



INAOE

Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica

Rectificación del Movimiento Browniano Usando Ratchets Ópticos

por

Lic. Javier Silva Barranco

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de **Maestro en Ciencias en la Especialidad de Óptica** en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Asesorado por:

Dr. Rubén Ramos García

Dr. Ulises Ruiz Corona

Tonanzintla Puebla, México

Diciembre 2010



RESUMEN

El fenómeno de transporte de partículas en sistemas periódicos pero espacialmente asimétricos fuera del equilibrio térmico, a despertado gran interés en temas de investigación principalmente en disciplinas como biología y nanotecnología. Esta técnica llamada ratchet, consiste en direccionar el movimiento de partículas Brownianas inducido con estructuras de potencial periódico asimétrico. En particular consideramos el modelo flashing ratchet, la perturbación involucra una conmutación de encendido y apagado del potencial óptico en forma de diente de sierra. La difusión gobernada por el movimiento Browniano permite el transporte direccionado de la partícula en función de la variación temporal y espacial del potencial. El patrón asimétrico es generado con un modulador de fase y transformado en un patrón de intensidad usando el método de contraste de fase. En este contexto, se estudia un ensemble de micro-partículas de latex de diámetro $d = 0.5 \mu m$, donde se caracteriza la velocidad promedio del ensemble a diferentes periodos espaciales y tiempos de conmutación del potencial. La dinámica es descrita por la ecuación de Langevin.

ABSTRACT

Particle transport phenomena far from thermal equilibrium in periodic systems but asymmetrically, has become an important research issue, mainly in disciplines where it plays an important role such as biology and nanotechnology. This technique called ratchet, allows to rectify the Brownian motion of particles induced with asymmetric periodic potential structures. In particular, we consider the flashing ratchet model, where the perturbation involves switching on and off a spatial sawtooth potential. The diffusion governed by Brownian motion allows the directed transport of the particle as a function of temporal and spatial variation of potential. The asymmetrical pattern is generated with phase modulation which is transformed into an intensity pattern using the phase contrast method. In this context, we study an ensemble of micro-latex particles of diameter $d = 0.5 \mu m$, where is characterized the average velocity of the ensemble, which is exposed a different spatial periods as well as a different time periods of switching potential. The dynamics is described by the Langevin equation.

AGRADECIMIENTOS

A mis asesores, Dr. Rubén Ramos García y Dr. Ulises Ruiz Corona por su orientación y el tiempo invertido para llevar a cabo este trabajo. Al Dr. Víctor Manuel Arrizón Peña por su apoyo facilitándonos el modulador de fase, Dr. Nikolai Korneev Zabello por su asesoría en una etapa de la tesis, Dr. Miguel O. Arias Estrada y a su alumno Carlos Pérez Lara por la elaboración del programa hecho en MATLAB para analizar la trayectoria descrita por las partículas.

Agradezco al Dr. Evgene Kuzin por otorgarme una beca en un cierto periodo del trabajo de la tesis.

También extendo mi agradecimiento a los sinodales, Dr. Baldemar Ibarra Escamilla, Dr. Julio César Ramírez San Juan y nuevamente al Dr. Nikolai Korneev Zabello, por sus comentarios y sugerencias que contribuyeron de forma sustancial a la mejora del presente trabajo.

A mis compañeros y amigos de generación. A Patty, Eicela por su disposición y apoyo en todo lo que concierne a los trámites de la coordinación de óptica. A Liliana Perea por su afable atención y apoyo en material bibliográfico.

A mi familia

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 0.1. Esquema general | 1 |
| 0.2. Historia | 2 |
| 0.3. Organización de la tesis | 4 |
| 1. Pinzas Ópticas | 6 |
| 1.1. Introducción | 6 |
| 1.2. Momento y presión de radiación | 8 |
| 1.3. Captura óptica de micro-partículas | 9 |
| 1.3.1. Régimen de Rayleigh | 10 |
| 1.3.1.1. Fuerza de esparcimiento | 12 |
| 1.3.1.2. Fuerza de gradiente | 13 |
| 1.3.2. Régimen de Mie | 15 |
| 1.3.2.1. Descripción de la fuerza por rayos ópticos | 16 |
| 1.3.2.2. Trampa óptica | 19 |
| 1.3.3. Régimen generalizado de Lorenz-Mie | 22 |
| 2. Ratchets Ópticos | 23 |
| 2.1. Teoría de Einstein acerca del movimiento browniano | 24 |
| 2.2. Ecuación de Langevin | 26 |
| 2.2.1. Cálculo del desplazamiento medio cuadrático | 27 |
| 2.2.2. Función de correlación | 30 |
| 2.2.3. Velocidad media cuadrática | 32 |

| | |
|---|-----------|
| 2.3. Conceptos básicos del fenómeno ratchet | 32 |
| 2.3.1. Smoluchowski-Feynman | 33 |
| 2.3.2. Movimiento browniano en dependencia del potencial | 34 |
| 2.3.3. Modelo flashing ratchet | 35 |
| 3. Método experimental | 38 |
| 3.1. Elementos del arreglo experimental | 38 |
| 3.1.1. Descripción de las etapas del arreglo | 39 |
| 3.2. Patrones de fase | 42 |
| 3.3. Resultados | 44 |
| 3.3.1. Reconocimiento de las partículas aplicando la técnica de segmentación | 45 |
| 3.3.2. Análisis | 47 |
| 4. Conclusiones | 57 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 1.1. Regímenes de la captura óptica de acuerdo al tamaño de la partícula. | 10 |
| 1.2. Trayectoria de múltiples rayos de luz reflejado y transmitidos en una partícula esférica para un rayo incidente de potencia P | 17 |
| 1.3. El diagrama vectorial muestra que el vector $\mathbf{P}_{ai,bi}$ es el momento de la luz incidente y $\mathbf{P}_{af,bf}$ es el momento de la luz emergente. La dirección del vector $\Delta\mathbf{P}_{a,b}$ es el momento transferido a la esfera por refracción. | 20 |
| 2.1. Gráfica que muestra la función de correlación $\Gamma(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t + \tau) \rangle$ de la función aleatoria $\xi(t)$ | 30 |
| 2.2. Experimento mental de Smoluchowski-Feynman. | 34 |
| 2.3. Potencial ratchet. | 35 |
| 2.4. En el tiempo $\tau = 0$ la probabilidad de localizar la partícula es representada por una función de densidad de probabilidad aguda. Para tiempos $\tau \ll \tau_{off}$, el potencial es apagado y la partícula se difunde libremente. Después de un tiempo τ_{off} el potencial es encendido y la partícula es forzada a caer a un mínimo de potencial con probabilidades P_f y P_b | 36 |
| 3.1. Arreglo experimental usado en la rectificación del movimiento browniano. | 39 |
| 3.2. Etapa de contraste de fase para transformar el patrón de fase a un patrón de intensidad. | 41 |
| 3.3. Preparación de la muestra. | 42 |

| | |
|---|----|
| 3.4. (a) Esquema de los elementos básicos del modulador de fase. (b) Vista transversal de la rotación θ de las moléculas de cristal líquido con la aplicación de un campo eléctrico \mathbf{E} | 43 |
| 3.5. La modulación de fase 2π es lograda con un nivel de gris de 64 usando una longitud de onda de $\approx \lambda = 532$ nm. | 43 |
| 3.6. Patrones de fase desplegados en el modulador de fase. | 44 |
| 3.7. Análisis por segmentación de los cuadros que constituyen el video. | 45 |
| 3.8. Detección de partículas. | 46 |
| 3.9. Se muestra la trayectoria descrita de cada partícula. | 47 |
| 3.10. Movimiento Browniano. | 47 |
| 3.11. Imágenes experimentales del patrón ratchet. El lado derecho muestra el perfil transversal promedio. | 48 |
| 3.12. Rectificación del movimiento browniano. | 49 |
| 3.13. Probabilidad de difusión de la partícula sometida a un potencial asimétrico. | 51 |
| 3.14. Diferencia de probabilidad ($P_f - P_b$). | 52 |
| 3.15. Curvas de probabilidad ($P_f - P_b$) normalizadas. | 53 |
| 3.16. Experimento flashing ratchet. Las partículas son del tamaño de $\approx 0.5 \mu m$. Un conjunto de 4 partículas es mostrado en la rectificación del movimiento browniano. | 55 |
| 3.17. Velocidad promedio <i>vs</i> tiempo de apagado τ_{off} | 56 |

INTRODUCCIÓN

0.1. Esquema general

El objetivo de la presente revisión son fenómenos de transporte de partículas en sistemas especialmente periódicos fuera del equilibrio térmico. Nuestra atención se centra en sistemas a pequeña escala para los que el ruido térmico juega un papel importante.

Desde la observación del movimiento browniano, pero sobre todo desde la explicación de Einstein del fenómeno basado en la teoría cinética de los gases, la línea de investigación dedicada a estudiar las fluctuaciones en determinados procesos físicos ha recibido una considerable atención. Dentro de esta línea en los últimos años ha resultado de gran interés la rectificación de fluctuaciones que presenta las partículas brownianas por parte de los llamados ratchets o motores brownianos.

Una partícula browniana es una partícula en contacto con un baño térmico que por su pequeño tamaño y masa realiza un movimiento irregular como consecuencia de la transferencia de energía de los átomos del medio. El fenómeno ratchet es capaz de rectificar el movimiento irregular de éstas partículas gracias a

una perturbación de asimetría espacial o temporal.

El término motor browniano abarca en realidad gran cantidad de realizaciones experimentales y modelos teóricos diferentes. Nosotros centraremos los estudios al modelo conocido como *flashing ratchet*. Este modelo consiste en una o varias partículas brownianas sometidas a una perturbación externa, ya sea determinista o estocástica. Por lo tanto, el sistema físico inicialmente en equilibrio térmico tiende a estar fuera de equilibrio cuando se impone dicha perturbación. Cuando sucede este desequilibrio el transporte direccionado es posible en sistemas espacialmente periódicos donde es claro que también se rompe la simetría espacial de la perturbación. Estas dos condiciones esenciales como el rompimiento del equilibrio térmico y de la simetría espacial son características del llamado *efecto ratchet*.

0.2. Historia

El efecto ratchet ha sido estudiado en trabajos de Arquímedes, Seebeck, Maxwell, Curie, y otros como el experimento mental de Smoluchowski en 1912 [1]. El siguiente paso importante fue la famosa recapitulación de Feynman de la extensión hecha por el experimento de Smoluchowski, donde el sistema es sometido a dos baños de calor térmico a diferentes temperaturas [2]. La paradoja de Brillouin (1950) puede considerarse como una variación de la observación contraria a la intuición de Smoluchowski [3]. Otro campo de aplicación de la teoría ratchet es investigado en la disciplina de transporte intercelular específicamente en motores moleculares y bioquímicos y bombas moleculares. En el caso de motores moleculares en 1957 A. Huxley trabajo con la contracción molecular [4] y en la década de los ochenta Braxton y Yount [5, 6] y en 1990 Vale y Oosawa [7] y muchos otros que contribuyeron con más aportaciones. En el caso de las bombas moleculares, el avance se produjo con la interpretación teórica de lo resultados experimentales anteriormente conocido del efecto ratchet en 1986 por Tsong, Astumian y colaboradores [8, 9].

También se ha implementado ratchet a través de una rectificación por voltaje o un campo magnético, lo cual se conoce como *tilting ratchet*. Esto se ha observado experimentalmente y teóricamente interpretado ya en 1967 por De Waele [10]. Además los efectos de materiales fotovoltaicos y fotorefractivos han sido incorporados a ésta técnica por Glass desde 1974 [11]. Recientemente, el efecto ratchet ha sido implementado usando electrodos de formas particulares considerando campos eléctricos inhomogeneos [12] y también en trampas ópticas [13].

Los modelos *on-off ratchet* en 1992 por Ajdari and Prost [14] y el *tilting ratchet* 1993 por Magnasco [15] proporcionó una nueva actividad teórica y experimental y el progreso dentro de la física estadística. Si bien inicialmente el modelado de los motores moleculares ha servido como una de las principales motivaciones, el alcance de los estudios del motor browniano ha sido ampliado posteriormente a un número cada vez mayor de aplicaciones físicas y tecnológicas. Como resultado, una base mucho más amplia y conceptual se ha logrado, nuevas herramientas teóricas se han desarrollado que conducen al descubrimiento de muchos efectos interesantes, y una gran variedad de nuevas realizaciones experimentales se ha podido disponer. Dentro del fenómeno de sistemas fuera del equilibrio hay una familia de campos conocidos como resonancia estocástica [16], transición por ruido inducido [17], transición de fase [18] y sistemas difusos [19] por citar sólo algunos ejemplos.

0.3. Organización de la tesis

Esta revisión se centra en el transporte de micro-partículas dieléctricas sometidas a un potencial asimétrico de diente de sierra unidimensional y de estructura periódica. Como primera etapa para la construcción del potencial es usado un modulador de fase, el patrón de fase desplegado por el modulador es transformado a un patrón de intensidad usando el método de contraste de fase. Posteriormente con el modelo *flashing ratchet* se determinará la eficiencia de transporte de un ensemble de partículas donde el potencial sufre una variación en función del tiempo sin afectar su periodicidad espacial. El uso de pinzas ópticas es elemental en nuestro arreglo experimental, ya que las partículas son capturadas en los potenciales asimétricos a tiempos y posiciones diferentes. Una de las ventajas del uso de este modelo, se debe a que es posible crear un flujo de partículas direccionado aprovechando los efectos térmicos.

En consecuencia dividimos esta tesis en tres capítulos: En el capítulo 1, se presenta la física de las pinzas ópticas fundamentado en tres regímenes. Se inicia con un estudio de las fuerzas ópticas dentro de la aproximación de Rayleigh, el tratamiento clásico es basado en la teoría electromagnética en donde la partícula es visualizada como un simple dipolo oscilante en un campo eléctrico, válido para objetos cuyas dimensiones frente a la longitud de onda del campo es pequeña. Luego, se aborda el régimen de rayos ópticos basado en la óptica geométrica, que describe la fuerza de captura para partículas cuyo tamaño excede a la longitud de onda. Del régimen generalizado de Lorenz-Mie se obtienen las ecuaciones para las fuerzas de captura de partículas de tamaño comparable a la longitud de onda. El capítulo 2, inicia con una revisión de las primeras investigaciones del llamado *movimiento browniano*. Se hace un especial énfasis en la física del modelo *flashing ratchet* donde se estudia las propiedades del transporte direccionado de micro-partículas. Dentro de nuestro modelo el movimiento de la partícula es descrito por

la ecuación de Langevin, el sistema es considerado en desequilibrio térmico donde se involucra un potencial óptico $V(x)$ de periodo L . En el capítulo 3, se muestran los resultados experimentales del transporte de partículas de latex ($d=0.5 \mu m$) diluidas en agua. Éstas son parcialmente capturadas en el potencial asimétrico, a diferentes periodos y tiempos de exposición. Finalmente en el último capítulo se comentan las conclusiones.

Capítulo 1

Pinzas Ópticas

1.1. Introducción

En las últimas décadas las pinzas ópticas han contribuido de forma importante en la investigación y manipulación de partículas del orden de nanómetros a micrómetros. Esta técnica se basa en la transferencia de momento lineal de luz bajo fuerte enfocamiento a micro-partículas dando lugar a fuerzas ópticas que atrapan las partículas en zonas de mayor intensidad. Los primeros antecedentes que describen la presión de radiación datan del siglo XVII cuando el astrónomo alemán Johannes Kepler(1571-1630), sugirió que la presión de la luz solar desviaba la cola de un cometa de manera que siempre apuntaba en dirección contraria a la posición del sol, aunque posteriormente se demostró que dicho fenómeno se debe al viento solar. Años más tarde, Newton sugirió que la luz puede ejercer una presión mecánica al incidir sobre la materia. Siglos después el físico británico James Clerk Maxwell (1831-1879) demostró, a través de la teoría electromagnética, que la luz constituida por ondas electromagnéticas ejerce una presión sobre un cuerpo material. Albert Einstein (1879-1955) llegó a la conclusión de que la luz también se comporta como si estuviera formada por un flujo de partículas llamadas cuantos de energía o fotones, en el que se establece un momento lineal

a cada fotón y en conjunto ejercen presión al colisionar con la materia.

Con la invención del láser, el haz de luz puede propagarse a lo largo de una dirección bien definida y estrecha. Así en 1970 Arthur Ashkin, científico estadounidense de los laboratorios Bell, utilizó la presión de radiación para confinar micro-partículas. Ashkin empleó micro-esferas transparentes de latex suspendidas en agua, evitando el calentamiento por absorción de luz con diámetros de $0.59\text{-}2.68\ \mu\text{m}$. Observó que las esferas se aceleraban por la presión de radiación en la dirección de propagación del haz, también encontró que, simultáneamente, las esferas eran atraídas hacia la región de mayor intensidad [20]. Partiendo de estos resultados diseñó una trampa por medio de dos haces de luz propagándose en direcciones opuestas a lo largo de un mismo eje horizontal, de modo que la fuerza por radiación ejercida por cada uno de los láseres se equilibran entre si, tal que la esfera queda confinada en un punto de equilibrio. Durante los experimentos notaron dos fuerzas. La primera acelera a las partículas en la dirección de propagación del haz debido al esparcimiento de la luz llamada fuerza de esparcimiento o presión de radiación. Por otro lado, la formación de un gradiente de intensidad del haz produce una fuerza transversal que arrastra las partículas de alto índice de refracción comparada al medio que la rodea hacia la región de alta intensidad y un efecto opuesto a partículas de bajo índice de refracción. Esta última fuerza es llamada fuerza de gradiente.

Sin embargo, hasta 1986 Ashkin y sus colaboradores diseñaron una trampa óptica bastante estable que permite el confinamiento de partículas en las tres dimensiones espaciales con un único haz láser continuo [21]. Esto fue logrado con un objetivo de microscopio de alta apertura numérica que sirve para enfocar el haz en una pequeña región (sólo de unas pocas micras) generando así un alto gradiente de intensidad, tanto transversalmente como en la dirección axial. Esta trampa es

conocida como pinzas ópticas ¹. La técnica también se empleó en enfriamiento de átomos [22]. En 1987, una casualidad, los llevó a otro experimento, atrapar y manipular bacterias, virus, levaduras y diferentes tipos de células in vivo [23, 24], usando radiación infrarroja debido a que no es fuertemente absorbida por la materia biológica evitando causarle daño.

En la actualidad la manipulación óptica se ha desarrollado cada vez más en disciplinas como medicina reproductiva, biología celular y molecular, biotecnología [25, 26, 27]. También se usa en nuevas técnicas de distribuciones controladas por luz [28]. Otro método es la generación de hologramas por computadora que producen distribuciones arbitrarias de luz [26]. Un nuevo camino más activo con el desarrollo de la trampa óptica es inducir la rotación a partículas por transferencia de momento angular de la luz [29]. Así mismo, las nuevas técnicas de manipulación óptica permiten la operación de micro-maquinas [26, 30].

1.2. Momento y presión de radiación

En un medio en que las ondas se propagan hay una presión en la dirección normal a las ondas, igual a la energía por unidad de volumen. Es posible calcular la fuerza resultante por medio de la teoría electromagnética, de acuerdo a la segunda ley de Newton (la fuerza sobre un objeto es igual a la razón de cambio del momento). Como demostró Maxwell la presión de radiación \mathcal{P} , equivale a la densidad de energía de la onda electromagnética.

Podemos expresar la presión de radiación en términos de la magnitud del vector de Poynting [31]

¹El término pinzas ópticas fue originalmente usado para designar a la trampa de gradiente de un sólo haz, pero ahora es a veces usado como un sinónimo general dentro de la captura óptica.

$$\mathcal{P} = \frac{S(t)}{c}. \quad (1.1)$$

Observamos que la ecuación (1.1) tiene unidades de fuerza dividida por área [N/m^2]. Esta es la presión instantánea que se ejercería en una superficie perfectamente absorbente por un haz que incide normalmente. Puesto que los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} cambian rápidamente, $S(t)$ cambia rápidamente también, por lo tanto, no estamos interesados en esas variaciones, por razones físicas nos ocupamos del valor medio de la presión de la radiación, es decir,

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\langle S(t) \rangle}{c} = \frac{I}{c}. \quad (1.2)$$

donde I es la intensidad (potencia promedio por unidad de área transportada por la onda electromagnética) y c es la velocidad de la luz en el vacío.

Cuando la superficie iluminada es perfectamente reflectora, el rayo incidente que entró con una velocidad $+c$, saldrá con una velocidad $-c$. Esto equivale a dos veces el cambio de momento que ocurre en la absorción, y por lo tanto

$$\langle \mathcal{P} \rangle = 2 \frac{\langle S(t) \rangle}{c}. \quad (1.3)$$

La densidad de flujo medio de la energía electromagnética del sol que incide normalmente en una superficie de la atmósfera terrestre es de unos $1,400 \text{ W/m}^2$. Imaginando una absorción completa, la presión resultante sería de $4,7 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ muy pequeña compara con la presión atmosférica de aproximadamente 10^5 N/m^2 .

1.3. Captura óptica de micro-partículas

El confinamiento óptico, que consiste en la captura y manipulación de micro-partículas por medio de un haz láser, se ha desarrollado y refinado cada vez más en las últimas dos décadas en varias ramas de la ciencia y la tecnología como

en biología para manipular células, etc. Las fuerzas involucradas en la captura óptica son muy pequeñas, del orden de pico-newtons 10^{-12} N, por lo que sólo en partículas microscópicas ($d < 100 \mu\text{m}$) es posible apreciar tal interacción. La interacción depende fuertemente de la longitud de onda de la luz y el tamaño de la partícula. El caso cuando $d \gg \lambda$ es llamado régimen de rayos ópticos o régimen de Mie. Si $d \ll \lambda$ nos referimos como el régimen de Rayleigh. En estos regímenes, sólo necesitamos el uso de conceptos simples tales como la conservación del momento, rayos ópticos y ecuaciones clásicas de la teoría electromagnética para entender las fuerzas básicas y el confinamiento óptico. En la estimación de fuerzas ópticas en el régimen de tamaño intermedio ($d \sim \lambda$), se le conoce como régimen generalizado de Lorenz-Mie (*GLMT*) por sus siglas en inglés, *Generalized Lorenz-Mie Theory*. Las partículas comparadas a la longitud de onda λ se aprecian en la figura 1.1.

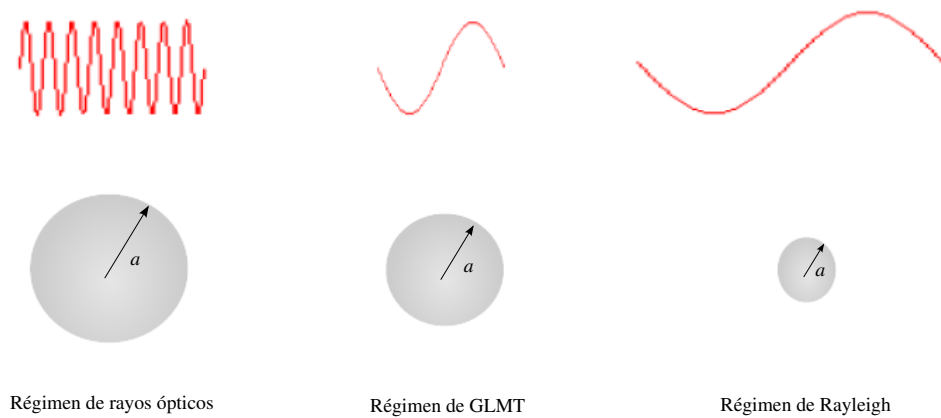


Figura 1.1: Regímenes de la captura óptica de acuerdo al tamaño de la partícula.

1.3.1. Régimen de Rayleigh

Lord Rayleigh (1871) se interesó en la percepción del color y analizó el esparcimiento de la luz en moléculas dispersadas en aire tomando como modelo el dipolo eléctrico. Bajo este comportamiento, llegó a la conclusión de que la intensidad de la luz esparcida es inversamente proporcional a la cuarta potencia

de la longitud de onda ($1/\lambda^4$), lo cual causa que el azul del espectro visible sea esparcido más fuertemente, dando al cielo el color característico. Otro fenómeno más común asociado con el esparcimiento es la coloración azulada del humo de cigarrillo cuando se observa contra un fondo oscuro. Así, el esparcimiento implicado por partículas menores a una longitud de onda se denomina esparcimiento de Rayleigh. Dado que, en el modelo de Rayleigh, el diámetro de la partícula d es lo suficientemente pequeña comparada con la longitud de onda ($d \ll \lambda$), la aproximación de rayos ópticos no es satisfactoria y las componentes de reflexión y refracción deben ser ignoradas. Bajo esta condición, la partícula dieléctrica es tratada como un dipolo eléctrico de acuerdo a las leyes del electromagnetismo.

Cuando la partícula dieléctrica es iluminada, el campo electromagnético desplaza a los electrones con respecto al núcleo induciendo una polarización eléctrica. En cierto modo, la onda electromagnética es uniforme sobre toda la extensión de la partícula, ya que esta es pequeña en comparación a la longitud de onda. Por lo que sólo el efecto del vector eléctrico es considerado reduciéndose a un problema electrostático de una esfera homogénea [32]. En el interior de la esfera el campo es uniforme y paralelo al campo externo \mathbf{E}_o dado por

$$\mathbf{E}_{int} = \frac{3\epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \mathbf{E}_o, \quad (1.4)$$

donde ϵ_1 y ϵ_2 representa la permitividad de la esfera y el medio, respectivamente. Así que la partícula sumergida en un campo eléctrico instantáneo actúa como un dipolo puntual localizado en el origen, donde el momento dipolar en unidades *MKS* es determinado por [33]

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= 4\pi\epsilon_2 a^3 \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \right) \mathbf{E}_o \\ &= 4\pi n_2^2 \epsilon_o a^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \mathbf{E}_o \end{aligned}, \quad (1.5)$$

donde a es el radio de la partícula y m es la razón entre el índice de refracción de la partícula n_1 y el índice de refracción del medio n_2 . El factor que precede a \mathbf{E}_o es llamado polarizabilidad y es definida como

$$\alpha = 4\pi n_2^2 \epsilon_o a^3 \left[\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + 2\epsilon_2} \right]. \quad (1.6)$$

Por otra parte, es bien conocido que la luz posee momento, por tanto, puede ejercer una fuerza por presión de radiación sobre los objetos físicos. A causa de esto es posible identificar dos componentes de la fuerza óptica que actúa sobre la partícula: Una componente llamada la fuerza de esparcimiento encargada de empujar la partícula hacia la dirección de propagación de la onda. Otra de esas componentes es la fuerza de gradiente responsable de la captura óptica.

1.3.1.1. Fuerza de esparcimiento

La radiación incidente puede ser absorbida y reemitida isotrópicamente por una partícula homogénea. Por tanto, al absorber y emitir un fotón éste sufrirá principalmente un cambio de momento². Existe otro cambio de momento en la dirección opuesta al fotón emitido, pero su dirección no es preferencial de tal manera que el resultado final es una fuerza neta que actúa en la dirección de propagación. Aunque es un proceso mecánico-cuántico se puede pensar en términos clásicos de un dipolo eléctrico oscilante.

El dipolo inducido en la partícula dieléctrica (1.5) por el campo electromagnético del haz, es forzado a oscilar armónicamente en el tiempo emitiendo ondas secundarias en una radiación dipolar. Como resultado del esparcimiento la magnitud y dirección del flujo de energía del campo incidente cambia. Esto indica un cambio de momento entre el campo y la partícula, lo cual ejerce una fuerza denominada de esparcimiento [34]

²Einstein (1917) propuso la naturaleza cuántica de la fuerza: Si un átomo absorbía un fotón recibirá un momento en la dirección de propagación del fotón incidente.

$$\mathbf{F}_{scat}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{z}} \frac{n_2}{c} C_{scat} I(\mathbf{r}). \quad (1.7)$$

Notemos que es igual a la fuerza que ejerce la luz incidente sobre el área C_{scat} (para el caso de partículas dieléctricas que presentan un bajo índice de absorción), $I(\mathbf{r})$ es la intensidad del haz, n_2 es el índice de refracción del medio, c la velocidad de la luz, $\hat{\mathbf{z}}$ es el vector unitario considerado en la dirección del eje z. C_{scat} es conocida como la sección transversal de la partícula ya que tiene dimensiones de área. Se puede pensar que la partícula tiene una sección transversal que esparce la luz que incide sobre ella isotrópicamente y es definida por [33].

$$C_{scat} = \frac{8}{3} \pi (ka)^4 a^2 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right), \quad (1.8)$$

donde $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda, a es el radio de la partícula y $m = n_1/n_2$ es el índice de refracción relativo. m en su forma general es de carácter complejo; pero para partículas no absorbentes, la parte imaginaria es despreciada comparada con la parte real.

Se concluye que la fuerza de esparcimiento es proporcional a la intensidad del campo, la sección transversal de la partícula y el índice de refracción del medio. Así, la fuerza F_{scat} es dirigida perpendicular a los frentes de onda de la luz incidente.

1.3.1.2. Fuerza de gradiente

La fuerza de gradiente es ocasionada por la fuerza de Lorentz que actúa sobre el dipolo inducido de la partícula, inmersa en un campo no uniforme instantáneo, como es el caso de un haz gaussiano, dado por [34]

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{grad}(\mathbf{r}, t) &= (\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ &= 4\pi n_2^2 \epsilon_0 a^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \frac{1}{2} \nabla \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \end{aligned}, \quad (1.9)$$

donde $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ es el vector del campo eléctrico, \mathbf{p} es el momento dipolar tomado a partir del caso electrostático (1.5). Ahora, tomando el promedio temporal obtenemos la fuerza promedio que la partícula experimenta, dado por [34]

$$\mathbf{F}_{grad}(\mathbf{r}) = \frac{2\pi n_2 a^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} \right) \nabla I(\mathbf{r}). \quad (1.10)$$

Este resultado se expresa en términos de la intensidad del haz $I(\mathbf{r})$, n_2 es el índice de refracción del medio, c la velocidad de la luz. Esto indica que la fuerza de gradiente en contraste con la fuerza de esparcimiento en coordenadas rectangulares, consiste de tres componentes espaciales las cuales actúan como una fuerza de restauración y que tiene como efecto principal el de atraer la partícula a las regiones de mayor intensidad en caso de que el índice de refracción relativo $m > 1$, es decir, el índice de la partícula es mayor al medio que lo rodea. En caso contrario, cuando el índice relativo de la partícula $m < 1$, tales como esferas huecas o burbujas de aire, se puede deducir por medio de un análisis semejante al anterior, que la partícula ahora experimentara una fuerza hacia las regiones de más baja intensidad.

Vemos que, la fuerza de gradiente tiene magnitud suficiente como para equilibrar el peso³ de la partícula y la fuerza de esparcimiento, de modo que pueden ser capturada aún cuando el haz se dirija verticalmente hacia abajo.

Si examinamos algunos detalles de la fuerza que pudiera ejercer una onda plana sobre la partícula. El resultado esperado sería empujar la partícula a lo largo de la dirección seguida por el haz, ya que no existe una fuerza de gradiente, pues el campo electromagnético es uniforme en todo el plano transversal. Sin embargo, cuando el haz es altamente enfocado por una lente con una alta apertura numérica,

³Como referencia, la magnitud de la fuerza óptica está entre 10^{-11} y 10^{-12} N, lo cual es comparable al peso de las partículas micrométricas.

la aproximación paraxial deja de ser aplicable y las contribuciones de un alto orden son requeridas para describir las componentes longitudinal y transversal de los campos eléctrico y magnético [35, 36]. No obstante, los resultados previos son utilizados para evaluar cuantitativamente la fuerza de gradiente y de esparcimiento para un haz Gaussiano enfocado débilmente.

1.3.2. Régimen de Mie

El esparcimiento para partículas grandes fue estudiado por Gustav Mie en 1908. Mie estudió el esparcimiento de esferas uniformes con diámetros alrededor de la longitud de onda de la luz, usando la teoría electromagnética y la difracción [33]. Este esparcimiento se produce por ejemplo en la niebla y nubes. Puesto que el esparcimiento es independiente de la longitud de onda, hace que la niebla o nubes sean blancas. En el modelo de Mie, el tamaño del objeto estudiado es mucho mayor que la longitud de onda (λ) de la luz ($d \gg \lambda$). El modelo también es llamado régimen de rayos ópticos por lo que la aproximación de la óptica geométrica es ampliamente utilizada. Podemos aplicar una descripción cualitativa para determinar las fuerzas de captura en partículas microscópicas empleando rayos ópticos y que fueron estudiados por Ashkin para el caso de esferas dieléctricas transparentes y de baja absorción.

El modelo plantea descomponer la luz incidente en rayos ópticos individuales, estos son perpendiculares al frente de onda y se propagan en línea recta a través del medio homogéneo donde su dirección corresponde al flujo de energía electromagnética o radiante [37], es decir, coincide con la dirección del vector de Poynting $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$. Cada uno con una apropiada intensidad y un momento lineal asociado. Los diversos rayos experimentan un cambio en su dirección (momento) cuando se reflejan y refractan en la superficie de un objeto como resultado se ejerce una fuerza sobre el objeto. La magnitud y dirección de la fuerza dependen de

la forma del objeto. Aquí sólo se mencionará la captura de formas esféricas, aunque también es posible para formas elipsoidales e incluso irregulares, sin embargo, estos últimos tienen efectos adicionales. Dentro de este contexto la difracción de la luz surgida cuando atraviesa el objeto es omitida.

1.3.2.1. Descripción de la fuerza por rayos ópticos

Para analizar las fuerzas involucradas en la captura óptica es necesario describir qué sucede con la interacción de luz y materia. Consideramos en principio un sólo rayo de luz de potencia P que incide sobre la superficie de un objeto esférico, transparente y homogéneo a un ángulo θ . Durante la interacción en la interfaz obtenemos un rayo reflejado y otro refractado como se muestra en la figura 1.2. Surge una separación similar cuando el rayo refractado viajando dentro de la esfera alcanza nuevamente la superficie. El resultado final es la suma del rayo reflejado de potencia PR y un número infinito de rayos emergentes o refractados $PT^2, PT^2R \dots PT^2R^n \dots$. Vemos que los rayos refractados disminuyen en potencia en proporción al número de reflexiones internas. Aquí, las cantidades R y T representan los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel. De manera similar sucede para el resto de los rayos que incidan sobre la esfera, el cómputo final es la suma de cada contribución [38]. Por lo tanto, obtenemos un patrón de dispersión de acuerdo a las leyes de la óptica geométrica.

Ahora bien, la fuerza ejercida por la luz durante la interacción con el medio material se puede explicar tanto con la teoría cuántica como con la teoría electromagnética. La primera corresponde al hecho de que la luz puede ser representada por fotones, cada fotón transporta una energía $E = h\nu$ y un momento $|P| = h/\lambda$. La segunda teoría implica la interpretación clásica del campo de acuerdo a la teoría de Maxwell, donde se da a conocer que la luz posee igualmente una energía asociada a la onda electromagnética y una densidad de momento lineal. Independientemente de las teorías que explican el comportamiento específico de la luz,

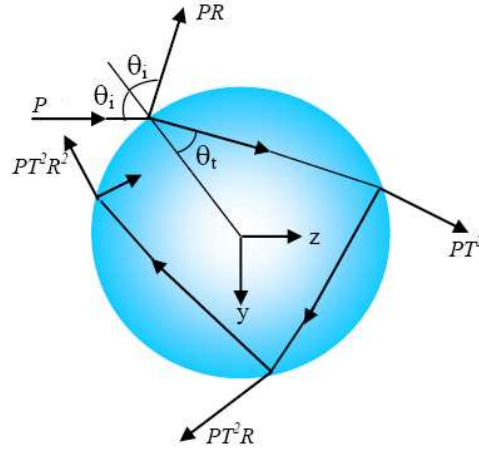


Figura 1.2: Trayectoria de múltiples rayos de luz reflejado y transmitidos en una partícula esférica para un rayo incidente de potencia P .

ondulatorio o corpuscular, se confirma que posee energía y un momento. Así que la intensidad de los rayos ópticos puede interpretarse como un gran número de fotones que pasan a través de un área por unidad de tiempo. De tal modo que sufren una desviación en su dirección cuando una parte es reflejada y otra refractada en la interfaz del objeto. Esto conduce a un cambio de momento de cada fotón, debido a que el momento se conserva, una fuerza F es ejercida sobre el objeto resultado del cambio de momento dp dentro de un intervalo de tiempo dt ; de acuerdo a $F = dp/dt$.

Dado que la fuerza es aplicada sobre un área cuando el haz es reflejado o refractado, entonces se ejerce una presión por radiación (fuerza por unidad de área). Por lo tanto, es posible calcular la fuerza óptica que experimenta un micro-objeto transparente, determinando los cambios sufridos de la trayectoria de los diferentes rayos de luz incidentes. Podemos ahora, conocer la dirección de la fuerza causada por los múltiples rayos reflejados y refractados en la superficie de la esfera proveniente de un sólo rayo luminoso (ver figura 1.2). Este rayo transporta un momento incidente por segundo igual a $n_m P/c$ y potencia P , donde la velocidad en el medio es n_m/c y n_m es el índice de refracción del medio. La fuerza neta es

dividida en dos componentes F_z y F_y , de acuerdo a [39]

$$F_z = F_{\parallel} = \frac{n_m P}{c} \left[1 + R \cos 2\theta_i - \frac{T^2 [\cos(2\theta_i - 2\theta_t) + R \cos 2\theta_i]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\theta_t} \right], \quad (1.11)$$

$$F_y = F_{\perp} = \frac{n_m P}{c} \left[R \sin 2\theta_i - \frac{T^2 [\sin(2\theta_i - 2\theta_t) + R \sin 2\theta_i]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\theta_t} \right], \quad (1.12)$$

donde θ_i y θ_t son los ángulos de incidencia y refracción. Dada la geometría, la tercera componente F_x se supone idéntica a F_y . Vemos que las fuerzas son dependientes de la polarización porque R y T son diferentes para los rayos polarizados perpendicular o paralelo al plano de incidencia. La componente F_z es paralela a la dirección del rayo incidente, mientras que la componente F_y es perpendicular al rayo incidente. Las fuerzas respectivas pueden ser representadas en términos de los factores adimensionales Q_{\parallel} y Q_{\perp} , tal que

$$F_{\parallel} = Q_{\parallel} \frac{n_m P}{c}, \quad (1.13)$$

$$F_{\perp} = Q_{\perp} \frac{n_m P}{c}. \quad (1.14)$$

Así,

$$Q_{\parallel} = \left[1 + R \cos 2\theta_i - \frac{T^2 [\cos(2\theta_i - 2\theta_t) + R \cos 2\theta_i]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\theta_t} \right],$$

y

$$Q_{\perp} = \left[R \sin 2\theta_i - \frac{T^2 [\sin(2\theta_i - 2\theta_t) + R \sin 2\theta_i]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\theta_t} \right],$$

Podemos observar que las ecuaciones (1.11) y (1.12) expresan analíticamente la fuerza que ejerce un rayo de luz impartido al objeto. Sin embargo, al tratar de

describir la fuerza como resultado de la interacción de un gran número de rayos incidentes las ecuaciones se complican demasiado y solamente son posibles soluciones numéricas [38].

La naturaleza de la fuerza de gradiente resulta ser conservativa, puesto que la fuerza de un rayo puede expresarse en función de ρ , —la distancia radial del rayo al centro de la partícula—. Esto implica que la integral de trabajo hecha alrededor de una trayectoria arbitraria cerrada sea cero. Por otro lado, la fuerza de esparcimiento no es conservativa, ya que siempre depende de la trayectoria.

1.3.2.2. Trampa óptica

Una simple trampa estable elaborada por Ashkin y sus colaboradores en 1986 [21] consiste de un haz Gaussiano de polarización arbitraria ingresando a un objetivo de microscopio de alta apertura numérica enfocando rayo por rayo a un punto focal, la trampa óptica también es conocida como pinzas ópticas (figura 1.3). En esta trampa se genera gradiente de intensidad transversal, así como en la dirección axial permitiendo confinar micro-partículas en tres dimensiones.

Una aproximación cualitativa de las fuerzas implicadas en la captura de micro-esferas dieléctricas con un índice mayor que el medio [39], puede ser fácilmente obtenida considerando únicamente una reflexión inmediatamente después de un primer contacto con la superficie y un rayo emergente o transmitido omitiendo todas las reflexiones internas dentro de la esfera; para un par de rayos enfocados por una lente (figura 1.3).

En el caso que el centro de la esfera este localizado abajo del punto focal f (véase figura 1.3(a)), suponiendo que no hay reflexión, los rayos incidentes a y b son refractados en la interfaz y sufren cambio en su dirección determinado por la ley de Snell $n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$, donde n_i es el índice de refracción del medio y

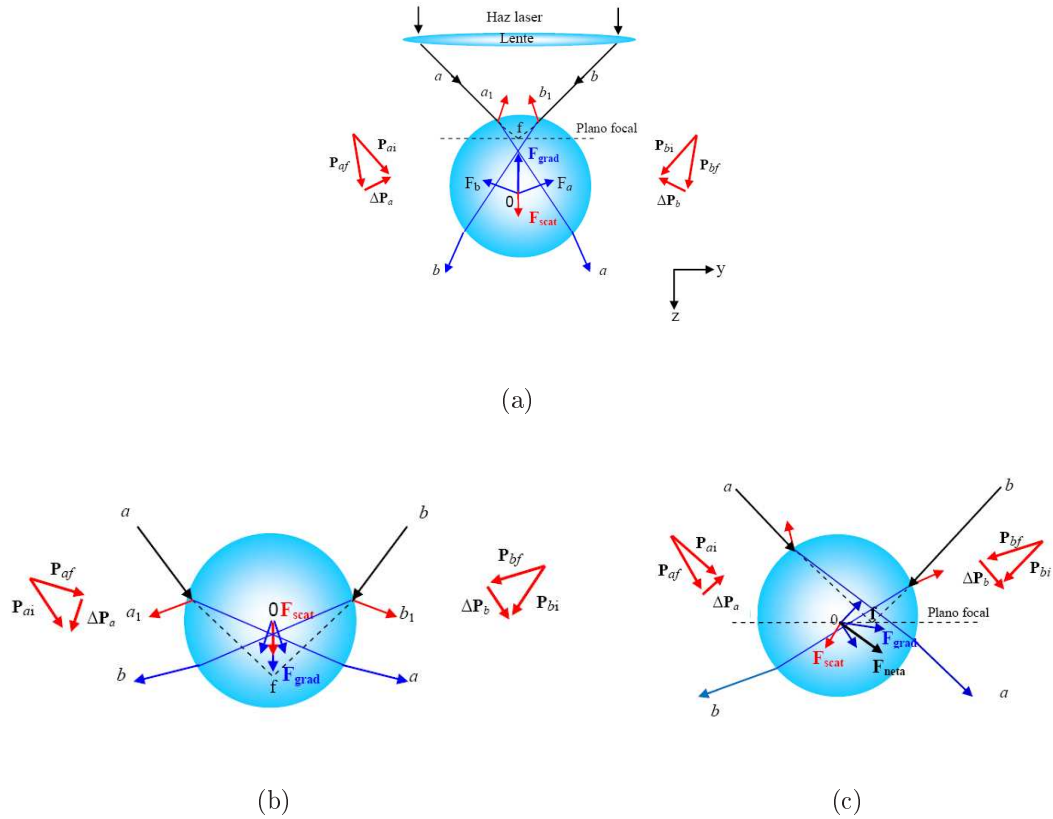


Figura 1.3: El diagrama vectorial muestra que el vector $\mathbf{P}_{ai,bi}$ es el momento de la luz incidente y $\mathbf{P}_{af,bf}$ es el momento de la luz emergente. La dirección del vector $\Delta\mathbf{P}_{a,b}$ es el momento transferido a la esfera por refracción.

n_t es el índice de refracción de la esfera, θ_i y θ_t son los ángulos de incidencia y transmisión respecto a la normal de la superficie. Como resultado, la refracción del rayo a genera una fuerza F_a sobre la partícula y el rayo b provoca una fuerza F_b de la misma magnitud que la anterior debido a que ambos rayos poseen la misma intensidad. La ubicación simétrica de las fuerzas respecto a la forma esférica del problema ocasiona que la componente y de ambos vectores sea cancelada, en contraste las componentes z de ambas fuerzas se suman vectorialmente (sabemos que la componente x también resultaría cancelada, puesto que la captura en general es en tres dimensiones). La fuerza resultante es axial dirigida hacia el foco, esto quiere decir que la esfera se desplaza a la región de mayor intensidad, por lo que la

trampa genera una fuerza de restauración como resultado del fuerte enfocamiento de la luz llamada fuerza de gradiente.

Cuando los rayos son reflejados (a_1 y b_1), la fuerza ejercida en cada punto del objeto es siempre perpendicular a su superficie, de tal manera que la fuerza resultante tiene el efecto principal de empujar a la esfera en la dirección z positiva alejándola del foco. En la figura 3.3 (b) el centro de la esfera es localizada arriba del plano focal. Así, la fuerza resultante de los rayos reflejados a_1 y b_1 sigue siendo en la dirección z positiva. Similarmente, la fuerza por refracción de ambos rayos a y b es en la dirección z positiva atrayendo la esfera hacia el origen.

Cuando la esfera se halla desplazada transversalmente (figura 1.3(c)), la fuerza resultante de los rayos refractados a y b tiende a dirigirse hacia el foco del haz. Mientras tanto, el momento transferido por los rayos reflejados a_1 y b_1 genera una fuerza fuera del foco. El resultado final es la suma vectorial de ambas fuerzas que provoca que la esfera sea desplazada un poco más abajo del punto focal, ya que la intensidad de los rayos refractados es mayor que la intensidad de los rayos reflejados. En general la eficiencia de captura es determinada por el factor adimensional Q , este factor usualmente es obtenido por vía experimental. La magnitud de la fuerza resultante inducida por la trampa óptica de potencia P , es dado en términos de

$$F = Q \left(\frac{n_m P}{c} \right), \quad (1.15)$$

Q es un parámetro que establece la eficiencia de captura axial o radial y es dependiente de la dirección en la cual es medido, así mismo de las propiedades ópticas del objeto atrapado como: la forma y tamaño del objeto, los índices de refracción del medio y del objeto. Recordemos que el término $n_m P/c$ denota la magnitud del momento incidente por segundo que transporta el haz de luz de potencia P .

Por ejemplo, en el caso de una superficie perfectamente reflectora como un espejo plano la fuerza por presión de radiación máxima del haz es $F = 2(n_m/c)P$, así tenemos que $Q = 2$.

1.3.3. Régimen generalizado de Lorenz-Mie

La descripción de fuerzas de confinamiento ópticas para partículas que están entre los regímenes de Rayleigh y Mie ($D \sim \lambda$) no es trivial [40], esto es, si tenemos partículas del orden de λ , ninguno de ambos regímenes es válido. En este caso, se necesita una descripción más completa en términos de la teoría electromagnética [41]. Este régimen es una extensión de la teoría de Mie del esparcimiento, que permite calcular los campos esparcidos y la fuerza por presión de radiación ejercida sobre una partícula de tamaño arbitrario colocada en un haz gaussiano. La fuerza es escrita en términos de tres secciones transversales de acuerdo a la siguiente relación [42]

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{n_p}{c} I_o [\hat{x}C_{pr,x}(\mathbf{r}) + \hat{y}C_{pr,y}(\mathbf{r}) + \hat{z}C_{pr,z}(\mathbf{r})] , \quad (1.16)$$

donde $I_o = 2P/\pi W_o^2$ es la intensidad en el centro del haz, siendo la P la potencia óptica del láser. $C_{pr,x}$ y $C_{pr,y}$ son las componentes transversales mientras que $C_{pr,z}$ es la sección transversal longitudinal asociada con la dirección principal de propagación z del haz. Expresiones detalladas de las secciones transversales $C_{pr,i}$ son dadas en [42, 43, 44] mientras que los cálculos numéricos son reportados en [43].

Capítulo 2

Ratchets Ópticos

En este capítulo se aborda la formulación de Einstein y Langevin acerca del movimiento browniano. La formulación de Einstein partiendo de la termodinámica clásica, trata directamente con la probabilidad de encontrar a la partícula browniana en un determinado punto del espacio. Langevin, detalla una ecuación para el seguimiento de partículas brownianas agregando los efectos microscópicos a la ecuación de movimiento clásica, con una componente estocástica de la fuerza. Ambos ofrecen dos puntos de vista alternativos y son completamente equivalentes en cuanto a predicciones y resultados. La formulación intuitiva de Langevin es aplicada al método de pinzas ópticas. Este método es mostrado con aplicaciones al transporte de múltiples partículas y que se comprende desde el punto de vista de las fluctuaciones térmicas del medio y el control de la aplicación de un potencial óptico pero asimétrico, llamado *ratchet óptico*.

2.1. Teoría de Einstein acerca del movimiento browniano

En 1828 Robert Brown un famoso botánico escocés del siglo XIX publicó una breve reseña de las observaciones microscópicas hechas en 1827, él observó que los granos de polen suspendidos en agua estaban en constante e irregular movimiento; pero pronto encontró que pequeñas partículas inorgánicas presentan el mismo comportamiento. Al momento de completar sus investigaciones rechazó que el movimiento de las partículas se deban a algún tipo de vida biológica. La exhibición de este movimiento inusitado no lo pudo explicar, sin embargo el fenómeno recibe el nombre de *movimiento browniano* en honor a él.

A finales del siglo XIX ya se había propuesto que el movimiento browniano se debe a la naturaleza molecular de la materia. A pesar de que el fluido que contiene las partículas brownianas se encuentra en equilibrio, a temperatura ambiente las moléculas del mismo se mueven con velocidades altas. En su movimiento una cierta cantidad de moléculas chocará con la partícula provenientes de cualquier dirección. Dado que el fluido está en reposo y no tiene ningún movimiento o flujo, el momento total transferido por las moléculas ha de ser nulo en promedio. Si la masa de la partícula es suficientemente pequeña, cualquier pequeña diferencia entre el momento transferido en un sentido y el contrario hará que la partícula comience a moverse en una cierta dirección con velocidad apreciable en el microscopio. Una nueva fluctuación del momento transferido puede hacer que la partícula cambie repentinamente su rumbo, dando lugar al movimiento errático observado.

Albert Einstein en 1905 desarrolló una teoría del movimiento aleatorio de las moléculas que más tarde fue confirmada experimentalmente por Jean Perrin. La teoría desarrollada apareció como un artículo en el mismo volumen de *Annalen der Physik* que contenía su famoso trabajo sobre la teoría de la relatividad

y también su trabajo sobre la teoría del efecto fotoeléctrico [45]. Einstein en sí, no mencionó el movimiento browniano, fue consiente de la posible relevancia de su teoría en el movimiento browniano. Escribió, “es posible que los movimientos que se discuten aquí son idénticos al llamado movimiento molecular browniano, sin embargo, la información disponible para mí en relación con este último es tan falto de precisión, que no puedo formular un juicio del asunto”.

Einstein formula el problema de la siguiente manera: Debemos suponer que la partícula browniana sufre un proceso de difusión, por tanto se obtiene [46, 47]

$$\gamma D = k_B T = RT/N_{av}, \quad (2.1)$$

donde γ es el coeficiente de fricción, D es la constante de difusión, T es la temperatura, R es la constante de los gases ideales, N_{av} es el número de Avogadro. Notamos que D es una medida de las fluctuaciones de las posiciones de la partícula, mientras que γ es una medida de la disipación de la energía; por lo tanto, la ecuación (2.1) es un caso especial del teorema de fluctuación-disipación.

El segundo resultado importante es la derivación de la ecuación de difusión [46, 48]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}. \quad (2.2)$$

$P(x, t)$, es la densidad de probabilidad de las posiciones de la partícula en un intervalo de tiempo Δt . Aunque la ecuación de difusión ya se conocía en el siglo XIX, la derivación de Einstein estableció un vínculo entre el movimiento aleatorio de una sola partícula y la difusión de muchas partículas.

La solución a la ecuación de difusión (2.2), es dada por [46]

$$P(x, t) = \frac{1}{[4\pi Dt]^{1/2}} e^{-x^2/(4Dt)}. \quad (2.3)$$

Una vez obtenida la distribución, podemos calcular el desplazamiento cuadrático medio $\langle x^2 \rangle$ que sufre una partícula esférica, de radio a , en un tiempo t , dado por [46]

$$\langle x^2 \rangle = \left(\frac{RT}{3\pi N_{av} a \eta} \right) t, \quad (2.4)$$

donde η es la viscosidad del líquido, R es la constante de los gases ideales y N_{av} es el número de Avogadro. Ya que $\langle x^2 \rangle$, t , a y η son cantidades medibles, el número de Avogadro puede ser determinado usando la ecuación (2.4). Tomando un ejemplo explícito de una partícula esférica de radio de $1\mu m$, mostró que la raíz del desplazamiento cuadrático medio sería del orden de unas pocas micras cuando se observa durante un periodo de un minuto.

2.2. Ecuación de Langevin

Para simplificar el problema, trataremos el movimiento de una partícula en una sola dimensión. Consideramos una partícula de masa m cuya coordenada del centro de masa a un tiempo t es designada por $x(t)$ y su correspondiente velocidad es $v = dx/dt$. Esta partícula es inmersa en un líquido a una temperatura T . La ecuación clásica del movimiento es descrita como [46, 48]

$$dx/dt = v; \quad (2.5)$$

$$mdv/dt = F_{ext}(t) - \gamma v, \quad (2.6)$$

donde γ es el coeficiente de fricción y F_{ext} representa la interacción de la partícula con un sistema externo. Una característica interesante de la (2.6), es que para el caso de partículas pequeñas cuya masa es despreciable, se tiene que $\gamma v \propto F_{ext}$. Sin embargo, a escala del tamaño de una partícula browniana el fluido no parece ser continuo. De hecho, la partícula siente los efectos del fluido constituido de moléculas que constantemente, pero discretamente, golpean a la partícula acelerando y desacelerando en un movimiento perpetuo. Una sola colisión tiene efectos muy pequeños sobre la partícula; pero el movimiento browniano observado bajo el microscopio es el efecto acumulativo de una secuencia rápida y al azar de un gran número de impulsos débiles.

Incorporando los efectos de las colisiones de una manera estocástica mediante la introducción de una fuerza aleatoria en la ecuación (2.6), se obtiene que [48]

$$m dv/dt = F_{ext} - \gamma v + F_{th}, \quad (2.7)$$

donde F_{th} depende de las posiciones de muchos átomos, los cuales tienen un movimiento constante e irregular. La ecuación (2.7) es llamada *la ecuación de Langevin* y en la que la parte estocástica de la fuerza se conoce como *ruido*⁴.

2.2.1. Cálculo del desplazamiento medio cuadrático

En ausencia de fuerzas externas en la ecuación (2.7), se obtiene que

$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma v + F_{th}. \quad (2.8)$$

⁴El ruido representa aquella componente de la fuerza que no se puede conocer con toda precisión debido a la falta de conocimiento detallado de las posiciones y velocidades de los átomos en todo momento.

Suponiendo que las partículas son esféricas de radio a , la ley de Stokes para el coeficiente de fricción es [49, 50]

$$\gamma = 6\pi\eta a. \quad (2.9)$$

Consideremos un sistema que está en equilibrio térmico. Claramente el desplazamiento medio de la partícula $\bar{x} = 0$ por simetría, ya que no hay ninguna preferencia espacial. Para calcular la magnitud de las fluctuaciones usamos (2.8). Para calcular el desplazamiento medio cuadrático $\langle x^2 \rangle = \bar{x^2}$ de la partícula en un intervalo de tiempo t , debido a que la ecuación (2.8) contiene las cantidades físicas $v = \dot{x}$ y $dv/dt = d\dot{x}/dt$, podemos multiplicar a ambos lados por x , por lo que se obtiene

$$m x \frac{d\dot{x}}{dt} = m \left[\frac{d}{dt}(x\dot{x}) - \dot{x}^2 \right] = -\gamma x\dot{x} + xF_{th}(t). \quad (2.10)$$

Podemos ahora tomar el promedio del ensemble de ambos lados de la ecuación anterior. Como se ha señalado en conexión con la ecuación de Langevin (2.7), el valor medio de $\langle F_{th} \rangle = 0$, independiente del valor de v o x . Por lo tanto, $\langle xF_{th} \rangle = \langle x \rangle \langle F_{th} \rangle = 0$. También del teorema de equipartición de la energía, se tiene que $\frac{1}{2} \langle \dot{x}^2 \rangle = \frac{1}{2} kT$. Así (2.10) se convierte en

$$m \left\langle \frac{d}{dt}(x\dot{x}) \right\rangle = m \frac{d}{dt} \langle x\dot{x} \rangle = kT - \gamma \langle x\dot{x} \rangle. \quad (2.11)$$

La relación (2.11) resulta ser una ecuación diferencial simple, donde $\langle x\dot{x} \rangle = \frac{1}{2} (d \langle x^2 \rangle / dt)$. Por tanto se obtiene

$$\langle x\dot{x} \rangle = C e^{-\alpha t} + \frac{kT}{\gamma}, \quad (2.12)$$

donde C es una constante de integración y $\alpha = \frac{\gamma}{m}$. Así que α^{-1} denota una constante de tiempo del sistema. Suponemos que x mide el desplazamiento del ensemble a partir de un espesor infinitesimal cercano a una posición inicial $x = 0$, introducido a un tiempo $t = 0$. La constante C en (2.12) puede ser tal que $0 = C + kT/\gamma$. Por lo tanto (2.12) se convierte en

$$\langle x\dot{x} \rangle = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = \frac{kT}{\gamma} (1 - e^{-\alpha t}) . \quad (2.13)$$

Integrando la ecuación anterior se obtiene el resultado final

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2kT}{\gamma} [t - \alpha^{-1} (1 - e^{-\alpha t})] . \quad (2.14)$$

Notemos dos casos interesantes. Si expandimos $e^{-\alpha t}$ en una serie de Taylor de la forma

$$e^{-\alpha t} = 1 - \alpha t + \frac{1}{2} \alpha^2 t^2 - \dots$$

vemos que, para $t \ll \alpha^{-1}$ obtenemos que (2.14) se reduce a

$$\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{m} t^2 , \quad (2.15)$$

donde el movimiento de la partícula en un intervalo de tiempo corto cuando $t \rightarrow 0$, es balístico [51].

Por otro lado, si $t \gg \alpha^{-1}$, $e^{-\alpha t} \rightarrow 0$. Así (2.14) se reduce a

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2kT}{\gamma} t. \quad (2.16)$$

Para una partícula libre, es decir, $F_{ext} = 0$, cuando $t \rightarrow \infty$, el movimiento es difuso, tal que $\langle x^2 \rangle \propto t$, con un coeficiente de difusión $D = kT/\gamma$ [48]. Usando la relación (2.9) y la función (2.16), produce el resultado

$$\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a} t. \quad (2.17)$$

Vemos que el resultado de la ecuación (2.17) es comparable con lo obtenido de la ecuación (2.4).

2.2.2. Función de correlación

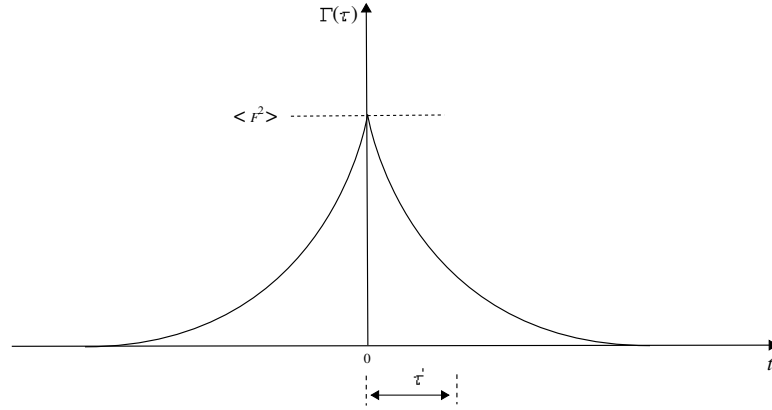


Figura 2.1: Gráfica que muestra la función de correlación $\Gamma(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle$ de la función aleatoria $\xi(t)$.

F_{th} representa la parte aleatoria de la fuerza (debido a las fluctuaciones térmicas del medio) ejercida sobre la partícula, la cual tiene una variación rápida en comparación a la variación de velocidad v . El valor medio de cada componente de la fuerza ha de ser cero en una situación de equilibrio térmico.

$$\langle F_{th} \rangle = 0. \quad (2.18)$$

Esto implica que durante un intervalo de tiempo Δt , v y F_{th} cambian tal que $v(t)$ y $v(t+\Delta t)$ difieren infinitesimalmente pero $F_{th}(t)$ y $F_{th}(t+\Delta t)$ no tiene

correlación, es decir, debido a la invariancia temporal del sistema, la correlación será únicamente función de la diferencia de tiempo, dado por [46, 52].

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2DT\delta(t - t') , \quad (2.19)$$

donde $\xi = F_{th}/m$ y D es el coeficiente de difusión.

La función de correlación aparece con frecuencia en física estadística y tiene varias propiedades de interés (véase referencia [48]). Veamos con más detalle esta función, sea $t' = t + \tau$, entonces $\xi(t)$ y $\xi(t + \tau)$ puede llegar a ser una función no correlacionada, es decir, la probabilidad de que ξ asuma cierto valor en el tiempo $t + \tau$ puede ser independiente del valor asumido en el tiempo t . Finalmente ξ es independiente de t , esto permite que en otro tiempo t_1 la función de correlación cumpla:

$$\Gamma(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t + \tau) \rangle = \langle \xi(t_1)\xi(t_1 + \tau) \rangle .$$

Si la variable $t_1 = t - \tau$, obtenemos

$$\Gamma(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t + \tau) \rangle = \langle \xi(t - \tau)\xi(t) \rangle = \langle \xi(t)\xi(t - \tau) \rangle .$$

o

$$\Gamma(\tau) = \Gamma(-\tau) . \quad (2.20)$$

Por lo tanto, la gráfica de la función de correlación Γ es una función de τ que tiene una forma simétrica como se muestra en la figura 2.1. En nuestro caso $\xi(t)$ llega ser una función no correlacionada a tiempos mayores de τ_0 , así que $\Gamma(\tau) \rightarrow 0$ cuando $\tau \gg \tau_0$. Es claro que la función de correlación $\Gamma(\tau)$ contiene una apreciable cantidad de información acerca de las propiedades estadísticas de la variable aleatoria $\xi(t)$. A τ_0 se le llama el tiempo de correlación de ξ . El tiempo de correlación es del orden del tiempo característico de las colisiones atómicas

$\approx 10^{-8}s$, mientras que una observación macroscópica de la partícula browniana puede durar del orden $10^{-2}s$ o más.

2.2.3. Velocidad media cuadrática

Consideramos una partícula browniana de masa m inmersa en un líquido a temperatura T . Enfocamos nuestra atención en la dirección v_x . El valor medio de v_x es cero, es decir, $\bar{v}_x = 0$. Por lo tanto, uno puede concluir que [48]

$$\overline{\frac{1}{2}mv_x^2} = \frac{1}{2}kT \quad \text{o} \quad \bar{v}_x^2 = \frac{kT}{m}, \quad (2.21)$$

donde se usa el resultado del teorema de equipartición de la energía y se asume que la velocidad es sólo correlacionada sobre un intervalo de tiempo del orden de α^{-1} . Vemos que si $m \rightarrow \infty$, la velocidad v_x^2 es despreciable. Por ejemplo, cuando una partícula es del tamaño de una pelota de golf, las perturbaciones no son observables y la partícula parece estar en reposo. Cuando m es pequeña, es decir, la partícula tiene un diámetro de unas pocas micras, \bar{v}_x^2 llega a ser apreciable y la velocidad fluctuante puede ser observada bajo el microscopio.

2.3. Conceptos básicos del fenómeno ratchet

¿Es posible obtener trabajo neto con base en las fluctuaciones aleatorias? En el caso de fluctuaciones macroscópicas puede llevarse a cabo por tipos mecánicos y eléctricos. Ejemplos de estos es el molino de viento, reloj de cuerda, los barcos impulsados por velas, etc. En el caso de las fluctuaciones microscópicas como es el movimiento browniano, debido a las fluctuaciones térmicas se hace posible el movimiento errático de la partícula manifestado a un nivel macroscópico, sin embargo bajo equilibrio térmico del sistema, no realiza ningún trabajo sobre la partícula. La idea de obtener un trabajo neto a consecuencia del movimiento

browniano fue introducido por Smoluchowski en 1912 [53], y que más tarde fue extendido por Feynman en sus conferencias de física [54].

2.3.1. Smoluchowski-Feynman

El experimento mental de Smoluchowski-Feynman consiste de una hélice en forma de una rueda de molino o llamada también rueda de paletas conectado por una barra sin masa a otra rueda de dientes asimétricos llamado ratchet (figura 2.2). En este experimento, el tamaño del sistema es a escala molecular. El sistema está inmerso en un gas en equilibrio térmico, donde ambas cajas están a una temperatura igual, esto es $T_1 = T_2 = T$. Debido a los impactos de las moléculas de gas sobre la hélice, la barra oscila y, ya que el ratchet asimétrico se mueve sólo en el sentido de las manecillas del reloj cuando es visto desde el lado izquierdo, esto causa que todo el sistema rote simultáneamente en un movimiento neto en una dirección. Así, el ratchet aparentemente rota lentamente, por lo tanto, el sistema mecánico es capaz de levantar a un objeto de masa m como se muestra en la polea de la figura. Esto crea una aparente paradoja porque la energía térmica es convertida en energía mecánica cuando $T_1 = T_2$, esto es una violación de la segunda ley de la termodinámica. El planteamiento de la hipótesis acerca del funcionamiento del ratchet es muy parecido al experimento mental de Maxwell llamado demonio de Maxwell [55, 56]. Smoluchowski, fue el primero en explicar que no hay movimiento preferencial del ratchet cuando se está en equilibrio térmico y, no hay violación a la segunda ley de la termodinámica. Dado que el sistema que le impide retroceder al ratchet (cuña) también está sujeto a las fluctuaciones térmicas, éste vibrará levantándose en algún momento, permitiendo una rotación incluso en la dirección contraria (antihorario). Así, la rotación en ambos sentidos es igualmente probable. Por consiguiente, la masa sujeta a la polea se agita arriba y abajo, pero no hay trabajo neto [57]. Recientemente el experimento de Smoluchowski-Feynman ha sido realizado a una escala molecular

por Kelly y otros [58, 59].

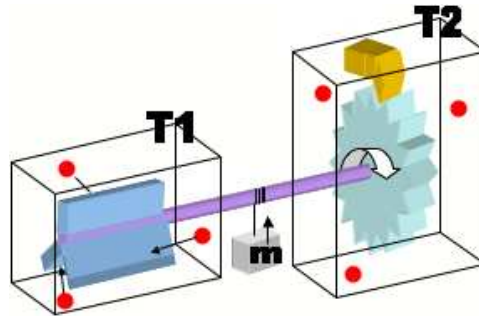


Figura 2.2: Experimento mental de Smoluchowski-Feynman.

2.3.2. Movimiento browniano en dependencia del potencial

Recientemente el estudio del movimiento direccionado de partículas brownianas, a despertado gran interés en temas de investigación de mecánica estadística fuera del equilibrio térmico con aplicaciones importantes en biología y nanotecnología [57, 60]. El sistema es tratado en desequilibrio térmico cuando se introduce una perturbación determinista o estocástica. Las técnicas y aplicaciones han introducido una perturbación periódica dependiente del tiempo. En el caso de la técnica *rocking ratchets*, la perturbación es de variación sinusoidal (ac), mientras que para la técnica *flashing ratchet*, la invasión de la perturbación al medio es conmutada en el tiempo [61, 62, 63]. La forma del potencial es parecido a una señal de diente de sierra. Estas técnicas también son usadas para el transporte intercelular mecanismo de operación de los motores moleculares [57].

El efecto ratchet ha sido demostrado experimentalmente usando micro-electrodos [12] y trampas ópticas [13]. Una de las principales desventajas de estos sistemas es la necesidad de aplicar grandes campos eléctricos y la estructura física del dispositivo.

2.3.3. Modelo flashing ratchet

Consideremos el ensemble de N partículas a una temperatura T bajo un potencial asimétrico externo $V(x)$, que a intervalos espaciados es aplicado. Así, la ecuación de Langevin (2.7) es generalizada a N partículas de la forma [52]

$$\gamma \dot{x}_i(t) = \alpha(t) F(x_i(t)) + \xi_i(t), \quad (2.22)$$

donde $x_i(t)$ es la posición de la partícula i -ésima, y $\xi_i(t)$ es el ruido térmico con media igual a cero y correlación

$$\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = 2\gamma k T \delta_{ij} \delta(t - t'). \quad (2.23)$$

donde k es la constante de Boltzmann y T la temperatura. La fuerza es dada por $F(x) = -V'(x)$ donde $V(x)$ es periódico, $V(x + L) = V(x)$ definido por

$$V(x) = \begin{cases} \frac{V_o}{l_1} \frac{x}{L}, & \text{si } 0 \leq \frac{x}{L} \leq l_1 \\ -\frac{V_o}{(1-l_1)} \left(\frac{x}{L} - l_1 \right) + V_o, & \text{si } l_1 \leq \frac{x}{L} \leq 1 \end{cases}. \quad (2.24)$$

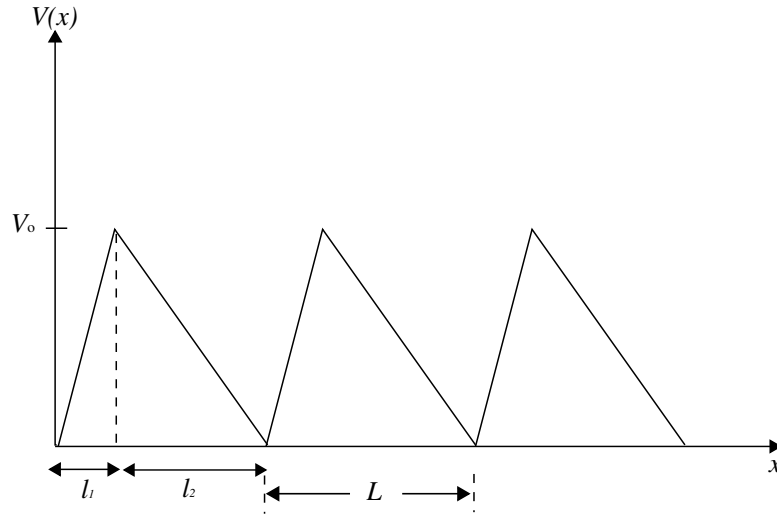


Figura 2.3: Potencial ratchet.

La forma del potencial es mostrada en la figura 2.3. $\alpha(t)$ toma dos valores $\{0, 1\}$ de modo que controla el estado del potencial, tomando el valor $\alpha = 1$ cuando el potencial se encuentra encendido, y $\alpha = 0$ cuando el potencial se encuentra apagado. La asimetría está controlada por el parámetro $0 < l_1 < 1$, de manera que el potencial es simétrico si $l_1 = 1/2$. Por otra parte, la amplitud V_o controla la altura o intensidad del potencial.

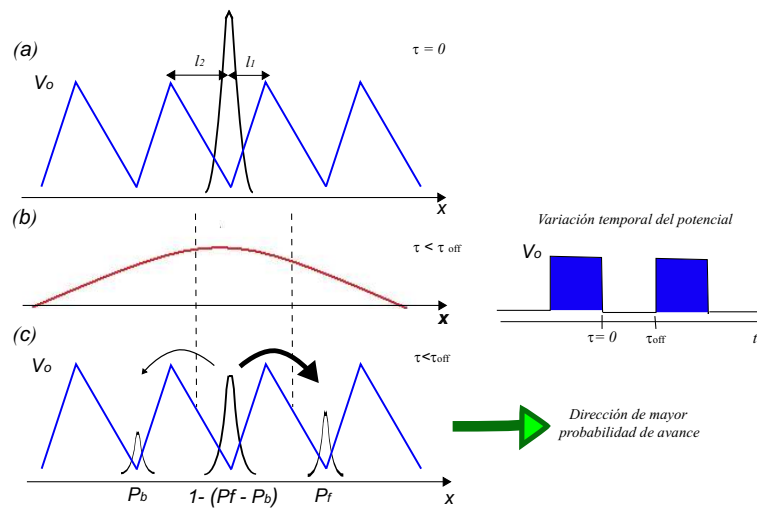


Figura 2.4: En el tiempo $\tau = 0$ la probabilidad de localizar la partícula es representada por una función de densidad de probabilidad aguda. Para tiempos $\tau \ll \tau_{off}$, el potencial es apagado y la partícula se difunde libremente. Después de un tiempo τ_{off} el potencial es encendido y la partícula es forzada a caer a un mínimo de potencial con probabilidades P_f y P_b .

Ahora bien, consideramos una partícula browniana difundiéndose en el potencial unidimensional como se muestra en la figura 2.4. Si la energía del pozo potencial es mucho mayor que la energía térmica, la partícula es localizada en un mínimo (tiempo $\tau = 0$ en la figura 2.4), donde $l_1 > l_2$. Bajo esta condición no hay un movimiento neto de la partícula que pueda ser inducido por el potencial periódico. Sin embargo, cuando el potencial se modula en el tiempo, puede inducir un movimiento de la forma siguiente: En ausencia de potencial, la partícula se

difunde libremente, tiempo $\tau \leq \tau_{off}$ en la figura 2.4; donde τ_{off} corresponde al tiempo de apagado del potencial. Si el tiempo τ_{off} es lo suficientemente grande, la partícula se difunde hacia adelante o hacia atrás con la misma probabilidad $P = 1/2$. Nosotros llamamos P_f la probabilidad que la partícula se difunda hacia la derecha y P_b la probabilidad que la partícula se difunda hacia la izquierda. Cuando se aplica el potencial después de un tiempo τ_{off} , la partícula es entonces capturada en otro mínimo de potencial, el efecto neto es un movimiento direccionado hacia adelante (derecha) con una probabilidad P_f o hacia atrás (izquierda) con una probabilidad P_b . Como $l_1 < l_2$, la probabilidad P_f es mayor que P_b , por lo que hay desplazamiento neto de partículas. La probabilidad de que las partículas avancen a la derecha ($+x$) es descrita por [12, 13]

$$P_f = \frac{1}{2} \exp(-\tau_f/\tau_{off}) , \quad (2.25)$$

donde τ_f , es el tiempo promedio para que la partícula se difunda a una distancia l_1 , $\tau_f = l_1^2/2D$. D es el coeficiente de difusión. Mientras que la probabilidad de que las partículas avancen a la izquierda ($-x$) es [12, 13]

$$P_b = \frac{1}{2} \exp(-\tau_b/\tau_{off}) , \quad (2.26)$$

donde el tiempo $\tau_b = l_2^2/2D$.

Vemos que, como resultado de la modulación temporal del potencial, la partícula es desplazada en una dirección específica. Por lo tanto, en el capítulo 5 demostraremos experimentalmente la rectificación del movimiento browniano de un ensemble de partículas.

Capítulo 3

Método experimental

En este capítulo presentamos los elementos necesarios para llevar a cabo el transporte de partículas unidimensional. Se abordará un análisis de las etapas del arreglo experimental usando el modelo ratchet, en donde las partículas serán eventualmente capturadas en los pozos de potencial cuya extensión espacial es de unas pocas micras.

3.1. Elementos del arreglo experimental

El arreglo experimental es mostrado en la figura 3.1. S es un obturador, SLM es un modulador espacial de luz por reflexión, C es un ordenador, L_1 es una lente de distancia focal $f = 30\text{ cm}$ que transforma la onda incidente al espacio de Fourier, FS es un filtro espacial, L_2 es una lente de distancia focal $f = 15\text{ cm}$ que aplica la transformada de Fourier, LR es una lente de distancia focal $f = 15\text{ cm}$ que recolecta la luz del patrón al objetivo de microscopio OM, ED es un espejo dicróico que refleja la longitud de $\lambda = 532\text{ nm}$ en dirección al objetivo de microscopio OM, M es el lugar donde está depositada las partículas de latex, IL es la fuente de iluminación incoherente, F es un filtro que elimina la longitud de onda irradiada $\lambda = 532\text{ nm}$ y la CCD es la cámara donde son proyectadas las imágenes de las partículas.

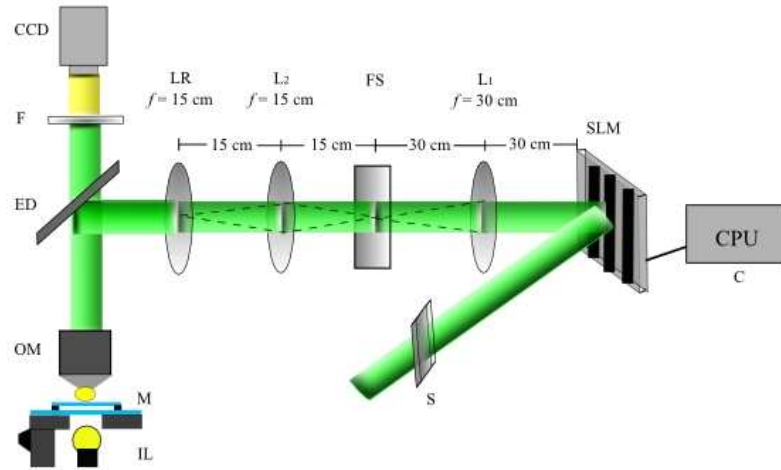


Figura 3.1: Arreglo experimental usado en la rectificación del movimiento browniano.

3.1.1. Descripción de las etapas del arreglo

Para llevar a cabo el experimento se usó un láser Verdi V8 de estado sólido, de potencia variable de 10 mw a 8 W y longitud de onda de $\lambda = 532\text{ nm}$. El láser genera un sólo modo transversal de salida TEM_{00} . En la primera etapa del arreglo, el modulador de fase (SLM) es iluminado con un haz colimado de potencia de $\approx 850\text{ mW}$. En específico se usó el modelo P512-0532 (Boulder Nonlinear System) de 512×512 píxeles, con una separación de centro a centro entre píxeles adyacentes de $15\ \mu\text{m}$ (*pixel pitch*). El haz que emerge del SLM es modulado en fase de acuerdo a la información del patrón desplegado. Los patrones de fase se muestran en la sección 3.2. Para transformar las diferencias de fase a un patrón de intensidad es empleado el método de contraste de fase [64], por lo tanto, nuestro sistema es basado en la propiedad de las lentes para llevar a cabo la transformada de Fourier. El haz que lleva la información de fase es guiado hacia L_1 de distancia focal $f = 30\text{ cm}$ para obtener su espectro en frecuencias espaciales sobre el plano de Fourier (ver figura 3.2). Debido a que el orden cero del espectro del patrón se halla desfasado $\pi/2$ con el resto de los ordenes superiores, éstos no pueden interferir evitando obtener variaciones observables de intensidad del patrón de fase. Así,

el orden cero del patrón es retrasado en fase a través del filtro espacial FS, que es colocado sobre el plano de Fourier de la lente L_1 como se muestra en la figura 3.2. El filtro FS esta hecho de una placa de vidrio delgada en donde la parte central presenta una región circular de diámetro de $\approx 2 \mu m$ y de espesor lo suficiente para retrasar el orden cero $\pi/2$. Posteriormente, la lente L_2 es colocada a una distancia de 15 cm medido a partir del plano de Fourier de la lente L_1 y la primera superficie de la lente L_2 . Ya que los ordenes del espectro de fase pueden ahora interferir para producir variaciones observables de intensidad, en el plano focal posterior de la lente L_2 de distancia focal $f = 15 \text{ cm}$, es transformado el espectro de frecuencias espaciales del patrón de fase a un patrón de intensidad. LR mostrado en la figura 3.1 es usado para recolectar la luz del patrón desviado a través de un espejo dicroico que refleja la mayor parte del haz láser hacia el objetivo de microscopio de 100x (OM). Dada la configuración de nuestro sistema mostrado en la figura 3.1, es necesario colocar un filtro F para bloquear la longitud de 532 nm que va directo a la cámara CCD, para evitar daños por la potencia del haz láser. Alrededor del plano focal del objetivo OM es proyectado el patrón de intensidad, donde eventualmente son capturadas las partículas, a esta última etapa se le conoce como un arreglo de pinzas ópticas. Una fuente de iluminación incoherente como una lámpara de fibra óptica IL (emitiendo luz blanca) es colocada por debajo de la muestra. La imagen de la partículas microscópicas son entonces proyectadas a la cámara CCD, ya que el objetivo actúa como un microscopio a la vez que simultáneamente enfoca el haz láser. El obturador (S) permite conmutar en el tiempo el haz láser, de esta forma podemos encender y apagar el potencial óptico generado en el plano focal del objetivo OM. El control de conmutación se da en forma electrónica. La escala de conmutación del potencial usada en este experimento es del orden de segundos.

La potencia medida a la salida del objetivo OM fue de $\approx 150 \text{ mW}$, la cual se conservó constante para la generación de los diferentes periodos espaciales del patrón de intensidad (ratchet). En nuestro arreglo experimental obtuvimos una

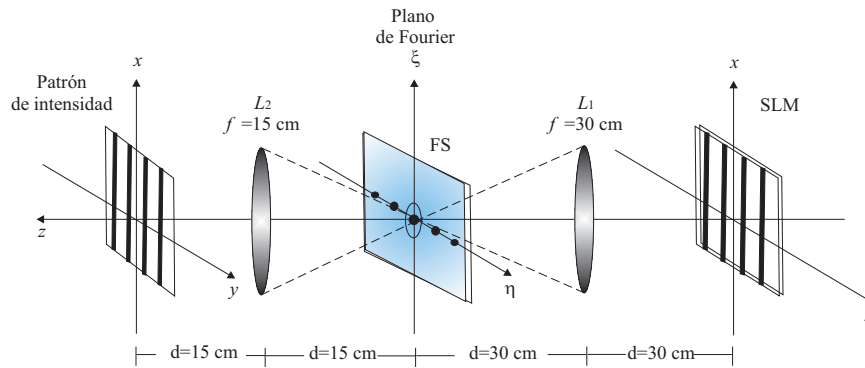


Figura 3.2: Etapa de contraste de fase para transformar el patrón de fase a un patrón de intensidad.

eficiencia de la potencia del haz láser de entrada con respecto al haz láser de salida del 18 %, a causa de las pérdidas que se tuvieron al pasar por los elementos ópticos, y principalmente por las pérdidas que se tiene en el modulador SLM, que exhibe una eficiencia de difracción del orden cero de 54 %.

Preparación de la muestra

Las muestras son partículas esféricas de latex de tamaño de $0.5 \mu m$. Las partículas son fluorescentes a la radiación de longitud de $532 nm$, de esta forma son mejor visualizadas en la CCD por medio del objetivo de microscopio OM. La muestra estudiada consiste en diluir las partículas en agua. La muestra preparada es puesta dentro de una cámara de depósito. En nuestro caso se utilizó un portaobjetos de microscopio en el cual se adhirió un espaciador de $\approx 130 \mu m$ de espesor con un orificio en la parte central de $\approx 12 mm$. Posteriormente se colocó un cubreobjetos, para evitar el contacto directo de las partículas y el objetivo OM al momento de ser observadas y capturadas (figura 3.3).

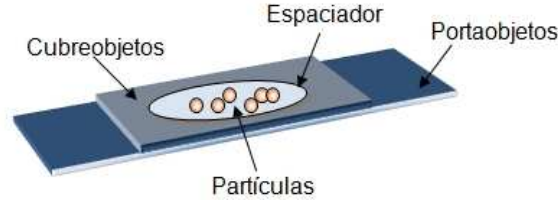


Figura 3.3: Preparación de la muestra.

3.2. Patrones de fase

El modulador de fase SLM es conectado a través de una interfaz con un ordenador C (ver figura 3.1). Los patrones de fase son generados a distintos niveles de grises y de tamaño igual a los píxeles del modulador (512 X 512). La información del nivel de gris de cada pixel es interpretado electrónicamente a niveles de voltaje por cada electrodo que constituye el modulador, ver figura 3.4(a). La capa de moléculas de cristal líquido del modulador pueden ser orientadas por el campo eléctrico de forma diferente entre los electrodos (figura 3.2 (b)). Cuando el haz de luz atraviesa la capa de cristal líquido adquiere diferente fase debido a la diferencias de camino óptico que se tiene en cada pixel del modulador. Por lo tanto, el índice de refracción de la molécula de cristal líquido depende de (θ) de acuerdo a [65].

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)}{n_o^2} + \frac{\cos^2(\theta)}{n_e^2}. \quad (3.1)$$

Recordemos que para una onda-e, $n_e(\theta)$ es el índice de refracción efectivo cuando el ángulo de incidencia es (θ) . Vemos que si no hay campo eléctrico $\theta = 0$, ya que las moléculas no se han inclinado. En esta situación $n_e(\theta) = n_e$. Por el contrario, si el campo es tan grande que las moléculas se inclinan completamente, se tiene que $\theta = \pi/2$, así, $n_e(\theta) = n_o$. En nuestro experimento, la onda tiene polarización lineal paralela al eje mayor de las moléculas de cristal líquido.

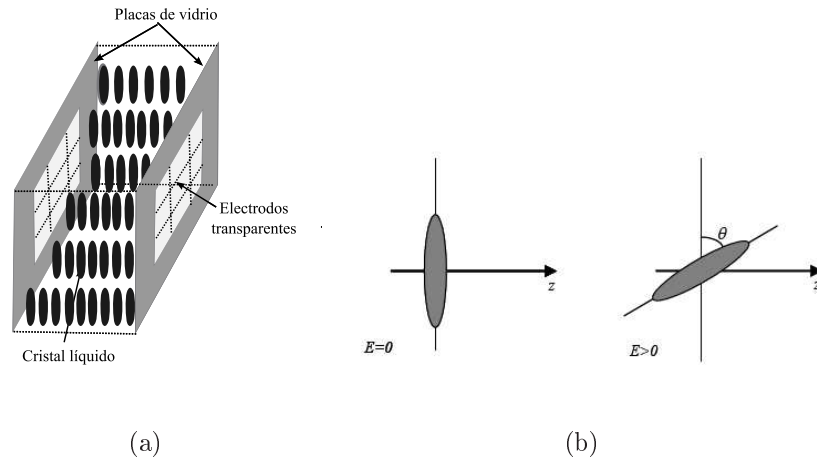


Figura 3.4: (a) Esquema de los elementos básicos del modulador de fase. (b) Vista transversal de la rotación θ de las moléculas de cristal líquido con la aplicación de un campo eléctrico \mathbf{E} .

En la figura 3.5 se muestra la respuesta obtenida en fase del modulador SLM. En la gráfica se observa que la modulación de fase 2π es lograda con un nivel de gris de 64 [66, 67].

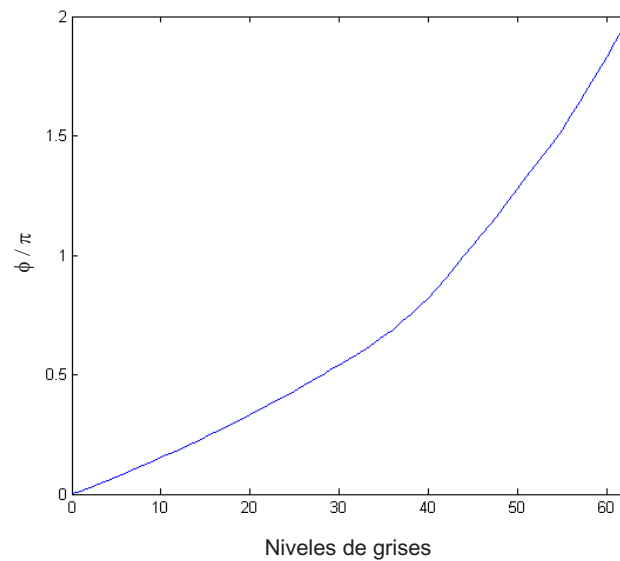


Figura 3.5: La modulación de fase 2π es lograda con un nivel de gris de 64 usando una longitud de onda de $\approx \lambda = 532$ nm.

Los patrones de fase de tamaño 512 X 512 píxeles hechos en un ordenador se muestran en la figura 3.6, usando cuatro periodos. Todos los patrones presentan una variación en tono de grises tal que inducen una fase gradual máxima de (π) a la onda que emerge del SLM.

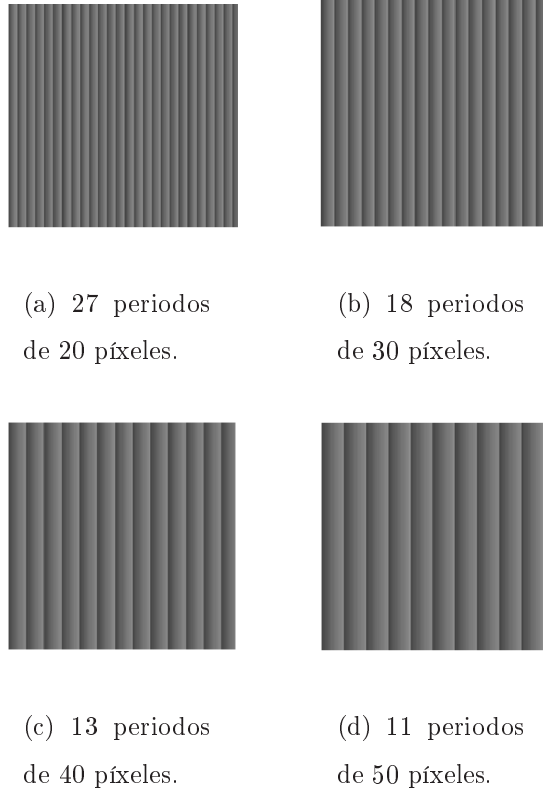


Figura 3.6: Patrones de fase desplegados en el modulador de fase.

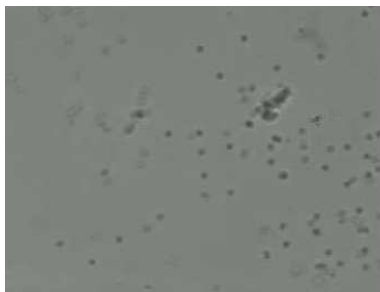
3.3. Resultados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos para la velocidad promedio que sufre el ensemble de partículas de latex de acuerdo al periodo espacial y temporal del potencial. La dinámica es interpretada en términos de la técnica flashing ratchet.

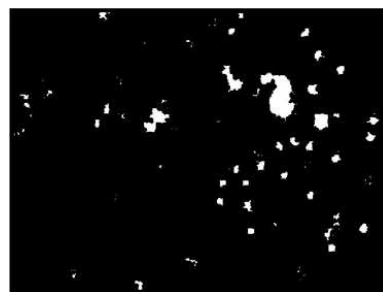
3.3.1. Reconocimiento de las partículas aplicando la técnica de segmentación

La detección de la trayectoria del ensemble de partículas se logró por medio de la segmentación de cada frame del video grabado, con ayuda del programa MATLAB desarrollado en el departamento de ciencias de la computación del INAOE. En nuestro caso estamos procesando imágenes de tamaño 720 x 480; son imágenes bidimensionales en la que cada pixel representa un color a escala de grises, esto es un entero de 8 bits que va de 0 a 255.

La salida de una imagen segmentada es una imagen binaria; una imagen binaria está representada por una matriz en la que cada posición toma un valor de 0 ó 1 (o bien, 0 ó 255), y cada valor representa un pixel de la imagen. Entonces podemos decir que la salida es una imagen de dos colores, blanco y negro. Así en la imagen de salida es más fácil de identificar a cada uno de los objetos que hay en ella.



(a) Cuadro de video para su análisis.



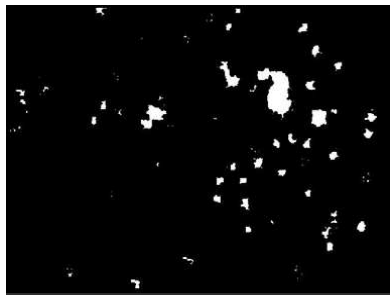
(b) Cuadro con aplicación de la segmentación.

Figura 3.7: Análisis por segmentación de los cuadros que constituyen el video.

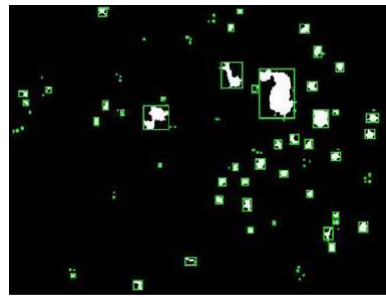
La técnica para el procesamiento de cada cuadro o imagen que constituye el video consiste en separar el fondo de los objetos a través de un valor de umbral y hacer que todos los valores de la imagen que estén por debajo del umbral se

conviertan en ceros y los que estén por arriba del umbral tomen el valor de uno como se muestra en la figura 3.7.

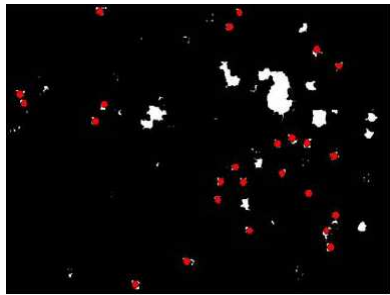
Cuando se termina de segmentar la imagen se procede a identificar todos las partículas de cada cuadro y eliminar los objetos (ruido) que no corresponde a este rango (figura 3.8).



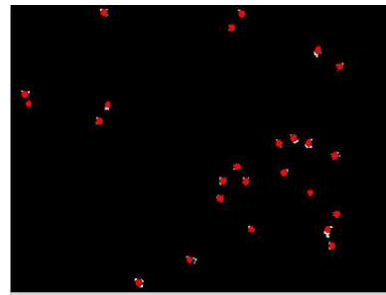
(a) Imagen binaria.



(b) Localización de partículas, incluyendo el ruido.



(c) Localización del ensemble de partículas.



(d) Ruido filtrado.

Figura 3.8: Detección de partículas.

El siguiente paso consistió en asignar un vector que describe la trayectoria de cada partícula partiendo del centro de masa (figura 3.9). El vector es una estimación del desplazamiento bidimensional de la partícula en una región con respecto a uno o varios cuadros de la misma secuencia.

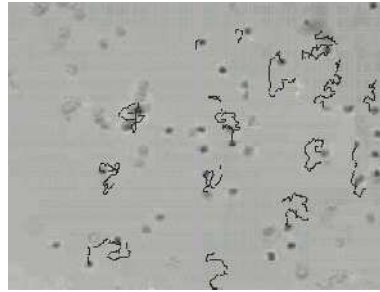


Figura 3.9: Se muestra la trayectoria descrita de cada partícula.

Las coordenadas espaciales de la partícula fueron entonces almacenadas en un archivo de texto. De esta forma fue posible graficar el comportamiento de la trayectoria dentro de un intervalo de tiempo y así poder determinar la velocidad promedio del ensemble de partículas.

3.3.2. Análisis

En la figura 3.10 se muestra el movimiento browniano de una sola partícula.

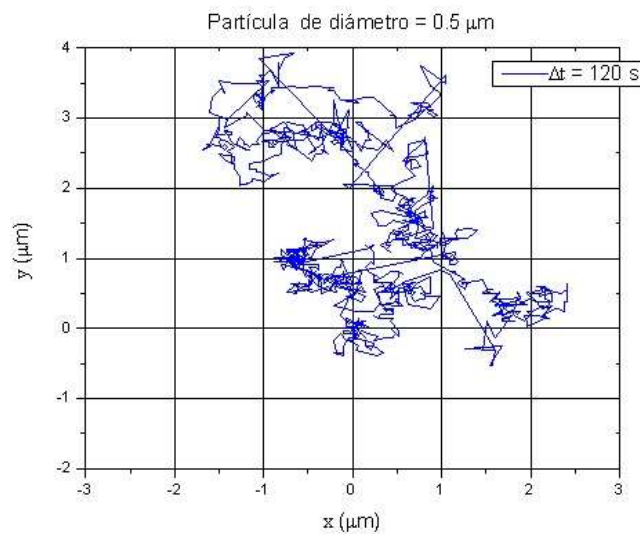
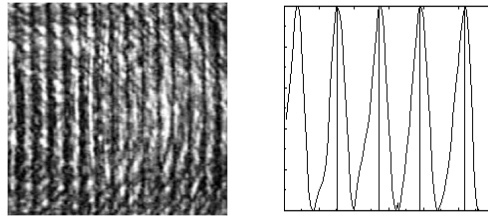


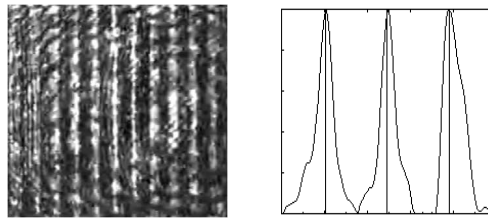
Figura 3.10: Movimiento Browniano.

Los ratchets permiten la rectificación del movimiento aleatorio de la partícula browniana aprovechando las fluctuaciones térmicas del medio mostrada en la figura 3.10. A continuación se describe éste tipo de transporte direccionado de un ensemble de partículas.

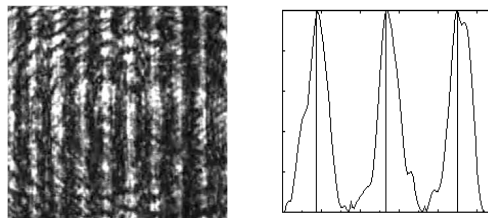
(a) 27 Periodos de $L = 1.6 \pm 0.16 \mu m$



(b) 18 Periodos de $L = 2.3 \pm 0.11 \mu m$



(c) 13 Periodos de $L = 2.9 \pm 0.12 \mu m$



(d) 11 Periodos de $L = 3.7 \pm 0.13 \mu m$

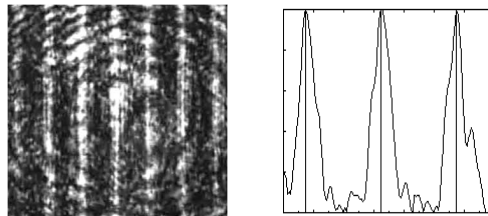


Figura 3.11: Imágenes experimentales del patrón ratchet. El lado derecho muestra el perfil transversal promedio.

La rectificación se logró usando varios patrones ratchet de longitud espacial $\approx 20 \times 30 \mu m$. En la figura 3.11 se muestra los patrones experimentales de inten-

sidad y el perfil transversal promedio correspondiente de cada periodo ratchet. En todos los casos tenemos que el potencial óptico es asimétrico en forma de diente de sierra donde $l_2 > l_1$.

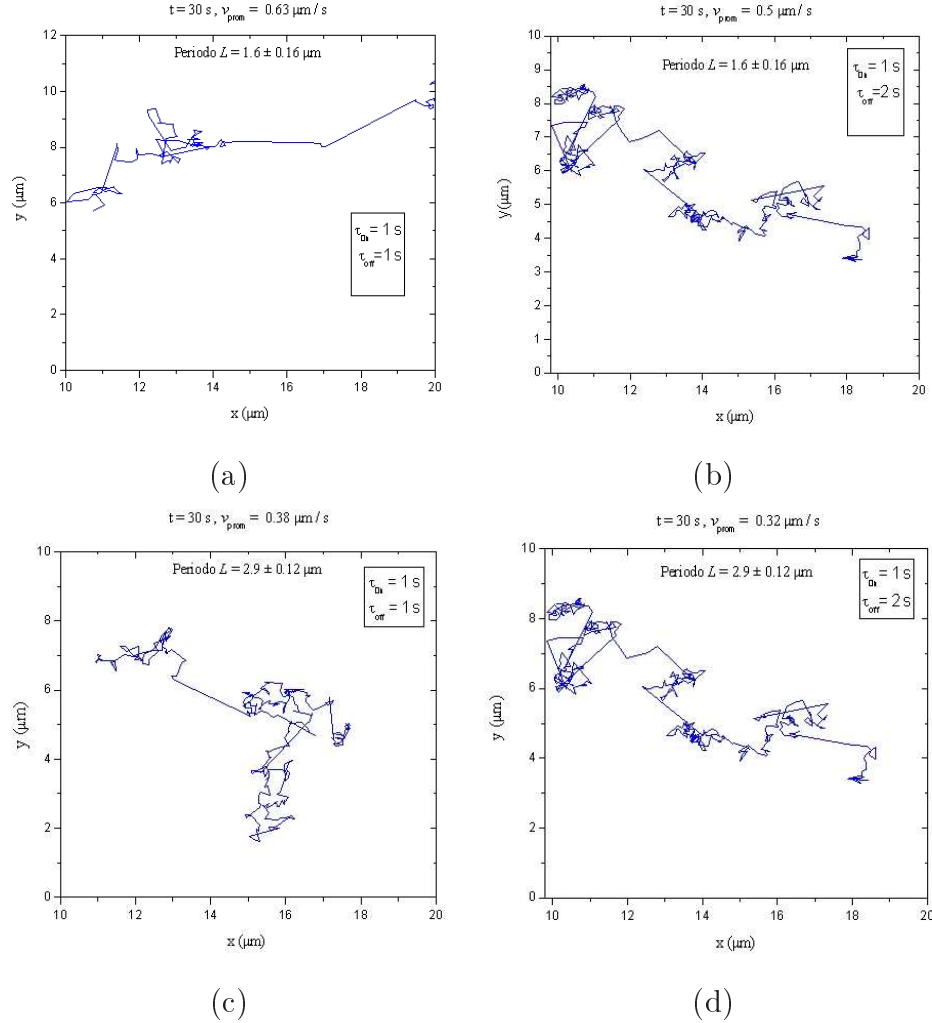


Figura 3.12: Rectificación del movimiento browniano.

Aplicando el patrón correspondiente al periodo espacial de longitud $L = 1.6 \pm 0.16\ \mu\text{m}$ en la figura 3.12 es mostrada la trayectoria de una sola partícula expuesta a diferentes periodos de conmutación. Las gráficas presentan un avance hacia la derecha ($+x$). En la gráfica 3.12(a) vemos que el tiempo de encendido τ_{on} y tiempo de pagado τ_{off} del potencial es el mismo. Aquí la partícula tiene poco tiempo para difundirse, sin embargo lo suficiente para que pueda caer a otro pozo

potencial. La velocidad promedio de la partícula es de $v_{prom} = 0.63 \mu m/s$. Dado que la longitud espacial del potencial $l_1 = 0.6 \pm 0.09 \mu m$ es menor a $l_2 = 1 \pm 0.07 \mu m$ (consulte tabla 1), donde l_1 es comparable al diámetro de la partícula, permite que la probabilidad de la partícula en la dirección $(+x)$ sea mayor de tal forma que describe un comportamiento más rectificado a diferencia de lo mostrado en la figura 3.12(b). En ese caso, se incremento el tiempo de apagado τ_{off} a $2 s$ con $\tau_{on} = 1 s$. Ahora el tiempo de difusión de la partícula es mayor, bajo esta condición la partícula presenta un movimiento más errático, es decir, se incrementa la probabilidad que la partícula salte al mínimo potencial de la izquierda, obteniendo un flujo en ciertos instantes de tiempo hacia la izquierda $(-x)$, sin embargo la probabilidad de saltar al mínimo potencial de la derecha sigue siendo dominante. Por lo tanto, observamos un movimiento rectificado a la derecha $(+x)$, no obstante la velocidad promedio de la partícula se reduce a $v_{prom} = 0.5 \mu m/s$. Un mismo comportamiento se presenta en la figura 3.12 (c) y (d) donde el periodo del potencial $L = 2.9 \pm 0.12 \mu m$ se ha aumentado.

Para expresar mejor nuestros resultados se gráfica la probabilidad de difusión a la derecha P_f y la probabilidad de difusión a la izquierda P_b (figura 3.13) de acuerdo a las ecuaciones (2.25) y (2.26). Los periodos corresponden a los mostrados en la figura 3.11. También se gráfica la diferencia de probabilidades $(P_f - P_b)$ (figura 3.14). Esta última muestra una mejor información del flujo de avance de la partícula.

Las curvas de la figura 3.13 muestran en todos los casos que la probabilidad de difusión P_f tiende a crecer más rápido que la probabilidad P_b debido a la asimetría del potencial. Vemos que conforme aumentamos el periodo de apagado τ_{off} del potencial, $P_f - P_b \rightarrow 0$ ambas probabilidades tienden a $P = 1/2$ de acuerdo a nuestra suposición que una partícula tiene la misma probabilidad de avanzar a la derecha $(+x)$ o izquierda $(-x)$.

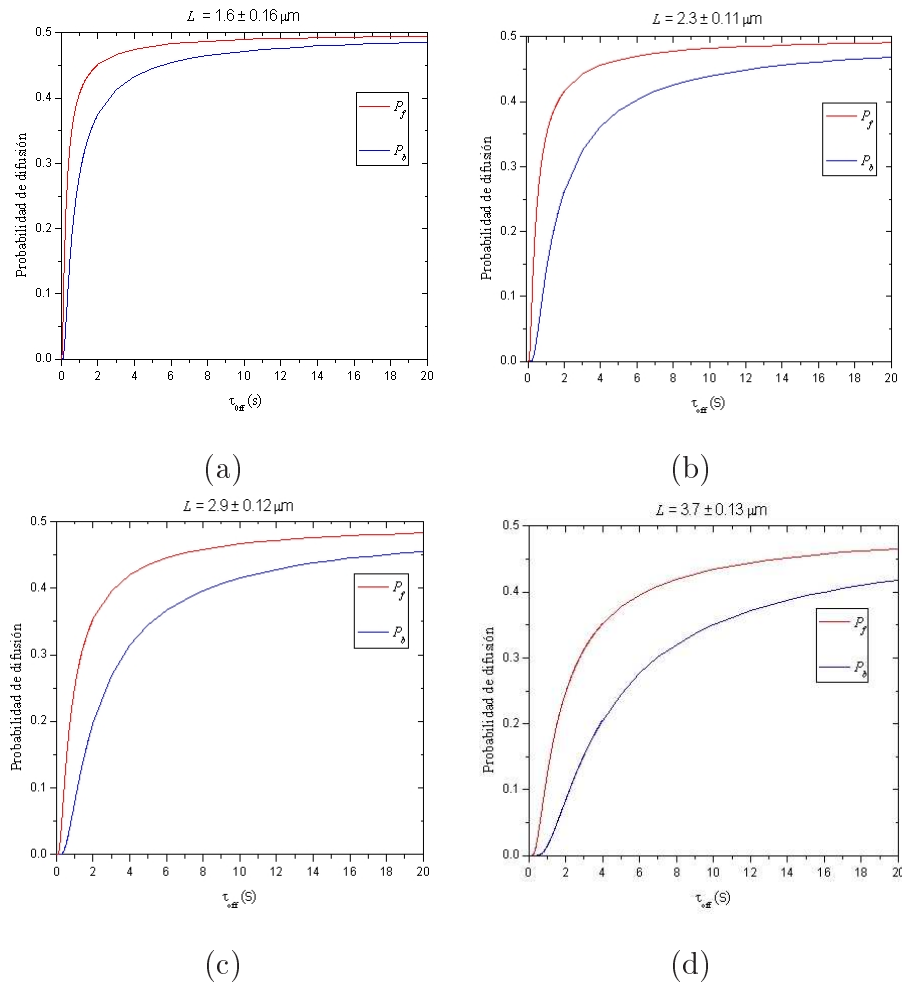


Figura 3.13: Probabilidad de difusión de la partícula sometida a un potencial asimétrico.

Ahora bien, la figura 3.14 muestra la diferencia de probabilidades ($P_f - P_b$) en función de τ_{off} . Notamos que en la gráfica 3.14 (a) aumenta cuando τ_{off} se aproxima a τ_f del orden de 0.22 s, luego llega a un máximo y entonces decrece lentamente cuando τ_{off} llega ser mayor a τ_b (0.62 s) (recordemos que τ_f y τ_b representan el tiempo promedio para que la partícula se difunda una distancia l_1 y l_2 , respectivamente). En nuestro experimento usamos escalas del orden de segundos, por lo tanto, observaremos que a un periodo de apagado $\tau_{off} = 1$ s se obtendrá una mayor eficiencia de probabilidad de difusión P_f de que la partícula

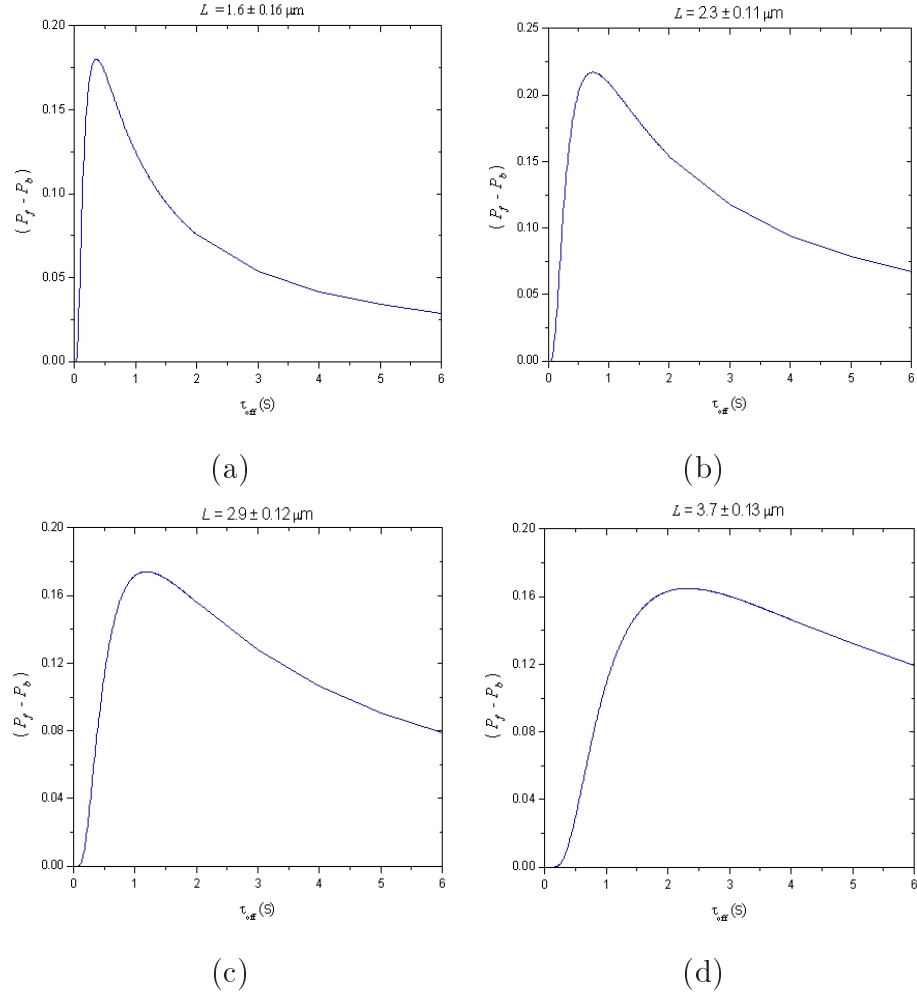


Figura 3.14: Diferencia de probabilidad $(P_f - P_b)$.

avance a la derecha $(+x)$. Más allá de 0.62 s, vemos que la probabilidad de difusión P_b aumenta, como se muestra en la figura 3.13. Esto también se muestra en el comportamiento de la gráfica dada en 3.12 (a), a $\tau_{off} = 1$ s la partícula tiende relativamente poco a avanzar a la izquierda $(-x)$, razón por lo cual describe un comportamiento más direccionado y por lo tanto su velocidad promedio en la dirección $(+x)$ es mayor. Sin embargo, a un tiempo $\tau_{off} = 2$ s (véase figura 3.12 (b)) la velocidad disminuye, por consiguiente la probabilidad de avance a la izquierda $(-x)$ aumenta. Este comportamiento se presenta en la gráfica con un movimiento un tanto errático, es decir, a ciertos intervalos de tiempo avanza en la dirección

($+x$) o ($-x$), no obstante, el resultado neto es un movimiento predominantemente direccionado a la derecha ($+x$), porque se tiene que la probabilidad ($P_f > P_b$).

Cuando aumentamos el periodo espacial L , el tiempo promedio que le lleva a la partícula para difundirse a una distancia ya sea en la dirección ($+x$) o ($-x$) es mayor. Lo que significa que la partícula le tomara más tiempo para moverse a otro mínimo de potencial cuando éste es inducido. Por ejemplo, en la figura 3.14 (b) la gráfica crece cuando τ_{off} es igual a τ_f (0.4 s) y decrece lentamente a τ_b (1.4 s). Comparando los resultados con la gráfica 3.14 (a), vemos claramente que las gráficas 3.14 (b), (c) y (d) crecen y decrecen más lentamente. Entonces, al ensancharse la curva se interpreta que la partícula tardara más tiempo en poder avanzar, lo que reduce la velocidad de la partícula. Concluimos que la diferencia de probabilidades ($P_f > P_b$) en función del tiempo de difusión promedio $\tau_{f,b}$ y el tiempo de apagado del potencial (τ_{off}) aporta una mejor información del movimiento de la partícula. En la figura 3.15 se muestran normalizadas las curvas ($P_f > P_b$).

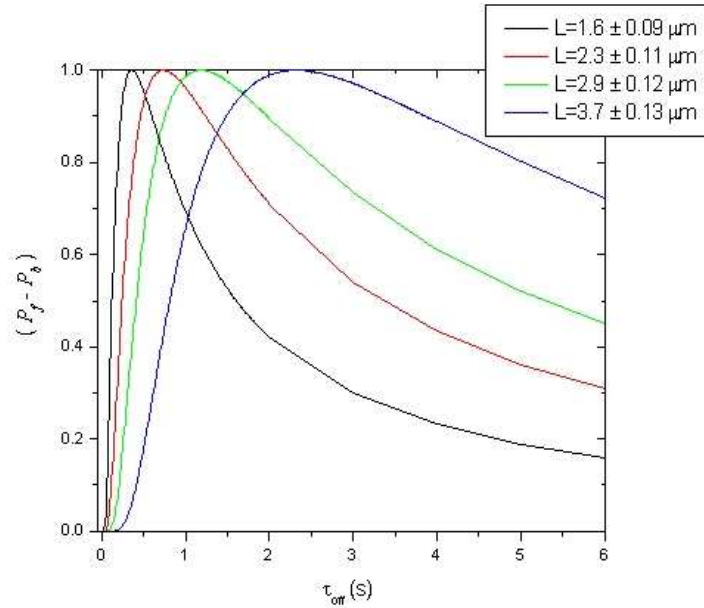


Figura 3.15: Curvas de probabilidad ($P_f - P_b$) normalizadas.

Las curvas se ensanchan debido a que el periodo del potencial se va incrementando gradualmente. Cabe mencionar que en todos los casos, se muestra que la partícula avanzará menos a la derecha ($+x$) cuando el tiempo de apagado τ_{off} se incrementa resultado de que las probabilidades P_f y P_b tiende a $P = 1/2$.

En la tabla 1 se muestra los resultados obtenidos del tiempo promedio $\tau_{f,b}$ que tiene una partícula para difundirse a una distancia $l_{1,2}$, donde $\tau_{f,b} = l_{1,2}^2/2D$ (véase sección 2.3.3). Tenemos que el coeficiente de difusión D de una partícula de $0.5 \mu m$ es de $\approx 0.8 \mu m^2/s$.

Tabla 1

| Periodo espacial | Longitud l_1 y l_2 | Tiempo promedio |
|--------------------------|----------------------------|-------------------|
| $L = 1.6 \pm 0.16 \mu m$ | $l_1 = 0.6 \pm 0.09 \mu m$ | $\tau_f = 0.22 s$ |
| | $l_2 = 1 \pm 0.07 \mu m$ | $\tau_b = 0.62 s$ |
| $L = 2.3 \pm 0.11 \mu m$ | $l_1 = 0.8 \pm 0.06 \mu m$ | $\tau_f = 0.4 s$ |
| | $l_2 = 1.5 \pm 0.05 \mu m$ | $\tau_b = 1.4 s$ |
| $L = 2.9 \pm 0.12 \mu m$ | $l_1 = 1.1 \pm 0.08 \mu m$ | $\tau_f = 0.75 s$ |
| | $l_2 = 1.8 \pm 0.04 \mu m$ | $\tau_b = 2 s$ |
| $L = 3.7 \pm 0.13 \mu m$ | $l_1 = 1.5 \pm 0.05 \mu m$ | $\tau_f = 1.4 s$ |
| | $l_2 = 2.2 \pm 0.08 \mu m$ | $\tau_b = 3 s$ |

Un flujo de partículas a la derecha ($+x$) es generado con la técnica flashing ratchet. La velocidad promedio es de $\approx 0.63 \mu m/s$ mostrado en la figura 3.16. El periodo usado es de $L = 1.6 \pm 0.16 \mu m$.

Podemos estimar la velocidad promedio v del ensemble de partículas dado el cambio de la posición Δx que realiza ésta a un tiempo Δt , $v_{prom} = \Delta x/\Delta t$. En la figura 3.17 se muestra la velocidad promedio en función del tiempo de apagado del potencial τ_{off} de acuerdo a los periodos dados en la tabla 1. Las velocidades

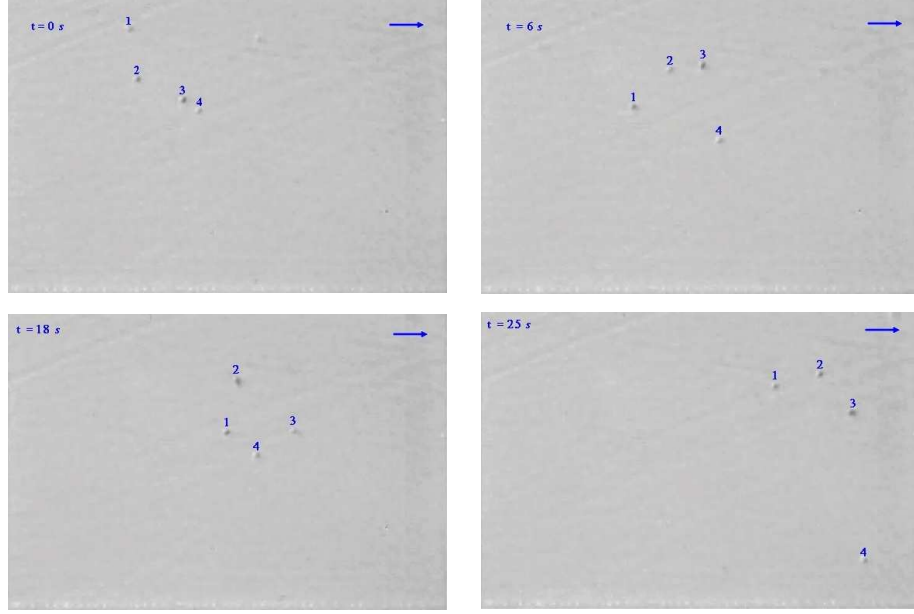


Figura 3.16: Experimento flashing ratchet. Las partículas son del tamaño de $\approx 0.5 \mu m$. Un conjunto de 4 partículas es mostrado en la rectificación del movimiento browniano.

son comparadas con lo obtenido usando ratchet por dieléctroforesis [68].

En la figura 3.17 (a) se muestra que la velocidad promedio v_{prom} es mayor en $\tau_{on} = 1$ y $\tau_{off} = 1 s$ y después la curva decrece cuando $\tau_{off} > 1 s$. Esto esta de acuerdo con la curva mostrada en la figura 3.14 (a) donde se observa que se tiene una mayor eficiencia en $\tau_{off} = 1 s$. (Recordemos que las escalas temporales usadas en nuestro experimento son del orden de segundos). Cuando tenemos que $\tau_{on} > 1 s$, la velocidad del ensemble de las partículas se reduce gradualmente en comparación a la curva anterior, como respuesta de que se tiene un tiempo mayor de retención o captura de las partículas en un mínimo de potencial. Este mismo comportamiento se describe en las figuras 3.17 (b) y (c). Sin embargo, en la figura 3.17 (d) se tiene que la máxima velocidad del ensemble de las partículas se da en $\tau_{off} = 2 s \forall \tau_{on}$, esto se debe a que el tiempo de difusión de la partícula es

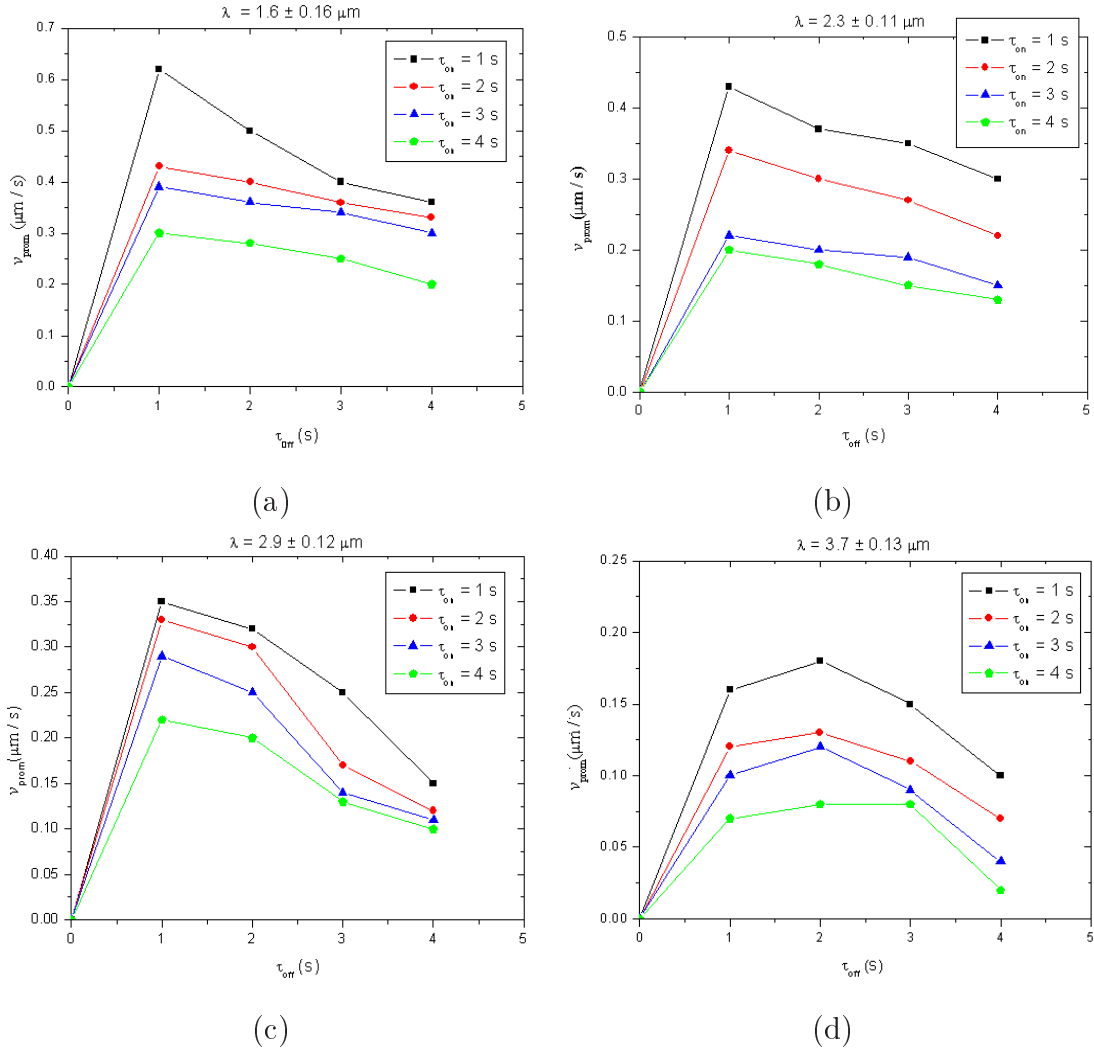


Figura 3.17: Velocidad promedio *vs* tiempo de apagado τ_{off} .

el óptimo, lo que le permite moverse a otro mínimo de potencial adyacente, puesto que en este caso la longitud del potencial es más grande. Finalmente confirmamos que estos resultados están de acuerdo con la gráfica mostrada en la figura 3.14 (d). Como vemos en esta curva se tiene una mejor eficiencia a $\tau_{off} = 2$ s y disminuye para $t < \tau_{off} = 2$ s y $t > \tau_{off} = 2$ s.

Capítulo 4

Conclusiones

En esta tesis se han discutido los aspectos de la rectificación del movimiento Browniano usando la técnica flashing ratchet. Esta técnica permite usar las fluctuaciones térmicas para lograr un flujo de partículas direccionado, aplicando un patrón de luz asimétrico.

Se ha estudiado lo que ocurre con el transporte de N partículas en la que el potencial en forma de diente de sierra es encendido y apagado por un agente externo. En concreto, se ha analizado la velocidad promedio que presenta el ensemble de partículas para cuatro periodos espaciales:

- Las velocidades mayores se obtuvieron cuando l_1 es alrededor del orden del tamaño de la partícula de $\approx 0.5 \mu m$. En este caso consideramos un ensemble de 10 partículas. Cuando el periodo de apagado del potencial τ_{off} aumenta, la velocidad promedio del ensemble disminuye así como al aumentar el periodo de encendido del potencial τ_{on} .
- Una razón importante, por la cual no procesamos una gran densidad de partículas, se debe a que el procesamiento de imágenes se vuelve demasiado lento y complicado para ordenar los datos de las coordenadas espaciales de cada partícula.

-
- Si el número de partículas es grande la magnitud de las fluctuaciones del medio decrece, por lo tanto, la velocidad media del ensemble también lo hace.
 - Se ha visto que si el periodo del potencial es muy pequeño comparado con el tamaño de la partícula, sentirán un potencial constante y el flujo de partículas sera nulo. Para periodos largos mayores que el tiempo promedio que tardan las partículas en recorrer un periodo $l = \sqrt{2D\tau}$ el flujo será nulo también.
 - En cuanto al periodo de conmutación temporal del potencial, las partículas deben tener el tiempo necesario para difundirse y poder caer a otro mínimo potencial, siendo la mayor probabilidad a la derecha ($+x$) por la asimetría usada, de modo que el periodo de conmutación no debe ser tan corto o tan largo. Si es así, el flujo de partículas será prácticamente nulo. En nuestro caso, el periodo de conmutación óptimo fue de $\tau_{on} = \tau_{off} = 1 s$ con un periodo de potencial $L = 1.6 \pm 0.16 \mu m$, donde $l_1 = 0.6 \pm 0.09 \mu m$ y $l_2 = 1 \pm 0.07 \mu m$.
 - Cabe mencionar que la rectificación del ensemble de partículas usando la técnica flashing ratchet también es posible a la izquierda ($-x$).

Trabajo a futuro

En este trabajo se hace un bosquejo acerca del análisis del transporte de micro-partículas usando el modelo flashing ratchet con gran potencial para aplicaciones en biología, especialmente en modelos de motores moleculares. Sin embargo, existen cuestiones de interés no resueltos. Recapitulando, podemos mencionar algunos posibles temas de estudio que se proponen para trabajo a futuro:

- A pesar de que se obtiene resultados comparados con la literatura el flujo de partículas óptimo para un número cualquiera de partículas sigue siendo un problema abierto.
- La información sobre la posición del ensemble de partículas se puede utilizar para mejorar el transporte de partícula. No obstante, cómo utilizar esta información para mejorar la eficiencia si es posible del flujo de partículas queda a futuro.
- La información para mejorar los motores brownianos son cuestiones cuyas respuestas pueden contribuir a un conocimiento más profundo de las implicaciones de la Segunda Ley de la Termodinámica.

Referencias

- [1] M.v. Smoluchowski, “Experimentell nachweisbare, der Mublichen Thermodynamik widersprechende MolekularphManomene”, *Physik. Zeitschr* **13**, 1069 (1912).
- [2] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 1, (Addison-Wesley, Reading, MA, 1963), Capítulo 46.
- [3] L. Brillouin, “Can the rectifier become a thermodynamical demon? ”, *Phys. Rev.* **78**, 627 (1950).
- [4] A.F. Huxley, “Muscle structure and theories of contraction”, *Prog. Biophys.* **7**, 255 (1957).
- [5] S.M. Braxton, *Synthesis and use of a novel class of ATP carbamates and a ratchet diffusion model for directed motion in muscle*, Ph.D. Thesis, Washington State University, Pullman, WA, (1988).
- [6] S. Braxton, R.G. Yount, “A ratchet diffusion model for directed motion in muscle”, *Biophys. J.* **55**, 12a (1989) (abstract).
- [7] R.D. Vale, F. Oosawa, “Protein motors and Maxwell’s demons: Does mechanochemical transduction involve a thermal ratchet? ”, *Adv. Biophys.* **26**, 97 (1990).

-
- [8] T.Y. Tsong, R.D. Astumian, “Absorption and conversion of electric field energy by membrane bound ATPase, Bioelectrochem”, *Bioenerg.* **15**, 457 (1986).
- [9] H.V. Westerhoff, T.Y. Tsong, P.B. Chock, Y. Chen, and R.D. Astumian, “How enzymes can capture and transmit free energy from an oscillating electric Field”, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **83**, 4734 (1986).
- [10] A. de Waele, W.H. Kraan, R. de Bruin Ouboter, and K.W. Taconis, “On the dc voltage across a double point contact between two superconductors at zero applied dc current in situations in which the junction is in the resistive region due to the circulating current of flux quantization”, *Physica (Utrecht)* **37**, 114 (1967).
- [11] A.M. Glas, D. van der Linde, and T.J. Negran, “High-voltage bulk photovoltaic effect and the photorefractive process in LiNbO_3 ”, *Appl. Phys. Lett.* **25**, 233 (1974).
- [12] J. Rousselet, L. Salome, A. Ajdari, and J. Prost, “Directional Motion of Brownian Particles Induced by a Periodic Asymmetric Potential”, *Nature London* **370**, 446 (1994).
- [13] L. P. Faucheux, L. S. Bourdieu, P. D. Kaplan, and A. J. Libchaber, “Optical Thermal Ratchet”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1504 (1995).
- [14] A. Ajdari and J. Prost, “Mouvement induit par un potentiel periodique de basse symmetrie: dielectrophorese pulsee”, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. II* **315**, 1635 (1992).
- [15] M.O. Magnasco, “Forced thermal ratchets”, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1477 (1993).
- [16] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, “Stochastic resonance”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998).

-
- [17] W. Horsthemke, and R. Lefever, *Noise-induced Transitions*, Springer, Berlin, (1984).
- [18] C. Van den Broeck, J.M.R. Parrondo, R. Toral, and R. Kawai, “Nonequilibrium phase transitions induced by multiplicative noise”, *Phys. Rev.* **55**, 4084 (1997).
- [19] B. Schmittmann and R.K.P. Zia, *Statistical mechanics of driven diffusive systems*, in: C. Domb, J.L. Lebowitz (Eds.), *Phase Transitions and Critical Phenomena*, Vol. 17, (Academic Press, London, 1995).
- [20] A. Ashkin, “Acceleration and trapping of particles by radiation pressure”, *Phys. Rev. Lett.* **24** (4), 156-159 (1970).
- [21] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, “Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles”, *Opt. Lett.*, **11**, 288-290 (1986).
- [22] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. E. Cable, “Experimental observation optically trapped atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314-317 (1986).
- [23] A. Ashkin and J. M. Dziedzic, “Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria”, *Science*, **235**, 1517-1520 (1987).
- [24] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, and T. Yamane, “Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams”, *Nature* **330**, 769-771 (1987).
- [25] A. Ashkin, K. Schultze, J. M. Dziedzic, U. Euteneuer, and M. Shliwa, “Force generation of organelle transport measured in-vivo by an infrared laser trap”, *Nature* **348**, 346-348 (1990).
- [26] J. E. Molloy and M. J. Padgett, “Light, action: optical tweezers”, *Contemporary Physics* **43**, 241-258 (2002).

-
- [27] S.M. Block, L. S. B. Goldstein, and B. J. Schnapp, “Bead movement by single kinesin molecules studied with optical tweezers”, *Nature* **348**, 348-352 (1990).
- [28] M. M. Burns, J. M. Fournier and J. A. Golovchenko, “Optical Matter: Crystallization and Binding in Intense Optical Fields”, *Science* **249**, 749-754 (1990).
- [29] M. E. J. Friese, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles”, *Nature* **394**, 348-350 (1998).
- [30] H. Rubinsztein-Dunlop and M. Friese, “Light Drive Micromachines”, *Optics & Photonics New* **13**, 22-26 (2002).
- [31] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 3rd Edition (Prentice Hall, 1999).
- [32] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory* (McGraw-Hill, New York USA, 1941).
- [33] M. kerker, *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation* (Academic, New York, 1969).
- [34] Y. Harada, T. Asakura, “Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime”, *Opt. Commun.* **124**, 529-541 (1996).
- [35] J. P. Barton and D. R. Alexander, *J. Appl. Phys.*, **66**, 2800 (1989).
- [36] K. F. Ren, G. Gréhan, and G. Gouesbet, *Appl. Opt.* **35**, 2702 (1996).
- [37] E. Hecht, *Óptica*, 3ra. Edición (Addison Wesley Longmann, Inc., 1998).
- [38] van de Hulst, H. C., *Light Scattering by Small Particles* (Dover, New York, 1981).
- [39] A. Ashkin, “Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime”, *Biophys. J.* **61**, 569-582 (1992).

-
- [40] B. A. Brown, and P. R. Brown, “Optical tweezers: theory and current applications”, *American Laboratory Articles, November issue*, 13-20 (2001).
- [41] K. C. Neuman, and S. M. Block, “Optical trapping (review article)”, *Rev. Sci. Instrum.* **75** (9), 2787-2809 (2004).
- [42] N. Malagnino, G. Pesce, A. Sasso, and E. Arimondo, “Measurements of trapping efficiency and stiffness in optical tweezers”, *Opt. Commun.* **214**, 15-24 (2002).
- [43] K. F. Ren, G. Gréha, and G. Gouesbet, “Radiation pressure forces exerted on a particle arbitrarily located in a Gaussian beam by using the generalized Lorenz-Mie theory, and associated resonance effects”, *Opt. Commun.* **108**, 343-354 (1994).
- [44] G. Gouesbet, B. Maheu, and G. Gréhan, “Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation”, *JOSA A* **5** (9), 1427-1443 (1988).
- [45] A. Einstein, *Annalen der Phys.* **17**, 549 (1905).
- [46] Debashish Chowdhury, “100 years of Einstein’s theory of Brownian motion: from pollen grains to protein trains”, *Indian Institute of Technology Kanpur, India*, (2008).
- [47] D. Selmeçzi, et al, “Brownian Motion after Einstein: Some New Applications and New Experiments”, *Lect. Notes Phys.* **711**, 181-199 (2007).
- [48] F. Reif, *Fundamentals of statistical and thermal physics*, (McGraw-Hill series in fundamentals of physics, San Francisco, 1965).
- [49] L. Page, *Introduction to theoretical physics*, 3ra. edition, (D. Van Nostrand Company, Princenton, N.J.,1952), p.286.

-
- [50] G. Joos, *Theoretical physics*, 3ra. edition, (Hafner Publishing Company, N.Y.,1958), p.218.
- [51] B. Lukić, S. Jeney, C. Tischer, A. J. Kulik, L. Forró, and E.L. Florin, “Direct observation of nondiffusive motion of a brownian particle”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 160601-1, (2005).
- [52] F. J. Cao, L. Dinis, and J.M.R. Parrondo, “Feedback control in a collective flashing ratchet”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 040603-1, (2004).
- [53] M.v. Smoluchowski, “Experimentell nachweisbare, der Mublichen Thermodynamik widersprechende MolekularphManomene”, *Physik. Zeitschr* **13**, 1069, (1912).
- [54] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Vol.1 (Addison-Wesley, Reading, MA, 1963), capítulo 46
- [55] J.C. Maxwell, *Theory of Heat*, Longmans, Green and Co., London, (1872).
- [56] H.S. Leff, A.F. Rex, *Maxwell's Demon, Entropy, Information, Computing*, Adam Hilger, Bristol, (1990).
- [57] P. Reimann, “Brownian motors: noisy transport far from equilibrium”, *Physics Rep.* **361**, 57-265 (2002).
- [58] T.R. Kelly, I. Tellitu, and J.P. Sestelo, “In search of molecular ratchets”, *Angew. Chem. Int. Ed. Engl.* **36**, 1866 (1997).
- [59] K.L. Sebastian, *Molecular ratchets: verification of the principle of detailed balance and the second law of dynamics*, *Phys. Rev.* **61**, 937 (2000).
- [60] H. Linke, *Appl. Phys.* **75**, 167 (2002).
- [61] A. Ajdari and J. Prost, *C.R. Acad. Sci. Paris II* **315**, 1635 (1992).
- [62] R.D. Astumian and M. Bier, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1766 (1994).

-
- [63] R. Krishnan, S. Roy, and A. M. Jayannavar, “Enhanced Thermodynamic Efficiency in Time Asymmetric Ratchets”, *J. Stat. Mech.*, (2005).
- [64] J.W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2nd Edition (McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1996).
- [65] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*, (John Wiley & Sons, Inc., 1991).
- [66] U. Ruiz and V. Arrizon, “Characterization of twisted liquid crystal spatial light modulators”, *Proc. of SPIE* **6422**, 642215-1 (2007).
- [67] U. Ruiz Corona, *Computer Generated Holograms Applied to Optical Tweezers*, Ph.D. Thesis, INAOE, México (2009).
- [68] L. Gorre-Talini, J.P. Spatz, and P. Silberzan, “Dielectrophoretic Ratchets”, *Chaos*, **8**, 650 (1998).