



INAOE

# Generación de haces vectoriales bidimensionales periódicos

por

**María Concepción Alonso Casimiro**

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de **Maestro en Ciencias en la especialidad de Óptica** en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Agosto 2018  
Tonantzintla, Puebla.

Supervisada por el:  
Dr. Ulises Ruiz Corona

©INAOE 2018  
Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias impresas o electrónicas de esta tesis en su totalidad o en partes.



Generación de haces  
vectoriales bidimensionales  
periódicos

*María Concepción Alonso Casimiro*

© INAOE

MMXIII

*A mis padres y  
hermanos*

# Agradecimientos

---

Agradezco a mis padres Silvia y René por su apoyo incondicional en todo momento y por sus consejos. A mis hermanos Arely, Angélica, Elena y Adán, así como a mis sobrinas Vanessa y Yamileth por siempre motivarme a seguir adelante.

Agradezco a mi asesor de tesis, el Dr. Ulises Ruiz Corona, por todo el apoyo que me brindó para la realización de este trabajo. También agradezco a los revisores de tesis, el Dr. Víctor Manuel Arrizón Peña, el Dr. Rubén García Ramos, el Dr. Félix Aguilar Valdez, por sus comentarios para la mejora de esta tesis.

Agradezco a todos mis amigos y compañeros que formaron parte de esta etapa de mi vida.

Agradezco al CONACyT por el apoyo económico recibido.

# Índice general

---

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Capítulo 1</b> .....	<b>I</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1 Objetivo de la tesis .....	2
1.2 Estructura de la tesis.....	2
<b>Capítulo 2</b> .....	<b>4</b>
<b>Análisis de campos ópticos vectoriales y escalares</b> .....	<b>4</b>
2.1 Ecuaciones de maxwell .....	4
2.2 Polarización de la luz .....	5
2.2.2 Vectores de Jones .....	7
2.2.3 Matrices de Jones .....	8
2.2.4 Representación matricial de Jones de una placa retardadora .....	9
2.2.5. Campos ópticos vectoriales.....	11
2.2.5.1 Generación de haces vectoriales mediante moduladores de cristal líquido.....	12
2.3 Interferencia de la luz.....	15
2.3.1 Campos escalares .....	17
2.3.1.1 Interferencia de campos eléctricos paralelos:.....	18
2.3.2 Métodos para producir interferencia .....	20
<b>Capítulo 3</b> .....	<b>22</b>
<b>Generación de campos ópticos periódicos y cuasiperiódicos mediante holografía sintética.</b> .....	<b>22</b>
3.1. Campos ópticos adifraccionales (NDOFs).....	22

3.2. Holografía sintética .....	25
3.2.1 Generación y síntesis de campos ópticos escalares usando SPHs que son función de la amplitud y la fase del campo a codificar .....	26
3.2.2 Holograma Kinoform .....	30
3.2.2.1 Eficiencia del holograma kinoform .....	30
3.3 Codificación de campos ópticos adifraccionales periódicos y cuasiperiódicos mediante su kinoform .....	32
<b>Capítulo 4 .....</b>	<b>35</b>
<b>Caracterización de un modulador espacial de luz de fase de cristal líquido (LC- SLM) .....</b>	<b>35</b>
4.1 Modulador espacial de luz (SLM) .....	35
4.1.1 Modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM) .....	36
4.2 Método empleado para la caracterización del LC-SLM .....	39
4.2.1 Efecto Talbot .....	39
4.3 Características del LC-SLM empleado .....	43
4.4 Arreglo experimental .....	44
4.5 Curva de modulación de fase .....	47
<b>Capítulo 5 .....</b>	<b>50</b>
<b>Generación experimental de campos complejos adifraccionales periódicos y cuasiperiódicos con polarización homogénea e inhomógena.....</b>	<b>50</b>
5.1 Generación experimental de campos complejos periódicos y cuasiperiódicos con polarización homogénea .....	50
5.2 Generación experimental de campos complejos periódicos y cuasiperiódicos generados a partir de la superposición de ondas con diferente polarización. ....	55
<b>Capítulo 6 .....</b>	<b>63</b>
<b>Conclusiones .....</b>	<b>63</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>65</b>

# Resumen

---

En este trabajo se generaron campos ópticos vectoriales bidimensionales periódicos de forma numérica y experimental, mediante la superposición de múltiples ondas planas con distinta polarización. Para la obtención experimental de los campos se usaron hologramas sintéticos de fase y una doble transformada de Fourier. Los hologramas fueron desplegados en un LC-SLM (por en sus siglas ingles Liquid Cristal- Spatial Light Modulator, dicho dispositivo fue previamente caracterizado empleando el efecto Talbot. En el arreglo experimental el LC-SLM es iluminado cuasi-normalmente por un haz láser de He-Ne con polarización lineal, colimado por un sistema expensor. El espectro de Fourier de los hologramas de fase desplegados en el LC-SLM se obtiene con una lente transformadora en su plano focal posterior, aquí se emplea un filtro para aislar un número determinado de spots, los cuales corresponden a los términos de fase de un número determinado de ondas planas. Mediante placas retardadoras se cambia la polarización de los spots que se desea. Para generar a los campos ópticos vectoriales periódicos se coloca una segunda lente transformadora, éstos son obtenidos en el plano focal posterior de la lente y son visualizados con una cámara CCD. Los resultados de los campos construidos mostraron periodicidad y buena calidad. Lo cual implica que el método experimental empleado, es un método eficiente para generar este tipo de campos.

# Capítulo 1

---

## Introducción

Con el fin de estudiar a los campos ópticos, estos se dividen en campos ópticos escalares y campos ópticos vectoriales. En los primeros se requiere de una descripción puramente escalar por lo cual es suficiente conocer la amplitud y la fase de los campos. Mientras que en los campos ópticos vectoriales además de conocer la amplitud y la fase, también es necesario conocer el estado de polarización de la luz. La polarización es una de las propiedades más importantes de la luz, su naturaleza vectorial e interacción con la materia hacen que tenga gran relevancia en la ciencia actual debido a sus múltiples aplicaciones en campos como: el almacenamiento de datos, las comunicaciones ópticas, ciencias de los materiales, entre otras [1].

Una forma muy eficiente para generar campos ópticos escalares o vectoriales es a través de holografía sintética, la cual consiste en un proceso de formación de imágenes a partir de la codificación de campos ópticos arbitrarios complejos. Para ello se emplean hologramas sintéticos, los cuales son dispositivos de grabado descritos por una función matemática, la cual contiene información del campo óptico que se desea generar. Para la generación experimental de los campos ópticos, los hologramas deben ser desplegados en un dispositivo que proporcione la modulación adecuada. Los hologramas sintéticos se clasifican en hologramas de amplitud y hologramas de fase. En los primeros se emplea una función únicamente de amplitud que codifica los valores del campo complejo. De manera similar, en los hologramas sintéticos de fase (por sus siglas en inglés SPH) tiene una función de transmitancia únicamente de fase que permite codificar a la función compleja.

Actualmente los sistemas de despliegue más empleados en holografía sintética son los moduladores espaciales de luz basados en tecnología de cristal líquido LC-SLMs, (por sus siglas en inglés Liquid Crystal - Spatial Light Modulators). Los LC-SLM son dispositivos programables capaces de modificar en tiempo real la amplitud o fase de un campo óptico [2].

En esta tesis se presenta el estudio de campos ópticos adifraccionales (NDOFs) con polarización inhomogénea, los cuales se generan a partir de la superposición de múltiples ondas planas. Para la obtención experimental de los (NDOFs) se emplean hologramas sintéticos de fase los cuales son desplegados en un LC-SLM.

### 1.1 Objetivo de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es generar campos ópticos adifraccionales con polarización inhomogénea circular y lineal, empleando holografía sintética.

### 1.2 Estructura de la tesis

La presente tesis se organiza de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se presenta una revisión de los temas de polarización e interferencia de la luz. En el tema de polarización se analiza la naturaleza vectorial de la luz, y se habla de la generación de campos ópticos vectoriales, donde se explica la importancia de emplear un LC-SLM para obtener una buena calidad en la reconstrucción de los campos experimentalmente. En el tema de interferencia se analiza la superposición de campos eléctricos desde una perspectiva vectorial y escalar. Cuando los campos eléctricos que interfieren tienen polarización uniforme, los podemos considerar como campos ópticos escalares.

En el capítulo 3 se habla en particular de la generación de campos ópticos escalares adifraccionales mediante hologramas sintéticos de fase. En primer lugar se habla de los campos ópticos adifraccionales escalares generados por la superposición de ondas planas, posteriormente se explican las bases teóricas de la holografía sintética para generar

campos ópticos y se trata el caso del empleo del kinoform u holograma sintético de fase del propio campo. Por último se explica el método empleado para la reconstrucción de los campos ópticos adifraccionales mediante su kinoform. En la práctica los hologramas sintéticos de fase son generados por computadora en niveles de gris y desplegados en un LC-SLM, es por ello que es necesario caracterizar la curva de fase en función de los niveles de grises de este elemento antes de ser usado.

En el capítulo 4 se presenta la caracterización de la curva de fase vs niveles de grises del LC-SLM empleado en este trabajo, el cual es un elemento crucial para la generación experimental de campos ópticos tanto escalares como vectoriales. Para la caracterización del LC-SLM se empleó el efecto Talbot, por lo cual se desplegaron rejillas binarias de fase sobre el LC-SLM.

En el capítulo 5 se presentan los resultados numéricos y experimentales de campos ópticos adifraccionales generados por la superposición de ondas planas reconstruidos a partir de su kinoform con polarización uniforme (campos escalares). Después se explica la generación experimental de los campos ópticos adifraccionales con polarización inhomogénea (campos ópticos vectoriales) a partir de los campos escalares.

Por último en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo.

# Capítulo 2

---

## Análisis de campos ópticos vectoriales y escalares.

### 2.1 Ecuaciones de maxwell

A finales del siglo XIX se realizaron estudios que pusieron en evidencia la naturaleza electromagnética de la luz. Estos estudios fueron unificados por el trabajo de J. Clerk Maxwell en una serie de artículos publicados en la década de 1860, Maxwell analizó matemáticamente la teoría de campos electromagnéticos y afirmó que la luz era una onda electromagnética. También mostro que la luz se propaga en el espacio en forma de dos ondas mutuamente ortogonales acopladas entre sí; una onda corresponde al campo eléctrico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  y la otra al campo magnético  $\vec{H}(\vec{r}, t)$ , además estas ondas también son ortogonales a la dirección de propagación de la luz. Los campos  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  y  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  dependen de la posición y del tiempo, y en el espacio libre satisfacen las siguientes ecuaciones conocidas como ecuaciones de Maxwell [3],

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.4)$$

donde  $\epsilon_0 = (1/36\pi) \times 10^{-9}$  es la permitividad eléctrica y  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  es la permeabilidad magnética en el vacío, las cuales están dadas en el sistema de unidades MKS,  $\vec{\nabla} \cdot$  y  $\vec{\nabla} \times$  son los operadores divergencia y rotacional, respectivamente. La condición necesaria que deben cumplir  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  y  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  para satisfacer las ecuaciones de Maxwell, es ser solución de la ecuación de onda dada como:

$$\left( \vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.5)$$

donde  $\vec{\nabla}^2$  es el operador laplaciano,  $c_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  corresponde a la velocidad de la luz en el vacío, y la función de onda  $u(\vec{r}, t)$  representa cualquiera de las tres componentes de  $\vec{E}$  dadas como  $(E_x, E_y, E_z)$ , o alguna de las componentes de  $\vec{H}$  expresadas como  $(H_x, H_y, H_z)$ . En el caso del campo eléctrico, si se aplica el rotacional a la ecuación (2.2), usando la identidad  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}$  y se emplean las ecuaciones (2.1) y (2.3), es posible mostrar que cada componente de  $\vec{E}$  cumple la ecuación de onda. De manera análoga se puede mostrar que cada componente de  $\vec{H}$  satisface la ecuación de onda. Cuando la luz es tratada desde el punto de vista vectorial, es necesario utilizar las tres componentes escalares del campo eléctrico que describen su propagación. En cambio, si sólo se emplea una componente de  $\vec{E}$  es posible usar un tratamiento puramente escalar. En los siguientes apartados se va a hacer un análisis de la polarización de la luz, así como la generación de campos ópticos vectoriales. Posteriormente se habla de un fenómeno físico generado por la luz llamado interferencia, el cual es analizado desde el punto de vista vectorial y escalar.

## **2.2 Polarización de la luz**

La polarización de la luz es un fenómeno que es posible describir cuando la amplitud del campo eléctrico es tratada como una cantidad vectorial. La dirección de vibración del campo eléctrico de una onda electromagnética determinará el estado de polarización de ésta. Consideremos una onda electromagnética plana con frecuencia  $\nu$

viajando en la dirección  $z$  con velocidad  $c$ . El campo eléctrico en el plano  $x - y$  está descrito por,

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}' \exp \left( i 2 \pi \nu \left( t - \frac{z}{c} \right) \right) \right\} \quad (2.6)$$

donde la envolvente compleja  $\vec{E}' = E'_x \hat{x} + E'_y \hat{y}$  es un vector con componentes complejas. Para describir la polarización de esta onda, se traza el punto final del vector  $\vec{E}(z, t)$  para cada posición  $z$  como una función del tiempo.

Sustituyendo  $E'_x = E_{0x} \exp(i\varphi_x)$  y  $E'_y = E_{0y} \exp(i\varphi_y)$  en la ecuación (2.6) obtenemos,

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t) \hat{x} + E_y(z, t) \hat{y} \quad (2.7)$$

donde

$$E_x = E_{0x} \cos \left[ 2 \pi \nu \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_x \right] \quad (2.8)$$

$$E_y = E_{0y} \cos \left[ 2 \pi \nu \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_y \right] \quad (2.9)$$

A partir de las ecuaciones (2.8) y (2.9) se puede obtener la siguiente relación [3],

$$\left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 - 2 \cos \varphi \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right) = \sin^2 \varphi \quad (2.10)$$

donde  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$  es la diferencia de fase entre las componentes del campo eléctrico. En la ecuación (2.10), si fijamos un valor para  $z$ , la punta del vector de campo eléctrico rota periódicamente en el plano  $x - y$ , trazando una elipse conocida como elipse de polarización, Figura 2.1a). En un punto fijo en el tiempo, la punta del vector eléctrico sigue una trayectoria helicoidal en el espacio sobre la superficie de un cilindro elíptico Figura 2.1b).

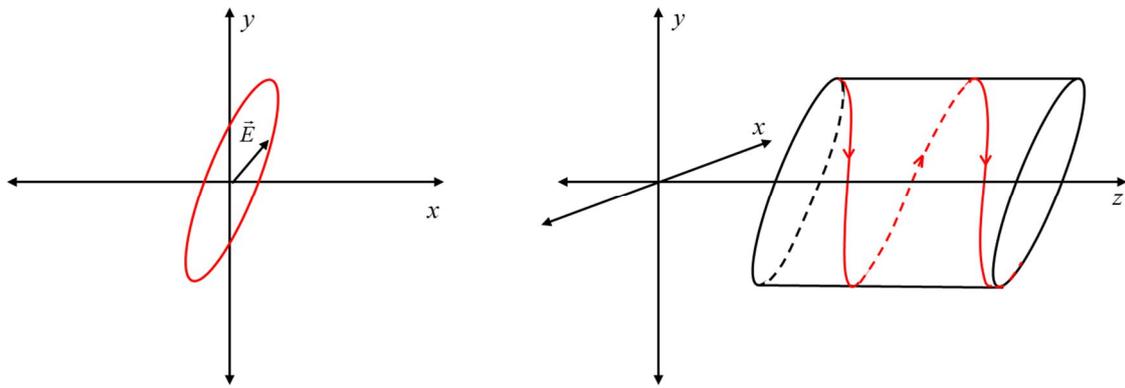


Figura 2.1. a) En un punto fijo del eje  $z$  la punta del vector de campo eléctrico rota en el plano  $x - y$  trazando una elipse. b) Trayectoria de la punta del vector de campo eléctrico en un punto fijo en el tiempo.

El estado de polarización de una onda electromagnética está determinado por la forma de la elipse, la cual depende de dos parámetros:  $E_{0x} / E_{0y}$  y la diferencia de fase  $\varphi$ . De la ecuación (2.10) podemos encontrar dos casos particulares de polarización: lineal y circular.

- **Polarización lineal:** Para obtener polarización lineal la diferencia de fase  $\varphi$  debe ser  $0$  o  $\pi$ , entonces  $E_y = \pm (E_{0x} / E_{0y}) E_x$ . Si  $E_{0x} = E_{0y}$  el plano de polarización hace un ángulo de 45 grados con el eje  $x$ .
- **Polarización circular:** Si  $\varphi = \pm\pi/2$  y  $E_{0x} = E_{0y}$  se dice que la onda tiene polarización circular. En un punto fijo del eje  $z$ , si  $\varphi = \pi/2$ , el vector de campo eléctrico resultante gira en sentido de las manecillas del reloj, entonces se dice que la luz tiene polarización circular derecha. Si  $\varphi = -\pi/2$ , el vector de campo eléctrico resultante gira en sentido contrario a las manecillas del reloj, entonces se dice que la luz tiene polarización circular izquierda.

### 2.2.2 Vectores de Jones

Una onda plana monocromática que viaja en la dirección  $z$  está completamente caracterizada por sus envolventes complejas  $E_x = E_{0x} \exp(i\varphi_x)$  y  $E_y = E_{0y} \exp(i\varphi_y)$  que

corresponden a las componentes  $x$  y  $y$  del campo eléctrico. Estas cantidades complejas pueden escribirse a través del vector,

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

conocido como el vector de Jones. Los vectores de Jones para algunos estados de polarización se muestran en la Tabla 2.1. La intensidad en cada caso ha sido normalizada tal que  $|J_x|^2 + |J_y|^2 = 1$  y la fase de la componente  $\varphi_x = 0$ . Dado el vector de Jones, es posible determinar la intensidad total de la onda,  $I = (|J_x|^2 + |J_y|^2) / 2\eta$  donde  $\eta$  es la impedancia del medio y la diferencia de fase  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \arg\{J_x\} - \arg\{J_y\}$ .

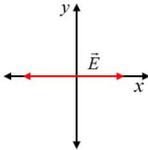
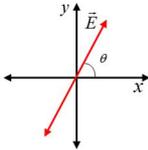
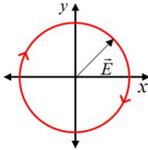
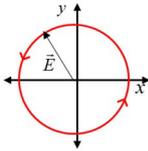
Estado de polarización	Vector $J$	Grafica
Lineal en dirección $x$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Lineal, haciendo un ángulo theta con el eje $x$	$\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$	
Circular derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	
Circular izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	

Tabla 2.1. Representación de los vectores de Jones para algunos casos [3].

### 2.2.3 Matrices de Jones

En el formalismo de Jones, un dispositivo óptico que puede modificar el estado de polarización de un haz de luz se representa a través de una matriz  $2 \times 2$ , denominada matriz

de Jones. Estos dispositivos son capaces de cambiar el estado de polarización del campo incidente modificando su amplitud y/o su fase, es decir, alterando las componentes de su vector de Jones. Supongamos que un campo eléctrico  $E_i$  incide sobre un dispositivo óptico, cuya matriz de representación es  $A$ , a la salida del dispositivo el campo eléctrico transmitido  $E_t$  está dado por,

$$E_t = AE_i \quad (2.12)$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.2.4 Representación matricial de Jones de una placa retardadora

Una placa retardadora es un dispositivo óptico que modifica la polarización de la luz incidente, introduciendo un retardo de fase entre las componentes del campo eléctrico. Ésta tiene dos direcciones características llamadas eje rápido y eje lento. El eje rápido adelanta la fase en una componente del campo eléctrico, y el eje lento retrasa la fase en otra componente del campo eléctrico. Supongamos una placa retardadora con eje rápido en dirección  $x$  y eje lento en dirección  $y$ , (Figura 2.2). Entonces las componentes emergentes de la placa retardadora son,

$$E_t = \begin{pmatrix} E_x e^{i\phi/2} \\ E_y e^{-i\phi/2} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

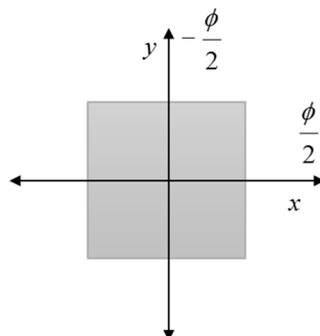


Figura 2.2. Placa retardadora con eje rápido en  $x$  y eje lento en  $y$ .

La matriz que representa el efecto de una placa retardadora con eje rápido en la dirección  $x$  y eje lento en la dirección  $y$  es:

$$A = \begin{pmatrix} e^{i\phi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi/2} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Si la placa retardadora hace un ángulo con el eje  $x$ , la matriz que representa a la placa rotada se obtiene mediante la siguiente relación,

$$A' = \mathbb{R}(-\theta)A\mathbb{R}(\theta) \quad (2.16)$$

donde la matriz de rotación es,

$$\mathbb{R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

### Placa retardadora $\lambda/2$

Una placa  $\lambda/2$  o de media onda introduce un retardo de fase de  $\pi$  entre las componentes del campo eléctrico incidente [4]. La matriz de Jones de esta placa, rotada un ángulo  $\theta$ , está dada por,

$$P\left(\frac{\lambda}{2}, \theta\right) = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

La ecuación (2.19) muestra que, cuando un haz de luz con polarización lineal horizontal, incide sobre una placa  $\lambda/2$  rotada  $45^\circ$  respecto al eje  $x$ , se obtiene luz linealmente polarizada en el eje vertical a la salida de la placa.

$$E_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

### Placa retardadora $\lambda/4$ :

Una placa retardadora  $\lambda/4$  o de un cuarto de onda introduce un retardo de fase de  $\pi/2$  entre las componentes del campo eléctrico incidente [4]. La matriz de Jones de una placa  $\lambda/4$  rotada un ángulo  $\theta$  es,

$$P\left(\frac{\lambda}{4}, \theta\right) = \begin{pmatrix} 1 + i \cos(2\theta) & i \sin(2\theta) \\ i \sin(2\theta) & 1 - i \cos(2\theta) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

La ecuación (2.21) muestra que, cuando un haz de luz con polarización lineal horizontal incide sobre una placa  $\lambda/4$  inclinada  $45^\circ$  respecto de la horizontal, se obtiene luz circularmente polarizada a la salida de la placa.

$$E_t = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

### 2.2.5. Campos ópticos vectoriales

Un campo óptico vectorial denotado por VB (por sus siglas en inglés Vector Beam) se caracteriza por su distribución de polarización, la cual puede ser homogénea o inhomogénea. En la distribución homogénea el estado de polarización no depende de la localización espacial en la sección transversal del haz y esta distribución corresponde a estados de polarización lineal, circular y elíptica. En cambio la distribución inhomogénea si depende de la localización espacial en la sección transversal del haz haciendo que la polarización sea espacialmente variable.

Desde 1972, diversos métodos de generación de haces vectoriales con estado de polarización inhomogénea han sido propuestos los cuales pueden ser clasificados de manera general en dos categorías: métodos activos y métodos pasivos [1]. En los métodos activos la cavidad láser es manipulada tal que la salida sea un haz vectorial inhomogéneo [5], [6] y [7]. En los métodos pasivos un haz laser gaussiano convencional (con distribución de polarización homogénea) es transformado en un VB (Vector Beam) con distribución inhomogénea usando interferometria, elementos difractivos ópticos o técnicas de litografía [8], [9] y [10]. Sin embargo la inestabilidad, la complejidad, la baja eficiencia, la baja SNR y/o el alto costo de esos métodos son grandes desventajas. Con el fin de evitar tales desventajas surgen los moduladores de cristal líquido (LC-SLMs) como una opción interesante y atractiva.

De manera general se ha mostrado qué un VB puede ser contruido mediante la combinación lineal de dos campos escalares arbitrarios complejos o haces modo escalares  $E_1(x, y, z)$ , y  $E_2(x, y, z)$  con estados de polarización mutuamente ortogonal. Considerando campos vectoriales que varían transversalmente, es decir, en el plano  $x-y$  ( $z=0$ ), un VB es expresado matemáticamente empleando el formalismo matricial de Jones como [11]:

$$\vec{E}(x, y) = E_1(x, y) \begin{pmatrix} e^{i\delta_{1x}} \\ e^{i\delta_{1y}} \end{pmatrix} + E_2(x, y) \begin{pmatrix} e^{i\delta_{2x}} \\ e^{i\delta_{2y}} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

donde  $\delta_{1x}$ ,  $\delta_{1y}$ ,  $\delta_{2x}$  y  $\delta_{2y}$  son constantes de fase de las componentes de polarización  $x$  y  $y$ . Estas constantes de fase definen la base de polarización usada.

En este trabajo mostramos otro tipo de haces vectoriales, los cuales están basados en la suma de más de dos modos escalares con polarizaciones diferentes. De manera particular se van a generar campos ópticos vectoriales a partir de campos escalares, los cuales corresponden a ondas planas. En la siguiente ecuación se presenta un ejemplo de la construcción de un campo óptico vectorial mediante la suma de cuatro ondas planas, cada una con distinta polarización.

$$\vec{E}(x, y) = a_1 e^{-i\phi_1} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + a_2 e^{-i\phi_2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + a_3 e^{-i\phi_3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_4 e^{-i\phi_4} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

En la ecuación (2.23),  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  y  $a_4$  representan las amplitudes de cada onda, y  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$  y  $\phi_4$  sus respectivas fases. De esta forma cambiando el número de ondas planas y la base de polarización podemos construir diferentes VBs de este tipo.

### **2.2.5.1 Generación de haces vectoriales mediante moduladores de cristal líquido**

Los pioneros en emplear moduladores de cristal líquido para la construcción de VB fueron Neil et. al. [12], ellos demostraron una forma elegante de generar una variedad de VB inhomogéneos con alta calidad usando un LC-SLM ferroeléctrico el cual es mostrado

en la Figura 2.2, el haz laser de entrada es dividido en dos haces ortogonalmente polarizados y se propagan en direcciones ligeramente diferentes. Los haces inciden sobre el CGH (por sus siglas en inglés Computer Generated Hologram) desplegado en el LC-SLM, transformando a los haces de entrada en los haces modo escalares deseados. Para generar VBs de alta calidad, el LC-SLM debe difractar a los dos haces de entrada ortogonalmente polarizados con igual eficiencia, lo cual es posible al usar el LC-SLM ferroeléctrico. Un inconveniente de este sistema es que el LC-SLM ferroeléctrico despliega únicamente estructuras difractivas binarias, lo cual resulta en eficiencia de difracción muy baja. Además de que el alto costo de este tipo de moduladores hace su aplicación poco práctica.

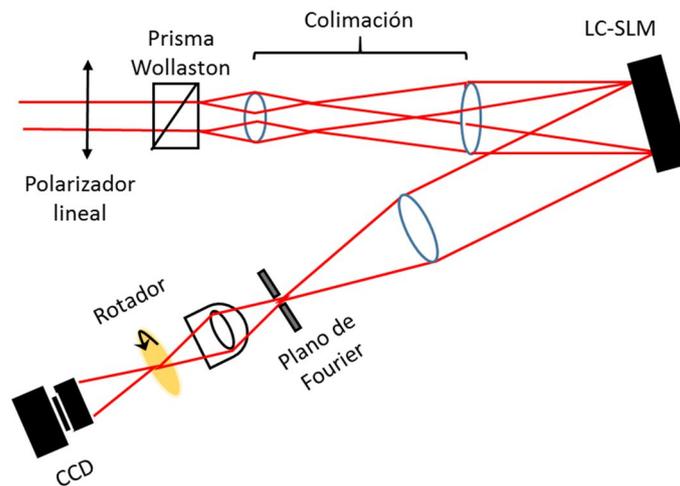


Figura 2.3. Diagrama para la generación de VBs mediante el uso de LC-SLM ferroeléctrico.

En 2007, Wang et. al [13], propusieron un interesante método para generar VBs arbitrarios usando un LC-SLM de amplitud. El LC-SLM de amplitud consiste en una estructura pixelada de cristal líquido tipo nemático colocada entre dos polarizadores con ejes de transmisión ortogonales entre si y que permanecen constantes. El polarizador a la salida se le denomina analizador. La disposición de las moléculas del cristal líquido rota el estado de polarización de la luz incidente. Esta disposición cambia al aplicar un voltaje por lo que la rotación de la polarización también se modifica. Por tanto, la luz transmitida por el analizador depende del voltaje aplicado produciendo modulación en amplitud. El

método de generación de VBs de Wang consiste en un LC-SLM de amplitud en combinación con un arreglo interferométrico de camino común. La alta estabilidad del método su fácil implementación hacen que este método sea conveniente en la generación de VB arbitrarios, sin embargo el uso de LC-SLM de amplitud hace que el VB generado tenga baja eficiencia [13].

Una alternativa en cuanto a eficiencia es el uso de LC-SLM de fase. Estos moduladores son estructuras pixeladas que permiten el despliegue de CGHs de fase, los cuales ofrecen relativamente alta eficiencia (mayor del 70%). Maurer et. al. [14], demostraron que un LC-SLM de fase permite la superposición controlada de haces modo escalares de diferentes órdenes con alta estabilidad. El arreglo experimental es mostrado en la Figura 2.4, un haz láser de entrada es dividido mediante un prisma Wollaston en dos haces con estados de polarización ortogonales. Los haces son de igual intensidad y son expandidos para luego incidir en hologramas sintéticos de fase (rejillas blaze con  $\eta = 30\%$  en el primer orden) adyacentes. El estado de polarización es el mismo al incidir en el modulador debido a la presencia de la placa  $\lambda/2$  (HP) colocada en uno de los dos haces y es esta misma placa la que hace que el estado de polarización de los haces ya modulados sean nuevamente ortogonales entre sí. Los haces ortogonales modulados son superpuestos nuevamente en el Wollaston generando el estado de polarización deseado. A pesar de que los VBs generados mediante este método poseen alta Razón Señal a Ruido denotada por SNR (por sus siglas en inglés) su eficiencia es baja debido a la manera en que los VBs son construidos e implementados. Lo cual hace que este método sea poco práctico para ciertas aplicaciones.



De acuerdo al principio de superposición, el campo eléctrico resultante  $\vec{E}$  en un punto P en el espacio, procedente de los campos separados  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$  de n fuentes contributivas, está dado por:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad (2.24)$$

Los campos eléctricos varían en el tiempo a una gran velocidad (del orden de  $10^{14}$  Hz), lo cual hace imposible detectar experimentalmente su señal [4]. Es por ello que el estudio de la interferencia de la luz se hace recurriendo a la intensidad  $I$  del campo resultante, también conocida como irradiancia, la cual se calcula de la siguiente forma, donde se omite la constante multiplicativa  $1/2c\epsilon_0$  [15].

$$I = \vec{E} \cdot \vec{E}^* \quad (2.25)$$

Considerando la superposición de dos campos en (2.25), la *irradiancia* de los campos se escribe como:

$$I = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^* \quad (2.26)$$

Expresando los campos como

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} e^{i\varphi_1} \quad (2.27)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{i\varphi_2} \quad (2.28)$$

donde  $|\vec{E}_{01}|$  y  $|\vec{E}_{02}|$  representan la amplitud de cada campo,  $\varphi_1 = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_1$   $\varphi_2 = \vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_2$  son las fases correspondientes a cada onda., aquí  $\omega$  es la frecuencia temporal,  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  son los corrimientos de fase iniciales, y  $|\vec{k}_0| = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2|$  es la magnitud del vector de onda cuya expresión es,

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (2.29)$$

donde  $\lambda_0$ . indica la longitud de onda del campo. Ahora sustituyendo las ecuaciones (2.27) y (2.28) en la ecuación (2.26) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 I &= \left( \vec{E}_{01} e^{i\varphi_1} + \vec{E}_{02} e^{i\varphi_2} \right) \left( \vec{E}_{01}^* e^{-i\varphi_1} + \vec{E}_{02}^* e^{-i\varphi_2} \right) \\
 I &= \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + \vec{E}_{02} \cdot \vec{E}_{01}^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \\
 I &= \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \right\} \\
 I &= \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-i((\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_1) - (\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_2))} \right\} \\
 I &= \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-i((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \varepsilon)} \right\} \\
 I &= \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + 2 \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}^* e^{-i\Delta\varphi} \right\} \tag{2.30}
 \end{aligned}$$

donde  $\Delta\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \varepsilon$  se conoce como la diferencia de fase, aquí  $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ .

La ecuación (2.30) se conoce como la ecuación de interferencia, muestra que la intensidad de la suma de dos ondas no es únicamente la suma de sus intensidades, sino que también existe un término adicional que corresponde al término de interferencia. Una condición necesaria para que exista interferencia entre dos o más ondas electromagnéticas es que las fuentes de emisión de luz sean coherentes, un ejemplo de fuentes coherentes son los láseres, los cuales son fuentes de luz cuasi-monocromáticas. Si las ondas no son coherentes  $\Delta\varphi$  cambia aleatoriamente y muy rápidamente, por lo que el promedio de  $\cos(\Delta\varphi)$  tiende a cero, entonces la intensidad de la onda resultante es,

$$I = \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 \tag{2.31}$$

Otra situación en la que se obtiene la ecuación (2.31) es cuando  $\vec{E}_{01}$  y  $\vec{E}_{02}$  son ortogonales, entonces el producto punto de las ondas se hace cero y el término de interferencia se anula, entonces la superposición de estas ondas generará un nuevo estado de polarización, pero la distribución de energía queda inalterada.

### 2.3.1 Campos escalares

Cuando los campos ópticos tienen polarización uniforme estos campos se consideran como **campos escalares**, entonces se puede emplear un tratamiento puramente escalar para analizar los estos campos.

### 2.3.1.1 Interferencia de campos eléctricos paralelos

En la Figura 2.6, se muestra la interferencia de dos ondas planas en un punto del espacio, las cuales se propagan en la dirección  $\vec{k}_1$  y  $\vec{k}_2$  respectivamente, cuyos campos eléctricos son  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01}e^{i\phi_1}$  y  $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02}e^{i\phi_2}$ , los cuales oscilan en dirección perpendicular al plano de propagación x-y de las ondas planas.

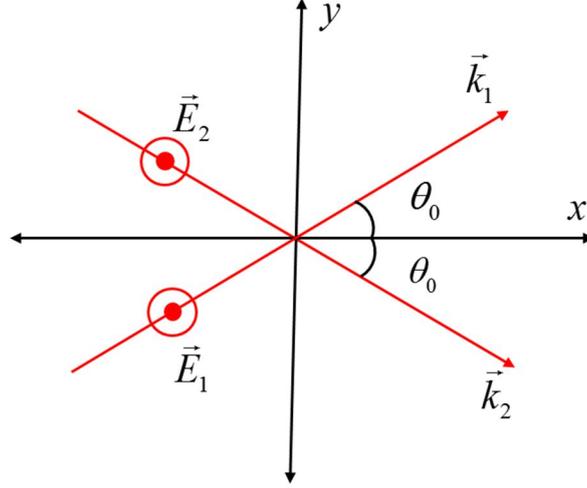


Figura 2.6. Interferencia de dos ondas planas, cuyos campos eléctricos son paralelos.

Si consideramos en la ecuación (2.30) al vector posición  $\vec{r} = (x, y, z)$ , con  $\vec{k}_1 = k_0(\cos \theta_0, \sin \theta_0, 0)$ ,  $\vec{k}_2 = k_0(\cos \theta_0, -\sin \theta_0, 0)$ ,  $\vec{E}_{01} = (0, 0, E_{01})$   $\vec{E}_{02} = (0, 0, E_{02})$ , se obtiene

$$I = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(2k_0 \sin(\theta_0)y) \quad (2.32)$$

La ecuación (2.32) describe un patrón de interferencia (Figura 2.7), que varía cosenoidalmente con  $y$ , con un período  $\Lambda$ , éste se obtiene al dividir  $2\pi$  entre la frecuencia  $2k \sin(\theta_0)$ , lo cual da como resultado,

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2\sin(\theta_0)} \quad (2.33)$$

En la ecuación (2.33) se observa que el periodo de las franjas depende del ángulo de interferencia entre los vectores de onda.

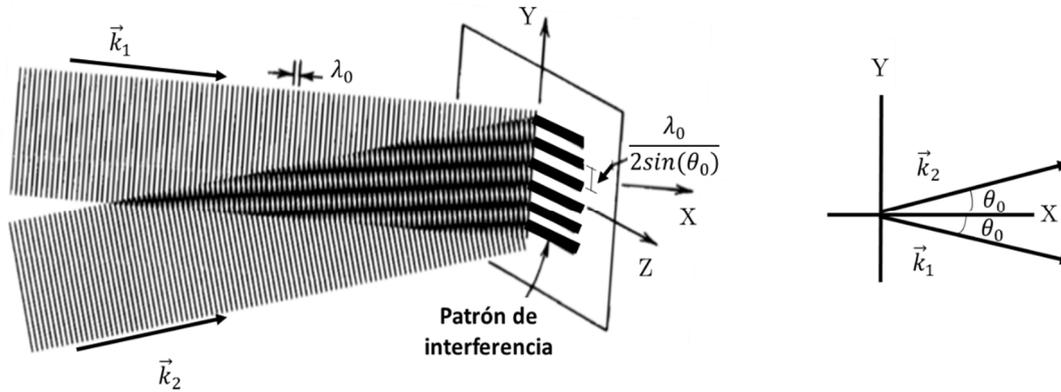


Figura 2.7 Interferencia de dos ondas planas, con un periodo en su patrón de interferencia

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2\sin(\theta_0)}.$$

Reescribiendo la ecuación (2.32) como

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2k_0(\sin \theta_0)y) \quad (2.34)$$

donde  $I_1 = E_{01}^2$ ,  $I_2 = E_{02}^2$  y  $\Delta\varphi = \cos(2k_0 \sin(\theta_0)y)$

En la ecuación (2.34) cuando la irradiancia resultante es máxima se dice que existe interferencia constructiva total, y en el caso contrario cuando la irradiancia es mínima se dice que hay interferencia destructiva total, lo cual depende de delta. La interferencia constructiva total se produce cuando  $\cos(\Delta\varphi) = 1$ , es decir,  $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ , entonces  $\Delta\varphi$  toma los siguientes valores:

$$\Delta\varphi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi... \quad (2.35)$$

La interferencia destructiva total se da cuando  $\cos(\Delta\varphi) = -1$ , es decir,  $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ , lo cual implica que  $\Delta\varphi$  toma los valores:

$$\Delta\varphi = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi... \quad (2.36)$$

Un caso importante en la ecuación (2.34) se da cuando las amplitudes de ambas ondas que alcanzan un punto P son iguales, es decir,  $I_0 = I_1 = I_2 = E_0^2$  entonces esta ecuación puede reescribirse como

$$I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi)) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \quad (2.37)$$

De la ecuación (2.37) se deduce que  $I_{\min} = 0$  e  $I_{\max} = 4I_0$ . En un punto en el que ambas ondas están en fase la amplitud de la suma será  $2E_0$  y la intensidad  $4I_0$ . En cambio, en un punto en que las ondas se encuentren en oposición de fase se tiene amplitud e intensidad cero.

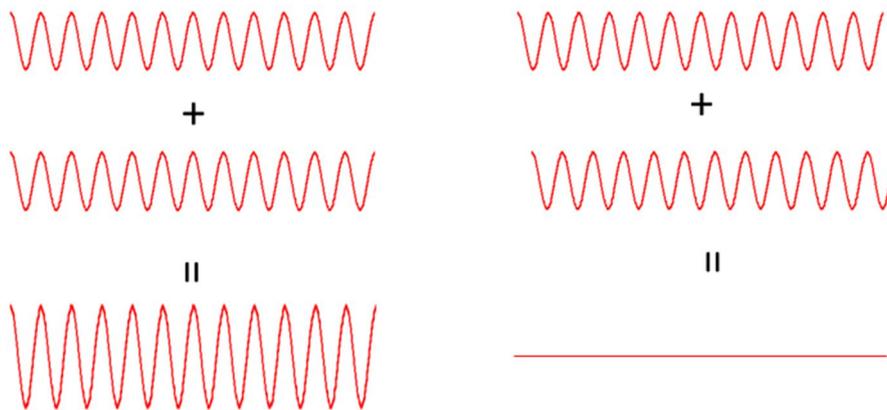


Figura 2.8. (a) La suma de dos ondas en fase con la misma amplitud es igual a una onda con el doble de la amplitud original. (b) La suma de dos ondas en oposición de fase con la misma amplitud es igual a cero.

### 2.3.2 Métodos para producir interferencia

Existen dos métodos para producir interferencia: por división de frente de onda y por división de amplitud. En el primer caso se usan partes del frente de onda primario bien sea directamente como fuentes para emitir ondas secundarias o conjuntamente con sistemas ópticos para producir fuentes virtuales de ondas secundarias. Estas ondas secundarias se juntan para dar lugar a interferencia [4]. En el caso de división de amplitud, la onda primaria se secciona en dos segmentos que viajan por caminos diferentes antes de recombinarse e interferir. Dentro de los interferómetros por división de frente de onda

## **Capítulo 2. Análisis de campos ópticos vectoriales y escalares.**

---

se encuentra el interferómetro de Young, y dentro de los interferómetros por división de amplitud se encuentra el interferómetro de Michelson.

En el siguiente capítulo se va a hablar de la generación de campos ópticos adifraccionales producidos por la interferencia de múltiples ondas planas, para ello se podría emplear un arreglo interferométrico usando espejos y divisores de haz. Pero el uso de este tipo de arreglo implica un sistema inestable y pérdida de energía, entonces en su lugar se emplea la técnica de holografía sintética, la cual es una técnica eficiente en la reconstrucción de campos ópticos.

# Capítulo 3

---

## Generación de campos ópticos periódicos y cuasiperiódicos mediante holografía sintética.

Una manera eficiente de generar campos ópticos adifraccionales vectoriales o escalares es a través de holografía sintética. En la primera sección se explica que son los campos ópticos adifraccionales obtenidos a partir de la superposición de ondas planas. Luego se presentan las bases teóricas que fundamentan a la holografía sintética y se habla de la generación de campos ópticos a partir de su holograma sintético de fase también denominado kinoform. Al final se explica cómo se obtienen en particular los campos ópticos adifraccionales, a partir de su kinoform.

### 3.1. Campos ópticos adifraccionales (NDOFs)

Los campos ópticos adifraccionales (NDOFs, Non-diffractive optical fields) son aquellos que conservan su perfil transversal a la largo de su propagación. Una gran variedad de NDOFs pueden ser obtenidos mediante la superposición de ondas planas cuyos vectores de propagación tienen una componente común respecto al eje de propagación. En particular, si las proyecciones transversales de los vectores de propagación de las ondas tienen ángulos azimutales uniformemente distribuidos se obtienen un NDOF periódico o cuasiperiódico.

Los NDOFs son ampliamente utilizados para generar cristales y cuasi-cristales fotónicos en diferentes medios ópticos [16] y [17], en estas aplicaciones, la generación eficiente de los NDOFs resulta un factor crucial.

Un NDOF puede ser expresado como la superposición de ondas planas de igual amplitud, cuyos vectores de propagación tienen proyección común  $k_z$  respecto al eje  $z$ . El módulo de la componente transversal de los vectores de propagación  $k_t$  es una constante dada por la identidad

$$k_t^2 = k^2 - k_z^2 \quad (3.1)$$

donde  $k = 2\pi / \lambda$ , corresponde al número de onda. Para el caso particular de los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos, los vectores de propagación de las ondas que interfieren tienen una proyección común sobre el eje  $z$ , y las proyecciones transversales de esos vectores tiene ángulos azimutales uniformemente distribuidos en el plano  $x-y$ . Los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos formados por la superposición de  $Q$  ondas planas en el plano  $z = 0$ , son expresados en coordenadas polares  $(r, \theta)$ , como:

$$s(r, \theta) = C \sum_{n=0}^{Q-1} \exp(i\theta_n) \exp[i2\pi\rho_0 r \cos(\theta - n\Delta\theta)] \quad (3.2)$$

donde  $\theta_n = n p \Delta\theta$  es el corrimiento de fase de la  $n$ -ésima onda plana con  $\Delta\theta = 2\pi / Q$ ,  $p$  es un número entero,  $2\pi\rho_0$  es el módulo de las componentes transversales de los vectores de propagación y  $C$  es una constante de normalización que hace que el máximo de  $|s(r, \theta)|$  sea igual a 1. En particular si  $p = 0$ , entonces  $C = 1 / Q$ .

En la Figura 3.1, se muestran las amplitudes y las fases de casos específicos de NDOFs con parámetros  $(Q = 5, p = 1)$ ,  $(Q = 7, p = 2)$  y  $(Q = 8, p = 0)$ , los cuales fueron construidos en MATLAB.

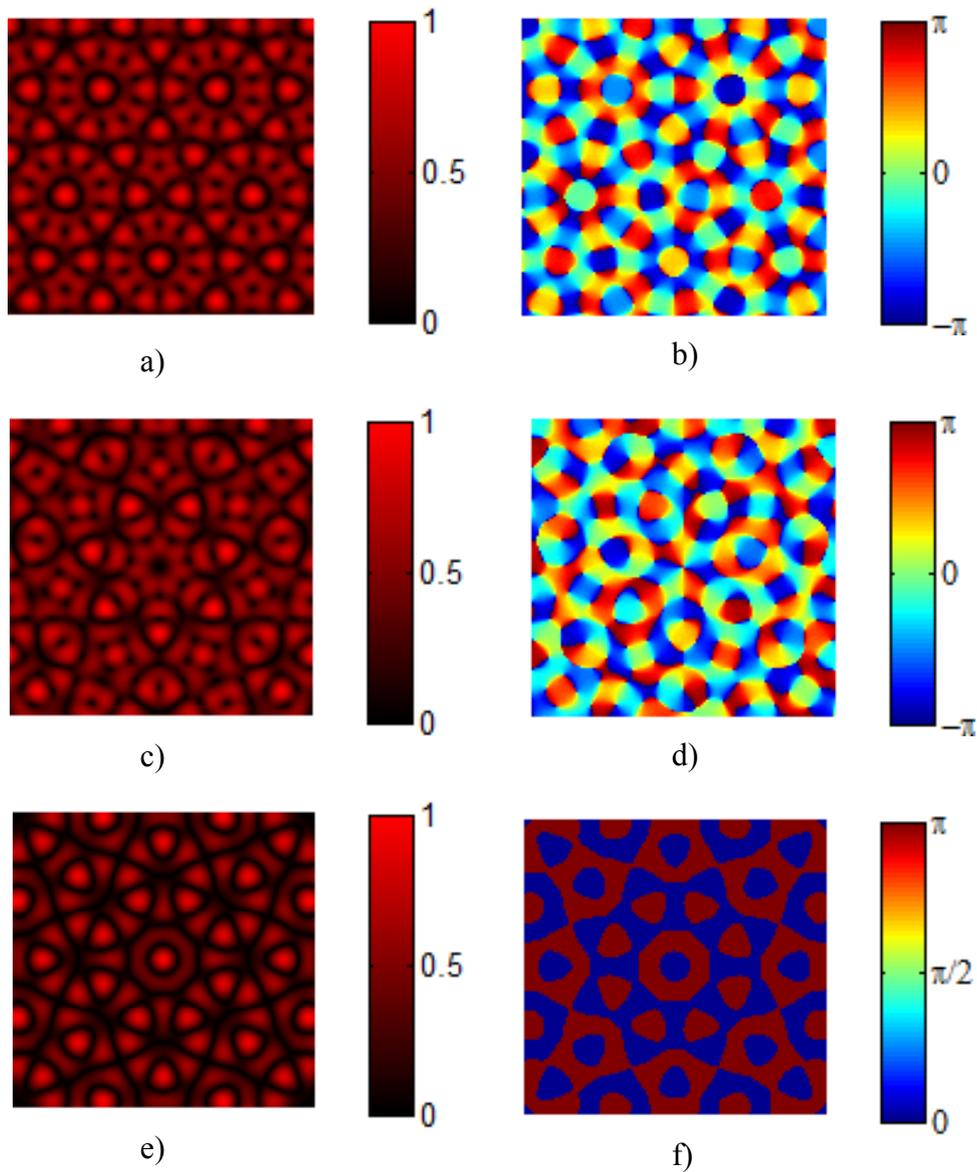


Figura 3.1. En a) y b) se muestran la amplitud y la fase de un NDOF con parámetros ( $Q=5, p=1$ ). Para el caso de un NDOF con ( $Q=7, p=2$ ) la amplitud y la fase del campo ilustra en c) y d). Por último en e) y f) se observan la amplitud y fase de un NDOF con ( $Q=8, p=0$ ).

En esta tesis se usaron hologramas sintéticos para generar NDOFs., pero antes de explicar el método empleado, en la siguiente sección se habla de las bases matemáticas que emplea la holografía sintética.

## 3.2. Holografía sintética

La holografía sintética es un área que permite la reconstrucción de imágenes mediante la codificación de campos ópticos descritos por una entidad matemática. A diferencia de la holografía óptica convencional, en la cual se requiere de un proceso interferométrico entre una onda de referencia y una onda objeto con la información del campo a codificar, en la holografía sintética se logra ahorrar este proceso mediante la codificación matemática del campo deseado para después ser desplegado en un SLM (Modulador Espacial de Luz), el cual es iluminado con una onda de referencia para generar el campo deseado [18].

La calidad y la eficiencia de la construcción de campos ópticos utilizando un SLM depende en gran medida del método de codificación que se esté empleando en la generación de hologramas sintéticos. La ventaja de trabajar con el SLM es que permite cambiar fácilmente los hologramas implementados sin alterar el arreglo experimental, lo cual se hace simplemente cambiando los parámetros del campo óptico desde el código utilizado para la generación del holograma.

Los hologramas sintéticos de acuerdo a la forma de codificación se clasifican en: hologramas orientados a celdas y hologramas orientados a puntos. Los primeros son hologramas en el que un sólo valor complejo de la transmitancia es codificado mediante una celda subdividida en elementos adicionales individualmente direccionables (píxeles), cada uno de los cuales es manipulado para obtener la modulación deseada. Cuando estas celdas son restringidas a un solo píxel; es decir, no hay subestructuras, se dice que el holograma resultante es un holograma orientado a puntos. En [19] se reportó que los hologramas orientados a puntos tienen mayores ventajas que los hologramas orientados a celdas, por ejemplo, mayor producto espacio-ancho de banda, mayor eficiencia de difracción y mayor SNR (Razón Señal a Ruido).

Por otra parte, cuando el criterio de clasificación es el tipo de modulación del holograma, es posible distinguir dos tipos de hologramas: hologramas de amplitud y hologramas de fase. Los primeros son los que mediante una función únicamente de

amplitud codifica los valores de una función o campo complejo. De manera similar, un holograma sintético de fase (SPH) tiene función de transmitancia únicamente de fase que permite codificar a la función compleja. Los hologramas de amplitud absorben parte de la luz incidente, mientras que los de fase transmiten toda la luz incidente sin presentar absorción. En esta tesis se trabajó con hologramas sintéticos de fase orientados a puntos.

### 3.2.1 Generación y síntesis de campos ópticos escalares usando SPHs que son función de la amplitud y la fase del campo a codificar

El propósito de un SPH (Holograma Sintético de Fase) es generar un campo óptico complejo arbitrario. Este campo complejo puede ser expresado como:

$$s(x, y) = a(x, y) \exp(i\phi(x, y)) \quad (3.3)$$

donde la fase  $\phi(x, y)$  se encuentra en el dominio  $[-\pi, \pi]$  y la amplitud  $a(x, y)$  es una función que toma valores en el intervalo  $[0, 1]$ . Los valores posibles de la función  $s(x, y)$  pertenecen al círculo de radio unitario centrado en el origen del plano complejo. El objetivo es codificar el campo complejo  $s(x, y)$  en un SPH. En este caso, la función de transmitancia del SPH toma valores pertenecientes al círculo unitario; es decir, el módulo de la función de transmitancia es unitario. La función de transmitancia de un SPH es expresada como una función explícitamente dependiente de la amplitud y de la fase del campo complejo a codificar y está dada por,

$$h(x, y) = \exp\{i\psi[a(x, y), \phi(x, y)]\} \quad (3.4)$$

donde  $\psi[a(x, y), \phi(x, y)]$  es la función de modulación de fase del SPH perteneciente a un conjunto de funciones capaces de codificar al campo complejo  $s(x, y)$  en un SPH.

En general, el campo complejo deseado o término señal  $s(x, y)$  está relacionado con la función de transmitancia del SPH [ecuación (3.4)], mediante la identidad

$$h(x, y) = \beta s(x, y) + \varepsilon(x, y) \quad (3.5)$$

donde  $\beta$  es una constante real positiva, referida como factor de ganancia de amplitud del SPH, y  $\varepsilon(x, y)$  es el error de modulación. Aunque puede haber un número infinito de funciones de modulación de fase  $\psi[a(x, y), \phi(x, y)]$  que satisfagan la ecuación (3.5), la función de error puede tener diferentes estructuras de modo que resulte imposible separarla del término que contiene al campo complejo codificado o término señal  $s(x, y)$ . Este hecho hace que sea necesario imponer ciertas restricciones al holograma de fase relacionadas con la capacidad de aislamiento del término señal. Sean  $\Omega_\varepsilon$  y  $\Omega_s$  los dominios de las transformadas de Fourier de  $s(x, y)$  y  $\varepsilon(x, y)$ , dadas por  $S(u, v)$  y  $E(u, v)$ , es posible recuperar  $s(x, y)$  mediante un filtraje espacial del espectro de Fourier de  $h(x, y)$  [ecuación (3.4)], si  $\Omega_\varepsilon$  y  $\Omega_s$  son disjuntos. Esta condición es llamada condición de filtraje espacial y se ilustra en la Figura 3.2.

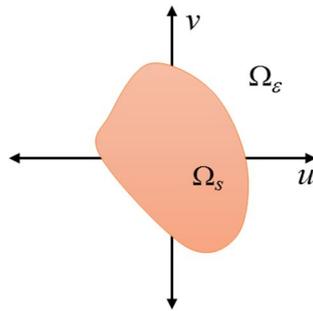


Figura 3.2. La condición de filtraje espacial requiere que los dominios  $\Omega_s$  y  $\Omega_\varepsilon$  no se traslapen.

En general, los diferentes códigos holográficos no cumplen de manera estricta la condición de filtraje espacial. La calidad de reconstrucción del campo complejo codificado a partir del SPH nos dice qué tan cerca estamos del cumplimiento de esta condición. Dicha calidad de reconstrucción es medida de manera cuantitativa mediante la Razón Señal a Ruido, definida como [20]:

$$SNR = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y) - \gamma s_i(x, y)|^2 dx dy} \quad (3.6)$$

### Capítulo 3. Generación de campos ópticos periódicos y cuasiperiódicos mediante hologra...

---

donde  $s(x, y)$  es el campo complejo ideal codificado,  $s_t(x, y)$  es el campo reconstruido a partir del holograma mediante filtraje espacial,  $D_s$  es el soporte donde está contenida  $s(x, y)$ , y  $\gamma$  es una constante dada por,

$$\gamma = \frac{\iint_{D_s} \text{Re}\{s(x, y)s_t^*(x, y)\} dx dy}{\iint_{D_s} |s_t(x, y)|^2 dx dy} \quad (3.7)$$

Para analizar la eficiencia del SPH, se asume que la condición de filtraje es satisfecha, entonces, la energía del SPH [ecuación (3.5)] se compone de dos términos; la energía de la señal  $E_s$  amplificada por el factor de ganancia de amplitud al cuadrado  $\beta^2$  y la energía del término de error  $E_\varepsilon$ , esto es,

$$E_h = \beta^2 E_s + E_\varepsilon \quad (3.8)$$

El factor de ganancia de amplitud  $\beta$  es una constante relacionada con la condición de codificación de los SPHs. Por otro lado, la eficiencia del SPH indica qué parte de la energía de la transmitancia es utilizada por el término señal  $s(x, y)$  y es definida por,

$$\eta_h = \beta^2 \frac{E_s}{E_h} \quad (3.9)$$

donde  $E_s$  y  $E_h$  son las energías del campo complejo a codificar y del holograma respectivamente definidas como:

$$E_s = \iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy, \quad (3.10)$$

$$E_h = \iint_{D_s} dx dy \quad (3.11)$$

El desempeño de cualquier SPH es evaluado mediante la SNR y la eficiencia de difracción. Este desempeño depende directamente de la adecuada selección de la función de modulación de fase  $\psi[a(x, y), \phi(x, y)]$  en la ec. (3.4). Un método muy útil para determinar la función de modulación consiste en desarrollar la expansión en series de Fourier del holograma de fase  $h(x, y)$  de la ec. (3.4), en el dominio de  $\phi(x, y)$ . Esta

expansión sólo es válida para SPHs que son funciones de la amplitud y la de la fase del campo óptico. Por simplicidad, la dependencia explícita de la amplitud  $a(x, y)$  y de la fase  $\phi(x, y)$  en las coordenadas espaciales  $(x, y)$  será omitida en la siguiente discusión. Desarrollando esta serie de Fourier, la transmitancia del SPH puede ser expresada como:

$$h(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_q^a \exp(iq\phi) \quad (3.12)$$

con coeficientes

$$C_q^a = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i\psi(a, \phi)] \exp(-iq\phi) d\phi \quad (3.13)$$

Después de integrar la Ec. (3.13) en la variable  $\phi$ , los coeficientes  $C_q^a$  dependen explícitamente de la amplitud  $a$ , por lo tanto, los coeficientes  $C_q^a$  son implícitamente dependientes de las coordenadas  $(x, y)$ . De la ec. (3.12) se puede determinar que cuando  $q=1$ , se obtiene la fase del campo complejo codificado o termino señal. Por consiguiente, termino señal  $s(x, y)$  es recuperado a partir de  $h(x, y)$ , si y solo si se cumple la siguiente condición

$$C_1^a = \beta a \quad (3.14)$$

para un factor de ganancia de amplitud  $\beta$ . La Ec. (3.12) es conocida como condición de codificación. Si la condición de codificación se cumple, entonces el primer término de la serie de Fourier de la función de transmitancia del SPH [ecuación (3.10)], corresponde al campo complejo codificado, excepto por un factor  $\beta$ . Ahora, como el término de la ecuación (3.13) puede ser dividido en parte real y parte imaginaria, las condiciones suficientes y necesarias para cumplir Ec. (3.14) están dadas por las siguientes identidades

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}[\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 0 \quad (3.15)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{cos}[\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 2\pi\beta a \quad (3.16)$$

Las ecuaciones (3.15) y (3.16) permiten determinar el conjunto de funciones de fase  $\psi(a, \phi)$  que codifican adecuadamente al campo complejo  $s(x, y)$  en un SPH. En la ecuación (3.16) notamos que el máximo valor de la integral es  $2\pi$ , entonces el valor máximo posible de la constante  $\beta$  para una adecuada codificación es cuando  $\beta$  es igual a la unidad. El análisis anterior restringe a la función  $\psi(a, \phi)$ , la cual deberá ser diferente de la fase  $\phi$  del campo complejo a codificar debido a que si  $\psi(a, \phi) = \phi$ , en consecuencia la ecuación (3.16) no se satisface. Sin embargo existen algunas funciones que se pueden codificar mediante  $\psi(a, \phi) = \phi$ , cuando esto es posible el holograma generado es nombrado kinoform.

### 3.2.2 Holograma Kinoform

Un SPH construido a partir de su propia fase es denominado kinoform. En 1969 L. B. Lesem et. al. [21], propuso un SPH que depende únicamente de la fase del campo complejo a codificar, es decir, la función de modulación de fase del SPH es,

$$\psi[a(x, y), \phi(x, y)] = \phi(x, y) \quad (3.17)$$

Una característica relevante del kinoform es su alta eficiencia de difracción, de acuerdo a lo establecido por Wyrowski [22], este holograma alcanza la eficiencia límite para los hologramas sintéticos de fase. Wyrowski no sólo demostró el cumplimiento del kinoform con la eficiencia límite, sino además estableció las expresiones matemáticas para hallar el máximo del factor de ganancia de amplitud o ganancia límite  $\beta_L$  y la eficiencia límite  $\eta_L$ .

#### 3.2.2.1 Eficiencia del holograma kinoform

Un SPH que permite la codificación del campo complejo  $s(x, y)$  con ganancia  $\beta$ , de acuerdo con la identidad en la ecuación (3.5), está definido por,

$$\exp[i\psi(a, \phi)] = \beta s(x, y) + \varepsilon(x, y) \quad (3.18)$$

Aquí,  $a$  y  $\phi$  tienen dependencia en las coordenadas espaciales  $(x, y)$ . Multiplicando ambos lados de la ecuación (3.18) por  $s^*(x, y)$  e integrando sobre el soporte del campo complejo a codificar  $D_s$ , se obtiene

$$\iint_{D_s} \exp(i\psi(a, \phi)) s^*(x, y) dx dy = \beta \iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy + \iint_{D_s} \varepsilon(x, y) s^*(x, y) dx dy \quad (3.19)$$

cuando el espectro de Fourier de las funciones  $s(x, y)$  y  $\varepsilon(x, y)$  no se traslapan es posible la reconstrucción del campo complejo  $s(x, y)$  aplicando un filtro espacial binario en el espectro de Fourier del holograma. Cuando esto ocurre el segundo término del lado derecho de la ecuación (3.19), correspondiente a la correlación entre  $s(x, y)$  y  $\varepsilon(x, y)$  evaluada en el origen, se hace cero. En este caso, considerando que  $\beta$  es real, el factor de ganancia de amplitud a partir de la ecuación (3.19), puede ser expresado como:

$$\beta = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)| \cos[\psi(a, \phi) - \phi] dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy} \quad (3.20)$$

En la ecuación. (3.20), el máximo valor del factor de ganancia de amplitud es obtenido cuando la función de modulación de fase  $\psi(a, \phi)$  corresponde a la fase  $\phi$  del campo complejo codificado  $s(x, y)$ . Por tanto, el factor de ganancia de amplitud limite [23] está dado por,

$$\beta_L = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)| dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy} \quad (3.21)$$

La expresión (3.21) implica que cuando la función de modulación de fase del SPH corresponde la fase del campo complejo a codificar  $s(x, y)$ , entonces se alcanza la ganancia de amplitud límite  $\beta_L$ . Por lo tanto, el campo  $s(x, y)$  puede ser reconstruido con el máximo de ganancia de amplitud, mediante filtraje espacial en el espectro de Fourier de su kinoform si este cumple de manera estricta la condición de filtraje espacial. En este caso, la eficiencia también tiene su máximo valor [23], que de acuerdo a la ecuación (3.9) está dada por,

$$\eta_L = \beta_L^2 \frac{E_s}{E_h} \quad (3.22)$$

En la derivación anterior,  $s(x, y)$  está sujeto a la restricción  $|s(x, y)| \leq 1$ , entonces  $\beta_L$  es mayor a uno, lo cual es una ventaja de emplear hologramas sintéticos sobre los hologramas generados a través de óptica convencional la máxima amplitud de ganancia es uno. El cumplimiento del kinoform con la eficiencia límite lo convierte en el SPH más eficiente, sin embargo no es posible su implementación en la reconstrucción de cualquier campo complejo, debido a que no todas las funciones complejas cumplen con la condición de filtraje espacial. Un ejemplo de campos que pueden ser reconstruidos mediante su kinoform son los campos ópticos adifraccionales periódicos y cuasiperiódicos.

### 3.3 Codificación de campos ópticos adifraccionales periódicos y cuasiperiódicos mediante su kinoform.

Un método común para la generación de NDOFs a través de la superposición de múltiples ondas planas es empleando divisores de haz y espejos. Sin embargo la implementación de este método es poco práctico debido a que resulta difícil controlar la fase de cada onda a interferir [24], además de que el uso de un gran número de dispositivos ópticos para la implementación experimental de este método resulta en pérdida de energía y además muy inestable. En esta tesis se usa un método altamente estable y eficiente para la generación de NDOFs basado en holografía sintética. Tal método consiste en la construcción de NDOFs periódicos y cuasiperiódicos mediante su kinoform [23] y [26], lo que permite que los campos ópticos construidos tengan eficiencia límite. La descripción de este método se presenta a continuación.

Por conveniencia, en el siguiente análisis expresaremos la ecuación (3.2) que describe la amplitud de un NDOF en coordenadas rectangulares como la función  $s(x, y)$ . Si fuéramos capaces de implementar una función de transmisión con la forma matemática de una amplitud compleja del NDOF, podríamos generar un campo con eficiencia [26],

$$\eta_f = \frac{\int_D |s(x, y)|^2 dx dy}{\int_D dx dy} \quad (3.23)$$

donde el dominio de integración  $D$  es un soporte circular que físicamente limita el campo. Expresando el NDOF en su forma polar entonces,  $s(x, y) = |s(x, y)| \exp[i\phi(x, y)]$  y su kinoform está dado por,

$$h_k = \exp[i\phi(x, y)] \quad (3.24)$$

donde la función de modulación de fase  $\phi(x, y)$ , es la fase del propio NDOF.

Es posible relacionar  $s(x, y)$  y  $h_k(x, y)$  por la expresión [ecuación (3.18)],

$$h_k(x, y) = \beta s(x, y) + \varepsilon(x, y) \quad (3.25)$$

donde  $\beta$  es una constante positiva, referida a la amplitud de ganancia y  $\varepsilon(x, y)$  es el error de modulación del holograma. Denotando las transformadas de Fourier de  $s(x, y)$  and  $\varepsilon(x, y)$  por  $S(u, v)$  y  $E(u, v)$  respectivamente, la transformada de Fourier del kinoform esta dada por,

$$H_k(u, v) = \beta S(u, v) + E(u, v) \quad (3.26)$$

La condición necesaria para obtener la función compleja  $s(x, y)$  de su kinoform es tener una superposición nula de las funciones  $S(u, v)$  and  $E(u, v)$ . El campo complejo es obtenido mediante un filtraje espacial aplicado al espectro de Fourier  $H_k(u, v)$ , y una operación de transformada de Fourier adicional.

En el caso cuando el campo  $s(x, y)$  es generado por su kinoform con eficiencia  $\eta_k = \beta^2 \eta_f$ . La ganancia eficiente del kinoform, respecto a la eficiencia de la transmitancia compleja está dada por,

$$G_k = \beta^2 = \frac{\eta_k}{\eta_f} \quad (3.27)$$

### Capítulo 3. Generación de campos ópticos periódicos y cuasiperiódicos mediante hologra...

---

En la construcción experimental de los NDOFs se usa un modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM) de fase, el cual es un elemento fundamental en la generación de campos ópticos, y requiere de una caracterización previa. En el siguiente capítulo se presenta el método empleado para la caracterización del LC-SLM.

# Capítulo 4

---

## Caracterización de un modulador espacial de luz de fase de cristal líquido (LC-SLM)

En este capítulo se presenta la caracterización en fase de un modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM) de fase. La caracterización se hizo mediante el uso de rejillas binarias en escalas de gris, las cuales fueron desplegadas en el LC-SLM, posteriormente se capturaron imágenes de la intensidad del campo de Fresnel de las rejillas propagado a un cuarto de la distancia de Talbot [25]. Algunos valores de nivel de gris de las rejillas se asociaron con puntos críticos de fase, los cuales se obtienen cuando el valor de contraste entre dos franjas contiguas del campo propagado es cero, mínimo o máximo. Al final se hizo una interpolación de los valores críticos de fase y niveles de gris para obtener la curva de fase del LC-SLM.

### 4.1 Modulador espacial de luz (SLM)

Un SLM (por sus siglas en inglés: Spatial Light Modulator) es un dispositivo que permite controlar la intensidad, la fase, o el estado de polarización de la luz que incide sobre dicho dispositivo. De acuerdo al fenómeno físico empleado en la fabricación los moduladores espaciales se dividen en: electro-ópticos, magneto-ópticos, acusto-ópticos, y de cristal líquido. En particular en este trabajo se empleó un modulador espacial de luz de cristal líquido.

#### 4.1.1 Modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM)

Un SLM de cristal líquido (LC-SLM: Liquid Crystal-SLM) consiste en un arreglo bi-dimensional de pixeles, donde cada uno de ellos puede estar encendido o apagado de manera independiente [27]. En la Figura 4.1 se muestra el diagrama de un pixel de un LC-SLM de reflexión, donde se observan los componentes básicos: celda de cristal líquido, electrodos y polarizador.

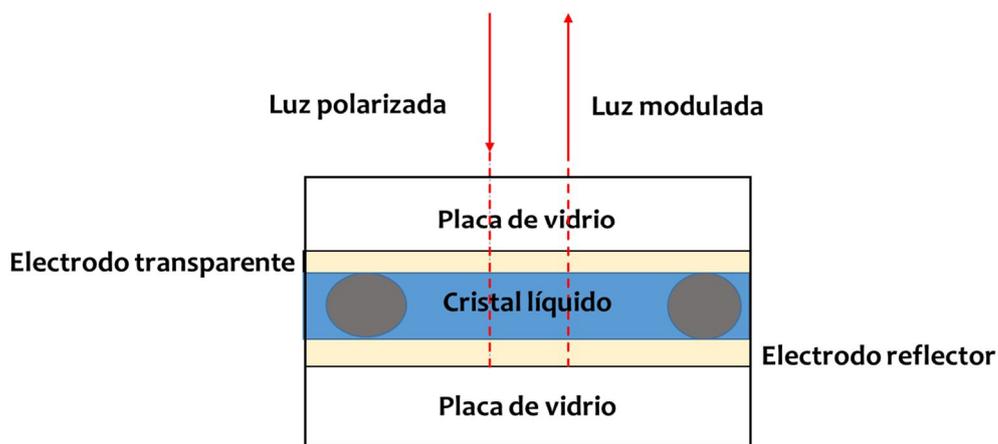


Figura 4.1. Diagrama de un píxel de una LC-SLM de reflexión.

El espacio entre los electrodos es llenado con una película de cristal líquido, ésta tiene un espesor del orden de micrómetros, la película presenta uniformidad debido al uso de una placa de vidrio o bolas de plástico como espaciador (Figura 4.1)

El cristal líquido (LC: Liquid Crystal) es un estado de la materia intermedio entre el sólido cristalino y el líquido amorfo, esto puede ser visto como un líquido en el cual existe un arreglo ordenado de moléculas anisótropas [27]. En general, las moléculas tienen forma muy alargada (como varilla) o forma plana (como disco). Existen tres tipos de LC conocidos como: nemático, esmétrico y colestérico. Cada tipo de LC se caracteriza por su arreglo molecular, (Figura 4.2).

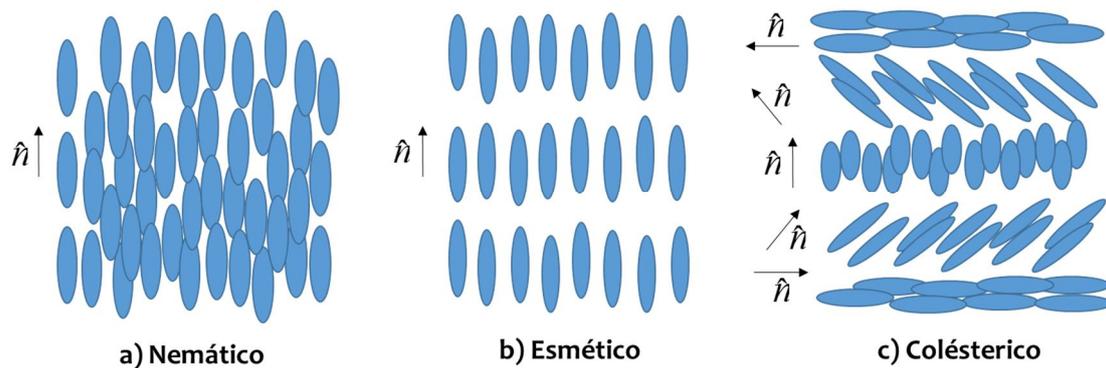


Figura 4.2. Tipos de cristal líquido según su arreglo molecular: a) Nemático, b) Esmético y c) Colestérico.

En el LC Nemático (N-LC) las moléculas se encuentran alineadas paralelamente unas con otras pero sus posiciones se encuentran de manera aleatoria, Figura 4.2a).

En el LC Esmético las moléculas están alineadas de manera paralela y en posición aleatoria, pero en capas alineadas de manera paralela, Figura 4.2b). Así que, en este caso las moléculas tienen orden posicional sólo en una dimensión.

El LC Colestérico es una distorsión de la fase nemática, en cada capa del cristal las moléculas experimentan rotación helicoidal diferente alrededor de un eje, Figura 4.2c).

En la Figura 4.2,  $\hat{n}$  es un vector unitario conocido como eje director que muestra la orientación preferencial de las moléculas de los tipos de LC.

Las celdas de LC pueden ser controladas electrónicamente para reorientar la dirección de alineación de las moléculas. En la Figura 4.3a) se observa una orientación inicial de las moléculas y en la Figura 4.3b) se observa una rotación de las moléculas, la cual se logra introduciendo un voltaje en los electrodos, éstos generan un campo eléctrico en el material, entonces las moléculas rotan tratando de alinearse en dirección del campo. El grado de rotación depende de la magnitud del campo eléctrico generado en el material.

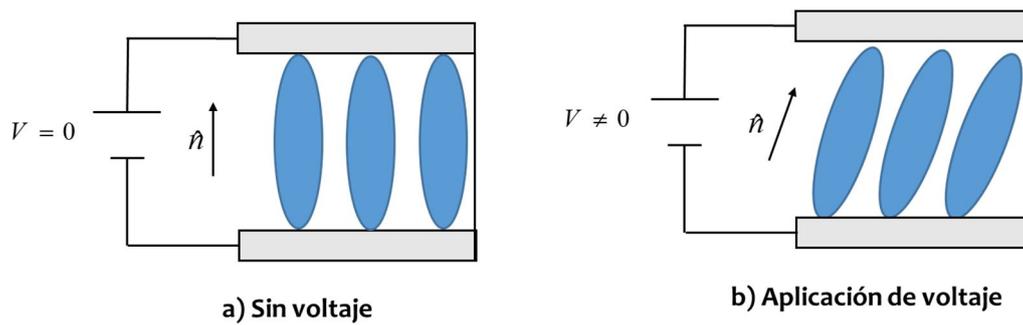


Figura 4.3. Orientación de las moléculas de LC a) sin voltaje y b) aplicando un voltaje.

Los LC-SLM son dispositivos sensibles a la polarización del haz incidente. Es por ello que a la entrada de la película de LC se debe colocar un polarizador, este dispositivo permite transmitir una componente del campo eléctrico en un eje preferencial (eje de transmisión) y bloquea la componente ortogonal, Figura 4.4. El polarizador se emplea para dejar pasar la componente del haz de luz paralela a la alineación las moléculas (sin aplicar voltaje). Cuando el campo eléctrico oscila de manera lineal en alguna dirección particular, se dice que la luz está linealmente polarizada.

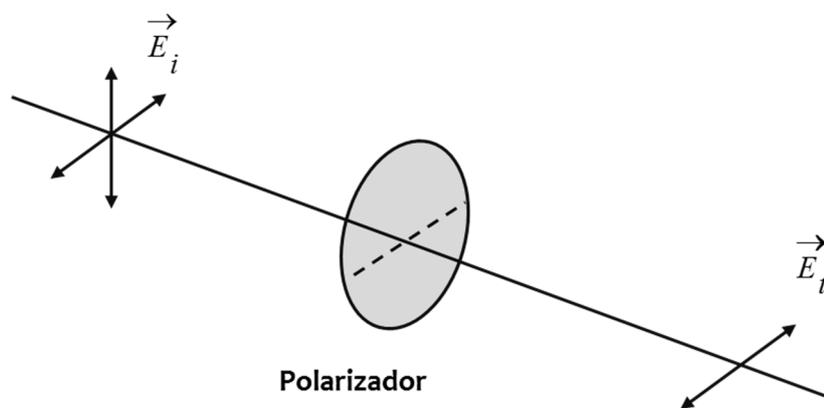


Figura 4.4. Esquema de un polarizador, el cual transmite la componente del campo eléctrico incidente paralela a su eje de transmisión representado por la línea punteada.

El uso de estos dispositivos electroópticos (LC-SLM) requiere de una previa caracterización que permita visualizar su comportamiento ante ciertas condiciones de operación

## 4.2 Método empleado para la caracterización del LC-SLM

El método utilizado para la caracterización del LC-SLM se basa en el efecto Talbot y consiste en obtener el patrón de difracción producido por una rejilla binaria de fase.

### 4.2.1 Efecto Talbot

El efecto Talbot o fenómeno de autoimagen está relacionado con objetos periódicos de baja frecuencia, éste sucede cuando se ilumina un objeto periódico con una onda plana monocromática, las imágenes del objeto exhiben periodicidad a lo largo del eje de iluminación [28].

Si consideramos una rejilla binaria de fase como el objeto periódico con transmitancia  $t(x)$  y periodo  $p$ , cuyos valores de fase son  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ , los cuales representan un valor de fase constante y un valor de fase variable respectivamente (Figura 4.5a), cuando la rejilla es iluminada por una onda plana que se propaga a lo largo del eje  $z$  genera un patrón de difracción igual a su transmitancia como se muestra en la (Figura 4.5b),

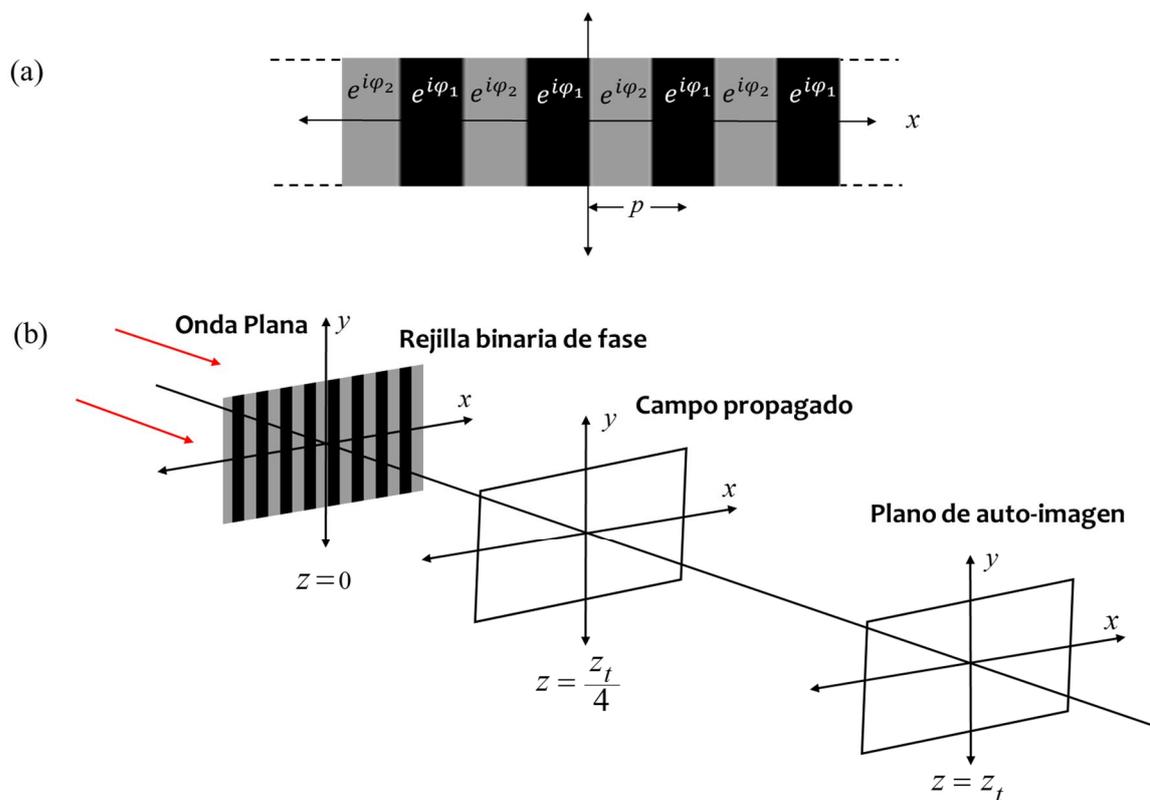


Figura 4.5. (a) Rejilla binaria de fase con periodo  $p$ . (b) Diagrama de la rejilla de fase iluminada por una onda plana. El campo propagado a la distancia de Talbot  $z_t$  es una auto-imagen de la rejilla.

La función de transmitancia  $t(x)$  de la rejilla es una función periódica, y se define mediante una serie de Fourier como:

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m x / p) \quad (4.1)$$

donde los coeficientes  $C_m$  se obtienen mediante la transformada de Fourier de la celda básica  $t_0(x)$ :

$$C_m = \mathfrak{F}\{t_0(x)\} |_{u_0=m/p} \quad (4.2)$$

En la ecuación anterior la función  $t_0(x)$  se define como:

$$t_0(x) = \begin{cases} e^{i\varphi_1}, & -p/2 \leq x \leq 0 \\ e^{i\varphi_2}, & 0 \leq x \leq p/2 \end{cases} \quad (4.3)$$

Para analizar el campo propagado de la rejilla a una distancia  $z > 0$ , se aplica el factor de propagación en la aproximación de Fresnel a la ecuación (4.1), de esta manera se obtiene el campo de la rejilla,

$$t_z(x) = \exp(ikz) \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m x / p) \exp\left[-i\pi\lambda z \left(\frac{m}{p}\right)^2\right] \quad (4.4)$$

Las autoimágenes del campo periódico pueden ser observadas a múltiplos de la distancia de Talbot  $z_t$  dada por:

$$z_t = \frac{2p^2}{\lambda} \quad (4.5)$$

Cuando el campo se propaga a la distancia  $z = z_t / 4$  ocurre el efecto de autoimagen, es decir  $t(x) = t_{z_t}(x)$ . Ahora analizando el campo propagado se obtiene,

$$t_{z_i/4}(x) = \exp(ikz) \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m x / p) \exp\left(-im^2 \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.6)$$

En la ecuación (4.6) el término  $e^{-im^2\pi/2}$  toma el valor de 1 cuando  $m$  es par, y el valor de  $-i$  cuando  $m$  es impar, omitiendo el término  $\exp(ikz)$  en la ecuación (4.6), ésta se puede reescribir como:

$$t_{z_i/4}(x) = \left[ \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m} \exp\left(i2\pi \left(\frac{2m}{p}\right)x\right) - i \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m+1} \exp\left(i2\pi \left(\frac{2m+1}{p}\right)x\right) \right] \quad (4.7)$$

En la ec. (4.7) hay dos series, las cuales son equivalentes a las siguientes expresiones,

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m} \exp\left(i2\pi \left(\frac{2m}{p}\right)x\right) = \frac{1}{2} \left[ t(x) + t\left(x - \frac{p}{2}\right) \right] \quad (4.8)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m+1} \exp\left(i2\pi \left(\frac{2m+1}{p}\right)x\right) = \frac{1}{2} \left[ t(x) - t\left(x - \frac{p}{2}\right) \right] \quad (4.9)$$

Combinando las ecuaciones (4.7), (4.8), (4.9) obtenemos,

$$\begin{aligned} t_{z_i/4}(x) &= \frac{1}{2} \left[ (1-i)t(x) + (1+i)t\left(x - \frac{p}{2}\right) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) \left[ t(x) + it\left(x - \frac{p}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

La ecuación anterior indica que en  $t_{z_i/4}(x)$  hay una superposición de dos campos iguales, uno de ellos desplazado por un factor  $p/2$  y multiplicado por una fase  $e^{i\pi/2}$ . Esto se puede representar esquemáticamente como la superposición de dos rejillas tal como se muestra en la siguiente figura

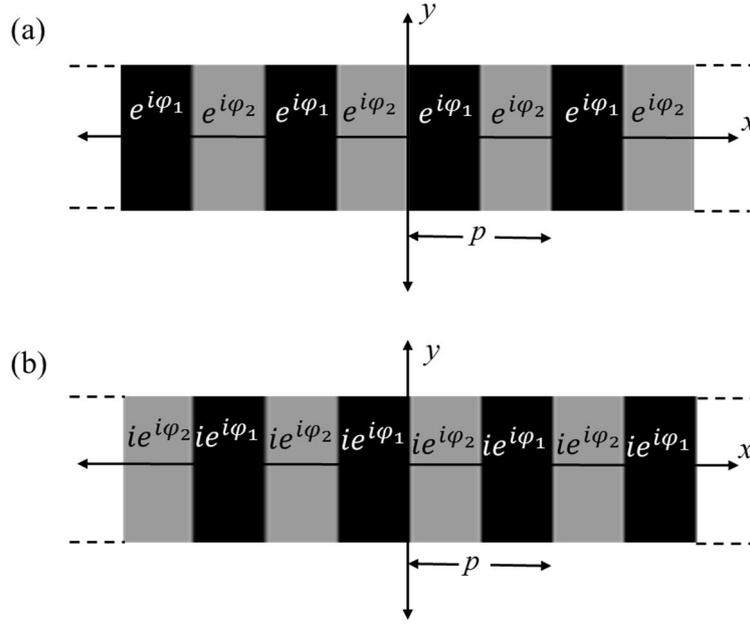


Figura 4.6. Representación de una rejilla de fase binaria con período  $p$ . (a) Rejilla centrada en el origen. (b) Rejilla desplazada medio período y multiplicada por una fase  $e^{i\pi/2}$ .

De la figura anterior se deduce que la amplitud de cada franja brillante denotadas por  $a_1$  y  $a_2$  se escriben como:

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) [\exp(i\varphi_1) + i \exp(i\varphi_2)] \quad (4.11)$$

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) [\exp(i\varphi_2) + i \exp(i\varphi_1)] \quad (4.12)$$

Ahora calculando la irradiancia de cada franja, se obtiene,

$$I_1 = a_1 a_1^* = 1 + \sin(\varphi) \quad (4.13)$$

$$I_2 = a_2 a_2^* = 1 - \sin(\varphi) \quad (4.14)$$

donde  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ .

La visibilidad de la intensidad de las franjas se define como:

$$V \equiv \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \quad (4.15)$$

Sustituyendo (4.13) y (4.14) en (4.15) obtenemos la siguiente relación,

$$V = \sin(\varphi) \tag{4.16}$$

La ec. (4.16) nos dice que la fase  $\varphi$  de un objeto periódico puede ser analizada mediante el  $\sin^{-1}(V)$  en el plano fraccional de Talbot  $z = z_t / 4$ . Además se observa que si la fase toma valores de fase  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ , la visibilidad es cero, mínima o máxima, a estos valores se les llama puntos críticos, los cuales fueron usados para caracterizar la fase del LC-SLM.

En el siguiente apartado se presentan algunos parámetros de fabricación del LC-SLM.

### 4.3 Características del LC-SLM empleado

El LC-SLM caracterizado es conocido comercialmente como PLUTO-VIS (Phase Only Spatial Light Modulators-Visible) de la compañía HOLOEYE, este dispositivo es apto para trabajar en la región del espectro visible. El PLUTO-VIS tiene una capa antirreflejante en la primera superficie, aproximadamente menos del 0,5% de intensidad incidente en esta superficie es reflejada. El espesor de la celda de LC es de  $4\mu\text{m}$  lo cual habilita un retardo de fase de  $2\pi$  alrededor de los  $800\text{nm}$ , para una longitud de onda menor el retardo de fase es mayor a  $2\pi$ . La Tabla 3.1 muestra algunos parámetros importantes del LC-SLM

<b>Modelo:</b>	<b>HED 6010 xxx</b>
Tipo de pantalla:	LCOS (reflexión), LCD de matriz activa, LC nemático.
Drive:	Digital
Niveles de Fase:	256 (8-bit) niveles de gris
Área activa:	15.36 mm x 8.64 mm
Peso:	12 gramos
Resolución total:	1952 x 1088 píxeles
Resolución Nominal:	1920 x 1080 píxeles
Tamaño del píxel:	$8\mu\text{m}$
Factor de Llenado:	87% píxeles
Intensidad del orden 0:	60%

Tabla 3.1. Características del LC-SLM [29].

El tipo de pantalla del LC-SLM (basadas en tecnología LCOS) cuenta con una capa con alineación paralela de N-LC para modular en fase la luz incidente. La modulación de fase se logra de acuerdo a la rotación del LC. En la Figura 4.7 se observa una rotación de las moléculas del N-LC, la cual es controlada pixel a pixel usando un CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor) y una señal DVI (Digital Video Interfase) generada en una PC. Es decir, en una computadora se genera una imagen que puede tomar 256 niveles de gris, un controlador procesa la señal y manda a cada pixel el voltaje correspondiente a un nivel de gris.

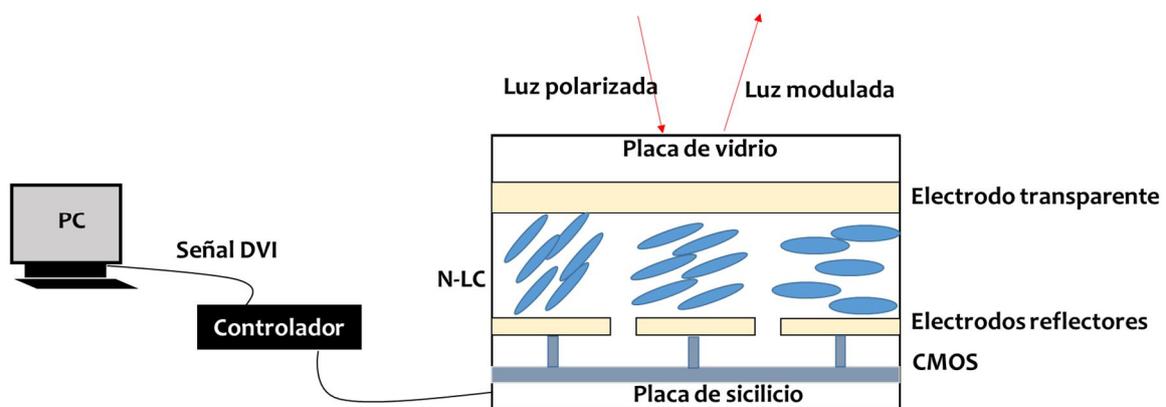


Figura 4.7. Estructura y funcionamiento de una LC-SLM basado en tecnología CMOS.

Según la especificación del fabricante [29] la orientación del eje director del N-LC en el LC-SLM tiene dirección horizontal.

A continuación se describe el arreglo experimental para la obtención de campos de Fresnel en el plano fraccional de Talbot  $z = z_t / 4$  de rejillas de fase binaria desplegadas en el LC-SLM.

#### 4.4 Arreglo experimental

En la Figura 4.8, se muestra el arreglo experimental que se usó para la caracterización del LC-SLM. Un haz de luz láser de Helio-Neón (longitud de onda 633 nm) pasa a través de una placa retardadora  $\lambda/2$  y un polarizador (P) generando luz polarizada horizontalmente, la luz pasa por un objetivo de microscopio (OM) y es enfocada a la distancia focal del objetivo donde el spot es filtrado con un pinhole (FE), el

haz de luz diverge hasta ser colimado con una lente (L) colocada a su distancia focal  $f$ , luego el haz incide sobre el LC-SLM, el cual hace un ángulo respecto de la luz incidente no mayor a  $10^\circ$ . Por medio de una computadora se envían rejillas binarias de fase en escala de gris para modificar la fase del campo incidente, físicamente un nivel de gris enviado representa un voltaje particular en cada pixel del LC-SLM, el voltaje hace que las moléculas de cristal líquido roten provocando así un cambio de fase. Al final el campo se visualiza con una cámara CCD colocada a un cuarto de la distancia de Talbot.

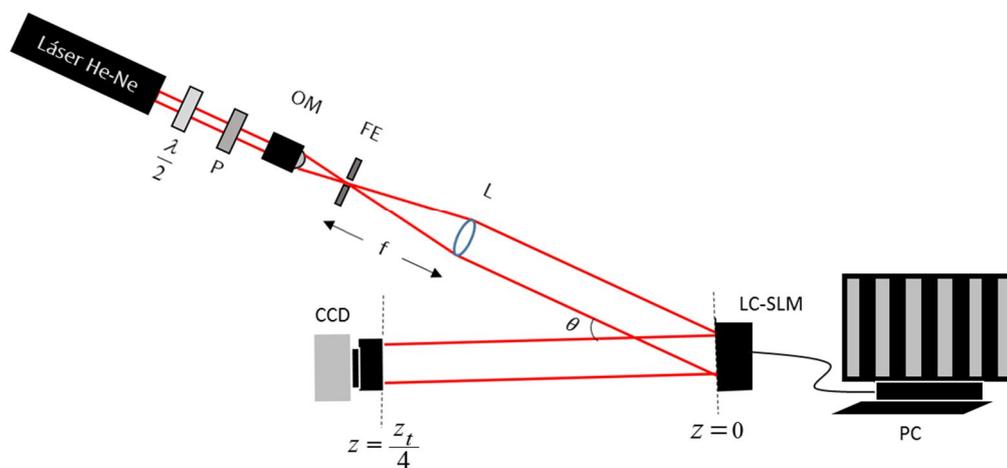


Figura 4.8. Arreglo experimental empleado para caracterizar la fase de un LC-SLM.

Las imágenes de las rejillas binarias desplegadas en el LC-SLM se generaron con un periodo  $p=60$  pixeles y con dos niveles de gris G1 y G2, el nivel de gris G1 mantuvo un valor cero, mientras G2 vario de 5 a 250 en saltos de 5. En la Figura 4.9 se muestra un ejemplo de una rejilla con  $G2=255$ .

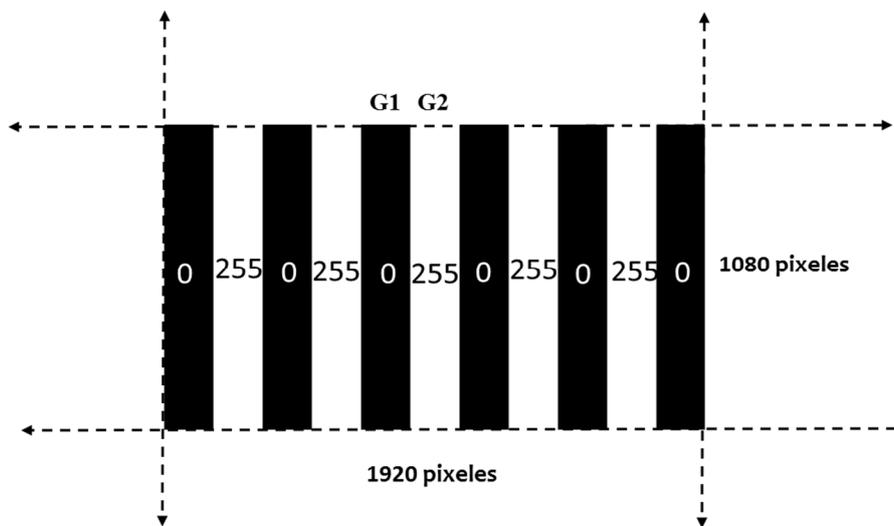


Figura 4.9. Rejilla binaria con dos niveles de gris.

En la Figura 4.10 se muestran algunas imágenes capturadas con la CCD de la intensidad del campo para rejillas con distintos niveles de gris. Las imágenes corresponden a rejillas de fase desplegadas en el modulador con  $G1=0$  y  $G2$  varia de (a) 5, (b) 20, (c) 85, (d) 110, (e) 165, y (d) 240.

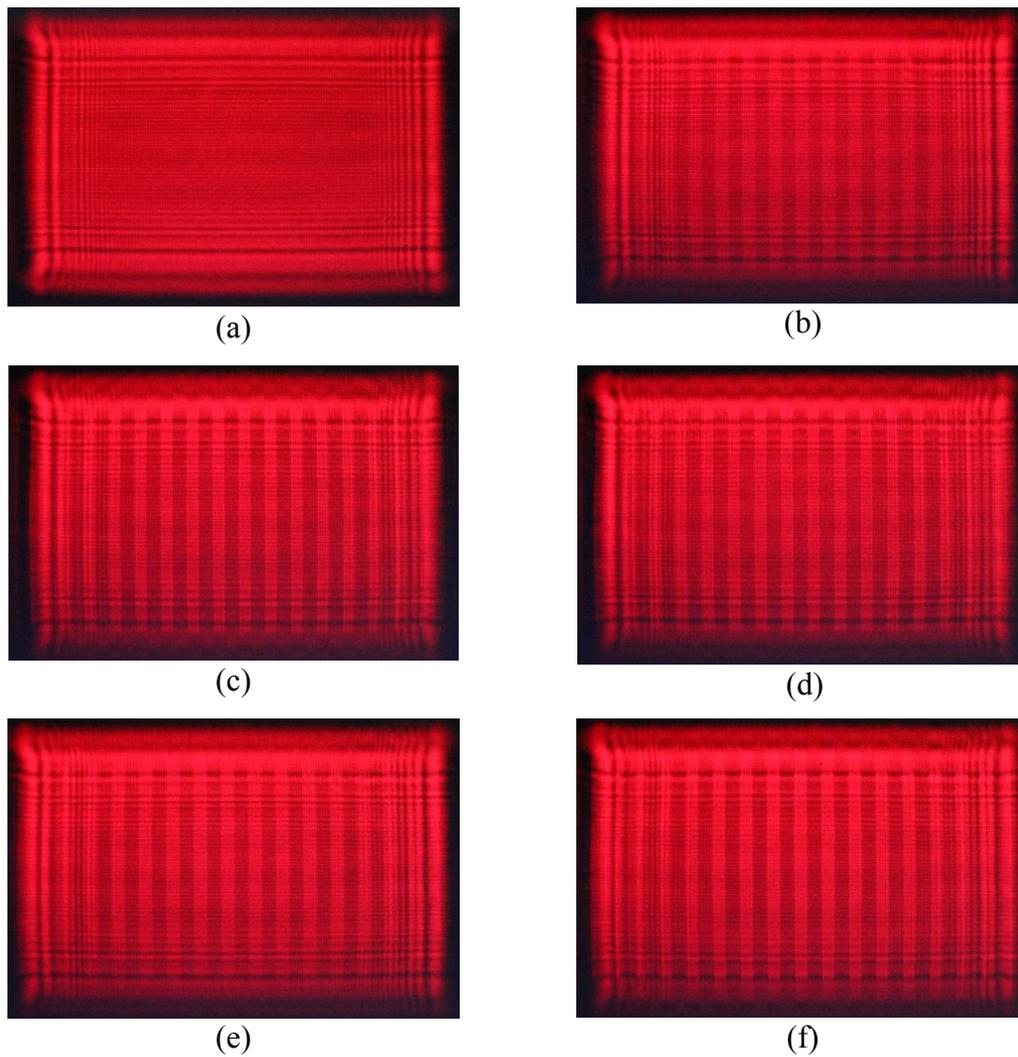


Figura 4.10. Imágenes de la intensidad del campo en  $z=z_t/4$  para rejillas con  $G1=0$  y  $G2$  con valores (a) 5, (b) 20, (c) 85, (d) 110, (e) 165 y (d) 240.

A partir de las imágenes del campo de Fresnel se hizo un análisis del contraste de dos franjas adyacentes para obtener la curva de modulación de fase del LC-SLM, la cual relaciona un valor de fase con un nivel de gris.

#### 4.5 Curva de modulación de fase

Para obtener la curva de modulación de fase del LC-SLM a partir de las imágenes del campo propagado de las rejillas binarias de fase se usó la ec. (4.17), la cual relaciona el escalón de fase de una rejilla binaria con la visibilidad  $V$  del patrón de intensidad del campo de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot,

$$V \equiv \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \sin(\varphi) \quad (4.17)$$

En la ecuación anterior  $I_1$  e  $I_2$  corresponden a las intensidades de dos franjas adyacentes del campo propagado. Para obtener las intensidades se realiza un promedio de la intensidad en cada franja debido a que éstas presentan fluctuaciones. Las intensidades se obtuvieron mediante un análisis de las imágenes en MATLAB.

En la ecuación. (4.17) se observa que se observa que si  $\varphi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ , la visibilidad es cero, mínimo o máximo, a estos valores de fase se les conoce como puntos críticos. En el primer caso cuando  $\varphi = 0$  el contraste o visibilidad es cero lo cual implica que las intensidades  $I_1$  e  $I_2$  son iguales, es decir, la intensidad es uniforme. En el segundo caso cuando  $\varphi = \pi/2$  se obtiene una visibilidad igual a 1, entonces las intensidades son  $I_1 = 1$  e  $I_2 = 0$ . En el tercer caso cuando  $\varphi = \pi$  otra vez la visibilidad es nula. En el cuarto caso cuando  $\varphi = 3\pi/2$  la visibilidad es -1, lo cual implica que el contraste se invierte, es decir,  $I_1 = 0$  e  $I_2 = 1$ . Por ultimo cuando  $\varphi = 2\pi$  la visibilidad nuevamente es cero, esto implica que  $I_1 = I_2$ .

La información obtenida a partir de los puntos críticos permite asociar un nivel de gris de la rejilla binaria con un valor de fase mediante la elección de las imágenes del campo propagado que cumplen con la condición de contraste cero, mínimo o máximo entre dos franjas adyacentes. Tras el análisis de las imágenes capturadas se encontró que los niveles de gris correspondientes a los puntos críticos son: 0, 35, 70, 115 y 190 respectivamente.

Finalmente mediante una interpolación de los datos de fase y nivel de gris, se obtuvo la curva de fase de modulación del LC-SLM, la cual se observa en la siguiente figura.

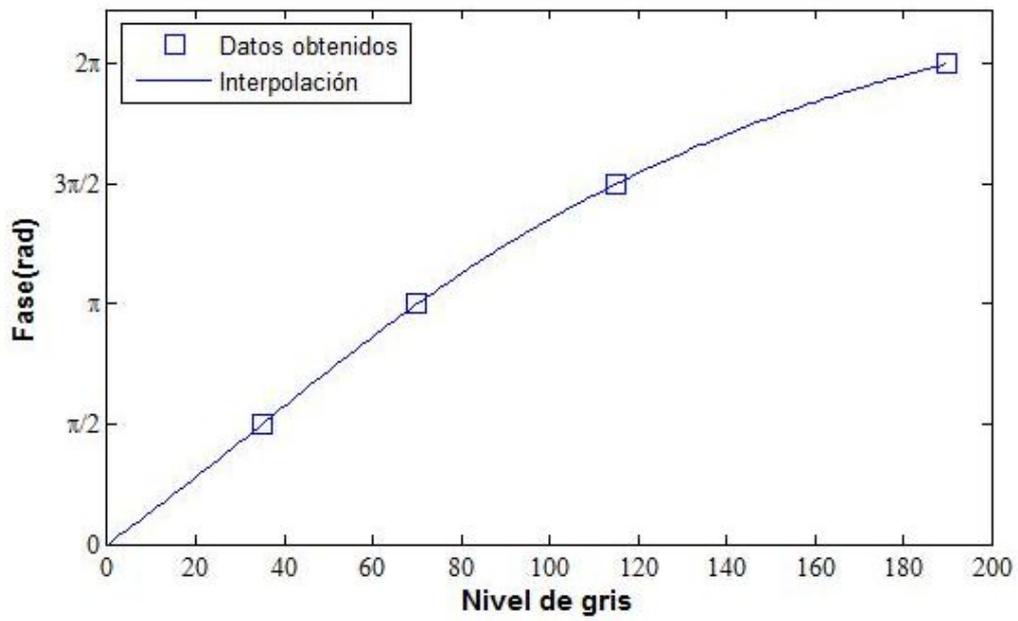


Figura 4.11. Curva de modulación de fase.

# Capítulo 5

---

## **Generación experimental de campos complejos adifraccionales periódicos y cuasiperiódicos con polarización homogénea e inhomogénea.**

En este capítulo se presentan los resultados de la implementación experimental de campos ópticos adifraccionales generados por la superposición de múltiples ondas planas, ya sea con igual o distinta polarización. Para ello se empleó un LC-SLM, en el cual la fase del campo se desplegaba en niveles de gris, el LC-SLM fue iluminado con un láser de He-Ne, polarizado horizontalmente. Al campo propagado se le aplicó una transformada de Fourier y mediante un filtraje espacial se dejan pasar solo los órdenes más intensos del espectro de Fourier. Después del filtraje espacial de los órdenes, es posible cambiar la polarización original de los spots filtrados mediante la colocación de placas retardadoras sobre éstos. Finalmente al campo propagado se le aplica una transformada inversa de Fourier para obtener el campo periódico ó cuasi periódico.

### **5.1 Generación experimental de campos complejos periódicos y cuasiperiódicos con polarización homogénea.**

Como ya se mencionó en la sección 2.3.4 un campo óptico vectorial (VB) puede tener una distribución de polarización homogénea o inhomogénea. En esta sección se presentan algunos casos de la generación experimental de NDOFs con polarización homogénea.

En la Figura 5.1, se muestra el arreglo experimental empleado para la obtención de los NDOFs producidos por la superposición de ondas planas con igual polarización. Un

haz de luz láser de He-Ne ( $\lambda = 632.8$  nm) pasa a través de una placa  $\lambda/2$  y un polarizador (P) generando luz linealmente polarizada en dirección horizontal. El haz es enfocado a la distancia focal de un objetivo de microscopio (OM), donde es filtrado con un pinhole (FE1), la luz se expande hasta ser colimada por una lente L1, colocada a su distancia focal F1, por lo que el LC-SLM es iluminado de manera cuasi-normal por la luz colimada. Una lente (L2) se coloca después del LC-SLM a su distancia focal (F2) para realizar una transformada de Fourier del campo propagado, un filtro espacial (FE2) es colocado en el plano focal posterior de la lente L2, el filtro permite la selección de varios spots que corresponden a los términos que contienen información del campo óptico escalar codificado en su holograma de fase, cada holograma es enviado en niveles de gris al LC-SLM a través de una PC, la conversión a niveles de gris de cada SPH se hace empleando la gráfica de la Figura 4.11. El campo óptico es obtenido después de hacer una transformada inversa de Fourier con una lente (L3). Las imágenes del campo son obtenidas mediante una cámara CCD.

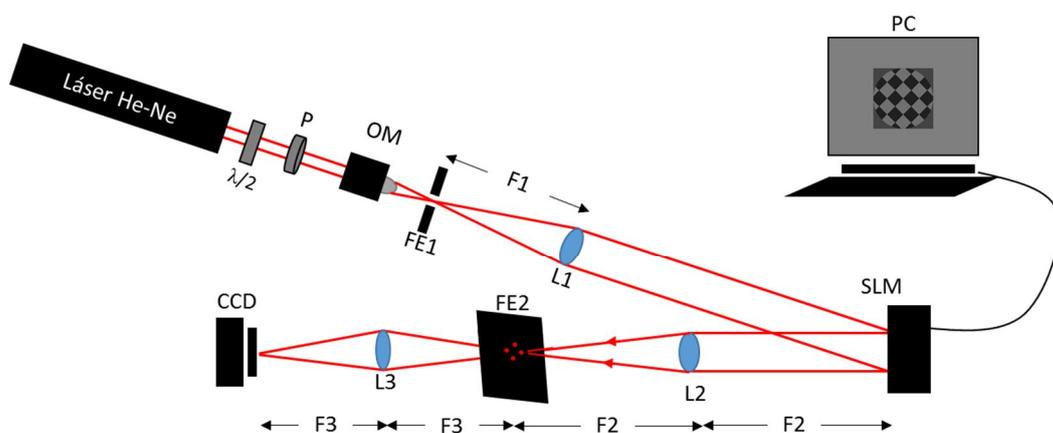


Figura 5.1. Configuración experimental para la generación de NDOFs con polarización homogénea.

En la figura anterior se ilustra el caso para cuatro ondas planas, en la Figura 5.2(a) se muestra el espectro del campo en el dominio de Fourier para este caso, se observan cuatro términos señal con mayor intensidad correspondientes al campo complejo

codificado, y términos de ruido los cuales se encuentran separados de los términos señal, esto muestra que la condición de filtraje espacial se cumple. En la Figura 5.2(b) se muestran los términos señal después de haber sido filtrados. Los spots filtrados están distribuidos radialmente alrededor del eje óptico, donde la distancia el eje óptico al centro de cualquier spot está dada por  $r_0 = \lambda F 2 \rho_0$ , donde  $\rho_0 = \Delta_u / 34.1419$ , y  $\Delta_u$  es el ancho de banda del modulador espacial igual a  $1/8 \mu m$ , la lente transformadora L2 usada en el montaje experimental tiene una distancia focal de 75 cm, entonces  $r_0 = 1738 \mu m$ . El filtro espacial FE2 empleado experimentalmente para aislar los términos señal consta de una pantalla milimétrica con pequeñas perforaciones circulares, donde el diámetro de cada perforación es aproximadamente de 500  $\mu m$ .

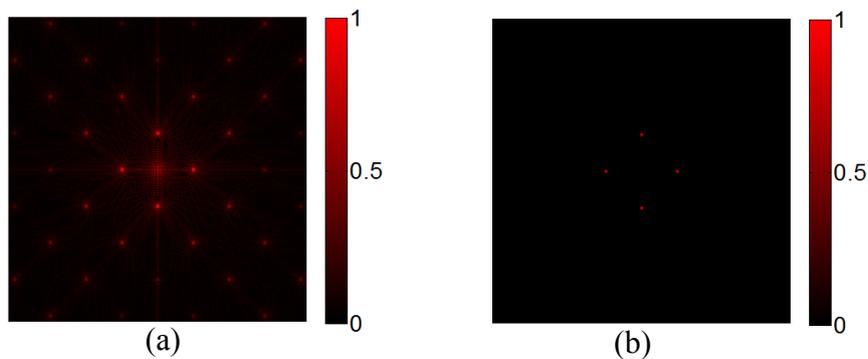


Figura 5.2. (a) Espectro del campo en el dominio de Fourier para cuatro ondas planas. (b) Spots filtrados.

Recordemos que la amplitud de un campo óptico adifraccional generado por la superposición de ondas planas en coordenadas polares se define como:

$$s(r, \theta) = C \sum_{n=0}^{Q-1} \exp(i\theta_n) \exp[i2\pi\rho_0 r \cos(\theta - n\Delta\theta)] \quad 5.1$$

A continuación se muestran algunos casos de campos ópticos adifraccionales numéricos y experimentales, generados por la interferencia de 3, 4, 5, 6, 7 y 8 ondas planas a partir de su kinoform. En todos los casos cada onda tiene polarización lineal horizontal. El kinoform de cada campo se encuentra delimitado por un soporte circular con un diámetro de 512 pixeles del LC-SLM, considerando que la separación entre pixeles es de 8  $\mu m$ , entonces el diámetro del soporte es de 4096  $\mu m$ .

En la Figura 5.3 (a), (b) y (c) se presentan los resultados de la amplitud numérica de campos ópticos adifraccionales  $s(r,\theta)$  con parámetros  $(Q=3,p=0)$ ,  $(Q=4,p=2)$  y  $(Q=5, p=1)$ , mientras que en (d), (e) y (f) se muestran los campos reconstruidos experimentalmente. En (g), (h) e (i) se muestran los hologramas sintéticos de fase o kinoforms de cada campo. En los casos de (g) e (i) a los hologramas se les hace un corrimiento de fase de  $\pi$ , para su conversión a niveles de gris, ya que la curva de modulación del LC-SLM caracterizado en la sección 4.5 tiene un rango de 0 a  $2\pi$ . Se observa que en (b) la intensidad del campo no es completamente uniforme, esto se debe a que probablemente la alineación del sistema óptico montado estaba ligeramente desviada respecto del eje óptico, o a que la perforación de algún orificio en el filtro FE2 era inexacta.

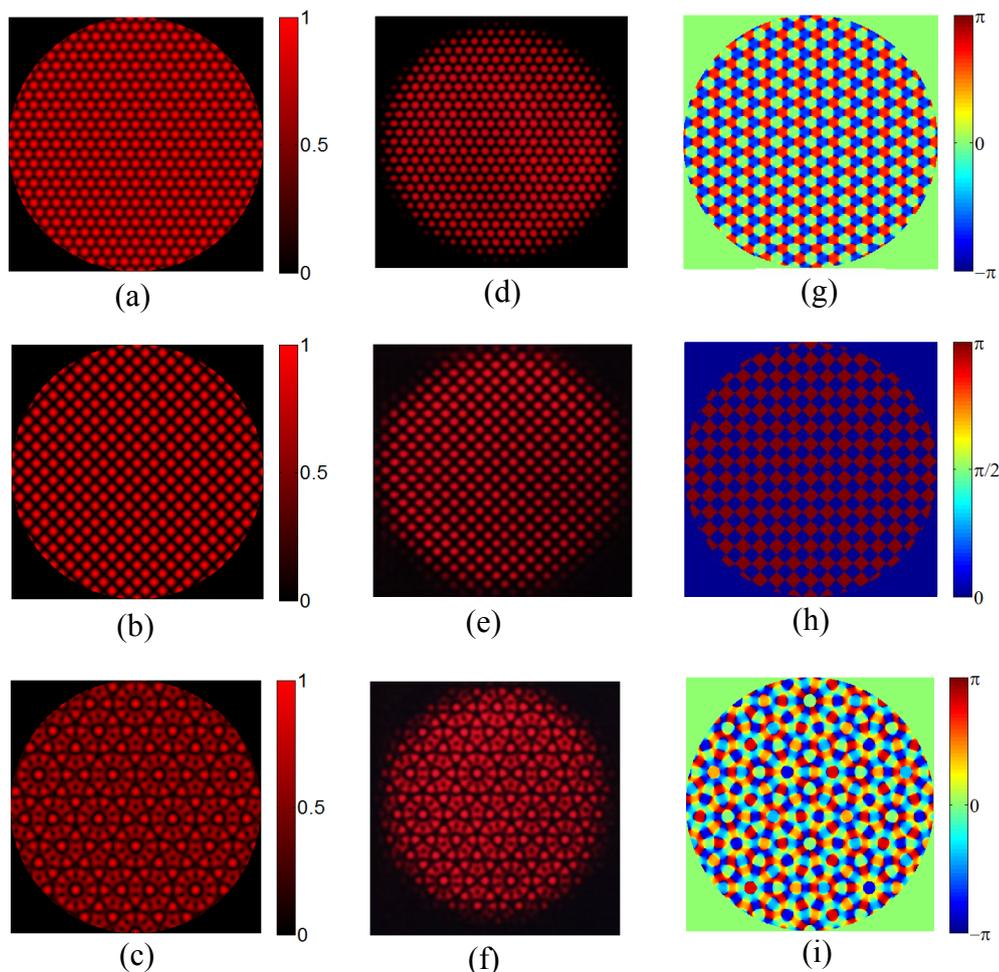


Figura 5.3. Amplitud del campo  $s(r,\theta)$  reconstruido numéricamente para (a) $(Q=3,p=0)$ , (b) $(Q=4,p=2)$ , y (c) $(Q=5,p=1)$ . Campo reconstruido experimentalmente a partir de su kinoform (d), (e) y (f). Fase correspondiente a cada campo (g), (h) e (i).

De igual manera en la Figura 5.4 se presenta la comparación número-experimental de  $s(r, \theta)$  ahora con parámetros (a)( $Q=6, p=2$ ), (b)( $Q=7, p=2$ ), (c)( $Q=8, p=0$ ) y (d)( $Q=8, p=2$ ). Así como su kinoform.

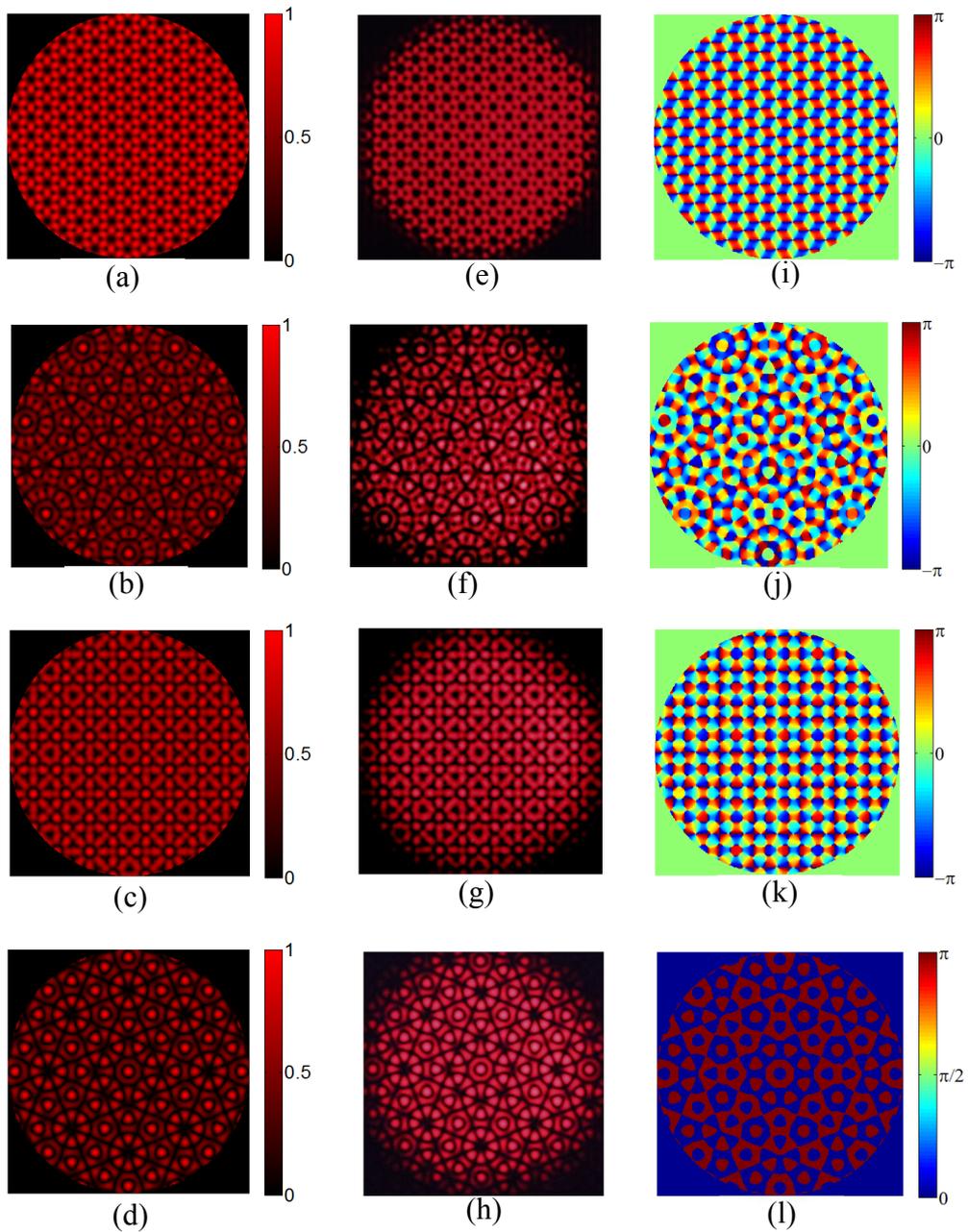


Figura 5.4. Amplitud numérica del campo  $s(r, \theta)$  para (a)( $Q=6, p=2$ ), (b)( $Q=7, p=2$ ), (c)( $Q=8, p=0$ ) y (d)( $Q=8, p=2$ ). Campo reconstruido experimentalmente a partir de su SPH (e), (f), (g) y (h). Holograma sintético de fase correspondiente a cada campo (i), (j), (k) y (l).

En la siguiente tabla, se muestran las eficiencias de difracción  $\eta_L$  calculadas a partir de la ecuación (3.22), para SPHs con diferentes parámetros. En los resultados se observa que las eficiencias son buenas ya que se encuentran por encima del 50%.

$(Q,p)$	$\eta_L$
3,0	82.6%
4,2	65.6%
5,1	80.7%
6,2	84.3%
7,2	79.5%
8,0	65.6%
8,2	81.6%

Tabla 5.1. Eficiencias de difracción  $\eta_L$  para SPHs con diferentes parámetros.

Los resultados obtenidos en las Figuras 5.3 y 5.4 muestran alta calidad de la reconstrucción de los campos complejos codificados, sin embargo es posible observar un poco de saturación en algunas imágenes de los campos experimentales, lo cual es debido a la alta sensibilidad de la cámara CCD empleada. En la siguiente sección se hace un análisis de la reconstrucción de los campos pero con polarización inhomogénea.

## **5.2 Generación experimental de campos complejos periódicos y cuasiperiódicos generados a partir de la superposición de ondas con diferente polarización.**

En esta sección se analizan NODFs generados a partir de la superposición de ondas planas con diferente polarización. Para ello en el arreglo experimental de la Figura 5.1 se añaden 3 elementos más: una placa  $\lambda/2$ , una placa  $\lambda/4$ , y un polarizador lineal como se muestra en la Figura 5.5. La placa  $\lambda/2$  se rota  $45^\circ$  y se coloca después del FE2 cubriendo solo los spots a los que se requiera cambiar su polarización de horizontal a vertical. La placa  $\lambda/4$  rotada  $45^\circ$  se coloca posteriormente cubriendo solo los spots a los que se desee cambiar su polarización de horizontal a circular derecha o de vertical a circular izquierda. Por último se coloca un segundo polarizador (P2) después de la lente L3 para analizar las componentes del campo generado a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$  respecto del eje horizontal, en cada situación se captura el campo obtenido.

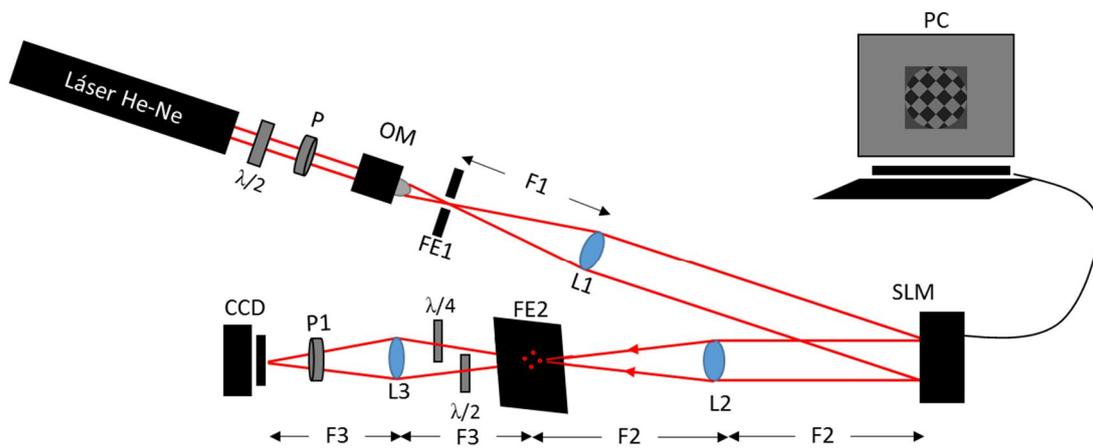


Figura 5.5. Arreglo experimental para la generación de NDOFs con polarización inhomogénea.

Los NODFs generados con polarización inhomogénea reconstruidos a partir de su SPH, se analizaron para tres casos los cuales corresponden a la interferencia de 3, 4 y 5 ondas planas.

En la Figura 5.6(a) se muestra la configuración de polarización que se implementó experimentalmente en cada spot para 3 ondas planas con  $p=0$ , en el espacio de Fourier, donde cada onda presenta diferente polarización: lineal vertical, circular izquierda y lineal horizontal. En Figura 5.6(b) se presenta el patrón de polarización del campo en 2D correspondiente a la interferencia de estas ondas en una región de  $25 \times 25$  píxeles, se observa que la distribución de polarización tiene variaciones de una zona a otra, esto significa que la dirección y la amplitud del campo eléctrico resultante cambia, dibujando diferentes elipses de polarización, por lo cual existe polarización elíptica, circular y lineal.

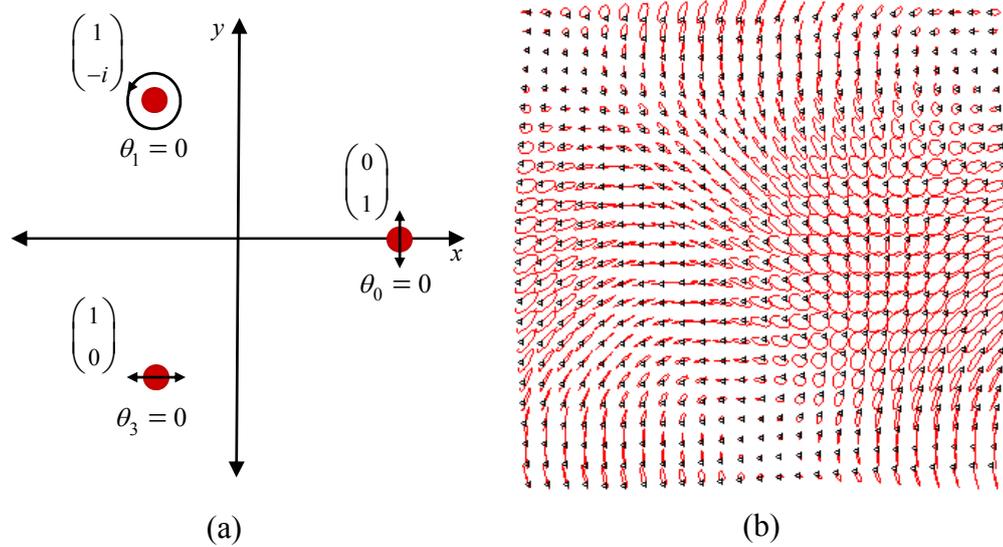


Figura 5.6(a) Configuración de tres ondas planas con  $p=0$  en el espacio de Fourier, con diferente polarización. (b) Patrón de polarización del campo en 2D debido a la interferencia de tres ondas con polarización diferente en cada una: lineal vertical, circular izquierda y lineal horizontal.

En la Figura 5.7 se muestra la amplitud del campo obtenido numéricamente después de emplear la configuración de polarización en la Figura 5.6(a). Mientras que en la Figura 5.7(b) se muestra el campo obtenido de forma experimental. Comparando ambos resultados se observa saturación en la imagen experimental, también se observan regiones menos intensas que otras, esto probablemente fue provocado debido a la adición de las placas retardadoras en el arreglo experimental.

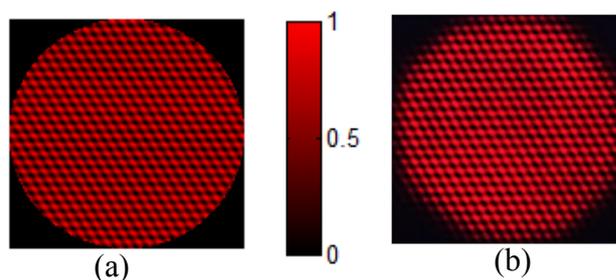


Figura 5.7 Amplitud de un NDOF con  $Q=3$  y  $p=0$ , generado por la interferencia de 3 ondas con diferente polarización. (a) Campo numérico (b) Campo experimental.

En la Figura 5.8, se muestra el análisis de las componentes del campo empleando la configuración de polarización ilustrada en la Figura 5.1 (a), para ello se bloquean todas

las componentes del campo excepto las que se encuentran (a)  $0^\circ$ , (b)  $45^\circ$  y (c)  $90^\circ$  respecto del eje horizontal. Para el caso a  $0^\circ$  se obtiene la interferencia de dos ondas, una perteneciente a la onda con polarización horizontal y la otra es la componente real de la onda con polarización circular izquierda, donde la intensidad del patrón de interferencia varía a lo largo del eje vertical. En el caso a  $45^\circ$  notamos que se recupera el campo original, es decir, como si todas las componentes tuvieran la misma polarización (Figura 5.3 (a) y (d)). Por último en el caso a  $90^\circ$  se obtiene la interferencia de la onda con polarización vertical y la componente compleja de la onda con polarización circular izquierda.

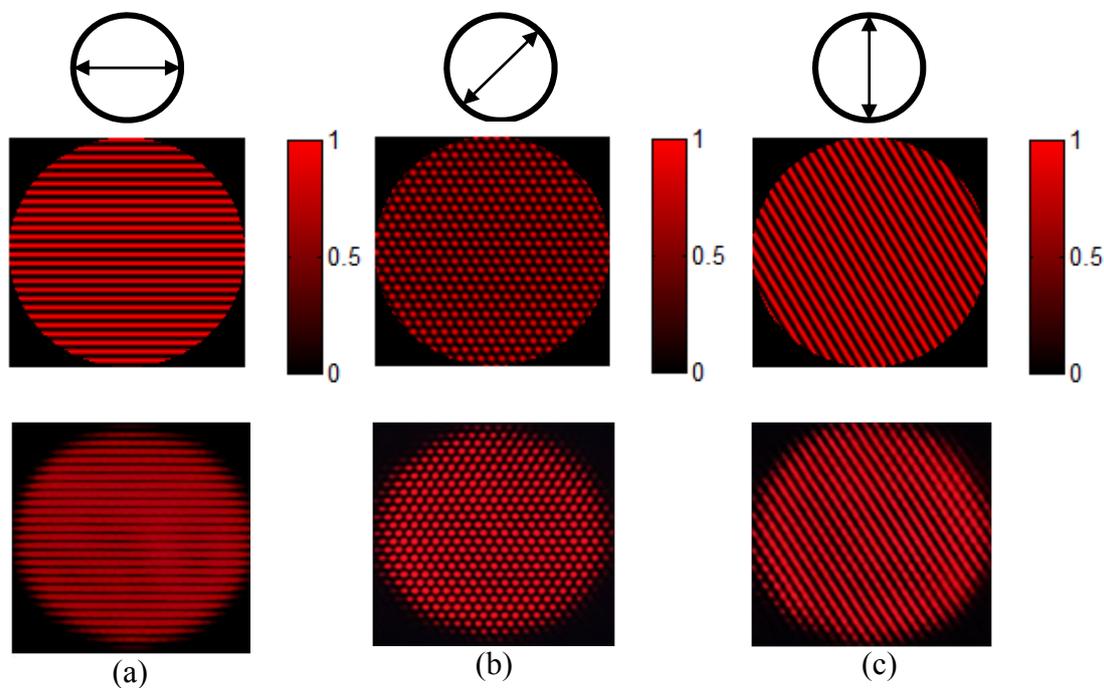


Figura 5.8. Componentes de un NDOF con polarización inhomogénea usando la configuración de polarización ilustrada en la Figura 5.6(a), las cuales se analizaron a  $0^\circ$ (a),  $45^\circ$ (b) y  $90^\circ$ (c).

Otro NDOF generado con polarización inhomogénea se obtuvo mediante la superposición de 4 ondas planas con  $p=2$ . La polarización usada en cada onda plana se muestra en la Figura 5.9(a), cada onda presenta diferente polarización: circular izquierda, circular derecha, lineal vertical y lineal horizontal. Mientras que en la Figura 5.9(b) se observa el patrón de polarización en 2D obtenido por la interferencia de estas ondas en

un área de 25x25 píxeles. En este patrón se observa que existe polarización mayormente elíptica, también se observan pequeñas regiones con polarización lineal, y con circular.

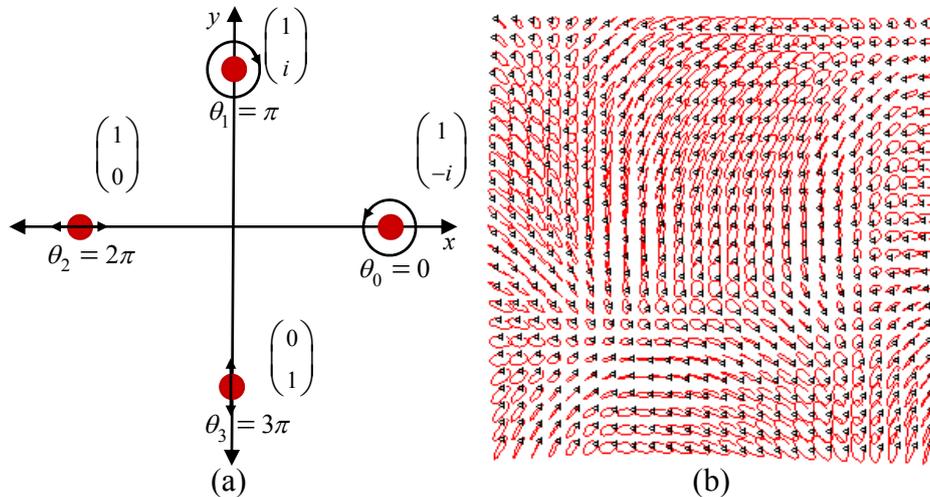


Figura 5.9 (a) Configuración de polarización para cuatro ondas con  $p=2$ . (b) Patrón de polarización en 2D del campo.

En la Figura 5.10 se muestra la amplitud de un NDOF numérico y experimental generado por 4 ondas, con  $p=2$  y empleando la configuración de polarización en la Figura 5.9(a). Los resultados numéricos y experimentales coinciden sin embargo nuevamente se observa más saturación en el campo experimental.

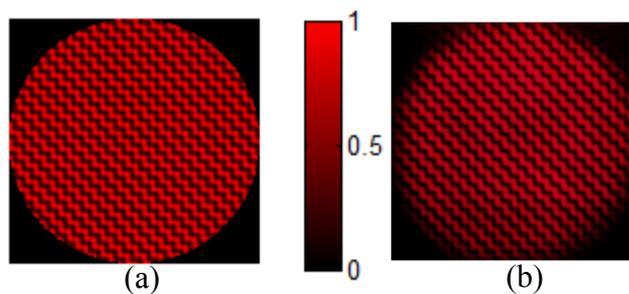


Figura 5.10. NDOF con polarización inhomogénea y parámetros ( $Q=4$ ,  $p=2$ ). (a) Amplitud numérica del campo (b) Campo experimental.

En la Figura 5.11 se presentan los resultados numérico-experimentales tras analizar las componentes del campo generado por ( $Q=4$ ,  $p=2$ ) con diferente polarización, cuya configuración de polarización se muestra en Figura 5.9(a). Se presentan tres casos, en el primer caso se analizan las componentes horizontales ( $0^\circ$ ), aquí se genera la interferencia de la onda con polarización horizontal, y las componentes reales de la onda con

polarización circular derecha y otra onda con polarización circular izquierda. En el segundo caso se dejan pasar las componentes del campo a  $45^\circ$ , entonces pasan componentes del campo en dirección horizontal como vertical. En el último caso se dejan pasar las componentes a  $90^\circ$  sobre el eje horizontal, entonces se obtiene la interferencia de la onda con polarización vertical y las componentes complejas de la onda con polarización circular derecha y otra onda con polarización circular izquierda.

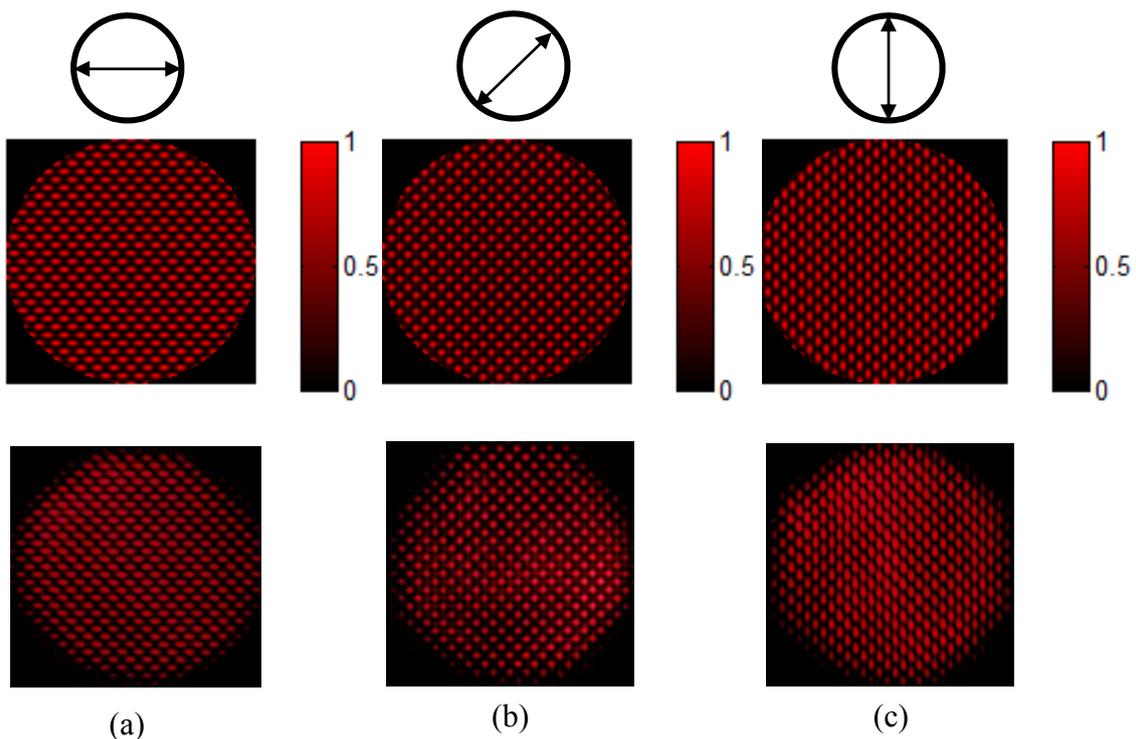


Figura 5.11. Análisis de las componentes del NDOF con  $(Q=4, p=2)$  y polarización inhomogénea a  $0^\circ$ (a),  $45^\circ$ (b) y  $90^\circ$ (c).

El último caso de un NDOF generado con polarización inhomogénea implementado en este trabajo se presenta en la Figura 5.12 (a), donde se muestra el esquema de 5 ondas planas en el espacio de Fourier con  $p=1$ , cada onda presenta diferente polarización: circular derecha, circular izquierda, lineal vertical y lineal horizontal. En la Figura 5.12(b), se observa el patrón de polarización en 2D generado por la interferencia de estas ondas, podemos ver variaciones que en la zona centro, aquí el campo eléctrico no es tan intenso, esto quiere decir que la intensidad en esa región es poca en comparación con

otras zonas donde se observan variaciones mayormente elípticas, algunas circulares y algunas lineales.

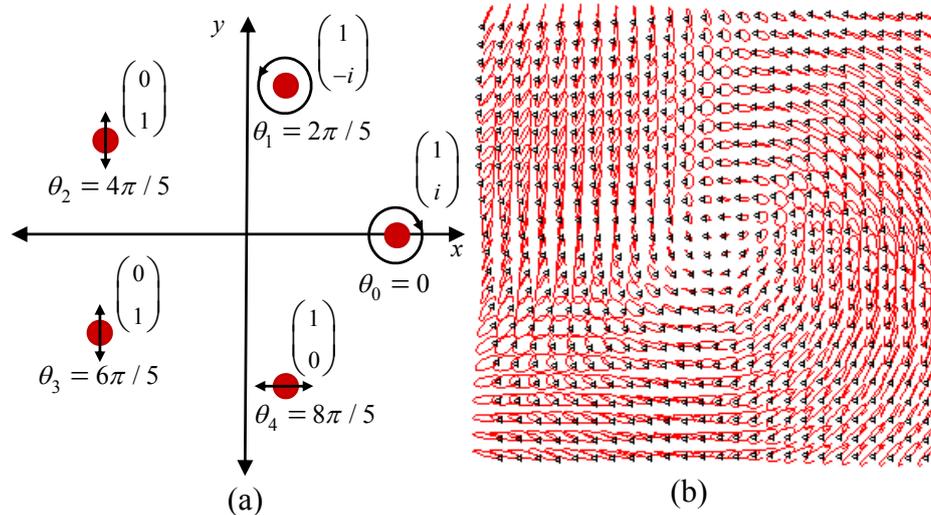


Figura 5.12. (a) Configuración de polarización para un NDOF con  $(Q=5, p=1)$ . (b) Patrón de polarización en 2D de la interferencia de 5 ondas planas condifrente polarización

En la Figura 5.13 se muestran los resultados del NDOF con parámetros  $(Q=5, p=1)$  generado con polarización inhomogénea cuya configuración de polarización de cada onda plana en el espacio de Fourier se muestra en la Figura 5.12(a).

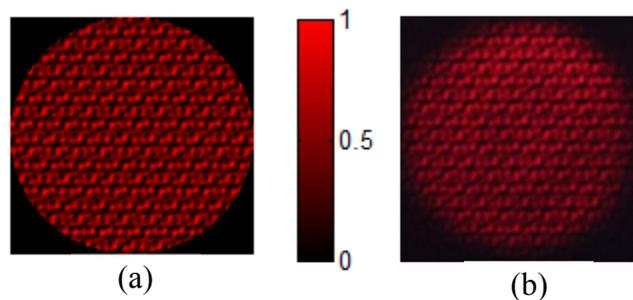


Figura 5.13. NDOF con polarización inhomogénea y parámetros  $(Q=5, p=1)$ . (a) Amplitud numérica del campo (b) Campo experimental.

En la Figura 5.14 se muestran los resultados numéricos y experimentales del análisis de las componentes del NDOFs con  $(Q=5, p=1)$  y polarización inhomogénea mostrado en la Figura 5.12. En la Figura 5.14(a) se analizan las componentes del campo

a  $0^\circ$  respecto del eje horizontal, aquí se tiene la interferencia de la onda plana con polarización horizontal, y las componentes reales de las ondas con polarización circular derecha e izquierda. En la Figura 5.14 (b) se analizan las componentes a  $45^\circ$ , en este caso se obtiene la interferencia de las cinco componentes. En la Figura 5.14(c) se analizan las componentes verticales del campo, en este caso interfieren 2 ondas planas con polarización vertical, la componente compleja de la onda con polarización izquierda y la componente compleja del campo con polarización circular derecha.

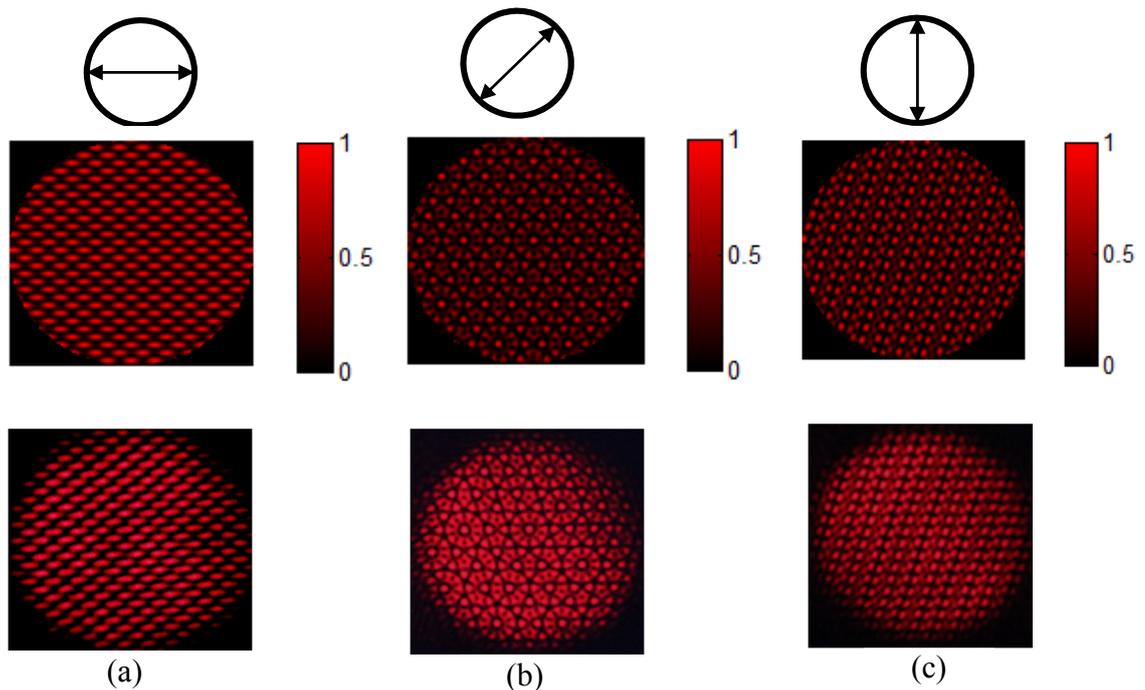


Figura 5.14 Análisis de las componentes del NDOF con ( $Q=5$ ,  $p=1$ ) y polarización inhomogénea a  $0^\circ$ (a),  $45^\circ$ (b) y  $90^\circ$ (c).

A pesar de que las imágenes experimentales de los NDOFs no presentan saturación uniforme para los casos obtenidos con polarización inhomogénea, éstas muestran una buena reconstrucción de los NDOFs ya que reproducen los resultados simulados numéricamente.

# Capítulo 6

---

## Conclusiones

En este trabajo se reconstruyeron campos ópticos adifraccionales (NDOFs) numérica y experimentalmente, generados mediante la superposición de  $Q$  ondas planas, con igual polarización en algunos casos y con distinta polarización en otros casos, a partir de sus hologramas sintéticos de fase (SPH). Como sistema de despliegue de los hologramas sintéticos se empleó un modulador espacial de luz de fase (LC-SLM), el cual fue previamente caracterizado mediante el efecto Talbot para obtener una curva de modulación de fase.

Los primeros NDOFs se generaron haciendo interferir ondas planas, cada una con estado de polarización lineal horizontal, mediante SPHs con parámetros  $(Q=3, p=0)$ ,  $(Q=4, p=2)$ ,  $(Q=5, p=1)$ ,  $(Q=6, p=2)$ ,  $(Q=7, p=2)$ ,  $(Q=8, p=0)$  y  $(Q=8, p=2)$ . La eficiencia de difracción obtenida para cada SPH fue buena, ya que cada una se obtuvo con valor mayor al 50% (entre 65.6% y 84.3%). La comparación de resultados numéricos y experimentales mostró la eficiente reconstrucción de los campos, a pesar de la saturación de algunas imágenes experimentales.

Posteriormente se implementaron NDOFs vectoriales, mediante la manipulación experimental de la polarización de las ondas planas generadas por los SPHs. Los NDOFs con polarización inhomogénea se generaron con parámetros  $(Q=3, p=0)$ ,  $(Q=4, p=2)$  y  $(Q=5, p=1)$ . En el primer caso  $(Q=3, p=0)$ , los estados de polarización de las ondas fueron: lineal vertical, circular izquierda y lineal horizontal. En el segundo caso  $(Q=4, p=2)$ , las

## Capítulo 6. Conclusiones

---

ondas presentaron polarización: circular izquierda, circular derecha, lineal horizontal y lineal vertical. En el último caso las ondas interfirieron con los siguientes estados de polarización: circular derecha, circular izquierda, lineal vertical y lineal horizontal. Los resultados experimentales reprodujeron los resultados obtenidos numéricamente, sin embargo se observó que la intensidad en los patrones generados no presentaba uniformidad lo cual probablemente se debió a errores en el arreglo experimental como la alineación inexacta del sistema óptico.

En general los campos ópticos adifraccionales periódicos con polarización uniforme ó inhomogénea se pueden generar a partir de SPHs con diferentes parámetros de forma numérica. Sin embargo de forma experimental nos delimita el espacio en el cual se distribuyen las ondas planas.

# Bibliografía

---

- [1] Zhan, Q. “Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications”. *Advances in Optics and Photonics*. **1**, 1–57 (2009)
- [2] J. A. Neff, R. A. Athale y S. H. Lee. Two-Dimensional Spatial Light Modulators: A Tutorial. *Proc. IEEE*, 78:826-855, 1990.
- [3] B. E. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, 2nd ed. (John Wiley & Sons, INC., 2007).
- [4] Eugene Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, 2002.
- [5] Y. Mushiake, K. Matsumura, and N. Nakajima, “Generation of radially polarized optical beam mode by laser oscillation,” *Proceedings of the IEEE* **60**, 1107–1109 (1972).
- [6] D. Pohl, “Operation of a Ruby Laser in the Purely Transverse Electric Mode TE<sub>01</sub>,” *Applied Physics Letters* **20**, 266–267 (1972)
- [7] J.-F. Bisson, J. Li, K. Ueda, and Y. Senatsky, “Radially polarized ring and arc beams of a neodymium laser with an intra-cavity axicon,” *Opt. Express* **14**, 3304–3311 (2006).
- [8] S. C. Tidwell, D. H. Ford, and W. D. Kimura, “Generating radially polarized beams interferometrically,” *Appl. Opt.* **29**, 2234–2239 (1990).
- [9] C. Rotschild, S. Zommer, S. Moed, O. Hershcovitz, and S. G. Lipson, “Adjustable Spiral Phase Plate,” *Appl. Opt.* **43**, 2397–2399 (2004).
- [10] Z. Bomzon, G. Biener, V. Kleiner, and E. Hasman, “Radially and azimuthally polarized beams generated by space-variant dielectric subwavelength gratings,” *Opt. Lett.* **27**, 285–287 (2002).
- [11] María Guadalupe Méndez Vázquez. Generación y síntesis de campos luminosos escalares y vectoriales empleando hologramas sintéticos de fase. Tesis de Doctorado. INAOE. Enero 2013.
- [12] M. A. A. Neil, F. Massoumian, R. Juškaitis, and T. Wilson, “Method for the generation of arbitrary complex vector wave fronts,” *Opt. Lett.* **27**, 1929–1931 (2002).

## Bibliografía

---

- [13] X.-L. Wang, J. Ding, W.-J. Ni, C.-S. Guo, and H.-T. Wang, "Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement," *Opt. Lett.* 32, 3549–3551 (2007).
- [14] C. Maurer, A. Jesacher, S. Föllmer, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Tailoring of arbitrary optical vector beams," *New Journal of Physics* 9, 78–97 (2007).
- [15] G. Rodríguez Zurita. Apuntes de Interferometría Óptica Contemporánea ideas fundamentales [archivo pdf]. Recuperado de <https://www.fcfm.buap.mx/gzurita/assets/InterferometriaContemporanea.pdf>
- [16] J. Xavier, P. Rose, B. Terhalle, J. Joseph, and C. Denz, "Three-dimensional optically induced reconfigurable photorefractive nonlinear photonic lattices," *Opt. Lett.* 34, 2625–2627 (2009).
- [17] J. Xavier, M. Boguslawski, P. Rose, J. Joseph, and C. Denz, "Reconfigurable optically induced quasicrystallographic three-dimensional complex nonlinear photonic lattice structures," *Adv Mater* 22, 356–60 (2010).
- [18] Jesacher A, Maurer C, Schwaighofer A, Bernet S, Ritsch-Marte M. Nearperfect hologram reconstruction with a spatial light modulator. *Optics Express*. 2008;16(4):2597–2603.
- [19] L. Bigue, "Cell-oriented vs. point-oriented techniques in diffractive optical element design: towards a definitive comparison," In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, L. Mazuray, P. J. Rogers, and R. Wartmann, eds., *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series* 5249, 335–342 (2004).
- [20] R. Ponce, A. Serrano-Heredia, and V. M. Arrizon, "Simplified optimum phaseonly configuration for a TNLCD," In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, K. M. Iftakharuddin and A. A. S. Awwal, eds., *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series* 5556, 206–213 (2004).
- [21] L. B. Lesem, P. M. Hirsch, and J. A. Jordan, "The Kinoform: A New Wavefront Reconstruction Device," *IBM Journal of Research and Development* 13, 150–155 (1969).
- [22] F. Wyrowski, "Upper bound of the diffraction efficiency of diffractive phase elements," *Opt. Lett.* 16, 1915–1917 (1991).
- [23] V. Arrizón, D. S. de-la Llave, and G. Méndez, "Holographic generation of a class of nondiffracting fields with optimum efficiency," *Opt. Lett.* 37, 2154–2156 (2012).
- [24] W. D. Mao, J. W. Dong, Y. C. Zhong, G. Q. Liang, and H. Z. Wang, "Formation principles of two-dimensional compound photonic lattices by one-step holographic lithography," *Opt. Express* 13, 2994–2999 (2005).
- [25] Gabriel Mellado Villaseñor. Caracterización de una Pantalla de Cristal Líquido de Fase. Tesis de Maestría. INAOE. Agosto de 2013.
- [26] V. Arrizón, D. S. de-la Llave, G. Méndez, and U. Ruiz, "Efficient generation of periodic and quasi-periodic non-diffractive optical fields with phase holograms," *Opt. Express* 19, 10553–10562 (2011).

## Bibliografía

---

- [27] Pochi Yeh y Claire Gu. *Optics of Liquid Crystal Displays*. John Wiley & Sons Inc., 1999
- [28] H.F. Talbot. Facts relating to optical science. No. IV. *Philos. Mag.*, 9:401-407, 1836.
- [29] HOLOEYE Photonics AG. *PLUTO Phase Only Spatial Light Modulators - Device Operating Instructions - SLM Application Software Instructions*. 2010.
- [30] Rafael Páez López. *Manipulación de micropartículas empleando hologramas sintéticos defase*. Tesis de Doctorado. Febrero 2017, INAOE.
- [31] Mansripur. *Classical Optics and its Applications*. Cambridge University. Press 2002.