



INAOE

**CONTROL DE ABERRACIONES DEL
TELESCOPIO DE 2.1-m DEL OAN
POR MEDIO DE LA CODIFICACIÓN
DEL FRENTE DE ONDA**

por

José Antonio Araiza Durán
M.C., INAOE

Tesis sometida como requisito parcial
para obtener el grado de

**DOCTORADO EN CIENCIAS EN LA
ESPECIALIDAD EN ÓPTICA**

en el

**INSTITUTO NACIONAL DE
ASTROFÍSICA, ÓPTICA Y ELECTRÓNICA**

Agosto 2016

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. A. Alejandro Cornejo Rodríguez
Investigador Titular en el INAOE

Dr. Esteban A. Luna Aguilar
Investigador Titular en el IA-UNAM

©INAOE 2016

Derechos Reservados.

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir
y distribuir copias de esta tesis en su totalidad o en
partes mencionando la fuente.



Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta de implementación de la técnica de la codificación del frente de onda en el telescopio de 2.1-m del Observatorio Astronómico Nacional. La codificación del frente de onda es un método que utiliza un elemento esférico incluido en el sistema formador de imágenes en cuestión y un procesamiento de imágenes para obtener una imagen final de alta calidad. El principio de funcionamiento se basa en la introducción de una distribución de fase esférica en el sistema con el fin de producir una imagen igualmente degradada en todos sus planos, capaz de volver su función de punto extendido y su función de transferencia óptica casi insensibles sobre un rango de desenfoque sobre el frente de onda. Esta imagen producto del uso del sistema con el elemento codificador del frente de onda será digitalmente procesada con el fin de eliminar la degradación producida y de esta forma recuperar la información del objeto habiendo compensado errores de foco y otras perturbaciones. En este trabajo se entrega una propuesta de implementación de la técnica para el telescopio de 2.1-m, donde se utiliza la celda activa soporte del espejo primario del telescopio como elemento codificador del frente de onda. Esto con la finalidad de compensar aberraciones producidas por cambios físicos que sufre el espejo primario debidas a los efectos gravitacionales, térmicos, así como problemas de alineación. La selección de los parámetros a ingresar a la celda activa son estudiados con la finalidad de aprovechar al máximo la técnica en el telescopio. Dichos parámetros estarán dados en base a las condiciones atmosféricas, a la configuración del telescopio y a las limitaciones impuestas por los criterios de diseño. Al final del trabajo se entrega una propuesta de implementación y se discute el desempeño del elemento codificador del frente de onda, así como las expectativas que se tiene de la técnica.

Abstract

Wave-front coding is a known technique for correcting defocus-like aberrations by introducing an aspherical phase distribution in to a standard clear aperture system, resulting in a near diffracted limited image by using deconvolution techniques. With this technology, we want to improve the image quality of the 2.1-m telescope at the San Pedro Mártir Observatory using the primary mirror's active cell as the wave-front coder element. The active cells functionality and control is studied in order to understand how it works and whether is it possible to use it as the wave-front coding element. The characterization of the telescope's point-spread function (PSF) with and without the wave-front coding element is performed, and an extended analysis in the frequency domain is done to fit the design criterion enabling image processing in order to improve image quality. The parameters used in the active cell and the benefits of using this technique in the Astronomy field will be discussed.

Dedicatoria

A mi familia y a mi país.

“La profesión de mi ejercicio no consiente ni permite que yo ande de otra manera. El buen paso, el regalo y el reposo, allá se inventó para los blandos cortesanos; mas el trabajo, la inquietud y las armas sólo se inventaron e hicieron para aquellos que el mundo llama caballeros andantes, de los cuales yo, aunque indigno, soy el menor de todos.”

Miguel de Cervantes Saavedra

Agradecimientos

Principalmente a mis asesores del doctorado, el Dr. Alejandro Cornejo y el Dr. Esteban Luna. Gracias por permitirme trabajar con ustedes, por creer en mi y ser una fuente de motivación. En especial al profe Esteban, por sus consejos, por su paciencia, por haberme integrado a un grupo de trabajo y haberme apoyado tanto en estos últimos cinco años. Estoy seguro que seguirá la amistad y la colaboración por muchos años mas.

Agradezco el apoyo de la gente con la que hice colaboración durante mi doctorado, que durante las horas de trabajo me hicieron encontrar diversión y aprendizaje. Creo que mientras siga viendo la ciencia de esa forma voy a disfrutar mucho mi profesión. Por mencionar algunos de los colaboradores: Ángel Fuentes, Joel Herrera, Rafa Izazaga, y Erika Sohn. Quiero destacar a tres personas, la verdad que fue un placer trabajar con ellos y estar formándome a su lado: de nuevo el profe Esteban, Luis Salas, y Elfego Ruiz. Le doy gracias a Elfego por sus clases de historia de la ciencia en México, por los tequilas que se cruzaron por el camino y por dejarme claro hasta donde se puede llegar con mucho trabajo y dedicación.

A los amigos que encontré en este largo proceso: Ángel Fuentes, Carmen Ayala, Joel Molina, Gerardo Fox, Diego Serrato, Mónica Blanco, Margarita Méndez, Cuitláhuac Garay, Andrea Muñoz, Brenda Villalobos, Omar Palillero y Carolina Martínez, entre otros. Es bonito hacer amistades pero lo es mas aún conservarlas, mis amigos: Dulce Serrato, Alida González, Beto Flores, Anabel Cortés, Gregorio Monsivais, Daniel Hernández, Daniel Mínguez, y Edvin Gálvez, entre otros. A los compañeros del Instituto de Astronomía como los de maestría de INAOE. También, y agregándolos en el párrafo de los amigos, a mis queridos profes. Siempre estaré agradecido con mis profes, siempre he valorado esa profesión y no me queda mas que verlos con mucho cariño y respeto. Aquí si tengo que incluir a todos esos profes que fueron aportando algo en mi vida que me ha servido para hacerme valer como profesionista y como persona de bien.

Gracias a CONACYT que con su apoyo no hubiera hecho nada. Espero que continúe por mucho tiempo este apoyo y que llegue a la gente que en realidad quiera hacer ciencia para el país. De igual forma quiero dar gracias a INAOE por la formación que me dió a lo largo de la maestría y parte del doctorado. A su personal administrativo que siempre me atendió amablemente y al de intendencia por mantener al INAOE tan lindo como desde el primer día del propedéutico. También al Instituto de Astronomía - UNAM Ensenada que fue mi casa por un largo tiempo. A todo el personal del instituto, en especial a Manuel Jáuregui por su amabilidad y esa alegría

que transmite al ir por los pasillos saludando gente. Y también a la gente del Observatorio Astronómico Nacional por las consideraciones que tienen con la gente que sube a trabajar.

Probablemente habrán lectores pensando: “este desgraciado no le ha agradecido a su madre”, ya sigue. La familia con la que uno nace es para siempre y anteriormente estaba hablando de la familia que hice en mi paso por este doctorado. Con mi familia siempre estaré agradecido y con Dios por haberme puesto donde me puso. Le estaré eternamente agradecido a mi mamá por su apoyo incondicional y la educación que me dió. También a sus embajadoras en Tijuana y Ensenada, mi tía Ana y mi tía Graciela, respectivamente. En especial a mi tía Ana que siempre está conmigo apoyándome y aguantándome. Quiero agradecerle a mis abuelitos Durán por su cariño y sus bendiciones, significa mucho para mi saber que hay gente pidiéndole a Dios por mi. Al resto de mi familia quiero decirles que se que me perdí muchos eventos por estar lejos, pero nunca me olvido de ustedes y en esos casos se que el que se lo pierde soy yo. Todo esto lo hago por perseguir un sueño, quiero ver hasta donde llego, hasta donde me alcanza, y a su vez vivir de esto.

En fin, también tengo que hacer memoria y agradecerle a mi gente que se adelantó en este viaje. No se si hubiera sido mas fácil o mas difícil con ustedes presentes, si hubiera cambiado la historia, o que se yo. Lo que si se es que los extraño mucho y que me motivan a seguir adelante en todas esas veces que siento que no se que estoy haciendo con mi vida. Gracias a mi papá, mi abuelita Ramona, y mi abuelito Enrique. Ellos mas que nadie saben lo mucho que me esforcé durante todo este proceso, espero que les haya gustado.

Gracias.

Índice

Lista de figuras	viii
Lista de tablas	xiii
Nomenclatura	xiv
Prefacio	1
Capítulo 1	
Introducción a la codificación del frente de onda	
1.1 Principio de operación	4
1.2 Máscara de fase cúbica	5
1.3 Máscara de fase cúbica modificada	8
1.4 WFC en el telescopio de 2.1-m del OAN	11
Capítulo 2	
Dispositivo experimental	
2.1 Telescopio de 2.1-m del OAN	12
2.1.1 Espejo primario del telescopio	12
2.1.1 Configuraciones del telescopio	13
2.2 Celda activa	14
2.2.1 Control de la celda	15
2.2.2 Celda activa en funcionamiento	18
2.3 Detectores	19

Capítulo 3

Selección de parámetros para el sistema con WFC

3.1 Función de degradación	21
3.2 Características del telescopio	22
3.2.1 MTF limitada por difracción	22
3.2.2 MTF del telescopio considerando aberraciones	24
3.3 Criterio de muestreo	27
3.4 Condición de cielo	29
3.5 WFC en el telescopio de 2.1-m del OAN por medio de la celda activa	32
3.5.1 WFC por medio de la celda activa: Caso ideal	35
3.5.2 WFC por medio de la celda activa: Caso real	37
3.6 Región pasa-banda libre de ceros	39
3.7 Celda activa como elemento codificador del frente de onda	43

Capítulo 4Conclusiones

45

Anexo

49

Referencias

51

Summary

54

Lista de Figuras

Figura 1.1	6
Diagrama de bloques de un sistema formador de imágenes con codificador del frente de onda.	
Figura 1.2	7
Cortes de la MTF de un sistema con diámetro $D = 2$, $F = 15$ y $\lambda = 0.5\mu m$. (a) Sistema con la fase cúbica con $\alpha = 5\lambda$ en $f_Y = 0$ y $f_Y = f_X$, y (b) sistema estándar en $f_Y = 0$.	
Figura 1.3	7
Superficie de la máscara de fase cúbica descrita en la ecuación (2). (a) Superficie del frente de onda medida en longitudes de onda; (b) perfil de corte en $y = 0$ de la superficie del frente de onda de fase cúbica y $\alpha = 5\lambda$.	
Figura 1.4	8
PSFs calculadas para un sistema con $D = 2$, $F = 15$ y $\lambda = 0.5\mu m$. (a) Sistema con la fase cúbica ($\alpha = 3.2\lambda$), y (b) sistema estándar.	
Figura 1.5	11
Estudio de frente de onda (renglón superior) y PSFs (renglón inferior) resultantes a partir de los casos de funciones de fase: (a,e) fase cúbica, (b,f) términos de inclinación a eliminar, (c,g) fase cúbica sin términos de inclinación y (d,h) fase cúbica rotada sin inclinación. Considerando los siguientes valores: $D = 3.5m$, $\lambda = 0.5\mu m$, $F = 14.3$ y $\beta = 20$.	
Figura 2.1	16
Posición de los 18 actuadores (bolsas de aire) y los tres puntos de apoyo en la celda del espejo.	

Figura 2.2 18

Estudio de la diferencia entre sistemas de bolsas de aire con (CPMP) y sin vacío (MP), para el caso de dos bolsas de aire y una celda de carga para cuatro casos: a) MP apuntando al cenit; b) MP con una inclinación; c) CPMP apuntando al cenit; d) CPMP con una inclinación.

Figura 2.3 19

Ejemplo de funcionamiento de celda activa por medio de accionar tres bolsas (4,9, y 14): a) Deformación producto de introducir una altura de $5.5nm$ en las bolsas ya mencionadas. b) Plano inclinado. c) Deformación resultante. Los tres círculos que se encuentran dentro de la pupila deformada denotan la posición de las celdas de carga y las unidades de la barra de colores son nanómetros.

Figura 2.4 20

Mapa del frente de onda para $0.1\lambda RMS$ de astigmatismo en 10° : a) Información ingresada al sistema $W_{in}(x, y) = 0.034\lambda Z_5 + 0.094\lambda Z_6$, y b) Deformación resultante después de restarle el plano. c) Ajuste de la información ingresada al sistema por medio de las bolsas, y su respectiva deformación resultante (d). Las unidades en la barra de colores están dadas en longitudes de onda.

Figura 3.1 24

Estudio de un sistema limitado por difracción en una dimensión. a) PSF, b) PSF logarítmica y c) MTF.

Figura 3.2 25

Efecto de araña en la PSF. a) Pupila sin araña y b) PSF sin araña, c) Pupila con araña y d) PSF con araña. La intensidad de las PSF han sido manipuladas para resaltar el efecto de la difracción.

Figura 3.3 26

Mapa del frente de onda de las aberraciones en eje residuales. a) Configuración $f/7.5$, b) Configuración $f/13.5$, y c) Configuración $f/30$. La barra de colores muestra se información en unidades de longitudes de onda.

Figura 3.4 27

Estudio de las aberraciones en los extremos y cruz central del detector según las configuraciones: a) $f/7.5$, b) $f/13.5$ y c) $f/30$. El espacio limitado en el recuadro toma las dimensiones del detector, en donde se coloca una PSF centrada en la coordenada marcado por los ejes “x” y “y”, sin embargo las PSFs son amplificadas para que puedan ser visualizadas y compararse con las de las otras configuraciones. Las ampliaciones de cada PSF fueron de aproximadamente: a)47, b)25 y c)17. En cuanto a la intensidad, el máximo será uno, sin embargo se cortó el máximo con el fin de saturar unas regiones y destacar valores que se encuentran por debajo de estos.

Figura 3.5 28

Estudio de aberraciones fuera de eje, en la altura del detector: $[9.0mm \times 9.0mm]$. a) Mapa del frente de onda, d) PSF y g) Corte de MTF del caso ideal (línea puntuada) y el casos reales (Azul: corte en 0° , y Rojo: corte en 45°) para el sistema $f/7.5$; Mientras que b), e) y h) contienen la misma información que la primera columna pero para el sistema $f/13.5$ y la tercera columna c), f) e i) son para $f/30$.

Figura 3.6 30

MTF de la configuración $f/7.5$ junto con la MTF de dos tamaños de pixel: (línea azul) $\delta = 13.5\mu m$ y (línea roja) $\delta = 30.0\mu m$.

Figura 3.7 31

Modelado de PSF para un sistema $f/7.5$ con $\lambda = 0.55\mu m$ y pixel de $\delta = 13.5\mu m$. PSFs resultantes: a) \mathcal{T}_{pup} , b) $\mathcal{T}_{pup}\mathcal{T}_{pix}$, y c) $\mathcal{T}_{pup}\mathcal{T}_{pix}\mathcal{T}_{atm}$; y sus respectivas MTFs: d) \mathcal{T}_{pup} , e) \mathcal{T}_{pix} y f) \mathcal{T}_{atm} .

Figura 3.8 32

Gráfica de λ vs r_0 , en el caso de $\Delta\theta_{atm} = 0.6''$ medido en $\lambda_0 = 0.5\mu m$. a) Caso normal y b) con despliegue logarítmico en la longitud de onda.

Figura 3.9 33

Estudio de las aberraciones en los extremos y cruz central del detector según la configuraciones: a) $f/7.5$, b) $f/13.5$ y c) $f/30$, con el efecto de la turbulencia atmosférica. Los valores utilizados para simular el efecto de la turbulencia atmosférica en exposición larga fueron de: $\Delta\theta_{atm} = 0.6''$ para una longitud de onda de $\lambda_0 = 0.5\mu m$ mirando al cenit. La simulación de las PSFs para cada configuración se realizó considerando los mismos señalamientos que en la figura 3.4.

Figura 3.10 35

WFC en apertura de telescopio de 2.1-m. a) Fase que se estaría ingresando a la celda activa: $W_{in}(x, y) = 0.4\lambda Z_8 - 0.4\lambda Z_{10}$. b) Deformación con ajuste de celda activa para información inicial. c) Información inicial con equilibrio en las celdas de carga. d) Deformación final por medio del sistema activo.

Figura 3.11 36

Mapa de PSFs para los extremos y cruz central del detector según la configuraciones: a),d) $f/7.5$, b),e) $f/13.5$ y c),f) $f/30$, con la fase máscara de fase cúbica. El primero renglón muestra las PSF ($\beta = 20$) sin turbulencia atmosférica y el segundo con turbulencia.

Figura 3.12 38

Mapa de PSFs para los extremos y cruz central del detector para la configuración $f/7.5$, con la fase máscara de fase cúbica utilizando la simulación de la celda activa y $\beta = 20$. El primero renglón muestra las PSF sin turbulencia atmosférica y el segundo con turbulencia.

Figura 3.13 39

Mapa de errores residuales entre las deformaciones ingresadas y las obtenidas. Las unidades están en longitudes de onda.

Figura 3.14 40

Ajuste de la celda incluyendo cambio de dirección de la información de fase.

Figura 3.15 40

Ajuste de la celda incluyendo cambio de dirección de la información de fase. Para el caso que incluye el efecto de la turbulencia atmosférica.

Figura 3.16 42

Estudio de un sistema con WFC en el caso espacial y frecuencial. El renglón de arriba muestra las PSFs producto de a) Sistema con WFC caso ideal, b) Caso ideal con turbulencia atmosférica, c) PSF con WFC implementada por medio de la celda activa, y d) Caso implementando efecto de celda activa y turbulencia atmosférica. En el segundo renglón aparecen sus respectivas MTFs. Los valores de las MTFs están modificados para incrementar su contraste.

Figura 3.17 44

Análisis en la frecuencia del estudio de la WFC en sus diferentes etapas: 1^{er} Renglón: Máscara de fase caso ideal sin obstrucción central, 2^{do} Renglón: Máscara de fase caso ideal con obstrucción, 3^{er} renglón: Máscara de fase real con obstrucción, y el 4^{to} renglón: Máscara de fase real con obstrucción y turbulencia atmosférica. El arreglo de columnas consiste en la: función de transmitancia, MTF con realce de contraste, Cortes en 0° y 45° de la MTF y la función RZ , listadas en orden de izquierda a derecha.

Figura 4.1 49

Imágenes experimentales resultado de la implementación de la celda activa como codificador del frente de onda utilizando la configuración $f/30$. a) sin WFC, y b) con WFC.

Lista de Tablas

<i>Tabla 2.1</i>	14
Espejo primario.	
<i>Tabla 2.2</i>	15
Configuraciones del telescopio.	
<i>Tabla 2.3</i>	21
Características de los detectores disponibles.	

Nomenclatura

$P.$	Función de pupila de un sistema óptico.
$[x, y].$	Coordenadas del plano de la pupila.
$[x_n, y_n].$	Coordenadas del plano de la pupila normalizadas.
$i.$	Unidad imaginario ($i = \sqrt{-1}$).
$\beta.$	Constante de desviación de fase de pupila normalizada.
$\alpha.$	Constante de desviación de fase.
$W.$	Función de aberraciones.
$R.$	Radio de la pupila de entrada.
$D.$	Diámetro de la pupila de entrada.
$F.$	Número F del sistema.
$\lambda.$	Longitud de onda.
$[f_x, f_y].$	Coordenadas del plano de las frecuencias.
$f_n.$	Coordenada en una dirección de frecuencias normalizadas.
$W_{mf3}.$	W de máscara de fase cúbica.
$m.$	Metros.
$\mu m.$	Micrómetros, valor análogo de 10^{-6} metros.
$mm.$	Milímetros, valor análogo de 10^{-3} metros.
$cm.$	Centímetros, valor análogo de 10^{-2} metros.

$RMS.$	Unidades en términos de la raíz cuadrática media.
$\partial z'.$	Desplazamiento longitudinal en el espacio imagen.
$w_{20}.$	Coefficiente de Seidel para el término de desenfoque.
$Z_n.$	Coefficiente de los polinomios de Zernike.
$[\lambda].$	Unidades de longitudes de onda.
$W_{mod}.$	W de la máscara de fase modificada.
$W_{modp}.$	W de la máscara de fase modificada, en magnitud y orientación.
$\pi.$	Relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.
$n.$	Números enteros diferentes de cero.
$M_{mf3}.$	Magnitud de la aberración.
$\varphi.$	Orientación de la máscara de fase.
$W_{mfs}.$	W de la máscara de fase modificada en -45° .
$^\circ.$	Símbolo de grados de arco.
$'.$	Símbolo de minutos de arco.
$''.$	Símbolo de segundos de arco.
$seg.$	Segundos.
$N.$	Norte.
$O.$	Oeste.
$kg.$	Kilogramos, valor análogo de 10^3 gramos.
$ton.$	Toneladas, valor análogo de 10^6 gramos.
$D_f.$	Diámetro físico.
$D_o.$	Diámetro óptico.

D_b .	Diámetro del deflector.
D_c .	Diámetro de la obstrucción central.
R_p .	Radio de curvatura del espejo primario.
K_p .	Constante de conicidad del espejo primario.
R_s .	Radio de curvatura del espejo secundario.
K_s .	Constante de conicidad del espejo secundario.
g_a .	Grosor de la araña.
f .	Distancia focal efectiva.
T .	Distancia entre espejos.
S .	Distancia vértice-Imagen.
E .	Escala de placa.
PPS .	Posición de la pupila de salida.
DPS .	Diámetro de la pupila de salida.
psi .	Libra-fuerza por pulgada cuadrada.
Z .	Angulo de inclinación del telescopio.
P_b^i .	Presión del actuador (bolsa número i).
P_d^i .	Presión de deformación (bolsa número i).
P_w .	Presión producida por el peso del espejo.
P_v .	Presión del vacío.
$[u, v]$.	Coordenadas del plano imagen.
g_d .	Imagen degradada.
h_s .	Función de degradación o PSF estimada.

f_o .	Escena en cuestión.
n .	Función de ruido.
\mathcal{G}_d .	Transformada de Fourier de la Imagen degradada.
\mathcal{H}_s .	Transformada de Fourier de la función de degradación (OTF).
\mathcal{F}_o .	Transformada de Fourier de la escena en cuestión.
\mathcal{N} .	Transformada de Fourier de la función de Ruido.
\mathcal{T}_s .	MTF del sistema.
\mathcal{T}_{pup} .	MTF de la pupila.
\mathcal{T}_{atm} .	MTF del efecto de la turbulencia atmosférica (Roddier).
\mathcal{T}_{pix} .	MTF del detector.
ω .	Frecuencia espacial radial.
$\tilde{\omega}$.	Frecuencia espacial radial en unidades angulares.
ϕ .	Variable de posición en el campo de visión.
\mathcal{P} .	Función de pupila.
i_{pix} .	Función del pixel.
δ_X .	Separación entre pixeles en la dirección horizontal.
δ_Y .	Separación entre pixeles en la dirección vertical.
δ .	Tamaño de pixel.
Q_x .	Relación de muestreo en la dirección horizontal.
Q_y .	Relación de muestreo en la dirección vertical.
Q .	Relación de muestreo.
f_m .	Frecuencia de muestreo.

f_{max} .	Frecuencia de Nyquist.
f_c .	Frecuencia de corte del sistema.
\tilde{f}_c .	Frecuencia de corte del sistema en unidades angulares.
ϵ .	Razón de obscuración.
r_0 .	Longitud de coherencia.
\tilde{r}_0 .	Longitud de coherencia en unidades angulares.
λ_0 .	Longitud de onda con que se midió el “seeing”.
$\Delta\theta_{atm}$.	Resolución angular en presencia de “seeing”.
\tilde{f}_{atm} .	Frecuencia de corte del sistema en presencia de “seeing”.
C_N^2 .	Función de estructura del índice de refracción.
h .	Altura de capa de fluido en estudio.
RZ .	Región binaria libre de ceros.
RZ_c .	Valor relacionado con la región libre de ceros.

Prefacio

La codificación del frente de onda (WFC, por sus siglas en inglés “Wavefront Coding”) es una técnica diseñada inicialmente para extender la profundidad de campo en un sistema óptico formador de imágenes. En la WFC se tiene un sistema óptico-electrónico que consta de un sistema óptico estándar modificado por una superficie esférica y de un procesamiento digital para producir imágenes cercanas al límite de difracción. La superficie esférica introduce una fase al sistema capaz de producir una función de punto extendido (PSF, por sus siglas en inglés “Point-Spread Function”) y una función de transferencia de modulación (MTF, por sus siglas en inglés “Modulation Transfer Function”) con poca variación en función del desenfoque. La fase introducida por el elemento esférico produce esta pequeña variación de la PSF a lo largo de un amplio rango de desenfoque, teniendo como repercusión una degradación considerable en la imagen. Las características del sistema son tales que por medio de un procesamiento de imágenes es posible eliminar esta degradación en la calidad de la imagen y a la vez corregir el desenfoque [1].

La WFC es producto de un arduo estudio de la extensión de la profundidad de campo y sus antecedentes datan de los años setentas. Por estas fechas se propone incrementar la profundidad de campo por medio de dos pasos. El primero consistía en producir una imagen incoherente modificada, aunque sea degradada, de modo que estuviera igualmente degradada en todos los planos del objeto. El segundo paso consistía en filtrar esta imagen modificada de modo que se quitara el degrado y se obtuviera una imagen con un incremento en la profundidad de foco [2]. Un par de años después se introduce la función de ambigüedad en la Óptica de Fourier, esta función era utilizada en el diseño de sistemas de radares y en este trabajo se utilizó para describir problemas de difracción y de formación de imágenes [3]. Ya en los ochentas fue que se conectó de mejor forma la función de ambigüedad con el estudio de la extensión de la profundidad de campo con dos artículos. El primero utilizaba a la función de ambigüedad como despliegue polar de la función de transferencia óptica (OTF, por sus siglas en inglés “Optical Transfer Function”) [4], mientras que el otro hablaba de la tolerancia al desenfoque por medio de una simple inspección de la función de ambigüedad [5]. Utilizando esta función fue que se establecieron ciertas condiciones para crear un criterio para el diseño de una máscara de fase que sirviera para extender la profundidad de campo con ayuda de un procesamiento digital de la imagen intermedia. El criterio consistía en buscar por medio de la función de ambigüedad una máscara de fase que se

mantuviera libre de ceros dentro de su región pasa-banda sobre el máximo rango posible de incremento en la variable del desenfoque, para posteriormente realizar un filtraje digital y recuperar la información de la imagen. A este procedimiento es que se le llamó codificación del frente de onda. Finalmente en los noventa fue que se consiguió diseñar la máscara de fase planteada hasta el momento en base a dicho criterio, en este caso se utilizó la función de ambigüedad y el método de fase-estacionario para conseguir resolver la ecuación resultante [6].

Diversas aplicaciones y productos comenzaron a surgir desde que se dió a conocer la técnica. Pronto la WFC era utilizada para corregir la aberración cromática, curvatura de Petzval, compensar pequeñas cantidades de aberración esférica y de igual forma se empezaron a realizar estudios de su desempeño con las aberraciones fuera de eje [7]. La microscopía fue una de las áreas que empezó a utilizar la técnica consiguiendo buenos resultados, esto debido a que se consiguió una extensión en la profundidad de campo sin la necesidad de reducir el tamaño de la apertura. La técnica prometía mucho en esta área y rápidamente dió muestras de su efectividad en aplicaciones con muestras fluorescentes [8]. Otra área era la de la formación de imágenes en infrarrojo, contrarrestando los cambios en el índice de refracción debidos a los cambios de temperatura [9]. La técnica de la WFC también llegó al campo de la Astronomía [10], en la mayor parte de los casos para incrementar la tolerancia en la fabricación de componentes, así como para facilitar la alineación de los instrumentos. Posteriormente se sugirió la WFC para el telescopio LSST con el fin de mitigar los riesgos de fabricación y alineamiento para un sistema de número f de 1.25, en el que se tiene poca tolerancia al desenfoque debido a la rapidez del sistema [11]. Existen varios trabajos en el que se utiliza la tecnología de la WFC en la Astronomía que se quedan en la simulación [12, 13], sin embargo no se ha llevado a la práctica.

El presente trabajo tiene como motivación el llevar acabo un trabajo experimental de la WFC en la Astronomía. Usaremos la tecnología de la WFC en el telescopio de 2.1-m del Observatorio Astronómico Nacional (OAN) con el fin de compensar las deformaciones producidas en el frente de onda por medio de errores de alineación, cambios de temperatura, así como efectos gravitacionales, entre otras. El proyecto comenzó en el año 2012, tras estudiar la teoría de la WFC y sus aplicaciones, nos dimos cuenta de que el proyecto en cuestión tenía diferentes áreas de estudio que tenían que ser tomadas en cuenta para obtener resultados satisfactorios. La primera duda que surge cuando se piensa en implementar la tecnología de la WFC en el telescopio de 2.1-m es: ¿En donde irá el elemento esférico, o bien, la máscara de fase?, en este caso la respuesta se encuentra en el estudio de la celda activa del espejo primario. El espejo primario en un telescopio de tipo Ritchey-Chrétien, como el 2.1-m del OAN, tiene al espejo primario en la apertura del sistema. El espejo primario tiene una suspensión activa con 18 actuadores capaz de introducir aberraciones de hasta tercer orden [14]. En base a esto tenemos que el reto es caracterizar la celda activa del telescopio de 2.1-m

del OAN con la finalidad de utilizarla como nuestro elemento codificador del frente de onda introduciendo la fase esférica que necesitamos. Esta tarea implica un segundo reto, si queremos introducir una deformación esférica tenemos que poder medirla. El sensado del frente de onda será fundamental en la puesta en marcha del experimento ya que se necesitará conocer la información de la fase ingresada con el fin de diseñar un filtro digital y poder decodificar el frente de onda. Lo que nos lleva a otra área de estudio, la del estudio de algoritmos de deconvolución y técnicas de restauración de imágenes. De modo que cuando nos dimos cuenta de esto decidimos dividir el trabajo en tres partes: Modelado de PSF y caracterización de la celda activa, sensado del frente de onda, y la restauración de imágenes. Debido a que no se contaba con el tiempo suficiente decidimos quedarnos con la parte del modelado de la PSF y la caracterización de la celda. Dejando la parte del sensado y la de la restauración de imágenes como proyectos a futuro.

Por medio de este trabajo queremos enfocarnos en caracterizar el elemento codificador del frente de onda. En el caso de la celda activa, estudiaremos su principio de funcionamiento, su desempeño y sus alcances. Por medio de esta aproximación sobre el problema, nos permitirá generar a partir de este trabajo una propuesta de implementación con los parámetros idóneos de la máscara de fase y así lograr obtener el máximo beneficio posible para esta aplicación. El trabajo consiste de cuatro capítulos, donde en el primer capítulo se describe en que consiste la codificación del frente de onda y se estudian las características de la máscara de fase cúbica, elemento esencial en la técnica. En el segundo capítulo se describe el telescopio de 2.1-m del OAN en sus diferentes configuraciones y se hace un estudio del funcionamiento de la celda activa. En el tercer capítulo se hace el estudio de los criterios de diseño por medio del modelado de la PSF del sistema, a su vez se estudia la técnica de la WFC con el fin de encontrar los parámetros idóneos para utilizarlos en nuestra propuesta de implementación. Finalmente, en el capítulo cuatro se tienen las conclusiones del trabajo, donde se discutirá el alcance de la celda activa y las expectativas que se tiene de la técnica.

1.

Introducción a la codificación del frente de onda

La codificación del frente de onda es una técnica que surgió a mediados de los noventa con la tarea de extender la profundidad de campo en un sistema óptico formador de imágenes. La técnica mostró excelentes resultados en las diferentes áreas en que fue utilizada [6], dejando un lugar pendiente en el área de la Astronomía. Su aporte fue mas allá de la extensión de la profundidad de campo y fue utilizada para controlar aberraciones relacionadas con el desenfoque [1]. Nuestra principal motivación es la de utilizar esta técnica para controlar aberraciones de bajo orden que se encuentran en nuestro sistema. Estas aberraciones van desde la curvatura de campo, errores de enfoque en el guiado del telescopio, así como de pequeñas deformaciones del espejo primario causadas por efectos gravitacionales o de pulido. En este capítulo se describirá la técnica y nuestra propuesta de implementación en el telescopio de 2.1-m del Observatorio Astronómico Nacional (OAN) con la finalidad de mejorar la calidad de imagen.

1.1 Principio de operación

La profundidad de campo de un sistema óptico es el rango de distancia en el espacio objeto en donde los objetos se consideran estar enfocados [15]. La finalidad de extender la profundidad de campo de un sistema óptico se debe a que de esta forma se extiende la distancia longitudinal entre el plano mas cercano y el mas lejano que se está enfocando por nuestro sistema. Usualmente se extiende la profundidad de campo de un sistema por medio de trabajar con la apertura del sistema, lo mas común es reducir la apertura hasta que se tenga la profundidad de campo deseada. Sin embargo, al reducir la apertura estamos disminuyendo la cantidad de luz con la que estamos formando una imagen. La apodización llego ser un método muy eficaz, aunque de igual forma se sacrificaba una cantidad de luz que entraba al sistema [16]. Los métodos para extender la profundidad de campo a costa de la cantidad de luz se definieron como técnicas orientadas a la amplitud del sistema óptico, la propuesta del nuevo método a diseñar era la de atacar solo la fase. La búsqueda de técnicas para extender la profundidad de campo continuó, y se llegó a considerar la posibilidad de combinar la óptica con métodos de procesamiento de imágenes para conseguirlo [17].

Los métodos para extender la profundidad de campo por medio de filtros digitales, que compensan los cambios de la MTF de un sistema estándar con

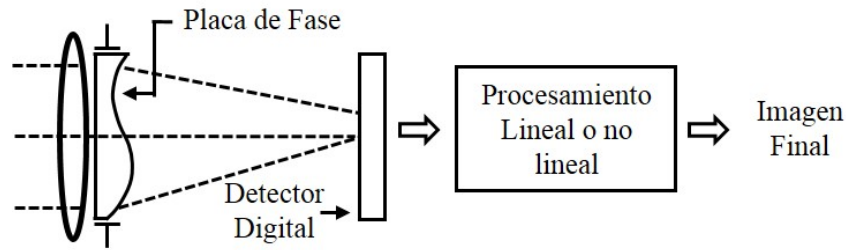


Figura 1.1: Diagrama de bloques de un sistema formador de imágenes con codificador del frente de onda.

una apertura libre, dependen del estudio del análisis en la frecuencia de la escena en cuestión. Para esto se deben considerar dos problemas que surgen a raíz de querer compensar el degrado que sufre la imagen en función del desenfoque. Primero, el diseñador del sistema opto-electrónico no tendrá conocimiento de la función de transferencia de modulación (MTF, por sus siglas en inglés "Modulation Transfer Function") sin el conocimiento del rango del objeto, lo que lo conducirá a utilizar algoritmos de deconvolución en ciego ("Blind Deconvolution", del inglés) [18]. Segundo, aun teniendo la información del rango, los ceros en la MTF indican que se perdió la información de ciertas componentes frecuenciales de la escena. Claramente, se vuelve deseable tener MTFs que sean invariables sobre un amplio rango de desenfoque.

En 1994, Cathey y Dowski presentaron un método que extiende la profundidad de campo de un sistema óptico incoherente sin afectar la amplitud del sistema [6]. El método emplea una máscara de fase para modificar el sistema óptico incoherente de tal forma que la función de punto extendido (PSF, por sus siglas en inglés "Point-Spread Function") sea insensible al desenfoque, mientras que se forme una función de transferencia óptica (OTF, por sus siglas en inglés "Optical Transfer Function") que no tenga ceros en su región pasa banda. La PSF del sistema óptico modificado no es directamente comparable con el que se obtiene con un sistema limitado por difracción, sin embargo como la OTF no contiene ceros se puede recuperar la información por medio de procesamiento digital aplicado a la imagen intermedia. Por otra parte, como la OTF es poco sensible al desenfoque, el mismo procesamiento puede ser utilizado para restaurar la imagen en todos sus valores de error de foco. A este método en que se emplea una máscara de fase y una restauración digital de una imagen intermedia se le conoce como codificación del frente de onda (WFC, por sus siglas en inglés "Wave-front Coding") [1].

1.2 Máscara de fase cúbica

La codificación del frente de onda es una técnica que une la óptica con la computación. Por medio de un elemento óptico esférico, que puede ser colocado en la apertura del sistema o en una pupila conjugada, se modifica la fase sin afectar la amplitud del campo [6]. La imagen resultante

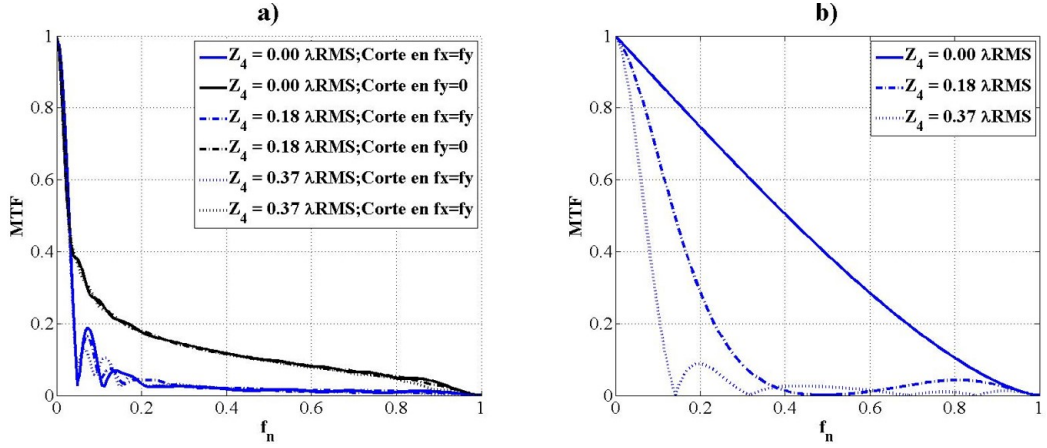


Figura 1.2: Cortes de la MTF de un sistema con diámetro $D = 2$, $F = 15$ y $\lambda = 0.5\mu\text{m}$. (a) Sistema con la fase cúbica con $\alpha = 5\lambda$ en $f_Y = 0$ y $f_Y = f_X$, y (b) sistema estándar en $f_Y = 0$.

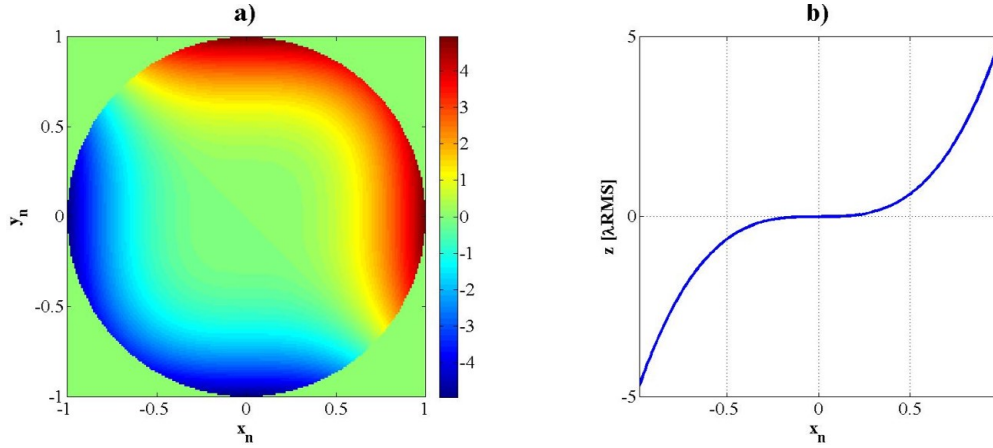


Figura 1.3: Superficie de la máscara de fase cúbica descrita en la ecuación (2). (a) Superficie del frente de onda medida en longitudes de onda; (b) perfil de corte en $y = 0$ de la superficie del frente de onda de fase cúbica y $\alpha = 5\lambda$.

estará degradada, a este degrado intencional le llamamos codificación y nos referiremos a esta imagen como imagen intermedia. A partir de aquí es que se tendrá que restaurar la imagen por medio de algoritmos de deconvolución capaces de obtener una imagen resultante de alta calidad, habiendo preservado los aspectos del objeto que son de interés. La figura 1.1 muestra un diagrama de bloques que describe el funcionamiento de un sistema codificador del frente de onda.

La fase que será introducida al sistema para modificar al frente de onda incidente está descrita por la siguiente función de pupila $P(x)$, la cual consiste en una modulación cúbica dada en coordenadas normalizadas de la siguiente forma [6],

$$P(x_n) = \begin{cases} \exp[i\beta x_n^3], & \text{para } |x_n| \leq 1 \\ 0, & \text{otro lugar} \end{cases}, \quad (1)$$

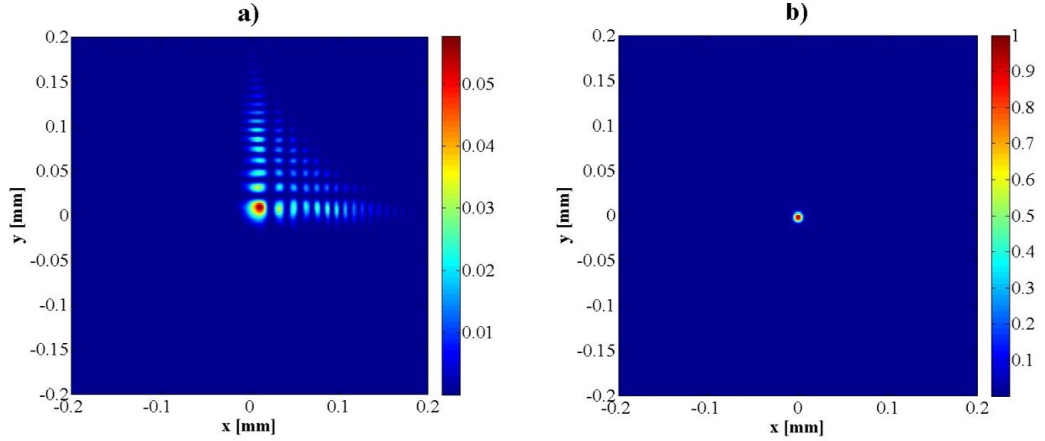


Figura 1.4: PSFs calculadas para un sistema con $D = 2$, $F = 15$ y $\lambda = 0.5\mu\text{m}$. (a) Sistema con la fase cúbica ($\alpha = 3.2\lambda$), y (b) sistema estándar.

donde la constante β controla la cantidad de desviación de fase, que tiene como condición de diseño que $\beta \gg 20$. La función de aberraciones $W(x, y)$ que surge a raíz del elemento esférico está dada por

$$W_{mf3}(x, y) = \frac{\alpha}{R^3}(x^3 + y^3), \quad (2)$$

donde $\alpha = \beta\lambda/(2\pi)$, y R es el radio de la pupila de diámetro D . De esta forma se podría calcular el valor mínimo de α para cumplir con la condición de β .

En la figura 1.2 se puede apreciar como es que a partir de haber utilizado una variable de $\alpha = 5\lambda$ es que se consiguió mantener un valor muy estable en la MTF, dentro del rango de 0 – 0.8 en las frecuencias normalizadas al introducir diferentes valores de desenfocado. Se pueden ver reflejadas las características que mencionábamos anteriormente donde decíamos que la MTF cambiaba muy poco conforme al desenfocado y que se mantenía la región pasa banda sin la presencia de ceros. En la MTF del sistema ordinario se puede observar que se tiene el primer cero dentro de la región pasa banda en $Z_4 = 0.19\lambda RMS$ del coeficiente de Zernike correspondiente al desenfocado. Dicha cantidad tiene un equivalente en desplazamiento longitudinal de $\partial z' = 0.65\text{mm}$ fuera del plano focal, calculado en base a las expresiones [15]

$$\partial z' = 8w_{20}F^2 = 4(Z_1 + Z_4/\sqrt{3})F^2, \quad (3)$$

donde w_{20} es el coeficiente de Seidel [19], Z_1 es el coeficiente de Zernike correspondiente al término de pistón y Z_4 al desenfocado [20]. También se puede ver que la máscara de fase cúbica fue diseñada utilizando la función de ambigüedad desplegando el resultado de $fy = 0$, en este despliegue se muestra la mejor cara de la máscara de fase. Sin embargo, cuando se toma una muestra de la MTF haciendo un corte a 45° es que salen a relucir una de las desventajas de la máscara de fase cúbica ya que cae considerablemente sin haberse hecho mención en los primeros artículos de la técnica [1, 6]. En

la figura 1.3 se muestra el perfil resultante de la máscara de fase cúbica y en la figura 1.4 se tiene la PSF resultante (a) comparada con la de un sistema ordinario (b). En la figura que muestra la PSF del sistema con WFC se puede apreciar como es que se dispersa la luz formando un patrón mas extenso y de menor intensidad. El rango sobre el que el sistema con WFC se mantiene con poca variación en su MTF es controlado por la variable α . Los límites de esta variable estarán dados por la condición de diseño, el cual será su valor mínimo admisible, y las dimensiones del elemento codificador fijarán el valor máximo posible. Conforme se incrementa la variable α se incrementa la dispersión, viéndose reflejado en el tamaño de la mancha y por tanto en la cantidad de luz que recibirá el detector. Con un bajo conteo de fotones se tendrá una baja razón de señal a ruido (SNR, por sus siglas en inglés "Signal-to-Noise Ratio") y por tanto se deberá aumentar el tiempo de exposición para compensarlo.

1.3 Máscara de fase cúbica modificada

La máscara de fase cúbica fue concebida en base a un proceso de diseño donde se utilizaba a la función de ambigüedad y una aproximación de fase estacionaria, aparte de esto, se consideró una pupila cuadrada con el fin de reducir la complejidad matemática a la hora de resolver el problema [6]. Una vez teniendo la máscara de fase cúbica, estudiaremos su representación por medio de polinomios de Zernike [21]. De esta forma pretendemos conocer su estructura y la forma en que podemos acoplarla a nuestro experimento por medio de dichos polinomios. La fase cúbica puede ser representada por medio de una función de aberraciones de la siguiente manera

$$(x_n^3 + y_n^3) = \frac{1}{4}(Z_2 + Z_3) + \frac{1}{4\sqrt{8}}(Z_7 + Z_8 - Z_9 + Z_{10}), \quad (4)$$

donde $Z_2 = 2x_n$, $Z_3 = 2y_n$, $Z_7 = \sqrt{8}y_n(3x_n^2 + 3y_n^2 - 2)$, $Z_8 = \sqrt{8}x_n(3x_n^2 + 3y_n^2 - 2)$, $Z_9 = \sqrt{8}y_n(3x_n^2 - y_n^2)$ y $Z_{10} = \sqrt{8}x_n(x_n^2 - 3y_n^2)$. Dado que los polinomios de Zernike están definidos sobre una pupila unitaria no es necesario tener en consideración el diámetro de la pupila. La función de aberraciones de la máscara de fase cúbica quedaría como

$$W_{mf3}(x, y) = \frac{\alpha}{4}(Z_2 + Z_3) + \frac{\alpha}{4\sqrt{8}}(Z_7 + Z_8 - Z_9 + Z_{10}), \quad (5)$$

en esta nueva configuración las variables de interés estarían relacionadas por $\beta = 2\pi\alpha[\lambda]$. A partir de esta nueva expresión podemos ver que la fase cuenta con un término de inclinación, el término de inclinación desplaza la PSF resultante en el plano imagen sin tener efecto alguno sobre las propiedades de la máscara de fase que nos interesan. En base a esto utilizaremos una nueva expresión para utilizar solo la parte que contiene los términos de coma y trefoil, los cuales tienen una relación de proporcionalidad de 1 : 1 : -1 : 1. La fase resultante sería

$$W_{mod}(x, y) = \frac{\alpha}{4\sqrt{8}}(Z_7 + Z_8 - Z_9 + Z_{10}). \quad (6)$$

La próxima modificación en la representación de la máscara de fase cúbica considera la orientación de la pupila y las componentes de los polinomios de Zernike. La coma tiene $\pi/2$ de separación entre sus componentes (Z_7 y Z_8) y el trefoil (Z_9 y Z_{10}) de $\pi/3$, de modo que con la finalidad de tener una expresión que esté dada de forma polar calculamos el efecto conjunto de las componentes de la coma y del trefoil por medio de su RMS y lo expresamos de la siguiente forma

$$W_{modp}(x, y) = Coma(M_{mf3}, \varphi) + Trefoil(M_{mf3}, \varphi + \frac{n\pi}{3}), \quad (7)$$

donde φ es la orientación de la máscara de fase, n es referencia de múltiplos enteros diferentes de cero y M_{mf3} es la magnitud de la aberración correspondiente a

$$M_{mf3} = \frac{\alpha}{8}. \quad (8)$$

Con esta última modificación podemos obtener una relación directa entre la magnitud y β que es $M_{mf3}[\lambda] = 0.02\beta$.

En la figura 1.5 se puede apreciar como es que partiendo de una fase cúbica (a) de cierto valor α , se pueden eliminar los términos de inclinación (c) sin afectar la desviación de la fase, sino que tan solo se desplaza el patrón. De igual forma, cuando se juega con la dirección de la máscara de fase no se afecta la desviación de fase. Por lo general los elementos ópticos tienen simetría rotacional y el tema de la orientación del elemento no es de importancia, sin embargo en este caso estamos tratando con un elemento esférico sin simetría rotacional y al realizar este estudio estaremos teniendo la libertad de seleccionar la orientación de la máscara de fase.

En las simulaciones que estaremos realizando para buscar los parámetros idóneos para nuestra propuesta de implementación, utilizaremos una combinación de las ecuaciones (6) y (7). Esta combinación depende de asignar un valor positivo a la componente de la coma Z_8 , manteniendo en cero la otra componente Z_9 . Al hacer esto se asume que el valor que se le asigne al coeficiente de Zernike de Z_8 será la magnitud de la aberración y al mantener en cero a la otra componente se tendría la orientación en cero grados. La aberración de trefoil será tratada de forma similar, de la ecuación (7) sabemos que la diferencia entre aberraciones es de $m\pi/3$ y que cero no es una opción. La única forma para conseguir una configuración que cumpla con esa condición se presenta al introducir un valor negativo a la componente del trefoil Z_{10} , de esta forma la magnitud sería el valor absoluto ingresado y lo de negativo se puede traducir en una dirección de π . Con estos valores se obtiene la combinación de las dos ecuaciones para obtener la expresión que se utilizará en las simulaciones

$$W_{mfs}(x, y) = M_{mf3}(Z_8 - Z_{10}). \quad (9)$$

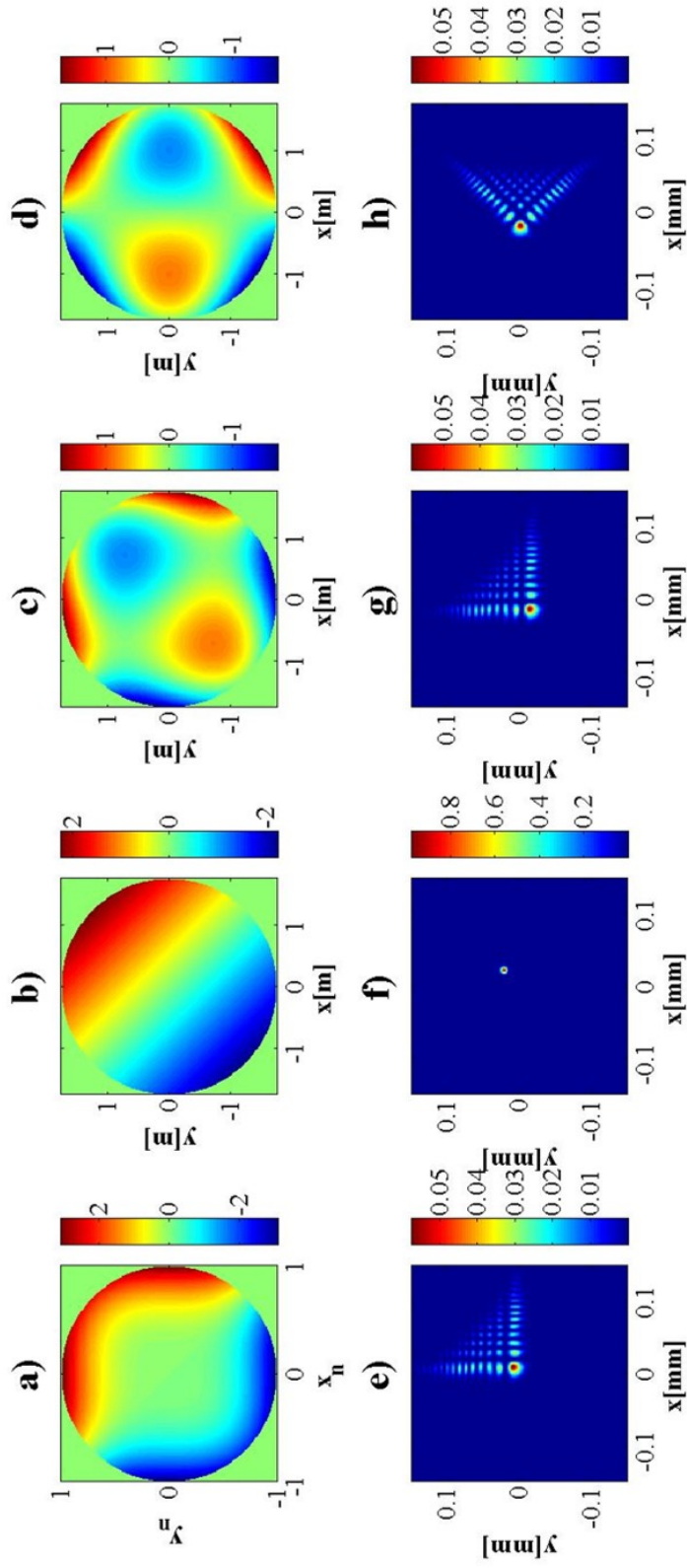


Figura 1.5: Estudio de frente de onda (renglón superior) y PSFs (renglón inferior) resultantes a partir de los casos de funciones de fase: (a,e) fase cúbica, (b,f) términos de inclinación a eliminar, (c,g) fase cúbica sin términos de inclinación y (d,h) fase cúbica rotada sin inclinación. Considerando los siguientes valores: $D = 3.5\text{m}$, $\lambda = 0.5\mu\text{m}$, $F = 14.3$ y $\beta = 20$.

1.4 WFC en el telescopio de 2.1-m del OAN

En este trabajo haremos uso de la técnica de la WFC para compensar deformaciones del espejo primario debido a problemas de soporte y gravitacionales, así como problemas de guiado. A la fecha no existe un trabajo similar, de modo que con este trabajo se busca marcar un precedente de la WFC en la Astronomía así como de hacer saber de las ventajas y desventajas del método.

El instrumento en el que se va a trabajar con la finalidad de mejorar la calidad de imagen, es el telescopio de 2.1-m del OAN. El instrumento no sufrirá ninguna alteración durante el experimento, si no que se va a utilizar la celda activa del espejo primario. En capítulo 2 se describirá el telescopio de 2.1-m, sus configuraciones y detectores. Ese capítulo describirá el funcionamiento de la celda activa y su alcance, esto con la finalidad de poder hacer uso correctamente de lo que será el elemento codificador del frente de onda.

Finalmente, en el capítulo 3 se estudiará el sistema con y sin codificador del frente de onda con el fin de elegir los parámetros idóneos para la puesta en marcha. Una vez habiendo elegido los parámetros haremos la propuesta de implementación haciendo mención de las consideraciones a seguir y los resultados esperados.

2.

Dispositivo experimental

En este capítulo se presentarán las características del telescopio y los medios con los que se cuenta para llevar a cabo el experimento. El conocer los elementos con los que contamos es muy importante debido a que queremos realizar una búsqueda de los parámetros idóneos para realizar el experimento. Será de vital importancia estudiar a fondo la celda activa, la cual es el principal elemento del trabajo, en base a este estudio queremos darnos una idea de lo que va a significar trabajar con la celda activa y a la vez conocer sus alcances.

2.1 Telescopio de 2.1-m del OAN

El Observatorio Astronómico Nacional (OAN) está situado al norte de México en la sierra San Pedro Mártir (SPM), en un parque nacional dentro del estado de Baja California. El observatorio se encuentra ubicado a una altura de 2830-m por encima del nivel del mar, a $31^{\circ}02'39''$ N y $115^{\circ}27'49''$ O. En el observatorio se cuenta hasta el momento con tres telescopios del tipo Ritchey-Chrétien de 0.84-m, 1.5-m y uno de 2.1-m [22].

San Pedro Mártir es considerado como uno de los mejores sitios para la observación, debido a que las condiciones climáticas y sus noches oscuras permiten realizar fotometría de alta calidad. Al evaluar las condiciones climatológicas se ha tenido una media de seeing ("seeing", del idioma inglés, es un término que describe las condiciones ambientales para hacer fotometría) de $0.6''$ [23]. En los estudios se obtiene como resultado que el seeing puede ser excelente y muy estable durante noches enteras, con los mejores resultados llegando a $0.37''$ durante más de ocho horas de duración continua. En verano muestra una media de $0.55''$; en primavera y otoño muestra valores rondando los $0.62''$; mientras que en invierno presenta una media de $0.78''$. Todos estos valores fueron medidos para una longitud de onda de $0.5\mu m$ [23].

2.1.1 Espejo primario del telescopio

El telescopio de 2.1-m es de tipo Ritchey-Chrétien. Este tipo de telescopio es una variante del telescopio Cassegrain, que consiste de dos espejos hiperbólicos que por medio de sus constantes de conicidad logran balancear la aberración esférica y la coma [24]. El espejo primario del telescopio fue hecho por Owens Illinois en la década de los sesentas, y está hecho de un

material llamado cervite. El espejo fue pulido por Norman Cole en 1976, teniendo un número F de 2.25 y una razón de diámetro-grosor de 8.07. Dentro de los espejos clásicos es considerado un espejo liviano (2ton), teniendo 26cm de grosor en el borde [14]. En la Tabla 2.1 se muestran las características del espejo primario.

D_f	<i>Diámetro físico</i>	2118mm
D_o	<i>Diámetro óptico</i>	2108mm
D_b	<i>Diámetro del deflector</i>	500mm
D_c	<i>D. de la obstrucción central</i>	530mm
R_p	<i>Radio de curvatura</i>	9638mm
K_p	<i>Constante de conicidad</i>	-1.07731

La superficie de un espejo primario ideal es determinado a través del diseño óptico usando trazado de rayos, y de métodos de optimización. En la óptica geométrica esta superficie se considera ideal y da como resultado un frente de onda perfecto en el plano en la pupila de salida. Sin embargo, por lo general la superficie del espejo presentará imperfecciones debidas a la manufactura del espejo, el soporte del espejo, variaciones termal, y de pulido. Los espejos presentan errores que pueden ser estudiados a partir de sus tres principales fuentes: manufactura del espejo, soporte del espejo y otras influencias. La manufactura del espejo produce un error que proviene del pulido y la prueba del espejo; el sistema de soporte del espejo produce errores de elevación, los cuales consisten principalmente en errores relacionados con efectos gravitacionales que surgen en base al direccionamiento del telescopio; mientras que las otras influencias provienen de las condiciones climáticas y cambios de temperatura. Para balancear estos errores es necesario introducir soportes en el espejo [25].

El espejo primario cuenta con dos soportes con los cuales se espera balancear las deformaciones del frente de onda causadas por los efectos gravitacionales producidos al direccionar el telescopio. Uno de estos soportes es una suspensión lateral pasiva que consiste de un cinturón de mercurio alrededor del espejo primario, con esto se pretende que el espejo flote dentro del anillo de la bolsa de mercurio que lo contiene. El otro soporte es una suspensión activa axial que consiste de 18 actuadores distribuidos a lo largo de la superficie de la celda del espejo [14].

2.1.2 Configuraciones del telescopio

El telescopio de 2.1-m tiene a su disposición tres espejos secundarios para conseguir tres configuraciones. Con estas tres configuraciones, el telescopio incrementa su versatilidad y se abre a la posibilidad de modificar el campo de visión que cubre, así como la resolución del sistema. Dicha versatilidad del telescopio nos permitirá el tener mas opciones para realizar el proceso de selección de los parámetros idóneos, todo esto con la finalidad de obtener los mejores resultados a la hora de implementar la técnica. En capítulos

posteriores se utilizarán los valores de las diferentes configuraciones y se discutirán los beneficios de haber seleccionado cierta configuración. En la tabla 2.2 se muestran las características de estas configuraciones.

Tabla 2.2: Configuraciones del telescopio.				
	Parámetros	$F/7.5$	$F/13.5$	$F/30$
d_f	Diámetro Físico [mm]	673	406	195
d_o	Diámetro Óptico [mm]	656	381	194.5
d_m	Diámetro de Montura [mm]	880	500	200
R_S	Radio de Curvatura [mm]	3930	2028	981
K_S	Constante de Conicidad	-4.328	-2.722	-2.395
g_a	Grosor de Araña [mm]	10.56	7.95	7.21
f	Distancia Focal Efectiva [mm]	15827	28894	63345
F	Número F	7.51	13.71	30.05
T	Distancia entre Espejos [mm]	3452.3	3974.1	4365.8
S	Distancia Vértice-Imagen [mm]	1036	1091.8	1591
E	Escala de Placa [seg/mm]	13.03	7.14	3.26
PPS	Posición de la Pupila de Salida [mm]	5740.82	5873.73	6398.0
DPS	Diámetro de la Pupila de Salida [mm]	764.63	426.52	212.91

2.2 Celda activa

El espejo primario se encuentra suspendido en una celda activa, este sistema de óptica activa permite compensar errores del telescopio que provienen de defectos en el pulido reflejados en aberraciones de bajo orden, desalineación, así como deformaciones inducidas por gravedad y cambios de temperatura [14]. Por medio de este soporte es que se compensan varios errores del frene de onda con excepción de los causados por la turbulencia atmosférica, de modo que se puede decir que gracias a este sistema se deja el telescopio limitado por “seeing”.

El soporte pasivo utilizado en el telescopio carga el espejo en base a su propio peso. La posición de los puntos de soporte fueron obtenidos por medio de un proceso de optimización para lograr conseguir un mínimo residuo de deformación en la superficie del espejo. La posición de los actuadores busca atacar aberraciones en específico, en este caso se propuso este sistema para corregir aberraciones de bajo orden, principalmente astigmatismo. Los 18 actuadores son acomodados en dos anillos concéntricos, 6 en el anillo interno y 12 en el externo, ver figura 2.1. Dicho arreglo, distribuye el peso del espejo y permite entregar deflecciones RMS capaces de inducir o corregir deformaciones azimutales de frecuencia 2 y 3, tales como: astigmatismo, coma y trefoil, de acuerdo a la expansión de los polinomios de Zernike [14].

Los actuadores consisten de bolsas de aire de 30cm de diámetro y se inflan a un máximo aproximado de 3mm de grosor. Las bolsas están hechas con nailon fortalecido con una lámina de poliuretano. El promedio de presión contenido en cada bolsa es de aproximadamente 1.8psi, soportando

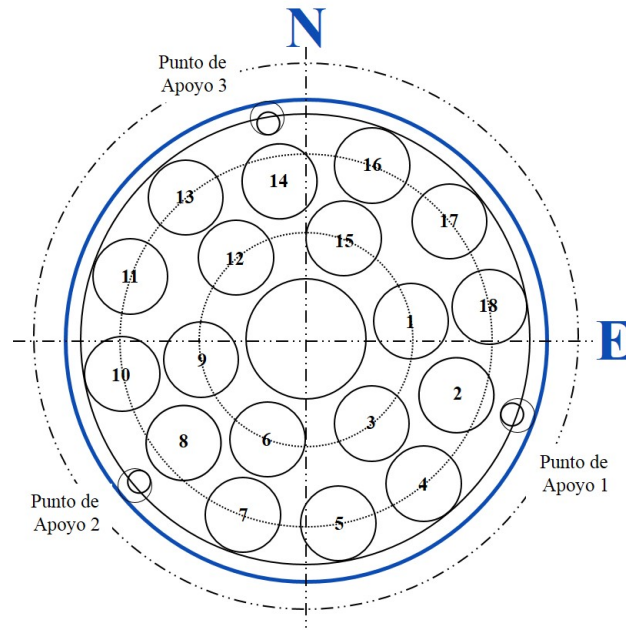


Figura 2.1: Posición de los 18 actuadores (bolsas de aire) y los tres puntos de apoyo en la celda del espejo.

106kg del peso total del espejo. A su vez, el sistema incluye tres puntos de apoyo para introducir celdas de carga de 10cm de diámetro. Estas cargan el 2% del peso del espejo debido que su área es mas pequeña, cada celda deberá de estar recibiendo 13kg del peso del espejo en todo momento. Adicionalmente se tiene un vacío que jala el espejo contra la celda, está fuerza actúa sobre toda la superficie de la parte posterior del espejo para contrarrestar la componente axial del peso del espejo cuando se inclina el telescopio.

En este capítulo entraremos un poco en detalle de como funciona la celda activa y dividiremos el estudio en la parte de control de la celda activa y en la de su funcionamiento. Dado que la celda activa estará trabajando como el elemento codificador del frente de onda, necesitamos hacer un estudio de si la celda activa tiene la capacidad de tomar la forma de dicho elemento esférico y de lo que podemos esperar de él.

2.2.1 Control de la celda

El propósito del sistema activo es controlar la presión en cada uno de los 18 actuadores, mientras se mantiene un equilibrio en el peso de las 3 celdas de carga. De esta manera se podrá registrar la deformación deseada y de la posición del espejo (posición axial). El sistema considerando solo las bolsas de aire se considera un sistema de "solo-empuje", el cual pierde la efectividad a la hora de corregir una deformación deseada al estar limitada por el ángulo cenital Z . Un actuador en este tipo de sistema se ve representado por la siguiente expresión [14]:

$$P_b^i = P_w \cos(Z) + P_d^i, \quad (10)$$

donde P_b^i es la presión del actuador, P_w es la presión debida al peso del espejo primario y P_d^i es la presión necesaria para producir la deformación deseada en un punto en particular. Esta expresión nos muestra la necesidad de introducir un elemento que compense el efecto de la inclinación, de modo que se pueda mantener la deformación deseada sin importar hacia donde está apuntando el telescopio. La nueva propuesta que se implementó a partir del año 2014 para mejorar el desempeño de la celda fue la introducción de un sistema de vacío a la celda del espejo. Esto le da a la celda un comportamiento de tipo "empuje-múltiple, jale-común" ("Common-pull, multiple-push") [26]. De modo que en este sistema se inducirá un vacío parcial homogéneo, aplicado entre la celda del espejo y la parte posterior del espejo, que va como $1 - \cos(Z)$ con el fin de mantener sobre las bolsas de aire un peso constante que sea independiente de Z :

$$P_b^i = P_w \cos(Z) + P_d^i - P_v(1 - \cos(Z)), \quad (11)$$

de modo que cuando la presión del vacío P_v logré contrarrestar el efecto producido por la inclinación se obtenga

$$P_b^i = P_w + P_d^i. \quad (12)$$

De esta forma las bolsas no serán responsables de la corrección del ángulo Z , la cual será manejada por el jale-común de una manera mas sencilla, mejorando el desempeño del sistema. Cabe mencionar, que para que se vean balanceadas las fuerzas de la ecuación (11) se tendrían que haber agregado la suma de todos los actuadores. En ese caso P_v sería igual a menos el peso total del espejo dividido por su área, para que en definitiva cancelara el efecto de $\cos(Z)$.

El control se divide en dos partes: la primera parte se da en el control del vacío, cuando el telescopio apunta a otro lado el sistema registra un cambio en el peso del espejo por medio de las celdas de carga, por lo que modifica la presión del vacío para mantener constante el peso en las celdas de carga. Mientras que la otra parte se encarga de monitorear la presión de los actuadores. Digamos que se introduce un pequeño cambio de presión para producir una deformación, en ese caso se mantiene la presión en las otras bolsas mientras el cambio en la distribución del peso del espejo se registra por medio de las celdas de carga. Según el cambio en el peso sentido por medio de los tres puntos de apoyo se decide cual será el cambio en cada actuador con el fin de mantener un valor deseado de $13kg$ por celda en el cenit. La altura rígida en cada punto de apoyo ($0.1\mu m/kg$) nos permite inferir la altura por medio del valor de la carga, por medio de la diferencia de valores entre las celdas de carga se genera un error de inclinación [14]. La presión adicional necesaria para inclinar el plano es obtenida por medio de la ecuación del plano en las posiciones de las bolsas. De esta forma se puede decir que el sistema de óptica activa puede ajustarse a las deformaciones ingresadas por el operador, siempre y cuando se mantenga el peso deseado en las celdas de carga. Esto estará introduciendo una inclinación a la información inicial, problema que será considerado en nuestro estudio a

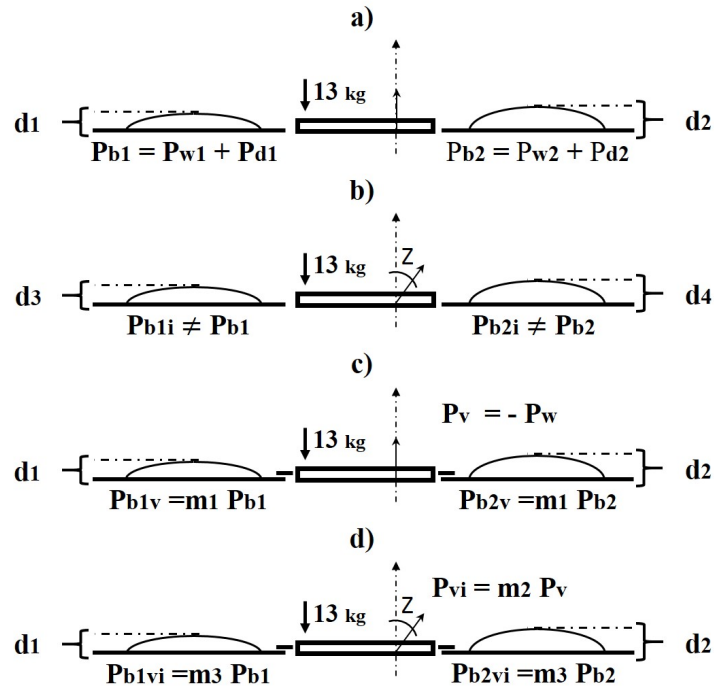


Figura 2.2: Estudio de la diferencia entre sistemas de bolsas de aire con (CPMP) y sin vacío (MP), para el caso de dos bolsas de aire y una celda de carga para cuatro casos: a) MP apuntando al cenit; b) MP con una inclinación; c) CPMP apuntando al cenit; d) CPMP con una inclinación.

la hora de introducir coma ya que esta aberración contiene una inclinación que el control estaría eliminando.

La figura 2.2 describe el funcionamiento de los dos tipos de sistema. Cuando se tiene el sistema de las bolsas de aire sin vacío (incisos (a) y (b)) se puede ver como es que cuando se inclina el telescopio las deformaciones cambian, esto es debido a que la principal función del control será la de balancear el peso del espejo. A su vez la presión de las bolsas se ajustará para lograr distribuir el peso, con esto decimos que la deformación de la superficie del espejo no se mantendrá conforme el telescopio este apuntando en diferentes direcciones. En cambio, en el caso del sistema con bolsas de aire y vacío (incisos (c) y (d)), se puede apreciar que la presión del vacío cambia en un factor para compensar esta inclinación. Al introducir el vacío se incrementará el peso efectivo del espejo, de modo que con el cambio de presión de vacío se tendrá que modificar la presión de las bolsas ya que se estaría cambiando el peso que reciben y las deformaciones se verían comprometidas. Una vez ajustándose la presión de las bolsas por un factor se estaría manteniendo la deformación inicial. Con esto se puede concluir que se tiene un sistema mas efectivo que presenta una respuesta mas rápida.

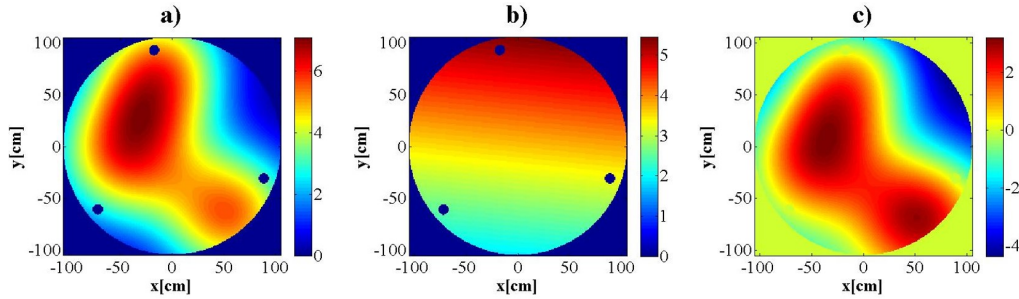


Figura 2.3: Ejemplo de funcionamiento de celda activa por medio de accionar tres bolsas (4,9, y 14): a) Deformación producto de introducir una altura de 5.5nm en las bolsas ya mencionadas. b) Plano inclinado. c) Deformación resultante. Los tres círculos que se encuentran dentro de la pupila deformada denotan la posición de las celdas de carga y las unidades de la barra de colores son nanómetros.

2.2.2 Celda activa en funcionamiento

La celda activa tiene la capacidad de introducir deformaciones al espejo primario con el fin de compensar aberraciones del sistema y mejorar la calidad de imagen. El sistema de la celda activa recibe instrucciones de que deformaciones debe de tomar por medio de un programa que recibe la información por medio de los polinomios de Zernike [14], en específico: astigmatismo, coma, esférica y trefoil. Esta información se introduce por medio de asignarle una magnitud ($\mu mRMS$) y una dirección a cada deformación que se desee. Una vez introduciendo la información de la deformación que se quiere introducir, el sistema le asigna una presión a las bolsas para que se ajuste a las deformaciones asignadas. En la figura 2.3 se muestra como es que las bolsas producen la deformación en la superficie del espejo, aunque en la imagen se pueda apreciar una gran deformación, en la barra de colores se puede ver como es que las aberraciones ingresadas son de tan solo unos cuantos nanómetros. En la figura con inciso (b) se puede apreciar como es que debido al proceso de control de la celda es que se genera un plano sobre la información ingresada en un inicio para equilibrar el peso en las celdas de carga. Esta inclinación introducida producirá un desplazamiento de la PSF sin influir en la distribución de la luz en el espacio imagen.

El ajuste de los actuadores para formar la deformación ingresada estará limitada por el número de actuadores, su posición y las propiedades del espejo. En nuestra simulación haremos uso de una ventana de Parzen [27] con una caída que se extenderá 10 veces el valor del diámetro de las bolsas, para describir el efecto del actuador en la vecindad de cada actuador. Esta variable contiene la información de la elasticidad y el grosor del espejo, en nuestro caso, en vez de hablar de la interacción de los actuadores con el espejo [26] tratamos el efecto que produce sobre el frente de onda por medio de la ventana de Parzen junto con el valor de la extensión de influencia sobre su vecindad. Se decidió tomar este valor en base a estudios que se hicieron por medio de simulaciones [28], comentarios de colaboradores y un análisis

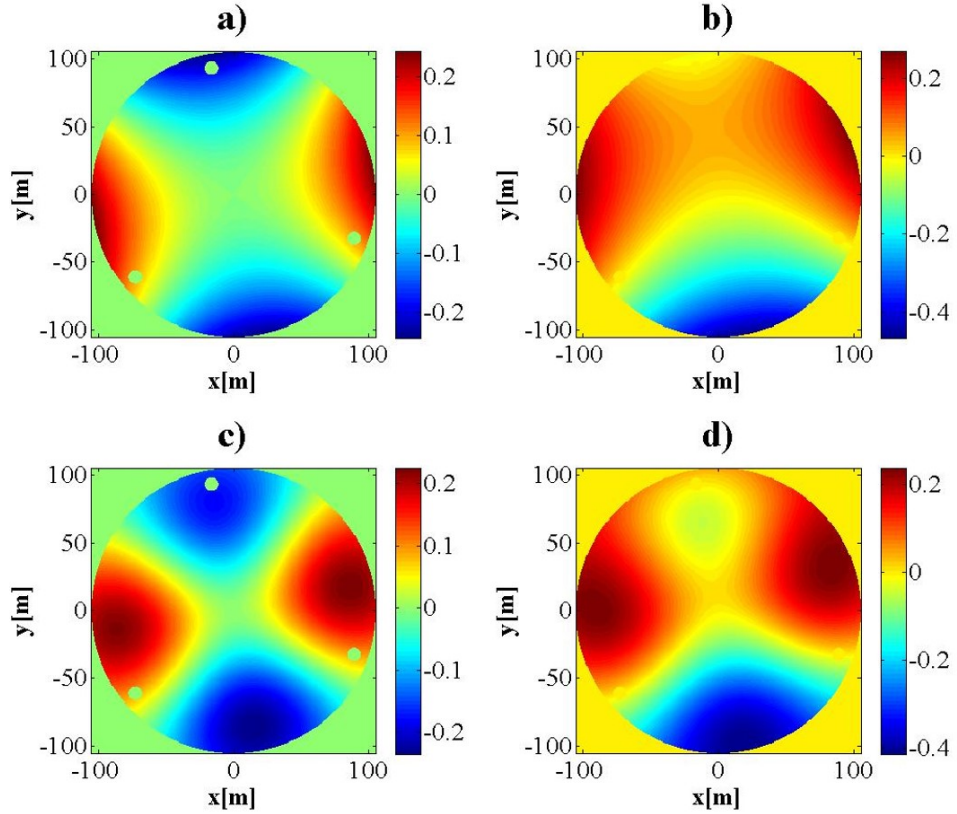


Figura 2.4: Mapa del frente de onda para $0.1\lambda_{RMS}$ de astigmatismo en 10° :
 a) Información ingresada al sistema $W_{in}(x, y) = 0.034\lambda Z_5 + 0.094\lambda Z_6$, y b) Deformación resultante después de restarle el plano. c) Ajuste de la información ingresada al sistema por medio de las bolsas, y su respectiva deformación resultante (d). Las unidades en la barra de colores están dadas en longitudes de onda.

cualitativo de imágenes desenfocadas experimentales comparadas con las simuladas. Por medio de la interacción del efecto de cada actuador es que se forma la deformación. La simulación en completo será una aproximación muy útil para poder hacer una propuesta final de implementación. Como se aprecia en la Figura 2.4, la información ingresada en el sistema no tendrá un ajuste exacto, es por eso que queremos llevar acabo nuestra simulación incluyendo el efecto de las bolsas. Dicho efecto tendrá un cambio en la PSF y en la MTF que queremos evaluar para saber que tan viable es el utilizar la celda activa como elemento codificador del frente de onda y tener una idea de que esperar en el ejercicio experimental.

2.3 Detectores

El telescopio cuenta con cámaras especiales y diferentes filtros a su disposición. En nuestro trabajo no haremos un estudio a detalle del detector que estaremos utilizando, sin embargo utilizaremos estos valores para determinar el campo útil, la frecuencia de muestreo, la longitud de onda que

se estaría utilizando y el rango dinámico, por mencionar algunas características. En la Tabla 2.3 se mostrarán las opciones que tendremos para seleccionar como nuestro detector.

Tabla 2.3: *Características de los detectores disponibles.*

<i>Detector</i>	<i>Resolución</i>	<i>Ancho de banda</i>	<i>Paso de pixel</i>
<i>CAMILA</i>	256 x 256	1 – 2.5 μm	24.6 μm
<i>CID In – Sb</i>	256 x 256	1 – 5 μm	30.0 μm
<i>CID BIB</i>	128 x 128	2 – 27 μm	75.0 μm
<i>CCD Thomson</i>	2154 x 2048	0.4 – 0.7 μm	15.0 μm
<i>CCD SITe</i>	1024 x 1024	0.4 – 0.7 μm	24.0 μm
<i>CCD Marconi</i>	2154 x 2048	0.4 – 0.7 μm	13.5 μm

La información que se muestra en la Tabla 2.3 será retomada en el siguiente capítulo, en el cual se realizarán las simulaciones necesarias para encontrar los parámetros ideales para utilizar en la propuesta. Durante la simulación se hará mención de la longitud de onda que estaremos utilizando y esta será dada por el filtro que estaremos utilizando. Dejaremos la información de los filtros disponibles fuera del escrito, ya que se busca seleccionar un ancho de banda determinado donde vamos a trabajar y en base a esa región vamos a establecer los filtros con que se cuentan.

3.

Selección de parámetros para el sistema con WFC

La codificación del frente de onda es una técnica que involucra una parte óptica y una parte de procesamiento de imágenes. El trabajo realizado se encarga de caracterizar el sistema y estudiar la información que se estará ingresando al sistema por medio de la celda activa. El capítulo consiste en estudiar los elementos básicos para modelar un sistema formador de imágenes en base a las características del telescopio de 2.1-m de San Pedro Mártir y sus condiciones de cielo. Durante la explicación del modelado del sistema con WFC, se irán mencionando ciertas especificaciones que debemos de tomar en consideración para determinar si la celda activa puede funcionar como elemento codificador del frente de onda.

3.1 Función de degradación

El modelo del proceso de degradación de una imagen para una sistema lineal e invariante en el espacio, se expresa de la siguiente manera [29]

$$g_d(u, v) = h_s(u, v) \star f_o(u, v) + n(u, v), \quad (13)$$

donde h_s es la representación de la función de degradación, que en nuestro caso viene siendo la PSF estimada, f_o es la escena en cuestión, $n(u, v)$ es el término de ruido, y $g_d(u, v)$ es la imagen degradada; el símbolo \star indica convolución. Se sabe que la convolución en el dominio espacial puede ser llevado a cabo en el dominio de las frecuencias por medio de una multiplicación, quedando representada de la siguiente forma

$$\mathcal{G}_d(f_X, f_Y) = \mathcal{H}_s(f_X, f_Y) \star \mathcal{F}_o(f_X, f_Y) + \mathcal{N}(f_X, f_Y), \quad (14)$$

donde los términos en mayúsculas son las transformadas de Fourier de los correspondientes términos en el dominio espacial y la función de degradación \mathcal{H}_s es la OTF del sistema. Las coordenadas del plano del detector estarán dadas por (u, v) .

La OTF describe la respuesta lineal de un sistema óptico en el dominio de la frecuencia (f_X, f_Y) , la PSF es el par transformado de la OTF. Cada componente en un sistema óptico tiene su propia OTF, la OTF del sistema \mathcal{H}_s es el producto de cada una de las OTFs por separado [16]. Para facilitarnos el análisis, y sobre todo recordando la naturaleza de la pupila del telescopio,

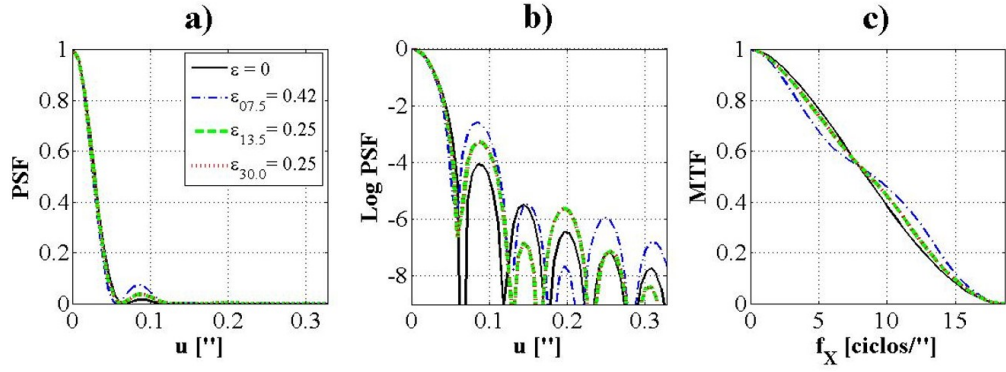


Figura 3.1: Estudio de un sistema limitado por difracción en una dimensión. a) PSF, b) PSF logarítmica y c) MTF.

consideraremos solamente el caso de una pupila circular. Consideraremos tres principales componentes contribuyentes en la MTF del sistema \mathcal{T}_s : la pupila del telescopio \mathcal{T}_{pup} , la turbulencia atmosférica \mathcal{T}_{atm} , y el detector \mathcal{T}_{pix} . De modo que la MTF del sistema será [30]

$$\mathcal{T}_s(\omega, \phi) = \mathcal{T}_{pup}(\omega, \phi)\mathcal{T}_{atm}(\omega)\mathcal{T}_{pix}(\omega), \quad (15)$$

donde ω es la frecuencia radial dada por $\omega = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2}$. La variable ϕ indica que el sistema varía según la posición en el campo de visión. La mayoría de los sistemas formadores de imágenes son anisoplanáticos, sin embargo seguiremos tomando el estudio de la PSF estimada como si fuera invariante en el espacio al restringir el análisis en porciones del campo de visión [31]. De modo que la forma en la que nos estaremos aproximando al tema de la PSF variante en el espacio será por medio de una \mathcal{T}_s para cada región a lo largo del plano imagen.

3.2 Características del telescopio

Estudiaremos las características del telescopio en base a su función de pupila \mathcal{P} con la finalidad de llegar a la \mathcal{T}_{pup} , esta será la primera componente de la MTF del sistema que utilizaremos. El telescopio de 2.1-m del OAN, como ya se mencionó, cuenta con tres configuraciones dadas por las características de su espejo primario combinado con las de sus espejos secundarios, cuyos valores se muestran en las tablas 2.1 y 2.2 respectivamente. En cuanto al resto de los parámetros que utilizaremos, tomaremos los valores del CCD Marconi que se muestra en la Tabla 2.3 seleccionando la longitud de onda $\lambda = 0.55\mu m$. Con estos valores vamos a definir el campo de visión que estaremos estudiando para enfocarnos, por el momento, en el estudio de la PSF y MTF de la pupila a lo largo del campo.

3.2.1 MTF limitada por difracción

Como primer paso en el análisis de la \mathcal{T}_{pup} , comenzaremos por estudiar el caso de la MTF de un sistema limitado por difracción. Como ya

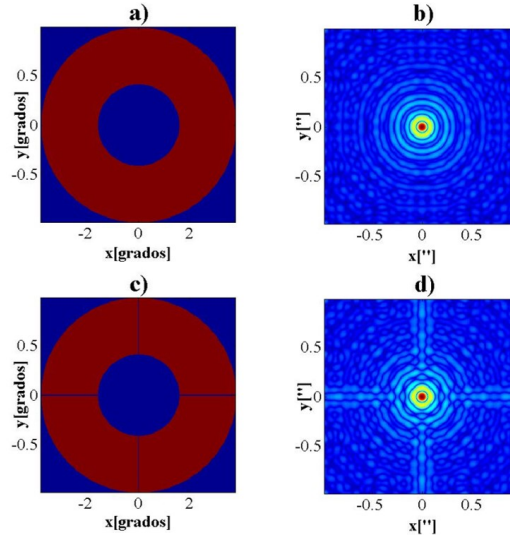


Figura 3.2: Efecto de araña en la PSF. a) Pupila sin araña y b) PSF sin araña, c) Pupila con araña y d) PSF con araña. La intensidad de las PSF han sido manipuladas para resaltar el efecto de la difracción.

habíamos mencionado, la PSF y la OTF son pares transformados de modo que estaremos haciendo el estudio tanto de la PSF como de la MTF. En el caso del sistema limitado por difracción se va a tener un resultado que se debe solamente a la geometría de la pupila y las propiedades de la fuente de iluminación. En la figura 3.1 podemos visualizar el caso de una PSF limitada por difracción, en donde se puede estudiar el caso en el que se tiene una pupila libre de obstrucciones (línea continua) y las que tienen una obstrucción tomada en base al diámetro de la montura del secundario o el orificio central del espejo primario. La razón de oscuración ϵ relaciona el diámetro de la apertura con la de su obstrucción central, en base al valor de ϵ podemos ver cuanto cambia el efecto en la PSF así como en la MTF. Uno de los efectos principales de la obstrucción, es que conforme se incrementa la razón de oscuración se tiene un incremento de los valores de la MTF en las altas frecuencias mientras que tiene una caída en las bajas frecuencias [16]. Al hablar de caída y de incremento, nos estamos refiriendo al contraste de la imagen, el cual se puede visualizar por medio de la MTF. La caída en las bajas frecuencias podría no causar preocupación en un sistema modestamente corregido, ya que su MTF no cae considerablemente en sus frecuencias bajas y medianas. En nuestro caso, que estaremos introduciendo coma y trefoil, es de preocupación que la MTF tenga valores muy bajos en gran parte de su ancho de banda. Esperamos una caída considerable en las bajas y medianas frecuencias debido a la fase esférica que se piensa introducir y a las obstrucciones involucradas en el sistema. Las obstrucciones consisten en la sombra producida por espejo secundario (y/o el orificio del espejo primario), y del soporte del espejo secundario (comúnmente llamado araña). Este efecto resulta en un patrón lineal que se puede apreciar en la figura 3.2 (d).

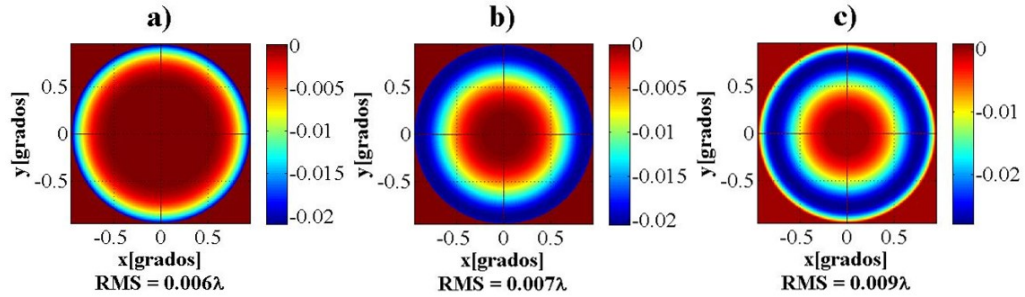


Figura 3.3: Mapa del frente de onda de las aberraciones en eje residuales. a) Configuración $f/7.5$, b) Configuración $f/13.5$, y c) Configuración $f/30$. La barra de colores muestra se información en unidades de longitudes de onda.

3.2.2 MTF del telescopio considerando aberraciones

Introduciendo la información que se tiene en las tablas 2.1 y 2.2 dentro de un modelo del telescopio realizado en Zemax vinculado con Matlab [31], encontramos que existe una pequeña cantidad de aberraciones presente en el sistema cuando se hace el estudio de las aberraciones en eje. En la figura 3.3 se muestra el mapa del frente de onda de las tres configuraciones, con su respectivo error cuadrático medio (RMS, por sus siglas del inglés “Root mean square”). Se puede ver que los valores de RMS nos indica que las aberraciones son despreciables, sin embargo esta configuración se obtuvo en base a los valores adquiridos por medio del diseño del telescopio y no de mediciones llevadas a cabo en el instrumento. Tomaremos como punto de partida esta información, sin embargo para el caso real se debe de considerar utilizar algún método de sensado del frente de onda para poder diseñar un filtro digital que corresponda a la información real contenida en el sistema y contrarrestar el efecto de la máscara de fase.

En el caso de un sistema anisoplanático la PSF cambia su forma según su posición en el plano de observación, esto debido a que la información en la función de aberraciones cambia [32]. En el centro del campo de visión se tienen solo aberración esférica de tercer orden, y derivados de esférica de ordenes superiores. Todo esto considerando el estudio de aberraciones por medio de los polinomios de Zernike y sin hacer uso del término de pistón, términos de inclinación y desenfoque. Conforme uno se aleja del centro del campo de visión comienzan a aparecer las aberraciones fuera de eje, es decir: astigmatismo, coma, trefoil, y derivados de estas en ordenes superiores.

El telescopio como cualquier instrumento óptico estará sujeto a las limitaciones impuestas por las aberraciones, en este trabajo seleccionaremos la configuración mas adecuada para implementar la técnica de la WFC. En la Figura 3.4 se pueden observar las PSFs de los extremos y de la cruz central del detector de las tres configuraciones. En la figura se puede ver como es que en el caso de la configuración $f/7.5$ se aprecia un poco de astigmatismo pero no se hace ver una coma que se destaque tanto como en las configuraciones $f/13.5$ y $f/30$. Estudiemos de manera mas detallada una posición en el detector que se encuentre alejada del centro, especialmente las

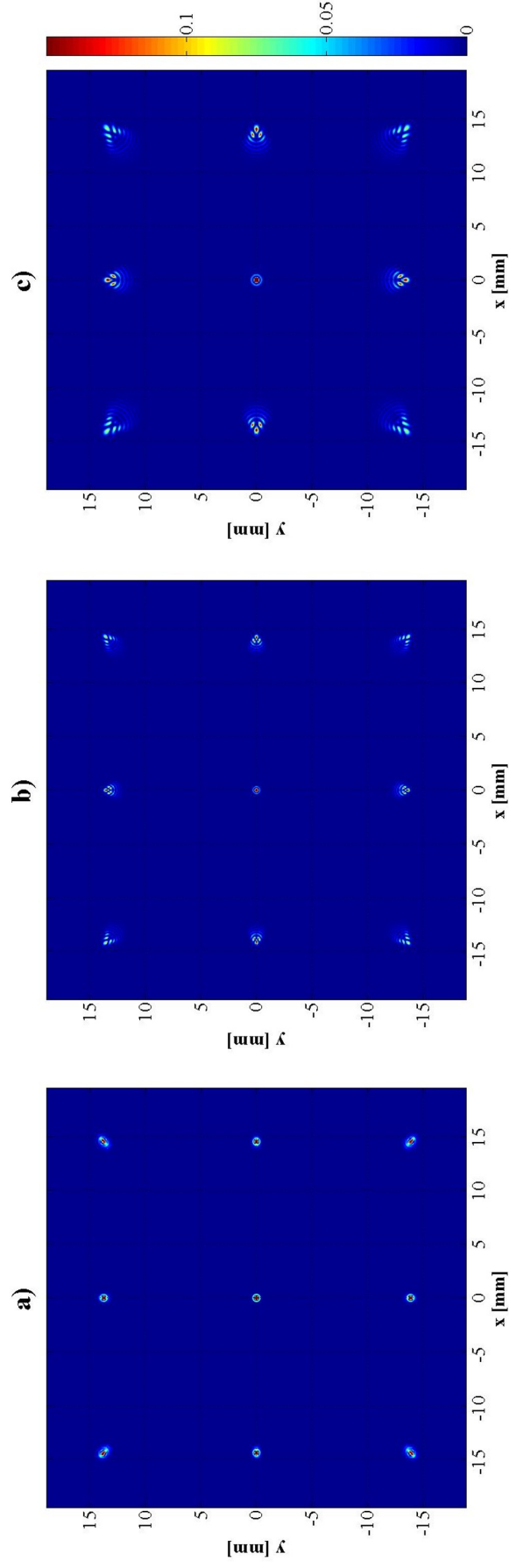


Figura 3.4: Estudio de las aberraciones en los extremos y cruz central del detector según las configuraciones: a) $f/7.5$, b) $f/13.5$ y c) $f/30$. El espacio limitado en el recuadro toma las dimensiones del detector, en donde se coloca una PSF centrada en la coordenada marcado por los ejes “x” y “y”, sin embargo las PSFs son amplificadas para que puedan ser visualizadas y compararse con las de las otras configuraciones. Las amplificaciones de cada PSF fueron de aproximadamente: a)47, b)25 y c)17. En cuanto a la intensidad, el máximo será uno, sin embargo se cortó el máximo con el fin de saturar unas regiones y destacar valores que se encuentran por debajo de estos.

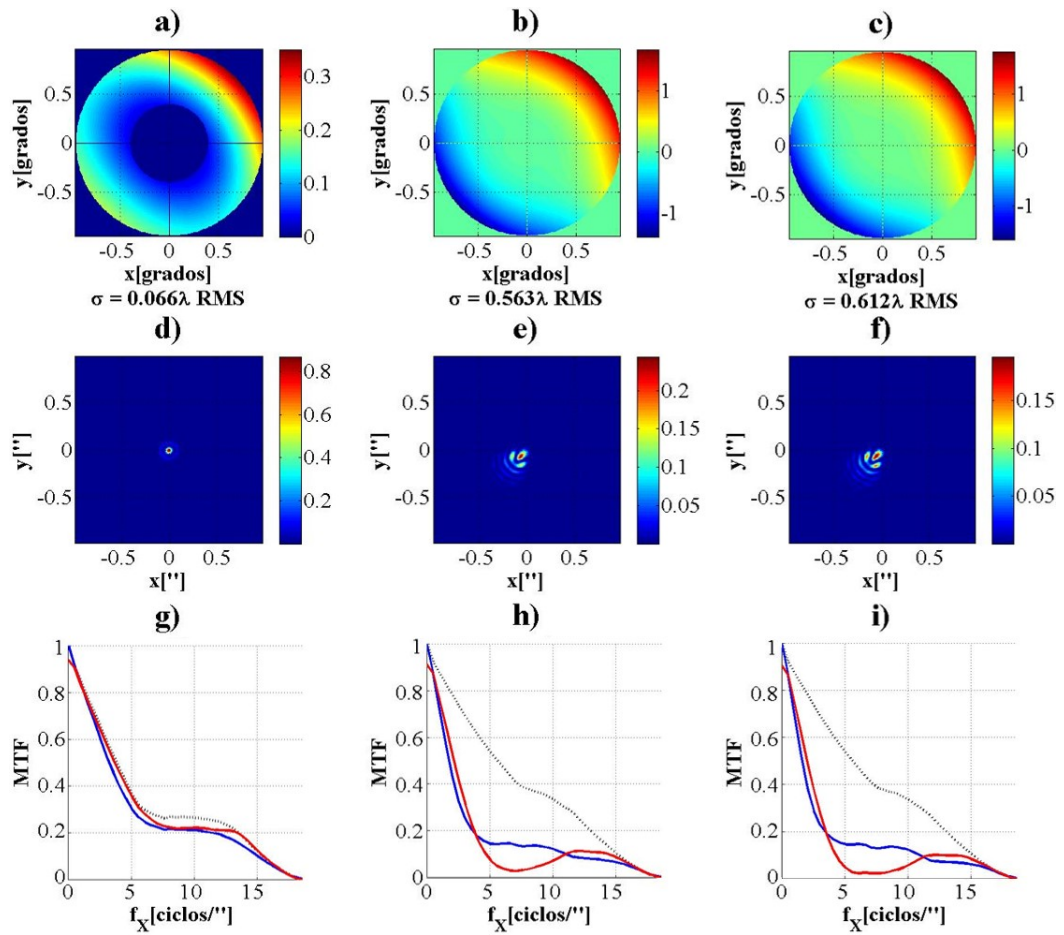


Figura 3.5: Estudio de aberraciones fuera de eje, en la altura del detector: [9.0mm x 9.0mm]. a) Mapa del frente de onda, d) PSF y g) Corte de MTF del caso ideal (línea puntuada) y el casos reales (Azul: corte en 0° , y Rojo: corte en 45°) para el sistema $f/7.5$; Mientras que b), e) y h) contienen la misma información que la primera columna pero para el sistema $f/13.5$ y la tercera columna c), f) e i) son para $f/30$.

aberraciones que se tienen y su respectiva PSF. En la figura 3.5 se muestra un punto en el detector en la coordenada $(9.0mm, 9.0mm)$, teniendo como centro la coordenada $(0.0mm, 0.0mm)$. En el primer renglón se muestra el mapa del frente de onda, en el caso del sistema $f/7.5$ se ve una sombra elíptica inclinada la cual hace referencia al astigmatismo, mientras que en los sistemas $f/13.5$ y $f/30$ se ve una pupila que tiene un comportamiento como de función cúbica la cual indica la presencia de coma en el sistema. En la segunda línea se ven las PSFs correspondientes a los frentes de onda ya discutidos, en este caso la PSF del sistema $f/7.5$ parece ser perfecta aunque como vemos que su máximo en la barra de colores no es la unidad asumimos que tiene alguna degradación. Con respecto a las otras dos, se ve claramente la coma y se pierde el astigmatismo debido a que la cantidad de coma lo supera ($RMS_{coma} = 0.3\lambda$ contra $RMS_{ast} = 0.03\lambda$). Como ya se había mencionado, un telescopio Ritchey-Chrétien se caracteriza por balancear las aberraciones de coma y esférica por medio de la conicidad de sus espejos hiperbólicos. El hecho de que se tenga coma en el telescopio indica que la combinación entre las conicidades de los espejos no es la correcta. Las configuraciones $f/13.5$ y $f/30$ puede que no sean las adecuadas para nuestro experimento, esto debido a que entre las características de la máscara de fase se encuentra un término coma en una dirección en particular y con la coma natural del sistema se tendría un valor diferente de β a lo largo del detector. Terminaremos de descartar estas configuraciones una vez introduciendo la información de la máscara de fase y corroborar que el valor de β sería diferente a lo largo del campo de visión.

3.3 Criterio de muestreo

Un pixel (acrónimo de las palabras del inglés “picture” y “element”, elemento de una foto) es un elemento de un detector dentro de un arreglo de elementos. Ajustar el tamaño del pixel a la imagen es de suma importancia para el diseño de un sistema dado que este limita la resolución. Las características de detección de un arreglo de pixeles puede ser determinados en gran parte por el tamaño de pixel δ , y puede ser descrito por medio de la MTF. Un detector ideal es uno en el cual las cuentas de cierto pixel no dependen de la de los pixeles vecinos, por tanto un pixel ideal puede ser representado como una pozo rectangular [24].

Consideremos un arreglo de pixeles en donde las distancias entre un pixel y el próximo están dados por (δ_X, δ_Y) en las direcciones “u” y “v” respectivamente. Por medio de estas dimensiones derivaremos la MTF al definir una apertura rectangular [24]

$$i_{pix}(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{para } |u| < \delta_X/2 \text{ y } |v| < \delta_Y/2, \\ 0, & \text{para } |u| > \delta_X/2 \text{ y } |v| > \delta_Y/2, \end{cases} \quad (16)$$

donde el centro del pixel está en $u = v = 0$. Tomando en consideración la transformada de Fourier de una función rectangular tenemos que el resultado de la MTF normalizada es

$$\mathcal{T}_{pix}(f_X, f_Y) = \text{sinc}\left(\pi \frac{f_X}{Q_x f_c}\right) \text{sinc}\left(\pi \frac{f_Y}{Q_y f_c}\right), \quad (17)$$

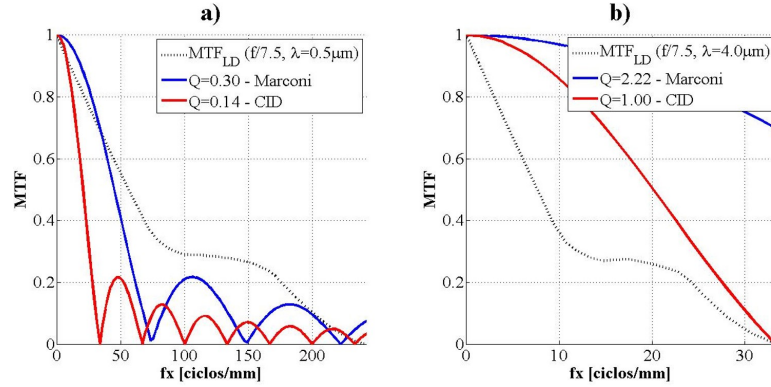


Figura 3.6: MTF de la configuración $f/7.5$ junto con la MTF de dos tamaños de pixel: (línea azul) $\delta = 13.5\mu m$ y (línea roja) $\delta = 30.0\mu m$.

donde (Q_x, Q_y) es una relación de muestreo $\delta Q = \lambda F$ para la dirección en “u” y “v” respectivamente, y f_c es la frecuencia de corte del sistema ($f_c = (F\lambda)^{-1}$ y $f_c = D/\lambda$). La variable Q representa al número de pixeles por longitud λF , donde podemos ver que λF es una aproximación del radio del disco de Airy.

En la figura 3.6 se muestran dos gráficas correspondientes al estudio de la configuración $f/7.5$ y su respuesta ante dos tamaños de pixel utilizando dos longitudes de onda. De esta figura podemos estudiar el efecto de la variable de relación de muestreo Q , esta relación nos dice cual es la capacidad de muestreo de un detector. De acuerdo con el criterio de Nyquist para muestreo discreto, se requieren dos muestras por elemento resolutor para obtener una imagen con resolución no-ambigua. La frecuencia de muestreo está dada por el tamaño de pixel (específicamente la distancia entre dos pixeles) $f_m = 1/\delta$ y la frecuencia máxima que se puede resolver correctamente (frecuencia de Nyquist) está dada por $2f_{max} = f_m$ [16]. En la figura 3.6 podemos ver como es que los tamaños de pixel con los que se cuentan no son capaces de resolver ni la mitad de la información del sistema cuando se trabaja con la longitud de onda de $0.55\mu m$. En el caso de que se trabaje con una longitud de onda de $4.0\mu m$ se tendría un sistema sub-muestreado con el CID y apenas pasando el límite de muestreo crítico cuando se utiliza el detector Marconi.

En la figura 3.7 se hace un estudio del modelado de una PSF, en el primer renglón se muestran las PSFs de cuando se tiene un sistema correctamente muestreado (a), de cuando se tiene un sistema sub-muestreado (b), y de cuando se tiene el efecto de la turbulencia atmosférica (c). En el caso de este estudio se introdujo la aberración de coma a nuestra función de aberraciones, y es en la PSF (a) donde se puede observar claramente las características de la coma y los detalles finos dentro de la PSF. Cuando no podemos resolver la PSF y nos encontramos sub-muestrando la imagen obtenemos una PSF donde se pierden detalles de alta frecuencia como en la PSF (b). Una vez teniendo el efecto de la turbulencia atmosférica en nuestro sistema, será muy difícil obtener la información de las altas frecuencias y se

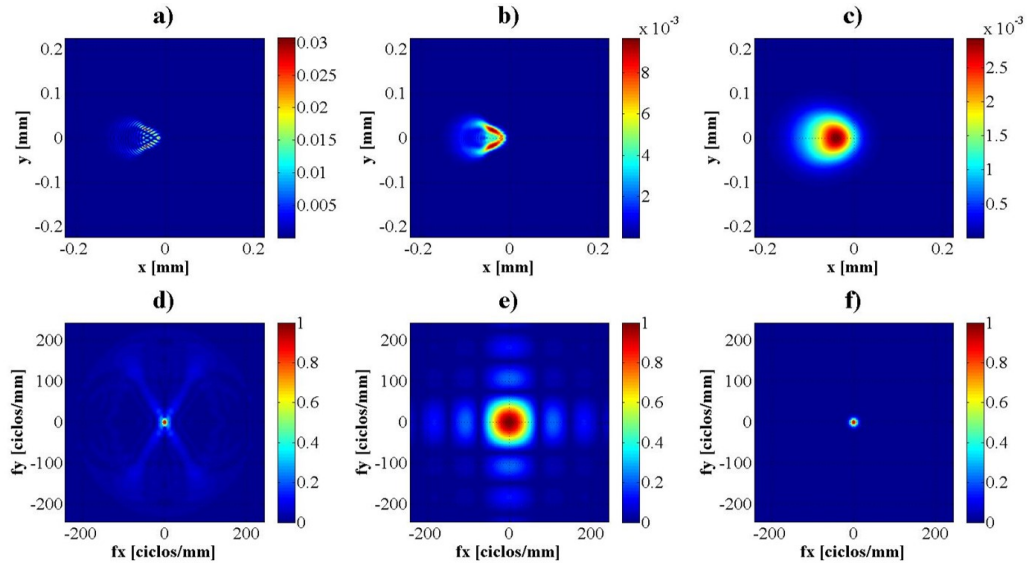


Figura 3.7: Modelado de PSF para un sistema $f/7.5$ con $\lambda = 0.55\mu\text{m}$ y pixel de $\delta = 13.5\mu\text{m}$. PSFs resultantes: a) \mathcal{T}_{pup} , b) $\mathcal{T}_{pup}\mathcal{T}_{pix}$, y c) $\mathcal{T}_{pup}\mathcal{T}_{pix}\mathcal{T}_{atm}$; y sus respectivas MTFs: d) \mathcal{T}_{pup} , e) \mathcal{T}_{pix} y f) \mathcal{T}_{atm} .

verá una PSF borrosa (c) producto de un promedio de PSFs del tipo de la PSF (a) pero desplazadas a lo largo de su radio final de forma aleatoria en una exposición fotográfica considerada de larga exposición. En el segundo renglón de la figura 3.7 se muestran las MTFs de cada paso que se le va agregando al modelado de la PSF. Un sistema críticamente muestreado en una longitud de onda grande estará submuestreado para longitudes de onda inferiores que esta. Cuando se introduce la turbulencia atmosférica en el modelado de la PSF se reduce considerablemente la frecuencia de corte del sistema, de modo que considerando la turbulencia atmosférica se puede decir que las frecuencias de muestreo de los pixeles involucrados en este estudio tienen la capacidad de muestrear correctamente el nuevo ancho de banda impuesto por las condiciones de cielo.

3.4 Condición de cielo

El “seeing” o condición de cielo es un término utilizado para describir los cambios que sufre la dirección de propagación de la luz al atravesar las diferentes capas de la atmósfera. El efecto del “seeing” es en función de la apertura del telescopio, dependiendo del diámetro de la apertura es que se tendrá un frente de onda de mayor dimensión entrando al telescopio con la posibilidad de tener alguna región afectada por las condiciones de cielo y por tanto degradar la imagen [24].

Para integrar la información de la turbulencia atmosférica a nuestro análisis usaremos una aproximación basada en la física de la turbulencia de Kolmogorov. La aproximación nos entregará una MTF que nos da una mejor descripción del perfil de la imagen observada. La discusión detallada no se tocará en este trabajo, si no que nos limitaremos a estudiar la MTF

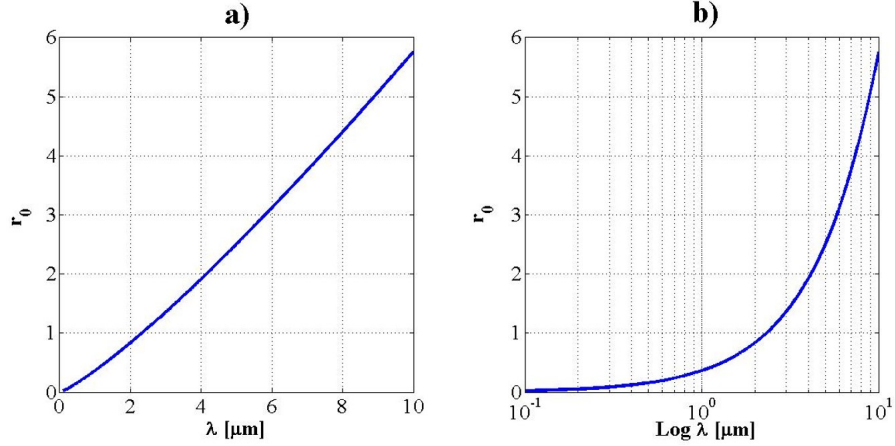


Figura 3.8: Gráfica de λ vs r_0 , en el caso de $\Delta\theta_{atm} = 0.6''$ medido en $\lambda_0 = 0.5\mu m$. a) Caso normal y b) con despliegue logarítmico en la longitud de onda.

de un sistema en presencia de turbulencia atmosférica \mathcal{T}_{atm} [24],

$$\mathcal{T}_{atm}(\tilde{\omega}) = \exp \left[-3.44 \left(\frac{\lambda \tilde{\omega}}{r_0} \right)^{5/3} \right], \quad (18)$$

donde $\tilde{\omega}$ es la frecuencia espacial radial en unidades angulares y r_0 es una cantidad relacionada con la calidad de “seeing” y depende de la longitud de onda. Esta función es apropiada para imágenes de exposiciones largas.

La variable r_0 es mejor conocida como longitud de coherencia, esta variable contiene la información del índice de refracción, la longitud de onda de la fuente, y la masa de aire por encima del telescopio. A lo largo de una región r_0 se tiene una fluctuación de fase de la amplitud de campo del frente de onda de un radian RMS [24]. El parámetro r_0 es definido tal que la resolución angular del telescopio sea fijada por el efecto de la turbulencia atmosférica cuando $D > r_0$, y fijado por el telescopio cuando $D < r_0$. Para un telescopio de una apertura grande limitado por “seeing”, su límite de resolución angular en el caso de un sistema libre de obstrucciones será aproximadamente

$$\Delta\theta_{atm} \cong 1.22\lambda/r_0, \quad (19)$$

y su frecuencia de corte de $\tilde{f}_{atm} = r_0/\lambda$.

La forma específica de r_0 está dada por [24]

$$r_0 = 0.185\lambda^{6/5} (\cos Z)^{3/5} \left[\int C_N^2(h) dh \right]^{-3/5}, \quad (20)$$

donde Z es el ángulo cenital (inverso de las masas de aire) y la integral de la función de estructura del índice de refracción. El término de la integral sirve para medir la turbulencia en función de la altura a partir de la apertura del telescopio, contiene al término C_N^2 que expresa la contribución de la turbulencia a la propagación óptica. En el caso de turbulencia homogénea,

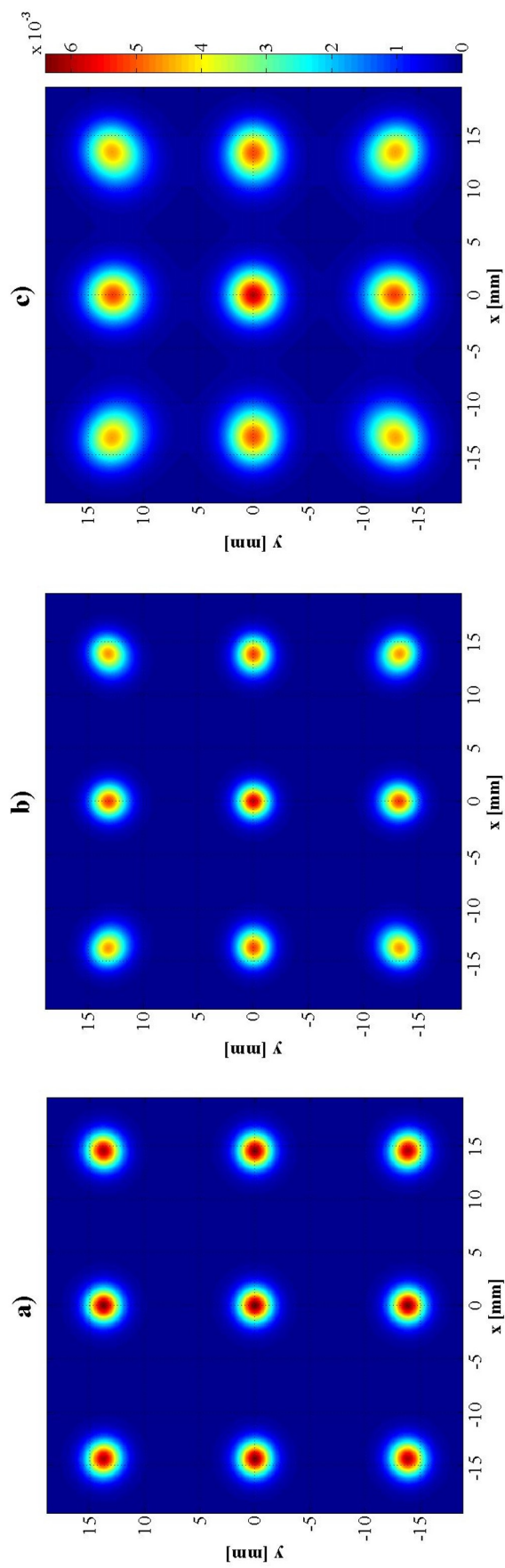


Figura 3.9: Estudio de las aberraciones en los extremos y cruz central del detector según la configuración: a) $f/30$, b) $f/13.5$ y c) $f/7.5$, con el efecto de la turbulencia atmosférica. Los valores utilizados para simular el efecto de la turbulencia atmosférica en exposición larga fueron de: $\Delta\theta_{atm} = 0.6''$ para una longitud de onda de $\lambda_0 = 0.5\mu\text{m}$ mirando al cenit. La simulación de las PSFs para cada configuración se realizó considerando los mismos señalamientos que en la figura 3.4.

podemos obtener un valor de r_0 para una longitud de onda λ diferente, la expresión es

$$r_0(\lambda) = r_0(\lambda_0) (\lambda/\lambda_0)^{6/5} (\cos Z)^{3/5}, \quad (21)$$

en donde $r_0(\lambda_0)$ es la longitud de coherencia medida correspondiente a la longitud de onda λ_0 . Por lo general se tienen mediciones de las condiciones climáticas del sitio y se entrega un cantidad en unidades angulares relacionada con el grosor de la PSF obtenida en función de la turbulencia atmosférica del sitio.

Se han realizado diferentes estudios de las condiciones de cielo en la sierra de San Pedro Mártir, nosotros tomaremos en cuenta el valor más común en dichas mediciones de “seeing” [24]. El valor promedio que tomaremos es de $\Delta\theta_{atm} = 0.6''$ para una longitud de onda de $\lambda_0 = 0.5\mu m$. En base a estos valores es que se calcula una gráfica de r_0 contra λ , la cual se muestra en la figura 3.8, en donde se muestra como es que la turbulencia atmosférica tiene mas impacto en longitudes de onda pequeñas e incluso se vuelve casi inofensiva en longitudes de onda muy grandes, al menos para una apertura del tamaño de nuestro telescopio. En la figura 3.9 se muestra el mapa de las PSFs mostradas en la figura 3.4 pero con turbulencia atmosférica. En el caso del sistema $f/7.5$ se puede ver que parecen círculos perfectos aunque por la caída de intensidad en las PSFs de las esquinas es que se puede deducir que si le siguen afectando sus aberraciones iniciales. En el caso de las otras dos configuraciones se puede observar de forma mas clara como es que aun con turbulencia atmosférica la coma sale a relucir.

3.5 WFC en el telescopio de 2.1-m del OAN por medio de la celda activa

Siguiendo el estudio de la MTF de la pupila del telescopio, toca ahora introducir la información de la fase necesaria para codificar el frente de onda. En el capítulo uno se había mencionado una forma de introducir la información de la máscara de fase cúbica por medio de utilizar la coma y el trefoil y asignarles una magnitud en común y una diferencia entre sus direcciones. Esta forma de ingresar la información se hace pensando en la forma en la que trabaja la celda activa, ya que por medio de una interfaz con el usuario se le comunican al sistema activo los cambios que se desean agregar por medio de una magnitud y una dirección de los términos de: astigmatismo, coma, trefoil y esférica.

Para la búsqueda del valor del parámetro de desviación de fase ideal, empezaremos considerando dos cosas: primero la condición de $\beta \gg 20$, y después las limitantes de la celda activa. La condición de β nos dice que si $M_{mf3} = 0.02\beta$ entonces $M_{mf3}[\lambda] = 0.4$. Con respecto a las limitantes de la celda activa, se sabe que se le pueden ingresar valores de magnitud de hasta $3\mu m$, de modo que nuestro sistema estaría dependiendo de la longitud de onda dado que para $\lambda = 0.55\mu m$ se necesitaría introducir una magnitud de $M_{mf3}[\lambda] = 5.45$ y para $\lambda = 2.5\mu m$ una de $M_{mf3}[\lambda] = 1.2$ para alcanzar los valores máximos. Además de considerar una configuración libre de ceros, estos serían otros criterios para seleccionar los parámetros ideales.

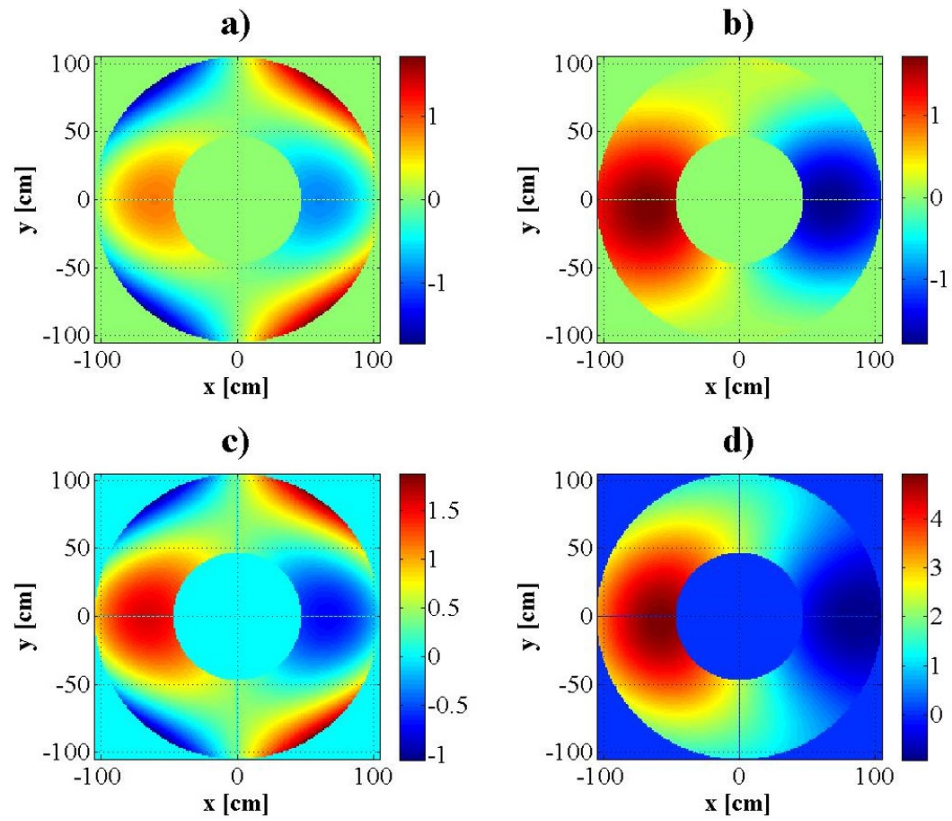


Figura 3.10: WFC en apertura de telescopio de 2.1m. a) Fase que se estaría ingresando a la celda activa: $W_{in}(x, y) = 0.4\lambda Z_8 - 0.4\lambda Z_{10}$. b) Deformación con ajuste de celda activa para información inicial. c) Información inicial con equilibrio en las celdas de carga. d) Deformación final por medio del sistema activo.

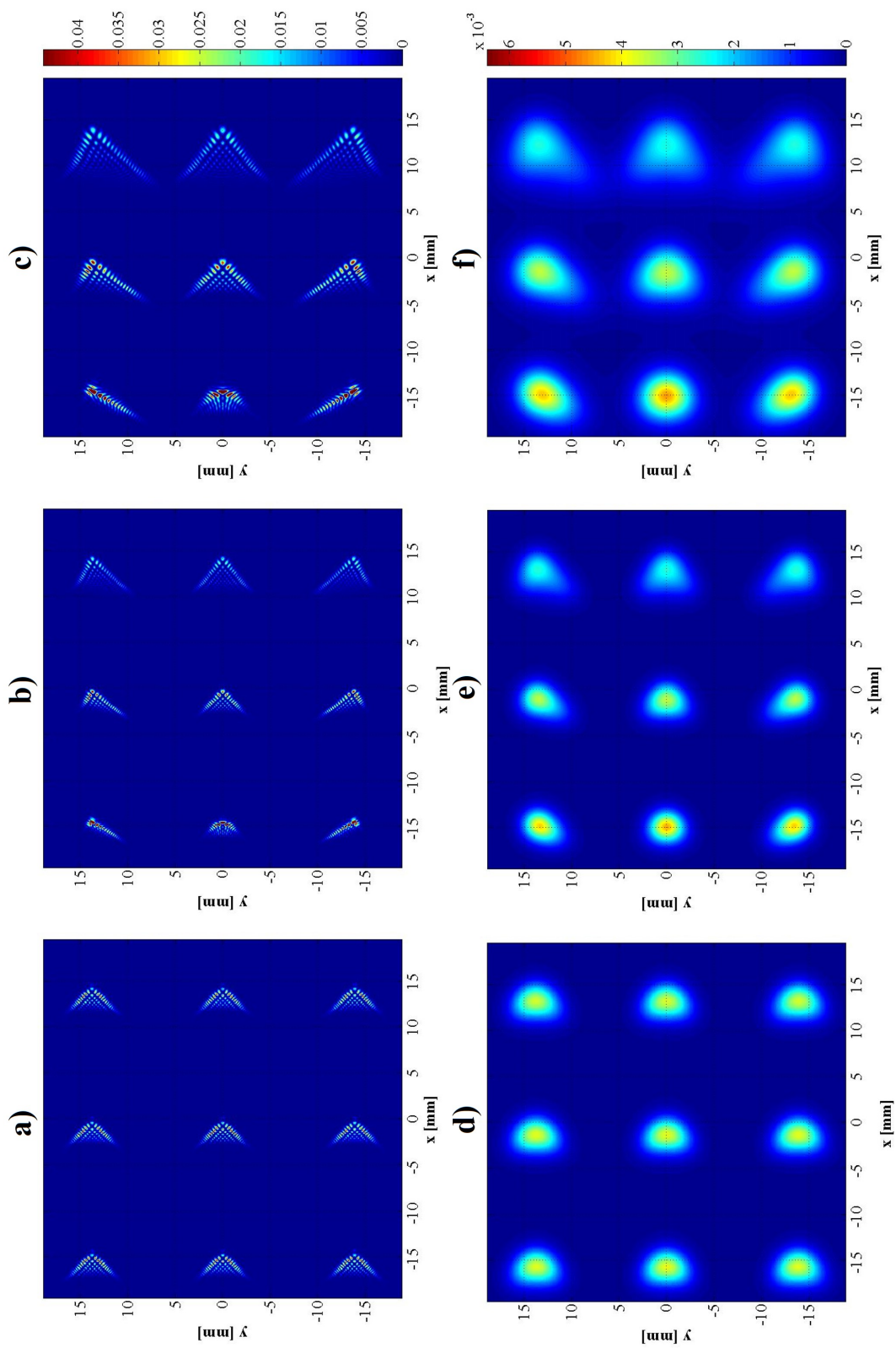


Figura 3.11: Mapa de PSFs para los extremos y cruz central del detector según la configuración: a),d) $f/7.5$, b),e) $f/13.5$ y c),f) $f/30$, con la máscara de fase cúbica. El primero renglón muestra las PSF ($\beta = 20$) sin turbulencia atmosférica y el segundo con turbulencia.

Realizaremos dos simulaciones para entender mejor el funcionamiento de la WFC implementado en el telescopio de 2.1-m del OAN por medio de la celda activa. La primera simulación consistirá en estudiar la WFC introduciendo la información de la máscara de fase de forma ideal, es decir, omitiendo las particularidades de la celda activa. Mientras que en el segundo caso consideraremos las características de la celda activa, tales como el plano inclinado introducido por la celda en respuesta a la compensación de peso por medio de las celdas de carga, así como el error de ajuste de los actuadores para representar la deformación ingresada. En la figura 3.10 se muestra la fase seleccionada para empezar con la simulación (a), y su efecto al restarle el plano (b). Esta información es la considerada ideal, mientras que los casos (c) y (d) son sus ajustes por medio del sistema activo. Su desempeño y repercusiones serán discutidas en esta parte, donde buscamos hacer énfasis en si es posible utilizar la celda activa como elemento codificador del frente de onda.

3.5.1 WFC por medio de la celda activa: Caso ideal

Se va a utilizar como magnitud de prueba la mínima dentro del criterio de diseño, $\beta = 20$, y calcular la respuesta para cada configuración utilizando el valor de $\lambda = 0.55\mu m$ para nuestra simulación. En la figura 3.10 se muestra la información de la máscara de fase de forma ideal (a) y con el plano inclinado incluido para equilibrar el peso de las celdas (b). El valor que utilizaremos en nuestra simulación será el que incluye el plano. Esta información será utilizada para hacer un mapa de PSFs a lo largo del detector para saber como se comporta la PSF en influencia de las aberraciones fuera de eje. En la figura 3.11 se muestran las PSFs de las tres configuraciones, el primer renglón muestra el efecto de la máscara de fase en ausencia de la turbulencia atmosférica, mientras que en el segundo renglón se aprecia el efecto de ella utilizando un valor de “seeing” de $0.6''$. El caso (a) y (d) correspondientes a la información de la configuración $f/7.5$, se puede ver como es que la PSF se mantiene inmóvil en el espacio e incluso parece como si no existiera astigmatismo.

Queda claro que la WFC tiene un posible aplicación en telescopios Ritchey-Chrétien en donde se tiene como principal característica la ausencia de coma y esférica. Mientras que en las configuraciones $f/13.5$ y $f/30$, se ve como la coma natural producto de la combinación de conicidades de los espejos afecta el comportamiento de la técnica. La WFC, al ser una herramienta que consiste de ingresar una fase esférica producto de la combinación de la coma y el trefoil en mismas cantidades y en direcciones contrarias, hace que le resulte necesario que como condición de inicio el sistema esté libre de estas aberraciones. Desde este punto descartaremos el uso de las configuraciones $f/13.5$ y $f/30$, ya que se confirmó que se tiene un valor de β diferente para cada posición en el campo.

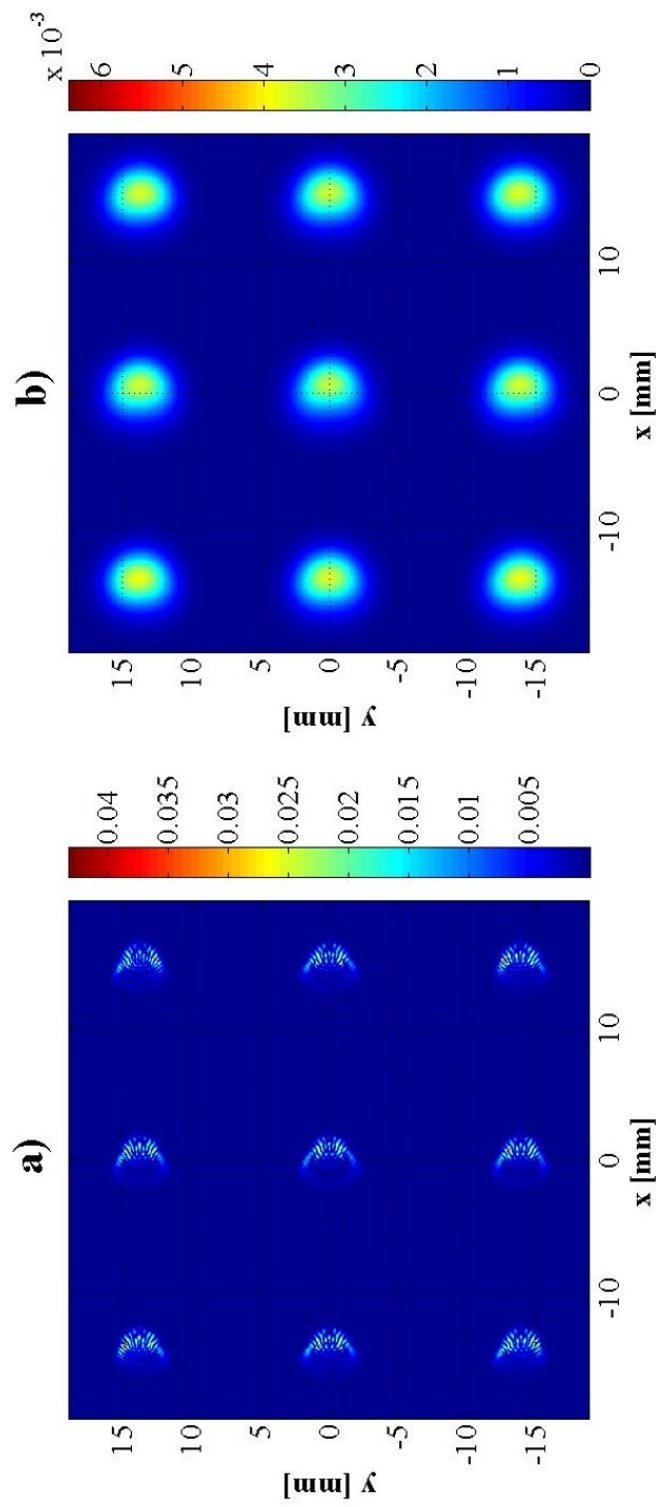


Figura 3.12: Mapa de PSFs para los extremos y cruz central del detector para la configuración $f/7.5$, con la fase máscara de fase cúbica utilizando la simulación de la celda activa y $\beta = 20$. El primer renglón muestra las PSF sin turbulencia atmosférica y el segundo con turbulencia.

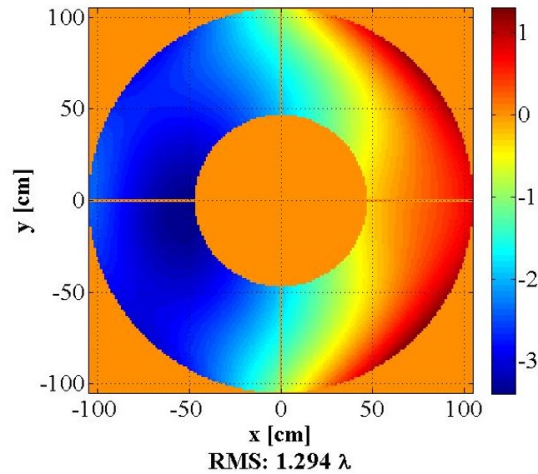


Figura 3.13: Mapa de errores residuales entre las deformaciones ingresadas y las obtenidas. Las unidades están en longitudes de onda.

3.5.2 WFC por medio de la celda activa: Caso real

El estudio del mapa de PSFs nos ayudó a visualizar las PSFs a lo largo del detector el comportamiento del sistema. Ya se descartaron las configuraciones $f/13.5$ y $f/30$, por lo que continuaremos el estudio solamente con la configuración $f/7.5$. En la figura 3.12 podemos apreciar el mapa de PSFs a lo largo del detector para el caso cuando la celda activa se ajusta de acuerdo a la información de la máscara de fase. En la imagen (a) se puede ver como se comporta la PSF del sistema con la celda activa como codificador del frente de onda a lo largo del detector. Se puede observar, que al igual que en el caso (a) de la figura 3.11, que dado que el astigmatismo no tiene un efecto considerable en la PSF a lo largo del detector se podría filtrar junto con la información de la máscara de fase. Cabe mencionar que la cantidad de astigmatismo en la configuración $f/7.5$ era muy bajo. Todavía es muy rápido para definir si la celda activa puede ser utilizada como elemento codificador del frente de onda, se puede apreciar que tiene un poco de dificultad para reproducir la información ingresada. En la figura 3.13 se muestra el mapa del frente de onda residual obtenido, a estas deformaciones se le ajustaron 11 términos de los polinomios de Zernike y se obtuvo: $Z_1 = -0.15\lambda$, $Z_2 = 1.21\lambda$, $Z_3 = 0.00\lambda$, $Z_4 = 0.13\lambda$, $Z_5 = -0.54\lambda$, $Z_6 = 0.30\lambda$, $Z_7 = -0.00\lambda$, $Z_8 = -0.14\lambda$, $Z_9 = 0.02\lambda$, $Z_{10} = -0.20\lambda$, y $Z_{11} = -0.00\lambda$. Por medio de estos resultados se puede ver que no se puede resolver bien el trefoil que aparece en las orillas ya que el deformar la superficie del espejo por medio de bolsas no le da la posibilidad a la celda activa de tener un efecto considerable en los bordes externos, también se ve que aparece un valor alto en un término de inclinación dado en parte por el error al reproducir el pico y el valle interno de la máscara de fase.

Otra forma de evaluar el sistema es la de introducir la información en diferentes direcciones, ya que resulta útil hacer esto ya que el sistema de la celda activa tiene sus valores de inicio y podemos hacer uso de estas

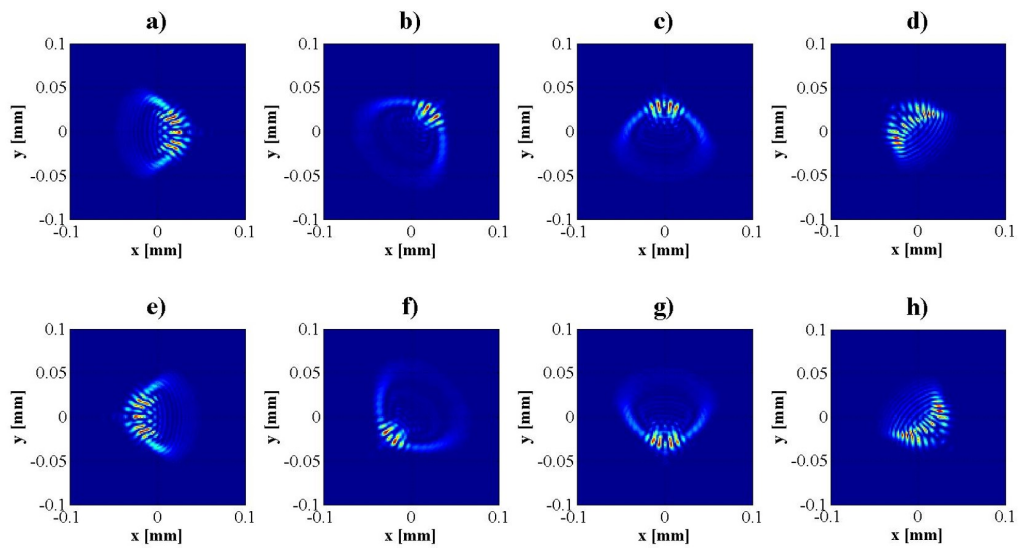


Figura 3.14: Ajuste de la celda incluyendo cambio de dirección de la información de fase.

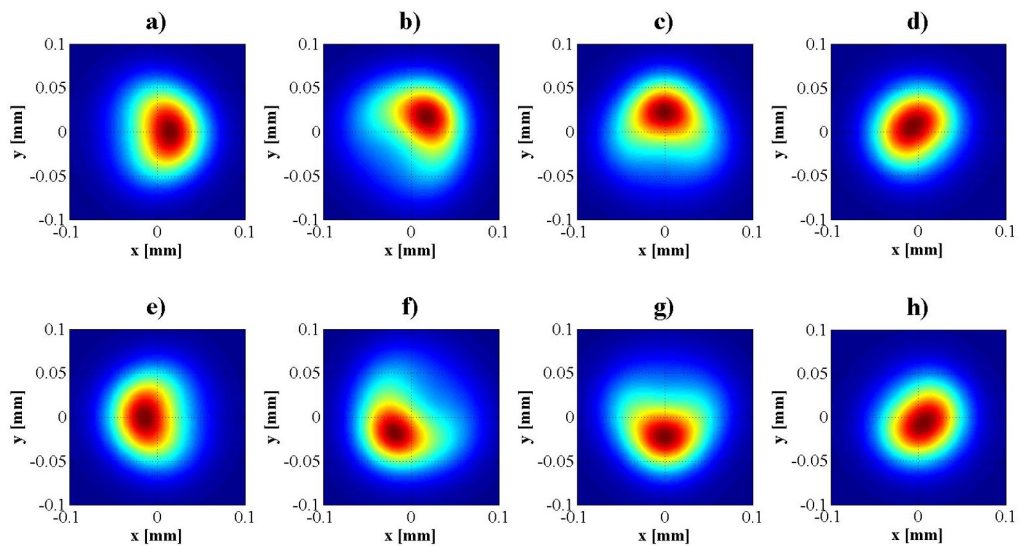


Figura 3.15: Ajuste de la celda incluyendo cambio de dirección de la información de fase. Para el caso que incluye el efecto de la turbulencia atmosférica.

condiciones a nuestro favor. En las figuras 3.14 y 3.15 se hace el estudio ya mencionado, se introduce la información en diferentes direcciones y dado que el arreglo de bolsas y la posición de las celdas de carga es fijo, no se puede esperar que la respuesta sea la misma. Tanto en la Figura 3.12 (b) como en la 3.15, en las cuales se hace uso de las condiciones de cielo, podemos apreciar como es que se pierden esas particularidades que se muestran debido al hacer uso de la celda activa para representar la máscara de fase. La turbulencia atmosférica deja la PSF resultante producto de la celda activa muy parecidas a las mostradas en el estudio del caso ideal.

3.6 Región pasa-banda libre de ceros

A lo largo de este capítulo hemos realizado paso a paso el modelado de la PSF que estaríamos obteniendo como resultado experimental una vez implementándose en el telescopio de 2.1-m del OAN. Durante este estudio se consideraron elementos como: configuración de telescopios, condiciones de cielo, detectores, y se discutió el desempeño de la celda activa una vez introduciendo la información de la máscara de fase. Con la información hasta ahora descrita se puede pensar que la celda activa puede ser el elemento codificador del frente de onda cuando se utilice la técnica de WFC en el telescopio 2.1m. Sin embargo, dado que la técnica consiste en una parte óptica y una computacional, toca decidir si las condiciones permiten que se lleve a cabo la técnica en el telescopio. Parte de los criterios de diseño era que la información en la imagen no tuviera ceros en su OTF ya que era información perdida que no se va a poder recuperar. En este apartado haremos una inspección de la MTF del sistema y saber si se puede implementar la técnica.

En la figura 3.16 se hace una comparación entre el caso ideal y el caso real (el obtenido a partir de considerar las características de la celda activa), en esta comparación se puede ver que aunque el caso real se aleja un poco al ideal no se tiene mucha diferencia cuando se consideran las condiciones del cielo. La similitud en las PSF se corroboran en el estudio de la MTF, sin embargo, el parecido ya no es relevante en este apartado si no la cuestión de si la MTF es libre de ceros sobre su región pasa-banda.

Con la intención de cuidar las regiones iguales a cero dentro del espacio de las frecuencias, vamos a utilizar una herramienta que le vamos a llamar región diferente de cero. Los ceros aparecen en la MTF debido a las aberraciones y producen la pérdida de información de cierta frecuencia espacial. Esto vuelve la reparación digital extremadamente difícil, especialmente por medio de un filtro sencillo [18]. En el caso de un sistema limitado por difracción tenemos una MTF ideal con una región libre de ceros a lo largo de su región pasa-banda.

Para hacer el estudio de las regiones libres de cero necesitamos definir la función que nos ayudará a determinar estas regiones. Primero utilizaremos un valor umbral V_{umb} , así determinaremos cual es el valor mínimo admisible en la MTF. En base a esto haremos una función binaria que contendrá 1s por los valores superiores al valor umbral y 0s para cuando se tengan valores

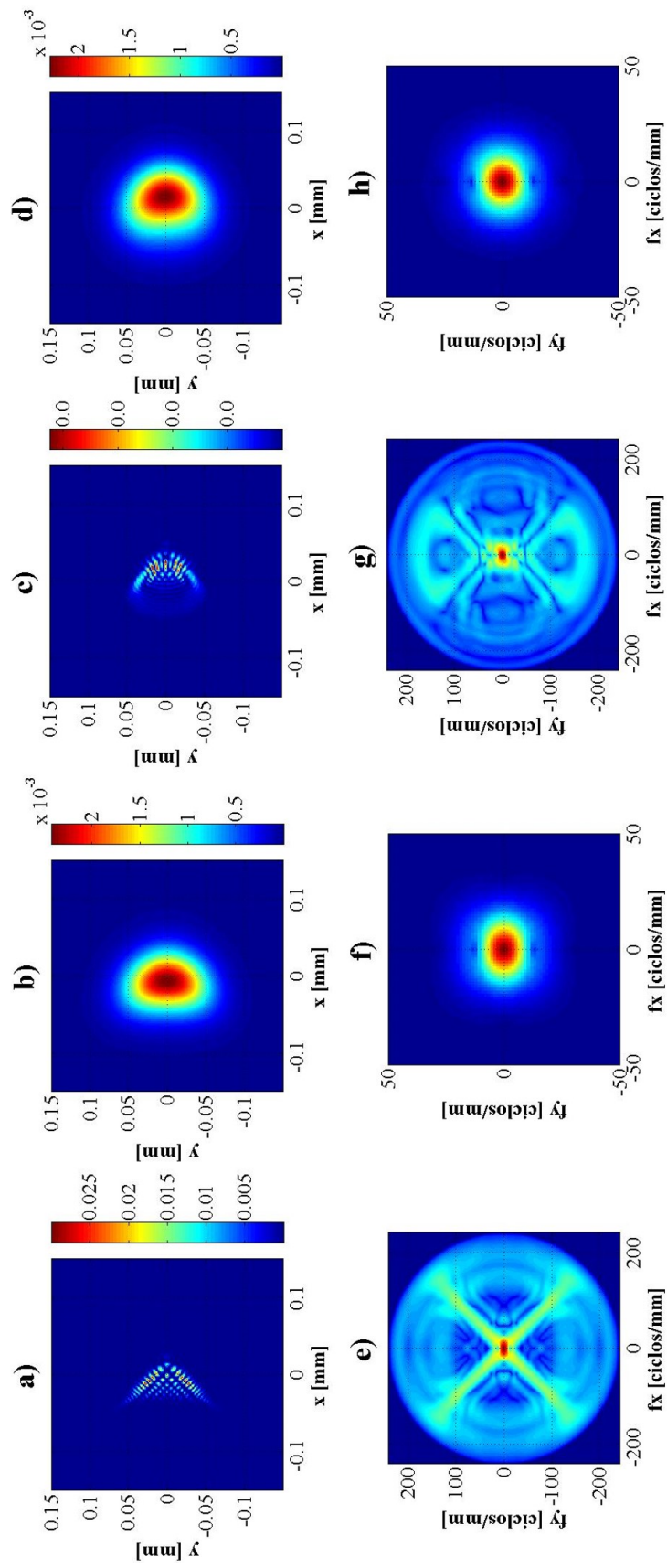


Figura 3.16: Estudio de un sistema con WFC en el caso espacial y frecuencial. El renglón de arriba muestra las PSFs producto de a) Sistema con WFC caso ideal, b) Caso ideal con turbulencia atmosférica, c) PSF con WFC implementada por medio de la celda activa, y d) Caso implementando efecto de celda activa y turbulencia atmosférica. En el segundo renglón aparecen sus respectivas MTFs. Los valores de las MTFs están modificados para incrementar su contraste.

por abajo del umbral, también definiremos un ancho de banda un poco menor que el original ya que cerca del borde los valores son muy pequeños y podemos de esta forma dejar un margen de error. La expresión que describe esta región $RZ(f_X, f_Y)$ está dada por [31]

$$RZ(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{para } \mathcal{T}_{pup}(\omega) > V_{umb} \\ 0, & \text{para } \omega \geq 0.95f_c \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}. \quad (22)$$

donde f_c es la frecuencia de corte del sistema $f_c = 1/\lambda F$ en unidades lineales y $\tilde{f}_c = D/\lambda$ en unidades angulares, la tilde se ha utilizado hasta entonces para hacer referencia a las unidades angulares. Usando esta expresión en \mathcal{T}_{pup} generaremos una función binaria en base a la información de la MTF y la comparemos con la MTF limitada por difracción \mathcal{T}_{LD} , de esta forma estaremos calculando la razón de las variables mencionadas. A partir de esto obtenemos la siguiente expresión [31]:

$$RZ_c = \frac{\sum \sum RZ}{\sum \sum RZ_{LD}}. \quad (23)$$

La variable RZ_c es igual a uno si la MTF en estudio no tiene ceros, y menos que uno, dependiendo de los ceros en la región pasa-banda. De esta forma estaremos estudiando nuestro sistema pensando en el diseño de un filtro digital y sería otro criterio de diseño.

En la figura 3.17 se hace un estudio de la WFC bajo las condiciones impuestas por el telescopio de 2.1-m del OAN, particularmente con la configuración del $f/7.5$. Podemos observar como es que la máscara de fase no tiene problema de ceros cuando no se cuenta con la obstrucción central del telescopio, sin embargo en la gráfica que muestra el corte sobre la MTF se ve que a pesar de esto maneja valores muy bajos que se encuentran muy cerca del valor umbral. El primer renglón ya nos había puesto en alerta y con el segundo se confirmó que los valores de la MTF eran muy bajos y que cualquier imperfección lo iban a hacer caer. El segundo y tercer renglón reflejan lo mismo, y es en el cuarto renglón cuando volvemos a cuestionarnos si se puede recuperar la información por medio de un proceso de filtraje digital simple. En este último renglón se puede ver que quizá la nueva frecuencia de corte ($f_{catm} = r_0/(\lambda F D)$) dada por la longitud de coherencia pudiera contener una región libre de ceros. El valor de longitud de coherencia que obtuvimos es de $r_0 = 16.25cm$, lo cual nos da un valor de $f_{catm} = 18.8ciclos/mm$, que comparándola con la frecuencia de corte de la configuración del telescopio $f_c = 242.4ciclos/mm$ nos dice que la turbulencia atmosférica nos permite ver solo el 7% de la información original de la imagen. Para saber si podíamos utilizar la técnica a lo largo del detector, se hizo un algoritmo que calculaba la función RZ a lo largo de las posiciones en el campo con el fin de buscar ceros. Dicho cálculo nos dijo que el ancho de banda limitado por f_{catm} si contenía ceros, esto debido a que mantiene una forma elíptica con dos caídas antes de llegar a la frecuencia de corte (se

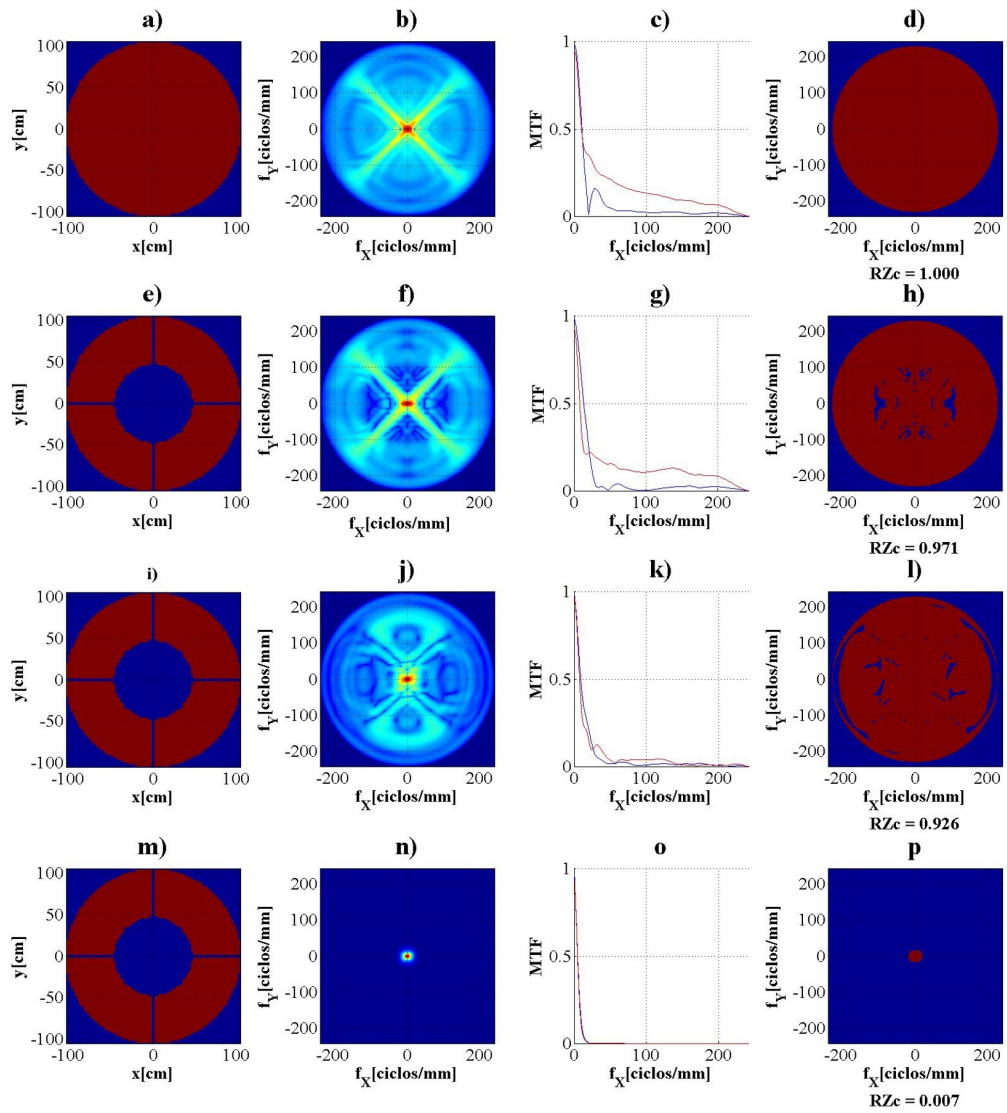


Figura 3.17: Análisis en la frecuencia del estudio de la WFC en sus diferentes etapas: 1^{er} Renglón: Máscara de fase caso ideal sin obstrucción central, 2^{do} Renglón: Máscara de fase caso ideal con obstrucción, 3^{er} renglón: Máscara de fase real con obstrucción, y el 4^{to} renglón: Máscara de fase real con obstrucción y turbulencia atmosférica. El arreglo de columnas consiste en la: función de transmitancia, MTF con realce de contraste, Cortes en 0° y 45° de la MTF y la función RZ, listadas en orden de izquierda a derecha.

aprecia mejor en la Figura 3.16). Posteriormente se redujo el estudio a un valor de $f_{cx} = 14\text{ciclos/mm}$ y en ese valor se encontró que no presentaba ceros a lo largo de todo el detector, por lo que en este punto es posible realizar un procesamiento de imágenes para decodificar el frente de onda.

3.7 Celda activa como elemento codificador del frente de onda

La celda activa puede funcionar como elemento codificador del frente de onda. Se comprobó que tiene la capacidad de tomar la forma esférica que requiere y que la turbulencia atmosférica le ayuda a compensar los errores residuales. En este capítulo se habla de seleccionar los parámetros para el sistema con WFC, en ese caso podemos concluir que la configuración que debemos de utilizar es la del $f/7.5$, esto con la finalidad de utilizar un solo filtro para recuperar la información de todo el campo. El parámetro β a utilizar puede variar, ya vimos que la turbulencia atmosférica quita la mayor parte de la información a la imagen por lo que el valor mínimo aceptable puede ser un buen comienzo ya que es el que menos atenúa las bajas y medianas frecuencias.

Finalmente, se considerarán tres elementos en la simulación que estarían introduciendo una cantidad de error. El primer caso sería mencionar que los valores de configuración del telescopio se tomaron en base al diseño paraxial, los cuales se pueden alejar un poco a los valores reales. Segundo, la posición y la extensión del efecto de las bolsas fueron tomados por medio de un estudio cualitativo y no cuantitativo, de modo que puede haber otro error agregado. El tercer caso es el valor umbral, utilizado en el estudio de las regiones con cero, el cual es muy bajo y no toma en cuenta que en las imágenes experimentales va a existir un nivel de ruido que nos hará replantear ese valor. Estas consideraciones no le quitan validez al estudio ya que se tomaron cuidados para que los valores utilizados se apegaran lo mas posible a la realidad.

4.

Conclusiones

La implementación de la codificación del frente de onda por medio del telescopio de 2.1-m del OAN es posible, en este trabajo se dieron a conocer las formas y lo que se tendría que esperar. En el trabajo se discutió la propuesta de implementación y el porqué de los parámetros seleccionados. A su vez, se habló del desempeño de la celda activa, su función como elemento codificador del frente de onda y de lo que significó este proyecto para la celda activa. Finalmente, en esta sección se dará una opinión acerca de la WFC en la Astronomía, comenzando por nuestro proyecto y partiendo hacia posibles aplicaciones.

Cuando se definen los parámetros ideales para la puesta en marcha se tomaron en cuenta los criterios de diseño con los que contábamos de inicio: $\beta \gg 20$ y el mantener la región dentro de la frecuencia de corte del sistema libre de ceros. Posteriormente, estudiando a fondo las características de la máscara de fase cúbica y su descomposición por medio de los polinomios de Zernike, nos dimos cuenta que la coma natural producto de un mal emparejamiento de los espejos del telescopio hacia que el efecto de la máscara de fase se perdía debido a que el valor de β dejaba de ser único a lo largo del campo de visión. Sin ser parte de los criterios de diseño en un inicio, esta característica fue el primer factor importante para seleccionar la configuración idónea para nuestro experimento. La configuración $f/7.5$ fue la configuración que cumplía con las condiciones de un telescopio Ritchey-Chrétien. En la figura 3.4 se deja ver como es que aparece la coma en las configuraciones $f/13.5$ y $f/30$, también es importante dimensionar el problema ya que en el campo de la figura se encuentra amplificada 25, y 17 veces la PSF, respectivamente, para que se puedan visualizar en detalle. En la práctica se utilizan esas configuraciones sin mostrar mucho problema en la calidad de imagen dado que por lo general el objeto de interés se encuentra en el centro. A pesar de tener la configuración $f/7.5$ dentro de nuestra propuesta de implementación esperábamos que fuera una de las otras configuraciones. Digo esto debido a que conforme avanzábamos en el diseño óptico y el estudio de las características de la máscara de fase, nos dábamos cuenta de que la obstrucción central era otro factor importante que teníamos que considerar ya que empezaba a ser una amenaza latente para la WFC. Para el trabajo preferíamos un sistema con el diámetro del orificio central del espejo primario como tamaño de obstrucción que es de aproximadamente 53cm que el de la obstrucción dada por la montura del

espejo secundario del $f/7.5$ el cual mide 80cm . Posterior a esto, hicimos una simulación de cual debía de ser el diámetro de obstrucción para la configuración del $f/7.5$ de modo que mantuviera sus valores de la MTF por encima del valor umbral que utilizamos ($V_{umb} = 0.005$) y obtuvimos que era de aproximadamente 17cm . Otro elemento que tenemos para incluir en nuestra propuesta es el detector, no entramos mucho en detalle ya que la intención iba mas orientada en saber si la celda activa podía funcionar como elemento codificador del frente de onda, longitudes de onda mas grandes podrían ayudar a mitigar un poco el efecto de la turbulencia atmosférica, aunque esto exigiría una deformación mayor por parte de la celda dado que el parámetro β depende de la longitud de onda. El detector Marconi es un buen punto de partida para poner en práctica lo aquí aprendido.

La celda activa resultó ser el tema central del proyecto, a pesar de la ardua tarea de estudiar el concepto de la WFC, sus antecedentes, sus aplicaciones, y una ola de propuestas de máscaras de fases que surgieron entre los años 2008 y 2013, pasando la primera mitad del doctorado ya se estaba trabajando en la implementación de la técnica por medio de la celda activa. En la primera visita al OAN, en donde se pudo echar un vistazo a la WFC con la celda activa como elemento codificador del frente de onda, fue que surgió la idea de introducir vacío en la celda activa para hacerlo un sistema de "Common-pull multiple-push". Eso y la sorpresa de ver bien encaminada la técnica, ver figura 4.1. A partir de este punto nos dimos cuenta de que lo correcto era trabajar en un método de sensado del frente de onda que nos permitiera conocer cual era la información que se tenía exactamente en el sistema. A partir de estas imágenes fue que empecé a trabajar en el modelado de la PSF para obtener el resultado que mas se aproximara a las imágenes experimentales. Llegamos a la conclusión de que el trabajo se tenía que seccionar y decidir en que parte trabajar ya que caía en tres vertientes: modelado de PSF y caracterización de la celda activa, algoritmos de deconvolución y restauración de imágenes, y sensado del frente de onda. Sin estos tres elementos estudiados a detalle el método sería injustamente evaluado. Decidimos llevar el trabajo de investigación por el modelado de PSF y caracterización de la celda activa, creyendo que era el paso mas importante y el que podría dejar un precedente para en un futuro retomar el tema. La caracterización de la celda activa ayudó a retomar el reto de mantener el telescopio de 2.1-m limitado por "seeing" y de hacer el sistema lo mas efectivo posible, eso en el caso de mi grupo. Por mi parte estuve trabajando en ver mas allá de la turbulencia atmosférica y conocer cual era el verdadero resultado del ajuste de la celda cuando se introducía una deformación. Como mencionaba al final del capítulo tres, aunque habían muchos parámetros que no estaban calculados de forma cuantitativa no se estaba haciendo el trabajo basándonos en nada, aproveché dos temporadas mas en San Pedro Mártir para continuar comparando los resultados y tomando consideraciones para incluir en mis simulaciones. La celda activa junto con la ayuda de la turbulencia atmosférica arrojaron un resultado muy similar al del caso ideal, anteriormente mencionado. Considero que la celda activa

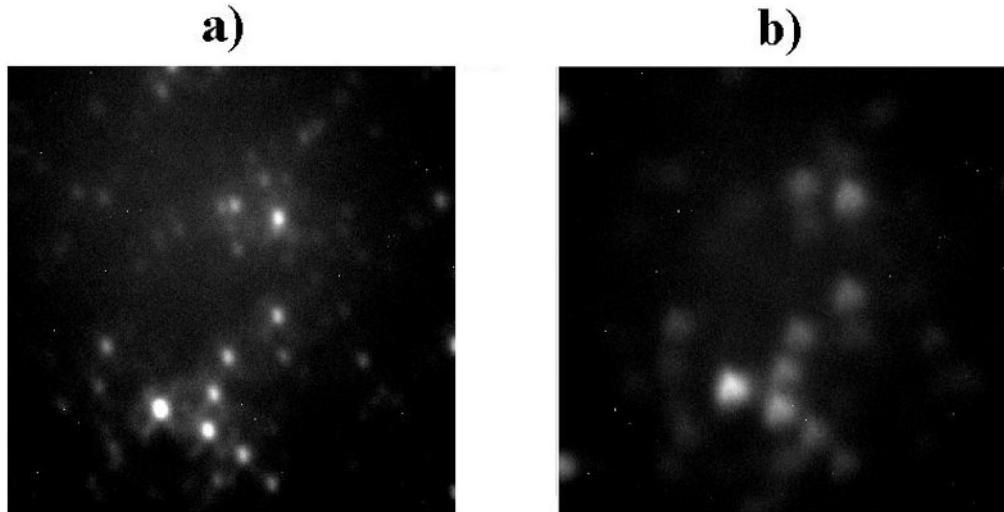


Figura 4.1: Imágenes experimentales resultado de la implementación de la celda activa como codificador del frente de onda utilizando la configuración $f/30$. a) sin WFC, y b) con WFC.

funciona como elemento codificador del frente de onda, ahora solo falta dar mi opinión acerca de la WFC en la Astronomía.

Uno de mis primeros trabajos con la WFC fue la de un telescopio de tipo Cassegrain de dos espejos, el primario parabólico y el secundario esférico utilizando la WFC para compensar la aberración esférica residual y la aberración cromática. El trabajo fue enviado a un congreso de SPIE Astronomical Telescope & Instrumentation, sentía que el telescopio no ofrecía mucho, promovía la astrofotografía a color. También incluía un telescopio zoom por medio de esta tecnología que me permitía jugar un poco con las aberraciones en eje, el zoom no era mucho y vi que se obtenían mejores resultados eliminando la técnica de WFC. Esto no fue en vano ya que posteriormente continué con el telescopio zoom sin WFC y me dió una publicación utilizando conceptos que manejo en este trabajo. Este trabajo presenta lo que sería mi tercer telescopio con WFC y se tiene una iniciativa mas para tener un cuarto. Entre las conclusiones puedo decir que creo que la WFC no puede mostrar sus principales beneficios en los telescopios en tierra, la turbulencia atmosférica no deja que salgan a relucir esas características que hacen especial la técnica. También creo que en su debido tiempo fue muy bien vendida la técnica por medio de Dowski y Cathey, sin duda alguna funciona en microscopía dado que ellos controlan la cantidad de luz que se tiene y son campos muy pequeños. Para mi propuesta de implementación, creo que podría continuarse con los pasos restantes con el fin de corroborar todo lo aquí descrito, aunque creo que la corrección que podría darse no iba a ser superior que a la PSF del sistema ordinario sin WFC. Mencioné que para que pudiera aplicarse el filtraje sobre todo el campo tenía que reducirse la frecuencia de corte a 14ciclos/mm , esto se puede llevar atrás y hacerle corresponder un valor de longitud de coherencia que sería de aproximadamente $r_0 = 12.3\text{cm}$ cuando el inicial era de 16.2cm . Este valor

es inversamente proporcional al ancho a media altura (FWHM, por sus siglas en inglés "Full-width half-maximum"), por lo que en vez de reducir el FWHM lo estaríamos haciendo mas grueso. La técnica es relativamente simple de implementar en el telescopio de 2.1-m una vez se tenga un método de sensado de frente de onda y un buen algoritmo de deconvolución, ya se tienen los pasos que se tienen que seguir en este documento. El trabajo que sigue para desarrollar es el de diseñar un telescopio Ritchey-Chrétien con WFC, ya nos dimos cuenta que es posible y en este caso consideraremos el diámetro de la obstrucción dentro del criterio de diseño así como de que sea un telescopio espacial. Aunque he dado una opinión un tanto pesimista con respecto a la WFC, esta opinión es en cuestión de telescopios tipo gregorianos en la tierra y no de la Astronomía en general. Existen muchísimas aplicaciones en la Astronomía como para no incluir a la codificación del frente de onda.

Anexo

Artículos arbitrados

Common-pull, multiple-push, vacuum-activated telescope mirror cell
Ruiz E., Sohn E., Salas L., Luna E., and Araiza-Durán J.A.
Applied Optics, (2014)

Diffraction-limited step-zoom telescope by image restoration
Araiza-Durán J.A, Luna E., Cornejo A., and Sohn E.
Applied Optics, (2015)

Artículos de congreso

Wavefront coding applied to a two-mirror telescope
Araiza-Durán J.A., Luna E., Cornejo A., and Herrera J.
Proc. SPIE 9145, Ground-based and Airborne Telescope V, (2014)

Simulation of the WFS of the active primary mirror system for the 2.1-m telescope of the SPMO
Araiza-Durán J.A., Luna E., and Cornejo A.
Proc. SPIE 9906, Ground-based and Airborne Telescopes VI, (2016)

Asistencia a congresos

SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation 2014
Montreal, Canadá.

United Nations/Mexico Symposium on Basic Space Technology (2014)
”Making Space Technology Accessible and Affordable”
Ensenada, México.

SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation 2016
Edimburgo, Escocia.

REA - Reunión de Estudiantes de Astronomía (2016)
Morelia, México.

Trabajo a futuro:

- Sensado del frente de onda

Durante estos cuatro años se estudiaron diversas técnicas para sensar el frente de onda: curvatura del frente de onda, curvatura del frente de onda no-lineal, diversidad de fase, separación de variables, y utilizando pantalla de Hartmann. Al estar implementando estos métodos obtuvimos imágenes experimentales para utilizar con rutinas que han sido probadas por medio de imágenes simuladas y que funcionaban correctamente. El trabajo pendiente consiste en retomar el estudio de las rutinas de curvatura del frente de onda no-lineal, pantalla de Hartmann y cosenos directores, y una alternativa encontrada al método de separación de variables en la que utilizamos transformada de Fourier. La expectativa es la de trabajar en estos artículos para promocionar el método y a la vez para utilizarlos en la caracterización de la celda activa.

- Caracterización de celda activa

La caracterización de la celda activa se realizó en este trabajo de investigación con mucho cuidado de realizar una simulación apegada a los resultados experimentales. En esta parte del trabajo a futuro se quieren utilizar las propiedades del espejo, dejando a un lado la función de Parzen ya mencionada para realizar la simulación tomando resultados a partir de elemento finito y conectarlo con nuestro vínculo de Matlab-Zemax para calcular PSFs y realizar propagación de Fresnel para compararlo con las imágenes reales. Se espera trabajar con un artículo donde se pueda demostrar el desempeño de la celda activa y la matriz de respuesta de cada actuador.

- WFC en telescopio Ritchey-Chrétien espacial

Continuando con el estudio de la codificación del frente de onda, queremos culminar este trabajo utilizando los resultados obtenidos y las conclusiones para proponer un telescopio Ritchey-Chrétien espacial.

Referencias

- [1] W. T. Cathey, and E. R. Dowski, "New paradigm for imaging systems" *Appl. Opt.* **41**, 6080-6092 (2002).
- [2] G. Hausler, "A method to increase the depth of focus by two step image processing", *Opt. Commun.* **6**, 38-42 (1972).
- [3] A. Papoulis, "Ambiguity function in Fourier optics", *J. Opt. Soc. Am.* **64**, 779-788 (1974).
- [4] K.H. Brenner, A. W. Lohmann, and J. Ojeda-Castañeda, "The ambiguity function as a polar display of the OTF", *Opt. Commun.* **44**, 323-326 (1983).
- [5] H. Bartelt, J. Ojeda-Castañeda, and E. Sicre, "Misfocus tolerance seen by simple inspection of the ambiguity function", *Appl. Opt.* **23**, 2693-2696 (1984).
- [6] E. R. Dowski, Jr., and W. T. Cathey, "Extended depth of field through wave-front coding", *Appl. Opt.* **34**, 1859-1866 (1995).
- [7] H. B. Wach, E. R. Dowski, Jr., and W. T. Cathey, "Control of chromatic focal shift through wave-front coding", *Appl. Opt.* **37**, 5359-5367 (1998).
- [8] P. Torok, and F. Kao, *Optical imaging and microscopy, Techniques and advanced systems*, Springer, Heidelberg, Berlin, (2003)
- [9] S. Chen, Z. Fan, Z. Xu, B. Zuo, S. Wang, and H. Xiao, "Wavefront coding technique for controlling thermal defocus aberration in an infrared imaging system", *Opt. Lett.* **36**, 3021-3023 (2011).
- [10] K. Kubala, E. Dowski, J. Kobus, and B. Brown, "Design and optimization of aberration and error invariant space telescope systems", in *Novel optical systems design and optimization VII*, J. M. Sasián, ed., Proc. SPIE **5524**, 54(2004).
- [11] W. Langeveld, "Possible application of wavefront coding to the LSST", in *Report: SLAC-TN-05-052*, (2005).

- [12] F. Yan, L. Zheng, and X. Zheng, "Image restoration of an off-axis three-mirror anastigmatic optical system with wavefront coding technology", *Opt. Eng.* **47**, 017006-1 - 017006-8 (2008).
- [13] J. A. Araiza-Durán, E. Luna, A. Cornejo, and J. Herrera, "Wavefront coding applied to a two-mirror telescope", in *Ground-based and airborne telescopes V*, Proc. SPIE **9145**, 91453N-1(2014).
- [14] L. Salas, L. Gutiérrez, M. H. Pedrayes, J. Valdez, C. Carrasco, M. Carrillo, B. Orozco, B. García, E. Luna, E. Ruiz, S. Cuevas, A. Iriarte, A. Cordero, O. Harris, and F. Quiroz, "Active primary mirror support for the 2.1-m telescope at the San Pedro Mártir Observatory", *Appl. Opt.* **36**, 3708-3716 (1997).
- [15] P. Mouroulis, and J. Macdonald, *Geometrical optics and optical design*, Oxford University press, (1997).
- [16] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill, (2007).
- [17] J.P. Guigay, "The ambiguity function in diffraction and isoplanatic imaging by partially coherent beams", *Opt. Commun.* **26**, 136-138 (1978).
- [18] J. van der Gracht, E. R. Dowski, Jr., W. T. Cathey, and J. P. Bowen, "Aspheric optical elements for extended depth of field imaging", in *Novel Optical Systems Design and Optimization*, J. M. Sasian, ed., Proc. SPIE **2537**, 279(1995).
- [19] W. T. Welford, *Aberrations of optical systems*, A. Hilger, NY, (1991)
- [20] D. Malacara, *Optical shop testing*, Wiley-Interscience, (2007)
- [21] R. J. Noll, "Zernike polynomials and atmospheric turbulence", *J. Opt. Soc. Am.* **66**, 207-211 (1976).
- [22] J. A. López, and L. Gutiérrez "A primer for the San Pedro Mártir Observatory", *Revista Mexicana A. y A.* **19**, 3-7 (2003).
- [23] I. Cruz-González, R. Avila, M. Tapia, "San Pedro Mártir: Astronomical Site Evaluation", in *Second Backaskog Workshop on Extremely Large Telescopes*, Proc. SPIE **5382**, 634-642 (2004).
- [24] D. J. Schroeder, *Astronomical optics*, Academic press, SD, CA, (2000).
- [25] J. Cheng, *The Principles of Astronomical Telescope Design*, Springer-Verlag New York, (2009).
- [26] E. Ruiz, E. Sohn, L. Salas, E. Luna, and José A. Araiza-Durán, "Common-pull, multiple-push, vacuum-activated telescope mirror cell", *Appl. Opt.* **53**, 7979-7984 (2014).

- [27] D. F. Elliott, *Handbook of Digital Signal Processing: Engineering Applications*, Academic Press, (2009).
- [28] J. A. Araiza-Durán, E. Luna, and A. Cornejo, "Simulation of the WFS of the active primary mirror system for the 2.1-m telescope of the SPMO", in *Ground-based and airborne telescopes VI*, Proc. SPIE **9906**, (2016).
- [29] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins, *Digital image processing using Matlab*, McGraw Hill, (2010).
- [30] C. D. Sheehy, Nate McCrady, J. R. Graham "Constraining the Adaptive Optics Point-Spread Function in Crowded Fields: Measuring Photometric Aperture Corrections" *Astrophys.J.* 647:1517-1530,(2006).
- [31] José A. Araiza-Durán, E. Luna, A. Cornejo-Rodríguez, and E. Sohn, "Diffraction-limited step-zoom telescope by image restoration", *Appl. Opt.* **54**, 9462-9468 (2015).
- [32] T. R. Lauer, "Deconvolution with a spatially-variant PSF", in *Astronomical Data Analysis II*, J. L. Starck and F. D. Murtagh, ed., Proc. SPIE **4847**, 167 (2002).

Summary

In this work an implementation proposal of the aberration control of the 2.1-m telescope of the Observatorio Astronmico Nacional (OAN) by wave-front coding is presented. Wave-front coding technology is a method used to extend the depth of field by adding an aspheric element into a standard optical system with the aid of a digital image processing applied to the resulting image to obtain a near diffraction-limited image. The principle consist on the introduction of a phase distribution in an optical system in order to have an image with all its planes equally degraded, this will result in a point-spread function (PSF) and the optical transfer function (OTF) almost invariant to a range of misfocus. The resulting image, called intermediate image, will be restored by image processing techniques in order to get a final image with high quality and all its planes in focus and compensating other perturbations in the system.

The aberration function of the phase distribution will be expressed as follow

$$W_{mf3}(x_n, y_n) = \frac{\beta\lambda}{2\pi}(x_n^3 + y_n^3) \quad (24)$$

where β is related with the amount of dispersion that will be produced by the wave-front coding element and also related to the tolerance to misfocus. The normalized coordinates x_n and y_n are from the systems aperture. The optical element used to introduce the cubic phase is called wave-front coding element or cubic phase mask, see figure S.1. This element has its effect only in the electromagnetic field phase part without affecting its amplitude, this is an advantage over amplitude apodizers used to extend the depth of field at the expense of light gathering.

Contributions made for over twenty in the image formation field, specifically in the area of depth of field, resulted in this cubic function. And this function appears to be a solution to extend the depth of focus without having to reduce the apertures diameter. In the 70's Hasler proposed a two-step method to extend the depth of field, one step will consist in capturing an image with all its planes with a same degree of degradation, and in the second step this image will be filtered in order to obtain a final image with an extended depth of focus. Latter in the late 80's the ambiguity function was introduced into the diffraction and image formation theory, this was followed by a technique to study the misfocus of an optical system by a simple inspection of its ambiguity function. In 1995, Dowski and Cathey

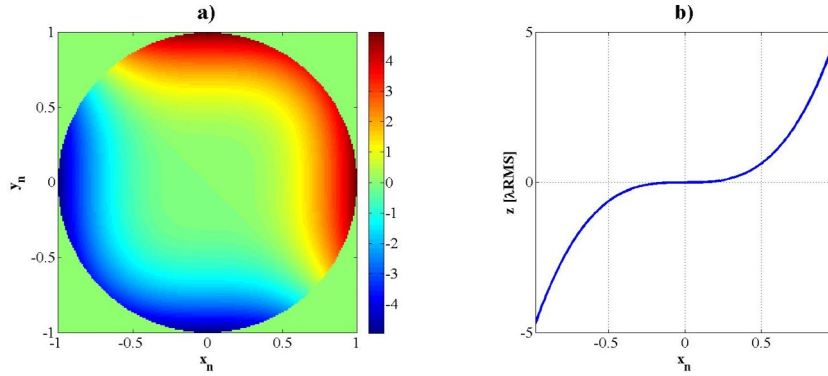


Figura S.1: Aberration function of the cubic phase distribution. a) Cubic phase mask wave-front map, and b) Cubic phase mask profile.

from the University of Colorado formulated the cubic phase plate by using the ambiguity function, the condition that the phase mask had to be rectangularly separable, and the stationary phase method. When the mathematical formulation was made, an approximation based on the stationary phase method and thus a design condition was established. This condition said that the β variable had to be greater than 20, this is the first design criterion that we will use. The second one is due to the image processing part, the procedure made to compensate the changes in the OTF requires that no zero has to be present over its pass-band region. The zeros over the pass-band region result in a lack of information over that specific frequency.

In this work we present an implementation proposal to introduce the wave-front coding (WFC) technology in the 2.1-m telescope, where the active support system of the primary mirror of the telescope will be the wave-front coding element. All this to compensate aberration produced by physical changes that the mirror suffers due to gravitational effects, thermic effects, and alignment issues.

The active cell of the primary mirror will be used as the wave-front coding element, thus we have to study the characteristics and its functionality. First of all, the 2.1-m telescope of the OAN is a Ritchey-Chrtien type, this kind of telescope consist of two hyperbolic mirror where their conic constants compensate spherical aberration and coma. The telescope has a 2.25 f-number primary mirror, with a diameter-thickness ratio of 8.07. This kind of mirror was considered as a light mirror (2tons), having 26cm of thickness over the edge. The mirror is suspended over the active cell, this active control system acts over the primary mirror in order to compensate low order aberrations. The position of the actuators were calculated by an optimization procedure in order to achieve a minimum residual deformation in the mirrors surface. The active cell has 18 actuators which are distributed in to concentric rings, 6 in the internal ring and 12 in the external, see figure S.2. The actuators consists in air bags of 30cm in diameter and its maximum thickness is 3mm. The mean pressure held in each airbag is about 1.8PSI, carrying 106kg of the mirrors weight. Also, the system has three hard points of 10cm in diameter, this hard points are used as load cells for monitoring

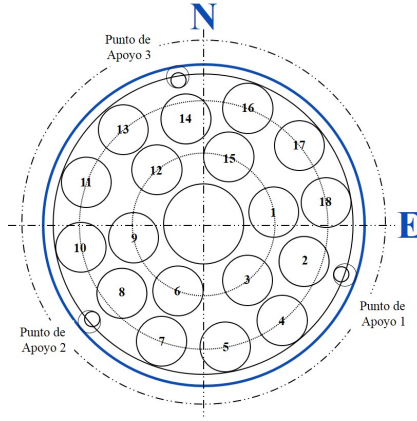


Figura S.2: Actuators (air bags) and hard points positions over the primary mirror's cell.

the mirrors axial height. This load cells carry 2% of the mirrors weight, this is due to its area, each cell must be carrying 13kg of the mirrors weight at all time to fulfill a control condition. Additionally, the control system uses vacuum to pull the mirror in to the cell, this force acts over the mirrors back surface in order to compensate gravitational deformations due to the telescopes inclination. The active system distribute the mirrors weight and enables the telescope operator to introduce deflections capable of correcting deformations of 2nd and 3rd order azimuthal frequencies like: astigmatism, coma, and trefoil, according to the Zernike polynomials.

The active support system has an interface in which the user can introduce deformations to the mirror, in order to do so the user enters the direction and magnitude of the Zernike terms of: astigmatism, coma, trefoil and spherical aberration. So if the information of the cubic phase mask is going to be introduces it has to be done by converting the cubic function into Zernike polynomials. The cubic phase is compose of the following Zernike terms,

$$(x_n^3 + y_n^3) = \frac{1}{4}(Z_2 + Z_3) + \frac{1}{4\sqrt{8}}(Z_7 + Z_8 - Z_9 + Z_{10}), \quad (25)$$

From this expression we can see the components of the cubic phase mask, it has a 45 degree tilt which can be removed without having any effect in the properties of the wave-front coding element, see figure S.3. Also, in order to have the ability to change the orientation of the phase mask the other terms can be merge into one term of coma and one of trefoil. The wave-front coding element will be composed by a term of coma in one direction and one term of trefoil in the opposite direction. The expression that will be used in the active system is given by

$$W_{modp}(x, y) = Coma(M_{mf3}, \varphi) + Trefoil(M_{mf3}, \varphi + \pi), \quad (26)$$

where $Mmf3[\lambda] = 0.02\beta$, and φ is the phase mask orientation.

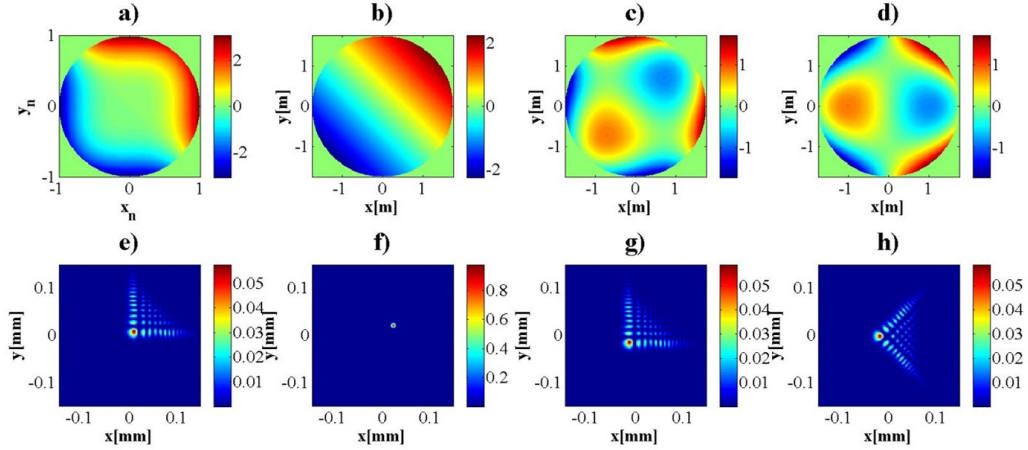


Figure S.3: Wave-front map (upper row) and PSFs (lower row) of the following phase function cases: a,e) cubic phase, b,f) removed tilt terms, c,g) cubic phase without tilt terms, and d,h) rotated cubic phase without tilt terms.

The proposal consist in using the minimum β value possible in order to fit the design criterion, this is $\beta = 20$, which will be represented by a Zernike coefficient magnitude of $M_{mf3} = 0.4\lambda$ for the terms of coma and trefoil using a $0.55\mu\text{m}$ wavelength. The minimum value is used so that the dispersion introduced by the wave-front coding element is the least possible for light gathering and exposure time purposes. A cubic phase without the tilt terms and with a 45 degree clockwise rotation is used, and the study of the ideal case and the real one will be discussed, see figure S.4. The real case is obtained by considering the active cell characteristics. Which consist in the effect of the actuators when acting toward the mirror, and the distribution of the actuators. The ideal case consist in just considering the combination of the Zernike terms mentioned before. As a part of the active cell study, the residual error between the real case and the ideal case will be studied. The information of the wave-front map will be used in the PSF modeling to determine whether the active cell is capable of work as the wave-front coding element.

At the time, the importance of the active cell, how the deformations are produced by the actuators, and how the information of the wave-front coding phase distribution is introduced into the active support system have already been discussed. Also talked about the design criteria, the $\beta \gg 20$ condition, and now another design condition will be discussed. This condition was not considered in the WFC theory, this condition was founded during the implementation of the technique in the 2.1-m telescope. The criterion is based in the condition that the optical system has to be free of natural coma, thus the telescope must be a Ritchey-Chrtien so that the image is free of coma all over the field. This is due to the cubic phase distribution, the cubic phase has a term of coma as one of its components and if the system has natural coma this will produce a different β variable all over the field instead of just one value all over the field. When the

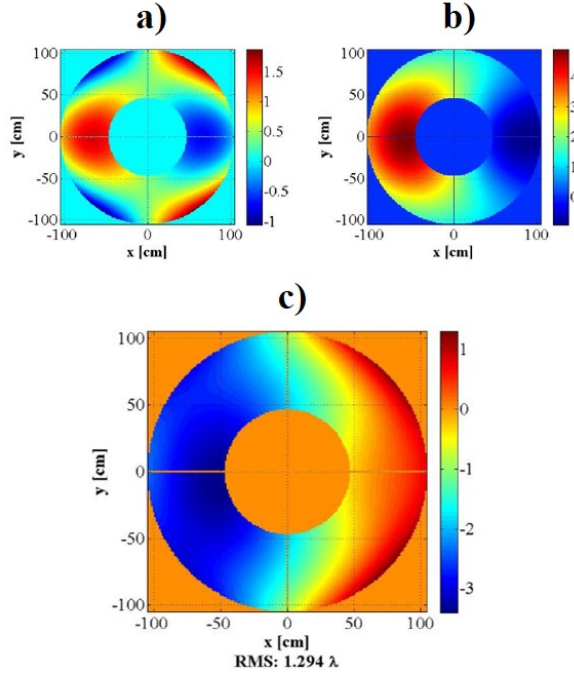


Figure S.4: WFC wave-front map. a) Ideal deformation, b) real deformation, and c) residual error.

residual aberrations of the configurations that the 2.1-m telescope of the OAN offers are studied, which have the following f-numbers: 7.5, 13.5, and 30, the configuration that present the best image quality and an absence of coma is the 7.5 f-number, see figure S.5. Based on the study of the residual aberrations of each configuration made us conclude that the best configuration to be used in this proposal is the 7.5. The analysis was made by using ZEMAX and MATLAB, this two programs are linked in order to use ZEMAX to extract information about the aberration function and then MATLAB to calculate the PSF and MTF. Using this procedure is how the best option was selected.

Having chosen the configuration to be used in our proposal, the wavelength, the β value, and the residual aberration obtain by means of the link between ZEMAX and MATLAB, we can proceed to the PSF modeling in order to predict the reach of the technique in the 2.1-m telescope of the OAN. To model the PSF, the systems MTF \mathcal{T}_s will be divided into three components: a MTF that holds the information of the pupil function \mathcal{T}_{pup} , the MTF that contains the effect of the atmospheric turbulence \mathcal{T}_{atm} , and the pixel MTF \mathcal{T}_{pix} . The systems MTF will be expressed as follows

$$\mathcal{T}_s(\omega, \phi) = \mathcal{T}_{pup}(\omega, \phi)\mathcal{T}_{atm}(\omega)\mathcal{T}_{pix}(\omega), \quad (27)$$

where ω is the radial frequency given by $\omega = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2}$. The ϕ variable is a position over the field, by using this variable is inferred that a different MTF will be calculated for each position over the field of vision. To calculate the atmospheric turbulence MTF we will need a value related to the site

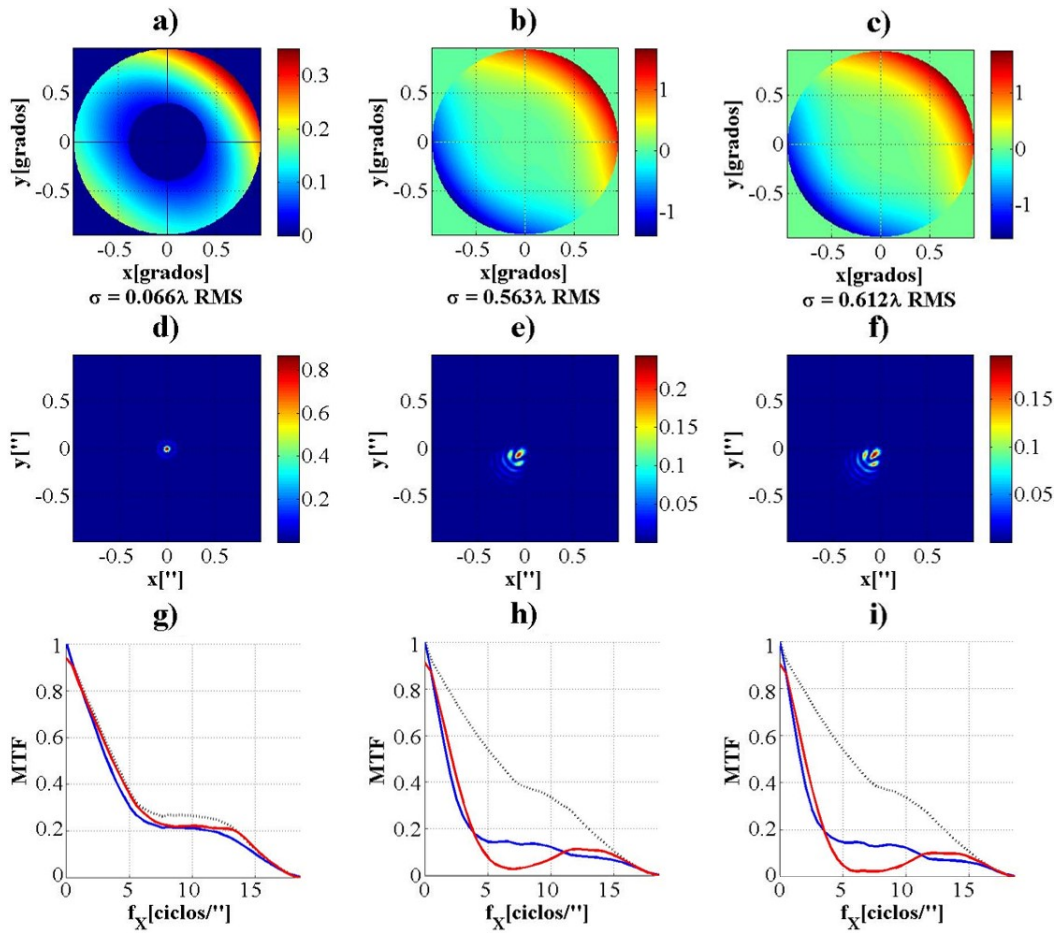


Figure S.5: Off-axis aberration study, field position (image plane): [9.0mmx9.0mm]. a) Wave-front map, d) PSF, and g) Diffraction limited MTF cut (pointed line) and the real cases (blue 0 degree cut and red 45 degrees cut) of the $f/7.5$ system; while b), e) and h) have the same information from the first column but for the $f/13.5$ configuration and c), f) and i) for the $f/30$.

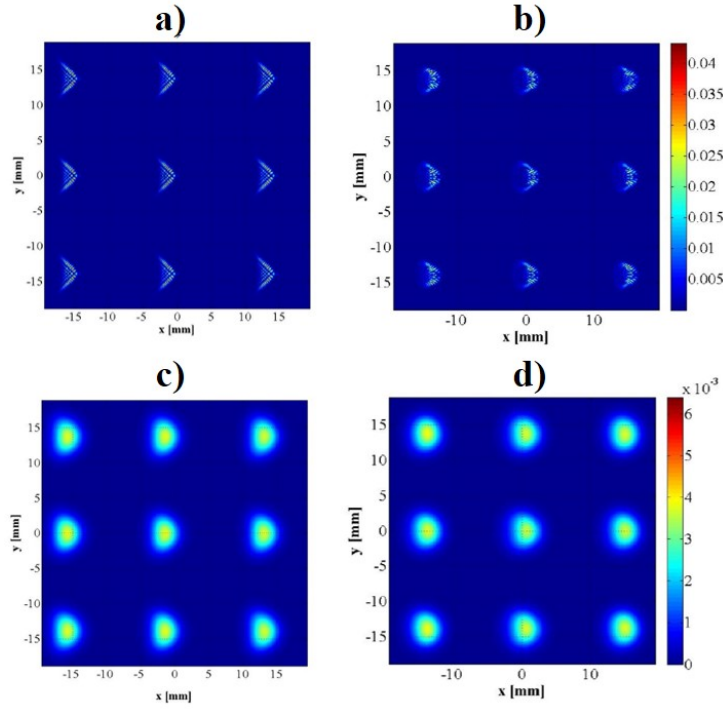


Figure S.6: PSF map for the central cross and corners of the detector for the $f/7.5$ configuration, using the modified cubic phase mask with $\beta = 20$. Left side shows the ideal case and right side is the real case. The lower row considers atmospheric turbulence while the upper one does not.

condition, this value was measured during a site study in the year 2004 was of $0.6''$ of seeing, measured with a wavelength of $0.5\mu m$. Another parameter of use will be the pixel pitch which is $13.5\mu m$.

In figure S.4, the wave-front map of the two cases is shown as well as the residual error, the residual error is the difference between the ideal case and the real one, see figure S.4. If a set of 11 Zernike polynomials is used to fit the residual error surface the following coefficients will be obtained: $Z_1 = -0.15\lambda$, $Z_2 = 1.21\lambda$, $Z_3 = 0.00\lambda$, $Z_4 = 0.13\lambda$, $Z_5 = -0.54\lambda$, $Z_6 = 0.30\lambda$, $Z_7 = -0.00\lambda$, $Z_8 = -0.14\lambda$, $Z_9 = 0.02\lambda$, $Z_{10} = -0.20\lambda$, $Z_{11} = -0.00\lambda$. The coefficients shows that the biggest contribution in the residual error is a tilt term, and that the information introduced into the active system will have half of the information entered. In figure S.6 the resulting PSFs are showed, for the ideal case and the real one. By looking at this figure we can conclude that the active cell can be used as the wave-front coding element and that the residual error can be compensated by the effect of the atmospheric turbulence.

At the moment, we have already discussed two design criteria, the first one was related to approximation made with the stationary phase method, and the second one stated that the optical system must be free of natural coma all over the detector. The next criterion to be considered is the condition that there must not be any zeros over the pass-band region. In

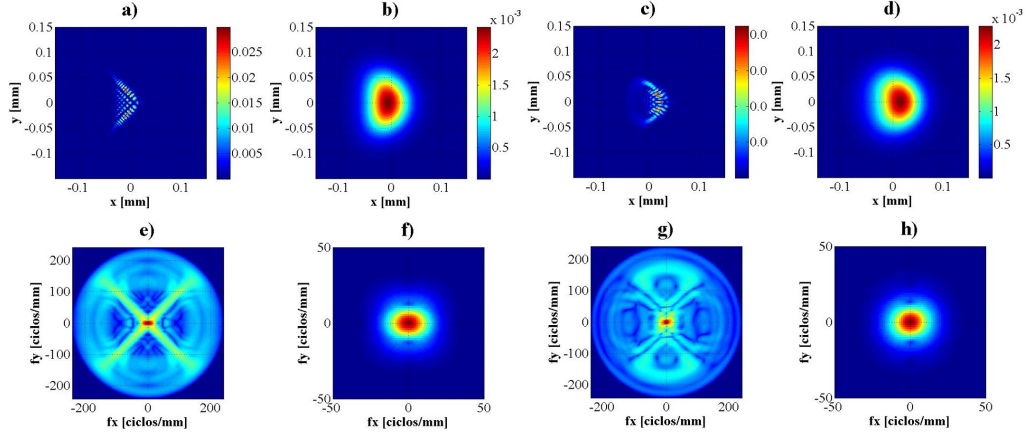


Figure S.7: WFC analysis in the image plane and in the frequency spectrum. The upper row shows the PSFs of the a) Ideal WFC system, b) Ideal WFC system with turbulence, c) Real WFC system, and d) Real WFC system with turbulence. In the lower row their MTFs are shown. The MTF values are enhanced in order to increase the figures contrast.

order to detect the presence of a zero over the MTF an inspection tool is used, this tool will provide us with a value indicating if the MTF is free of zeros over its pass-band, see figure S.8. Using this tool and studying the reasons of why the system had zeros, we conclude that a new criterion must be add. The obstruction produced by the secondary mirror or the primary mirrors central hole must be taken into account due to the decrease in the MTF contrast. The diameter of the telescope obscuration will be our fourth criterion.

The value of the coherence length is $r_0 = 16.25cm$, this value can be related to a cut-off frequency of $f_{catm} = 18.8ciclos/mm$, established by the seeing conditions. If we compare the cut-off frequency establish by the seeing conditions with the original cut-off frequency of the telescope which is $f_c = 242.4ciclos/mm$ we realize that the final resolution is only the 7% of the maximum spatial resolution that the telescope can achieve. The WFC technique is proposed to be used with a clear aperture, but due to the nature of the telescope design we have an obscuration. This obscuration will result in a disadvantage, the obscuration diameter of the 7.5 configuration has a diameter of $0.80m$ and this produces a downfall in the MTF having regions with zero values, see figure S.8. In order to discard the zeros values over the pass-band a new cut-off frequency will be use to enable the filtering process, the new cut-off frequency is $f_{cx} = 14ciclos/mm$. If this value is related to an equivalent coherence length this would be $r_0 = 12.3cm$, this is smaller than the initial one so this is not an improvement. Reducing the cut-off frequency was suggested just to be able to process the intermediate image but obviously would not improve the image quality. As part of the obtained results we conclude that the active cell is capable of been used as the wave-front coding element, the atmospheric turbulence compensate the residual error and make a good approximation of the final PSF. How-

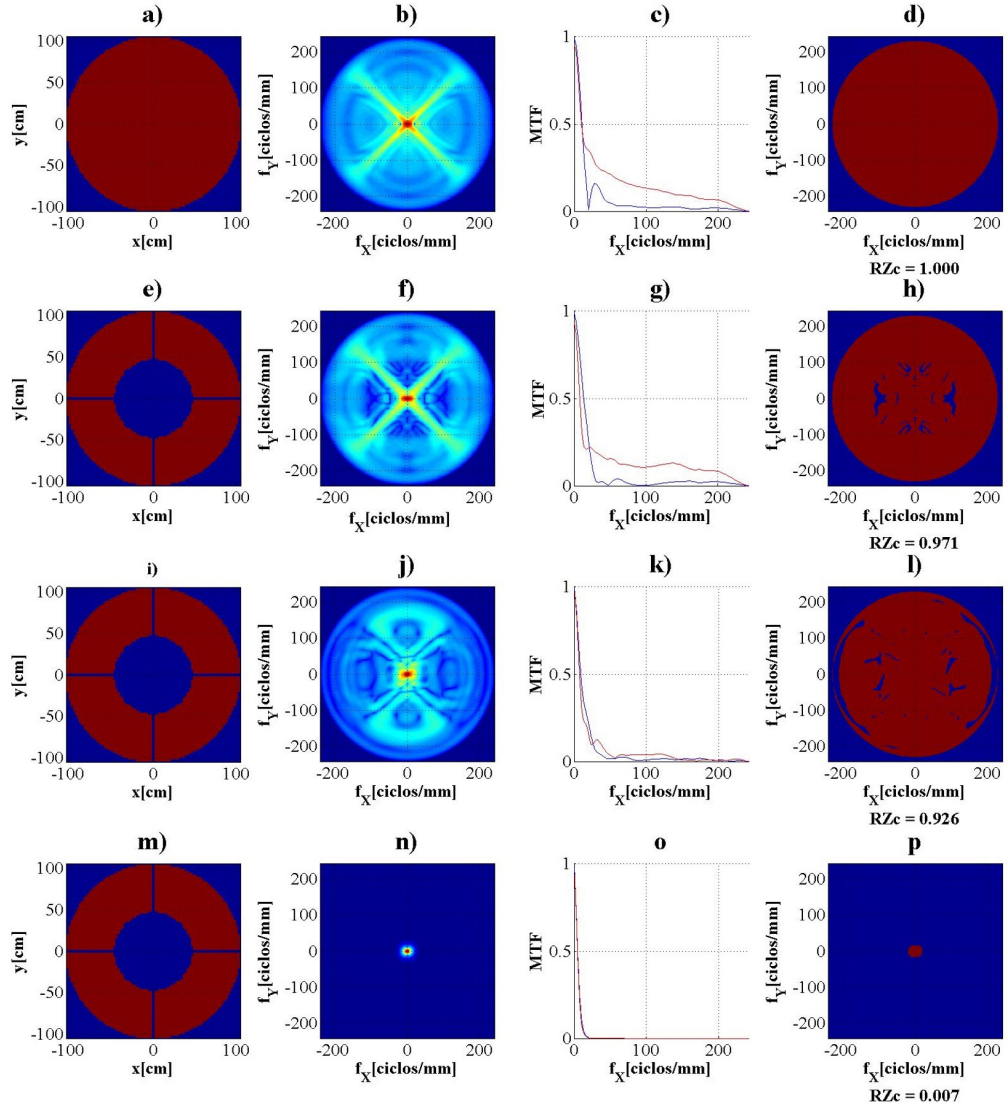


Figure S.8: Frequency analysis of the WFC system in different stages: 1st row: ideal modified cubic phase without central obscuration, 2nd row: Ideal modified cubic phase with obscuration, 3rd row: real modified cubic phase with obscuration, and 4th row: real modified cubic phase with obscuration and turbulence. The column array consist of: transmittance function, enhanced MTF, MTF cut in 0 degree and 45 degrees, and the RZ function, listed from left to right.

ever, although the atmospheric turbulence compensate the residual error, it reduces the spatial resolution in such a way that the WFC technique does not have the opportunity to represent an advantage over a standard system. The technique is relatively easy to implement in the 2.1-m telescope once we have a wave-front sensing method and a good deconvolution algorithm, we have already made an implementation proposal. The following work will be to digitally process the experimental images and to evaluate the experimental results. Although we said that the telescope does not fulfill the criteria due to the obscuration diameter, we want to propose a space telescope with WFC technology considering the obscuration diameter so the MTF does not have zeros.

