos de luz [17], son de mucho interés, por que debido a estas estructuras (arreglos periódicos), es posible cambiar de forma sencilla las propiedades del SBN:Ce, como el signo, el valor de la no linealidad, el periodo y la modulación del índice de refracción del propio material de SBN:Ce.

En el presente trabajo se realizan comparaciones entre los resultados experimentales y los teóricos. En la parte experimental se diseñó un arreglo interferómetrico de alta eficiencia y de alta sensibilidad. Se analizó cada uno de los parámetros de los que dependen al formar múltiples haces al incrementar el campo eléctrico aplicado al material fotorrefractivo de SBN:Ce. Se encontraron las condiciones apropiadas para la formación de estos arreglos periódicos, para generar guías de onda ópticas en el cristal de SBN:Ce.

Para obtener los resultados teóricos, se requirió de la ecuación no lineal de Schrödinger (NLSE) y para nuestro caso nos describe la propagación de los haces en medios de tipo Kerr (cambio en el índice de refracción debido a la aplicación de un campo eléctrico externo) y de los pulsos en las fibras ópticas [18]. Los resultados experimentales son comparados en el régimen no lineal (espacial y temporal) obteniendo óptimos resultados [17 -18].

El análisis experimental comparado con los estudios teóricos, en el régimen de la estabilidad de las estructuras periódicas, ha sido poco investigado y analizado en cristales fotorrefractivos de SBN:Ce. Se han efectuado otras investigaciones del comportamiento de la auto-compresión de patrones periódicos, en la que se observó

la aparición de sub-franjas, dentro del patrón de franjas de interferencias en un material fotorrefractivo de titanato de bario (BTO). Este comportamiento se explicó en su momento con la inestabilidad transitoria, que provoca la amplificación de franjas en movimiento ("running waves") dentro del cristal fotorrefractivo [19-20]. En esos trabajos, la auto-compresión fue limitada debido al rompimiento del patrón de franjas en la dirección transversal, explicándose por el fenómeno de la inestabilidad modulacional transversal en un cristal fotorrefractivo SBN:Ce [20].

La aplicación de estas estructuras periódicas, puede tener un impacto en las comunicaciones ópticas, computación, biosensores, en diagnósticos médicos, etc. Las guías ópticas, se encuentran presentes en dispositivos de modulación, conmutación, deflexión, multiplexado, transmisiones de señales e interruptores ópticos [21-23].

1.2. Objetivo general

El propósito de este trabajo es el estudiar los aspectos necesarios al propagarse haces gaussianos en medios no lineales. Analizar la propagación de la luz en un medio no lineal. Fabricar estructuras periódicas mediante el grabado de un patrón de interferencia. El resultado de estas variaciones periódicas del indice de refracción, se formaron guías de onda ópticas en un medio no lineal. Se encontraron las condiciones apropiadas para guiar un haz de luz producido por un laser de HeNe (633 nm) con respecto al plano formado por dos haces de escritura (532 nm) dentro la estabilidad de dicha guia. Estudiar y comparar los resultados experimentales con los cálculos teóricos, al utilizando como modelo matemático la ecuación no lineal de Schrödinger. El presente trabajo de tesis, está estructurado de la siguiente manera:

En capítulo 1, se explica el po

En el capítulo 2 se describen los conceptos físicos y los fenómenos involucrados durante la propagación de la luz en un medio no lineal, tales como: el efecto Kerr, el auto-enfocamiento, solitones, efecto fotorrefractivo, mezcla de ondas, NLSE.

En el capítulo 3 se presentan las características más importantes del arreglo interferómetrico requerido para desarrollar el trabajo experimental. Se describen las propiedades del cristal fotorrefractivo SBN:Ce requerido para la generación de las lattices.

En el capítulo 4 se hace la descripción y se presentan los resultados experimentales y teóricos obtenidos de estudio al crear lattices, en la que se muestran las comparaciones.

Finalmente, se presentan las principales conclusiones del trabajo desarrollado del análisis experimental y teórico, se observaron las posibilidades de crear y guiar estas guías de onda.

Capítulo 2

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se hace una investigación bibliográfica de los conceptos físicos involucrados en el trabajo de tesis. La propagación de luz, como onda electromagnética se describe con las ecuaciones de Maxwell. Las propiedades ópticas del medio, son consideradas en estas ecuaciones, para esto existen relaciones entre los campos $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}$, y $\vec{B}$. Para bajas intensidades, estas relaciones suelen aproximarse como lineales, entonces se trata de óptica lineal; pero debido a que ciertos láseres producen intensidades altas, pueden originar efectos no-lineales. En este último caso, sus propiedades ópticas del medio dependen de la intensidad y polarización de la onda. Una de las situaciones más usualmente es la no-linealidad tipo Kerr, en la cual el índice de refracción es proporcional a la intensidad de luz. La propagación en este caso puede describirse mediante la ecuación no lineal de Schrödinger (NLSE).

2.1. Óptica lineal y óptica no lineal.

En óptica lineal el índice de refracción depende de la frecuencia de la luz, luego, solo en este caso, se considera que la reflexión y refracción son independientes de la intensidad del haz de la luz. La óptica no lineal, estudia la interacción de la luz y la materia, cuando el material responde de manera no lineal a la amplitud del campo eléctrico de la misma luz, así, el índice de refracción del medio se puede controlar con la iluminación de una haz de luz; en otras palabras, la propagación de un haz de luz se puede manipular con la luz, ello condujo a establecer una gran variedad de innovación tecnológica basada en el control de la luz con la luz.

Cuando una onda electromagnética se propaga a través de un medio no lineal, esto es, en donde la polarización del medio depende no lineal del campo eléctrico, se generan ondas de frecuencias diferentes a la de la onda incidente. El caso más conocido, es la generación del

segundo armónico, en donde una onda incidente de frecuencia ω genera otra de frecuencia 2ω. Otro caso notable, es la generación paramétrica de ondas, en donde una onda de frecuencia ω_p, llamada haz de bombeo, genera otras dos ondas, una de frecuencia ω_s, llamada señal, y otra de frecuencia ω_i, llamada onda acompañante, esto es, ωp = ωs + ωi.

2.1.1. Óptica clásica.

2.1.1.1. Interferencia

El fenómeno de interferencia ocurre cuando dos haces coherentes de luz; particularmente cuando dos ondas planas coherentes interactúan y coinciden en espacio-tiempo, la intensidad es uniforme en ambos haces, el resultado es un patrón de franjas obscuras y claras, también es conocido como franjas de interferencia. Cuando dos ondas de luz monocromáticas con amplitudes complejas $U_1(\vec{r})$ y $U_2(\vec{r})$ se superponen en espacio y tiempo, el resultado es otra onda monocromática con amplitud compleja, $U(\vec{r})$ la cual esta dada por,

$$U(\vec{r}) = U_1(\vec{r}) + U_2(\vec{r}) \tag{2.1}$$

como $I(\vec{r}) = |U(\vec{r})|^2$, es la intensidad resultante, dada de la forma,

$$I = |U|^2 = |U_1 + U_2|^2 = |U_1|^2 + |U_1|^2 + U_1^* U_2 + U_1 U_2^* \tag{2.2}$$

por simplicidad, se omitió la dependencia en $\vec{r}$. Sustituyendo;

$$U_1(\vec{r}) = A_1(\vec{r}) \exp\left[j\varphi_1(\vec{r}) \right] , \tag{2.3}$$

$$U_2(\vec{r}) = A_2(\vec{r}) \exp\left[j\varphi_2(\vec{r}) \right] , \tag{2.4}$$

con las fases de las ondas, $\varphi_1(\vec{r})$ y $\varphi_2(\vec{r})$, y las amplitudes $A_1(\vec{r})$ y $A_1(\vec{r})$, se obtiene

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\varphi , \tag{2.5}$$

donde $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ es la diferencia de fase entre las ondas. La ecuación (2.5) también es conocida como la ecuación de interferencia.

En el caso cuando, $\varphi = 2m\pi$ siendo m un número entero, con intensidad máxima, este corresponde a la interferencia constructiva, siendo el valor de esta intensidad de la forma (Fig. 1),

$$I_{máx} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \tag{2.6}$$

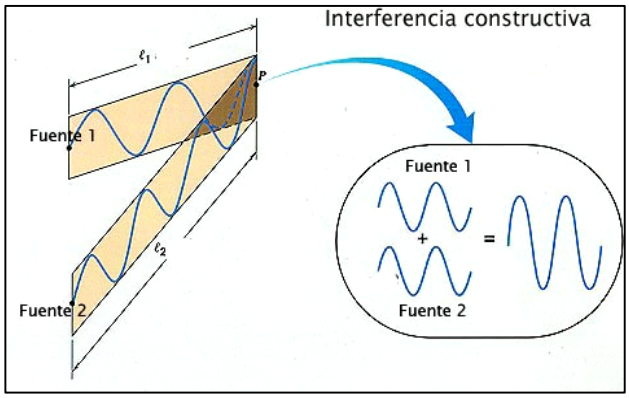


Figura 1: Interferencia constructiva, los campos eléctricos se encuentran en fase.

Si ahora $\varphi = (2m+1)\pi$, siendo m un número entero, entonces se obtiene una intensidad mínima y corresponde a la *Interferencia destructiva* (Fig. 2), con un valor mínimo en la intensidad,

$$I_{mín} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \tag{2.7}$$

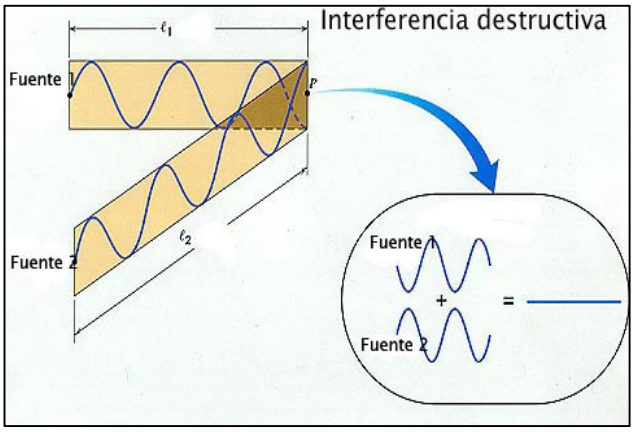


Figura 2: Interferencia destructiva, los campos eléctricos tienen una diferencia de fase de 180° entre ellos.

Para el caso de dos intensidades iguales $\left(I_1 = I_2 = I_0\right)$, de la ecuación (2.5) resulta,

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \tag{2.8}$$

De tal manera, que si tenemos la relación $\varphi = 2m\pi$ con m un número entero, la intensidad resultante es cuatro veces la intensidad de cada una de las ondas que se superponen, es decir, $I = 4I_0$. Para $\delta = (2\mathrm{m}+1)\pi$, con m un número entero, la intensidad resultante es $I = 0$. En el caso en el que, $I = (2m+1)\pi/2$ el termino de interferencia se anula y la intensidad resultante es el doble de la intensidad de cada una de las ondas componentes, $I = 2I_0$.

Para que exista interferencia, es necesario que las ondas que interfieren tengan la misma frecuencia y mantengan una diferencia de fase constante φ, lo que se llama fuentes *coherentes*. En una fuente de luz ordinaria, las fases φ_1 y φ_2 fluctúan de manera aleatoria de modo que la diferencia de fase φ entre estos emisores variará rápida y aleatoriamente con el tiempo, y el valor promedio del coseno en la ecuación (2.5) es cero. Tales fuentes son conocidas como incoherentes. El grado de coherencia de la fuente, es un parámetro que depende del ancho de banda finita de la fuente y de la superficie finita de la fuente (temporal y espacial) [26], pero en general la mayoría de los láseres son fuentes altamente coherentes.

Para dos ondas planas las amplitudes en las ecuaciones (2.3 - 2.4) dependen de $\vec{r}$, y las fases son de la forma $\varphi_1(r) = \vec{k}_1\vec{r}, \varphi_2(r) = \vec{k}_2\vec{r}$, por lo que la ecuación (2.5) resulta como,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r}) \tag{2.9}$$

2.1.1.2. La difracción

Debido a que la naturaleza de la luz es ondulatoria, o de las ecuaciones de Maxwell, que las ondas luminosas son de naturaleza electromagnética, y que una onda electromagnética, se produce por la variación, en algún lugar del espacio de las propiedades eléctricas y magnéticas de la materia, y no se requiere de ningún medio para propagarse, estas son llamadas ondas transversales.

La difracción es un fenómeno característico de las ondas, este es observable cuando una onda atraviesa aberturas con tamaño del orden de la longitud de la onda (λ). El fenómeno de interferencia de las ondas dispersadas por cada abertura, se le conoce como de difracción.

Una red de difracción, es el conjunto repetitivo de elementos difractores, bien sean aberturas u obstáculos, los cuales tienen el efecto de producir alteraciones periódicas en la fase o en la amplitud de la onda o en ambas.

Una red de difracción, puede fabricarse con un material transparente cuyo espesor se varía periódicamente o cuyo índice de refracción cambia habitualmente. Estos dos casos corresponden a las redes de la fase, pues sólo alteran la fase de la onda incidente. También pueden fabricarse con una sucesión de bandas paralelas transparentes y opacas alternadas, en este caso, la onda sufre una modulación en amplitud, este tipo de red de difracción se le llama de amplitud. Las redes de difracción están clasificadas en, redes de transmisión y redes por reflexión. Las redes descritas anteriormente, son redes por transmisión, y una red reflexión puede fabricarse haciendo ranuras o rayas paralelas sobre películas delgadas de aluminio que han sido evaporadas sobre láminas de vidrio ópticamente planas.

Cuando una onda plana ilumina una rejilla o abertura, la onda resultante que pasa a través de la rejilla, construye una colección de fuentes puntuales, todas emitiendo en fase (principio de Huygens). La intensidad de la luz difractada depende de la distancia del punto de observación a la rejilla, del tamaño de la rejilla y de la longitud de onda de la luz utilizada.

Si el plano de observación, se encuentra cerca de la abertura, se observará a cierta distancia, una imagen o franjas de interferencia. Conforme se desplaza la pantalla (campo lejano), dichas franjas se vuelven más definidas (difracción de Fresnel). Si ahora, el plano de observación se mueve más lejos, se producirá una cambio continuo en las franjas, de tal modo que una gran distancia, el patrón proyectado se habrá esparcido considerablemente, teniendo muy poco o nada parecido con la imagen original (difracción de Fraunhofer).

El patrón de difracción más sencillo es producido por una abertura, la luz que atraviesa la abertura se difractará en la dirección paralela al plano de observación, y se observaran sobre una pantalla franjas obscuras y brillantes (máximos y mínimos).

2.1.2. Óptica No lineal

La *óptica no lineal,* considera a los fenómenos con intensidades ópticas suficientemente grandes ($\approx$1W/cm^2) propagándose a través del material con propiedades no lineales. La intensidad del láser necesaria para observar los efectos no lineales en algunos materiales como fotorrefractivos o gases cerca de resonancia, pueden se, y en otros, como el vidrio, la intensidad necesaria es de watts o más.

El término "no lineal" [27-30], surge cuando la respuesta del material a un campo óptico, depende de la intensidad del campo incidente. La descripción de estos efectos, se hace al considerar que la polarización, $\tilde{P}(t)$ (el momento dipolar por unidad de volumen) depende de la intensidad del campo eléctrico aplicado, $\tilde{E}(t)$. En óptica lineal, la $\tilde{P}(t)$ depende linealmente de $\tilde{E}(t)$,

$$\tilde{P}(t) = \chi^{(1)}\tilde{E}(t) \tag{2.10}$$

donde $\chi^{(1)}$ es la susceptibilidad lineal. Para la óptica no lineal, la ecuación (2.11) se extiende y $\tilde{P}(t)$ queda expresada como una serie de potencias en $\tilde{E}(t)$,

$$\begin{aligned}\tilde{P}(t) &= \chi^{(1)}\tilde{E}^{(1)}(t) + \chi^{(2)}\tilde{E}^{(2)}(t) + \chi^{(3)}\tilde{E}^{(3)}(t) + \ldots \\ &= P^{(1)}(t) + P^{(2)}(t) + P^{(3)}(t) + \ldots\end{aligned} \tag{2.11}$$

donde $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ son las susceptibilidades ópticas de primer, segundo, tercer orden y así sucesivamente. Las susceptibilidades en el caso general son tensores, y los términos $\tilde{E}^{(n)}$ incluyen diferentes productos de n ejemplares de componentes del vector $\tilde{E}^{(n)}$. La susceptibilidad, afecta significativamente la propagación de la luz.

Si suponemos que una onda de luz de la forma $U(\vec{r}) = A(\vec{r})\exp\left[j\varphi(\vec{r})\right]$, se encuentra incidiendo sobre un material isotrópico, y solo se toma en cuenta una componente del vector. La polarización eléctrica resultante,

$$\tilde{P}(t) = \varepsilon_0\chi^{(1)}\tilde{E}_0^{(1)}U(\vec{r}) + \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{E}_0^{(2)}U(\vec{r}) + \varepsilon_0\chi^{(3)}\tilde{E}_0^{(3)}U^3(\vec{r}) + \ldots \qquad (2.12)$$

donde ε_0 es la permeabilidad en el vacío y tiene un valor de 8.8544 x 10^{-12} C^2/Nm^2=8.8542 pF/m.

La ecuación (2.12) puede relacionarse como,

$$\tilde{P} = \varepsilon_0\chi^{(1)}\tilde{E}^{(1)}sen\omega t + \frac{\varepsilon_0\chi^{(2)}}{2}\tilde{E}^{(2)}\left(1-\cos 2\omega t\right) + \frac{\varepsilon_0\chi^{(3)}}{3}\tilde{E}^{(3)}\left(3sen\omega t - sen3\omega t\right) + \ldots \qquad (2.13)$$

Conforme el haz de la luz se transporta por el material, se genera una redistribución ondulatoria entre las cargas, propias del material esto en respuesta al campo eléctrico aplicado.

En el caso no lineal, la presencia de los términos de mayor orden, ecuación (2.13), provoca que existan frecuencias de segundo, tercer o de más armónicos, el índice de refracción lineal se ve afectado por el término proporcional al cuadrado del campo eléctrico.

2.1.2.1. Ecuación de onda no lineal (ENL)

El principio de superposición no se cumple, excepto cuando se presentan amplitudes pequeñas. El estudio de las ondas con amplitudes pequeñas, por ejemplo, las ondas en la superficie del agua fue uno de los principales tópicos de la física del siglo XIX. Pero durante el siglo XX, muchos de los fenómenos no lineales (en donde no se satisface el

principio de superposición), cobraron especial relevancia, por ejemplo los haces provocados por el láser, en la óptica y las ondas en plasmas exhiben fenómenos ondulatorios no lineales.

La propagación de la luz en medios no lineales, está se encuentra descrita por la ecuación de onda, derivada de las ecuaciones de Maxwell para un medio dieléctrico homogéneo arbitrario [31-32],

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial^2 t} \tag{2.14}$$

es conveniente mencionar que P es el resultado de la suma de parte lineal y no lineal,

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial^2 t} \tag{2.15}$$

$$\mathrm{P} = \varepsilon_0 \chi E + P_{NL} \tag{2.16}$$

$$P_{NL} = 2dE^2 + 4\chi^3 E^2 + ... \tag{2.17}$$

donde la densidad de la polarización, P_{NL}, es el coeficiente no lineal de segundo orden, al utilizar la ecuación (2.16) se deben considerar las relaciones,

$$n^2 = 1 + \chi,$$
$$c_0 = 1/\mu_0 \varepsilon_0$$
$$c = \frac{c_0}{n}$$

el índice de refracción lineal es n. Finalmente, la ecuación ENLS se puede representar como,

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial^2 t} = -\Im \tag{2.18}$$

$$\Im = -\mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial^2 t}$$

2.1.3. Óptica no lineal de segundo y tercer orden.

2.1.3.1. Rectificación óptica y generación segundo armónico.

El término cuadrático de la ecuación (2.12) nos describe el efecto de la polarización constante. Este surge al existir un campo eléctrico externo a través de un medio no lineal. Por lo tanto, en el cristal aparecerá una diferencia de potencial proporcional a la densidad del haz que ilumina a dicha muestra. (rectificación óptica).

Los términos $\chi^{(2)}\tilde{E}^{(2)}(t)$ y $\cos 2\omega t$ de las ecuaciones (2.12 y 2.14), corresponden a la variación en la polarización eléctrica siendo el doble de la frecuencia principal, es decir el doble de la onda incidente. La luz irradiada conforme se propaga en el material (no lineal) forma oscilaciones impulsados a una frecuencia de 2ω, este proceso es conocido como la generación del segundo armónico. En términos de fotones, se puede visualizar a dos fotones idénticos de energía, $\hbar\omega$ reaccionando con el medio para formar un solo fotón con energía $\hbar 2\omega$. En la generación del segundo armónico en un material no lineal se debe considerar la dispersión. Esto es por se tiene una dependencia del indice de refracción con la frecuencia.

2.1.3.2. Efecto electro-óptico

El efecto electroóptico [33-35], es la variación que sufre el índice de refracción en un material no lineal, siendo originado por el campo eléctrico en DC (en estado estacionario) o de baja frecuencia.

La dependencia del índice de refracción en presencia del campo eléctrico, puede ser de dos formas:

- El índice de refracción cambia en proporción al campo eléctrico aplicado, este es conocido como el efecto electroóptico lineal o efecto Pockels.
- El índice de refracción cambia en proporción al cuadrado del campo eléctrico aplicado, efecto electroóptico cuadrático o efecto tipo Kerr.

Los materiales que sufren modificaciones en el índice de refracción, en presencia del campo eléctrico, tienen la posibilidad de utilizados como dispositivos ópticos controlados con electricidad, por ejemplo:

1.- Una lente, hecha de un material con este tipo de índice de refracción, puede ser utilizada como una lente de la longitud focal controlable. Esto se debe a que es función de n $\left(\frac{1}{f'} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]\right)$.

2.- En un prisma con capacidad de flexión del haz, es controlable y se puede utilizar como dispositivo de exploración óptica o como un dispositivo óptico de barrido (scanner). Esto debido al cambio del índice de refracción en la que la ley de Snell es requerida; $\delta = \theta - \alpha + arcsen\left(\sqrt{n^2 - sen\theta}\, sen\alpha - sen\theta \cos\alpha\right)$.

3.- En cristales anisótropicos, el índice refractivo puede ser utilizado como retardador de onda controlable; esto para cambiar las propiedades de la polarización de la luz.

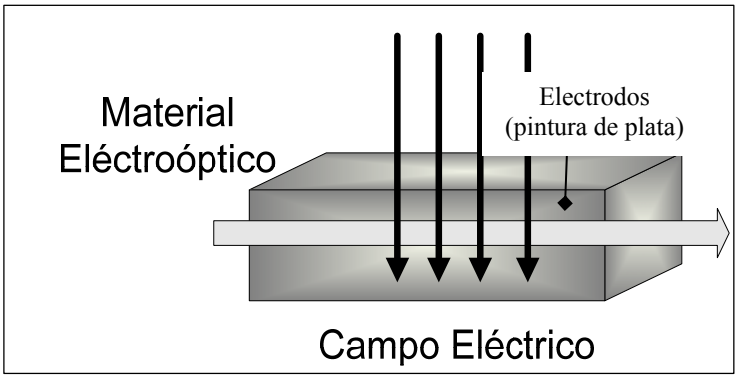


Figura 3: Las líneas indican la dirección del voltaje eléctrico aplicado al cristal fotorrefractivo de SBN:Ce (material no lineal), se tienen electrodos (pintura de plata) sobre esas caras.

Los efectos electroópticos tienen una gran variedad de aplicaciones en optoelectrónica, pero estos están clasificados en dispositivos que utilizan el material en volumen o los que utilizan la tecnología de lámina delgada, ambos están involucrados en la óptica integrada. Los más comunes son:

a) Moduladores de amplitud y de fase.
b) Deflectores y sistemas de barrido (scanner).
c) Visualizadores (displays).

a) Los moduladores de amplitud [33], estos permiten variar la amplitud o intensidad de una haz luminoso en respuesta de la modulación del campo eléctrico. Estos moduladores, también pueden actuar como conmutadores (switcheo), es decir, pueden dejar pasar o bloquear completamente el paso de la luz incidente mediante la aplicación del campo eléctrico. Estos pueden ser moduladores longitudinales o transversales. Los moduladores longitudinales, requieren electrodos transparentes, esto para permitir el paso de la luz. Esto se evita en los moduladores transversales que permiten conseguir voltajes de media onda, inferiores a los longitudinales.

b) Los cristales líquidos permiten fabricar moduladores utilizando celdas del orden de micras de espesor y operando a tensiones muy bajas de ~1 V. pero la velocidad de respuesta es muy lenta. Estos son reemplazados por los displays. Los deflectores [36], utilizan prismas que inducen una cierta desviación en un haz colimado incidente. Este ángulo depende del índice de refracción y por tanto puede variarse al aplicar un campo eléctrico.

c) Los visualizadores (displays), estos dispositivos [37 – 38] utilizan la posibilidad de modular o conmutar un haz de luz mediante el efecto electro óptico, estos trabajan a voltajes del orden de ~2 V y un consumo bajo de ~1 $\mu W/cm^2$. En ausencia de campo eléctrico, la luz incidente, que se encuentra linealmente polarizada a los largo de la dirección de las moléculas ubicadas sobre la cara superior de la celda, esta gira su dirección de polarización siguiendo la hélice molecular. La cara inferior, la polarización es ortogonal a la luz incidente, y por tanto, emerge luz del dispositivo a través del

polarizador transversal. Cuando se aplica un alto campo eléctrico, se deshace la hélice molecular y estas se orientan paralelamente al campo.

2.1.3.4. Efectos de tercer orden

En los materiales con la red cristalina centrosimétrica, el término no lineal de segundo-orden se encuentra ausente, esto se debe a que la polarización cambia de dirección cuando el campo eléctrico es alterado (aumentando). En, materiales no-cristalinos isotrópicos como el vidrio, o en cristales con centro de simetría, la no-linealidad dominante, es de tercer orden y se expresa de la forma,

$$P_{NL} = 4\chi^{(3)}E^{(3)} \tag{2.19}$$

Estos materiales con no linealidad de tipo Kerr, están relacionados con los armónicos de Fourier en una onda, y expresada por polinomios de tercer orden, la propagación de la luz en medios tipo Kerr se describe por medio de la NLSE, esta es interesante desde el punto de vista de aplicaciones teóricas, como la propagación de pulsos en medios no lineales [39],

$$\Delta n = \frac{3\eta}{\varepsilon_0 n}\chi^{(3)}I = n_2 I \tag{2.20}$$

así, el cambio en el índice de refracción es proporcional a la intensidad del campo eléctrico externo aplicado,

$$n(I) = n + n_2 I \tag{2.21}$$

donde, n es el indice de refraccion lineal, del medio no lineal, y n_2 es el coeficiente no lineal e I es la intensidad local del material, siendo $n_2 = \frac{3\eta_0}{n^2\varepsilon_0}\chi^{(3)}$

2.1.3.4 Forma vectorial

Si se considera al campo eléctrico como vector, por ejemplo, la polarización elíptica o los medios donde la respuesta en estos materiales depende de la dirección del campo eléctrico (anisótropicos), y por tanto, las componentes del vector de polarización $P=(P_1,P_2,P_3)$ están en función de las componentes del campo eléctrico, $E=(E_1,E_2,E_3)$. Estas funciones, se comportan de forma lineal en las pequeñas magnitudes del campo eléctrico, pero se vuelven no lineales al incrementar el campo eléctrico. Cada una de estas tres funciones no lineales se puede representar en la serie de Taylor, en términos de las tres componentes, E_1, E_2 y $, E_3$.

$$P_i = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij} E_j + 2\sum_{jk} d_{ijk} E_j E_k + 4\sum_{jkl} \chi^{(3)}_{ijkl} E_i E_j E_k \qquad (2.22)$$

donde $i, j, k, l = 1,2,3$

Los coeficientes $\chi_{i,j}$, $d_{i,j}$, y $\chi^{(3)}{}_{i,j}$, son elementos de un tensor que corresponde a los coeficientes escalares χ, d, y χ y la Ec. (2.17), es la forma generalizada para los casos anisótropicos.

2.1.3.5. Cristal fotorrefractivo de estroncio bario y niobato dopado con cerio(SBN:Ce)

El cristal de niobato estroncio-bario ($S_{rx}Ba_{(1-x)}Nb_2O_6$), SBN:Ce es un material óptico con excelente propiedad fotorrefractiva (fotoconductor y electroóptico). Para mejorar su conductividad y densidad de trampas, puede ser dopado por Ce, Cr, Co. En nuestro caso, esta dopado con Cerio (Ce) En la tabla 1 se muestran las características principales del SBN:Ce [40-42].

	SBN x=0.60	SBN x=0.75
Estructura cristalina	4mm	4mm

Parámetros	a = 12.46 ± 0.05Å	a = 12.43024 ± 0.00002Å
	c = 3.946 ± 0.0005Å	c = 3.91341 ± 0.00001Å
Punto de fusión	1500 ± 10°C	1500 ± 10°C
Densidad	5.4g/cm^3	5.4 g/cm^3 ± 0.01
Intervalo de transparencia	0.35-6.0µm	0.35-6.0µm
índices refractivos	n_e = 2.33	n_e = 2.35
λ= 0.51µm	n_o = 2.36	n_o = 2.37
Coeficiente electroóptico	r_{13}=47pm/V, r_{33}=235pm/V	r_{13}=67pm/V, r_{33}=1340pm/V
Temperatura de Curie	75°C	56°C
Voltaje de media-onda	240 V	48 V
Constante dieléctrica	880	3400

Tabla 1: Propiedades del cristal fotorrefractivo de SBN:Ce.

Los cristales fotorrefractivos de SBN:Ce son utilizados en una gran variedad de aplicaciones, por ejemplo: en la generación paramétrica, generación de segundo y tercer armónicos, modulación de fase, auto-enfocamiento, auto-desenfocamiento, anisotropía fotoinducidas, solitones ópticos espaciales y temporales, efecto Kerr, etc.

2.2. Efectos no lineales: temporal y espacial

Los efectos de auto-acción de la luz, se encuentran presentes cuando un campo electromagnético, se propaga en un medio no lineal provocando un cambio en el índice de refracción. El cambio de índice de refracción reacciona sobre el campo, de tal manera que provoca cambios en las características de propagación. Los efectos de la auto-acción se clasifican en espacial y temporal (Fig. 5 y Fig. 6).

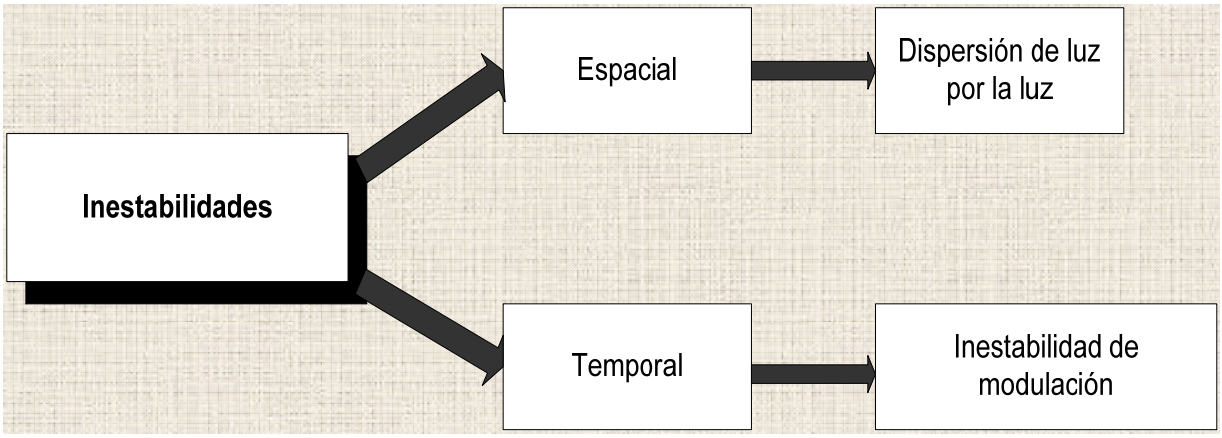


Figura 5: Efectos de auto-acción: Efecto de inestabilidad en materiales no lineales.

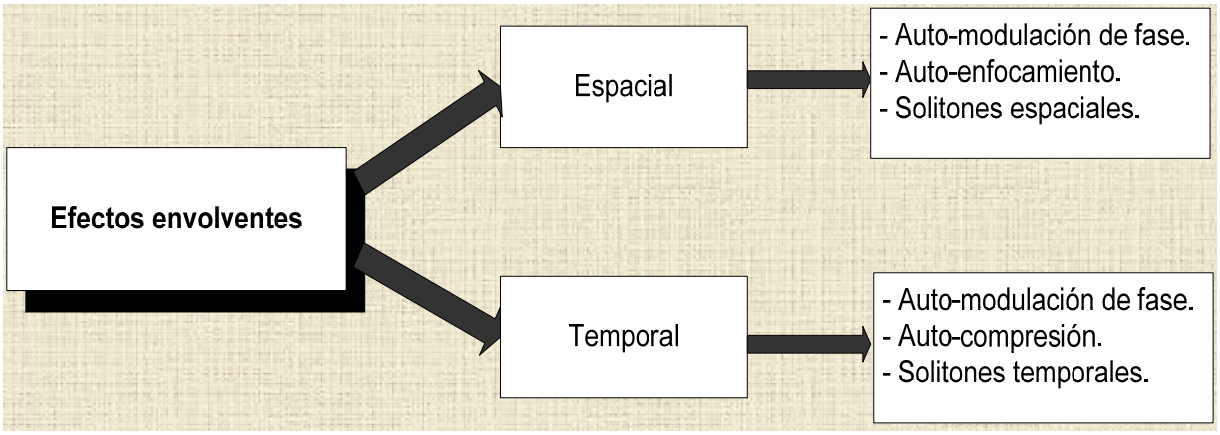


Figura 6: Efectos de auto-acción: Efectos envolventes en materiales no lineales.

Uno de los aspectos relevantes de los fenómenos de auto-acción, se debe a que la frecuencia de luz no sufre cambios, esto se debe a que únicamente se tiene la polarización

de tercer orden $\chi^{(3)}\overline{\mathrm{E}}^{(3)}(t)$. Las aplicaciones de estos fenómenos se encuentran en láseres con muy alta energía o en sistemas de comunicación por fibra para grandes distancias.

2.2.1. Efecto óptico tipo Kerr

Para el efecto Kerr óptico, el cambio del índice de refracción es proporcional al cuadrado del campo eléctrico de la onda (es decir, a su intensidad):

$$n = n_0 + n_2 \left|\overline{E}\right|^2 \tag{2.23}$$

donde n_0 es el índice de refracción del material para intensidades bajas, $\overline{\mathrm{E}}$ es el campo eléctrico de luz y n_2 es una característica no lineal denominada índice de refracción de segundo orden. Al cambio del índice que expresa la Ec. (2.23) se le llama efecto Kerr óptico, por semejanza con el efecto Kerr electroóptico tradicional, en el que la variación del índice es proporcional al cuadrado del campo eléctrico estático aplicado al material.

2.2.2. La auto-modulación de fase

La auto-modulación de fase, es uno de los resultados del efecto Kerr; sucede cuando una onda óptica viaja en un medio no lineal de tercer orden, experimentando su propia modulación de fase. Un modo con la potencia característica, P, y la longitud de propagación L obtiene como resultado un desplazamiento de fase no lineal, representado por [13].

$$\Delta\phi = \int_0^L \beta_{NL} k_0 dz = \beta_0 k_0 L + \Delta\beta_2 k_0 LP = \phi_0 + \phi_{NL} \tag{2.24}$$

donde fase, ϕ_{NL}, del modo depende de su potencia. El efecto es más pronunciado en guías de onda, donde el área transversal es pequeña, la intensidad y longitud de propagación son grandes.

2.2.3. El auto-enfocamiento

El auto-enfocamiento, es uno de los procesos que ocurren en medios no lineales, como resultado de la dependencia del índice de refracción con respecto a la intensidad. Si el haz tiene perfil gaussiano o similar, como resultado de esta respuesta (no lineal), el índice de refracción en el centro es diferente (Fig.7) comparado con el valor en el borde o periferia. Dependiendo del signo de la no-linealidad, el índice en el centro puede ser mayor o menor. En el primer caso, se forma como una lente positiva que tiende enfocar el haz (auto-enfocamiento), en el segundo caso el haz se desenfoca (auto-desenfocamiento).

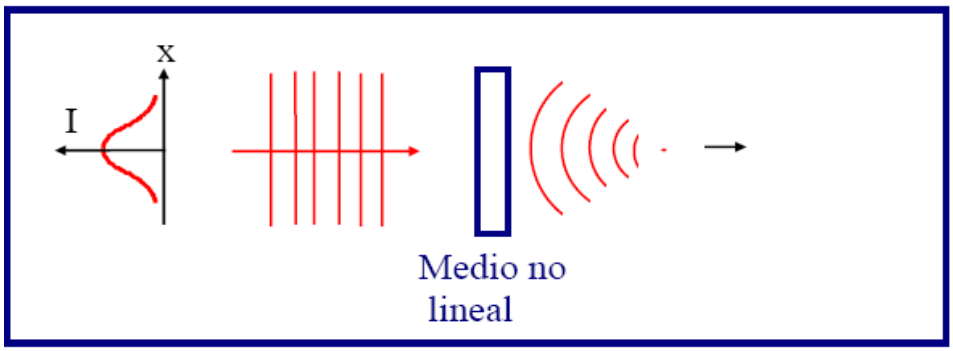


Figura 7: Un haz incidente y debido a la no homogeneidad inducida en el índice de refracción por la interacción no lineal.

2.2.4. Solitones ópticos

El concepto de los solitones surge en áreas hidrodinámicas. John S. Russell, en 1834, reportó dicha observación de una onda solitaria que viajó sobre un canal sin deformar su forma y con velocidad constante [43-49]. Uno de los logros descubiertos en la segunda mitad del siglo XX. Los solitones son ondas no lineales que exhiben un comportamiento extremadamente inesperado e interesante, ondas solitarias que se propagan sin deformarse. Básicamente, los haces de luz o pulsos de luz tienden, de forma natural, a ensancharse a medida que se propaga en un medio lineal. Un solitón óptico, es un haz que no sufre ensanchamiento a medida que se propaga en un medio no lineal. En estos haces de luz, la difracción ha sido balanceada por un índice por un cambio en el índice de refracción del medio, lo cual crea una guía de onda. Así, la importancia de los solitones espaciales radica en la posibilidad de actuar como guías de onda.

Este tipo de ondas en medios no lineales, se explicaron como solución particular de la ecuación de onda no-lineal de Korteweg-de Vries (KdV).En los años 60-70 del siglo pasado en los trabajos de Zabusky, Kruskal, Gardner, y Miura, se hizo un desarrollo teórico notable, con respeto a la ecuación de Korteweg-de Vries, que permitió aclarar las propiedades de las soluciones del tipo solitonico. En particular, resultó que la interacción de dos o más solitones no cambia su forma, y únicamente obtienen cambio de posición adicional.

En 1972 Zakharov y Shabat aplicaron la técnica desarrollada para KdV a la NLSE, que describe entre otras cosas la propagación de ondas no-lineales en fibras. Para el año 1973, Hasegawa y Tappert predijeron que los solitones ópticos temporales, son pulsos cortos que no cambian su forma al propagarse en medios dispersivos tal como ocurre en la fibra óptica. Pero hasta 1974 Ashkin y Bjorkholm presentaron el primer experimento utilizando solitones espaciales, en donde utilizaron celdas de vapor de sodio, como medio no lineal.

Existen dos tipos de solitones: brillantes y obscuros, temporales y espaciales, unidimensionales y multidimensionales. Los solitones se han convertido en fenómenos universales de la ciencia y la tecnología, con aplicaciones importantes en áreas que abarcan desde las matemáticas puras, la física, la biología e ingenierías. Los solitones en la naturaleza como los que se forman en los océanos son los más espectaculares. En el ámbito de las telecomunicaciones es otro ejemplo. En este caso se trata de solitones ópticos, que corresponden a pulsos ultra estrechos de luz que pueden viajar grandes distancias, muy apretados unos junto a otros, a lo largo de cables de fibra óptica. En la actualidad, diversas empresas alrededor del mundo están investigando sistemas de comunicaciones ópticas de gran capacidad, basados en solitones.

Segev [50] propuso utilizar materiales fotorrefractivos para generar solitones. Los clasificó los solitones en: transitorios [51-54], en estado estacionario [55-57] y en fotovoltaicos [55]. Los solitones brillantes tienen linealidad de tipo auto-enfocamiento y los solitones obscuros y/o grises con una linealidad de auto-desenfocamiento. Los solitones obscuros suelen comportarse con mayor estabilidad [58 - 60]. Los solitones espaciales

brillantes, se generan en medios no lineales formando fenómenos de auto-enfocamiento. En el caso de la propagación unidimensional (guías de onda), el ensanchamiento del haz por difracción [61] puede ser equilibrado por su autoenfocamiento (Fig.8).

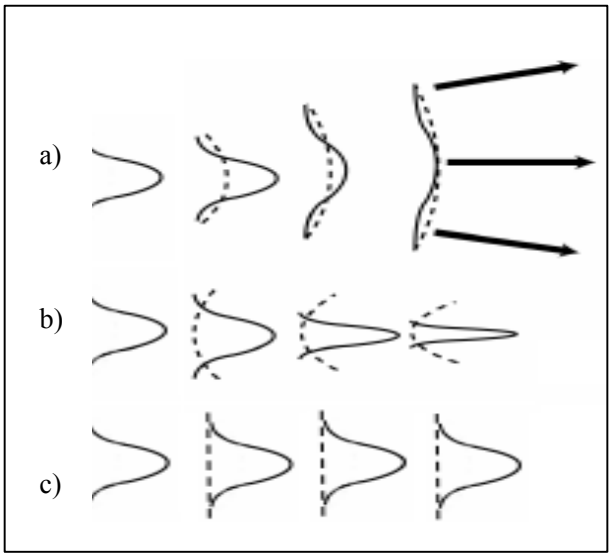


Figura 8: Demostración esquemática de la propagación con perfil espacial (línea sólida) y con frente de fase (línea discontinua) para el mismo haz; a) que se enfoca, a) se difracta b) y c) finalmente se propaga el soliton.

El desarrollo matemático de un soliton inicia con la ecuación escalar de Helmholtz,

$$\nabla^2\psi\left(x,y,z\right)+k_0^2n^2\psi\left(x,y,z\right)=0 \tag{2.25}$$

donde k_0 es el número de onda en el vacio, $n\left(x,y,z\right)$ es el índice refractivo del material. Para la segunda derivada de la función de onda $\psi\left(x,y,z\right)$ se analiza con respecto al eje z, obteniendo,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=&\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\exp\left(-j\beta k_0 z\right)-2j\beta k_0\frac{\partial E}{\partial z}\exp\left(-j\beta k_0 z\right)\\&-\beta^2k_0^2E\exp\left(-j\beta k_0 z\right)\end{aligned} \tag{2.26}$$

considerando la ecuación (2.25) y dividiendo en ambos lados por el término exponencial, se obtiene la ecuación escalar de Helmholtz,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - 2j\beta k_0 \frac{\partial E}{\partial z} + \nabla_\perp^2 E + k_0^2 \left(n^2 - \beta^2\right) E = 0 \tag{2.27}$$

donde $\nabla_\perp^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

Si suponemos que el campo eléctrico tiene polarización lineal, esto es, cuando se tiene un campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia (TE), las ondas que viajaran en la dirección de z, por lo que el campo eléctrico escalar es de la forma,

$$\psi\left(x,z,t\right) = E_y\left(x,z\right)\exp\left[\left(j\omega t - \beta k_0 z\right)\right] \tag{2.28}$$

la función $E_y\left(x,z\right)$ satisface la ecuación,

$$\nabla^2 E_y + k_0^2\left(n_i^2 - \beta^2\right)E_y = 0 \tag{2.29}$$

En la ecuación (2.29) se supone que la $\partial^2 E/\partial z^2$ es mucho mas pequeña que $2j\beta k_0\left(\partial E/\partial z\right)$ y de $\beta^2 k_0^2 E$ (valido para la propagación paraxial, el espectro angular tiene ángulos menores ~1 rad). La Ec. escalar de Helmholtz, puede estar descrita como,

$$-2j\beta k_0 \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + k_0^2\left[n^2\left(I\right) - \beta^2\right]E = 0 \tag{2.30}$$

debido a que el efecto no lineal es pequeño, se puede describir como,

$$\begin{aligned}\left[n^2\left(I\right) - \beta^2\right] &= \left[\left(n_0 + n_2 I\right)^2 - \beta^2\right] \\ &\cong \left[\left(n_0^2 - \beta^2\right) + \alpha\left|E\right|^2\right] \cong \alpha\left|E\right|^2\end{aligned} \tag{2.31}$$

aquí, se supone que $n_0 = \beta$. La ecuación (2.25) se convierte en,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \alpha\left|E\right|^2 = 2j\beta k_0 \frac{\partial E}{\partial z} \tag{2.32}$$

La ecuación (2.32) es conocida como la NLSE. La solución que corresponde a un soliton propagándose en el eje z es:

$$E\left(x,z\right)=\frac{1}{k_0W_0}\sqrt{\frac{2}{\alpha}}\sec h\left(\frac{x}{W_0}\right)\exp\left(-j\frac{z}{2nk_0W_0^2}\right) \tag{2.33}$$

donde W_0 es el parámetro de anchura del soliton. La intensidad máxima y la potencia del soliton, se representa respectivamente mediante las ecuaciones (2.34) y (2.35),

$$I\left(x,z\right)=\frac{1}{2}n_0c\varepsilon_0\left|\psi\right|^2=\frac{1}{k_0^2W_0^2n_0n_2}\sec h^2\left(\frac{x}{W_0}\right) \tag{2.34}$$

por lo que el índice de refracción se puede escribir como,

$$n\left(I\right)=n_0+n_2I=n_0\left[1+\frac{1}{k_0^2W_0^2n_0n_2}\sec h\left(\frac{x}{W_0}\right)\right] \tag{2.35}$$

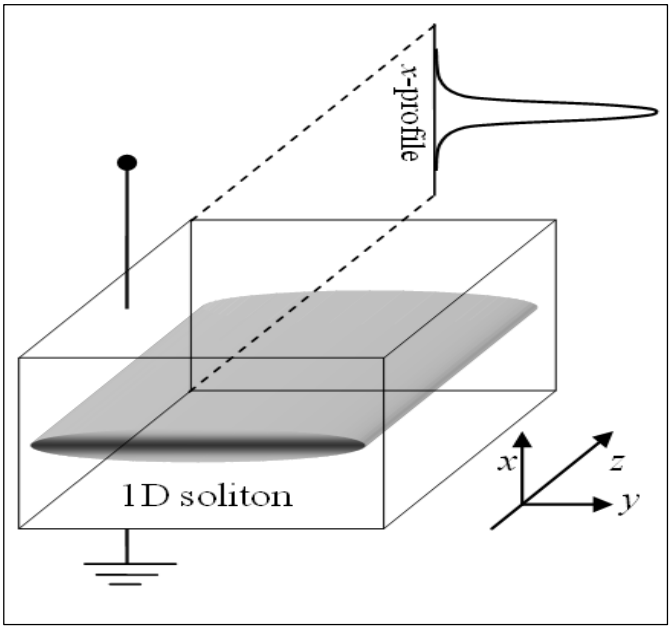


Figura 9: Geometría de la propagación con perfil espacial (línea solida) y con frente de la fase (línea discontinua) para el mismo haz; a) que se enfoca, a) se difracta b) y c) finalmente se propaga el soliton. Propagándose en un medio no-lineal.

2.2.5. El modelo del efecto fotorrefractivo (EF)

El EF [62] fue descubierto por Ashkin en 1966, como un indeseable ruido óptico observado en un cristal de Niobato de Litio dopado con hierro ($LiNbO_3$: Fe). Posteriormente Chen reportó el mismo efecto pero con la diferencia que al cristal ($LiNbO_3$) se le aplicaba un campo eléctrico externo. Posteriormente se han reportado diferentes cristales ($Bi_4Ti_3O_{12}$, $BaTiO_3$, BSO, BTO, etc.) en donde se observa el *EF*.

Los cristales fotorrefractivos presentan un comportamiento fotoconductor y electro-óptico. Cumpliendo con estas características, son capaces de detectar y almacenar distribuciones espaciales de luz en forma de patrones espaciales de índice de refracción modificado. El modelo más sencillo que explica el efecto fotorrefractivo supone que en el cristal existe un solo tipo de portadores de carga, estos pueden ser electrones o huecos. También se considera un tipo de imperfecciones o impurezas, cuya energía se encuentra ubicada en la banda prohibida del material. Estas imperfecciones tienen dos estados de valencia posibles: ionizados o donadores, N_D, y los no ionizados aceptores, N_A, este ultimo también es llamado centros de atrapamiento. También se considera que los portadores de carga pueden ser excitados en forma óptica con átomos donadores. Los aceptores, N_A, abastecen la electro-neutralidad local del cristal.

El EF esta descrito de manera cualitativa y sigue los siguientes procesos:

1.- Fotogeneración de portadores libres. Al iluminar un material fotorrefractivo mediante un patrón de luz no uniforme $I(x)$, se absorbe un fotón el cual da lugar a un electrón del donador se absorbe un fotón el cual da lugar a un electrón del donador hacia la banda de conducción. La rapidez de Fotogeneración es proporcional a la intensidad óptica y de la densidad de donadores no ionizados (N_D-N_D^+).

2.- Difusión. Debido a que la intensidad óptica es no uniforme, la densidad de electrones excitados localizados en la banda de conducción $n(x)$ también lo es. Como resultado, los electrones se difunden de lugares de alta concentración a lugares de baja concentración.

3.- Recombinación. Los electrones se recombinan a una rapidez que es proporcional a la densidad $n(x)$ y a la densidad de donadores ionizados N_D^+. En equilibrio, se verifica que la rapidez de recombinación es igual a la rapidez de fotoionización.
4.- Generación de campo espacial. Cada foto-electrón generado deja atrás una carga iónica positiva cuando el electrón es atrapado (es decir, recombinado). Esta carga negativa es depositada en diferente lugar y en consecuencia se produce una distribución espacial de carga no uniforme.

5.- Modulación de índice de refracción. El espacio de carga no uniforme genera a su vez un campo eléctrico dependiente de la posición $E(x)$. Así, el campo eléctrico local $E(x)$ modifica el índice de refracción a través del efecto Pockels.

A continuación se detalla analíticamente el EF.

2.2.5.1. Descripción teórica del EF.

Para establecer el EF, se asume el siguiente proceso. Designando a N_D, como la densidad total de donadores, N_D^+, la densidad de donadores ionizados y a n la densidad de electrones en la banda de conducción. La diferencia (N_D-N_D^+) indica la densidad de donadores por ionizar.

Al incidir luz en el material, la rapidez de generación de donadores ionizados es proporcional al número de donadores por ionizar, a la intensidad óptica incidente y a la fotoexcitación por efectos térmicos. Así mismo, hay que restar los efectos de recombinación, los cuales tienen las característica de ser proporcional tanto al la densidad de portadores *n* como a la densidad de donadores ionizados N_D^+ que son los que pueden aceptar los electrones. De lo anterior, matemáticamente se tiene que la rapidez de generación esta dada por [63 – 69],

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = \left(\beta_R + SI\right)\left(N_D - N_D^+\right) - \gamma n N_D^+ \tag{2.36}$$

donde S es la sección transversal de foto-excitación, I la intensidad incidente, γ es la constante de recombinación y β_R es la rapidez de generación térmica de electrones. Considerando, que la contribución debida a los efectos térmicos es despreciable, comparada con la foto-excitación, esto es $\beta_R = SI$, por lo que la ecuación (2.36) se escribe como,

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = SI\left(N_D - N_D^+\right) - \gamma n N_D^+ \tag{2.37}$$

Debido a la naturaleza de medio, se deben considerar:

a) La conservación de la carga eléctrica en el material y la rapidez de generación portadores la carga.

b) La corriente total generada.

c) La ecuación de Possion. La primera condición se determina de la ecuación de continuidad,

$$\nabla \cdot \vec{\mathrm{j}} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{2.38}$$

En el caso particular, en donde se tiene $\rho = \left(N_D^+ - n\right)e$, siendo e la carga del electrón. La ecuación (2.38) toma la forma,

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial N_D^+}{\partial t} = \frac{1}{e}\nabla \cdot \vec{\mathrm{j}} \tag{2.39}$$

La ecuación (2.39) esta asociada con la rapidez de generación de portadores de carga. La corriente presente en este fenómeno, se debe a tres procesos:

1.- Deriva o *arrastre* (*drift*).
2.- Difusión.
3.-Fotogalvánica.

La primera de ellas (deriva o arrastre), es originada por el transporte de carga mediante la aplicación de un campo eléctrico externo. La segunda (difusión) es debida a un gradiente en la densidad de electrones y la tercera (fotogalvánica) es proporcional a la intensidad de iluminación. Sin considerar la contribución fotogalvánica, la ecuación que relaciona y la corriente se expresa como,

$$\vec{\mathrm{j}} = e\mu n \mathrm{E}_0 + k_B T \mu \nabla n \tag{2.40}$$

en donde μ es la movilidad de los electrones libres en la banda de valencia, E_0 es el campo eléctrico externo aplicado, k_B es la constante de Bolztman y T es la temperatura.

La ecuación de Poisson relaciona la componente espacial no homogénea del campo eléctrico y la densidad de la distribución espacial de carga fuera de balance,

$$\rho\left(\vec{\mathrm{r}}\right) = \nabla \cdot \varepsilon\varepsilon_0 \vec{\mathrm{E}} \tag{2.41}$$

donde ε es la constante dieléctrica del medio, y ε_0 es la permitividad dieléctrica en el vacío. La densidad de carga se encuentra expresada, como,

$$\nabla \cdot \varepsilon\varepsilon_0 \vec{\mathrm{E}} = e\left(n + N_A^+ - N_D^+\right) \tag{2.42}$$

Las ecuaciones (2.37), (2.39), (2.40) y (2.42) no consideran la generación de portadores de carga, esto se debe a los efectos térmicos (conductividad obscura), el efecto fotovoltaico y a la presencia de trampas secundarias de la muestra. Las ecuaciones describen el comportamiento físico del EF [70 - 72].

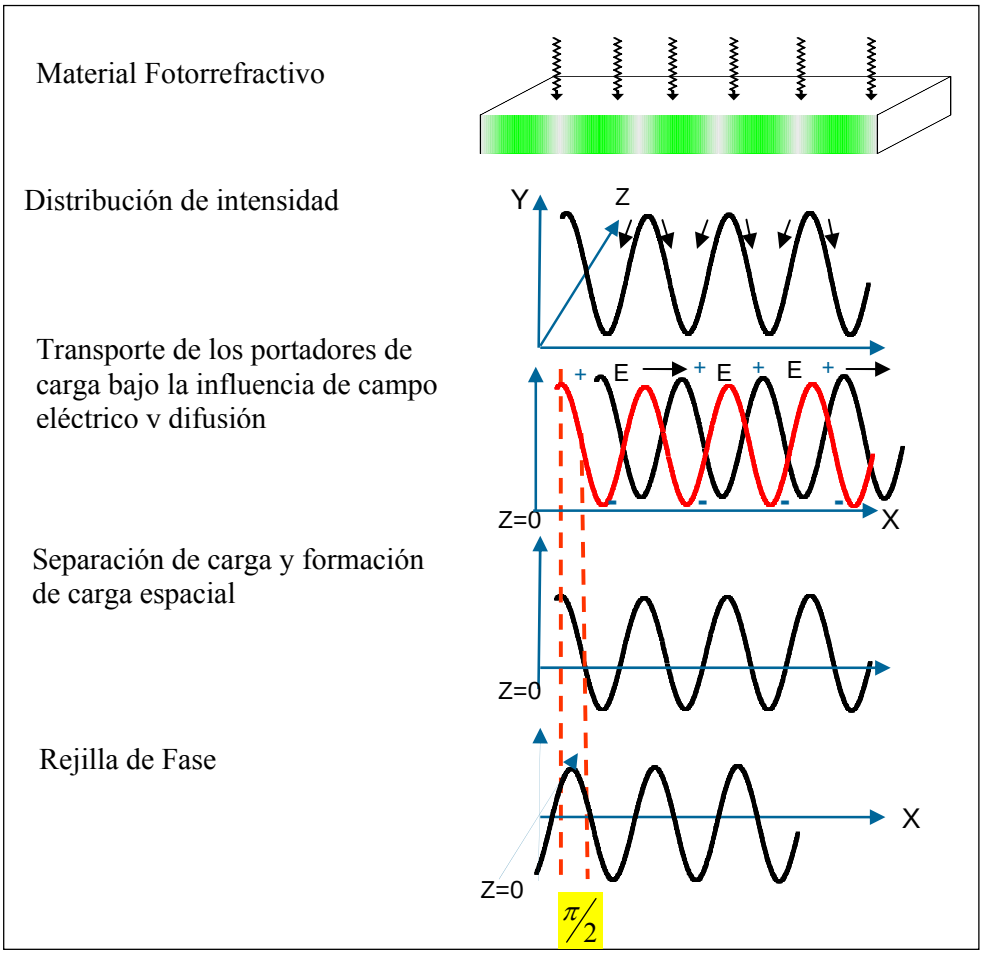


Figura 10: Formación de una rejilla de índice de refracción, grabada en un cristal fotorrefractivo través de un patrón de interferencia senoidal.

2.2.5.2. Caso estacionario.

Las ecuaciones (2.37), (2.39), (2.40) y (2.42), propuestas por Kukhtarev [63-64], describen el EF. Usando estas expresiones se determina la magnitud y el tiempo de respuesta del campo de carga espacial inducido en un material fotorrefractivo. Además, éstas forman un sistema de ecuaciones no lineales acopladas y en general su tratamiento matemático puede resultar complejo si no se toman en cuenta algunas aproximaciones. A continuación se resolverán las ecuaciones bajo estas simplificaciones. Inicialmente considérese que el material es iluminado por un par de ondas planas coherentes con

intensidades I_1 y I_2 y cuya distribución espacial es a lo largo del eje *x*, como se indica en la figura 11.

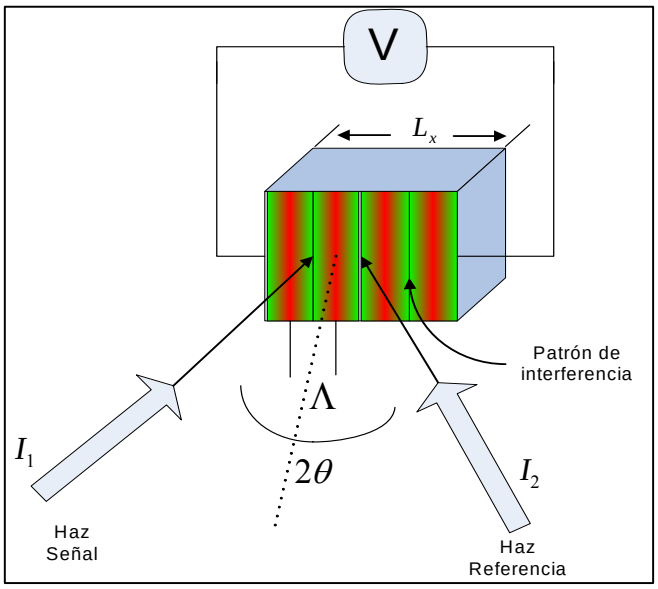


Figura 11: Formación de una rejilla de campo de carga espacial en un cristal fotorrefractivo. Si existe el método de difusión, no se aplica el campo externo a la muestra.

La distribución del patrón de interferencia se encuentra dada por,

$$I = I_0\left(1 + m\cos\left(Kx\right)\right) \tag{2.43}$$

donde la dirección del eje es, x, m es el índice de modulación o la visibilidad de las franjas de interferencias, definida como,

$$m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \tag{2.44}$$

La intensidad total, $I_0 = I_1 + I_2$, el periodo de la rejilla, $\Lambda = \lambda / 2sen\theta$. Los vectores de propagación están representados, por, $\vec{k}_1$ y $\vec{k}_2$, la longitud de onda incidente, λ, y finalmente, 2θ, es el ángulo formado entre los dos haces.

Otras de las consideraciones importantes, es la aproximación de bajo contraste del patrón de grabado $m = 1$. Esto permite no considerar todos los armónicos de la frecuencia espacial, en el patrón del campo eléctrico, es decir, que se desprecien los órdenes 2k, 3k, 4k,….. etc. Y en el caso contrario, son importantes cuando $m \to 1$ [73-75].

Para considerar el método de solución [76-77] es necesario que las cantidades espaciales periódicas (intensidad óptica del campo eléctrico, densidad de portadores, densidad de corriente, etc.) se reescriban en funciones complejas [77],

$$X(x,t) = X_0(t) + X_p(x,t) \tag{2.45}$$

donde $X_p(x,t) = X_1(t)\exp\left(-i\vec{k}x\right)$. La suma de una contribución $X_0(t)$ independiente del espacio, y la perturbación periódica, dada por, $X_p(x,t)$. $X_1(t)$ es la amplitud compleja, la densidad de aceptores se supone, N_D^+ de manera constante.

Las ecuaciones (2.37), (2.39), (2.40) y (2.42), forman un sistema no lineal, pero al linealizar las Ecs., estos es, considerando los términos de las componentes independientes del espacio y despreciando los términos que contienen el producto de dos componentes espaciales, haciendo todas estas consideraciones, se tienen expresiones de la forma,

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{D1}^+}{\partial t} &= SI_1\left(N_{D0} - N_A^+\right) - \left[SI_0 + \gamma_R n_0\right]\left[N_{D1}^+ - \gamma_R n_1 N_{D0}^+\right] \\ \varepsilon\frac{\partial E_1}{\partial t} &= ik_B TK\mu n_1 - e\mu\left[n_0 E_1 + n_1 E_0\right] \\ -iK\varepsilon E_1 &= e\left(n_1 - N_{D1}^+\right) \end{aligned} \tag{2.46}$$

Al combinar las ecuaciones (2.46) se obtiene una ecuación diferencial, siendo esta la que describa el proceso de formación del campo de carga espacial E_1 [76-77],

$$\frac{\partial E_1}{\partial t_n} + pE_1 = mq \tag{2.47}$$

donde $p = \frac{1}{D}\left[1 + \frac{E_D + iE_0}{E_q}\right]$, $q = i\left[\frac{E_D + iE_0}{D}\right]$, $D = \frac{E_q + E_D + iE_0}{E_m}$. La variable t se encuentra normalizada,

$$\tau_d = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma_0} \tag{2.48}$$

$$t_n = \frac{t}{\tau_d} \tag{2.49}$$

$$\sigma_0 = \mu e n_0 \tag{2.50}$$

en donde τ_d, es el tiempo de relajación dieléctrica o tiempo de relajación de Maxwell y σ_0, la fotoconductividad promedio del material. El campo de difusión E_D, se expresa como,

$$E_D = \frac{k_B TK}{e} \tag{2.51}$$

en donde k_B es la constante de Bolztman. Este campo esta asociado inversamente con el periodo de la rejilla. Para rejillas con periodo L pequeño, el gradiente de la distribución de electrones es grande y en consecuencia resulta mayor el campo E_D. Cuando el campo E_m esta relacionado con el campo, necesario para mover a un electrón una distancia $\Lambda/2\pi$ durante el tiempo de vida, τ_e, es decir,

$$E_m = \frac{\Lambda}{2\pi\mu\tau_e} \tag{2.52}$$

y $\tau_e = \frac{1}{\gamma_R N_A^+}$

El campo de saturación, E_q, indica el máximo campo de carga espacial que puede existir en el material,

$$E_q = \frac{eN_{eff}}{\varepsilon\varepsilon_0 K} = \frac{eN_{eff}\Lambda}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \tag{2.53}$$

donde $N_{eff} = N_A^-\left(1 - N_A^-/N_D\right)$ es la densidad de trampas efectivas y representa la máxima densidad de carga que puede ser atrapada y E_0, es el campo eléctrico externo aplicada a la muestra.

Resolviendo la ecuación (2.51), con las condiciones estacionarias, $\partial E_1/\partial t_n = 0$, la amplitud del campo eléctrico, tiene la forma,

$$E_1 = i\frac{m\left(E_D + iE_0\right)E_q}{E_1 + E_D + iE_0} \tag{2.54}$$

De la ecuación (2.54), el factor *i* indica que el campo de carga espacial se encuentra desfasado $\pi/2$ con respecto al patrón de iluminación, cuando $E_0 = 0$. Cuando el campo es independiente de la intensidad, es decir, que la expresión (2.54) será válida cuando la ionización por efectos térmicos, sea considerablemente más pequeña que la foto-ionización $\left(I_0 = \beta/S\right)$. También se puede considerar que el campo E_1 es proporcional a índice de modulación del patrón de interferencia. En esta situación, se dice que la rejilla grabada en el material se comporta como un medio holográfico lineal.

Así mismo, para el caso en que $E = 0$, el campo de carga espacial E_1 dado por (2.54) estará definido por los campos E_D y E_q, siendo además menor que cualquiera de ellos. Si el espaciamiento de la rejilla es grande, entonces el campo E_1 estará definido por los efectos de difusión, mientras que para el caso contrario (L menor), E_1 depende del campo de saturación. Alcanza el valor máximo de E_1, cuando el campo de difusión es igual al campo de saturación, es decir, $E_D = E_q$, provocando que la condición, $\Lambda = 2\pi L_{Deb}$, donde,

$$L_{Deb} = \frac{e^2 N_{eff}}{\varepsilon k_B T} \tag{2.55}$$

Esta ecuación (2.55), es conocida como la longitud de Debye [48-52].

2.2.5.3. Caso no estacionario

Al ser iluminado un material fotorrefractivo, el campo de carga espacial no alcanza su valor estacionario instantáneamente, sino que le toma un determinado tiempo para llegar a el. Así, resolviendo la ecuación (2.47) se obtiene la relación,

$$E_1(t) = E_1\left[1 - \exp\left(t/\tau_{sc}\right)\right] \tag{2.56}$$

en la que, se tiene el tempo de formación de la rejilla, $\tau_{sc} = \tau_d\left[1 + K^2 L_D^2 - iKL_0\right]$.

2.2.5.4. Mezcla de dos ondas coherentes

La mezcla de dos ondas de luz ocurre si hay respuesta no lineal en presencia de radicación electromagnética (iluminación). Un patrón de interferencia, formado por dos haces de luz láser en un medio no lineal produce variaciones espaciales en el índice de refracción (rejilla volumétrica). Cuando los dos haces se propagan en la rejilla inducida por ellos, surge la difracción de Bragg.

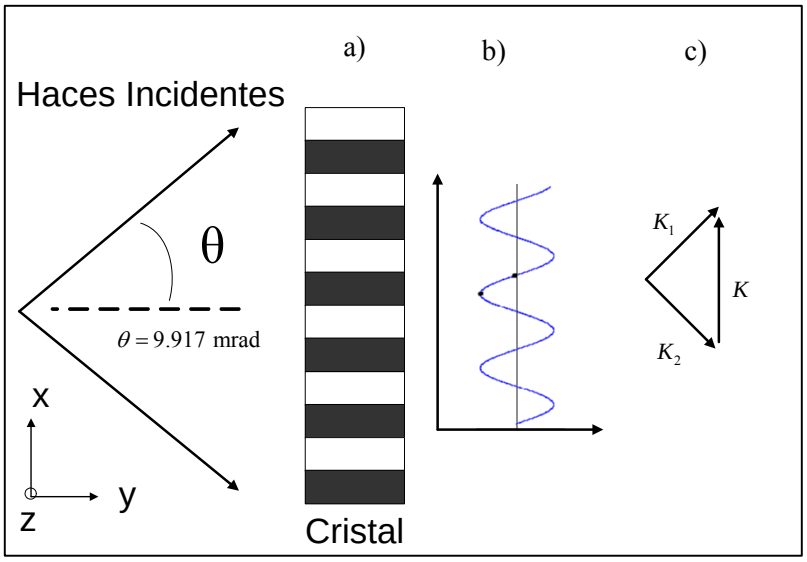


Figura 12: Mezcla de dos haces coherentes, incidiendo sobre un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, se genera un patrón de intensidad sinusoidal dentro del cristal y b) la rejilla K es creada por los dos

vectores de onda $\vec{k}_1$ y $\vec{k}_2$, $\theta = 9.917\,mrad$. Es el ángulo de grabado de la rejilla, esto para generar los experimentos deseados (guías de ondas).

Los campos eléctricos de dos ondas coherentes incidentes se pueden escribir de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= A_1(x)\exp j\left(\omega_1 t - \vec{\mathrm{k}}_1 \cdot \mathrm{r}\right) \\ \bar{E}_2 &= A_2(x)\exp j\left(\omega_1 t - \vec{\mathrm{k}}_2 \cdot \mathrm{r}\right) \end{aligned} \tag{2.57}$$

de tal manera que el campo eléctrico total, se puede escribir como,

$$E = \frac{1}{2}\left[A_1(x)\exp j\left(\omega_1 t - \vec{\mathrm{k}}_1 \cdot \mathrm{r}\right) + A_2(x)\exp j\left(\omega_2 t - \vec{\mathrm{k}}_2 \cdot \mathrm{r}\right) + c.c\right] \tag{2.58}$$

donde A_1 y A_2 son las amplitudes de los campos eléctricos de los haces incidentes, r es el radio vector y $\vec{\mathrm{k}}_1$ y $\vec{\mathrm{k}}_2$ son los vectores de onda, como resultado estas dos ondas generan un patrón de interferencia, siendo expresada como,

$$I = \left|A_1 + A_2\right|^2 = I_0\left(1 + \frac{m}{2}A_1(x)\exp j\left[(\omega_1 - \omega_2)t - (\mathrm{k}_1 - \mathrm{k}_2)\cdot \mathrm{r}\right] + c.c\right)$$

$$I = I_0\left\{1 + \frac{m}{2}\exp j\left[\Omega t - \mathrm{K}\cdot \mathrm{r}\right] + c.c\right\} \tag{2.59}$$

donde $\mathrm{K} = \vec{\mathrm{k}}_1 + \vec{\mathrm{k}}_2$ es el vector de onda de la rejilla de índice formada dentro del cristal de SBN:60 y su magnitud es igual $2\pi/\Lambda$, donde Λ es el periodo espacial de las franjas o espaciamiento entre las franjas (0.00263 μm) y es determinado por la condición de Bragg $2\pi/2Ksen\theta = \lambda/2sen\theta$, $\Omega = \omega_1 - \omega_2$, $I_0 = \left|A_1\right|^2 + \left|A_2\right|^2$ es la intensidad inicial y $m = 2A_1A_2^*/I_0$ es el contraste del patrón de franjas. El patrón de intensidad se representa por la ecuación anterior y representa la variación espacial de la energía dentro del cristal de SBN:Ce. El patrón de interferencia genera y redistribuye a los fotoportadores. Como resultado, un campo eléctrico de carga espacial se formará dentro del cristal y debido al efecto Pockels se generará una rejilla volumétrica. En general, la rejilla tiene un cambio de fase espacial con respecto al patrón de interferencia. La fase Φ indica el cambio de fase

entre la rejilla de índice y el patrón de interferencia. En cristales fotorrefractivos que solo operan por difusión, sin campo eléctrico externo aplicado, la magnitud del cambio de fase es $\pi/2$. La presencia de este cambio de fase permite la posibilidad de transferencia de energía entre los haces de grabado. Para estudiar lo anterior es necesario resolver la ecuación de onda,

$$\nabla^2 \cdot \mathrm{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2.60}$$

donde E es el campo eléctrico total, μ_0 y ε_0 son la permeabilidad y permitividad en el espacio libre, y $\varepsilon_r = \varepsilon_{r0} + \Delta\varepsilon$ es la constante dieléctrica relativa. Por simplicidad el campo eléctrico se encuentra la dirección perpendicular, x al vector de onda de la rejilla. Al considerar la amplitud de los haces de grabado varían solo en la dirección x, al vector de onda de la rejilla. Considerando que las amplitudes de los haces de grabado varían solo en la dirección x, suponemos que la solución de la Ec. de onda tiene la forma de dos ondas planas,

$$E = \frac{1}{2}\left[A_1(x) \exp j\left(\omega_1 t - \vec{\mathrm{k}}_1 \cdot \mathrm{r}\right) + A_2(x) \exp j\left(\omega_2 t - \vec{\mathrm{k}}_2 \cdot \mathrm{r}\right) + c.c \right] \tag{2.61}$$

aquí E es escalar. La ecuación (2.61) se puede escribir de la forma,

$$\nabla^2 E + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{r0} E + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \Delta\varepsilon E = 0 \tag{2.62}$$

siendo la ecuación $\nabla^2 \overline{\mathrm{H}} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \overline{\mathrm{H}}}{\partial t^2}$ a resolver. Al calcular de manera separada los tres términos similares de la ecuación anterior (2.62), se obtiene,

$$\begin{aligned} \nabla^2 E = {} & \exp j\left(\omega_1 t - \mathrm{k}_1 \cdot \mathrm{r}\right)\left(\nabla^2 \varepsilon_1 - 2j\mathrm{k}_1 \nabla \varepsilon_1\right) + \\ & \exp j\left(\omega_2 t - \mathrm{k}_2 \cdot \mathrm{r}\right)\left(\nabla^2 \varepsilon_2 - 2j\mathrm{k}_2 \nabla \varepsilon_2\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon E = {} & \frac{1}{2} F A_1 \exp j\left[\left(\omega_1 + \Omega\right)t - \left(\vec{\mathrm{k}}_1 + \mathrm{K}\right) \cdot \mathrm{r}\right] + \frac{1}{2} F^* A_1 \exp j\left(\omega_2 t - \vec{\mathrm{k}}_2 \cdot \mathrm{r}\right) + \\ & \frac{1}{2} F^* A_2 \exp j\left[\left(\omega_2 - \Omega\right)t - \left(\vec{\mathrm{k}}_2 + \mathrm{K}\right) \cdot \mathrm{r}\right] + \frac{1}{2} F A_2 \exp j\left(\omega_1 t - \vec{\mathrm{k}}_1 \cdot \mathrm{r}\right) + c.c \end{aligned} \tag{2.63}$$

donde

$$F = -\varepsilon_{r0}^2 \frac{A_1 A_2^*}{I_0} r_{eff} E_w \tag{2.64}$$

$$E_1 = mE_w \tag{2.65}$$

$$\Delta\varepsilon = F \exp j\left(\Omega t - \mathrm{K}\cdot\mathrm{r}\right) \tag{2.66}$$

al sustituir las ecuaciones (2.65) y (2.66) en la ecuación (2.62) se obtiene,

$$\begin{aligned} &\exp j\left(\omega_1 t - \vec{\mathrm{k}}_1\cdot\mathrm{r}\right)\left(-j\vec{\mathrm{k}}_1\nabla A_1 + \omega^2\mu_0\varepsilon_0 F A_2\right) + \\ &\exp j\left(\omega_2 t - \vec{\mathrm{k}}_2\cdot\mathrm{r}\right)\left(-j\vec{\mathrm{k}}_2\nabla A_2 + \omega^2\mu_0\varepsilon_0 F^* A_1\right) + c.c = 0 \end{aligned} \tag{2.67}$$

si suponemos que,

$$\vec{\mathrm{k}}_1^2 = \omega_1^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{r0} \approx \omega_2^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{r0} = \vec{\mathrm{k}}_2^2 = \vec{k}^2$$

Eliminando el primer y tercer término de la ecuación (2.63), debido a que representan altos ordenes de difracción con vectores de onda $\vec{\mathrm{k}}_1 + \mathrm{K}$ y $\vec{\mathrm{k}}_2 - \mathrm{K}$. La ecuación (2.67) puede satisfacerla siempre y cuando los términos entre paréntesis se anulan por separado, siendo el número de onda en el vacío $\mathrm{k}_0 = 2\pi/\lambda$, es decir,

$$-2j\mathrm{k}_1\nabla\varepsilon_1 + \mathrm{k}_0^2 F\varepsilon_2 = 0 \tag{2.68}$$

$$-2j\mathrm{k}_2\nabla\varepsilon_2 + \mathrm{k}_0^2 F^*\varepsilon_1 = 0 \tag{2.69}$$

Al considerar la geometría (Fig. 9), las ecuación (2.68) y (2.69) pueden ser escritas de la siguiente manera,

$$\vec{\mathrm{k}}_1 = k\left(i_x\cos\theta + i_z sen\theta\right), \quad \vec{\mathrm{k}}_2 = k\left(i_x\cos\theta - i_z sen\theta\right)$$

de tal manera que se obtiene,

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} + j\frac{Fk_0}{2\sqrt{\varepsilon_{r0}\cos\theta}} A_2 = 0 \tag{2.70}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} + j\frac{Fk_0}{2\sqrt{\varepsilon_{r0}\cos\theta}} A_2 = 0 \tag{2.71}$$

Sabemos, que el ángulo de fase ϕ del campo de carga espacial puede ser escrito como,

$$E_{\omega} = |E_{\omega}| \exp j\phi \tag{2.72}$$

e introduciendo la constante de de ganancia de la intensidad por unidad de longitud Γ

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\varepsilon_{r0}^{3}} k_0 r |E_{\omega}|}{\cos\theta} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n_r^3 r |E_{\omega}|}{\cos\theta} \tag{2.73}$$

Las ecuaciones (2.70) y (2.71) toman la forma,

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} - j\frac{\Gamma}{2} \exp(j\Phi) \frac{|A_2|^2}{I_0} A_1 = 0 \tag{2.74}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial x} - j\frac{\Gamma}{2} \exp(-j\Phi) \frac{|A_1|^2}{I_0} A_2 = 0 \tag{2.75}$$

ahora, denotando por,

$$A_{1,2} = A_{1,2} \exp j\psi_{1,2} \tag{2.76}$$

donde A y ψ es la amplitud y la fase respectivamente. Sustituyendo la ecuación (2.74) en las ecuaciones (2.77) y (2.78) después del algebra correspondiente,

$$\frac{dI_1}{dx} + \Gamma \frac{I_1 I_2}{I_0} sen\psi = 0 \tag{2.77}$$

$$\frac{dI_2}{dx} - \Gamma \frac{I_1 I_2}{I_0} sen\psi = 0 \tag{2.78}$$

$$\frac{d\psi}{dx} + \frac{\Gamma}{2} \frac{(I_1 - I_2)}{I_0} \cos\psi = 0 \tag{2.79}$$

donde,

$$\psi = \psi_1 - \psi_2$$

Integrando la ecuación (2.77) y (2.78) obtenemos,

$$I_0 = I_{10} \frac{1+\beta}{\beta + \exp(\Gamma_{\beta} x)} = \frac{\beta I_0}{\beta + \exp(\Gamma_{\beta} x)} \tag{2.80}$$

$$I_0 = I_{20}\frac{1+\beta}{\beta+\exp\left(-\Gamma_\beta x\right)} = \frac{\beta I_0}{1+\beta\exp\left(-\Gamma_\beta x\right)} \tag{2.81}$$

donde

$$\beta = \frac{I_{10}}{I_{20}}, \qquad \Gamma_B = \Gamma sen\phi$$

y sustituyendo las ecuaciones (2.80) y (2.81) en la ecuación (2.79) e integrando, obtenemos,

$$\psi = \psi_0 + \frac{1}{2}\cot\phi \ln\left[\frac{\left(1+\beta\right)^2\exp\left(-\Gamma_B x\right)}{\left[\beta+\exp\left(-\Gamma_B x\right)\right]}\right] \tag{2.82}$$

Si β es grande se observará en la ecuación (2.82) que el haz de señal, tendrá un incremento de manera exponencial. Las curvas prácticamente son de manera lineal. Estos se puede observar al considerar la ecuación (2.77), la posición de los máximos del patrón de interferencia, depende de dos factores: la amplitud, Ψ y de $\cos\left(Kz-\psi\right)$. Este efecto también se observa en las ecuaciones (2.74) y (2.75). Si asumimos que $A_1 \square A_2$ y que la amplitud del haz no sufre modificaciones al atravesar el cristal de SBN:Ce, en estos casos, no es necesario considerar la ecuación (2.74). La ecuación (2.75) confirmar que A_1 es constante. Al integrar la ecuación (2.77) obtenemos,

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{20}\exp\left[\frac{\Gamma}{2}\left(\sin\phi + j\cos\phi\right)x\right] \tag{2.83}$$

Donde se considera que,

$$\left|A_1\right|^2 = I_1 \approx I_{10} \approx I_0$$

y ε_{20} es el valor del campo eléctrico del haz de señal, en la entrada del cristal de SBN:Ce.

Partiendo de la ecuación (2.76) observamos que la amplitud del haz de señal depende del ángulo de fase Φ en la salida del material.

Si $\Phi = 0$ el patrón de interferencia y ε_{ω} están en fase, únicamente la fase del haz de señal es afectada.

Si $\Phi \neq 0$ la fase y magnitud de ε_{20} es afectada, dependiendo del signo de Φ, es decir que el haz al atravesar el cristal puede ser atenuado o amplificado. La geometría requerida es positiva para que el haz 2 sea amplificado.

Si $\Phi = 90^{0}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ocurre la máxima amplificación del haz 2. En este caso la ecuación (2.64) se puede escribir como,

$$I_2 = I_{20}\exp\left(\Gamma x\right) \tag{2.84}$$

Esto es para las tener un acoplamiento ideal.

La ecuación que describe el comportamiento de la mezcla de dos ondas en un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce (medio no lineal), es la NLSE y surge de resolver la ecuación de onda.

2.2.6. Ecuación no lineal de Schrödinger (NLSE)

Para estudiar e investigar el comportamiento de las guías de onda dentro del cristal de SBN:Ce, así como la amplificación del índice de refracción para ciertas condiciones o medios se recurre a la NLSE, que es un modelo matemático muy requerido, útil para describir fenómenos físicos en medios no lineales.

En el modelo NLSE se considera la amplitud compleja del campo eléctrico óptico $A\left(Z, X\right)$, por lo que la ecuación es de la forma,

$$i\frac{\partial A}{\partial Z} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial X^2} + k_0 L_D \delta_n A \tag{2.85}$$

donde $X = x/x_0$ es la coordenada transversal normalizada, $Z = z/L_D$ es la coordenada longitudinal normalizada, x_0 es la escala transversal característica, $L_D = n_0 k_0 x_0^2$ es la longitud de difracción, k_0 es el número de onda, δn es la contribución fotorrefractiva al índice de refracción, y n_0 es el índice de refracción lineal y por último la contribución del índice de refracción, δn dada por,

$$\delta n = \pm \left(1 - \frac{|A|^2 / I_0}{1 + |A|^2 / I_0} \right) \tag{2.86}$$

Como $\delta n = \frac{1}{2} r n_0^3 E$, siendo r es el coeficiente electro-óptico efectivo del cristal de SBN:Ce, I_0 es la intensidad de iluminación de fondo uniforme, y $\vec{E}$ el campo eléctrico estático externo aplicado.

Al introducir en la ecuación (2.85) la forma normalizada de la amplitud compleja, nos resulta,

$$q(X, Z) = \frac{A(X, Z)}{\sqrt{I_M}} \tag{2.87}$$

donde I_M es el pico de la intensidad inicial, de la cual se obtiene una ecuación que relaciona la amplitud (más adelante se menciona el método empleado para dicha solución);

$$i \frac{\partial q}{\partial Z} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \frac{R\mu |q|^2}{1 + \mu |q|^2} q \tag{2.88}$$

El término de polarización no lineal está representado por la ecuación,

$$P_{NL} = \frac{R\mu |q|^2}{1 + \mu |q|^2} q \tag{2.89}$$

Aquí $\mu = I_M / I_0$ es el parámetro de saturación, $R = L_D / L_{NL}$ es el parámetro no lineal y $L_{NL} = \left(k_0 \delta n_0\right)^{-1}$ es la longitud característica de la auto-modulación de fase del haz, siendo esta el cambio de fase de un pulso óptico debido a la no linealidad del índice de refracción del medio.

Para condiciones iníciales de la ecuación (2.88) se relacionan,

$$q = q_0 + \delta q \tag{2.90}$$

$\left|\delta q\right| << \left|q_0\right|^2$, donde q_0 representa una onda plana con alta intensidad y δn es el término de la perturbación.

El método empleado para la solución de la ecuación (2.88) es conocido como el *método de la perturbación* Esta es una técnica sencilla que resulta muy útil para efectuar un análisis cualitativo de las ondas, y consiste en descomponer todas las variables en dos partes, una llamada *estado básico*, que generalmente se supone independiente del tiempo y de la longitud, y otra llamada *perturbación*, que es la desviación local del campo respecto a su estado básico.

Este es un método basado en aproximaciones y se puede resolver un problema por más complejo que este sea, esta técnica se aplica en áreas como la mecánica de ondas y en la electrodinámica cuántica. Para nuestro caso, se aplica en óptica no lineal, en la que se tiene el fenómeno de interacción de la luz con la materia, siendo esta muy débil, por lo que podemos emplear el método de la perturbación, teniendo como propósito el de describir los sucesos en un sistema cuántico así como el de sus sistemas potenciales inician el cambio.

En el caso de la electrodinámica cuántica, esta técnica nos proporciona resultados de precisión siendo comparadas con la teoría y lo experimental. Aplicado en nuestro problema, para esto se recurren a las aproximaciones con respecto a la no linealidad del cristal fotorrefractivo.

La relación de dispersión de las ondas electromagnéticas en la respuesta temporal, se analiza con la técnica para linealizar de la Ec. de perturbación, aquí se desprecian términos no lineales en las cantidades perturbadas. La ventaja principal de recurrir a la linealización, es el principio de superposición, esto nos permite que sea aplicado a las cantidades perturbadas. Al tener perturbaciones lineales, esta puede ser analizada como múltiples componentes de Fourier.

El método de análisis lineal, consiste en introducir perturbaciones sinusoidales con un estado inicial, con cierta estabilidad (de acuerdo al ángulo de interferencia y del campo eléctrico). Una perturbación se puede representar por $u(X,Z)$, en la que se superpone una perturbación de la forma: $u(Z,X)=\tilde{u}(Z)\exp\{i(kZ+mX)\}$ donde $\tilde{u}(Z)$ es la amplitud compleja. La parte de la derecha es utilizada para obtener cantidades físicas (propiedades ópticas del SBN:Ce). Debido a esto, la solución esperada es de la forma exponencial en (Z,X), con coeficientes dependientes de Z o de X.

Primordialmente, para la linealización se utilizan las series de Taylor. La linealización alrededor del punto P, significa aproximar una función a una distancia muy pequeña de P. La expansión de Taylor para $f(x)$ en $x=0$ es,

$$f(x)=f(0)+f'(0)x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+...+\frac{f'(0)}{n!}x^n+ \tag{2.91}$$

La expansión de $f(x)$ alrededor de un punto x_0 es una generalización de la ecuación (2.91), esto nos resulta,

$$f(x_0+\delta x)=f(x_0)+f'(x_0)\delta x+\frac{f^n(x_0)}{2!}\delta x^2+..+\frac{f^n(x_0)}{n!}\delta x^n+.. \tag{2.92}$$

Los puntos en la función y en las derivadas están evaluados en el punto de linealización x_0. Para linealizar las expresiones en las ecuaciones (2.91) y (2.92) se desprecian los términos de orden, esto es,

$$f(x)\approx f(0)+f'(0)x$$

$$f\left(x_D+\delta x\right)\approx f\left(x_0\right)+f'\left(x_0\right)+f'\left(x_0\right)\delta x \tag{2.93}$$

Este modelo tiene forma lineal y solo es valido cuando la primera derivada de la función es muy pequeña, $\left|f\left(x_0\right)\right|>1$ esto se debe a que $f\left(x_0+\delta x\right)$ se encuentra muy cerca a $f\left(x_0\right)$ siendo δx muy pequeña.

Al aplicar la linealización para encontrar las soluciones del sistema de Ecs. en el punto alrededor del cual se va a linealizar, siendo este el punto de equilibrio estable. En el sistema no lineal se adjudica que la forma normalizada de la amplitud compleja, $q\left(Z,X\right)$ puede estar representada por un punto estable, q_0 en donde involucramos una pequeña perturbación inestable δq,

$$q\left(Z,X\right)=q_0+\delta q\left(Z,X\right) \tag{2.94}$$

Como $q=q_0+\delta q$, esto al expandir la intensidad $\left|q\right|^2$,

$$\begin{aligned}\left|q\right|^2&=\left(q_0+\delta q\right)\left(q_0^*+\delta q^*\right)\\&=\left|q\right|^2+q_0\delta q^*+\delta q q_0^*+\left|\delta q\right|^2\end{aligned}$$

Para aplicar el método de perturbación, es necesario conocer la polarización no lineal, $P_{NL}=\left|q\right|^2\left(q_0+\delta q\right)$, siendo involucrada en la Ec. (2.89);

$$\left|q\right|^2\left(q_0+\delta q\right)=\left|q\right|^2 q_0+q_0\delta q^*+2\left|q_0\right|^2\delta q+2\left|\delta q\right|^2 q_0+q_0^*\delta q^2+\left|\delta q\right|^2\delta q$$

Tomando de esta última expresión, los términos de primer orden para la perturbación, eliminando los términos $\left(\delta q\right)^2$, $\left(\delta q^*\right)$ y los términos de linealización, L,

$$L=\left|q\right|^2 q_0+q_0^*\delta q^*+2\left|q\right|^2\delta q \tag{2.95}$$

A partir de la ecuación (2.88), obtenemos una ecuación que tiene involucrada la perturbación a q,

$$
\begin{aligned}
i\frac{\partial q_0}{\partial Z} &= \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q_0}{\partial X^2} + \frac{R\mu|q_0|^2}{1+\mu|q_0|^2}q_0 \\
i\frac{\partial \delta q}{\partial Z} &= \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \delta q}{\partial X^2} + L
\end{aligned}
\tag{2.96}
$$

Al aplicar el método de perturbación, nos resultan dos ecuaciones diferenciales parciales, ecuación (2.96); la primera es de tipo no lineal para q_0, con solución analítica sencilla y la segunda es lineal para δq.

Considerando la ecuación (2.95), se tiene una ecuación no lineal de Schrödinger, con no linealidad saturada, en donde tenemos: $q(Z,X) \in C$. Esto para intensidad, $I \approx |q|^2$, $\mu << 1$.

El propósito principal de utilizar el método de perturbación, es encontrar una solución aproximada a la ecuación que nos genera el patrón de interferencia sobre el eje X, la solución tiene una forma,

$$q(Z,X) = A(Z) + a(Z)\exp(i\kappa X) + b(Z)\exp(-i\kappa X) \tag{2.97}$$

La relación anterior (2.97) nos describe el campo óptico total en el cristal fotorrefractivo de SBN:Ce como medio no lineal. Siendo $A(Z)$ la función de la onda plana con cierta intensidad y se representa como q_0, mientras que $a(Z)\exp(i\kappa X)$ y $b(Z)\exp(i\kappa X)$ son las perturbaciones armónicas representadas por δq. Estas perturbaciones armónicas son ondas planas que inciden en el cristal fotorrefractivo con un cierto ángulo κ y $-\kappa$. Las amplitudes complejas de las ondas de perturbación, $a(Z)$ y $b(Z)$, deben satisfacer,

$$|a|^2 + |b|^2 << |A|^2 \tag{2.98}$$

El parámetro κ es la frecuencia espacial normalizada de la perturbación, expresada como,

$$\kappa = \frac{2\pi}{\tau_x}$$

donde τ_x es el período en x, es decir, es la distancia el patrón regular es de tipo periódico.

Los términos dados por $|\delta q|^2$ se desprecian en las aproximaciones. A continuación se muestra en desarrollo matemático para encontrar el término no lineal, involucrando la polarización no lineal (2.89), en términos de las amplitudes complejas del sistema perturbado recurriendo a (2.96),

$$
\begin{aligned}
|q|^2 &= \left(A + a\exp(i\kappa X) + b\exp(-i\kappa X)\right)\left(A^* + \left(a\exp(i\kappa X)\right)^*\right) \\
&= \left(AA^*\right) + Aa^*\exp(-i\kappa X) + Ab^*\exp(i\kappa X) + A^*a\exp(i\kappa X) + aa^* + ab^*\exp(2i\kappa X) + \\
&\quad A^*b\exp(-i\kappa X) + a^*b\exp(-2i\kappa X) + bb^* \\
&= |A|^2 + |a|^2 + |b|^2 + Aa^*\exp(-i\kappa X) + Ab^*\exp(i\kappa X) + A^*a\exp(i\kappa X) + ab^*\exp(2i\kappa X) + \\
&\quad + A^*b\exp(-i\kappa X) + a^*b\exp(-2i\kappa X)
\end{aligned}
$$

multiplicando $|q|^2$ por q,

$$
\begin{aligned}
|q|^2 q &= \left(AA^*\right)A + \left(AA^*\right)a\exp(i\kappa X) + \left(AA^*\right)b\exp(-i\kappa X) + \\
&\quad A^2a^*\exp(-i\kappa X) + A\left(aa^*\right) + Aa^*b\exp(-i\kappa X) + A^2b^*\exp(i\kappa X) \\
&\quad + Aab^*b\exp(2i\kappa X) + A\left(bb^*\right) + \left(AA^*\right)a\exp(i\kappa X) + A^*a^2\exp(2i\kappa X) \\
&\quad + A^*ab + A\left(aa^*\right) + a\left(aa^*\right)\exp(i\kappa X) + b\left(aa^*\right)\exp(i\kappa X) + \ldots \\
&= \left(AA^*\right)A + 2\left(AA^*\right)a\exp(i\kappa X) + A^2a^*\exp(-i\kappa X) + \\
&\quad 2\left(AA^*\right)b\exp(-i\kappa X) + A^2b^*\exp(i\kappa X) + \ldots
\end{aligned}
$$

Los términos pequeños, son despreciados para las aproximaciones.

De lo anterior, se han calculado $|q|^2$ y $|q|^2 q$, estos valores se aproximan a la ecuación (2.89), despreciando los términos no lineales de las perturbaciones armónicas a y b, y se pueden expresar en términos de amplitud de la onda,

$$P_{NL} \approx \frac{R\mu}{1+\mu|A|^2}\begin{pmatrix}\left(AA^*\right)A+2\left(AA^*\right)a\exp\left(i\kappa X\right)+A^2a^*\exp\left(-i\kappa X\right)\\+A^2b^*\exp\left(i\kappa X\right)\end{pmatrix} \tag{2.99}$$

Al derivar la ecuación (2.99) los términos,

$$i\frac{\partial q}{\partial Z}=i\frac{\partial A}{\partial Z}+i\frac{\partial a}{\partial Z}\exp\left(i\kappa X\right)+i\frac{\partial b}{\partial Z}\exp\left(-i\kappa X\right) \tag{2.100a}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial X^2}=\frac{1}{2}a\left(-\kappa^2\right)\exp\left(i\kappa X\right)+\frac{1}{2}\left(-\kappa^2\right)\exp\left(-i\kappa X\right) \tag{2.100b}$$

Al sustituir los términos de las ecuaciones (2.100a) y (2.100b) en la ecuación (2.99) y tomando término a término, se obtiene un sistema de ecuaciones,

$$i\frac{dA}{dZ}=\left[\left(AA^*\right)A\right]\frac{R\mu}{1+\mu|A|^2} \tag{2.101}$$

$$i\frac{da}{dZ}=-\frac{1}{2}a\kappa^2+\left[2\left(AA^*\right)a+A^2b^*\right]\frac{R\mu}{1+\mu|A|^2} \tag{2.102}$$

$$i\frac{db}{dZ}=-\frac{1}{2}a\kappa^2+\left[2\left(AA^*\right)a+A^2b^*\right]\frac{R\mu}{1+\mu|A|^2}$$

Estas son sistemas de ecuaciones diferenciales ordinales no lineales, siendo las que describen las amplitudes complejas de las ondas electromagnéticas. Las ecuaciones (2.101-2.102), representan las amplitudes complejas de las perturbaciones.

En el caso de las perturbaciones simétricas, esto es cuando tenemos $a\left(Z\right)=b\left(Z\right)$; en este caso la ecuación (2.102), tiene una forma,

$$i\frac{dA}{dZ}=\left[\left(AA^*\right)A\right]\frac{R\mu}{1+\mu|A|^2} \tag{2.103}$$

$$i\frac{da}{dZ}=-\frac{1}{2}a\kappa^2+\left[a\left(AA^*\right)a+A^2a^*\right]\frac{R\mu}{1+\mu|A|^2} \tag{2.104}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas, en (2.103), se obtiene,

$$-i\frac{dA^*}{dZ}=\left[\left(AA^*\right)A^*\right]\frac{R\mu}{1+\mu\left(AA^*\right)} \tag{2.105}$$

multiplicando la ecuación (2.103) por A^* y la ecuación (2.105) por A se obtiene,

$$iA^*\frac{dA}{dZ}=\left[\left(AA^*\right)\left(AA^*\right)\right]\frac{R\mu}{1+\mu\left(AA^*\right)}$$

$$-iA\frac{dA^*}{dZ}=\left[\left(AA^*\right)\left(AA^*\right)\right]\frac{R\mu}{1+\mu\left(AA^*\right)}$$

restando estas últimas ecuaciones,

$$i\left(A^*\frac{dA}{dZ}+A\frac{dA^*}{dZ}\right)=0$$

entonces,

$$\frac{d}{dZ}\left(AA^*\right)=0$$

por lo tanto, al integrar, $\left(AA^*\right)=\text{cte.}=\mathrm{I}$, donde I es la intensidad. Por lo que podemos sustituir este valor en la ecuación (2.103),

$$i\frac{dA}{dZ}=\left(\mathrm{I}A\right)\frac{R\mu}{1+\mu\mathrm{I}}$$

donde $\tilde{R}=R\mu\mathrm{I}/\left(1+\mu\mathrm{I}\right)$, por lo que,

$$i\frac{dA}{dZ}=A\tilde{R}$$

integrando ambas partes, se obtiene,

$$A=A_0\exp\left(-i\tilde{R}Z\right)$$

donde A_0 es la amplitud inicial.

Resolviendo el sistema de ecuaciones (2.105). Aplicando cambio de variables ya definidos, esta se transforma,

$$i\frac{da}{dZ} = a\left(2\mathrm{I} - \frac{1}{2}\kappa^2\right) + \frac{\tilde{R}}{\mathrm{I}}A^2 a^* \tag{2.106}$$

haciendo S una nueva constante,

$$S = 2\mathrm{I} - \frac{1}{2}\kappa^2$$

y como $a(Z) \in C$, la expresión se puede expresar como,

$$a(Z) = \bar{a}(Z)\exp(-iSZ)$$

por lo que,

$$a^*(Z) = \tilde{a}(Z)\exp(-iSZ)$$

sustituyendo $a(Z)$ en la (2.106) se obtiene,

$$i\frac{d}{dZ}\left(\tilde{a}\exp(-iSZ)\right) = \tilde{a}S\exp(-iSZ) + \frac{\tilde{R}}{\mathrm{I}}A^2\tilde{a}^*\exp(iSZ)$$

considerando la ecuación (2.103), $A^2 = \mathrm{I}\exp(-2iRZ)$, así se obtiene,

$$\begin{aligned} i\frac{d\tilde{a}}{dZ} &= \tilde{R}\exp(-2iRZ)\tilde{a}^*\exp(iSZ)\exp(iSZ) \\ &= \tilde{R}\tilde{a}^*\exp\left(-2i\tilde{R}Z + 2iSZ\right) \\ &= \tilde{R}\tilde{a}^*\exp\left(-2i(\tilde{R} - S)Z\right) \end{aligned}$$

donde,

$$\tilde{R} - S = P \tag{2.107}$$

con P es constante, por lo que obtenemos,

$$i\frac{d\tilde{a}}{dZ} = \tilde{R}\tilde{a}^*\exp(-2iPZ) \tag{2.108}$$

la amplitud compleja $\tilde{a}(Z)$ como,

$$\tilde{a}(Z) = \rho(Z)\exp i\varphi(Z)$$

entonces,

$$\tilde{a}^*(Z) = \rho(Z)\exp -i\varphi(Z)$$

donde ρ es la amplitud real y φ es la fase real, y se sustituye en la ecuación (2.108), la cual podemos encontrar una solución expresada como $d\rho/dZ$ y $d\varphi/dZ$,

$$i\frac{d}{dZ}\left(\rho\exp(i\varphi)\right) = \tilde{R}\rho\exp(-i\varphi)\exp(-2iPZ)$$

por lo tanto,

$$\begin{aligned} i\frac{d\rho}{dZ} - \rho\frac{d\varphi}{dZ} &= \tilde{R}\rho\exp -i(2\varphi - 2ZP) \\ &= \tilde{R}\rho\exp(2ZP - 2\varphi) \\ &= \tilde{R}\rho\left[\cos(2ZP - 2\varphi) + \sin(2ZP - 2\varphi)\right] \end{aligned} \tag{2.109}$$

separando la parte real y la parte imaginaria de la ecuación (2.109), se obtiene,

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dZ} &= \tilde{R}\rho\sin(2ZP - 2\varphi) \\ \frac{d\varphi}{dZ} &= -\tilde{R}\cos(2ZP - 2\varphi) \end{aligned} \tag{2.110}$$

Las ecuaciones (2.110), se obtienen para la amplitud y fase real de la perturbación simétrica.

Para cuando se requiere de perturbación antisimétrica, esto es cuando $a(Z) = -b(Z)$, se obtiene,

$$\frac{d\rho}{dZ} = -\tilde{R}\rho\sin(2ZP - 2\varphi) \tag{2.111a}$$

$$\frac{d\varphi}{dZ} = \tilde{R}\cos(2ZP - 2\varphi) \tag{2.111b}$$

las condiciones iníciales requeridas son,

$$\rho(0) = \rho_0$$
$$\varphi(0) = 0$$

Durante los resultados teóricos de este trabajo, se utilizaron los parámetros experimentales del cristal fotorrefractivo SBN:Ce.

2.2.7. Aplicaciones de las guías de onda ópticas.

El proceso de la preparación de guías de ondas ópticas, está en función del material y la geometría física de la guía. Dos de los métodos de fabricación están basados en: a) la separación del material que forma la guía sobre un determinado sustrato. b) en la modificación de la superficie del sustrato mediante la migración de iones desde o hacia el sustrato. El primero produce guías con índice en escalón y el segundo produce guías de índice gradual debido al gradiente de concentración generado en el sustrato.

Uno de los materiales mas utilizados para la fabricación de guías de ondas ópticas es el Niobato de Litio ($LiNbO_3$). El $LiNbO_3$ presenta dos importantes ventajas para la preparación de dispositivos de óptica integrada: tiene un elevado coeficiente electroóptico y sus costos son razonables con la disposición comercial.

El $LiNbO_3$ presenta dos importantes ventajas para la preparación de dispositivos de óptica integrada: tiene un coeficiente electroóptico considerable y existen una disponibilidad comercial de obleas (≈7.5 cm) y con costos muy razonables. Pero generalmente la fabricación con este material, es por que existe un gran estudio de sus propiedades. Pero al estudiar el SBN:Ce, puede ser otro material con mejores características, permitiendo la fabricación de nuevos dispositivos.

Algunos de los nuevos dispositivos que se ven reflejados en la computación óptica, los cuales han sido desarrollados en los últimos años. Y también se convierten en una de las áreas de investigación importantes de la óptica. Ya existen dispositivos ópticos que forman parte de los sistemas de computación digital y el paralelismo de la óptica se está utilizando

en la implementación de redes neuronales ópticas. Por eso se cree que en poco tiempo, se puedan fabricar componentes ópticos que pueden llegar a superar en función y características a los componentes electrónicos que actualmente forman parte de las nuevas computadoras. En algunos de los laboratorios se encuentran trabajando en el desarrollo de computadoras ópticas, esperando que desarrollar nuevas tecnologías de la computación óptica y de las comunicaciones ópticas, las cuales están muy bien relacionadas. Por ejemplo, en los sistemas de comunicaciones ópticas se abordan problemas relacionados con la propagación de la luz a lo largo de grandes distancias, sí como la conmutación de un gran número de señales, cada una de ellas con un ancho de banda relativamente estrecho, también no deben ser conmutadas muy a menudo, y en cuestión de errores toleran relativamente en el orden de 10^{-9} o menores. No obstante, las aplicaciones de la óptica en las computadoras digitales requieren de una gran velocidad de señales debidamente sincronizadas, con mayor ancho de banda y que se propagan a lo largo de pequeñas distancias, con errores relativos de bit de menos de 10^{-12} con transmisión de señales digitales desde los chips del ordenador necesita que los grupos de señales sean conmutados a la vez. Para realizar esta interconexión óptica, se recurre al campo de la computación óptica, siendo esta dividida en diferentes formas como:

Arquitectura para computación óptica.
Componentes ópticos y tecnología.
Interconectares ópticos.
Redes neuronales ópticas.

La computación óptica analógica, aborda procesos de señales basados en el uso del método de la Óptica de Fourier, aunque debería excluirse del campo de la óptica. Sin embargo, algunas de las familias de arquitectura para computación óptica y sistemas basados fundamentalmente en los principios de la óptica analógica y la óptica de Fourier.

Capítulo 3

DESARROLLO EXPERIMENTAL

En este capítulo de describen las principales característica de los instrumentos, materiales ópticos, etc. utilizados durante el desarrollo de la investigación.

3.1. Cristales Fotorrefractivos.

3.1.1. Cristal fotorrefractivo de SBN:Ce ($Sr_xBa_{(1-x)}Nb_2O_6$)

Una de las razones de utilizar el cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, es por que se trata de un material fotorrefractivo con excelentes propiedades ferroeléctricas (tiene momento eléctrico sin aplicación del campo externo). El dopamiento con cerio mejora las propiedades de transporte de carga. Este cristal tiene un alto coeficiente electro-óptico, comparado con otros cristales fotorrefractivos (r_{33}=1340 pm/V), otra de las característica es la de grabar excelentes rejillas, con aplicaciones en memorias holográficas, conjugación de fase óptica, filtraje espacial y la generación de solitones. El tiempo de respuesta para estos materiales es del orden de segundos, dependiente del nivel de impurezas y de la intensidad de grabado. Durante esta investigación se estudiaron dos cristales de SBN:Ce, dopados a diferente concentración de Cerio: el primero, con dimensiones de 8x6x8mm^3 al 0.01% de cerio, y el segundo con dimensiones de 5x5x5mm^3 con Cerio al 0.1%. Las caras de los cristales fotorrefractivos, se encuentran pulidas con calidad óptica; para aplicar el voltaje externo se utilizaron dos electrodos de pintura de plata sobre dos caras no pulidas perpendiculares al eje C.

En las tablas 3.1 y 3.2, se muestran algunos cristales fotorrefractivos utilizados frecuentemente en el laboratorio.

Materiales Inorgánicos	**λ** (nm)	**r** (pm/V)	**n**	**ε**	**n^3r/ε** (pm/V)	**Tiempo de respuesta**	**Tiempo de almacenaje (s)**
$LiNbO_3$	600	$r_{33=31}$	n_e=2.2	32	10.3	1000	10^6
$BaTiO_3$	500	r_{42}=1640	n_e=2.4	3600	6.3	300	30,000
GaAs	1060	r_{12}=1.43	n_e=3.4	12.3	4.6	<0.05	0.0001
BSO	600	r_{41}=5	n=2.54	56	1.5	2	0.01
$LiTaO_3$	600	r_{33}=31	n_e=2.2	45	7.3	-	-
$KNbO_3$	600	r_{42}=380	n=2.3	240	19.3	-	-
InP	1060	r_{41}=-1.34	n=3.29	12.5	3.8	<0.05	0.0001
GaP	560	r_{41}=1.07	n=3.45	12	3.7	-	-
SBN	**500**	**r_{33}=1340**	**n_e=2.36 n_o=2.37**	**3400**	**4.8**	-	-

Tabla 3.1: Características de materiales fotorrefractivos.

Material	**λ(μm)**	**Índice de Refracción**
SiO_2	0.633	1.46
Vidrio ligero	0.633	1.51
Vidrio denso	0.633	1.62
$LiNbO_3$ (n_o)	0.633	2.29
$LiNbO_3$ (n_e)	0.633	2.20
$LiTaO_3$ (n_o)	0.633	2.183
SBN (n_o)	0.633	2.312
SBN (n_e)	0.633	2.299

Tabla 3.2: Tabla de materiales típicos utilizados para la fabricación de guías de ondas ópticas.

¶

En la Figura 3.3, se muestra el cristal de SBN:Ce, este se encuentra entre dos electrodos (pintura de plata) unidos a dos barras de plástico; en la figura 6, se muestran detalles.

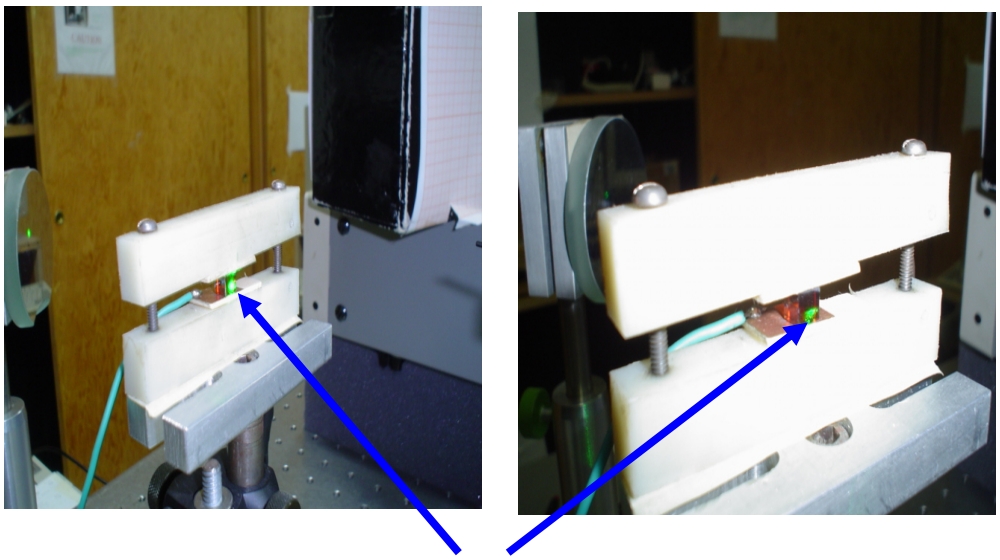


Figura 3.3: Se muestra un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, este se encuentra montado entre dos barras de plástico, y sobre sus caras se tienen electrodos (se aplica voltaje) y es iluminado al 50/50, con dos haces: señal y referencia. Con un segundo láser de estado sólido (λ=533 nm/100 mW), se ilumina homogéneamente al cristal.

3.2. Fuentes de luz

3.2.1. Láser Nd:YAG.

Este láser, tiene un medio de ganancia de estado sólido, en lugar de un líquido o gas, etc. siendo de bombeo óptico. El material dopante es el neodimio. El laser funciona básicamente como un sistema de cuatro niveles. Su emisión se encuentra en el infrarrojo (λ = 1064 nm) y los hay de operación continua (cw) y pulsada (p). Puede ser bombeado por lámparas de descarga o por diodos. El laser esta acoplado con el cristal no-lineal que dobla la frecuencia, produciendo como resultado la luz verde (532 nm).

El láser utilizado durante el desarrollo del trabajo es un el láser de Nd:YAG Adlas, de operación continua, bombeado por diodos, con una potencia máxima de 100 mW. La longitud de coherencia es del orden de ≈7mm. Otro láser utilizado tiene potencia de 50mW a una longitud de coherencia de ≈3mm.

3.2.2. Láser de He-Ne

Esta fuente de luz (láser de gas) es muy utilizada en laboratorio de óptica debido al bajo costo, vida útil prolongada, y tiene excelente calidad del haz. Este tipo de láseres (He-Ne), básicamente generan haces de potencia del orden de miliwatts y emiten en diferentes longitudes de onda (desde 543 nm en el verde, hasta 3.39 μm en el infrarrojo), siendo la longitud mas utilizada λ = 632.8 nm/15 mW, en el rojo.

Durante el desarrollo de este trabajo, se utilizó un láser He-Ne (haz a guiar) de operación continua, de marca Melles Griot con 15 mW de potencia de salida, con emisión en λ = 632.8 nm, de configuración cilíndrica y con polarización lineal. Su longitud de coherencia es del orden de ≈ 40 cm y el diámetro del haz de salida es de ≈ 0.67 mm.

3.3. Amplificador Lock-in

El sistema de adquisición de datos está basado en un amplificador Lock-in. Este es un dispositivo especializado en hacer medidas precisas de señales de corriente alterna muy pequeñas, en presencia de fuentes de ruido que pueden ser miles de veces más grandes. Esto es posible mediante un proceso de filtrado con ancho de banda muy angosto sintonizado a la frecuencia de la señal. Además de realizar el filtrado de la señal, un Lock-in también suministra una ganancia (una señal de 10 nano volts puede ser amplificada a 10 V). La técnica Lock-in requiere que el experimento sea excitado a una frecuencia fija.

El amplificador Lock-in, utilizado en este trabajo fue el modelo SR510 de Stanford Research Systems, el cual cuenta con una impedancia en la entrada de 100MΩ y una capacitancia de 25pF.

3.4. Fuente de alto voltaje

Para la generación del alto voltaje externo al cristal, utilizamos la fuente de la serie PS300, de Stanford Research Systems, este tiene una característica principal de cambiarle la polaridad del voltaje.

3.5. Arreglo interferometrico utilizado

En el presente trabajo, se muestra y se dan detalles del arreglo interferómetrico diseñado, este para la obtención de los patrones de interferencia (Fig. 3.6). El medio no lineal, es una muestra de SBN:Ce. Este cristal tiene todas las caras pulidas, fue crecido con el método de Stepanov. Sobre dos de sus caras se colocó pintura de plata, para la aplicación del alto voltaje (hasta 1200V). El arreglo interferómetrico se muestra en la figura 3.6. Se aplico un alto voltaje con polarización negativa, en la dirección paralela a la del eje C del cristal. La polaridad negativa del voltaje externo, se encuentra relacionado con el efecto electroóptico, bien se sabe que este es un proceso por el cual es posible realizar cambios en el indice de refracción (ordinario y extraordinario) mediante la aplicación de una campo eléctrico externo, y también debida a las propiedades del cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, a mayor coeficiente electroóptico, se incrementará la no linealidad de dicho cristal. El voltaje externo, es aplicado a través de un par de electrodos colocados según la orientación del cristal, para nuestro caso, están perpendiculares a la dirección del eje c, también conocido como eje óptico (dirección a lo largo de la cual sólo hay una velocidad de propagación)

Este es un interferómetro de tipo, Mach-Zehnder, y es un dispositivo de división de amplitud. Consiste en dos divisores de haz y dos espejos, las dos ondas que viajan dentro del sistema lo hacen a lo largo de caminos separados.

Su ventaja principal es que permite interponer elementos en uno de los haces sin que el otro sea afectado, y de esta manera se altera la diferencia de camino óptico, cambiando el patrón de interferencia.

En la figura 3.6, se muestra el arreglo interferómetrico, el cristal de SBN:Ce este es iluminado por un láser de estado sólida (Láser 1: Nd:YAG), este está dividido en una par de haces, señal y referencia al 50/50, estos provocan la interferencia en el cristal de SBN:Ce, a la longitud de onda, λ=532 nm. a potencia de 50 mW.

En el experimento se hace la mezcla de dos ondas, siendo analizada por la teoría de Kogelnik, en esta teoría se analizan dos órdenes de difracción en la presencia de una rejilla sinusoidal, donde se involucran los dos vectores de onda (σ_1 y σ_2), de ambos haces (2 haces) y ellos forman la rejilla (K), y estos satisfacen la condición de Bragg, dada por la relación, $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm K$. Sin embargo, en las condiciones, si un alto campo eléctrico externo es aplicado al cristal, se forman muchos altos órdenes de difracción, esto se debe a que el ángulo (θ) entre los haces de escritura es muy pequeños $\approx$mrad y esto no se puede explicar con la teoría de Kogelnik.

Un segundo haz láser (Láser 1: Nd:YAG) ilumina al cristal de forma expandida, esta produce una sombra de $\approx$ 1.5mm producida por obstáculo. La importancia de la sombra radica, en que es ahí donde el voltaje cae (en la sombra), en la dimensión de la sombra es donde interfieren los haces (señal y referencia), el aplicar el voltaje provoca la amplificación del indice de refracción y la región de haz de 532 nm (verde) tiene diferente conductividad, comparada con las obscuras, siendo mayor la primera (532 nm). La región en el cristal, donde se produce el cambio en el indice de refracción, es en la región de interferencia.

El interferómetro del tipo Mach-Zender (divisores 1 y 2, espejos 5 y 6). La diferencia de caminos ópticos entre los brazos del interferómetro se encuentra dentro del rango de coherencia del láser (Fig. 3.6). La diferencia de camino óptico es igual.

Los haces tienen una potencia en la entrada del cristal de 2.15 mW. La luz o haz a guiar es producida por un láser de He-Ne (632 nm/15 mW) este se encuentra en el centro de los haces verdes (señal y referencia). En el arreglo interferómetrico (Fig. 3.6), los haces entran al cristal de manera vertical, el periodo de las franjas, se calcula para ángulos pequeños considerando la relación $\Lambda = \lambda/(2sen(\theta/2)) \approx \lambda/\theta$, donde θ es el ángulo de grabado. Para obtener las imágenes de interferencia, se colocó un objetivo de microscopio para amplificar dicha imagen en la cara posterior del cristal, y con una cámara digital de tomaron todas las imágenes.

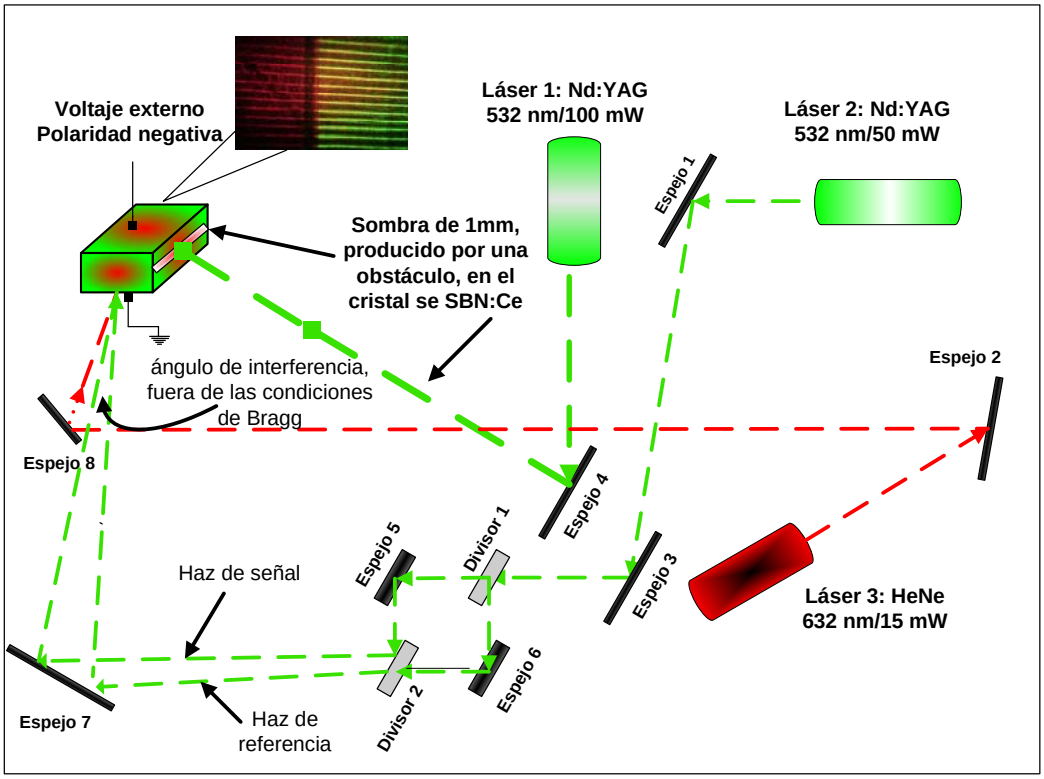


Figura 3.6: Arreglo óptico diseñado para el estudio de comportamiento de franjas de interferencia en cristal fotorrefractivo (SBN:Ce).

En la figura 3.7 se muestran detalles de los haces de grabado (señal y referencia) y de cómo se han capturado las imágenes del comportamiento de las guías de onda. El objetivo de microscopio se colocó en la parte posterior del cristal. Para la detección de los perfiles de intensidad se utilizó un filtro λ=532 nm permitiendo pasar y es detectado por un fotodetector.

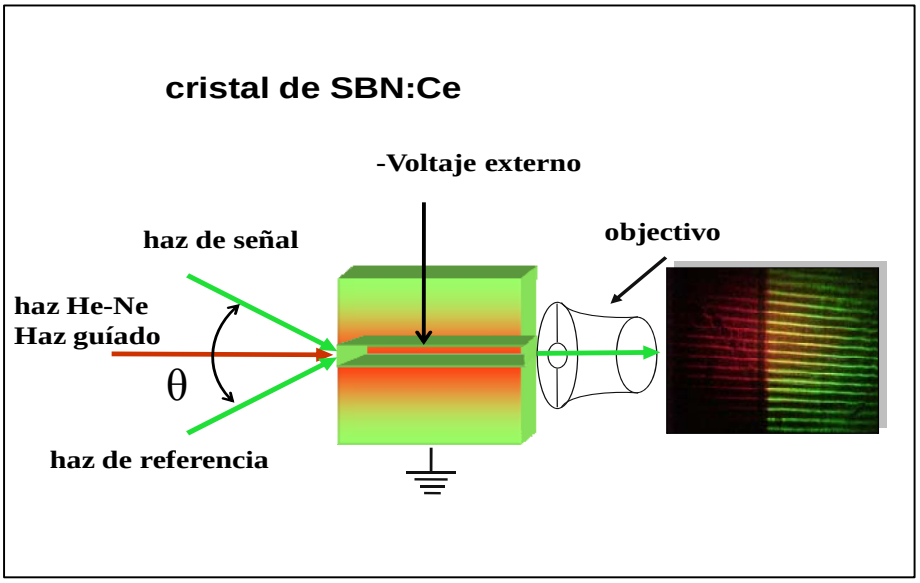


Figura. 3.7: Detalle de los haces de grabado (señal y referencia), un objetivo de microscopio amplifica las franjas de interferencia, y mediante un filtro, se dejan pasar (bloqueando) para la longitud de ondas de λ=532 nm , finalmente es capturado por una cámara digital.

3.6. Monitoreo de los perfiles de intensidad.

En la figura 3.8 se muestra el arreglo electrónico requerido durante la detección de los perfiles de intensidad. El patrón de las franjas de interferencia (guía de onda) es proyectada en un espejos (parte posterior, después de atravesar el cristal) y esta a su ves, es montada sobre un motor a pasos girando y siendo detectado por un fotodetector (tiene una abertura, del orden de la longitud de onda utilizada) finalmente la señal es capturada por el fotodetector y procesada por un osciloscopio

digital. Para la detección del haz a guiar (HeNe, 632 nm) y debido a que la intensidad de este, es no es detectable directamente al osciloscopio, de requiere o se utiliza un chopper, siendo colocado (chopper) en la trayectoria del haz a guiar, esto nos mejorar la razón señal-ruido. Antes de entrar al osciloscopio la señal, pasando ambas señales por el amplificador lock-in, estos están sincronizados: chopper-osciloscopio capturando los perfiles de la intensidad en función del desplazamiento de franjas. Para que ambas señales, sean capturadas en el mismo momento, se utilizan filtros para el haz a guiar y para las guías de onda, y finalmente comparando los perfiles de intensidad, al incrementar el voltaje aplicado.

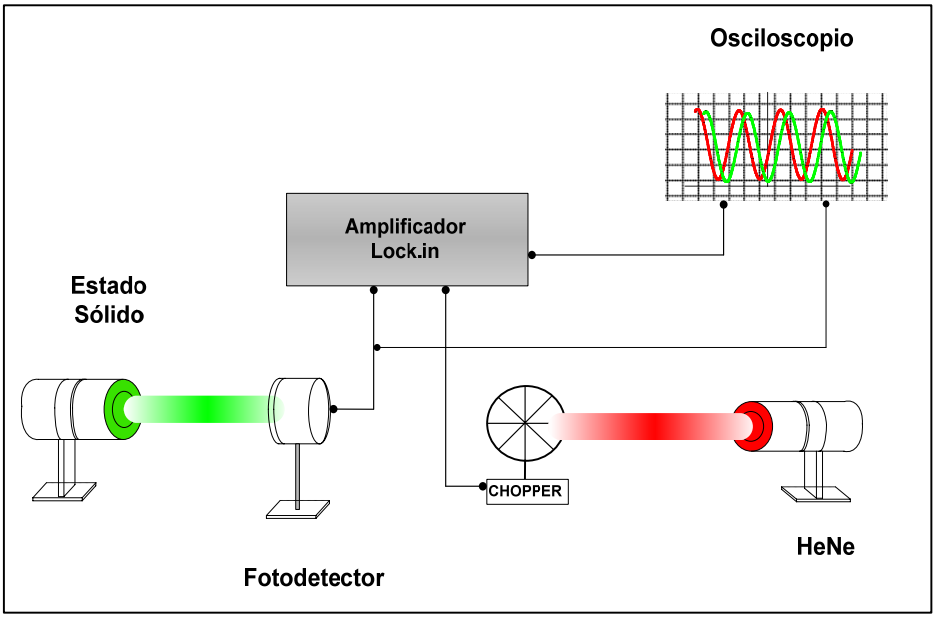


Figura. 3.8: Arreglo utilizado para la detección de los perfiles. Debido a que la intensidad de luz de haz a guiar (HeNe) en el fotodetector es baja, se conecta el chopper. Las señales, pasan por el amplificador Lock-in, sincronizado con el chopper, y el osciloscopio graba la salida de Lock-in en función del desplazamiento de franjas, proporcional a la intensidad local.

3.7. Fotodetector

El modelo del fotodetector utilizado es Newport 1815-C, este consta con un atenuador, una salida análoga de BNC, que permite que la señal sea supervisada por el equipo externo, y el funcionamiento por batería portable. Las señales capturadas por el fotodetector son enviadas a un amplificador lock-in.

Capitulo 4

RESULTADOS EXPERIMENTALES Y TEÓRICOS

En el presente capítulo se exponen resultados experimentales y teóricos del comportamiento de las estructuras periódicas (lattices) inducidas por un patrón de interferencia en un medio no lineal, obteniendo de esta manera una modulación periódica del índice de refracción. En los resultados obtenidos se exponen de acuerdo al modelo numérico utilizado (NLSE). Esta ecuación nos sirvió para describir la propagación de las ondas periódicas en medios no lineales tipo Kerr. Se presentan las condiciones apropiadas para propagar un haz de luz (λ=532 nm) en un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce. Estos resultados son muy interesantes para lograr fabricar guías de ondas, llegando dirigir un haz (λ=632 nm). Finalmente se generaron comparaciones entre los resultados numéricos y experimentales y comparamos los fenómenos de estabilidad de las guías de ondas. Los resultados se encuentran divididos en experimental y numérico.

4.1. Resultados experimentales: control de luz con luz.

A continuación se muestran los primeros resultados obtenidos al realizar investigaciones, es con el fin de hacer un estudio al no conocer el ángulo de grabado. Reportamos los resultados obtenidos al aplicar los siguientes voltajes al cristal de SBN:Ce. 0V, -200 V, -400 V, -600 V, -800 V y -1200 V. Con estos estudios se analizó el comportamiento de los perfiles de intensidad al incrementar el campo eléctrico se observó, un comportamiento de auto-enfocamiento del patrón de interferencia.

En la figura 4.1 se muestra el comportamiento de los perfiles de intensidad de las guías de onda (λ=532 nm) en función del voltaje aplicado y del ángulo adecuado para dicha formación. Se utilizo el arreglo, expuesto en la figura (3.8) del capitulo 3. Los haces inciden en la cara frontal del cristal de SBN:Ce. Esto con el fin de encontrar un ángulo adecuado entre los haces de interferencia. Un tercer has (laser 3: HeNe), llamado haz guiado (λ=632 nm) este se encuentra en el centro de las guía de ondas (λ=532 nm).

En la figura 4.1 se observan desplazamientos de los perfiles, esto al estar modificando el ángulo de grabado o de interferencia formado entre los haces, en el que se observan desplazamientos en función del campo eléctrico externo, se muestra una auto-compresión de los perfiles de intensidad. Aquí se muestra (Fig. 4.1) el análisis considerando múltiples ángulos de interferencia, llegando a encontrar el ángulo adecuado para el desarrollo de los experimentos.

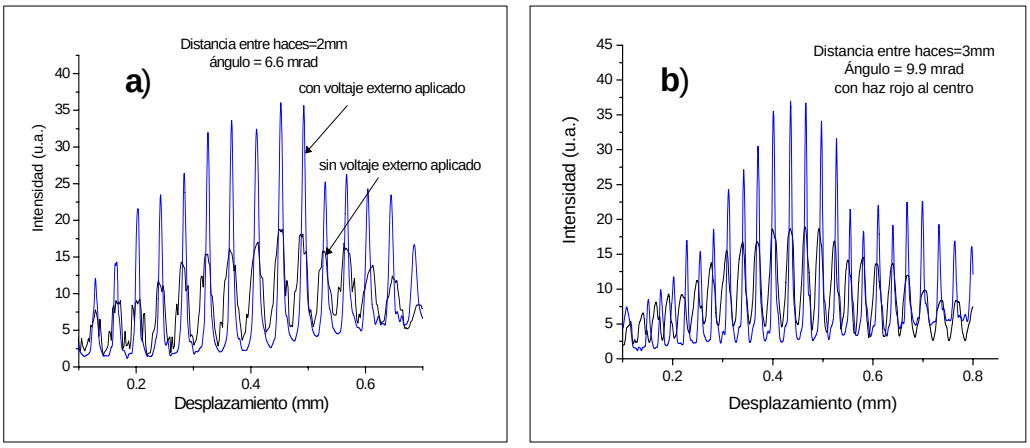
En la Fig. 4.1, se muestra en comportamiento de los perfiles de intensidad, al tener una separación entre los haces de grabado. A todas las figuras 4.1, se consideran a las guías de onda (λ=532 nm) y el haz guiado (λ=632 nm), al aplicar los voltajes de 0V a -1000 V. Este voltaje se elige, por que se considera un máximo voltaje en la que se tiene una auto-compresión de los perfiles de intensidad. En la figura (a): se considera la distancia entre haces, y entre ellos forman un ángulo de 6.6 mrad, aquí no se consideró a la guia de onda, por que se buscaba si existía una dependencia. En la figura (b), se tiene una separación entre haces de 3mm, formando un ángulo entre ellos de 9.9 mrad, y ahora se considera al haz guiado. En la figura (c) se tiene separación entre haces de 4mm, formando un ángulo entre ellos de 0.1322 mrad, sin considerar al haz guiado, aquí se observa un completo desplazamiento de los perfiles de intensidad. En la figura (d), se realizó el experimento y los ángulo entre los haces es de 2.5 mm, formando un ángulo entre ellos de 8.2 mrad y no se consideró al haz guiado, aquí se observan a los perfiles, se encuentran juntos desplazándose en el cristal. En la figura (e) se tiene una separación entre haces de 3mm con ángulo de 9.9

mrad, sin considerar al haz guiado, y finalmente en la figura (f) una separación entre haces de 4mm y formando un ángulo de 0.1322 mrad, sin haz guiado. De la figura 4.1., se muestra que no existe dependencia al considerar el haz guiado o no, pero si del ángulo de interferencia o de grabado.

separación entre haces	ángulo de grabado
2 mm	6.6 mrad
2.5 mm	8.3 mrad
3 mm	9.9 mrad
4 mm	13.2 mrad

Tabla 4: Separación de los ángulo utilizados experimentalmente, esto para encontrar el ángulo adecuado para la formación de los patrones de interferencia: guías de ondas.

El ángulo adecuado para la formación de las guías de onda, se encuentra entre 8.3 y 9.9 mrad, esto se observa que se forman considerablemente los perfiles de intensidad, estando dentro del intervalo de la inestabilidad modulacional transversal sobre las guías de onda.



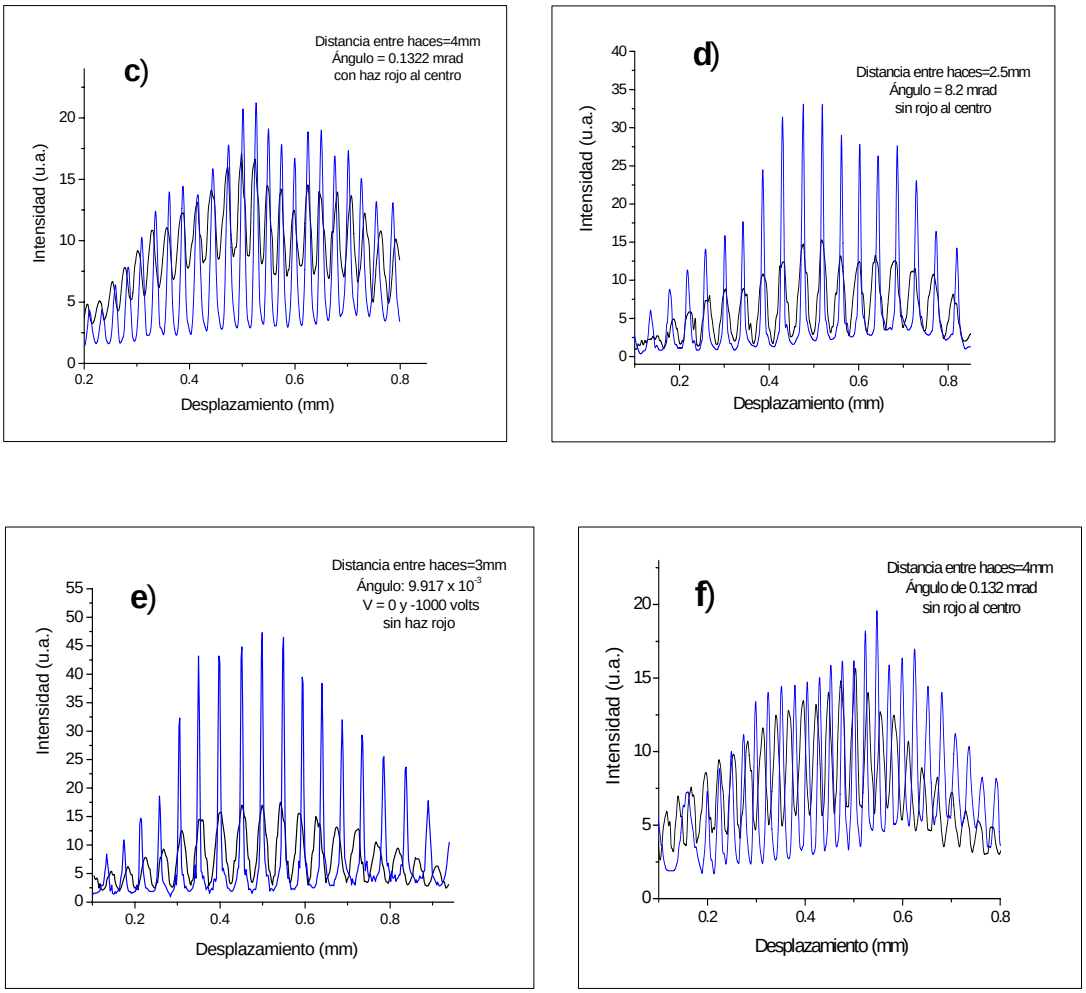


Figura 4.1: Proceso de los perfiles de intensidad del cristal SBN:Ce obtenidos experimentalmente, considerando varias distancias entre los haces de grabado: d) 2.5 mm, e) 3mm, y f) 4mm. Se consideró el haz a guiar en el centro de los haces de grabado: a) 2 mm, b) 3mm y c) 4mm.

Después de realizar y analizar los experimentos al modificar el ángulo, se considera al ángulo adecuado, este es θ= 8.2 mrad. Ahora que se conoce el ángulo, se deben estudiar otras dependencias para generar o fabricar las estructuras periódicas, una de las dependencias importantes es de cuanto debe ser el campo eléctrico adecuado aplicado al cristal de SBN:Ce (Fig. 4.2). Todo el trabajo se desarrolla

utilizando el ángulo de θ= 8.2 mrad. El haz a guiar, se encuentra en el centro de las guías de onda, todas las fotografías fueron tomadas con una cámara digital en campo lejano (en una pantalla proyectada a una distancia ≈ 1m).

Durante este trabajo experimental, se utilizo el ángulo de θ= 8.2 mrad y se utilizaron dos cristales fotorrefractivos, el primero de SBN:Ce, con dimensiones de 8x6x8 mm^3. Con dopaje de con 0.01 de Cerio. Un segundo cristal de SBN:Ce, de dimensiones 5x5x5 mm^3 con dopaje de 0.1 de Cerio. En ambos cristales el comportamiento es similar, aunque en el segundo cristal, el proceso de grabado es mucho más rápido. Esto se debe a la mayor cantidad de Cerio.

En las fotografías (Fig. 4.2), se muestra la variación del patrón de franjas en función del voltaje negativo externo aplicado, considerando el ángulo de θ= 8.2 mrad este corresponde a las franjas de interferencia con un periodo de 100 μm. Las fotografías de las franjas rojas se obtuvieron bloqueando las franjas verdes por medio de un filtro espectral. La razón de compresión, fue limitada aproximadamente al nivel 4-5 por el desarrollo de la inestabilidad modulacional transversal [53-55].

En la figura 4.2 (a), se muestra el patrón de interferencia sin aplicar voltaje de 0 V, en el cristal se SBN:Ce, aquí podemos observar el patrón de franjas verdes (λ=532 nm). El haz a guiar (rojo) no se forma, debido a que no tenemos voltaje.
En la Fig. 4.2 b, el voltaje aplicado es de -400 V, aquí observamos que el haz guiado se forma, de tal manera que inicia una auto-compresión de las franjas rojas y de las verdes.

En la Fig. 4.2 c, el voltaje aplicado es de -600 hasta llegar al voltaje aplicado de -1000 V (Fig. 4.2 (e)). En estas fotografías se observa la dependencia que tienen las guías al incrementar el campo eléctrico al propagarse dentro del cristal de SBN:Ce, se observaron fenómenos, en la que para los altos voltajes las franjas de interferencia se

empiezan a romper o surgen otras sub-franjas (Fig. 4.2 f), este fenómeno es conocido como inestabilidad modulacional (alteración de los perfiles de intensidad en presencia de una gran campo eléctrico). Las guías de onda ópticas tienen mayor eficiencia para ciertos voltajes aplicado (Fig. 4.2. (a), (b), (c), (d) y (e)).

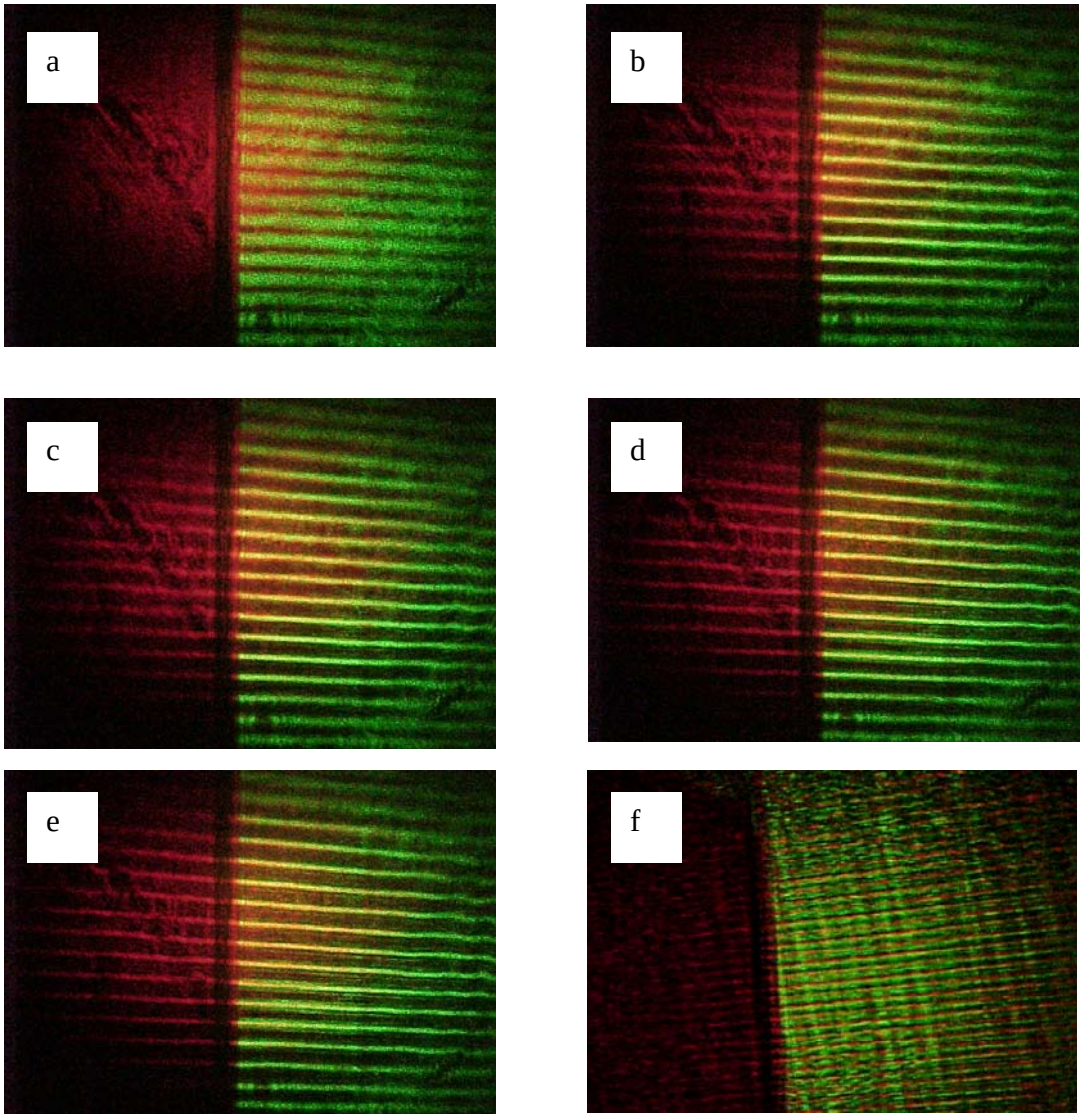


Figura 4.2: Comportamiento de las guías de onda al incrementar el campo eléctrico externo; se requirió un filtro para observar el haz rojo: a) 0 V, b) -400 V, c)-600 V, d) -800 V y e)-1000V. El ángulo de θ=8.2 mrad, se tienen 8 franjas/mm.

En la figura 4.3 se muestra el experimento de la mezcla de ondas en el cristal de SBN:Ce, se observan múltiples ordenes de difracción, inicialmente está teoría inicia al tener una rejilla sinusoidal, en donde se tiene únicamente dos vectores y otra variable de la rejilla, siendo conocida como la condición de Bragg,. Pero esta deja de cumplirse cuando el ángulo de escritura es muy pequeño ≈mrad. Aquí la teoría de Kogelnik nos proporciona la explicación del proceso de múltiples haces de luz fuera de la condición de Bragg, siendo una posibilidad de obtener amplificación de la intensidad de un haz de señal cuando interacciona con una haz de bombeo por medio de una rejilla de fase no desfasado. El mecanismo de amplificación únicamente ocurre al tener ángulos muy pequeños, siendo el responsable para la inestabilidad modulacional por autoenfocamiento en medio tipo Kerr, en presencia de un haz de bombeo intenso.

En el dominio de frecuencia espacial (campo lejano), observamos como resultado de la aplicación del voltaje externo, se producen múltiples altos ordenes de difracción. En las fotografías (Fig. 4.3) se ven los altos órdenes de difracción fuera del régimen de Bragg. Se observa que el principal efecto al incrementar el campo externo es la generación de más altos órdenes de difracción, aquí en las guías de onda y en el haz guiado se forman.

Desde el punto de vista ondulatorio, la existencia de la generación del segundo armónico o de la generación óptica paramétrica, está dada por la suma coherente de todas ondas generadas atreves del medio no lineal (SBN:Ce). Al propagarse, el haz de bombero, se generan un multitud de ondas secundarias y cada un a frecuencias diferentes (a lo largo de este medio no línea). Debido a la dispersión del indice de refracción del medio, cada una de las ondas tiene su propia velocidad de propagación, esta depende de su frecuencia (Fig. 4.3).

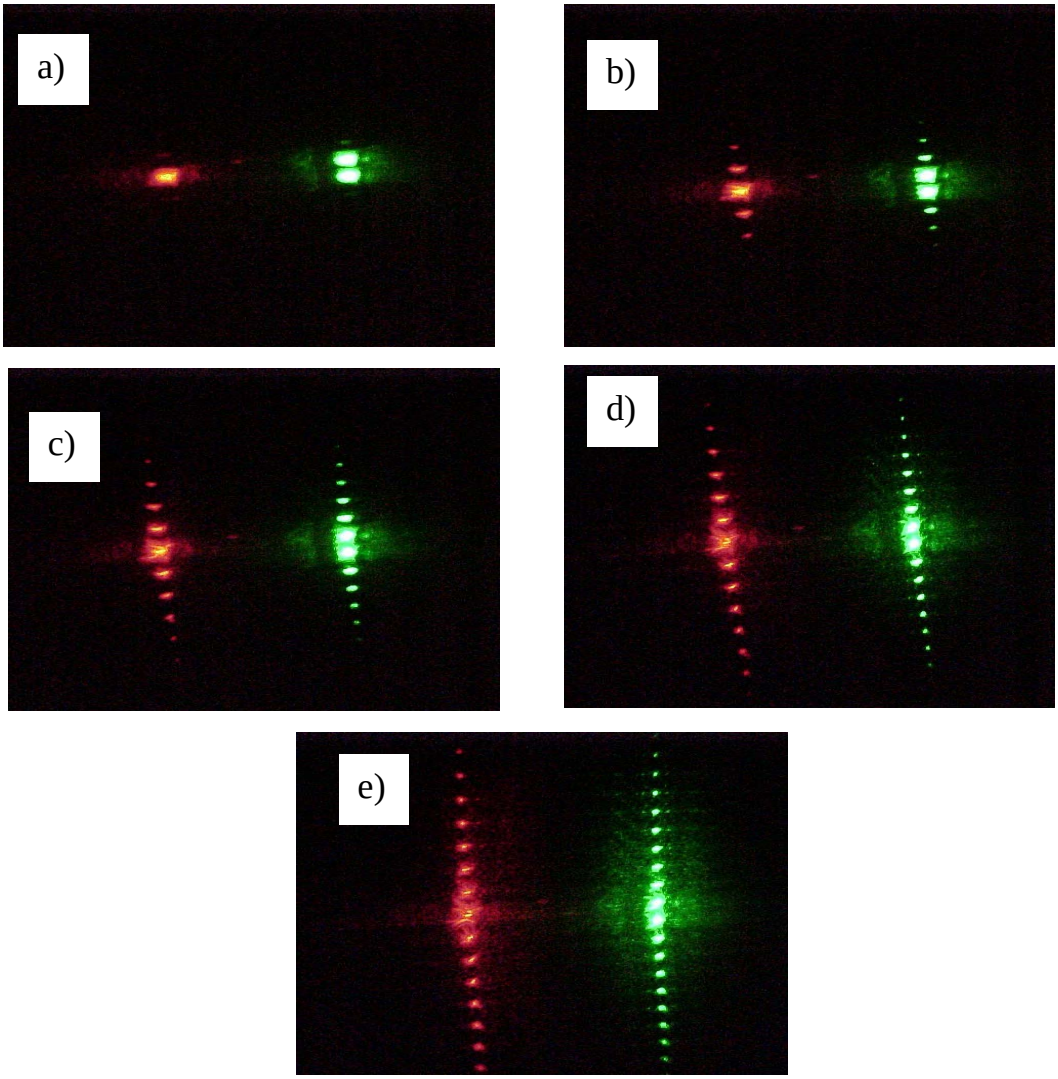


Figura 4.3: Fotografías del comportamiento en el campo lejano, se forman altos ordenes de difracción, fuera de las condiciones de Bragg, en función del campo eléctrico externo: a) 0 V, b) -400 V, c)-600 V, d) -800 V y e)-1000 V.

En la Fig. 4.4 se muestran los resultados obtenidos al medir la intensidad de los órdenes de difracción por medio de un detector, el cual se colocó detrás de una pantalla con un orificio a un metro de distancia del cristal de SBN:Ce. La pantalla filtraba los órdenes de difracción dejando pasar solo uno.

Los resultados obtenidos muestran la variación de la intensidad de los tres primeros altos órdenes de difracción en función del voltaje externo, utilizando el ángulo ideal en todo momento (8.2 mrad).

Ângulo utilizado=8.2 mrad.
Distancia entre haces de grabado= 2mm.
Intensidad del haz rojo (haz guiado) =80 µW
$I_{referencia}$=215 µW/cm^3 antes del cristal.
$I_{señal}$=212 µW/cm^3 antes del cristal.
$I_{referencia}$=92 µW/cm^3 después del cristal.
$I_{señal}$=90 µW/cm^3 después del cristal.

Tabla 4.4: Datos de las intensidades, antes del cristal y en la salida del cristal.

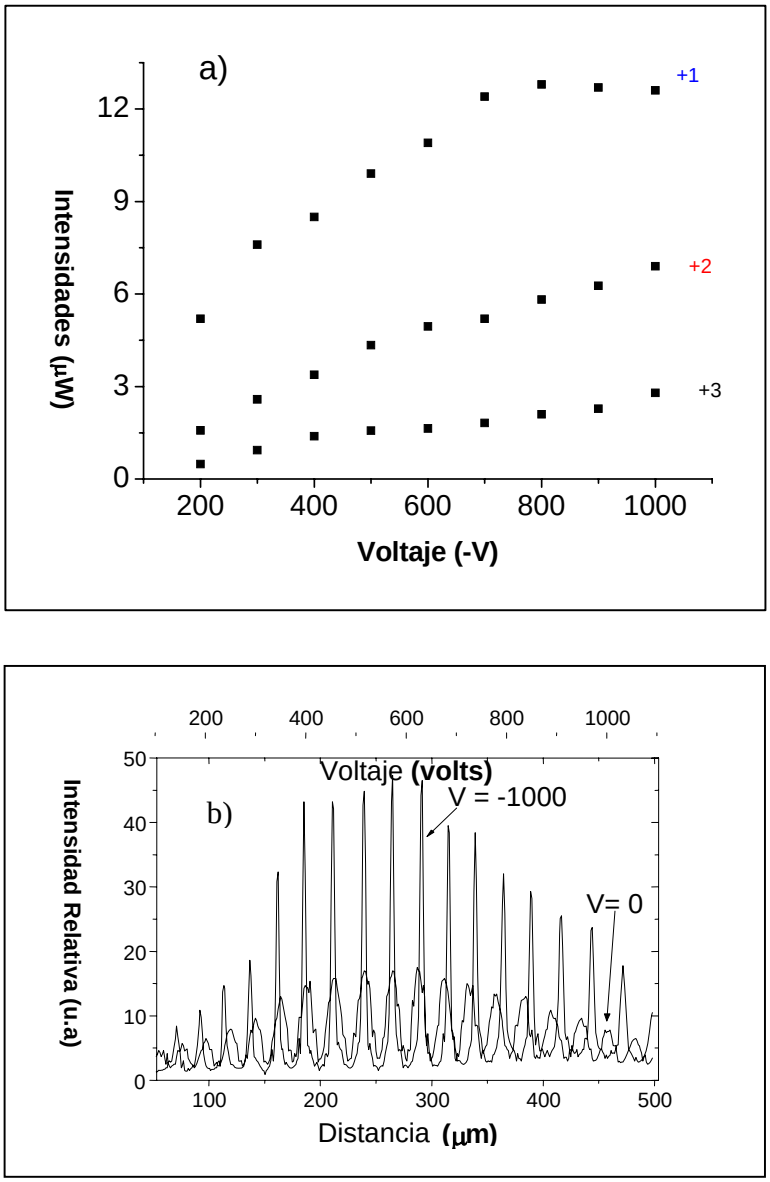


Figura 4.5: (a) Los altos órdenes de Intensidad están en función del voltaje aplicado al cristal de SBN:Ce, (b) Auto-compresión de las franjas verdes al tener un voltaje de -1000V.

4.2. Resultados Numérica: NLSE

Para el análisis teórico de estructuras periódicas (patrones periódicos) formado por dos haces coherentes en un cristal de SBN:Ce, se utilizó el modelo de la NLSE para ondas electromagnéticas de forma escalar y con amplitud compleja del campo eléctrico óptico $A(Z,X)$. En el modelo NLSE, se utilizaron variables adimensionales. La ecuación. (4.1a) representan la formación de las estructuras periódicas (lattices) de las guías de onda (haces verdes, $\lambda = 532\text{nm}$) y la ecuación (4.1b) al haz guiado (haz rojo, $\lambda = 632\text{nm}$), ambas ecuaciones se encuentran acopladas, y se encuentran en el capitulo 2, (2,2.6),

$$i\frac{\partial q_G}{\partial Z} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q_G}{\partial X^2} + R\frac{\mu|q_G|^2 + \nu|q_R|^2}{1+\mu|q_G|^2 + \nu|q_R|^2}q_G \qquad (4.1a)$$

$$i\frac{\partial q_R}{\partial Z} = \frac{1}{2}\rho\frac{\partial^2 q_R}{\partial X^2} + \frac{R}{\rho}\frac{\mu|q_G|^2 + \nu|q_R|^2}{1+\mu|q_G|^2 + \nu|q_R|^2}q_R \qquad (4.1b)$$

donde, las variables involucradas son: la coordenada transversal normalizada, $X = x/x_0$, la coordenada longitudinal normalizada, $Z = z/L_D$, escala transversal característica x_0, la longitud de difracción $L_D = k_G n_0 x_0^2$, el parámetro de contraste $\mu = I_G/I_0$, relación de las intensidades, $\nu = I_R/I_0$ (I_0 es la intensidad de iluminación de fondo uniforme, I_G es el pico de intensidad uniforme de la guía de onda (haces verdes) y la intensidad del haz a guiado (haz rojo) I_R, k_G and k_R corresponden al número de onda de ambos haces, $\rho = k_G/k_R$, los parámetros no lineales del cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, son: el parámetro no lineal, $R = L_D/L_{NL}$, la longitud de auto-modulación de fase de los haces, $\delta n_0 = r n_0^3 \mathbf{E}/2$. r es el efecto electroóptico efectivo, el campo eléctrico estático, $\mathbf{E}$, se tiene la relación, $\mathbf{E} = V/d$, donde V es el voltaje externo aplicado y el ancho transversal del cristal, d.

En la ecuación (4.28) se consideran las condiciones iniciales. Como considerar a la onda plana, con estructura periódica, de la forma, $q_G(X,0) = \cos(X)$ correspondiente

a las guías de onda (haces verdes) y $q_R(X,0) = \exp[-(X/a_0)^2]$ el haz gaussiano a guiar (haz rojo), donde $a_0 >> 1$ es el ángulo del haz, siendo menor que la distancia entre las franjas.

En la figura 4.6 se muestra la dinámica de la propagación de la luz, con estructura periódica, utilizando la ecuación NLSE (ecuación 4.1), estas están resueltas y acoplan a los haces que forman la guia de onda (λ=532nm) y del haz guiado (λ=632 nm), ambos interactuando en el cristal de SBN:Ce, se consideran todas las propiedades ópticas de dicho material, así como el ángulo de 8.2 mrad, los efectos de estabilidad, y voltaje externo aplicado.

Los parámetros utilizados son de acuerdo a las propiedades ópticas del cristal de SBN:Ce utilizado. El máximo valor del coeficiente electro-óptico del cristal SBN:Ce es de $r = 280$ pm/V, el valor típico para la longitud de difracción es de $L_D \cong 7$ mm, el parámetro de contraste es $\mu = 0.1$ y $v \cong 0.5$; parámetro no lineal esta en el intervalo $0 < R \leq 50$ para el campo eléctrico estático externo aplicado de $E \cong 400$ V/mm.
En la figura 4.6, se muestran los resultados numéricos obtenidos, durante la distancia de propagación en el cristal. Se observa la auto-compresión de las franjas de interferencia verdes. En la figura 4.6a se encuentra el comportamiento de los haces verdes, durante dicha propagación, y en la Fig. b, se encuentra el comportamiento del haz guiado (λ=632 nm).

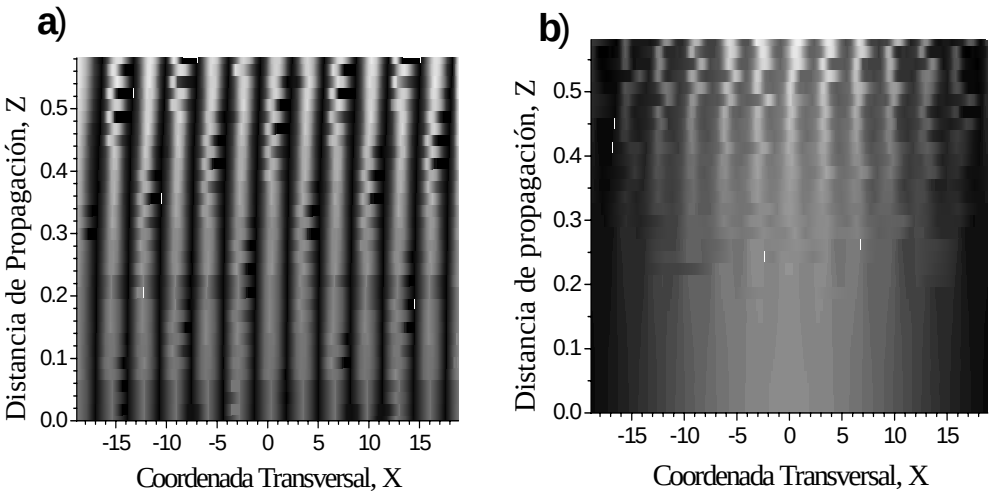


Figura 4.6: Resultados numéricos para la propagación del haz periódico de tipo Gaussiano con la auto-compresión de las franjas de las guías de ondas, a) guía de ondas (verdes) y b) haz guiado (rojo). Los valores utilizados: $R = 20,\ \mu = 0.25,\ \nu = 0.125$.

En la figura 4.7, se muestran en comportamiento de propagación en el espacio espectral (en frecuencia espacial). Observamos, que durante la propagación de los haces, existe la auto-compresión de las franjas de interferencia. En la figura 4.7 (a) y (b) se realiza el cálculo de espectros espaciales para (a) haces verdes y franjas de interferencia (b) el haz rojo a lo largo trayectoria de propagación. Los parámetros tienen los valores de $R = 20,\ \mu = 0.25,\ \nu = 0.125$. En la figura 4.7, (c) se muestra la relación de intersección a baja intensidad esto es (ν = 0) y (d) se tiene el comportamiento a alta intensidad (ν = 0.125), los parámetros del haz gaussiano son $R = 20,\ \mu = 0.25$

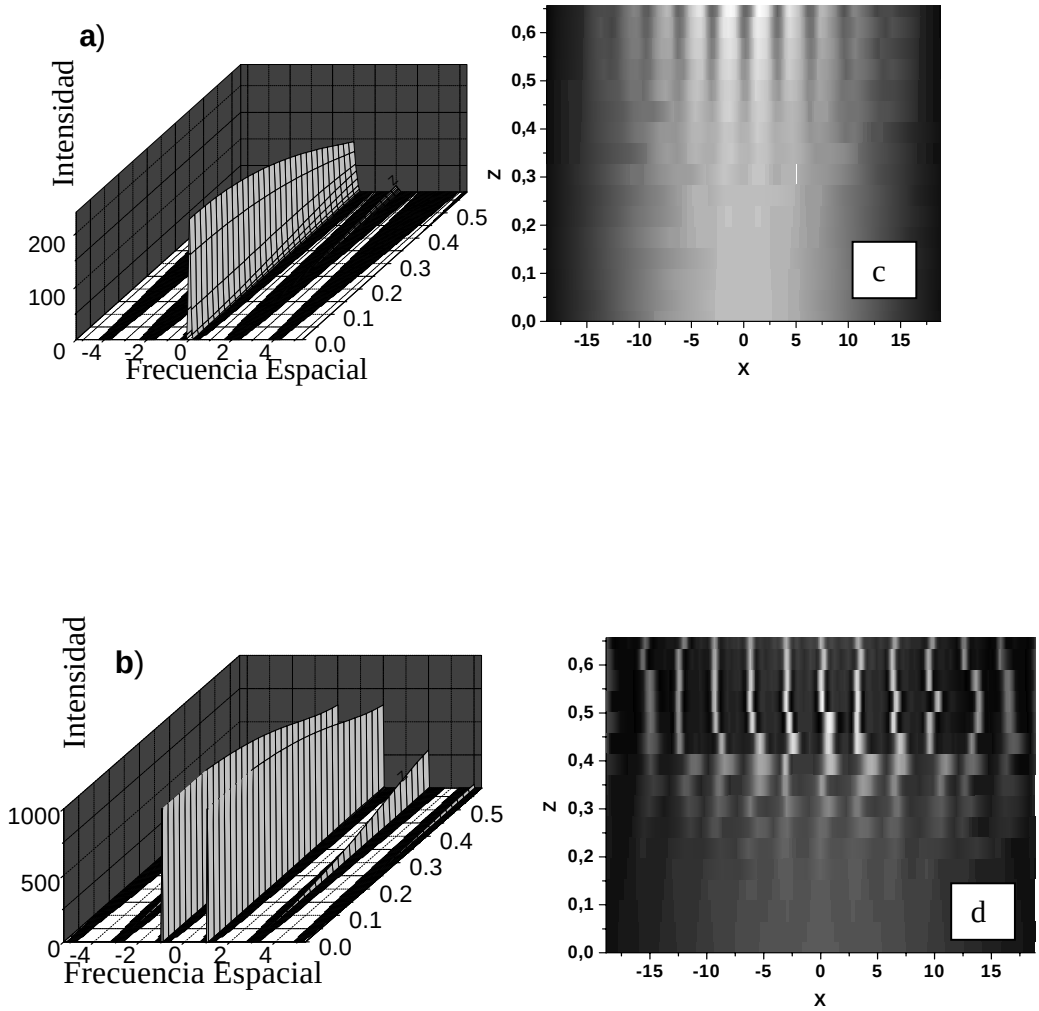


Figura 4.7: Comportamiento del espectro espacial de las franjas de interferencia (dentro del cristal de SBN:Ce, en las dimensiones de la sombra ≈1.5 mm), (a) es el haz guiado (haz rojo) de tipo Gaussiano (b) son las guías de onda (haces verdes) Propagación dentro del cristal con R = 20, $\mu = 0.25$, $\nu = 0.125$.

En los resultados en la figura 4.7, se muestran el comportamiento físico de las guías de onda y del haz guiado, se consideró un alto contraste se estudiaron las guías de ondas creadas, estas son fotoinducidas y auto-ajustables. Uno de los mecanismos,

esta relacionada con la amplitud de fase: la perturbación de la fase inducida, se debe a la modulación del cruce en la fase del haz guiado, y esto se debe a que las guías de onda se transforman en perturbaciones de amplitud, en toda la trayectoria del cristal SBN:Ce, esto es, $L \approx (L_D L_{NL})^{1/2}$. En su forma pura o natural, este mecanismo puede estar en el límite del haz guiado a baja intensidad $(\nu \to 0)$, esto nos dice que dirige a una guia de onda a bajo contraste, figura 4.7 (a). En otras palabras, es la excitacion transitoria de los modos lineales de las guías fotoinducidas, producidas por haces Gaussianos.

Cuando las guías de ondas son de gran intensidad, $(\nu \to 1)$ se consideran los mecanismos, de la inestabilidad modulacional. Está demostrado [84-87] que para un solo haz en un medio no lineal es saturable en amplitud, las perturbaciones se incrementan dentro de la banda de frecuencia de inestabilidad $0 < \Omega < \Omega_{CR}$. En la ausencia de las lattice $(|q_G|^2 \to 0)$, la frecuencia crítica esta dada por $\Omega_{CR} = 2(Rf)^{1/2}$, donde $f = \nu q_0^2 /[1+\nu q_0^2]^2$, y $q_0 \sim 1$ es la amplitud del haz rojo con perturbaciones.

Dentro de la inestabilidad, en amplitud de la banda de perturbaciones, estas crecen de forma exponencial con la velocidad. $\gamma = \Omega(\Omega_{CR}^2 - \Omega^2)^{1/2}$. Así que básicamente, la fase de conversión en amplitud produce perturbaciones periódicas, provocando que sean amplificados de forma exponencial, debido a la inestabilidad modulacional, finalmente se produce un alto contraste a las guías de onda figura 4.8b.

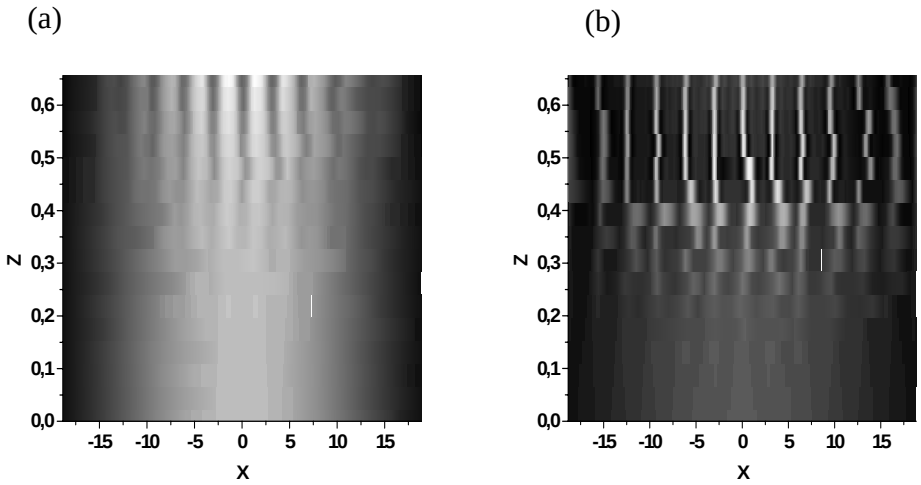


Figura 4.8: Intersección-enfocamiento de baja intensidad ((a), $\nu = 0$) y para alta intensidad ((b), $\nu = 1$) distancias de los haces gaussianos para $R = 20,\ \mu = 0.25$.

Obsérvese que los resultados de las simulaciones en computadora, concuerdan con los datos experimentales en un dominio de espacio (campo cercano). El haz de láser descubierto de alto contraste guiado por una matriz periódica, de las guías de onda fotoinducidas de autoajuste, definitivamente aumenta las posibilidades del control de la luz por luz, y del switcheo. Sin embargo, el entramado de la guía de onda verde produce un incremento de 10 veces en la intensidad del haz rojo; lo cual es especialmente interesante para el procesamiento paralelo de la información.

Capitulo 5

CONCLUSIONES GENERALES

1. Estudiamos teórica y experimentalmente la propagación, atrapamiento y guiado de un haz gaussiano (λ = 633 nm) en un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, diseñando un arreglo de guía de ondas fotoinducidas ópticamente (*optical lattices*).

   Para lo anterior, encontramos las condiciones apropiadas experimentalmente para que:

   - El haz rojo fuera atrapado y guiado por el arreglo de guías de onda auto-enfocadas.
   - La auto-compresión de los perfiles de intensidad deseada, siendo controlada por el voltaje externo aplicado al cristal.

2. Investigamos la importancia que juega la inestabilidad modulacional transversal en dichos procesos. Los resultados teóricos son compatibles con los resultados experimentales.

   Para lo anterior, encontramos las condiciones apropiadas en el desarrollo experimental para:

   - La obtención de una gran auto-compresión del arreglo periódico de las ondas propagándose en el cristal.
   - La observación de la disminución del periodo de la *lattice* y el incremento de la modulación del índice de refracción.

- La razón de compresión se limitó a 5 para el desarrollo de la inestabilidad modulacional transversal.

3. El acoplamiento de ondas de luz de baja intensidad guiadas por *lattices* de las vecindades disminuye significativamente.

4. El número de modos potencialmente guiados por *lattice* individuales decrece en forma constante.

5. Los resultados enriquecen la posibilidad de experimentar y fabricar solitones (brillantes) lattice, incluyendo el caso discreto de solitones espaciales.

Comprobamos los resultados experimentales y teóricos, obtenidos al estudiar la propagación de la luz en medios no lineales con estructura periódica (*lattice*s); los haces de escritura deben ser de igual intensidad y entre ellos formar un ángulo muy pequeño, ambos resultados (experimentales y teóricos) son compatibles, en los dominios; espacial (campo cercano) y espectral (campo lejano). Se en esta dirección, se presentó el alto contraste, para las guías de ondas (haces verdes) y del haz guiado (haz rojo) al utilizar patrones periódicos, se presentaron incrementos en la auto-compresión de las guías de onda fotoinducidas, estos resultados definitivamente enriquecen las posibilidades del control de la luz por la luz y de su conmutación. La presencia de la lattice (guías verdes) en el centro (haz de tipo gaussiano), provoca que exista un incremento de aproximadamente de mas de diez veces la intensidad del haz guiado (haz rojo); estos resultados son esencialmente interesantes para las aplicaciones del procesamiento paralelo de información atreves de la luz.

Se ha demostrado que de no existe dependencia, con respecto porcentaje de dopaje de cerio en el cristal de SBN:Ce, únicamente debido a mayor cantidad (de Cerio) los portadores provocan que la formación de las guías se formen en menor tiempo.

Se encontró el ángulo apropiado de la rejilla de grabado, para la formación de las guías de onda en un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce.

Se estudió, el comportamiento que tienen las guías de onda, producidas en un cristal fotorrefractivo de SBN:Ce, al ser iluminado por un patrón periódico de interferencia. Esto, origina el fenómeno de auto-enfocamiento de las franjas de interferencias y de las guías de onda, al estar incrementando el voltaje, y cuando los haces rojos se encuentran fuera de la propagación esta, la calidad de enfocamiento disminuye. Este comportamiento es similar a lo teórico.

El fenómeno de la inestabilidad modulacional transversal, desempeña un papel crucial en guiar un haz de tipo gaussiano. En esta trayectoria, se consideraron las condiciones de autoenfocamiento, dentro del intervalo de la inestabilidad, los parámetros de mayor relevancia, tales como la alta no linealidad del material, el ángulo de grabado de la rejilla, los casos analizados, al tener baja y altas intensidades, relacionando con el alto contraste, y del tipo de haces utilizados (gaussianos).

Finalmente se comprobó que la teoría y los resultados experimentales son compatibles en todo momento.

Los anteriores resultados han sido publicados en artículos y congresos.

PUBLICACIONES Y PARTICIPACIÓN A CONGRESOS

1. **Artículos publicados por el autor:**

1.- **Francisco Marroquín Gutiérrez** y Nikolai Korneev Z, Alejandro Apolinar Iribe y Víctor Vysloukh, Arreglo de guías de ondas no lineales de luz inducidas en un cristal fotorrefractivo, Guadalajara Jalisco 2005 XLVIII Congreso Nacional (SMF) / XVIII Reunión anual (AMO) (PUBLICADO).

2.- **Francisco Marroquín Gutiérrez**, Alejandro Apolinar Iribe y Nikolai Korneev Publicado en la Revista de Óptica Aplicada (OPA), en España, "Laser beam guiding by waveguides in a photorefractive strontium barium niobate crystal" (PUBLICADO). www.sedoptica.es

3.- Nikolai Korneev and **Francisco Marroquín,** J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 24, No. 1/January 2007. Long distance propagation of periodic patterns in weakly nonlinear Kerr medium". J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 24, No. 1/January 2007

4.- Laser beam guiding by self-tightening photonic lattice, A. Apolinar-Iribe, **F. Marroquín Gutiérrez**, N. Korneev and Víctor A. Vysloukh, en IEEE Journal of Quantum Electronics. IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS, VOL. 44, NO. 11, NOVEMBER 2008

Congresos nacionales e internacionales y talleres:

1.- **Francisco Marroquín,** Nikolai Korneev, Alejandro Apolinar Iribe y Victor Vysloukh, **Arreglo de guías onda no lineales de luz inducidas en un cristal fotorrefractivo**, XLVII Congreso Nacional de Física (Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora. 2004).

2.- **Marroquín Gutiérrez Francisco**, Korneev Zabello Nikolai, Iribe Alejandro Apolinar, Víctor Vysloukh, arreglo de guías onda no lineales de luz inducidas en un cristal fotorrefractivo, XLVIII Congreso Nacional de Física (Guadalajara, Jal. 2005).

3.- Apolinar-Iribe, **Francisco Marroquín**, N. Korneev y V. A. Vysloukh, Waveguides in a SBN:Ce Photorefractive cristal: Teory and experiment, Congreso Internacional de Óptica, European Optical Society (EOS): EOS Topical Meeting on Nonlinear optics: from source to guided wave (TOM 6), 16.19 octubre 2006, en Versalles, Francia.

4.- Progress in Electromagnetics Reserch Symposium (PIERS 2007), en Prag Republic Czechoslovakia, agust 27-30, 2007. “Experimental results of a wave gui using a photorrefractive material sbn:cE”.

5.- Apolinar-Iribe, **Francisco Marroquín**, N. Korneev y V. A. Vyslou Congreso Internacional Óptica en Alicante, España. (18 de septiembre al 22 septiembre del 2006).

6.- Apolinar-Iribe, **Francisco Marroquín**, N. Korneev y V. A. Vysloukh, “generation of optical scenarios for tranverse modulation instability of periodical ligth patterns in photorefrective SBN:CeCr”, Congreso Internacional de Óptica, European Optical Society (EOS): EOS Topical Meeting on Nonlinear optics: materials, Devices and Spatio-Temporal Effects (TOM 6, EOSAM 2008), 29 septiembre -3 octubre 2008, en Paris, Francia.

1.- III Taller de Óptica moderna (1 al 12 de septiembre de 2003).

2.- Simposio Nacional “La Óptica en la Industria” (10 al 11 de junio 2003).

3.- IV Taller de Óptica Moderna (6 al 10 de septiembre del 2004).

4.- Taller de óptica moderna. 8 – 9 noviembre, 2006.

REFERENCIAS

[1] A. S. Davynov, N. I. Kislukha, Solitary excitations in one-dimensional molecular chains, Phys. Status Solidi B, 59, 465-470 (1973).

[2] D. N. Christodoulidies, R. I. Joseph, Discrete self-focusing in nonlinear arrays of coupled waveguides. Opt. Lett. 13, 794-797 (1988).

[3] W. P. Su, J. R. Schieffer, A. J. Heeger, Solitons in polyacetylene, Phys. Rev. Lett. 42, 1968-1971 (1979).

[4] A. Trombettoni, A. Smerzi, Discrete Solitons and breathers with dilute Bosé-Einstein condesates, Phys. Rev. Lett. 86, 2353-2356 (2001).

[5] C. H. Gu, Soliton Theory and its Applications, Springer, New York, 1995.

[6] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade and J. N. Winn, Photonic Crystals: Molding tle flow of light, Princeton University Press, Princeton, 1995.

[7] R. E. Slusher and B. J. Eggleton eds., Nonlinear Photonics Crystals, Springer Series in photonics, vol. 10, Springer-Verlag, Berlin, 2003.

[8] P. Yeh, Optical Waves in Layered Media, John Wiley & Sons, New York, 19988.

[9] P. St. J. Russell, Photonics Crystals fibers, Science 299, pp. 358-362, 2003.

[10] T. F. Krauss, R. M. DeLaRue and S. Brand, Two dimensional photonics bandgap structures operating at near infrared wavelengths, Nature 423, pp. 699-702, 1996.

[11] (E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. 58, 2059 (1987).

[12].- S. John, Phys. Rev. Lett. 58, 2486 (1987). K. Ohtaka Phys. Rev. B 19 5057 (1979).)

[13] A. Yariv, Optical Electronics, Saunders College Publishing, Philadelphia, 1991.

[14] R K Bullough. "The Wav par excellence", the solitary, progressive great wave of equilibrium of the fluid – an early history of the solitary wave", en Solitons, ed. M Lakshmanan, Springer Series in Nonlinear Dynamics, 1988, 150-281.

[15] O. Darrigol. "The Spirited Horse, the Engineer, and the Mathematician: Water Waves in Nineteenth-Century Hydrodynamics", Arch. Hist. Exact Sci. 58 (2003) 21-95.

[15a] Alex D.D. Craik. ``The origins of water wave theory", Annual Review of Fluid Mechanics (2004), Vol. 36, pp. 1-28.

[16] R. K. Bullough and P. J. Caudrey. "Solitons and the Korteweg-De Vries equation: integrable Systems 1834-1995", Proceedings of the Confererence on Nonlinear Coherent Structures in Physics and Biology, Heriot-Watt University, Edinburgh, July 10-14 1995, eds D B Duncan and J C Eilbeck, disponible en la red en http://www.ma.hw.ac.uk/solitons/procs/.

[17] M. D. Iturbe-Castillo, M. Torres-Cisneros, J. J. Sanchez-Mondragon, S. Chavez-Cerda, S. I. Stepanov, V. A. Vyslouk, G. E. Torres-Cisneros, “Experimental evidence of modulation instability in photorefractive BTO crystal”, Opt. Lett. 20, 1853-1855 (1995).

[18] N. Korneev, Non Bragg beam interaction in photorefractive media, Recent Res. Devel, Optics, 2, 2002:281-291 ISBN: 81-7736-140-6.

[19] A. Apolinar-Iribe, F. Marroquín Gutierrez, N. Korneev, and Victor A. Vysloukh IEEE Journal of quantum electronics, vol. 44, no. 11, november 2008

[20] Francisco Marroquín-Gutiérrez, Alejandro Apolinar-Iribe, Nikolai Korneev. ÓPTICA PURA Y APLICADA. www.sedoptica.es

[16] A. Apolinar-Iribe, N. Korneev, V. A. Vysloukh, C. M. Gomez-Sarabia, "Transverse modulation instability of periodic ligth patterns in photorefractive strotium barium niobate crystal", Opt. Lett., 27, 2088.2090 (2002).

[21] T. T. Shi, and s. Chi, Nonlinear photonic switching by using the spatial solitons collision, Optics Letters, Vol. 15, pp. 1123-1125 (1990).

[22] Y. D. Wu, New all-optical wavelength auto-router based on spatial solitons, Optics Express, Vol. 12, pp. 4172-4177 (2004).

[23] A.Villeneuve, K. A. Hemyari, J. U. Kang, C. N. Ironside, J. S. Aitchison, and G. I. Stegeman, Demonstration of all-optical demultiplexing at 1555 nm with an AlGaAs Directional Coupler, Electronics Letters, Vol. 29, pp. 721-722 (1993).

[24] N. Korneev, Current anisotropy influence on beam self-focusing in photorefractive materials, J. Mod. Opt. 48, 751-755 (2001).

[25] N. Korneev, A. Apolinar-Iribe, V. A. Vysloukh, M. A. Basurto-Pensado. Self-compression of 1+1D cnoidal wave in fotorefractive BTO crystal: a experimental evidence, Opt. Commun. 197, 209-215 (2001).

[26] Born M. and E. Wolf (1975). Principles of Optics. Pergamon Press, New York.

[27] Ashkin. G.D. Boyd. J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballmann, H.J. Levinstein and K. Nassau, Appl. Phys. Lett., 9, 72 (1966).

[28] Y.R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics (New York, Wiley, 1984).

[29] F.S Chen, J. App. Phys., 38,3418, (1967).

[30] R. L. Sutherland, *Handbook of Nonlinear Optics*, Ed. Marcel Dekker Inc., New York, Cáp. 7, 385-444 (1996).

[31] Toda, Morikazu (1989). Nonlinear Waves and Solitons. Mathematics and its Applications (Japanese Series). KTK Scientific Publishers, Tokyo.

[32] P. G. Drazin and R. S. Johnson (1990). Solitons: an Introduction. Cambridge University Press.

[33] Kaminov, I. P., An Introduction to electrooptic Devices. Academic Press, New York, 1974.

[34] Yariv, A., Quantum Electronics. J. Willey & Sons, New York, 1989.

[35] Agulló – López, F., J. M. Cabrera y F. Agulló – Rueda, Electrooptics: Phenomenona, Materials and Applications. Academic Press. London, 1994.

[36] Gottlied, M.., C. L. M. Ireland y J. M. Ley, Electrooptic and Acoustooptic Scaning and Deflection. Marcel Dekker Inc,. New York, 1983.

[37] Pankove, J. I. Display Device, vol. 40 of Topics in Applied Physics, Spriger-Verlang, Berlín, 1980.

[38] Funfschilling, J., Condensed Matter News 1, 12, 1991.

[39] Nikolai Korneev and **Francisco Marroquín,** J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 24, No. 1/January 2007. Long distance propagation of periodic patterns in weakly nonlinear Kerr medium". J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 24, No. 1/January 2007

[40] M.P. Petrov, S. I. Stepanov and A. V. Khomenko, Photorefractive Crystals in Coherent Optical Systems. Springer-Verlag, Berlin, 1991.

[41] P. Yeh. Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics. Wiley, New York, 1993.

[42] P. Gunter and J. P. Photorefractive Materials and their Applications I. Springer-Verleg, Alemania, 1988.

[43] R. K. Bullough, “The wav par excellence”, the solitary, progressive great wave of equilibrium of the fluid-and early history of the solitary wave, in solitons. Ed M. laskshmanan, Springer serie nonlinear dynamics, 1988, 150-281.

[44] O. Darrigol. “The spirited horse, the engineer, and the Mathematician: water waves in nineteenth-century hydrodynamics”, Arch. Hist. Exact Sci. 58 (2003) 21-95.

[45] Alex D. D. Craik.”The origins of water wave theory”, Annual Review of fluid Mechanics (2004), Vol. 36, pp. 1-28.

[46] R. K. Bullougth and P. J. Caudrey. “Solitons and the Korteweg-De Vries equations: integrable systems 1834-1995”, Proceedings of the conference on nonlinear coherent structures in Physics and Biology, Heriot-Watt University , Edinburg, july 10-14 (1995).

[47] G. G. Stokes. “1880-1905” Mathematical and Physical papers” Vol. 5. Cambridge, UK, Cambrige Univ. Press.

[48] M. J. Ablowitz and P. A. Clarkson, “Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering” London Math. Soc. 149, CUP, Cambridge (1991).

[49] A. P. Forty. Ed. “Soliton theory: a survey of results”, MUP, Manchester (1990).

[50] M. Segev, B. Crosignani, A. Yariv, B. Fisher. Physical Review Letters. 68, 923 (1992).

[51] M. Segev, B. Crosignani, A. Yariv, B. Fisher. Physical Review Letters. 68, 923 (1992).

[52] P.A. Belanger, P. Mathieu. Applied Optics. 26, 111 (1987).

[53] G. Duree, G. Salamo, M. Segev, A. Yariv, B. Crosignani, P. DiPorto, E. Sharp. Optics Letters. 19 No. 16, 1195 (1994).

[54] M. Segev, B. Crosignani, P. DiPorto, A. Yariv, G. Duree, G. Salamo, E. Sharp. Optics Letters. 19 No. 17, 1296 (1994).

[55] M. Segev, G. C. Valley, B. Crosignani, P. Di Porto, A. Yariv. Physical Review Letters. 73, 3211 (1995).

[56] M. D. Iturbe Castillo, P.A. Marquez Aguilar, J.J. Sanchez Mondragon, S. Stepanov. V. Vysloukh. Applied Physics Letters. 64, 408 (1994).

[57] M. D. Iturbe Castillo, J.J. Sanchez Mondragon, S. Stepanov, M.B. Klein, B.A. Wechsler. Revista Mexicana de Física. 41, 1 (1995).

[58] D. N. Christodoulides, M. I. Carvalho. Journal of Optical Society of America B. 12 No. 9, 1628 (1995).

[59] W. Zhao, E. Bourkoff. Optics Letters. 14 No. 13, 703 (1989).

[60] Y. Kivshar. IEEE Journal of Quantum Electrononics. 29 No.1, 250 (1993).

[61] G. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, (Academic Press, 1995).

[62] Ashkin. G.D. Boyd. J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballmann, H.J. Levinstein and K. Nassau, Appl. Phys. Lett., 9, 72 (1966).

[63] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, and V.Vinetzkii. “Holographic storage in electro-optic crystals. I. Steady State”. Ferroelectrics, 22, 949-960 (1979).

[64] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, and V.Vinetzkii. “Holohraphic storage in electro-optic crystals. II. Beam Coupling-light amplification”. Ferroelectrics, 22, 961-964 (1979).

[65] M.G. Moharam, T.K. Gaylord and R. Manguson. “Holographyc grating formatoion in photorefractive crystals with arbitrary electron transport length” J. Appl. Phys. 50, 5642-5651 (1979).

[66] P. Gunter and J.P. Huignard. “Photorefractive Materials and their applications I”. Topics in applied physics Vol. 61, Springer-Verlag, Berlin 1988.

[67] L. Solymar, D. J. Webb and A. Grunnet-Jepsen. “The physics and applications of Photorefractive materials”. Oxford Series. 1996.

[68] Photoelectronic properties of semicondutors. Richard H. Bube. Cambrigde University Press. (1992).

[69] M.P. Petrov, I.A. Sokolov, S.I. Stepanov, and G.S. Trofimov. “Non-steady state photoelectro-motive-force induced by dymanic gratings in partially compensated photoconductors”. J. App. Phys., 68, 2216 (1990).

[70] P. Ye, Introduction Photorefractive Nonlinear Optics, John Wiley and Sons, New York (1993).

[71] H. J Eicher, P. Günter and D. W. Pohl, laser-Induced Dynamics Gratings, Springer Verlag, Berlin (1986).

[72] P. Günter, Phys. Rep., 93, 199 (1982).

[73] 2.3] M.G. Moharam, T.K. Gaylord and R. Manguson. “Holographyc grating formatoion in photorefractive crystals with arbitrary electron transport length” J. Appl. Phys. 50, 5642-5651 (1979).

[74] V.E. Wood, P.J. Cressman, R.L. Holtman, C.M. Verber in: P. Gunter, J.P. Huignard, ”Photorefractive Materials and Their Applications I”, Sprigner, Berlin, 1987, Chap.8.

[75] D. Nolte, Photorefractive effects and materials, Kluwer Academic Publishers. USA, 1995. Chap. 7.

[76] P. Gunter and J.P. Huignard. “Photorefractive Materials and their applications I”. Topics in applied physics Vol. 61, Springer-Verlag, Berlin 1988.

[77] L. Solymar, D. J. Webb and A. Grunnet-Jepsen. “The physics and applications of Photorefractive materials”. Oxford Series. 1996.

[78] Photoelectronic properties of semicondutors. Richard H. Bube. Cambrigde University Press. (1992). 45

[79] M.P. Petrov, I.A. Sokolov, S.I. Stepanov, and G.S. Trofimov. “Non-steady state photoelectro-motive-force induced by dymanic gratings in partially compensated photoconductors”. J. App. Phys., 68, 2216 (1990).

[80] M.P. Petrov, S.I. Stepanov and G.S. Trofimov. “Time varing EMF in a nonuniformly illuminated photorefractive crystals”. Sov. Phys. Solid State, 12, 379, (1986).

[81] G.S Trofimov and S.I. Stepanov. “Time dependent holographyc current in photorefractive crystals”. Sov. Phys. Solid State 28,155, (1986).

[82] S.I. Stepanov. Handbook of Advanced Electronic and Photonic Materials and Devices. Vol. 2. Semiconductors Devices. Academic Press. 2001

[83] N. Korneev, A. Apolinar-Iribe, V. A. Vysloukh, M. A. Basurto-pensado. “Self-compression of 1+1D cnoidal wave in photorefractive BTO crystal: a experimental evidence”, Opt. Commun. 197, 209-215 (2001).

[84] N. Korneev, “Current anisotropy influence on beam self-focusing in photorefractive materials”, J. Mod. Opt. 48, 751-755 (2001).

[85] A. Apolinar-Iribe, N. Korneev, V. A. Vysloukh, C. M. Gomez-Sarabia, “Transverse modulation instability of periodic ligth patterns in photorefractive strotium barium niobate crystal”, Opt. Lett., 27, 2088.2090 (2002).

[86] D. Iturbe-Castillo, M. Torres-Cisneros, J. J. Sánchez-Mondragón, S.Chávez-Cerda, S. Stepanov, V. A. Vysloukh, and M. Torres-Cisneros, “Experimental evidence of modulation instability in a photorefractiveBi TiO crystal,” Opt. Lett., vol. 20, p. 1853, 1995.

Referencias adicionales:

[87]. M. A. Karpierz. A. D. Boardman and A. P. Sukhorukov (eds). Soliton-driven Photonics. Pag 41-57. 2001.

[88] G.P. Agrawal y R.W. Boyd Contemporary press, London. Chapter 3, 1992.

[89] A.W. Snyder and J.D. Love. Optical Hall, London. Chapter 12, 1983.

[90] René Fernando Domínguez Cruz. Efectos de superficie y de volumen en materiales fotorrefractivos. Tesis de doctorado. INAOE septiembre del 2002.

[91] Marcelo David Iturbe Castillo. Spatial Nonlinear Effects in Optical Media UIT Quasi-Local Negative Nonlinearty. Tesis de Doctorado. INAOE Enero de 1996.

[92] G.E. Torres Cisneros, J.J. Sanchez Mondragon, M.D. Iturbe Castillo, G.S. García Quirino, M. Torres Cisneros, C. Treviño Palacios. Revista Mexicana de Física. 41 No. 5, 662 (1995).

[93] B. Saleh, M. Teich. Fundamentals of Photonics. Capítulos 18 y 19. Wiley Interscience Estados Unidos, 1991.

[94] G. He, S. Liu. Physics of Nonlinear Optics. World Scientific, Singapur, 1999.

[95] G. Agrawal y R. Boyd, Editores. Contemporary Nonlinear Optics. Capítulo 2. Academic Press, Estados Unidos, 1992.

[96] Y. S. Kivshar, B. Luther. Physics Rep. 298, 81 (1998).

[97] Hecht Zajac. Óptica. Addison Wesley, México D.F., 1990.

[98] N. Korneev, S. Mansurova, P. Rodríguez, and S. Stepanov, J. Opt. Soc. Am. B, 14, 396, (1997).

[99] E. Hernández-Hernández, R. Domínguez-Cruz, M.D. Iturbe-Castillo and R.Ramos-García, Trends in Optics and Photonics. Advances in Photorefractive Materials, Effects and Devices. TOPS 27, 637- 672 , (1999).

[100] G.S Trofimov and S.I. Stepanov. “Time dependent holographyc current in photorefractive crystals”. Sov. Phys. Solid State 28,155, (1986).