



**I
N
A
O
E**

**Modelo General semiempírico para la Frecuencia de
Resonancia en Resonadores piezoeléctricos de contorno
(LWR)**

Por

**Andrés Felipe Jaramillo Alvarado
Ing. Físico, UTP.**

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado
de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD DE
ELECTRÓNICA**

En el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica
(INAOE)**

Agosto 2018
Tonanzintla, Puebla.

Supervisada por:

Alfonso Torres Jácome
Investigador Titular del INAOE
Emmanuel Torres Ríos
Profesor Tec. Monterrey

©INAOE 2018

Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir
copias de esta tesis en su totalidad o en partes mencionando la
fuente.



Resumen

En la actualidad los retos tecnológicos para cumplir las demandas contemporáneas de las telecomunicaciones son cada vez más grandes. Con el fin de cumplir con las nuevas metas, se deben optimizar cada uno de los componentes básicos de los circuitos específicos. Los transductores interdigitados son parte fundamental de cualquier sistema de comunicación, y por ello en este trabajo, se presenta un modelo semiempírico y su respectiva interpretación para la frecuencia de resonancia en resonadores piezoeléctricos de contorno basados en nitruro de aluminio (AlN), este incluye efectos que no se tienen en cuenta en la metodología comúnmente utilizada para su diseño. Se presenta un análisis cuantitativo de la dependencia del factor de calidad y el coeficiente de acople electromecánico respecto a los espesores normalizados de los electrodos y el piezoeléctrico. Se presentan las limitaciones del modelo predictivo y se delimito el espectro de frecuencias en el cual se puede utilizar, además, se demostró que el comportamiento de la frecuencia de resonancia en función de los espesores de los electrodos y el piezoeléctrico varía de forma lineal si se sitúa la frecuencia de resonancia a un porcentaje por debajo de la calculada teóricamente; cuando se está cerca a esta, el comportamiento es altamente no lineal. En la validación del modelo para la frecuencia de resonancia se obtuvieron errores porcentuales promedio del 5.1% para resonadores con electrodos de aluminio y de 5.05% para resonadores con electrodos de molibdeno.

Abstract

Currently, the technological challenges for reaching the demanding aspects of modern telecommunications are larger every day. As a result, in order to meet the new specifications every single component of each specific circuit must be optimized. The interdigitated transducer is a fundamental part of every communication system and, this work devoted to the development of a design methodology for Lamb Wave Resonators (LWR) based on AlN. Also, it is obtained a semi-empirical model that relates the resonance frequency of a LWR resonator with the electrodes thicknesses. The methodology is an algorithm that looks for the highest electromechanical coupling factor, the highest quality factor in terms of the resonance frequency required. The limitations of the predictive model here presented and useful range frequency are discussed. It is also shown that the resonance frequency changes linearly with the electrodes thicknesses but, for high frequencies this dependence is not longer lineal and behaves as the third power of the thickness. The error that this model produces is in the order of the 5.1% for aluminium electrodes and 5.05% for molybdenum electrodes. Error found by simulations.

Agradecimientos

Un agradecimiento sincero y fuerte hacia México como país y para cada uno de sus ciudadanos, así mismo al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México por brindarme la oportunidad de seguir con mis estudios gracias a la beca que se me otorgo en la convocatoria número 291137 de Becas Nacionales 2016 Segundo Periodo.

Un fuerte abrazo, y sinceros agradecimientos hacia el Msc. Edwin Andrés Quintero por la gran persona que es, por su compromiso con la ciencia y su gran apoyo en mi formación académica.

Se agradece integralmente a Intel Corporation, específicamente a la división de Intel Labs en México por aportar los materiales utilizados en los procesos de fabricación que se realizaron durante esta investigación según lo previsto en el acuerdo de investigación Intel Cg# 29653659, Thin Film Bulk Acoustic Devices On AlN And ZnO For Low Loss And Highly Selective Band Pass Passive Filters In The Range Of 0.7-5 Ghz.

Un agradecimiento especial a mis directores de tesis Alfonso Torres Jacome y Emmanuel Torres Rios por su gran asistencia y colaboración para dar este paso en mi vida.

Un agradecimiento a los técnicos del laboratorio de Nanoelectrónica y microelectrónica Ignacio Juárez, Adrián Itzmoyotl, Oscar Aponte, Armando Hernández, Ramiro Arroyo y Víctor Aca.

```

public static void Main(String args)
{
    int intentos = 0;
    for (int i = 0; i < intentos + 1; i++)
    {
        if (Love.isTrue)
        {
            Console.WriteLine("Ves que el amor si existe?");
            Me.Happy();
            break;
        }
        intentos++;
        Love.Next();
        Me.Study();
    }
    Me.Live();
}

```

Dedicatoria

Dedicada a mi madre Miriam Eugenia Alvarado R. por enseñarme que para salir adelante se necesita firmeza y convicción, a mi padre Leonardo Jaramillo Z. por inculcarme el amor a la ciencia, a mi hermana Adriana María Santa A. por regalarme el valor de la responsabilidad y a mi hermano Ricardo Andrés Jaramillo A. por no dejarme olvidar el niño que llevo dentro.

A mi novia Caterine Tatiana Cifuentes R. por acompañarme en mi camino y ser una fuente de apoyo incondicional para mi progreso. A mis amigos Jorge Alejandro Bueno V., Miguel Ángel Jaramillo S. por estar conmigo en todo momento.

A mi familia, a mis amigos, a mis profesores, a mis colegas y a la vida misma por hacerme quien soy

Índice

Resumen	2
Abstract.....	3
Dedicatoria	5
1. Introducción.....	10
1.1 Necesidades de la nueva generación.....	10
1.2 Tecnología de MEMS	11
1.3 Materiales piezoeléctricos.....	12
1.4 Resonadores piezoeléctricos	14
1.5 Herramientas de simulación.....	15
1.5.1 COMSOL Multiphysics®	15
1.6 Estado del arte.....	16
1.7 Justificación.....	18
1.8 Objetivos.....	19
1.8.1 General.	19
1.8.2 Objetivos específicos.....	19
1.9 Organización del documento.....	20
2. Marco Teórico.....	22
2.1 Mecánica en Sólidos.....	22
2.1.1 Ley de Hooke.....	22
2.1.2 Efecto Piezoeléctrico.	24
2.1.3 Propiedades de ondas acústicas sobre materiales piezoeléctricos.....	25
2.1.4 Resonadores piezoeléctricos.	26
2.1.5 Resonador de onda acústica superficial (SAW).....	27
2.1.6 Resonador de modos acústicos de contorno (LWR).....	27
2.1.7 Parámetros de caracterización de resonadores piezoeléctricos.	28
2.1.8 Longitud de onda del dispositivo (λ).....	29
2.1.9 Coeficiente de acople electromecánico (k_{eff}^2).	29
2.1.10 Frecuencia de resonancia serie y paralelo (f_s y f_p).	30
2.1.11 Factor de calidad (Q).	31
2.1.12 Velocidad de propagación mecánica en el piezoeléctrico (v).	31

2.1.13	Impedancia mecánica de resonancia (R_m).....	32
2.1.14	Características piezoeléctricas del AIN.	32
2.1.15	Modelo Butterworth-Van Dyke Modificado.....	33
2.2	Simulación basada en elementos finitos.	33
2.2.1	Componentes generales del método de elementos finitos.....	34
2.2.2	Desventajas y limitaciones.	34
3.	Construcción metodológica	36
3.1	Simulación base y resultados físicos esperados.	36
3.1.1	Simulación base.	37
3.1.2	Resultados físicos esperados.	37
3.2	Grupo de simulaciones y reducción de datos.....	40
3.3	Modelo predictivo de la frecuencia de resonancia y su interpretación.	42
3.3.1	Modelo de contribuciones lineales.	42
3.3.2	Modelo de contribuciones generalizado.	43
3.3.3	Metodología de validación.	45
4.	Resultados y discusión.....	48
4.1	Características comunes del grupo de simulaciones.	49
4.2	Resultados y discusión.....	50
4.2.1	Resultados y discusión para la frecuencia de resonancia y velocidad mecánica efectiva.	51
4.2.2	Resultados y discusión para el factor de acople electromecánico.....	58
4.2.3	Resultados y discusión para el factor de calidad.	61
4.3	Modelo de la frecuencia de resonancia.....	64
4.3.1	Modelo de contribuciones lineales.	64
4.3.2	Modelo de contribuciones Generalizado.	71
4.4	Validación del modelo de contribuciones.	73
4.4.1	Validación del modelo: Electrodo de Aluminio.	73
4.4.2	Validación del modelo: Electrodo de Molibdeno.	74
5.	Conclusiones y trabajo futuro.....	76
5.1	Frecuencia de resonancia.....	76
5.2	Factor de acople electromecánico.....	78
5.3	Factor de Calidad.....	78

5.4	Trabajo Futuro.	79
6.	Anexos.	80
6.1	Diseño de la simulación base sobre COMSOL Multiphysics®.	80
6.2	Ejemplo de obtención del sistema de ecuaciones diferenciales para el fenómeno piezoeléctrico para un material hexagonal.....	83
6.3	Valores de los espesores utilizados para las simulaciones de validación..	88
7.	Índice de Figuras.....	98
8.	Índice de Tablas	102
9.	Referencias	104

1. Introducción

El campo de las telecomunicaciones se ha desarrollado dramáticamente en los últimos veinte años debido a las exigencias que han ido presentando las nuevas necesidades tecnológicas de la sociedad, debido a estos requisitos, han surgido avances gracias a la implementación de nuevas topologías, mejora en los materiales y nuevas técnicas de diseño. Sin embargo, a pesar de estos nuevos desarrollos los requerimientos de las telecomunicaciones son cada vez más extensos, por ello, se hace necesario optimizar cada uno de los componentes y dispositivos específicos que permiten que estas tecnologías lleguen a la sociedad y sigan aumentando su eficiencia cada vez más.

1.1 Necesidades de la nueva generación

La nueva generación de las telecomunicaciones tiene como objetivos entre otros el aumentar la tasa de transferencia de datos hasta cien veces respecto a la tecnología 4G LTE, contar con una latencia inferior a 1ms y aumentar la densidad de usuarios permitidos por unidad de área [1]; para cumplir con estas necesidades se deben enfocar los esfuerzos en concretar avances dirigidos a los materiales y metodologías de diseño, además, trabajar en el rango de frecuencias de operación para hacer compatible la investigación con los estándares industriales. Algunas de las características más demandantes de la nueva generación de las telecomunicaciones, son las dificultades ambientales impuestas, por el comportamiento de las ondas electromagnéticas y su disipación en el aire sobre las diferentes bandas de frecuencia propuestas [2]; por este motivo es imperativo que se desarrollen tanto nuevas topologías y metodologías de diseño, como la optimización de los componentes básicos que integran los circuitos encargados de la recepción y procesamiento de la información para así, cumplir con las demandas mencionadas. Teniendo en cuenta lo anterior y pensando en focalizar la

industrialización de los nuevos diseños y metodologías, se hace necesario que estos sean fácilmente integrables a los procesos de fabricación industriales, y por ello, la refinación de los dispositivos requiere de miniaturización y compatibilidad parcial o total con los procesos de fabricación actuales (CMOS, SOI, FinFet, etc).

Los osciladores son parte fundamental de cualquier sistema de procesamiento en el área de las telecomunicaciones. Sin embargo, al ser elementos activos cuentan con un consumo de potencia elevado en comparación, por ejemplo, con un resonador micro-electromecánico el cual es un elemento pasivo. La tarea de los osciladores puede ser llevada a cabo por un resonador con un pequeño circuito de control, generalmente, con menor ganancia y factores de calidad inferiores respecto al oscilador, sin embargo, su mayor ventaja recae en su bajo consumo de potencia e inferior disipación térmica [3]. De allí que este trabajo este enfocado en crear una metodología de diseño para resonadores micro-electromecánicos partiendo desde simulaciones y llegando a la fabricación para así demostrar experimentalmente la metodología propuesta.

1.2 Tecnología de MEMS

La tecnología de dispositivos Micro-Electromecánicos (en adelante MEMS) es fundamental para el desempeño logrado por los dispositivos modernos, estos son empleados en la electrónica manufacturada desde hace ya años. Los fundamentos de esta tecnología fueron planteados en las décadas de los sesentas y setentas del siglo pasado. En la Fig. 1 se observan los alcances de esta tecnología la cual permite la fabricación y micro-maquinado superficial de dispositivos, permitiendo el diseño e industrialización de forma económica de sensores de presión, inercia, de gases y algunos sensores biológicos entre otros [4],[5],[6].

La fabricación de los dispositivos MEMS mediante micro-maquinado superficial se basa en la diferencia de velocidades de grabado de los diferentes materiales, permitiendo así, esculpir un material mientras los demás no se ven afectados significativamente. El material esculpido se le denomina material estructural mientras que el grabado se le llama de sacrificio. De los materiales más utilizados de sacrificio son el SiO_2 y el vidrio de fosfosilicato (SiO_2 con dopado tipo P), lo anterior debido a su alta razón de grabado con ácido fluorhídrico (HF).

La gran utilidad y eficiencia de la tecnología de MEMS se ve reflejada no solo en la expansión de sus aplicaciones día a día, sino también, en el crecimiento del mercado referente a esta tecnología. En 2007 los sistemas basados en MEMS tomaron un movimiento monetario neto de cerca de 47 mil millones de dólares aumentando esta cifra para 2012 a 103 mil millones de dólares, donde el mercado obtuvo una tasa compuesta de crecimiento anual del 15% por más de cinco años [7]. El aumento del mercado de la tecnología de MEMS es debido a su expansión tanto en número de aplicaciones como en un mayor consumo de materias primas para la fabricación de los dispositivos.

Algunas de las aplicaciones más demandadas de la tecnología de MEMS incluyen el uso de materiales piezoeléctricos como sensores, referencias frecuenciales o resonadores [8]; el porqué de este último, recae en que su fabricación es sencilla, presenta un alto rendimiento y tienen una variedad de parámetros que le permiten a los diseñadores realizar su tarea eficazmente, además, ofrecen compatibilidad con los procesos de fabricación industriales utilizados en la actualidad.

1.3 Materiales piezoeléctricos

El efecto piezoeléctrico estudiado desde 1880 por los hermanos Pierre y Jacques Curie ha sido de gran utilidad desde la década de 1960, debido a que las aplicaciones y dispositivos basados en este efecto tienen una buena relación desempeño/costo, son fácilmente escalables y son compatibles con

los procesos de fabricación industrial. El formalismo matemático y físico necesario para entender a profundidad este efecto, fue presentado en el libro “The Theory of Sound” [9] escrito por el físico Baron Rayleigh donde se estudia meticulosamente la acústica y el comportamiento microscópico de esta.

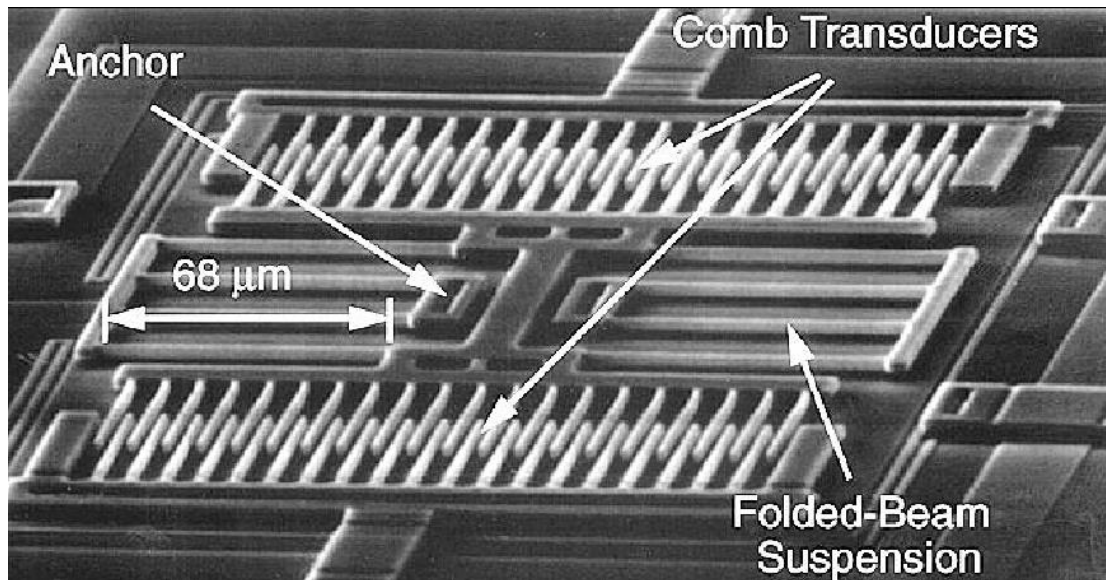


Fig. 1-1 Micro-maquinado superficial para diseño de dispositivos MEMS [10].

El efecto piezoeléctrico es un proceso termodinámicamente reversible, sucede cuando la celda cristalina del material posee anisotropía de carga al ser sometida a una deformación respecto a su posición de equilibrio, con lo cual, debido a la no homogeneidad de carga se generan dipolos que polarizan el material, obteniendo así, un campo eléctrico neto diferente de cero. Es importante aclarar que el efecto piezoeléctrico polariza el material por lo tanto cumple las leyes electromagnéticas de la polarización teniendo que, si el material es homogéneo e isotrópico, el campo eléctrico producido es solo debido a la densidad de carga superficial puesto que la interna (volumétrica) será siempre cero.

Los materiales piezoeléctricos comúnmente usados en la industria para la fabricación de dispositivos son Óxido de zinc (ZnO), Cuarzo (SiO_2), Niobato de Litio (LiNbO_3) y el nitruro de aluminio (en adelante AlN) entre otros. En la

Tabla 1 se pueden observar las principales características referentes a la fabricación de resonadores con estos materiales. Como se mostrará en el capítulo 2, la frecuencia de operación de un resonador es proporcional a la velocidad del sonido en el material, de allí, si se desea operar a una mayor frecuencia se deberá entonces tener, una mayor velocidad. De acuerdo a lo anterior, se escogió trabajar con el nitruro de aluminio ya que es el material con las mejores características para llevar a cabo la investigación, debido a que presenta la mayor velocidad mecánica de los materiales allí mostrados. Generalmente, el AlN es obtenido mediante Sputtering Reactivo ya sea de corriente continua o de radio frecuencia, de entre estas dos formas, la que se encuentra disponible en el INAOE es Sputtering Reactivo DC.

Los piezoeléctricos son materiales transductores electromecánicos, por ello las tensiones en su estructura cristalina pueden provenir de excitaciones eléctricas o mecánicas. De allí, que su comportamiento se vea afectado de manera drástica por la relación de aspecto entre los espesores del piezoeléctrico y los electrodos del dispositivo, debido a que las ondas mecánicas sufren dispersión al viajar por los diferentes materiales (medios)

Tabla 1. Características principales de los piezoeléctricos comúnmente usados en la industria

Material	Velocidad (m/s)	Factor de acople electromecánico (%)	Estructura Cristalina (Shear mode).
ZnO	2558	3.2	Wurtzite
Cuarzo	3158	0.16	Hexagonal
LiNbO ₃	3490	5	Trigonal
AlN	10300	0.6	Hexagonal

1.4 Resonadores piezoeléctricos

A pesar de que el descubrimiento del efecto piezoeléctrico y su estudio datan del siglo XIX, las aplicaciones y utilidades de estos materiales no fueron

realmente empleados hasta la década de 1960 cuando, Voltmer y White [11] realizaron importantes avances en el campo del procesamiento de señales, planteando las bases de los dispositivos de ondas acústicas superficiales (SAW), mediante el diseño e implementación de transductores interdigitados los cuales, son en esencia resonadores. En esa misma década Foster [12] publicaría un estudio similar variando los materiales piezoeléctricos utilizados, dando lugar al inicio de la investigación de materiales piezoeléctricos donde, Shiosaki y Yamamoto [13] utilizaron el Sputtering reactivo RF en 1980 para depositar AlN, el cual sigue siendo uno de los materiales más comúnmente utilizados en la actualidad.

1.5 Herramientas de simulación.

Debido a los altos costos que tendría una investigación que variara cada uno de los parámetros de los resonadores y lo complicado de esto, en la fabricación de los mismos, se hace necesario realizar simulaciones que permitan basar los diseños en resultados iniciales aceptables, esto con el propósito de evitar un sobre costo en la investigación. En el caso particular de esta investigación se usó el software COMSOL Multiphysics® para la simulación de resonadores piezoeléctricos.

1.5.1 COMSOL Multiphysics®

COMSOL Multiphysics® es un simulador multi-física y de primeros principios, que evalúa los valores numéricos de los campos pertenecientes a las magnitudes físicas de interés, y resuelve las ecuaciones de continuidad y las asociadas al comportamiento de los materiales al sufrir diferentes tipos de estímulos. En el caso específico de los dispositivos piezoeléctricos este simulador encuentra las soluciones a las ecuaciones tensoriales que rigen el comportamiento de estos materiales y, usando las condiciones de frontera e iniciales, calcula la respuesta en diferentes espacios de solución como lo son, por ejemplo, el espacio frecuencial o el temporal.

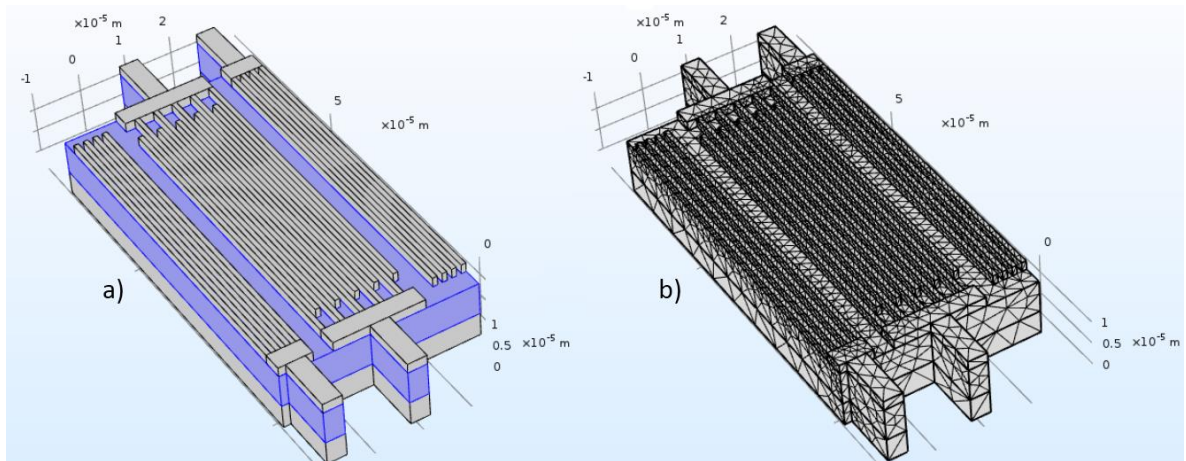


Fig. 1-2 a) Estructura 3D de un resonador piezoeléctrico SAW con reflectores de Bragg b) El mismo resonador con un mallado libre tetraédrico.

COMSOL Multiphysics® ofrece al usuario una interfaz para diseño 3D de los dispositivos y fenómenos físicos a simular, además de un gran número de herramientas para su complemento. En la Fig. 1-2 a) se observa el diseño 3D de un resonador piezoeléctrico de ondas superficiales con reflectores de Bragg, donde en azul se resalta el material piezoeléctrico el cual, está entre las capas metalizadas de los electrodos. En la Fig. 1-2 b) se muestra este mismo pero ahora con mallado tetraédrico libre calculado por el simulador. Cabe destacar que al ser un simulador de primeros principios (se basa en las ecuaciones teóricas y no en modelos numéricos) y totalmente numérico las soluciones encontradas por el simulador dependen en cierto grado de la calidad del mallado y el tamaño mínimo permitido del elemento en él.

1.6 Estado del arte.

El uso de materiales piezoeléctricos en la fabricación de resonadores data de finales de la década de 1960, donde Voltmer en [11] presentó por primera vez avances prácticos sobre este tipo de dispositivos, tomando como fundamento el trabajo teórico de L. Brillouin [14]. Los resonadores piezoeléctricos básicos son los denominados FBAR (Film Bulk Acoustic Resonator), estos constan de un par de electrodos que envuelven la parte inferior y superior de un material piezoeléctrico. Estos dispositivos tienen un buen desempeño a frecuencias

relativamente bajas y en respuesta al bajo rendimiento a altas frecuencias, se diseñaron los resonadores piezoeléctricos de capas apiladas sólidamente o SMR (por sus siglas en inglés Solid Mounted Resonator). Estos cuentan con un grupo de capas de diferentes materiales ubicadas debajo del dispositivo, cada una de ellas con impedancias acústicas muy diferentes para así, confinar las ondas acústicas que van del resonador hasta las capas inferiores mediante la difracción de estas, confinando así, los modos de oscilación de interés [15]. Los dispositivos SMR requieren un número elevado de pasos de fabricación y presentan dificultades para la medición a altas frecuencias como se muestra en [16]. Los resonadores de Ondas Acústicas Superficiales o SAW por sus siglas en inglés (Surface Acoustic Waves) son dispositivos de fácil diseño y desempeño aceptable en un gran número de aplicaciones [17], [18], [19], sin embargo, estos presentan deficiencias en el factor de acople electromecánico y el factor de calidad; para solucionar estos problemas se propusieron los resonadores acústicos de contorno o Lamb Wave Resonators (LWR) los cuales, combinan las mejores características de los resonadores SAW y SMR, lo anterior se debe a que son dispositivos que utilizan los cambios abruptos de impedancia acústica entre el substrato y el aire para confinar los modos de oscilación de interés. Los resonadores LWR son dispositivos tipo SAW que han sido liberados del substrato pudiendo oscilar libremente, por ello son los que mejor desempeño ofrecen para los requerimientos tecnológicos actuales, así, son los más ampliamente utilizados a nivel industrial [20], sin embargo, al ser una tecnología resiente aún se tiene trabajo de investigación por realizar [21].

Los resonadores piezoeléctricos de contorno tienen como fundamento el confinar los modos de oscilación de interés mediante la geometría del dispositivo y de los electrodos, en [22] se demuestran los efectos de variar la geometría obteniendo un factor de acople electromecánico de 2.5% y la mejor respuesta en frecuencia para la geometría “sinc” allí planteada. En [23]

muestran diferentes geometrías y procesos de fabricación que tienen como propósito optimizar el desempeño de los dispositivos, obteniendo un factor de calidad de 1005 y un factor de acople electromecánico de 0.43%.

Las metodologías de diseño comúnmente empleadas para resonadores piezoeléctricos, no tienen fórmulas que incluyan parámetros de fabricación, como lo son los espesores de los electrodos o el del piezoeléctrico. Por ello, en la industria se recurre a la caracterización o la simulación para realizar diseños que arrojen buenos resultados iniciales [24] usando, incluso, un modelo de circuito equivalente. Actualmente para los resonadores piezoeléctricos en general, es el de Butterworth-Van Dyke Modificado [25] ya que representa acertadamente este tipo de dispositivos. Debido a la deficiencia teórica sobre los resonadores piezoeléctricos y el bajo costo que conlleva realizar simulaciones se opta generalmente, por emplear este último como medio de obtención de las características geométricas de diseño optimas; como puede observarse en [10], [26]. Al simular los fenómenos físicos de los resonadores piezoeléctricos, también es posible observar el comportamiento de los campos de desplazamiento mecánico y eléctrico permitiendo un entendimiento mayor del fenómeno. Como se muestra en [21] la variación de los espesores de piezoeléctrico y de electrodos afecta notablemente la respuesta en frecuencia de estos dispositivos, y ya que no existe ninguna expresión analítica que cuantifique esta dependencia, nace la necesidad de plantear un modelo para la predicción de la frecuencia de resonancia en resonadores piezoeléctricos LWR que incluya los factores mencionados.

1.7 Justificación.

Debido a las demandas de la nueva generación de las telecomunicaciones, se hace necesario optimizar el diseño de cada componente que pertenezca a la circuitería encargada de estas funciones. Los osciladores son parte fundamental de los circuitos encargados de la transferencia de datos, sin

embargo, estos cuentan con desventajas que pueden ser suplidas mediante su reemplazo con resonadores piezoeléctricos. Así, se hace necesario entonces, desarrollar una metodología de diseño para la implementación de resonadores piezoeléctricos de tipo LWR basados en nitruro de aluminio (AlN), puesto que estos poseen alta velocidad mecánica permitiendo así, una alta frecuencia de operación.

Con el fin de proporcionar una forma exacta de predecir la frecuencia de resonancia para un resonador piezoeléctrico y obtener los mayores valores posibles de factor de calidad y coeficiente de acople electromecánico, se empleará el software COMSOL Multiphysics® con el propósito de realizar simulaciones de las cuales se puedan extraer modelos predictivos para dichos parámetros.

1.8 Objetivos.

A continuación, se enuncian los objetivos general y específicos que se alcanzarán en esta investigación.

1.8.1 General.

Desarrollar un modelo para la frecuencia de resonancia de resonadores piezoeléctricos LWR basados en AlN, que considere parámetros de fabricación y demostrar las dependencias de los factores de calidad y acople electromecánico respecto a estos.

1.8.2 Objetivos específicos.

- 1) Diseñar una simulación base que cumpla con los resultados esperados, tanto físicos como numéricos.
- 2) Realizar las variaciones paramétricas de la simulación base y así obtener los resultados necesarios para el análisis y desarrollo metodológico deseado.
- 3) Desarrollo metodológico que permitan optimizar el factor de calidad y el factor de acople electromecánico.

- 4) Desarrollo teórico y solución para encontrar una expresión de la frecuencia central de oscilación en términos de los espesores y parámetros de los materiales utilizados.

1.9 Organización del documento.

Con el fin de que el lector pueda comprender a cabalidad el trabajo aquí presentado se ha elegido la siguiente organización documental: 1) Capítulo de introducción donde se muestran aspectos que hacen necesaria esta investigación ahondando en la contextualización del tema. 2) Marco teórico: Aquí se enuncian las premisas teóricas necesarias para entender el contenido de la tesis. 3) Construcción metodológica: se muestra por qué y cómo se construyó la metodología de trabajo para alcanzar los objetivos mencionados. 4) Resultados: Se enuncian los resultados obtenidos y se muestra las validaciones para el modelo propuesto. 5) Conclusiones: Se enumeran las conclusiones y se plantea trabajo futuro con el fin ahondar objetivamente en la investigación.

2. Marco Teórico

En este capítulo se examinan los conceptos teóricos fundamentales para tomar una postura crítica ante la investigación. Se describen elementos físicos como la ley de Hook, pasando por el efecto piezoeléctrico, hasta llegar a la caracterización del nitruro de aluminio en términos de las cuantías descritas, además, se incluye un breve repaso de la teoría de simulaciones basadas en elementos finitos, sus características, problemas y ventajas.

Debido a lo anterior este capítulo se encuentra dividido en dos secciones, la primera muestra la física y matemática de los fenómenos físicos de estudio, y la segunda parte está dedicada al entendimiento de los simuladores de elementos finitos sobre materiales piezoeléctricos.

2.1 Mecánica en Sólidos.

En general, se identifica la mecánica de sólidos por el estudio del movimiento mecánico en materiales que se encuentren en el régimen elástico, lo anterior tiene como consecuencia que un estudio armónico pueda llevarse a cabo fácilmente.

2.1.1 Ley de Hooke.

Los planteamientos fundamentales para hallar las ecuaciones de movimiento nacen de la ley de la conservación de la energía expresada sobre volúmenes diferenciales, obteniendo luego de un procedimiento matemático la ecuación 2-1, esta es conocida como la ley generalizada de Hooke. Esta ley establece la relación entre las deformaciones y las tensiones sobre el material, donde al realizar un desarrollo de las simetrías físicas sobre la celda cristalina, se obtiene la ecuación 2-2. La ley de Hooke tiene en cuenta las tensiones producidas en todas las direcciones por deformaciones unidireccionales, donde T_{ij} representa la fuerza aplicada en dirección i por unidad de área en el plano cuyo vector normal va en dirección j , y e_{ij} es la proyección de la

deformación en dirección i sobre la dirección j y se calculan de la forma mostrada en la ecuación 2-3. Así, el problema central es la obtención de los campos de desplazamiento respecto al punto de equilibrio de la celda cristalina u_1 , u_2 y u_3 debido a las tensiones aplicadas al material o viceversa, dando origen a dos formulaciones de la ley de Hooke Tensión-Carga o Deformación-Carga, particularmente, se empleó en la investigación la forma Tensión-Carga la cual es mostrada en la ecuación 2-2.

$$T_{ij} = C_{ijkl}S_{kl} \quad 2-1$$

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{zx} \\ T_{xy} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & \cdots & C_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{61} & \cdots & C_{66} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{yz} \\ e_{zx} \\ e_{xy} \end{bmatrix} \quad 2-2$$

$$e_{ij} = \begin{cases} \frac{du_i}{dx_j}, i = j \\ \frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i}, i \neq j \end{cases} \quad 2-3$$

Para hallar las ecuaciones de movimiento a resolver y poder realizar un estudio armónico sobre la mecánica de materiales linealmente elásticos, se necesita solucionar la ecuación general de onda 2-4, donde U es la magnitud física ondulatoria de estudio. A partir de esta ecuación y considerando que las magnitudes físicas son los campos de desplazamiento u_1 , u_2 y u_3 , se tiene entonces el sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales acopladas mostradas en 2-5, las cuales al resolverse, darán como resultado u_1 , u_2 y u_3 y con ellos el sistema mecánico será completamente descrito.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 U \quad 2-4$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{xx}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{zx}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{xy}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{zx}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial x_3} \end{aligned} \quad 2-5$$

2.1.2 Efecto Piezoelectrico.

El efecto piezoelectrico es un proceso termodinamicamente reversible, este sucede cuando la celda cristalina del material posee anisotropia de carga al ser sometida a una deformacion respecto a su posicion de equilibrio, debido a esto, se genera una no uniformidad de carga proveniente de dipolos que polarizan el material, dando como resultado un campo electrico neto diferente de cero.

El efecto piezoelectrico tiene como base dos grandes campos de la fisica, la mecanica de solidos y la electroestatica. Las dos ecuaciones que rigen el comportamiento de los fenomenos fisicos independientes en un material piezoelectrico son las mostradas en 2-1 y 2-6, las cuales se ven acopladas en un material piezoelectrico debido al intercambio reversible de potencia; Las ecuaciones 2-7 son las resultantes por este acople, ademàs, son la base para solucionar cualquier problema con materiales piezoelectricos anisotropicos y cuya respuesta a estìmulos mecanicos o electricos sea lineal. La descripciòn tensorial de 2-7 es mostrada en 2-8, donde C son los coeficientes de Rigidez, ϵ es la matriz de piezoelectricidad (o acople) y ϵ es la matriz de permitividades del material.

$$\vec{D} = \bar{\epsilon}\vec{E} \quad 2-6$$

$$\left. \begin{aligned} T &= CS - \epsilon E \\ D &= \epsilon S + \epsilon E \end{aligned} \right\} \quad 2-7$$

$$\left. \begin{aligned} T_{jk} &= C_{jkil}\partial_i u_l + \epsilon_{ijk}\partial_i V \\ D_i &= \epsilon'_{ijk}\partial_j u_k - \epsilon_{ij}\partial_j V \end{aligned} \right\} \quad 2-8$$

En la Fig. 2-1 se muestran algunas de las formas que se puede polarizar un material piezoelectrico debido a esfuerzos mecanicos, en la parte A se observa como se genera una polarizaciòn longitudinal a la compresiòn mecanica, en B como se genera una polarizaciòn transversal a los esfuerzos de compresiòn y en C como se genera la polarizaciòn transversal debido a un esfuerzo de cizallamiento.

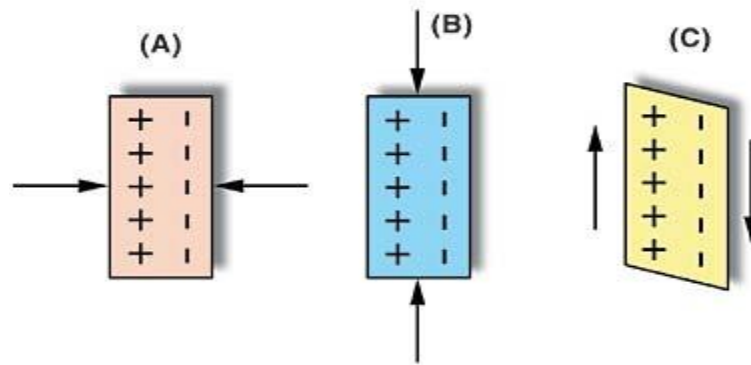


Fig. 2-1 Modos de actuación sobre materiales piezoeléctricos. A) Modo paralelo de compresión, B) modo transversal de compresión, C) Modo transversal de cizallamiento.

2.1.3 Propiedades de ondas acústicas sobre materiales piezoeléctricos.

El efecto piezoeléctrico al ser un proceso reversible tiene como consecuencia una definición de efecto directo y otra de efecto inverso. Por convención se conoce como efecto directo, cuando el material produce un potencial eléctrico al ser sometido a un estrés mecánico, y el efecto inverso es en el que se observa una variación en el estrés mecánico del material debido a una excitación eléctrica.

En un material piezoeléctrico las ondas acústicas pueden dividirse en dos tipos, las primeras denominadas de cuerpo (Bulk waves en inglés) son aquellas ondas que utilizan el material en volumen como medio de oscilación, mientras las segundas, son aquellas oscilaciones que se presentan superficialmente y son denominadas como ondas acústicas superficiales (Surface Acoustic Waves en inglés SAW). Generalmente, las ondas acústicas de cuerpo tienen mayores pérdidas tanto dieléctricas como mecánicas y presentan menores velocidades de grupo, en contraste, las ondas superficiales al tener como medio de propagación la discontinuidad que representa la superficie cristalina posee menores pérdidas mecánicas. Cabe hacer énfasis en que las ondas superficiales poseen una atenuación de orden exponencial respecto a la profundidad en el material piezoeléctrico, esto puede

observarse en la Fig. 2-2, allí, se muestran las formas características de las ondas mecánicas del modo de propagación fundamental en dicho sólido.

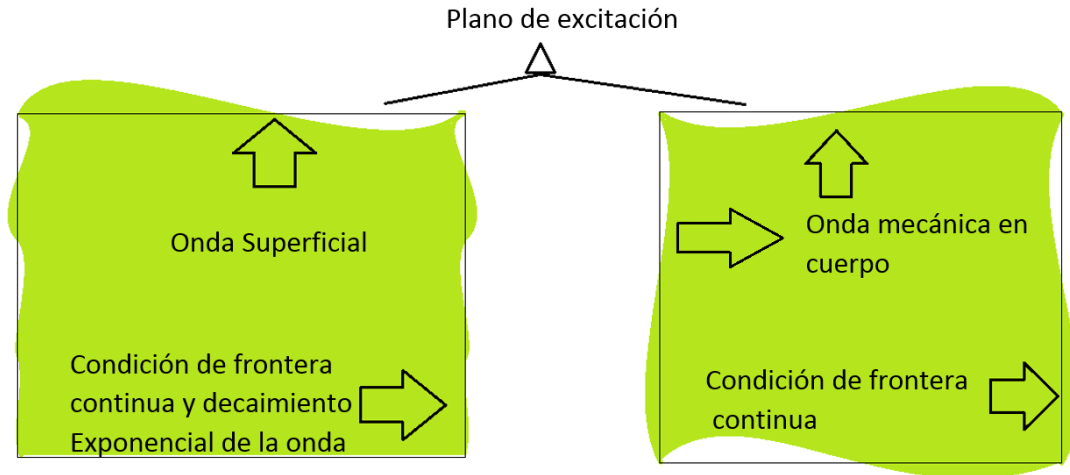


Fig. 2-2 Ondas acústicas de cuerpo y superficiales.

2.1.4 Resonadores piezoeléctricos.

Los resonadores piezoeléctricos son dispositivos que entran en resonancia, debido a condiciones geométricas establecidas desde el proceso de fabricación; estas condiciones se centran en acomodar geoméricamente las ondas mecánicas, para que, mediante las reflexiones producidas por los cambios de medio, se obtenga resonancia constructiva entre dichas reflexiones. En la Fig. 2-3 se observa un resonador piezoeléctrico de ondas acústicas superficiales, allí, la resonancia ocurre debido a que la distancia entre un dedo y otro es de $\lambda/2$, provocando resonancia constructiva por la difracción de las ondas mecánicas producto de las reflexiones y transmisiones, estas últimas provocadas por los cambios de medio piezoeléctrico-electrodo. La condición fundamental para la existencia de resonancia en cualquier forma estructural de este tipo de dispositivos, es que la distancia total recorrida por la onda mecánica debida a la difracción de esta, sea un múltiplo entero de λ , en otras palabras, la separación entre electrodos debe ser de $n\lambda/2$.

Existen diversas topologías y arquitecturas de resonadores piezoeléctricos, sin embargo, los de central atención en este trabajo son los resonadores

piezoeléctricos de modos acústicos de contorno o LWR por sus siglas en inglés (Lamb Wave Resonator).

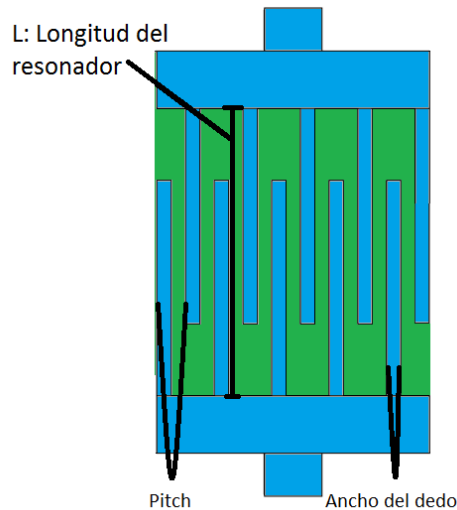


Fig. 2-3 Características geométricas de los resonadores SAW.

2.1.5 Resonador de onda acústica superficial (SAW)

Generalmente cualquier estudio ondulatorio examina la respuesta del medio ante todo tipo de perturbaciones, en el caso del análisis tensorial acústico presentado por L. Brillouin en 1965 [14], se observa como aparecen los modos de propagación de cizallamiento longitudinales dando cabida a un nuevo tipo de resonadores: Los resonadores de ondas acústicas superficiales o SAW por sus siglas en inglés (Surface Acoustic Wave).

2.1.6 Resonador de modos acústicos de contorno (LWR)

Estos dispositivos fueron propuestos y empleados desde inicios del milenio. Ha sido una tecnología ampliamente utilizada desde entonces, esta se basa en los procesos de liberación de los dispositivos respecto al sustrato [27]. Su estructura aprovecha las ventajas de los dispositivos SAWs, como lo es la alta velocidad de propagación, con el confinamiento de modos de oscilación que presentan los resonadores de cuerpo FBAR con cavidad inferior de aire. Desde una perspectiva tensorial de la acústica del AIN, se puede observar como la velocidad de fase en estos dispositivos es teóricamente mayor a

10.200 m/s teniendo por su estructura cristalina (Bursita), una baja dispersión ondulatoria y un coeficiente de acople electromecánico aceptable.

En la Fig. 2-4 se observa un resonador de modos acústicos de contorno, el cual consiste en un interdigitado SAW que ha sido desligado del sustrato con el fin de atrapar los modos de oscilación de interés.

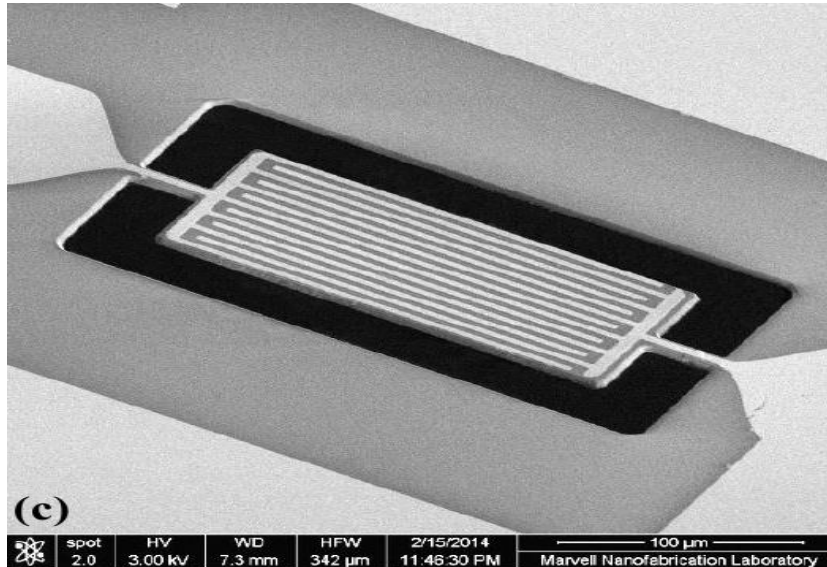


Fig. 2-4 Resonador de modos acústicos de contorno liberado del sustrato [10].

2.1.7 Parámetros de caracterización de resonadores piezoeléctricos.

Los resonadores piezoeléctricos cuentan con características y figuras de mérito que miden cierto atributo de interés con el fin de validar la utilidad del diseño frente a una aplicación específica. Los parámetros más importantes que poseen los resonadores piezoeléctricos en su respuesta, son: El factor de calidad (Q), Coeficiente de acople electromecánico (k_{eff}^2), Frecuencia de resonancia serie y paralelo (f_s y f_p respectivamente), Impedancia mecánica de resonancia (R_m) y la Velocidad de propagación de ondas mecánicas en el piezoeléctrico (v).

En la Fig. 2-3 se pueden observar las características principales de diseño geométrico que poseen los resonadores piezoeléctricos LWR, donde la separación entre dedos del interdigitado es conocida como pitch. En la Fig. 2-5 se observa la respuesta genérica de un resonador piezoeléctrico y la forma de cálculo de los parámetros mencionados.

2.1.8 Longitud de onda del dispositivo (λ).

Los resonadores piezoeléctricos basan su diseño de acuerdo a la velocidad del sonido en el material específico v y la frecuencia de operación deseada f_0 . Teniendo en cuenta que la condición para la existencia de resonancia es que la separación entre electrodos sea $\lambda/2$, donde $v = \lambda f_0$, entonces, se define la longitud de onda del dispositivo como λ .

2.1.9 Coeficiente de acople electromecánico (k_{eff}^2).

Los materiales piezoeléctricos transforman potencia eléctrica en mecánica y viceversa, mediante un proceso reversible como se explicó en la sección 2.1.2. Debido a lo anterior se hace fundamental medir cuanto de la transducción electromecánica lleva a cabo el dispositivo, por lo cual se define en la ecuación 2-9 el coeficiente de acople electromecánico cuyo valor representa en porcentaje, la energía que el transductor intercambia entre las potencias eléctricas y mecánicas. Se ha evidenciado empíricamente que el valor de este parámetro está asociado al material piezoeléctrico utilizado, su calidad y las relaciones de aspecto que posea con los espesores de los electrodos [21], sin embargo, no se tienen expresiones teóricas que incluyan dichos parámetros en el cálculo del factor.

$$k_{eff}^2 = \frac{\pi f_0}{2f_p} \left(\tan \left(\frac{\pi f_0}{2f_p} \right) \right)^{-1} \quad 2-9$$

El factor de acople electromecánico es de utilidad cuando se desea diferenciar si un resonador piezoeléctrico puede utilizarse o no, en aplicaciones con

requisitos de potencia mínima, ya que la transducción en estos dispositivos siempre se encuentra limitada por el coeficiente de acople electromecánico.

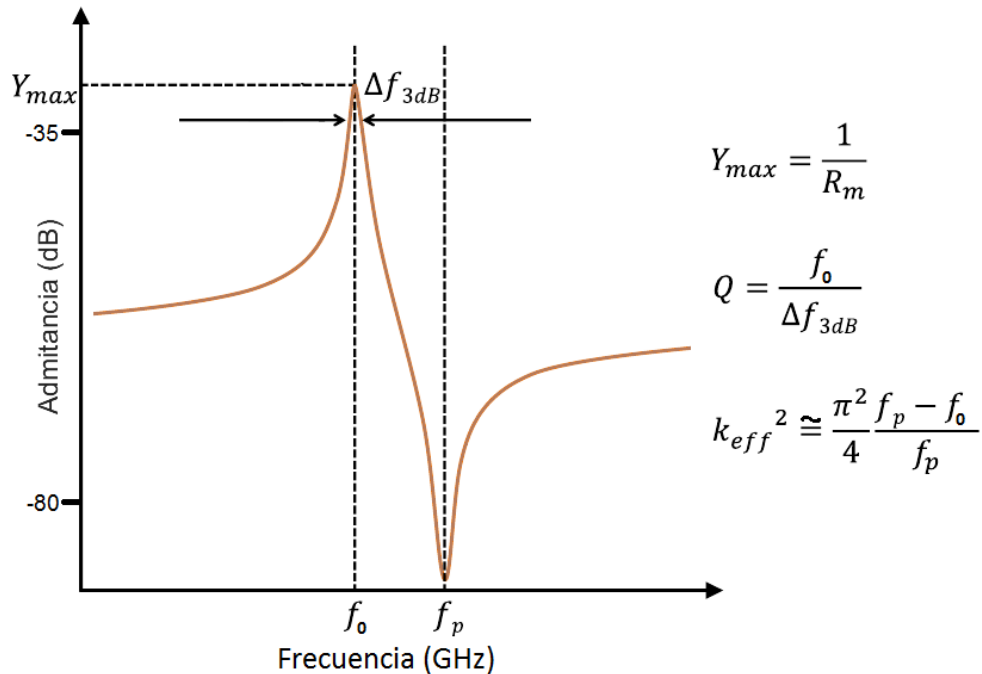


Fig. 2-5 Respuesta genérica de un resonador piezoeléctrico.

2.1.10 Frecuencia de resonancia serie y paralelo (f_s y f_p).

Las frecuencias de resonancia en serie y paralelo de un resonador piezoeléctrico están alrededor de la frecuencia central de operación; debido a su estructura cristalina y las propiedades tensoriales de su comportamiento, el resonador a frecuencias levemente superiores a su frecuencia central sufre una anti-resonancia.

Para resonadores piezoeléctricos LWR se tiene que la frecuencia de resonancia es configurada por el espaciado entre los dedos del dispositivo (pitch Fig. 2-3), mediante la ecuación abajo mostrada (2-10).

$$f_r = \frac{v}{2p} \tag{2-10}$$

En otros tipos de resonadores piezoeléctricos la frecuencia de resonancia es asignada por el espesor del piezoeléctrico, por lo que los espesores de los

electrodos tienen incidencia indirecta sobre los valores de f_s y f_p pero en una menor proporción, debido a que las relaciones de aspecto entre los espesores del piezoeléctrico y los electrodos someten al material a tensiones residuales y además, debido a la presión provocada por el peso de estos, se genera un estrés que cambia las propiedades acústicas del material.

2.1.11 Factor de calidad (Q).

El factor de calidad de un resonador piezoeléctrico permite conocer que tan centrada está la respuesta en frecuencia del resonador, permitiendo identificar si su respuesta es apta o no para la aplicación deseada. La definición del factor de calidad es la mostrada en la ecuación 2-11 y sus valores pueden ser obtenidos de la Fig. 2-5.

$$Q = \frac{f_s}{\Delta f_{3dB}} \quad 2-11$$

2.1.12 Velocidad de propagación mecánica en el piezoeléctrico (v).

La velocidad de propagación de ondas mecánicas está asociada a las propiedades del medio donde se propaga y el modo ondulatorio específico que se presenta. En el caso anisótropico de los materiales piezoeléctricos, esta velocidad viene definida por una relación entre los coeficientes de elasticidad o rigidez y la densidad del material, donde los coeficientes a utilizar en el cálculo dependerán del modo de oscilación que está empleando el dispositivo; de allí que el valor de la velocidad de propagación mecánica dependerá exclusivamente del material y del modo de oscilación que se utilice.

Este parámetro es fundamental para el diseño de los dispositivos piezoeléctricos puesto que, a partir de él, se obtienen características geométricas que se deberán implementar en los procesos de fabricación, para así obtener la frecuencia de resonancia deseada.

A partir de este parámetro y conociendo las limitaciones fotolitográficas del proceso de fabricación del dispositivo, se puede calcular cual es la frecuencia de operación más alta que puede alcanzar un dispositivo fabricado con dicho proceso, por ejemplo, si se tiene que la dimensión mínima del proceso fotolitográfico es m y la velocidad de propagación en el piezoeléctrico es de v , entonces, la frecuencia máxima que se puede alcanzar con dispositivos tipo SAW es la calculada con la ecuación 2-12.

$$f_{max} = \frac{v}{4m} \quad 2-12$$

2.1.13 Impedancia mecánica de resonancia (R_m).

Como se puede observar en la Fig. 2-5, la impedancia mecánica de resonancia, corresponde al inverso del mayor valor que toma la admitancia en la respuesta en frecuencia del resonador, por lo cual, se asocia directamente a las pérdidas por efecto Joule que tiene el dispositivo cuando está en resonancia, así, lo que se busca generalmente es configurar R_m al valor de acople, para obtener una disipación energética mínima y un acople de impedancias óptimo.

2.1.14 Características piezoeléctricas del AlN.

Para caracterizar un material piezoeléctrico completamente es necesario hallar los valores de los coeficientes de la matriz de Elasticidad (C), Matriz de acoplamiento (ϵ) y tener los valores de las permitividades relativas en forma matricial (ϵ). En la investigación se han utilizados los valores reportados por Jie Zou y P. Pisano en [10] para el nitruro de aluminio donde:

$$[C] = \begin{bmatrix} 3.45 & 1.25 & 1.20 & 0 & 0 & 0 \\ 1.25 & 3.45 & 1.20 & 0 & 0 & 0 \\ 1.20 & 1.20 & 3.95 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.10 \end{bmatrix} (10^{11}N/m^2) \quad 2-13$$

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0.48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.48 & 0 & 0 \\ -0.58 & -0.58 & 1.55 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (C/m^2) \quad 2-14$$

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -4.068 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.068 & 0 & 0 \\ -2.646 & -2.646 & 5.532 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (10^{-12}m/V) \quad 2-15$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} 8.0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.0 & 0 \\ 0 & 0 & 9.5 \end{bmatrix} (10^{-11}F/m) \quad 2-16$$

2.1.15 Modelo Butterworth-Van Dyke Modificado.

Para representar mediante un circuito equivalente los resonadores piezoeléctricos, se utiliza generalmente el modelo de Butterworth-Van Dyke modificado, el cual consta de tres resistencias, dos capacitores y un inductor. Cada componente representa un efecto físico que puede deducirse de la respuesta en frecuencia del dispositivo. En la Fig. 2-6 se puede observar la topología del circuito equivalente, donde R_s es la resistencia que representa el efecto resistivo presente en los electrodos y en la interfaz con el piezoeléctrico a lo largo de la respuesta en frecuencia, C_0 y R_0 en conjunto recrean la impedancia cuando el resonador está fuera de la frecuencia central de oscilación, mientras que R_1 , C_1 y L_1 representan la respuesta del resonador en la frecuencia de resonancia.

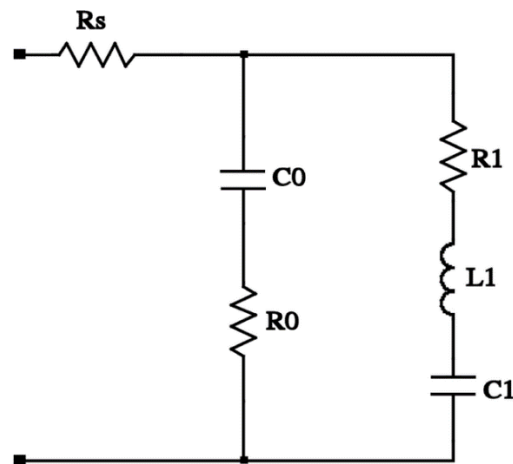


Fig. 2-6 Modelo Butterworth-Van Dyke Modificado para resonadores piezoeléctricos.

2.2 Simulación basada en elementos finitos.

El método de elementos finitos o FEM por sus siglas en inglés (Finite Element Method), es un método numérico empleado para solucionar ecuaciones

diferenciales que modelan fenómenos físicos a través de geometrías complejas, con el fin de representar aspectos de la vida real. Este método fue desarrollado entre las décadas de 1940 y 1950 por Richard Courant, M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, y L. J. Topp mediante la presentación de su trabajo en [28].

2.2.1 Componentes generales del método de elementos finitos.

Los componentes genéricos para una simulación basada en elementos finitos (FEM) son: Definición de la geometría como se muestra en la Fig. 1-2 a); el segundo es la definición, tanto de las condiciones de frontera como los valores iniciales asociados a la geometría que se desea simular, esto con el fin de acotar la familia de soluciones a la solución específica que se desea; al conjunto de estos primeros dos componentes se le conoce como definición del modelo; El último componente consiste en definir un mallado de puntos (Fig. 1-2 b)) en los cuales el simulador deberá de solucionar las ecuaciones del fenómeno físico y así obtener las magnitudes de interés.

Es importante resaltar, que las ecuaciones a solucionar en general son de dos tipos, las constitutivas que son las que dominan el comportamiento termodinámico, de intercambio de energía o movimiento (por ejemplo, la ley de Hooke), y las segundas de evolución temporal, las cuales centran su objetivo en las leyes de conservación en conjunción con el desarrollo temporal del fenómeno físico, por ejemplo, las ecuaciones de continuidad.

2.2.2 Desventajas y limitaciones.

Al emplear métodos numéricos para solucionar las ecuaciones y cumplir las condiciones dadas por el usuario en el modelo, se presentan márgenes de error difícilmente cuantificables, debido a que la solución puede tomar, entre múltiples puntos solución, un mínimo no global del error relativo.

Debido a que el método presenta resultados numéricos calculados específicamente con los valores de parámetros dados, es difícil realizar un

análisis de sensibilidad donde pueda verse fácilmente, que tanto cambiarían los resultados con una variación mínima de uno de sus parámetros sin tener que realizar de nuevo toda la simulación, por lo cual este tipo de análisis llevan bastante tiempo.

La existencia de múltiples mínimos no absolutos sobre los errores para los espacios solución, hace que se deba dedicar una gran cantidad de tiempo en afinar detalles de la geometría y condiciones de frontera, para así lograr representar efectivamente los fenómenos físicos. La densidad de puntos de mallado es también fundamental, debido a que, si es baja, presentará resultados que no demuestran la realidad física, ya que las interacciones fenomenológicas entre puntos no son descritas correctamente, mientras que si la densidad de puntos de mallado es alta entonces se tendrán excesos sobre los tiempos de cómputo. Debido a lo anterior, es difícil y toma numerosas pruebas de ensayo, el encontrar una simulación base que esté acorde con los fenómenos físicos y el resultado esperado al variar los parámetros.

3. Construcción metodológica

En este capítulo se especifica la metodología empleada para alcanzar los objetivos de la investigación, además de las herramientas matemáticas utilizadas para llegar a ellos. También se definen las condiciones de verdad para las simulaciones y el grupo de ellas con las cuales se trabajará, así mismo como la forma de reducción de datos, obteniendo el conjunto de observaciones con el cual, se pueda plantear un modelo predictivo para la frecuencia de resonancia en función de los espesores del piezoeléctrico y los electrodos.

Como herramienta de validación se plantea una metodología que permita comprobar el funcionamiento correcto del modelo propuesto, y además, demostrar si las contribuciones de los metales al decaimiento de la frecuencia de resonancia, pueden modelarse como una combinación lineal de las funciones específicas para cada contribución.

3.1 Simulación base y resultados físicos esperados.

Una simulación es un procedimiento que representa un grupo de fenómenos siguiendo un modelo para hallar de forma numérica, una solución a las ecuaciones que rigen dicho fenómeno, por lo cual se hace fundamental especificar cuáles son las características de la preparación y los resultados que permitan calificarla como correcta. Así, es imperativo para la investigación, la construcción de una simulación cuya respuesta cumpla con las exigencias físicas establecidas por el fenómeno específico y, a partir de ella, realizar el barrido de parámetros deseados para asegurar que dicho barrido también cumple con las condiciones de verdad; a esta simulación inicial se le denomina simulación base. En el caso de este trabajo se configuro en COMSOL Multiphysics® las condiciones de frontera e iniciales del sistema físico, los materiales y el mallado como se muestra en el anexo 6.1. Lo anterior, se realizó con el fin de asegurar que los resultados arrojados estuviesen de

acuerdo con el comportamiento eléctrico y mecánico esperado para un resonador piezoeléctrico LWR.

3.1.1 Simulación base.

Debido a que el mayor interés de este trabajo es plantear una metodología que permita optimizar los diseños para la frecuencia de resonancia, el factor de calidad y el factor de acople electromecánico, se han centrado esfuerzos para diseñar una simulación base que recree la influencia de los diferentes parámetros sobre estos factores. Debido a lo anterior se ha decidido realizar simulaciones variando los espesores del piezoeléctrico, electrodo inferior y superior ya que se ha observado empíricamente que los factores mencionados tienen una gran dependencia de estos espesores.

Cabe resaltar que la simulación base y por consecuencia todas las simulaciones consideradas como correctas, cuentan con un factor de pérdidas isotrópicas mecánicas del 0.005 y un factor de pérdida isotrópico dieléctrica de 0.05, lo anterior con el objetivo de maximizar la validez de la investigación y comparar los resultados obtenidos con los de la comunidad científica [10], [21].

3.1.2 Resultados físicos esperados.

De acuerdo a la teoría y las observaciones experimentales que se han realizado desde la década de 1960 respecto al efecto piezoeléctrico, se obtuvieron las premisas que debe cumplir la simulación base para considerarla como correcta. A continuación, se enumeran:

a) Frecuencia de resonancia inferior a la ideal:

Teóricamente se puede calcular la frecuencia de resonancia para un resonador LWR como se muestra en la ecuación 3-1 donde c_{ij} es la constante de elasticidad que rige el modo de oscilación principal, ρ la densidad del material piezoeléctrico y λ la longitud de onda del dispositivo. En general, se tiene que la frecuencia de resonancia teórica en un material piezoeléctrico es la más alta que un dispositivo de este

tipo pueda tener, debido a que en su cálculo no se incluyen efectos de electrodos ni espesor de piezoeléctrico, los cuales generan tensiones en el material y disminuyen su frecuencia de resonancia. Así pues, la frecuencia de resonancia obtenida de cualquier simulación deberá ser menor a f_0 .

$$f_0 = \frac{\sqrt{c_{ij}}}{\lambda} \rho \quad 3-1$$

b) Desplazamientos inferiores a los Angstroms:

Debido a que el fenómeno de estudio incluye movimientos mecánicos, es de resaltar que los campos de desplazamiento neto deben de estar en el orden de los desplazamientos posibles para la red cristalina, esto es, deben de ser del orden de 40 Angstroms [29].

c) Concordancia de la frecuencia de resonancia y máximos de los desplazamientos:

Teniendo en cuenta las amplitudes de las ondas mecánicas en el dispositivo, se debe verificar que los mayores valores de dichas amplitudes coincidan con la frecuencia de resonancia; Lo anterior debido a que en dicha frecuencia se presenta la mayor transmisión de energía del electrodo al piezoeléctrico.

d) Contraposición del campo de desplazamiento en las frecuencias de resonancia y anti-resonancia:

Los resonadores piezoeléctricos cuentan con una frecuencia de resonancia y otra de anti-resonancia, las cuales deben de ser próximas en su respuesta en frecuencia. Se debe de cumplir que el campo de desplazamiento para ambas frecuencias debe de estar desfasado 180° como se ve en Fig. 3-1.

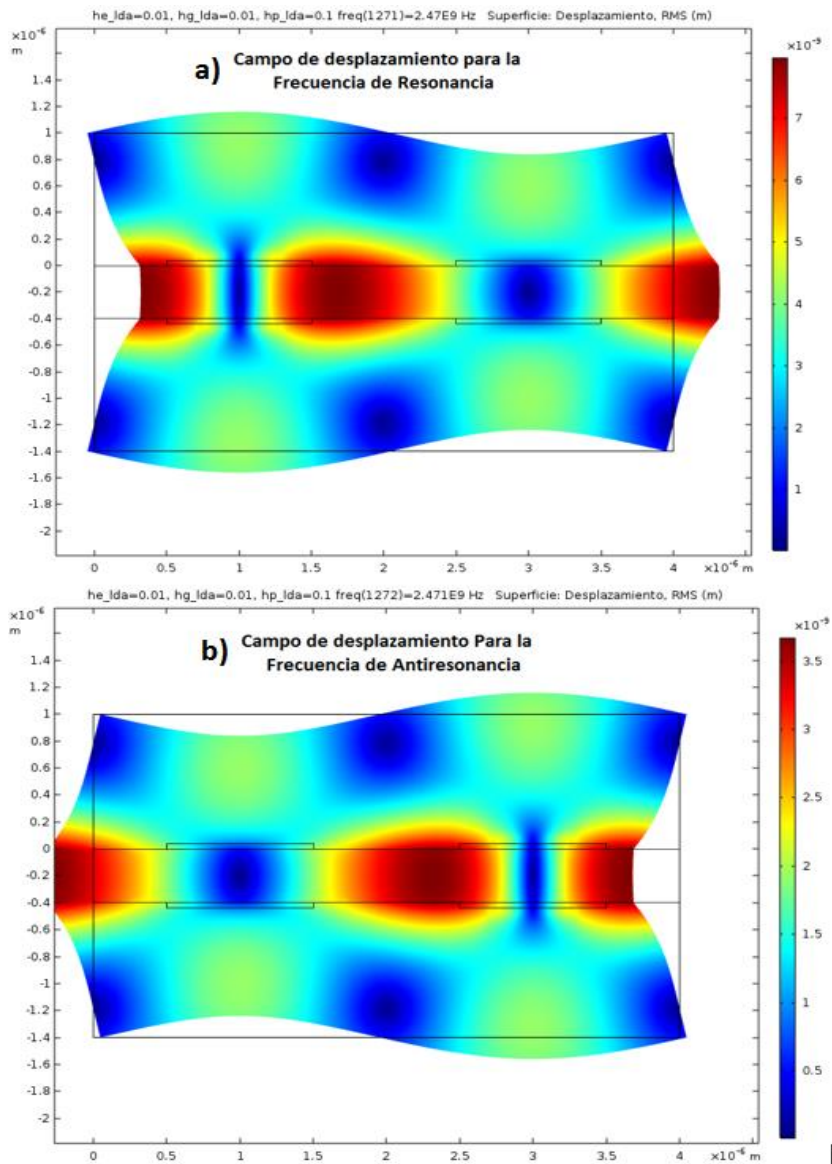


Fig. 3-1 Campos de desplazamiento del resonador piezoeléctrico para a) frecuencia de resonancia y b) frecuencia de anti-resonancia.

e) Respuesta comúnmente esperada para los resonadores piezoeléctricos LWR:

La respuesta en frecuencia de todas las simulaciones debe seguir la forma mostrada en Fig. 2-5. En el caso de tener $f_0 > f_p$ por ejemplo, demuestra una incongruencia física con los resultados tanto teóricos como experimentales. Cualquier diferencia fundamental con la forma de la respuesta esperada anulará los resultados de la simulación. Además,

se debe de tener en cuenta que los picos espurios que aparecen cerca a la resonancia en la respuesta en frecuencia, deberán tener una amplitud mucho menor a la del pico principal.

3.2 Grupo de simulaciones y reducción de datos.

Para obtener una muestra representativa con la cual se puedan realizar predicciones, se tiene que normalizar los espesores a una medida común en la cual se pueda dar seguimiento de los parámetros resultados respecto a los parámetros de estudio de un dispositivo a otro. Se ha seguido la propuesta de Pissano de normalizar alrededor de la longitud de onda del dispositivo (sección 2.1.8), es decir, si el espesor del electrodo superior es de 200nm y la longitud de onda del dispositivo es de 4 μ m, entonces, el espesor normalizado del electrodo superior será 0.05 como se muestra en la ecuación 3-2. En lo que sigue del documento se entenderá h_e , h_g y h_p por el espesor normalizado del electrodo superior, espesor normalizado del electrodo inferior y el espesor normalizado del piezoeléctrico respectivamente.

$$h_e = \frac{h_{electrodo}}{\lambda} = \frac{200nm}{4\mu m} = 0.05 \quad 3-2$$

El grupo de simulaciones se realizará variando los valores de los parámetros h_e , h_g y h_p siguiendo los barridos mostrados en la Tabla 2. Los barridos de los parámetros son basados en los trabajos [10] y [21] debido a que allí se enuncia la normalización y los rangos de diseño más comúnmente empleados. Se escogieron los pasos para los barridos de acuerdo a las limitaciones de tiempo que tuvo el presente trabajo, ya que la cantidad de simulaciones por variación de material piezoeléctrico o de electrodos es de 11.025.

El proceso de reducción de datos constará del siguiente algoritmo el cual deberá cumplirse para los todos los resultados de simulación:

- 1) Verificación de los resultados esperados:
 Como criterio de verdad sobre los resultados de simulación se tienen las premisas enunciadas en la sección 3.1.2, estas deben ser cumplidas a cabalidad. Si los resultados de la simulación incumplen alguna condición de la validación esta será desechada.
- 2) Extracción de respuesta en frecuencia:
 Al término de la verificación de los resultados físicos esperados se deberá de programar COMSOL Multiphysics® para extraer la respuesta en frecuencia asociada a cada simulación.
- 3) A partir de la respuesta en frecuencia calcular las frecuencias de resonancia y anti-resonancia, factores de calidad (siguiendo la ecuación mostrada en la Fig. 2-5), factor de acople electromecánico, y velocidad efectiva de propagación.
- 4) Almacenar en un archivo el registro con los parámetros extraídos en el paso 3) en un arreglo junto con los parámetros de diseño h_e , h_g y h_p .

Tabla 2 Conjunto de simulaciones. Barrido de parámetros para las variables de estudio.

Descripción del Parámetro	Símbolo	Barrido
Espesor del electrodo superior normalizado a lambda.	h_e	Desde 0.01 en pasos de 0.004 hasta 0.09
Espesor del electrodo inferior normalizado a lambda.	h_g	Desde 0.01 en pasos de 0.004 hasta 0.09
Espesor del piezoeléctrico normalizado a lambda.	h_p	Desde 0.1 en pasos de 0.033 hasta 0.9

Al término de la evaluación de todas las simulaciones siguiendo los cuatro pasos anteriores, se obtendrá un conjunto de resultados donde se tendrán los parámetros: frecuencia de resonancia, factor de calidad, factor de acople electromecánico y la velocidad efectiva de propagación en términos de los parámetros de diseño h_e , h_g y h_p , con lo cual, se podrá observar el comportamiento de cada uno de los parámetros de salida, respecto a los de

diseño permitiendo así una comprensión profunda de las dependencias entre ellos.

3.3 Modelo predictivo de la frecuencia de resonancia y su interpretación.

Con el fin de predecir el comportamiento y tener ecuaciones de diseño que permitan escoger la frecuencia de resonancia con bastante precisión, se plantea un modelo analítico en términos de los espesores tanto de piezoeléctrico como de electrodos, teniendo como base, la frecuencia dada por el modo de oscilación principal dispuesto por la geometría y el material piezoeléctrico (frecuencia de resonancia teórica ecuación 2-10). Así, para el cálculo de este modelo, se utilizan estimadores estadísticos que a partir de las simulaciones (observaciones), minimizan el error en la función analítica que predice el comportamiento de la frecuencia de resonancia en términos de los espesores mencionados.

3.3.1 Modelo de contribuciones lineales.

El modelo consta de la contribución frecuencial de n factores, donde cada uno de ellos es una variación geométrica del dispositivo. Estos n factores restan de la frecuencia ideal (ecuación 2-10) por lo cual se plantea una formulación como se muestra en la ecuación 3-3, donde f es la frecuencia de resonancia predicha por el modelo y f_0 la frecuencia de resonancia teórica. Para el caso específico de la investigación i varía de uno a tres, debido a que se consideran contribuciones de tres fuentes: Espesor de electrodo superior, Espesor de electrodo inferior y el espesor del piezoeléctrico (h_e , h_g y h_p respectivamente).

$$f = f_0 - \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{E_i h_i}{\rho_i \lambda_i}} \quad 3-3$$

En general los materiales utilizados como electrodos son linealmente elásticos, así, para las contribuciones realizadas por los electrodos, se toma E_i como el módulo de Young del material i -ésimo, ρ_i será su densidad y h_i el espesor

normalizado a la longitud de onda del dispositivo. Para el caso de la contribución del espesor del piezoeléctrico, se tendrá que ρ_i y h_i seguirán la definición mencionada, sin embargo, E_i será la constante de la matriz de rigidez del piezoeléctrico que domina el modo de oscilación principal en el resonador.

Para completar la descripción del modelo se hace necesario ver que los coeficientes h_i son adimensionales, y que el radical de la sumatoria siempre tendrá unidades de velocidad, con lo cual, para que la equidad en unidades se conserve de ambos lados de la ecuación, se tiene que λ_i tendrá unidades de distancia. De lo anterior y tomando en cuenta la ecuación 3-1 para el cálculo de la frecuencia de resonancia, se puede deducir que los coeficientes λ_i , pueden ser interpretados como la longitud de onda de la contribución frecuencial, de allí que a estos coeficientes se les ha denominado como longitud de onda efectiva de la contribución.

El modelo plantea una serie de contribuciones lineales a la frecuencia de resonancia teórica, teniendo así que el efecto de los electrodos y el espesor del piezoeléctrico sobre la frecuencia de resonancia pueden observarse como fenómenos lineales, así, se les puede asociar una longitud de onda efectiva, que no aparece en la realidad del fenómeno, pero completa la interpretación del modelo planteado.

3.3.2 Modelo de contribuciones generalizado.

Con el fin de aumentar la precisión del modelo se plantea una generalización inmediata, reduciendo los errores predictivos del modelo y aumentando la confiabilidad del mismo. Se ha optado por una generalización polinómica debido a que el patrón que se conoce del fenómeno, es compatible con este tipo de comportamiento.

La ecuación 3-4 muestra la generalización del modelo, donde, se pone la frecuencia de resonancia en términos de los espesores normalizados h_i^j y sus

contribuciones polinómicas. En este caso el barrido sobre i se realiza para tener en cuenta los n tipos diferentes de contribuciones, y el barrido sobre j considera los efectos de orden uno hasta j de cada una de las n contribuciones. Los coeficientes $\lambda_{i,j}$ son las longitudes de onda efectivas de la contribución i -ésima debida al efecto de orden j de la contribución.

$$f = f_0 - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}} \frac{h_i^j}{L_{i,j}} + O_f \quad 3-4$$

O_f es una frecuencia de ajuste que se genera debido a que el método para el cálculo de los coeficientes $\lambda_{i,j}$ es el de mínimos cuadrados generalizados así, el término de orden cero coincide con el valor de O_f .

Para encontrar los valores de $\lambda_{i,j}$, y así tener una función analítica que modele el comportamiento de la frecuencia de resonancia en función de los espesores, se debe cambiar la forma del modelo a la mostrada en la ecuación 3-5, donde las fórmulas de equivalencia se muestran en 3-6.

$$f - f_0 = - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n D_{i,j} h_i^j + O_f \quad 3-5$$

$$D_{i,j} = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}} \frac{1}{\lambda_{i,j}} \quad 3-6$$

$$\lambda_{i,j} = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}} \frac{1}{D_{i,j}} \quad 3-7$$

Para el cálculo del modelo se requieren las observaciones f (resultados de las simulaciones), la frecuencia teórica de resonancia (f_0) y los parámetros correspondientes a dicha observación h_i^j , de donde al realizar la estimación polinómica mediante el método de mínimos cuadrados generalizados, se obtienen los valores de $D_{i,j}$ y así, conocidos E_i y ρ_i se pueda obtener $\lambda_{i,j}$, con lo cual el modelo quedará completamente descrito.

3.3.3 Metodología de validación.

Para comprobar si el modelo propuesto cumple a cabalidad las exigencias matemáticas del fenómeno, se debe de plantear una metodología de validación que permita reconocer claramente las ventajas y limitaciones de este. Por ello, se ha diseñado la metodología con los siguientes objetivos en mente:

- a) Verificar que componentes afectan en mayor medida el fenómeno, es decir, cual tiene la mayor influencia en la variación de la frecuencia de resonancia (espesor de electrodo superior, inferior o el de piezoeléctrico).
- b) Examinar los límites del modelo en los aspectos referentes a límite de frecuencia predecible, complejidad computacional y peor aproximación polinómica.
- c) Validar mediante rangos de frecuencia, diferentes modelos de orden m , con el fin de observar cual rango de frecuencia sigue cual patrón funcional.

De lo anterior, se sigue que la metodología propuesta es:

- 1) Cálculo de los coeficientes $\lambda_{i,j}$ para la determinación del modelo a partir de las simulaciones.
- 2) Realizar un grupo de simulaciones tal que: Los valores de h_e , h_g y h_p deben ser números aleatorios obtenidos en el rango mostrado en la Tabla 3, teniendo en total, un conjunto de 401 combinaciones de valores para cada variación en los materiales utilizados

Tabla 3. Rangos de valores aleatorios para los parámetros de estudio en las simulaciones de validación.

Parámetro	Rango de valores Aleatorios
h_e	Desde 0.005 hasta 0.095
h_g	Desde 0.005 hasta 0.095
h_p	Desde 0.05 hasta 0.95

- 3) Cálculo de los errores de la frecuencia de resonancia calculada con el modelo versus la obtenida en la simulación. Se tomará como resultado verdadero el obtenido por la simulación. Se deben realizar el cálculo de los modelos de un orden uno y tres.
- 4) Realizar los pasos de 1) a 3) tantas veces como materiales de electrodos se tenga.

4. Resultados y discusión.

Debido a la gran cantidad de resultados que se deben presentar (11.025 resultados por variación de material), se ha optado por organizarlos de forma clara y concisa mediante dos tipos de gráficas para cada uno de los siguientes parámetros: frecuencia de resonancia, velocidad mecánica efectiva, factor de calidad y el factor de acople electromecánico. El primer tipo de grafica es del parámetro específico en términos de los espesores normalizados de los electrodos, para un espesor dado del piezoeléctrico (Planos rojos en la Fig. 4-1). El segundo tipo de grafica es el valor del parámetro en función del espesor del piezoeléctrico, con espesores de electrodos determinados. El primer tipo de gráfica, permite observar el comportamiento de los parámetros en función de los espesores de los electrodos, y el segundo permite el análisis del comportamiento en términos del espesor del piezoeléctrico, con lo cual se puede determinar el comportamiento total y relativo del fenómeno, frente a los parámetros de estudio.

El conjunto de simulaciones puede verse como puntos en un espacio tridimensional, donde cada punto será una simulación, así como se muestra en la Fig. 4-1. Desde esta perspectiva, el cubo (espacio solución) tiene 11.025 puntos y cada uno de ellos, tiene un conjunto de resultados incluyendo la respuesta en frecuencia y el grupo de parámetros: frecuencia de resonancia, factor de calidad, factor de acople electromecánico y la velocidad mecánica efectiva. En el espacio solución las gráficas tipo uno serán planos con h_p constante (mostrados sobre la figura en rojo), y las gráficas tipo dos serán los puntos de color naranja a lo largo de todos los valores de h_p .

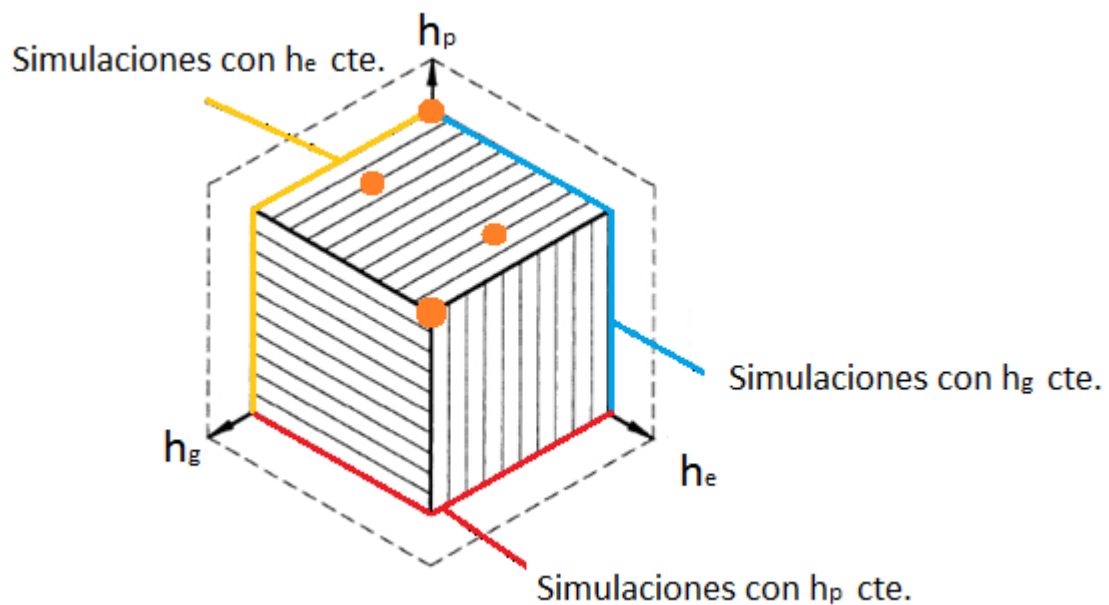


Fig. 4-1 Espacio solución hallado a partir del conjunto de simulaciones propuestas.

En la investigación aquí presentada se han realizado las simulaciones sólo con el nitruro de aluminio como piezoeléctrico y los materiales de ambos electrodos de aluminio y molibdeno respectivamente. De allí, que el grupo total de resultados son el conjunto de 22.050 simulaciones, de donde se extraen los parámetros resultado y se realizan los análisis de comportamiento, para mostrar las principales dependencias de los parámetros de diseño de los resonadores piezoeléctricos LWR.

4.1 Características comunes del grupo de simulaciones.

Con el objetivo de normalizar y construir un procedimiento estándar que arrojara siempre resultados correctos, se construyó la simulación base con un grupo de características que permitiese realizar las variaciones deseadas y normalizar el entendimiento del fenómeno. Así, todos los resultados obtenidos a partir de las simulaciones tienen en común las siguientes características:

- 1) Los resonadores piezoeléctricos son de tipo LWR con interdigitados en ambos electrodos.
- 2) Ambos electrodos son del mismo material.

- 3) El piezoeléctrico utilizado es nitruro de aluminio
- 4) La longitud de onda de los dispositivos simulados es de $4\mu\text{m}$. Lo anterior debido a que dicha longitud de onda, corresponde a los resonadores piezoeléctricos tipo SAW más pequeños que se pueden fabricar en los laboratorios del INAOE.
- 5) La matriz de elasticidad y acople del nitruro de aluminio usadas en las simulaciones son las dadas en [10] por Pissano y Jie Zou.
- 6) Para acercar las simulaciones a la realidad de la fabricación se ha incluido en ellas pérdidas dieléctricas y mecánicas isotrópicas con valores de 0.05 y 0.005 respectivamente [21].
- 7) Los barridos sobre los parámetros h_e , h_g y h_p son los valores mostrados en la Tabla 2.
- 8) Las condiciones de frontera y valores iniciales son los mostrados en el anexo 6.1.
- 9) La malla es controlada por la física y generada automáticamente por el simulador, con un tamaño de elemento mínimo de $1.8 \cdot 10^{-4}$.
- 10) Las simulaciones fueron realizadas sobre COMSOL Multiphysics 5.3a.

4.2 Resultados y discusión.

Del conjunto de datos de simulación en su totalidad, se pueden extraer propiedades y características del comportamiento del fenómeno, permitiendo un entendimiento profundo de la influencia de los parámetros de estudio sobre la respuesta del dispositivo. Para sistematizar el análisis de los datos en torno a un planteamiento metodológico, se discutirá la frecuencia de resonancia, factor de calidad y factor de acople electromecánico de forma independiente, y en torno a cada uno de los parámetros variados dentro de las simulaciones

Para las gráficas tipo uno ($h_p = cte$) los valores escogidos del espesor normalizado del piezoeléctrico son 0.1, 0.366, 0.566 y 0.766, esto con el fin de observar el comportamiento a lo largo del barrido. Para las gráficas tipo dos

(h_e y h_g constantes) se ha escogido trabajar con los valores de h_e y h_g mostrados en la Tabla 4.

Tabla 4 Valores de los parámetros h_e y h_g usados en las gráficas tipo dos.

Numero Muestra	h_e	h_g
1	0.01	0.01
2	0.026	0.042
3	0.058	0.074
4	0.09	0.09

4.2.1 Resultados y discusión para la frecuencia de resonancia y velocidad mecánica efectiva.

La velocidad mecánica efectiva viene determinada como se define en la ecuación 4-1, donde f es la frecuencia de resonancia obtenida por simulación (o medida experimentalmente) y λ la longitud de onda de los dispositivos.

$$v = f * \lambda \quad 4-1$$

De lo anterior y teniendo en cuenta la forma de cálculo de la frecuencia de resonancia teórica (ecuación 3-1), se puede ver que la relación entre la velocidad mecánica efectiva y esta frecuencia es directamente proporcional. Desde la perspectiva teórica el cálculo inicial de la frecuencia de resonancia, viene dado con la suposición de que el espesor de los electrodos es infinitesimal, por lo cual, no se tiene una función analítica de la influencia de este parámetro sobre la frecuencia de resonancia. Así como se planteó en la sección 3.1.2, se espera físicamente que la frecuencia de resonancia sea siempre menor a la teórica. De allí que el comportamiento de la frecuencia de resonancia sea monótonicamente decreciente alrededor de la frecuencia máxima alcanzada. Para el cálculo de la frecuencia de resonancia teórica se debe hacer uso de la ecuación 3-1, los coeficientes de la matriz de rigidez para

el nitruro de aluminio (sección 2.1.14) y su densidad como se muestra en la ecuación 4-2. Cabe aclarar que la longitud de onda de los dispositivos simulados es de $4\mu\text{m}$ (sección 4.1).

$$f = \frac{\sqrt{\frac{3.45 \cdot 10^{11}}{3260}}}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ Hz} = 2573684070 \text{ Hz} = 2.571 \text{ GHz} \quad 4-2$$

Las Fig. 4-2 y 4-3 presentan el comportamiento de la frecuencia de resonancia para dispositivos con electrodos de aluminio y molibdeno respectivamente, en función de los espesores de los electrodos y variando por subfigura el espesor del piezoeléctrico, allí, se puede observar cómo se cumple que la frecuencia de resonancia siempre es menor a la calculada teóricamente, puesto que, para las simulaciones con electrodos de aluminio y molibdeno la máxima obtenida fue de 2.497GHz y 2.558 GHz respectivamente, siendo inferiores a la calculada en la ecuación 4-2. Estas graficas también permiten observar que la contribución al desfase de frecuencia dada por el electrodo superior es igual a la del electrodo inferior, matemáticamente: $f_r(h_e, h_g) \cong f_r(h_g, h_e)$. También cabe resaltar que el comportamiento de la frecuencia de resonancia es siempre monotónicamente decreciente. Lo anterior es posible demostrarse si se hace una translación de los espesores que producen la máxima frecuencia al origen.

Las Fig. 4-4 y 4-5 muestran el comportamiento de la frecuencia de resonancia en términos del espesor del piezoeléctrico dados ciertos espesores de electrodos de aluminio y molibdeno respectivamente. Se debe destacar que el comportamiento de la frecuencia de resonancia sigue dos patrones, el primero de alta no linealidad si se cumple que la frecuencia de resonancia es cercana a la teórica, o el espesor del piezoeléctrico normalizado es inferior a 0.3; y la segunda forma es de orden lineal y se da cuando se tiene que el espesor del piezoeléctrico normalizado es superior a 0.3. Para comprobar las afirmaciones realizadas, se hizo un estudio sistemático de graficas dentro y fuera del

intervalo mencionado, encontrando que en general, los resultados cumplen la afirmación como se puede observar en la Fig. 4-6.

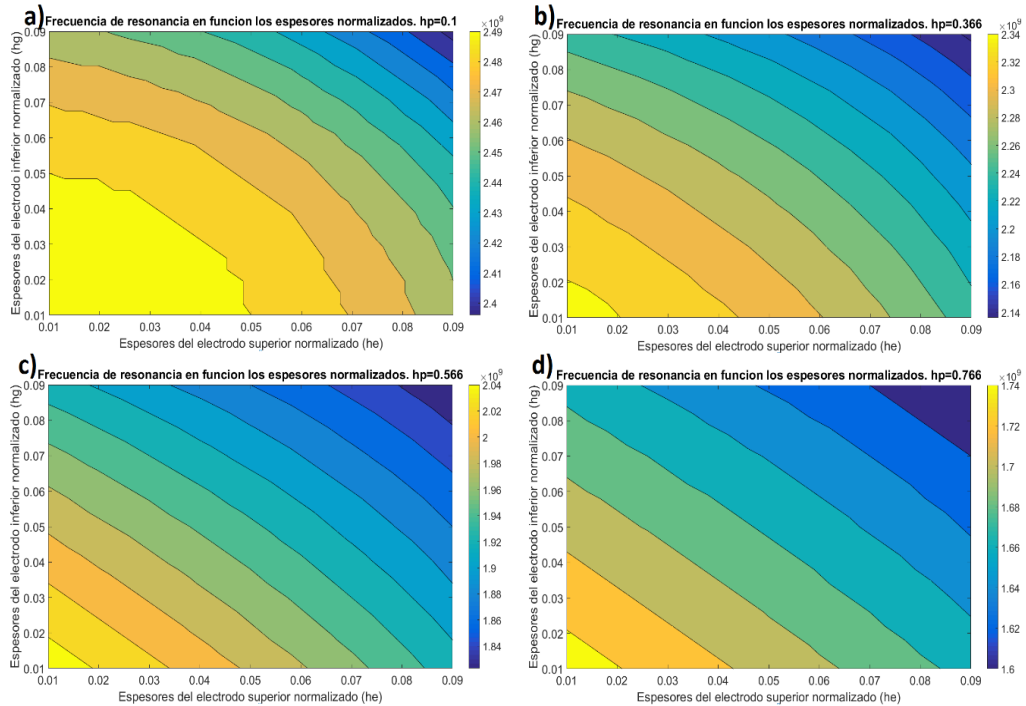


Fig. 4-2 Frecuencia de resonancia con electrodos de aluminio a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo 1.

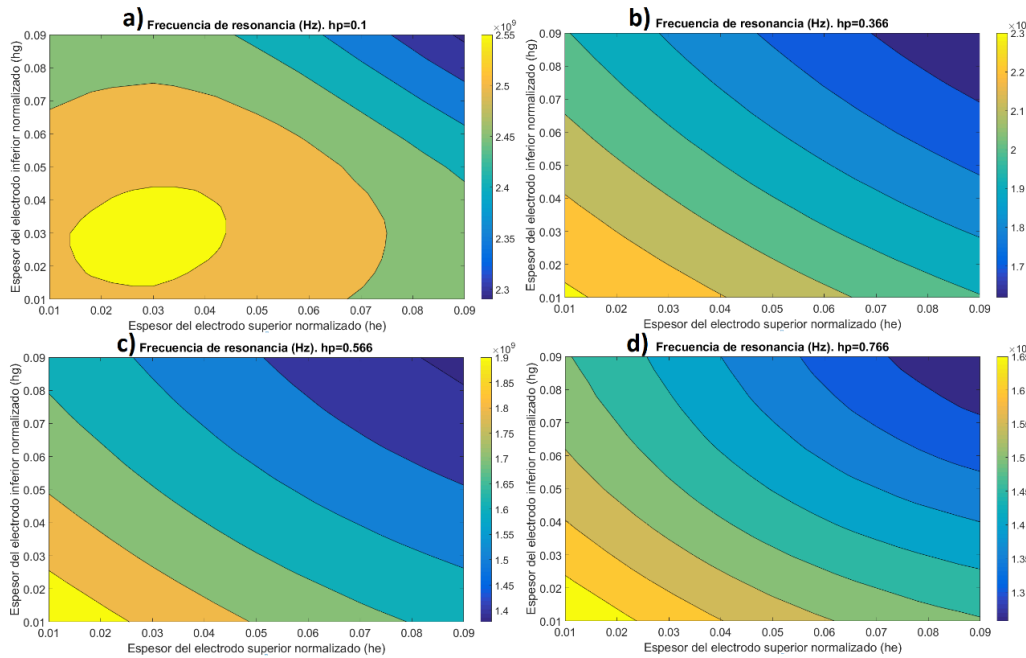


Fig. 4-3 Frecuencia de resonancia con electrodos de molibdeno a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo 1.

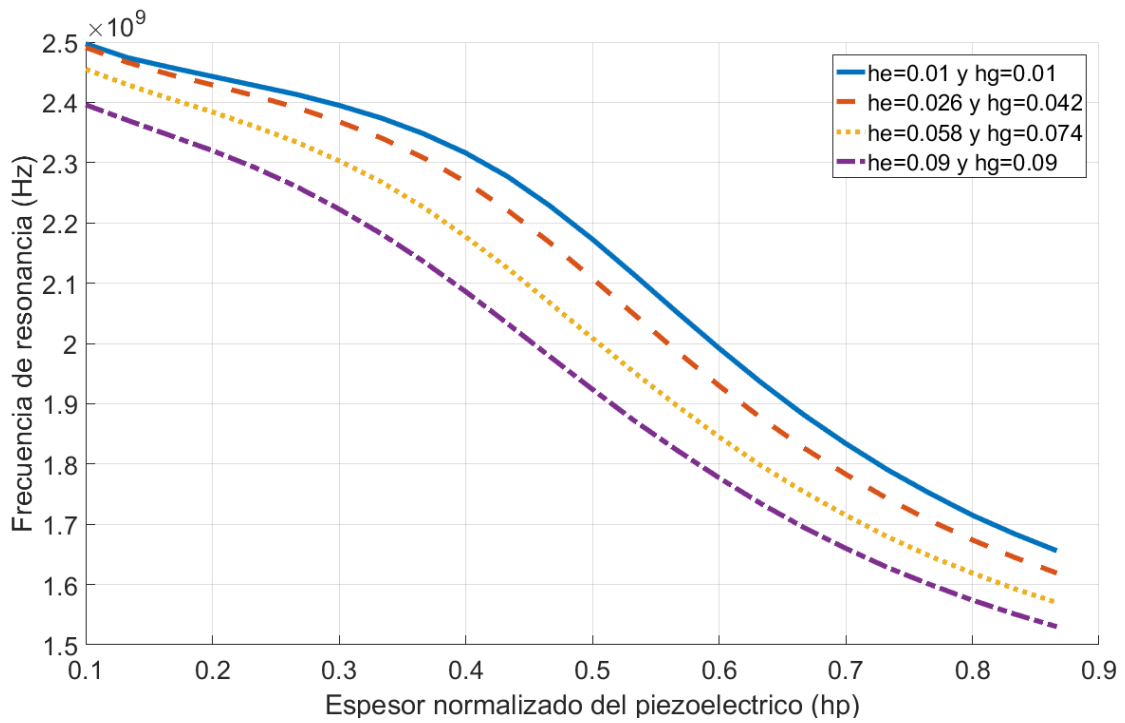


Fig. 4-4 Frecuencia de resonancia con electrodos de aluminio. Muestras seleccionadas según la Tabla 4. Gráfica tipo 2.

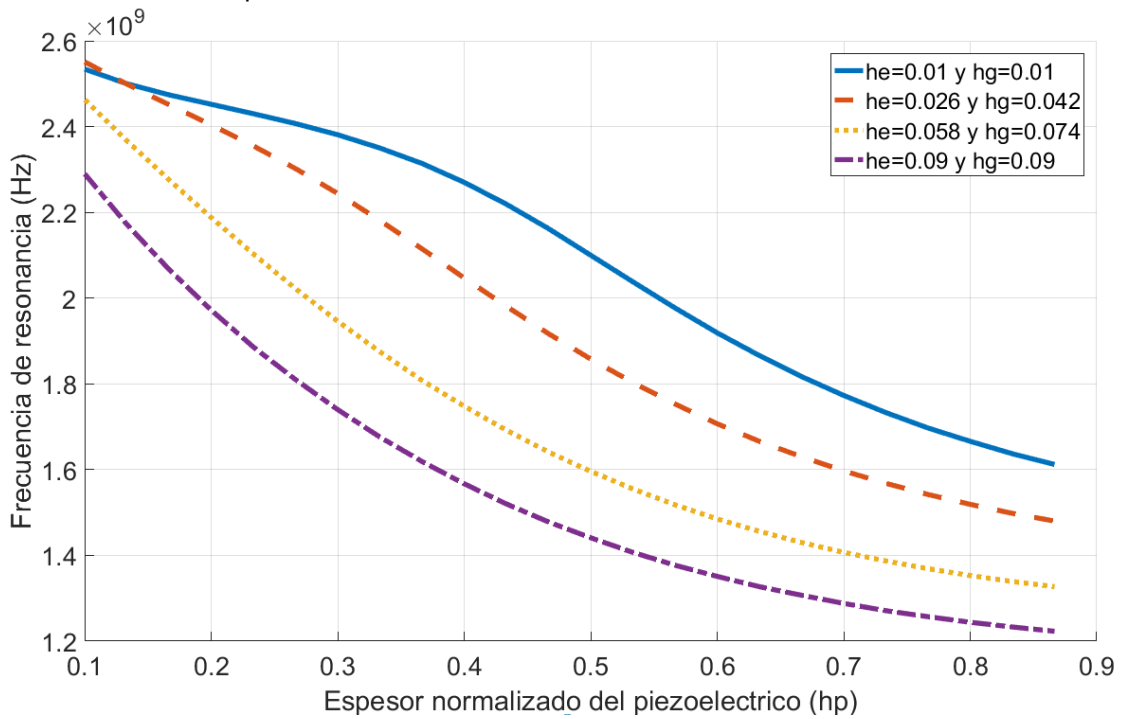


Fig. 4-5 Frecuencia de resonancia con electrodos de molibdeno. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo 2.

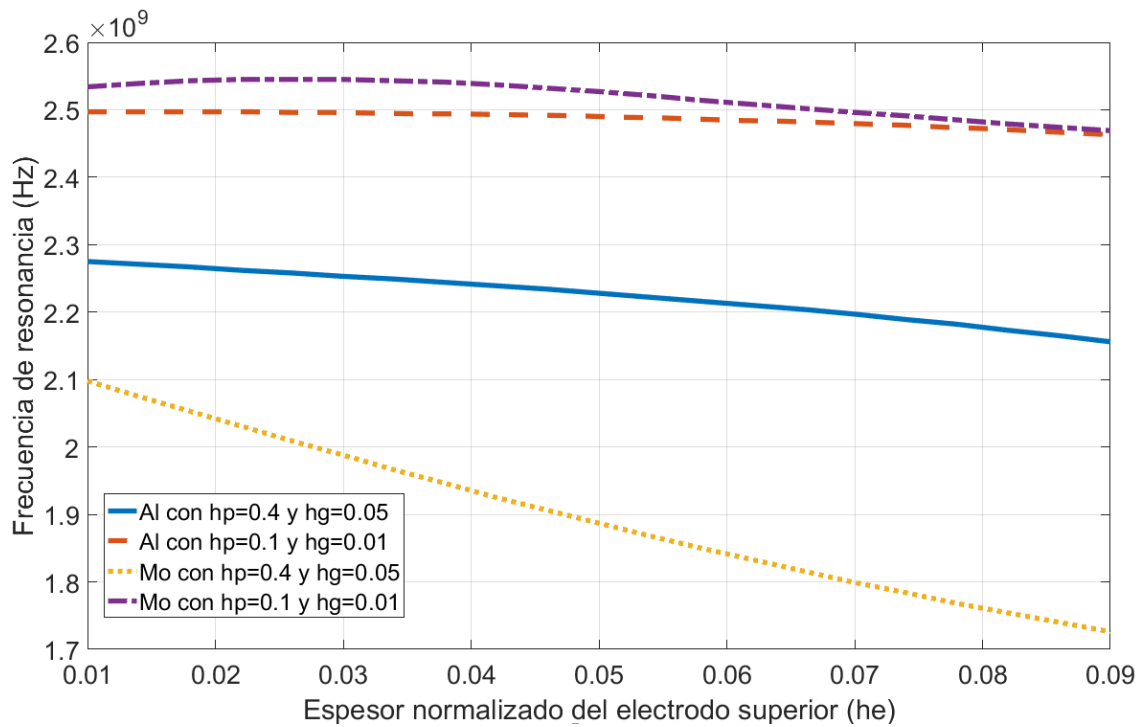


Fig. 4-6 Frecuencia de resonancia en función del espesor normalizado del electrodo superior para resonadores con electrodos de molibdeno y aluminio.

En las Fig. 4-7 a 4-10 se pueden observar los datos presentados para la frecuencia de resonancia, pero ahora mostrando la velocidad mecánica efectiva conservando el mismo orden antes mencionado, allí se puede observar que su comportamiento es proporcional a la frecuencia de resonancia y se relacionan mediante la ecuación $v = f * \lambda$.

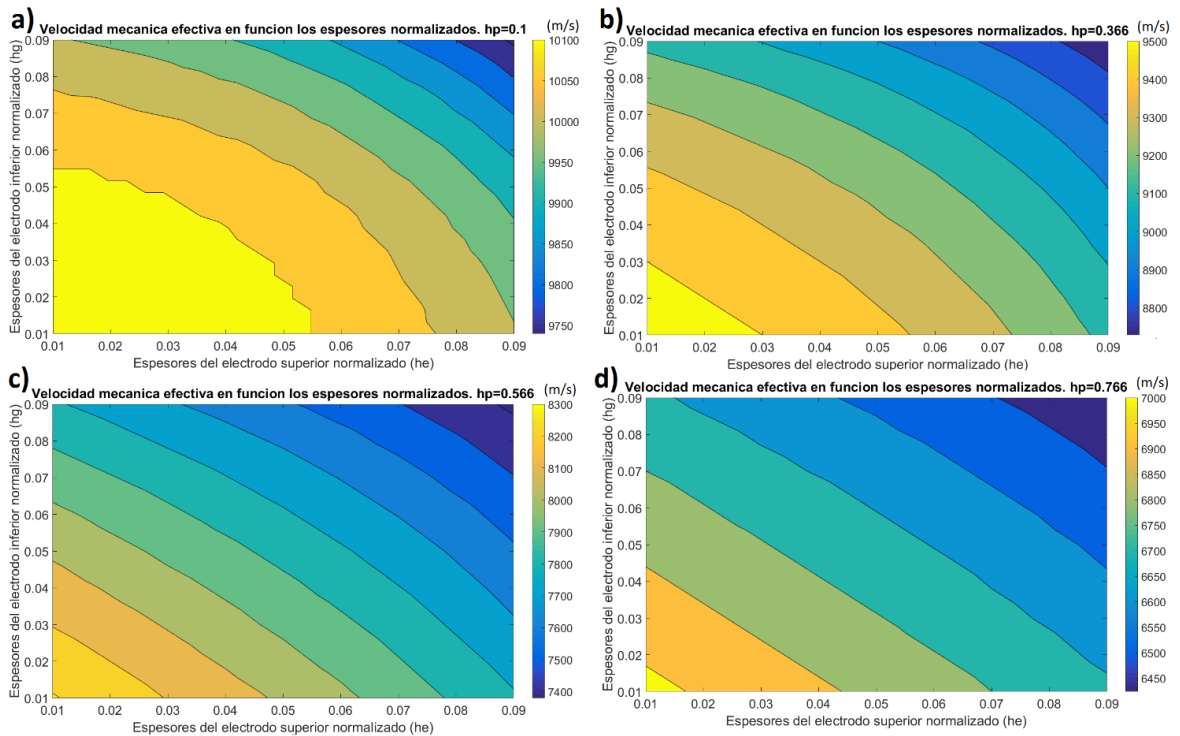


Fig. 4-7 Velocidad mecánica con electrodos de aluminio a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo 1.

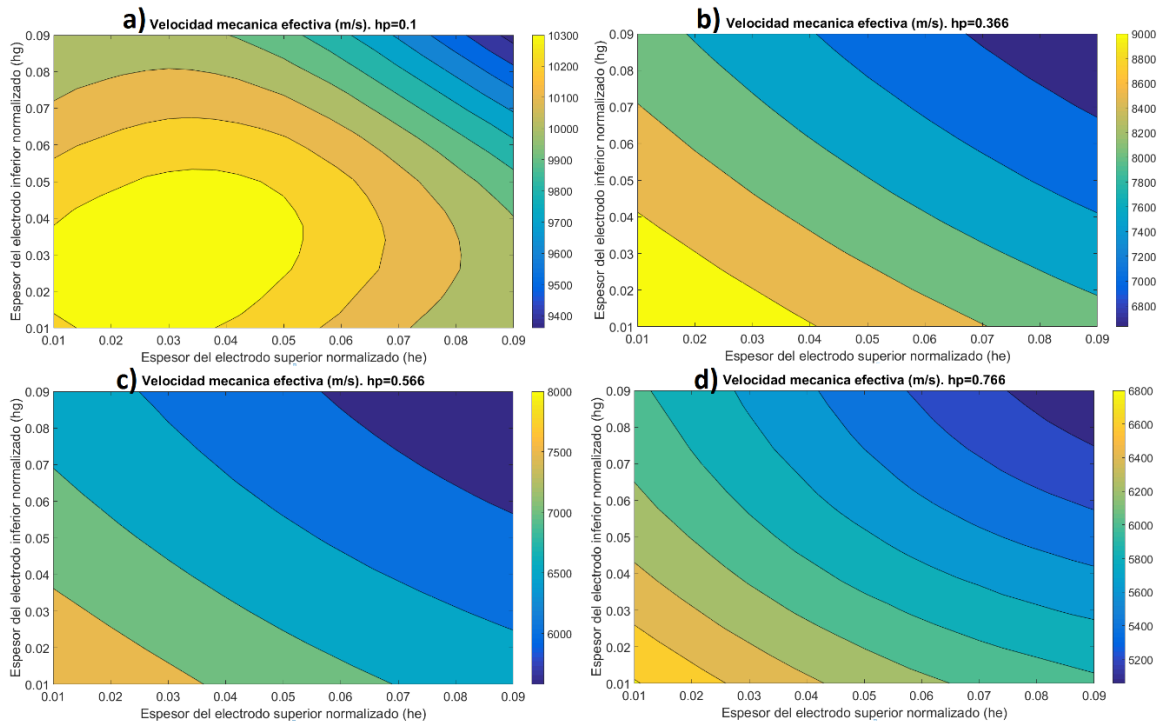


Fig. 4-8 Velocidad mecánica con electrodos de molibdeno a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo 1.

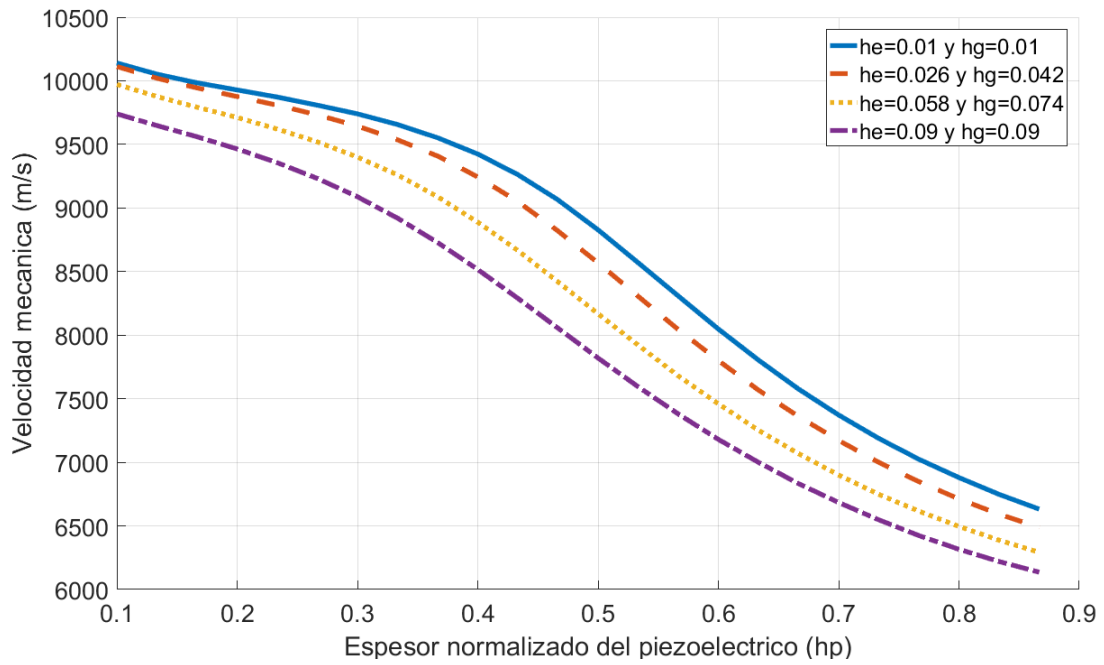


Fig. 4-9 Velocidad mecánica efectiva con electrodos de aluminio. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.

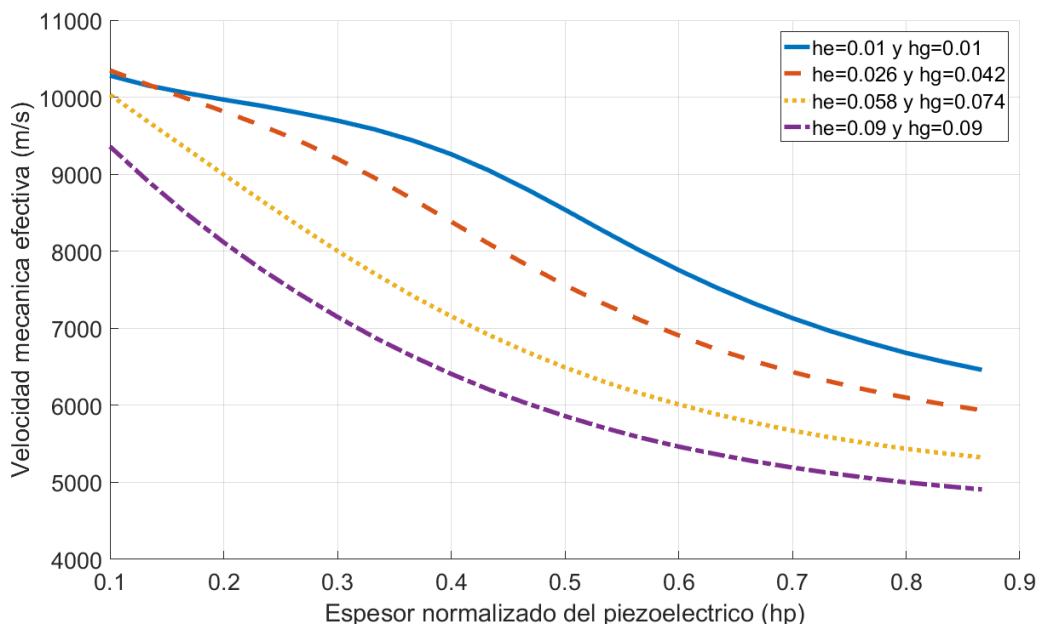


Fig. 4-10 Velocidad mecánica con electrodos de molibdeno. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.

4.2.2 Resultados y discusión para el factor de acople electromecánico.

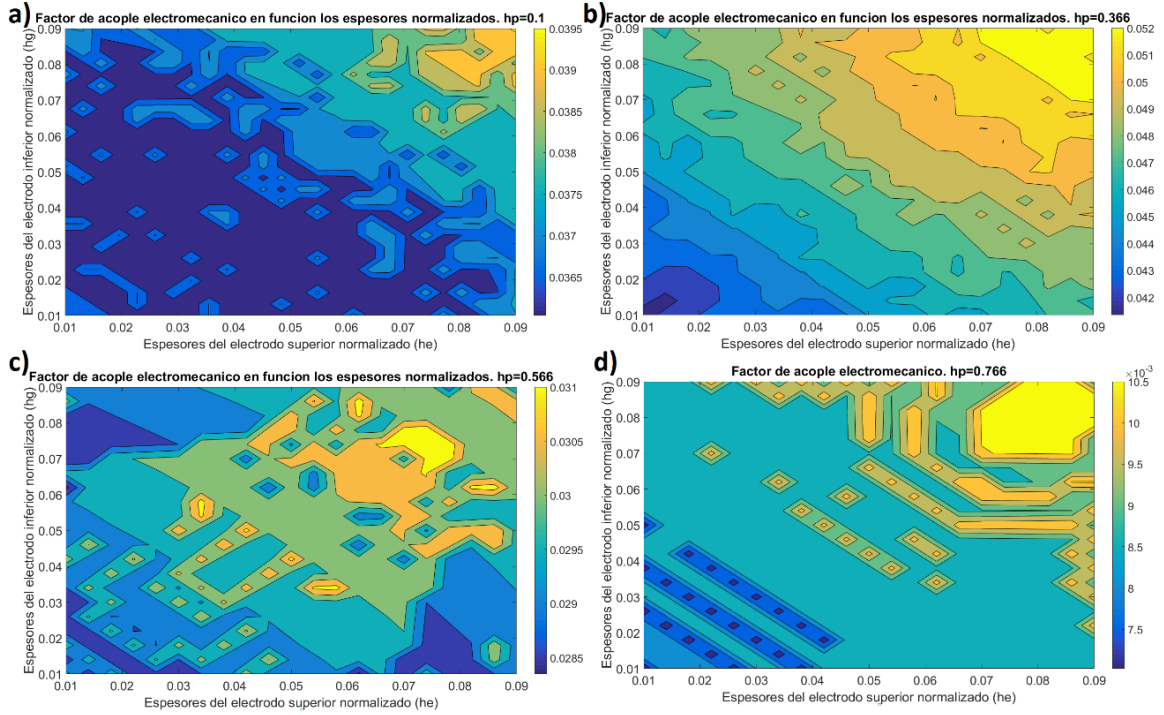


Fig. 4-11 Factor de acople con electrodos de aluminio y a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo uno.

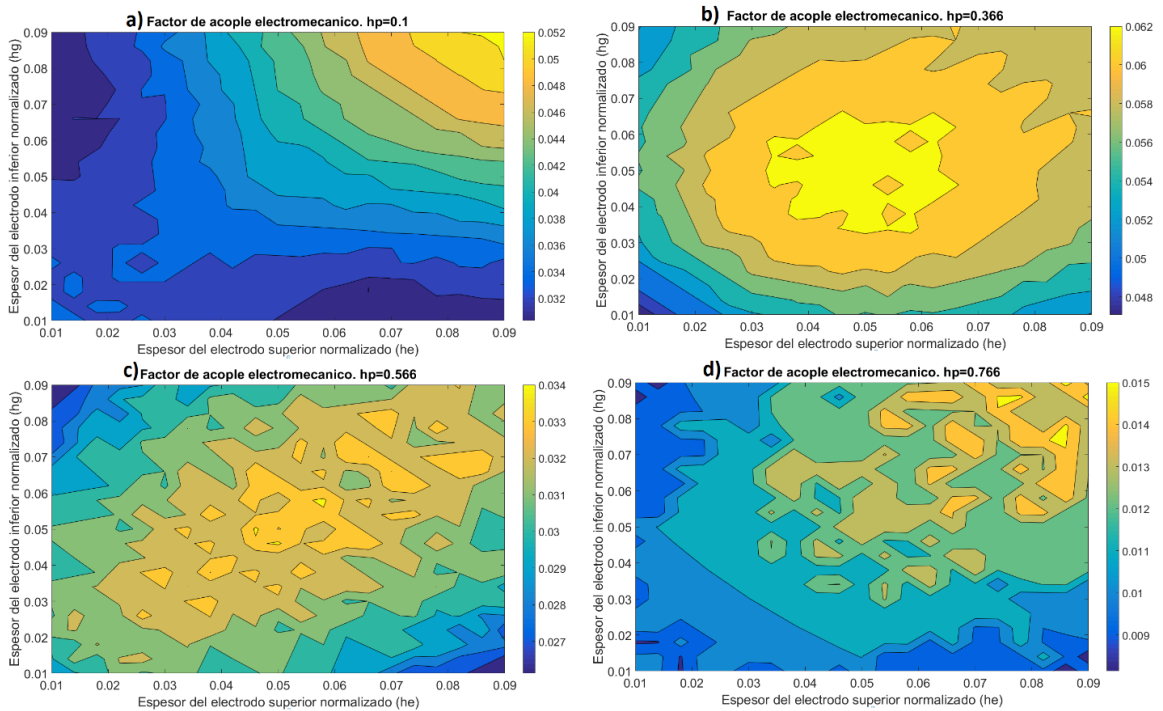


Fig. 4-12 Factor de acople con electrodos de molibdeno a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo uno.

En las Fig. 4-11 y 4-12 se muestra cómo varía el factor de acople electromecánico para dispositivos con electrodos de aluminio y molibdeno respectivamente, estos en función de los espesores normalizados de electrodos donde cada subgráfica, viene dada por un espesor de piezoeléctrico diferente. Se debe observar cómo los valores del factor van cambiando en función de los espesores de los electrodos sin seguir un patrón funcional bien definido, sin embargo, de las Fig. 4-13 y 4-14 se nota como la variación del factor sigue un patrón funcional resaltante en términos del espesor del piezoeléctrico, esto es, cuadrático para espesores de piezoeléctrico pequeños y decae linealmente al llegar al máximo de su valor alrededor de 0.35 para h_p .

Cabe resaltar que el factor de acople electromecánico cumple con $k_{eff}^2(h_e, h_g) \cong k_{eff}^2(h_g, h_e)$, esto se puede deducir al observar las Fig. 4-11 y 4-12, donde los valores dados en las gráficas de contorno cumplen la ecuación mencionada. Lo anterior se traduce en que las contribuciones tanto del electrodo superior como del inferior, son equivalentes para valores iguales de estos parámetros.

El comportamiento de este factor a lo largo de variaciones del espesor del electrodo superior puede verse en la Fig. 4-15, donde se puede notar que el comportamiento en general, para dispositivos con electrodos de aluminio es siempre creciente en el rango simulado, mientras que para dispositivos con electrodos de molibdeno, crece hasta el máximo de 0.059 para $h_e = 0.044$, y empieza a decrecer.

Los valores esperados para el factor de acople electromecánico reportados en la literatura son inferiores al 6% lo cual concuerda con los resultados obtenidos, sin embargo, para el caso de la investigación en general se obtuvieron valores muy inferiores a los esperados, debido a que en las

simulaciones por primera vez se incluyeron pérdidas tanto mecánicas como dieléctricas (sección 3.1.1, [21]).

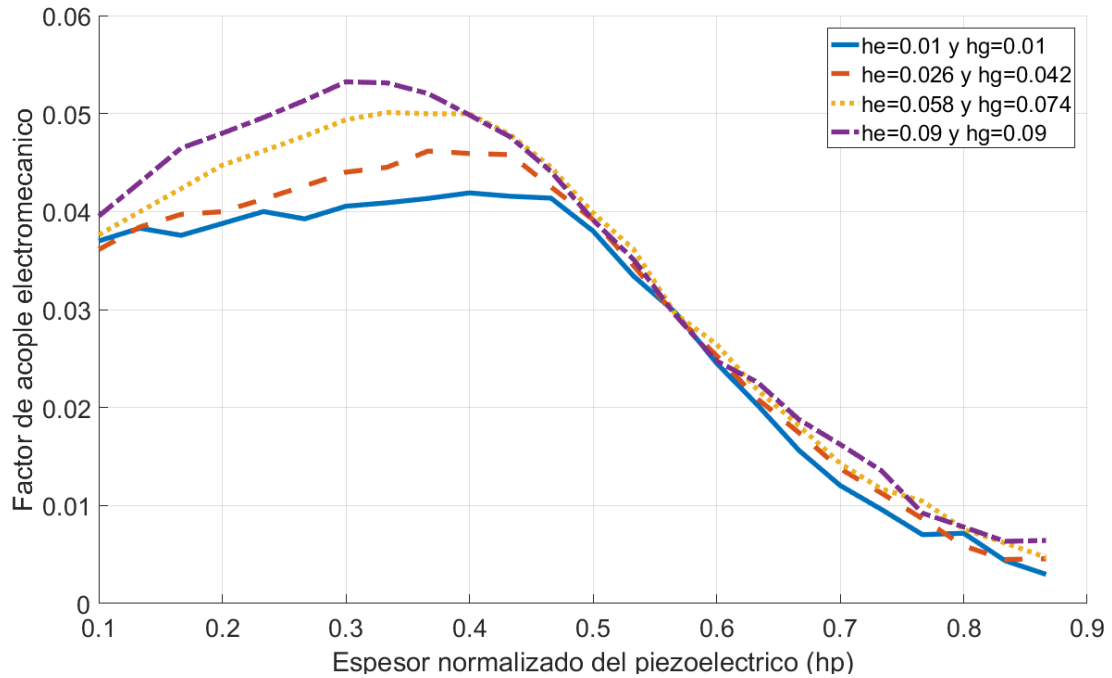


Fig. 4-13 Factor de acople electromecánico con electrodos de Al. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.

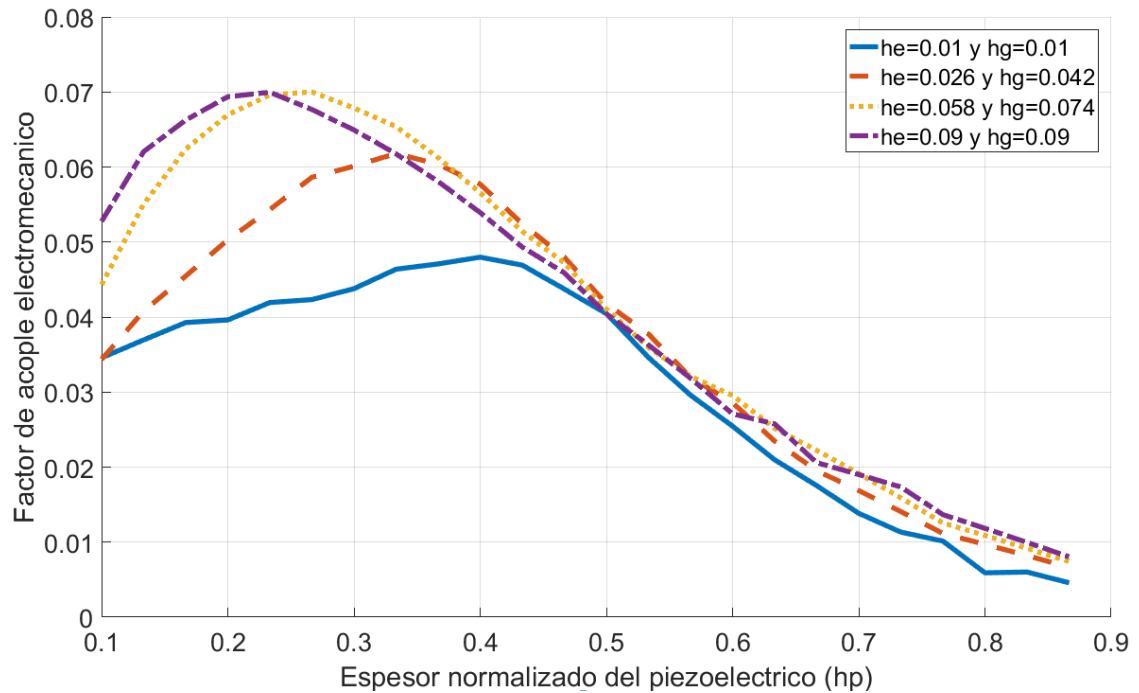


Fig. 4-14 Factor electromecánico con electrodos de Mo. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.

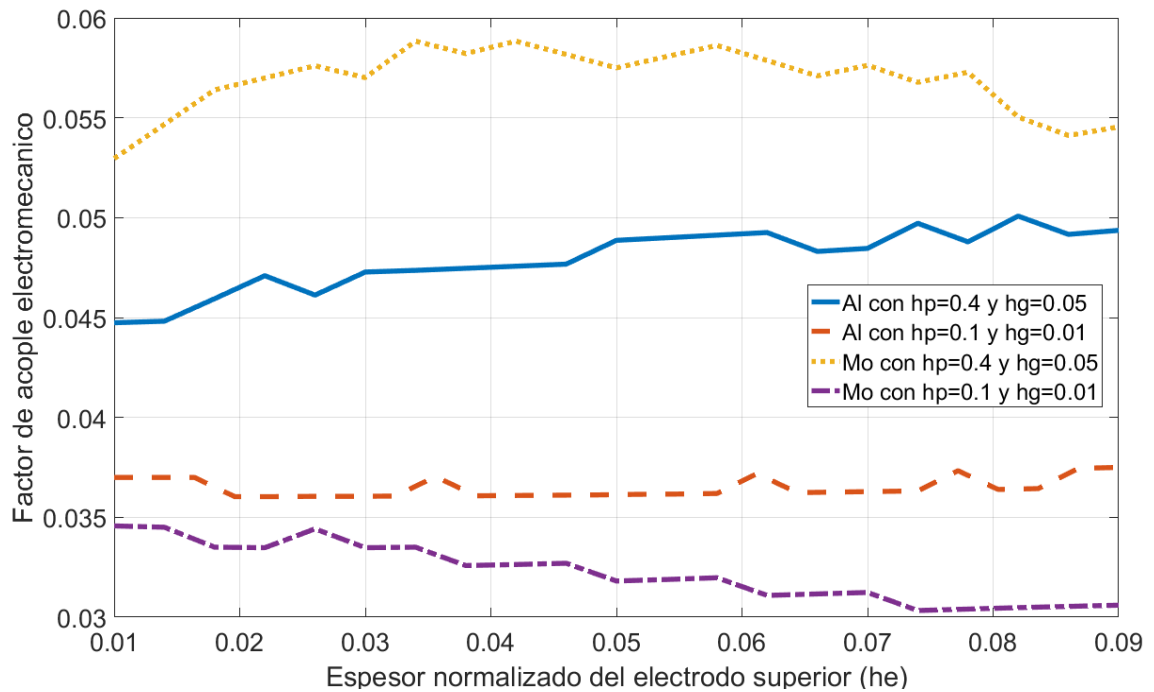


Fig. 4-15 Factor de acople electromecánico en función del espesor del electrodo superior para resonadores con electrodos de aluminio y molibdeno.

4.2.3 Resultados y discusión para el factor de calidad.

De las Fig. 4-16 y 4-17 se observa que el comportamiento del factor de calidad en función de los espesores de los electrodos no tiene ninguna característica funcional que resalte. En las Fig. 4-18 y 4-19 se observa el factor de calidad, pero esta vez en función del espesor normalizado para el piezoeléctrico, donde claramente se evidencia la falta de un patrón funcional. En la 4-20 se muestra la variación de este parámetro respecto al espesor normalizado del electrodo superior, allí tampoco se nota una característica funcional predominante en términos de h_e .

Los valores esperados para el factor de calidad deben estar en el rango de 1100 hasta 4500 debido a que son los reportados en la literatura, para el caso de la investigación en general se obtuvieron factores de calidad inferiores a los esperados, debido a que en las simulaciones por primera vez se incluyeron pérdidas tanto mecánicas como dieléctricas (sección 3.1.1, [21]).

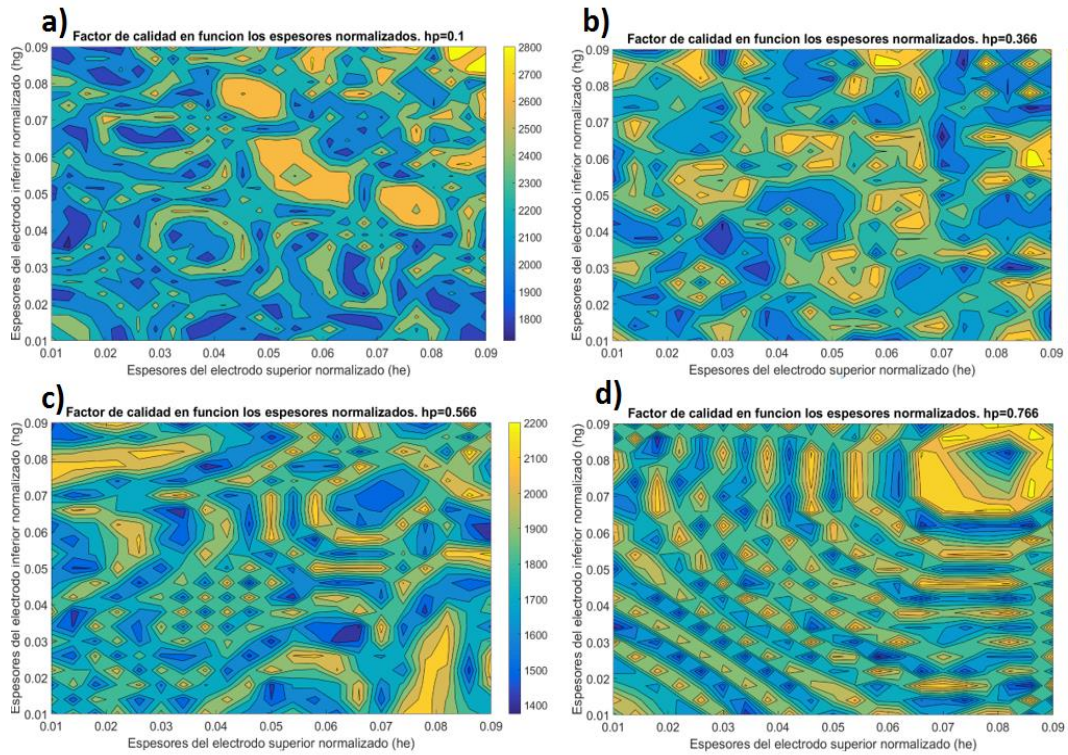


Fig. 4-16 Factor de calidad con electrodos de aluminio a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo uno.

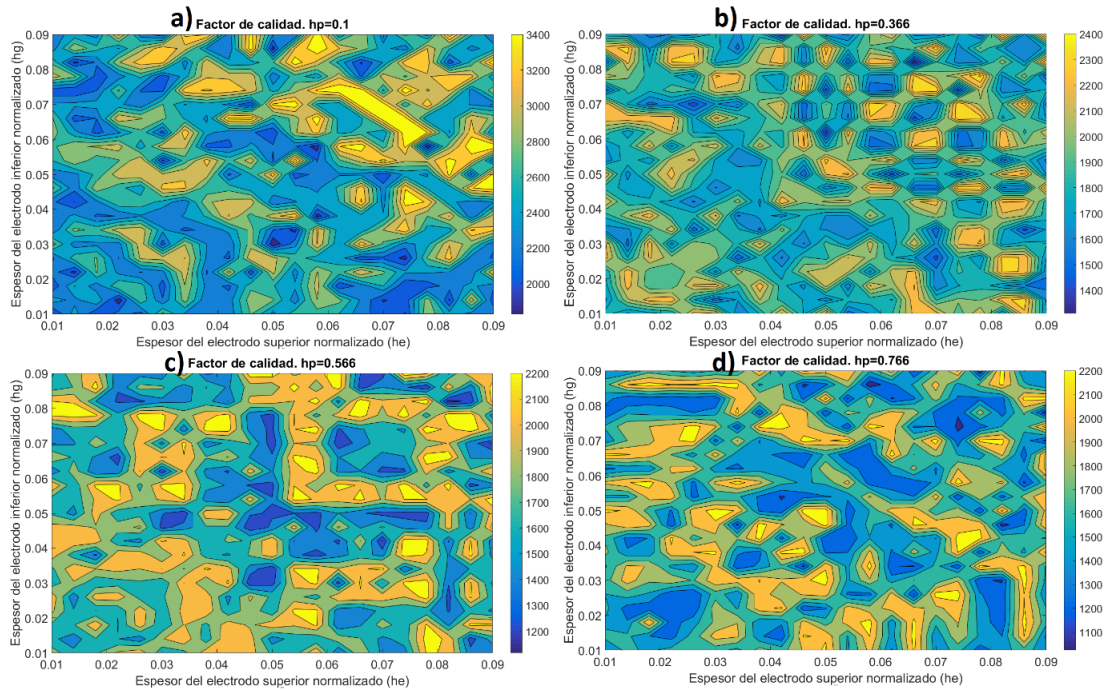


Fig. 4-17 Factor de calidad con electrodos de molibdeno a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo uno.

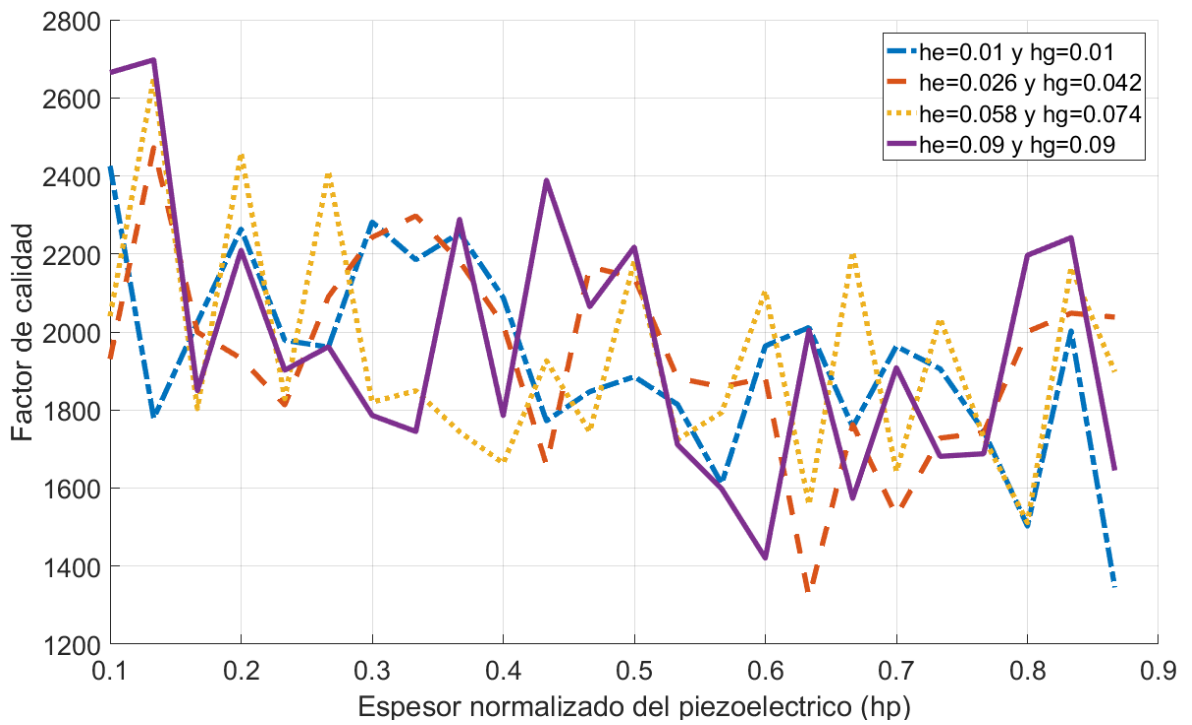


Fig. 4-18 Factor de calidad con electrodos de aluminio. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.

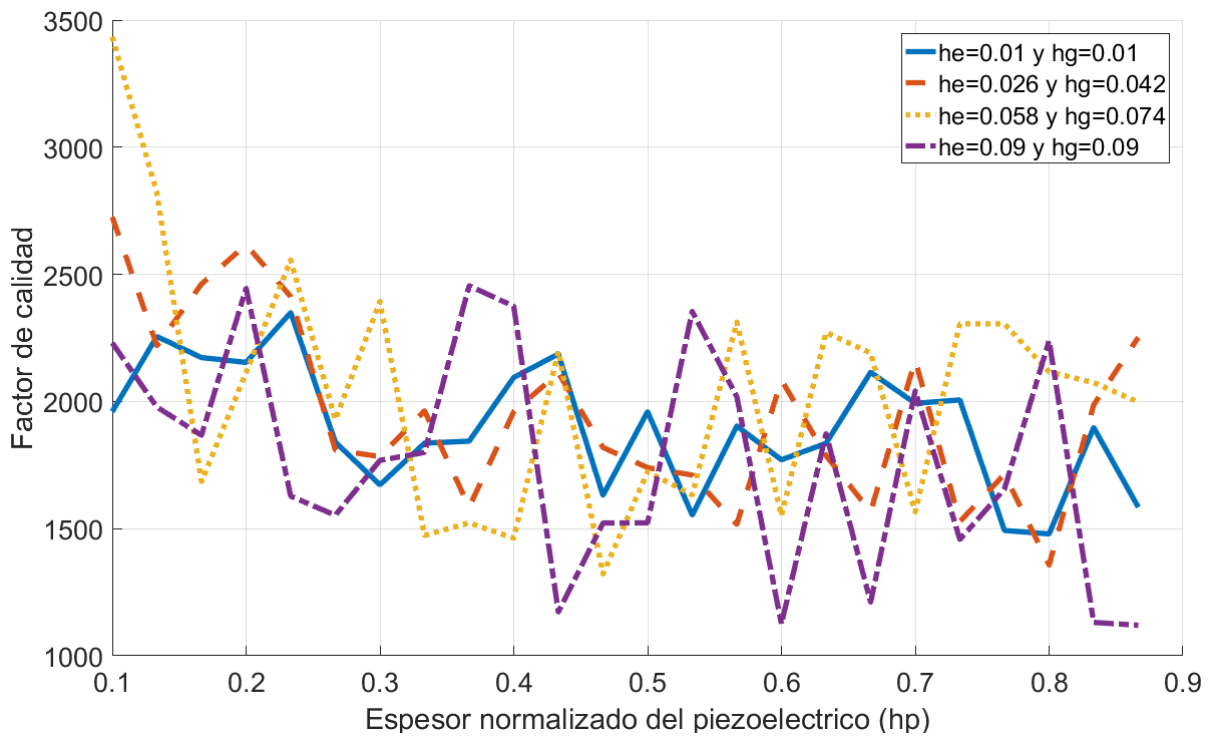


Fig. 4-19 Factor de calidad con electrodos de molibdeno. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.

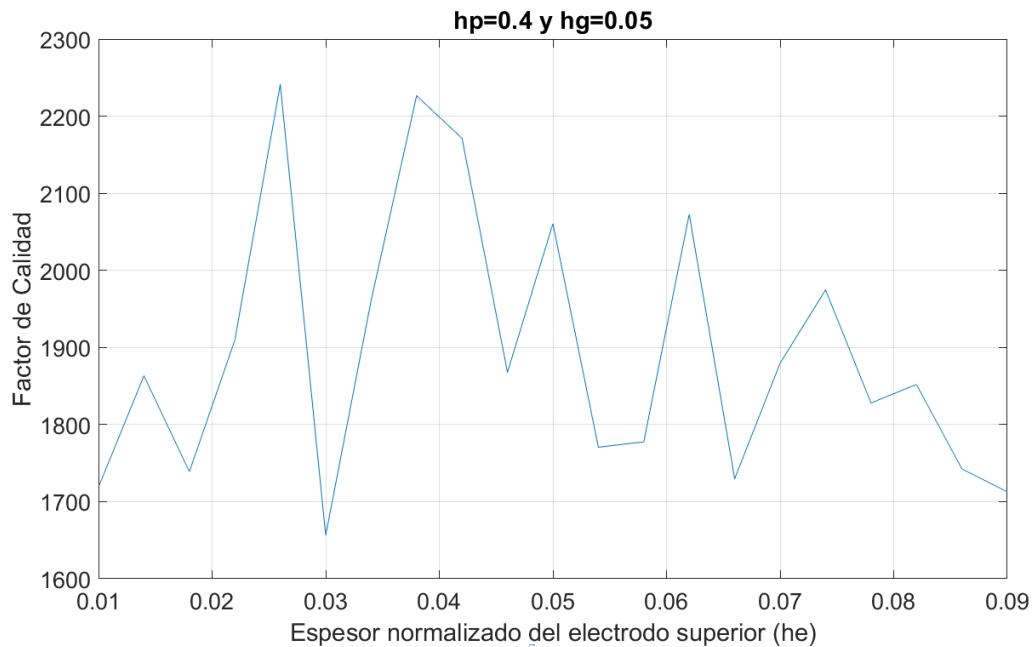


Fig. 4-20 Factor de Calidad en función del espesor del electrodo superior. Los espesores de piezoelectrico y electrodo inferior son de 0.4 y 0.05 respectivamente. Electrodo de aluminio.

4.3 Modelo de la frecuencia de resonancia.

A partir del grupo de resultados obtenidos, los cuales abarcan las variaciones mencionadas en la Tabla 2, se realizó el cálculo del modelo predictivo mencionado en la sección 3.3 para la frecuencia de resonancia. El grupo de simulaciones (observaciones) permitió el cálculo óptimo de la función analítica que representa la frecuencia de resonancia, en términos de los espesores normalizados de electrodos y piezoelectrico con el error mínimo posible.

4.3.1 Modelo de contribuciones lineales.

Para el cálculo de este modelo se utilizó el método de mínimos cuadrados generalizados teniendo como observaciones el cuarteto formado por los tres valores de los espesores (electrodo superior, inferior y el del piezoelectrico) y el valor de la frecuencia de resonancia simulada para dichos espesores. Los datos utilizados para el cálculo de los coeficientes $\lambda_{i,j}$ son los mostrados en la Tabla 5.

Tabla 5 Propiedades físicas de los materiales, valores por defecto en COMSOL 5.3a.

Material	Densidad (kg/m^3)	Módulo de Young (Pa)
Aluminio	2700	$70 * 10^9$
Molibdeno	10200	$3.12 * 10^{11}$

$$f - f_0 = -D_e h_e - D_g h_g - D_p h_p \quad 4-3$$

$$f - f_0 = -\sqrt{\frac{E_e h_e}{\rho_e \lambda_e}} - \sqrt{\frac{E_g h_g}{\rho_g \lambda_g}} - \sqrt{\frac{E_p h_p}{\rho_p \lambda_p}} + O_f \quad 4-4$$

El modelo de contribuciones lineales se plantea en la ecuación 4-3, y se pone de manera explícita en la ecuación 4-4, donde los subíndices e, g y p indican pertenencia a la contribución del electrodo superior, inferior y al espesor del piezoeléctrico utilizado respectivamente (sección 3.3.1).

Los valores de $\lambda_e, \lambda_g, \lambda_p$ y O_f obtenidos a partir del grupo de simulaciones (sección 3.2), son mostrados en la Tabla 6 para el modelo de contribuciones lineales de un resonador piezoeléctrico con electrodos de aluminio y molibdeno; con estos valores se tiene que los modelos de la frecuencia de resonancia para los resonadores con electrodos de aluminio y molibdeno son los mostrados en las ecuaciones 4-5 y 4-6 respectivamente.

Tabla 6 Coeficientes para el modelo de contribuciones lineales de un resonador piezoeléctrico LWR.

Coeficiente	Electrodos de Aluminio	Electrodos de Molibdeno
λ_e	4.315 μm	1.629 μm
λ_g	4.658 μm	1.688 μm
λ_p	8.338 μm	7.13 μm
O_f	0.195 GHz	0.306 GHz

$$f = 2.766 \text{ GHz} - \sqrt{\frac{70*10^9}{2700}} \left(\frac{h_e}{4.315} + \frac{h_g}{4.658} \right) \frac{Hz}{10^{-6}} - \sqrt{\frac{3.45*10^{11}}{3260}} \frac{h_p}{8.338*10^{-6}} \text{ Hz} \quad 4-5$$

$$f = 2.877 \text{ GHz} - \sqrt{\frac{3.12*10^{11}}{10200}} \left(\frac{h_e}{1.629} + \frac{h_g}{1.688} \right) \frac{Hz}{10^{-6}} - \sqrt{\frac{3.45*10^{11}}{3260}} \frac{h_p}{7.13*10^{-6}} \text{ Hz} \quad 4-6$$

En las Fig. 4-21 y 4-22 se muestra la frecuencia de resonancia calculada con los modelos en las ecuaciones 4-5 y 4-6, versus la frecuencia de resonancia dada por las simulaciones, si la estimación fuese perfecta, las figuras mencionadas deberían de ser líneas rectas con pendiente unitaria.

En las Fig. 4-23 y 4-24 se muestran los errores porcentuales del modelo respecto a las frecuencias de resonancia simuladas. Debido al comportamiento altamente no lineal en los rangos descritos en la sección 4.2.1, se tienen errores sobre las frecuencias de resonancia cercanas a la teórica, llegando incluso, a errores por encima del 100%. El error porcentual promedio del modelo para dispositivos con electrodos de aluminio fue del 14.24%, mientras que su desviación estándar fue de 0.18. El error porcentual promedio del modelo para los dispositivos con electrodos de molibdeno fue del 18.71%, mientras que su desviación estándar fue de 0.39.

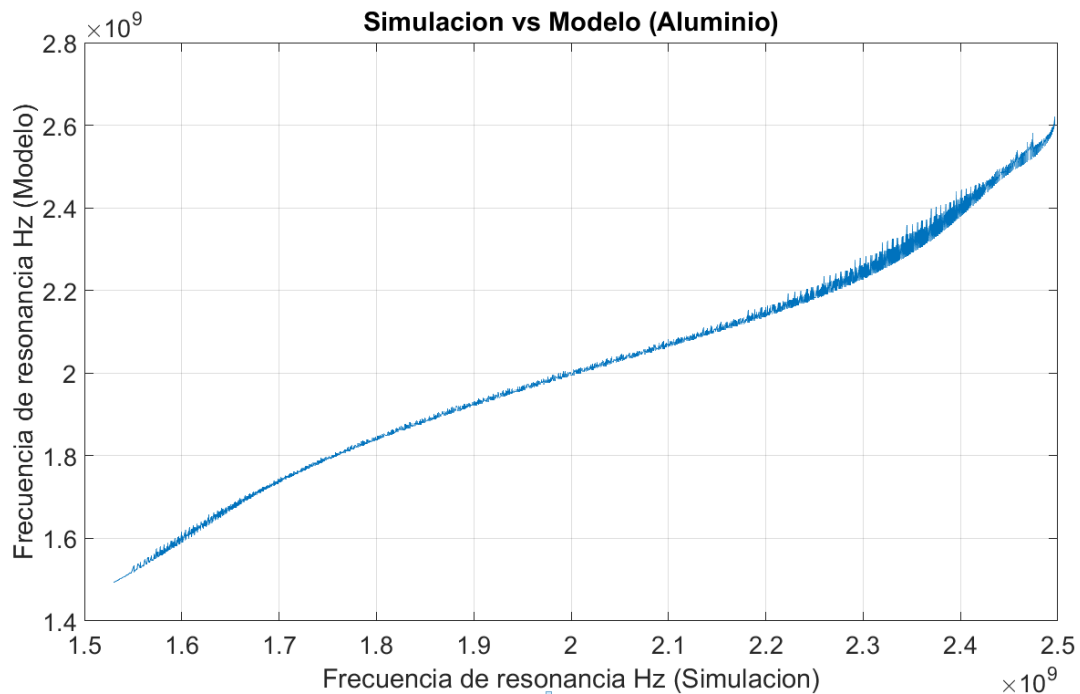


Fig. 4-21 Frecuencia de resonancia calculada por la ecuación 4-5 versus frecuencia resonancia simulada. Electrodo de aluminio.

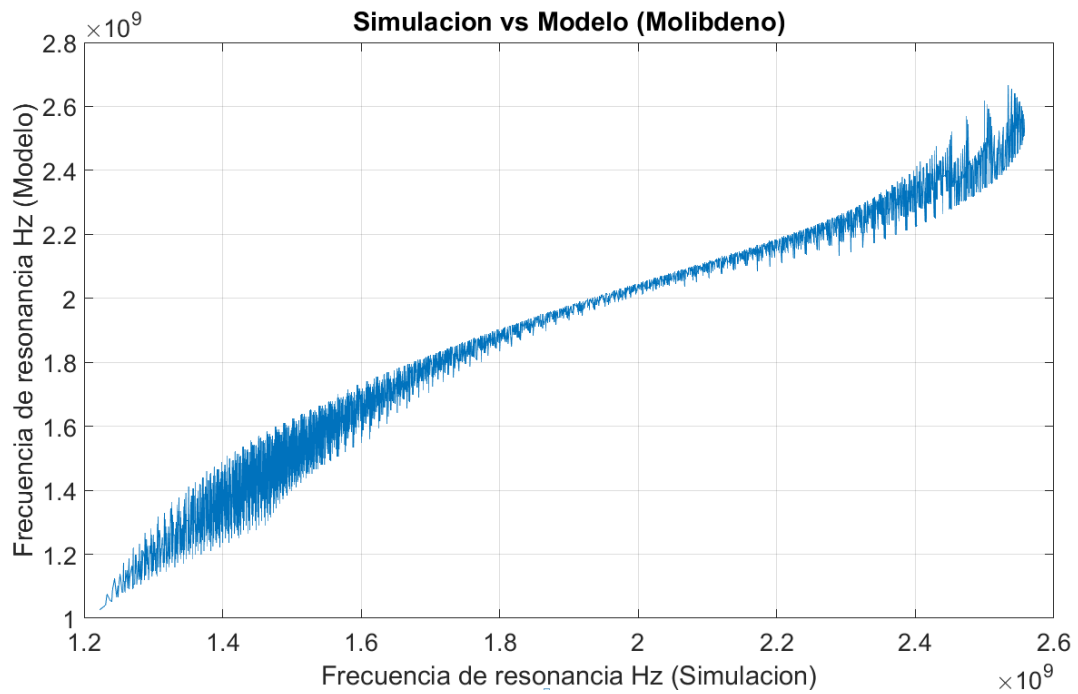


Fig. 4-22 Frecuencia de resonancia calculada por la ecuación 4-6 versus frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de molibdeno.

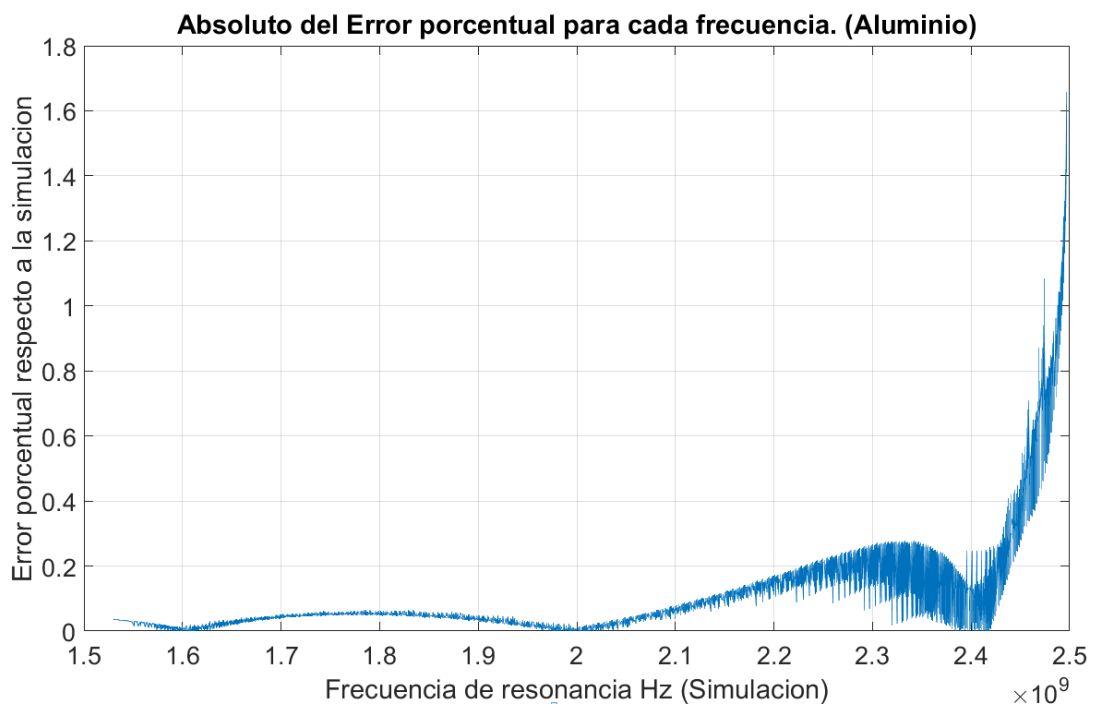


Fig. 4-23 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de aluminio.

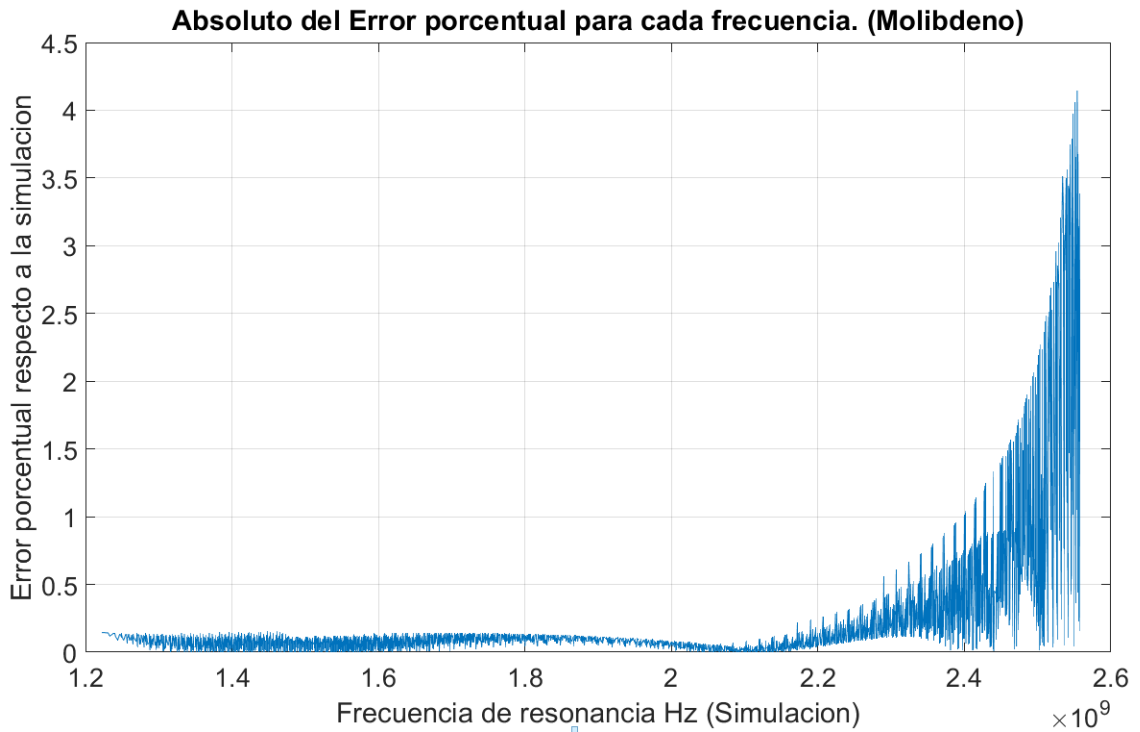


Fig. 4-24 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de molibdeno.

Teniendo en cuenta que los errores obtenidos son significativamente altos, se limitó el modelo propuesto a aquel donde el error porcentual promedio respecto a la frecuencia de resonancia real sea de alrededor del 5%. Para lograrlo es necesario remover las frecuencias que se encuentran entre 2.365GHz y la frecuencia teórica de 2.571GHz, para el caso de los dispositivos con electrodos de aluminio, y las frecuencias que se encuentran entre 2.182GHz y la frecuencia teórica de 2.571GHz, para el caso de los dispositivos con electrodos de molibdeno. Lo anterior se traduce en una reducción del 8% del espectro frecuencial para el caso del aluminio, y del 18% para el caso del molibdeno.

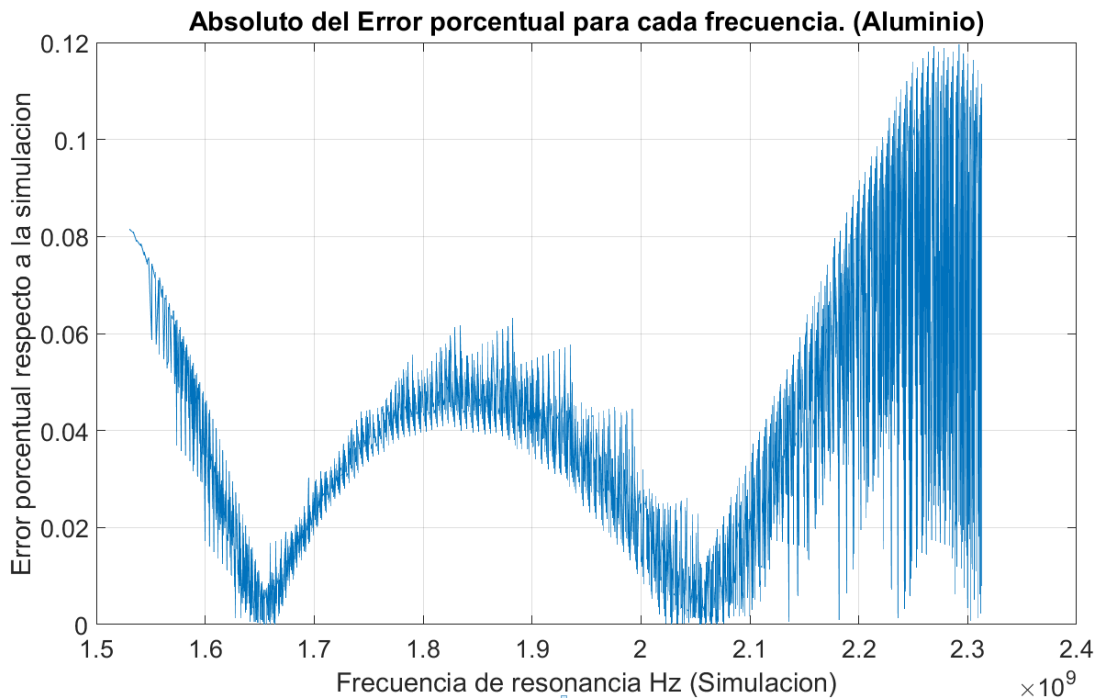


Fig. 4-25 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de aluminio. Se retiró el 8% de frecuencias por debajo de la teórica.

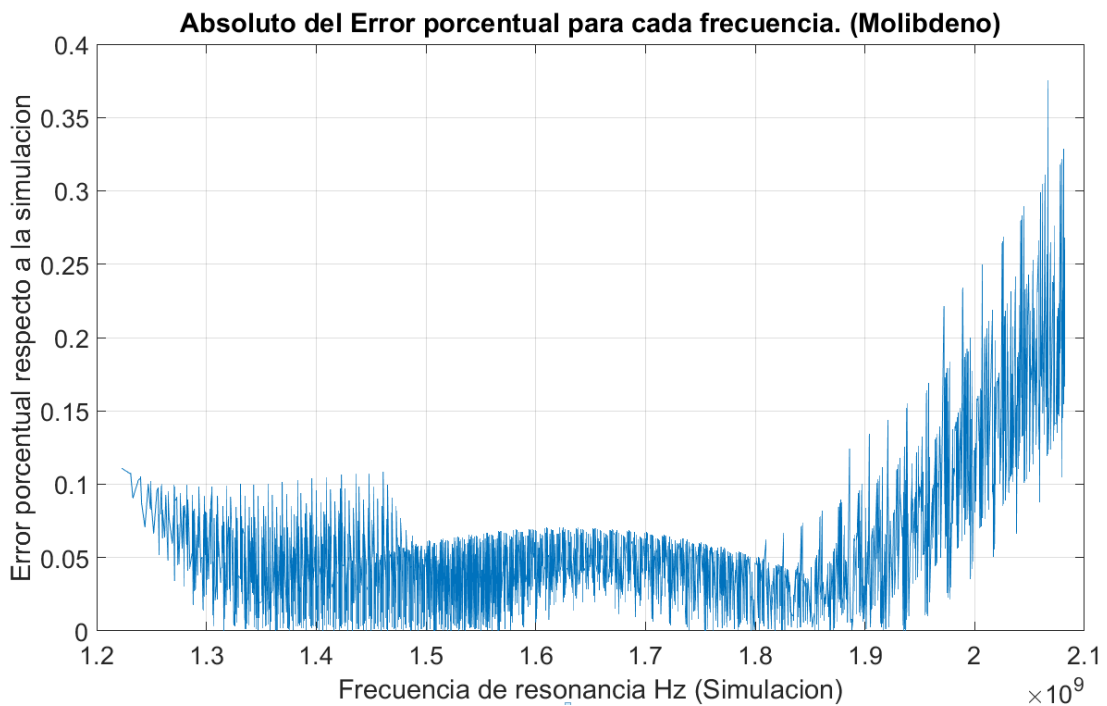


Fig. 4-26 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de molibdeno. Se retiró el 18% de frecuencias por debajo de la teórica.

En las Fig. 4-25 y 4-26 se observa el error porcentual versus la frecuencia de resonancia de la simulación, luego de la remoción de las frecuencias cercanas a la teórica. El error porcentual obtenido luego de la reducción frecuencial para los resonadores con electrodos de aluminio es del 4.42%, mientras que para los resonadores con electrodos de molibdeno es de 5.13%, cada uno con una desviación estándar de 0.032 y 0.045 respectivamente. La comparativa de errores entre los diferentes modelos puede observarse en la Tabla 7.

Las ecuaciones que modelan el comportamiento de la frecuencia de resonancia, luego de la remoción de las frecuencias mencionadas para dispositivos con electrodos de aluminio y molibdeno son las ecuaciones 4-7 y 4-8 respectivamente, los coeficientes de estos modelos se encuentran en la Tabla 8.

$$f = 2.866 \text{ GHz} - \sqrt{\frac{70 \cdot 10^9}{2700}} \left(\frac{h_e}{3.929} + \frac{h_g}{4.11} \right) \frac{\text{Hz}}{10^{-6}} - \sqrt{\frac{3.45 \cdot 10^{11}}{3260}} \frac{h_p}{7.492 \cdot 10^{-6}} \text{ Hz} \quad 4-7$$

$$f = 2.683 \text{ GHz} - \sqrt{\frac{3.12 \cdot 10^{11}}{10200}} \left(\frac{h_e}{1.587} + \frac{h_g}{1.655} \right) \frac{\text{Hz}}{10^{-6}} - \sqrt{\frac{3.45 \cdot 10^{11}}{3260}} \frac{h_p}{8.957 \cdot 10^{-6}} \text{ Hz} \quad 4-8$$

Tabla 7 Errores de los modelos de contribución lineales para la frecuencia de resonancia, luego de la remoción frecuencial.

Material	Error porcentual promedio Modelo lineal	Porcentaje de frecuencias removidas	Error porcentual promedio Modelo lineal luego de remoción
Aluminio	14.24%	8%	4.42%
Molibdeno	18.71%	18%	5.13%

Tabla 8 Coeficientes para el modelo de contribuciones lineales luego de remover las frecuencias cercanas a la teórica de resonancia para el aluminio y molibdeno.

Coficiente	Electrodos de Aluminio	Electrodos de Molibdeno
λ_e	3.929 μm	1.587 μm
λ_g	4.11 μm	1.655 μm
λ_p	7.492 μm	8.957 μm
O_f	0.295 GHz	0.112 GHz

4.3.2 Modelo de contribuciones Generalizado.

Para el caso de la generalización del modelo, se escogió trabajar con uno de orden tres debido a que tanto los errores porcentuales presentados, como la complejidad computacional del modelo son bajos. Siguiendo el planteamiento de la sección 3.3.2, en las ecuaciones 4-9 y 4-10, se muestra el modelo de orden tres obtenido para los resonadores con electrodos de aluminio y molibdeno respectivamente, el valor de los coeficientes se muestra en la Tabla 9.

$$f = f_0 + O_{f-Al} - 5091 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{h_e^j}{\lambda_{e,j}} + \frac{h_g^j}{\lambda_{g,j}} \right) Hz - 10287 \sum_{j=1}^3 \frac{h_p^j}{\lambda_{p,j}} Hz \quad 4-9$$

$$f = f_0 + O_{f-Mo} - 5530 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{h_e^j}{\lambda_{e,j}} + \frac{h_g^j}{\lambda_{g,j}} \right) Hz - 10287 \sum_{j=1}^3 \frac{h_p^j}{\lambda_{p,j}} Hz \quad 4-10$$

Tabla 9 Coeficientes del modelo generalizado de orden tres para la predicción de la frecuencia de resonancia, Ecuaciones 4-9 y 4-10.

Coeficiente	Electrodos de Aluminio	Electrodos de Molibdeno
$\lambda_{e,1}$	3.122 μ m	0.768 μ m
$\lambda_{e,2}$	-3.825 μ m	-0.183 μ m
$\lambda_{e,3}$	5.54 μ m	0.152 μ m
$\lambda_{g,1}$	6.105 μ m	1.092 μ m
$\lambda_{g,2}$	-3.825 μ m	-0.518 μ m
$\lambda_{g,3}$	1.325 μ m	0.321 μ m
$\lambda_{p,1}$	-20.05 μ m	-3.501 μ m
$\lambda_{p,2}$	2.730 μ m	6.848 μ m
$\lambda_{p,3}$	-4.399 μ m	-828 μ m
O_f	-19.26MHz	0.702GHz

El cálculo de los modelos mostrados arriba se realizó con el total de las simulaciones obteniendo errores porcentuales promedio de 5.1% y 5.05%, para los resonadores con electrodos de aluminio y molibdeno respectivamente. En las Fig. 4-27 y 4-28 se observan los errores porcentuales obtenidos respecto a las simulaciones usadas como observaciones, donde la

desviación estándar respecto al promedio fue de 0.07 y 0.08 para aluminio y molibdeno.

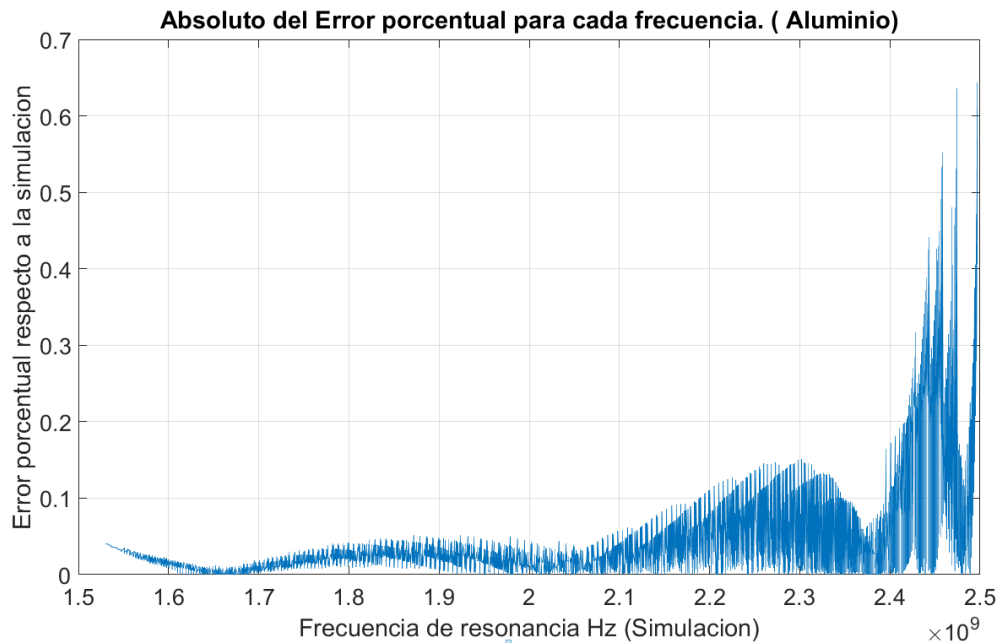


Fig. 4-27 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de aluminio, Modelo general de orden tres.

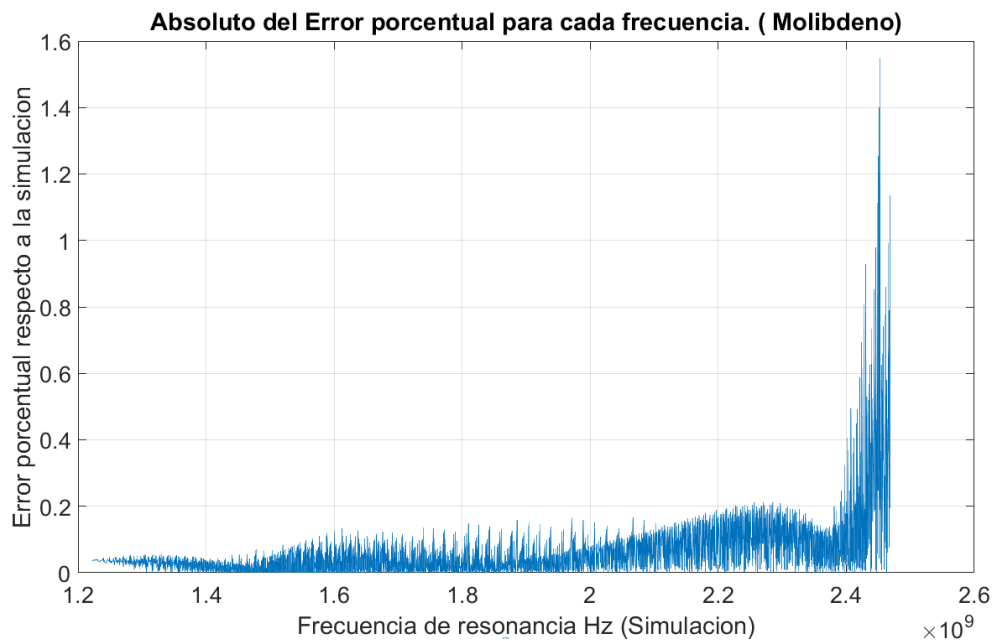


Fig. 4-28 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electrodo de molibdeno, Modelo general de orden tres.

4.4 Validación del modelo de contribuciones.

El modelo planteado en la sección 3.3.2 es un modelo de contribuciones generalizado para la frecuencia de resonancia en términos de los parámetros de espesor de electrodos y piezoeléctrico, de allí se sigue que la validación frente a resultados de simulación se deba realizar con la metodología planteada en la sección 3.3.3.

La validación se basa en suponer que un diseñador de resonadores desea una frecuencia de resonancia específica, la cual es calculada mediante el modelo y al simularse, la frecuencia de resonancia obtenida debe coincidir con la calculada por el diseñador. Los valores de los parámetros utilizados para las simulaciones de validación se muestran en el anexo 6.3. Se tomaron un total de 401 simulaciones de validación tanto para resonadores con electrodos de aluminio, como con electrodos de molibdeno.

Los errores encontrados tras comparar la estimación usando los modelos hallados 4-5, 4-6, 4-7, 4-8, 4-9 y 4-10 con los resultados de simulación se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10 Errores para los modelos de frecuencia de resonancia con electrodos de aluminio y molibdeno.

Material	Error porcentual promedio Modelo lineal antes de remoción	Porcentaje de frecuencias removidas	Error porcentual promedio Modelo lineal luego de remoción	Error porcentual Promedio Modelo De orden tres (No remoción frecuencial)
Aluminio	15.9%	8%	4.85%	5.1%
Molibdeno	19%	18%	5.85%	5.05%

4.4.1 Validación del modelo: Electrodos de Aluminio.

A partir de los parámetros de espesores en la sección 6.3 y usando el modelo 4-9, se calculó la frecuencia de resonancia del dispositivo y se validó frente a los resultados obtenidos de las 401 simulaciones de validación. Se obtuvo la Fig. 4-29 donde se muestra el error porcentual para cada frecuencia,

obteniendo un promedio de 5.1% cumpliendo con la restricción mencionada en la sección 4.3.1.

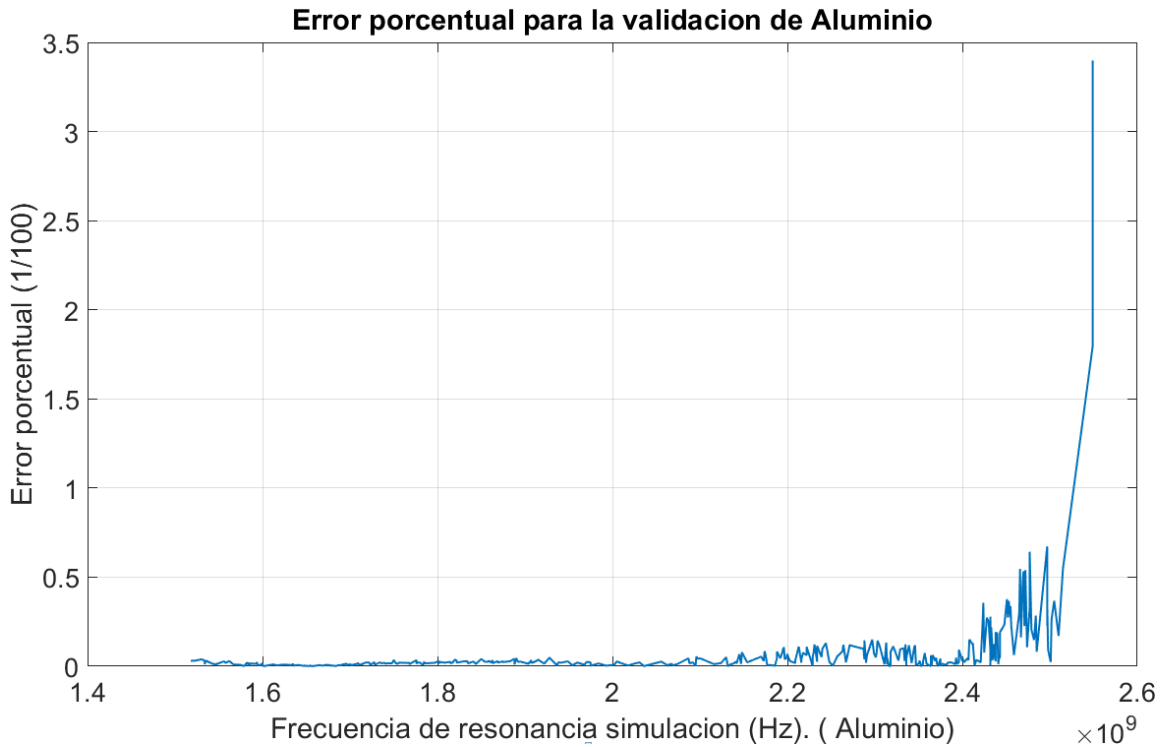


Fig. 4-29 Error porcentual en la frecuencia de resonancia versus frecuencia de resonancia simulada. Datos de validación para electrodos de aluminio. Modelo de orden tres.

4.4.2 Validación del modelo: Electrodo de Molibdeno.

De manera análoga a la validación realizada para los resonadores con electrodos de aluminio, se realizaron simulaciones con los parámetros de espesor dados en la sección 6.3 para los resonadores con electrodos de molibdeno, de allí, se calculó la frecuencia de resonancia usando la ecuación 4-10. En la Fig. 4-30 se ve el error porcentual versus la frecuencia de resonancia simulada. El error porcentual promedio obtenido del modelo 4-10 fue de 5.01%, cumpliendo con la restricción de un error de alrededor del 5% mencionada en la sección 4.3.1.

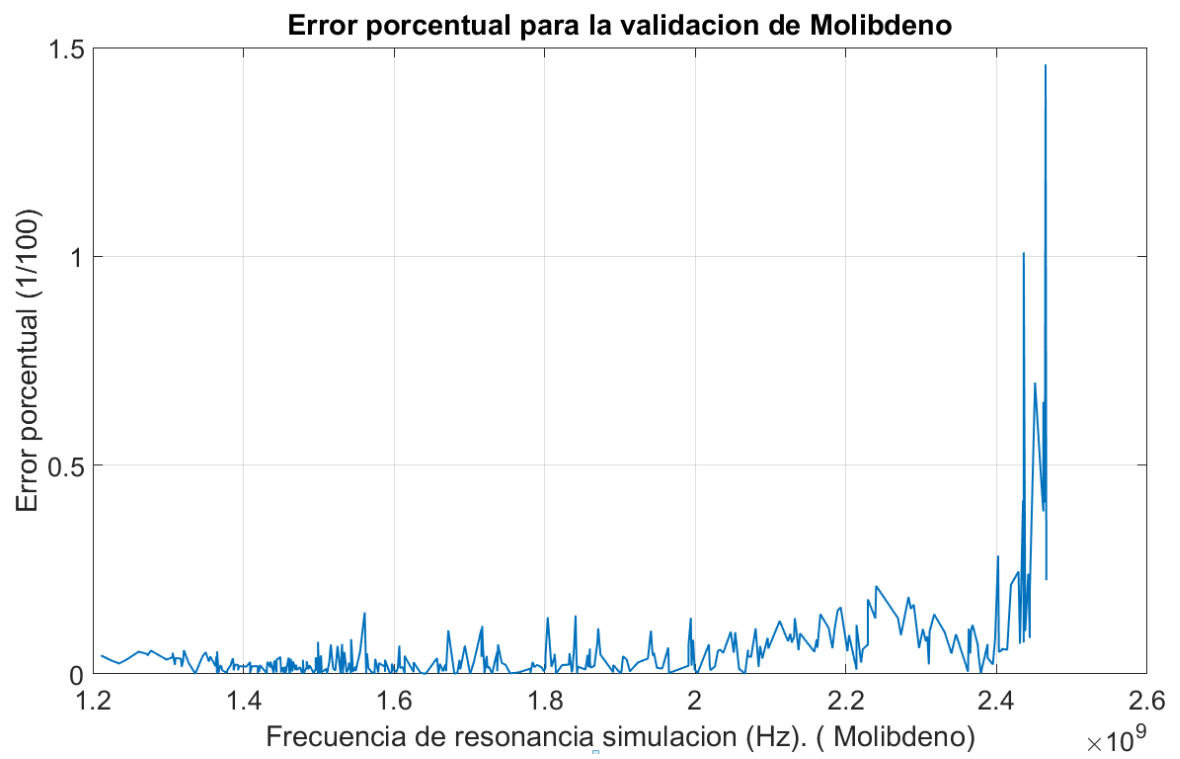


Fig. 4-30 Error porcentual en la frecuencia de resonancia versus frecuencia de resonancia simulada. Datos de validación para electrodos de molibdeno. Modelo de orden tres.

5. Conclusiones y trabajo futuro.

Se analizó la dependencia de la frecuencia de resonancia, factor de calidad y el factor de acople electromecánico respecto a variaciones en los espesores normalizados de los electrodos y del piezoeléctrico. Se incluyó en las simulaciones un factor de pérdidas dieléctricas y mecánicas isotrópico para acercar a la realidad el comportamiento del dispositivo, además, se construyó un modelo semiempírico para la predicción de la frecuencia de resonancia, este incluye los efectos de los electrodos y el espesor del piezoeléctrico siendo este el mayor aporte debido a que en la literatura no se reporta ningún estudio bajo estas características.

5.1 Frecuencia de resonancia.

Se realizaron variaciones de los espesores de los electrodos y del piezoeléctrico, se observó que el comportamiento de la frecuencia de resonancia es siempre monótonicamente decreciente cuando se hace una translación de los espesores que producen la máxima frecuencia al origen del espacio solución.

La frecuencia de resonancia obtenida siempre será menor a la frecuencia de resonancia teórica, debido a que los electrodos tienen un espesor infinitesimal en dicho calculo, y según las observaciones experimentales, la frecuencia de resonancia es monótonicamente decreciente.

El comportamiento de la frecuencia de resonancia es no lineal cuando se tienen resonancias cercanas a la teórica, sin embargo, al alejarse un cierto porcentaje de la frecuencia teórica se obtiene un comportamiento altamente lineal, este alejamiento varía según el material de los electrodos: 8% o 18% de la frecuencia teórica para el aluminio o molibdeno respectivamente.

Las variaciones de la frecuencia de resonancia en función de los espesores del electrodo superior e inferior cumple con $f_r(h_e, h_g) \cong f_r(h_g, h_e)$, lo cual

permite que un modelo de contribuciones lineales, en términos de estos parámetros pueda dar como resultado errores bajos en las predicciones.

El modelo de contribuciones generalizado para el aluminio y el molibdeno obtenido se muestra en las ecuaciones 4-9 y 4-10 respectivamente, el valor de sus coeficientes se muestra en la Tabla 9.

$$f = f_0 + O_{f-Al} - 5091 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{h_e^j}{\lambda_{e,j}} + \frac{h_g^j}{\lambda_{g,j}} \right) Hz - 10287 \sum_{j=1}^3 \frac{h_p^j}{\lambda_{p,j}} Hz \quad 4-9$$

$$f = f_0 + O_{f-Mo} - 5530 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{h_e^j}{\lambda_{e,j}} + \frac{h_g^j}{\lambda_{g,j}} \right) Hz - 10287 \sum_{j=1}^3 \frac{h_p^j}{\lambda_{p,j}} Hz \quad 4-10$$

Para la validación se empleó la metodología descrita en la sección 3.3.3, los datos usados para las simulaciones son los mostrados en el anexo 6.3. Los errores porcentuales promedio obtenidos, para la validación de los resonadores con electrodos de aluminio y molibdeno fueron de 5.1% y 5.05% respectivamente.

Se debe destacar que, en todos los casos de los modelos calculados, se cumple que las longitudes de onda efectivas de la contribución de los electrodos son menores que la del espesor de piezoeléctrico, por lo cual, se concluye que, los espesores de electrodos tienen una mayor influencia sobre el cambio de la frecuencia de resonancia que el espesor del piezoeléctrico. Análogamente la longitud de onda efectiva para el electrodo superior fue siempre menor que para el electrodo inferior, por lo cual, el orden de dependencia de la frecuencia de resonancia de mayor a menor para estos tres parámetros es h_e, h_g y h_p .

Debido a los porcentajes de remoción del espectro frecuencial de resonancia, se concluye que el molibdeno es el material que presenta la más alta no linealidad cerca a la frecuencia de resonancia teórica.

5.2 Factor de acople electromecánico.

Al igual que la frecuencia de resonancia, el factor de acople electromecánico cumple que las variaciones de su valor dependen de manera isomorfa de los espesores de los electrodos, esto es $k_{eff}^2(h_e, h_g) \cong k_{eff}^2(h_g, h_e)$.

Los valores obtenidos para este factor en la literatura varían desde 0.1% hasta llegar al 7%, mientras que los datos obtenidos de las simulaciones van desde 0.02% hasta 5.32% para resonadores con electrodos de aluminio, y 0.4% hasta 7.1% para resonadores con electrodos de molibdeno. En las simulaciones realizadas, en general, los rangos de este factor son cercanos a los reportados en la literatura de simulaciones y experimentos, pero un poco más bajos debido a las pérdidas isotrópicas mecánicas y dieléctricas incluidas en las simulaciones.

Al observar el comportamiento del factor de acople en función del espesor del piezoeléctrico, se deduce que tiene un comportamiento funcional marcado, en general los resonadores con electrodos de molibdeno y aluminio, tienen un factor de acople creciente hasta llegar al máximo y luego monótonicamente decreciente en función del espesor del piezoeléctrico.

5.3 Factor de Calidad.

En general, de acuerdo a los resultados obtenidos, el factor de calidad no sigue un patrón funcional definido para ninguno de los tres parámetros analizados (espesor de piezoeléctrico y de electrodo superior e inferior). Sin embargo, sí es clave que las contribuciones realizadas por los espesores de los electrodos a este factor son isomorfas en términos funcionales, esto es: $Q_s(h_e, h_g) \cong Q_s(h_g, h_e)$.

Desde la literatura el rango de factores de calidad para dispositivos con características geométricas dentro de los rangos simulados, van desde 1100 hasta 4500, sin embargo, para las simulaciones de resonadores con electrodos de aluminio se obtuvo un factor de calidad mínimo de 1024 y un

máximo de 2950, y para las simulaciones de resonadores con electrodos de molibdeno se obtuvo un factor de calidad mínimo de 693 y un máximo de 3593. De lo anterior puede notarse que los rangos de valores obtenidos son inferiores a los reportados en la literatura, esto es atribuido a las pérdidas isotrópicas dieléctricas y mecánicas incluidas en las simulaciones, debido a que el factor de calidad es la razón entre la energía máxima almacenada por ciclo y la energía disipada por ciclo, de allí, si su valor baja, puede entenderse como pérdidas por absorción (disipación) en el material.

5.4 Trabajo Futuro.

Se hace necesario comprobar la viabilidad del modelo predictivo para la frecuencia de resonancia experimentalmente, por ello, se debe de realizar un número suficiente de fabricaciones para caracterizar el comportamiento dentro y fuera de los intervalos de linealidad y no linealidad para la frecuencia de resonancia.

Es fundamental realizar el estudio análogo al realizado para la frecuencia de resonancia, pero enfocado al comportamiento de la impedancia mecánica de resonancia (sección 2.1.13), ya que esta es la impedancia que posee el dispositivo en la frecuencia de resonancia, así, si se desea, se podría establecer un acople de impedancias casi ideal desde el proceso de fabricación entre el dispositivo y su circuito de control.

6. Anexos.

6.1 Diseño de la simulación base sobre COMSOL

Multiphysics®.

El simulador utilizado es COMSOL Multiphysics® 5.3a y los pasos para reproducir los resultados de simulación que se presentan en este trabajo son los siguientes:

a) Definición del tipo de simulación:

Se debe crear un proyecto nuevo en el software, y se selecciona geometría 2D, la física seleccionada son Dispositivos piezoeléctricos y el estudio es Dominio de la frecuencia.

b) Se deben agregar los siguientes parámetros en la sección de parámetros de “Definiciones Globales”:

p	2E-6	2E-6	Pitch del resonador
lda	2*p	4E-6	Longitud de onda del resonador
he_lda	0.05	0.05	Relacion he/lda
hp_lda	0.35	0.35	Relacion hp/lda
hg_lda	0.05	0.05	Relacion hg/lda
he	he_lda*lda	2E-7	Espesor de electrodos superiores
hp	hp_lda*lda	1.4E-6	Espesor del piezo electrico
hg	hg_lda*lda	2E-7	Espesor del electrodo inferior
w	lda	4E-6	Ancho de la unidad base
L	2E-3	0.002	Longitud del resonador

c) Definición de la geometría

Se deben crear los elementos geométricos mencionados a continuación.

# Elemento	Tipo Elemento	Obj. Entrada	Desplazamiento	Ancho	Altura	Base X	Base Y
1	Rectángulo	N/A	N/A	w	hp	0	-hp
2	Rectángulo	N/A	N/A	lda	lda/2+hp	0	-hp-lda/4
3	Rectángulo	N/A	N/A	p/2	he	lda/8	0
4	Copiar	Rectángulo 3	X=p	N/A	N/A	N/A	N/A
5	Rectángulo	N/A	N/A	p/2	hg	5*lda/8	-hp-hg
6	Copiar	Rectángulo 5	X=-lda/2	N/A	N/A	N/A	N/A

d) Definición de elementos:

Se debe incluir un nuevo material en la biblioteca, por lo cual se debe ir a la sección de Componente 1->Materiales y dar click derecho "Agregar un material desde la biblioteca". Se debe de buscar cualquier material piezoeléctrico anisótropo y darle click derecho "Agregar al modelo".

Posteriormente se debe de ir a la Forma Tensión-Carga y allí cambiar la Matriz de elasticidad, Matriz de acoplamiento y la de permitividades relativas por los valores mencionados en la sección 2.1.14. Adicionalmente se debe cambiar la densidad del material en el mismo menú.

Desde la biblioteca de material se deben agregar el aire y los materiales de los electrodos.

Se debe seleccionar para el material piezoeléctrico el dominio 2, y para los electrodos 4, 5, 6 y 7 mientras que al aire le pertenecen los dominios 1 y 3.

e) Definición de condiciones de frontera e iniciales del sistema:

- En la sección de mecánica de solidos se debe incluir todo el dispositivo.
- En material elástico lineal deben aparecer todos a excepción del piezoeléctrico (Dominio 2).
- Valores iniciales por defecto (deberán estar en ceros).

-En materiales piezoeléctricos se debe seleccionar solo el dominio 2 y verificar que el sistema de coordenadas sea "Material en sistema planar XZ". Allí mismo se debe dar click derecho y agregar pérdidas dieléctricas y mecánicas isotrópicas de 0.005 y 0.0005 respectivamente.

-Se debe agregar una condición de frontera periódicas y seleccionar las aristas: 1, 3, 5, 28, 29 y 40.

-En la sección de electrostática se debe verificar que solo los dominios 1, 2 y 3 se encuentren seleccionados, y en la sección de grosor se debe poner L.

-En la sección de Valores iniciales se debe poner 0V

-En la conservación de la carga eléctrica, piezoeléctrica se debe verificar que solo este el dominio 2.

-Se debe incluir una condición de frontera tipo Tierra y añadir las aristas 11, 12, 13, 16, 18, 19, 20 y 24.

-Agregar una condición de tipo terminar superficial y seleccionar terminal de voltaje con amplitud unitaria.

-Análogamente a la condición periódica de mecánica de sólidos se selecciona la misma y con los mismos parámetros para la física de electrostática.

e) Mallado:

Se eligió trabajar por mallado automáticamente construido por el software, por lo cual se debe de selección "Malla 1" y escoger el tipo de secuencia como "Malla controlada por la física" de un tamaño normal.

f) Se debe seleccionar el paso de dominio en frecuencia y agregar el valor de las frecuencias a analizar con la siguiente instrucción "range(1200000000,1000000,2.9e9)".

g) Se debe dar click derecho sobre el estudio 1 e dejar que el cálculo termine.

6.2 Ejemplo de obtención del sistema de ecuaciones diferenciales para el fenómeno piezoeléctrico para un material hexagonal.

Supongamos un material piezoeléctrico cristalino con celda unitaria de tipo hexagonal, puede demostrarse que su matriz de elasticidad C es de la forma:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{12} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Además, su matriz de acople debe ser como se muestra a continuación:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Ahora, demos por entendido que el comportamiento del campo eléctrico es anisotrópico de forma axial, así su matriz de permitividades relativas es:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Supongamos un sistema de coordenadas generalizado x_1, x_2 y x_3 donde los desplazamientos en dichas coordenadas son u_1, u_2 y u_3 así se tendrá entonces, que las ecuaciones constitutivas del efecto piezoeléctrico son las siguientes:

$$\left. \begin{aligned}
\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{12} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \\ e_{23} \\ e_{31} \\ e_{12} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \epsilon_{31} \\ 0 & 0 & \epsilon_{31} \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \\ 0 & \epsilon_{15} & 0 \\ \epsilon_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon_{15} & 0 & 0 \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{31} & \epsilon_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \\ e_{23} \\ e_{31} \\ e_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}
\end{aligned} \right\} (4)$$

Donde T_{ij} en coordenadas generalizadas representa la fuerza aplicada en dirección i por unidad de área en el plano cuyo vector normal va en dirección j , y e_{ij} son las proyecciones de las deformaciones en dirección i sobre la dirección j y se calculan de la forma mostrada en la ecuación (5), E_i es la magnitud del campo eléctrico en dirección i y D_i es la magnitud del vector desplazamiento en dirección i .

$$e_{ij} = \begin{cases} \frac{du_i}{dx_j}, i = j \\ \frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i}, i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

Para describir el comportamiento armónico de un sistema físico es necesario utilizar la ecuación general de ondas propuesta por D'alambert la cual es mostrada en (6), donde U es la magnitud física de interés para el análisis armónico. Se puede demostrar físicamente que la ecuación (6) aplicada al efecto piezoeléctrico en las coordenadas generalizadas x_1, x_2 y x_3 para el análisis ondulatorio sobre las ondas mecánicas (u_1, u_2 y u_3), da como resultado el sistema de ecuaciones en derivadas parciales planteado en (7).

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 U \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{31}}{\partial x_3} \\
\rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_3} \quad (7) \\
\rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3}
\end{aligned}$$

Así pues, si se desea hallar el sistema de ecuaciones en derivadas parciales que defina el comportamiento mecánico con un enfoque armónico, sobre un material piezoeléctrico hexagonal se deben resolver las ecuaciones matriciales (4) y reemplazar sus valores en el sistema de ecuaciones planteado en (7).

Para resolver el sistema de ecuaciones matriciales planteado en (4) empecemos por evaluar las proyecciones de las deformaciones así:

$$\begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \\ e_{23} \\ e_{31} \\ e_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{du_1}{dx_1} \\ \frac{du_2}{dx_2} \\ \frac{du_3}{dx_3} \\ \frac{du_2}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_2} \\ \frac{du_3}{dx_1} + \frac{du_1}{dx_3} \\ \frac{du_1}{dx_2} + \frac{du_2}{dx_1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Ahora al evaluar las tensiones producto de las deformaciones se tendrá que:

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}e_{11} + C_{12}e_{22} + C_{13}e_{33} - \epsilon_{31}E_3 \\ C_{12}e_{11} + C_{11}e_{22} + C_{12}e_{33} - \epsilon_{31}E_3 \\ C_{13}e_{11} + C_{12}e_{22} + C_{33}e_{33} - \epsilon_{33}E_3 \\ C_{44}e_{23} - \epsilon_{15}E_2 \\ C_{44}e_{31} - \epsilon_{15}E_2 \\ C_{66}e_{12} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Donde al reemplazar los valores de e_{ij} según las igualdades mostradas en (8) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} \frac{du_1}{dx_1} + C_{12} \frac{du_2}{dx_2} + C_{13} \frac{du_3}{dx_3} - \epsilon_{31} E_3 \\ C_{12} \frac{du_1}{dx_1} + C_{11} \frac{du_2}{dx_2} + C_{12} \frac{du_3}{dx_3} - \epsilon_{31} E_3 \\ C_{13} \frac{du_1}{dx_1} + C_{12} \frac{du_2}{dx_2} + C_{33} \frac{du_3}{dx_3} - \epsilon_{33} E_3 \\ C_{44} \left(\frac{du_2}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_2} \right) - \epsilon_{15} E_2 \\ C_{44} \left(\frac{du_3}{dx_1} + \frac{du_1}{dx_3} \right) - \epsilon_{15} E_2 \\ C_{66} \left(\frac{du_1}{dx_2} + \frac{du_2}{dx_1} \right) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ahora, el sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que modela el efecto piezoeléctrico para un material hexagonal se obtiene reemplazando los valores de (10) en (7) dando como resultado después de una simplificación básica las ecuaciones (11), (12) y (13).

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = & C_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{13} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} + C_{44} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} \right) \\ & + C_{66} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \left(\epsilon_{31} \frac{\partial E_3}{\partial x_1} + \epsilon_{15} \frac{\partial E_1}{\partial x_1} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = & C_{11} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + C_{12} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_3} \right) + C_{44} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial x_3} \right) \\ & + C_{66} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \left(\epsilon_{31} \frac{\partial E_3}{\partial x_2} + \epsilon_{15} \frac{\partial E_2}{\partial x_3} \right) \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = & C_{13} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + C_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial x_3} + C_{33} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \\ & + C_{44} \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial x_3} \right) \\ & - \epsilon_{15} \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_1} + \frac{\partial E_2}{\partial x_2} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

Ahora, para completar el sistema de ecuaciones se debe resolver la segunda ecuación planteada en (4) obteniendo (14), (15) y (16).

$$D_1 = \epsilon_{15} \left(\frac{du_3}{dx_1} + \frac{du_1}{dx_3} \right) + \epsilon_{11} E_1 \quad (14)$$

$$D_2 = \epsilon_{15} \left(\frac{du_2}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_2} \right) + \epsilon_{11} E_2 \quad (15)$$

$$D_3 = \epsilon_{31} \frac{du_1}{dx_1} + \epsilon_{31} \frac{du_2}{dx_2} + \epsilon_{33} \frac{du_3}{dx_3} + \epsilon_{33} E_3 \quad (16)$$

Así pues, para realizar un estudio armónico del efecto piezoeléctrico sobre un material hexagonal con anisotropía dieléctrica en dirección x_3 se debe resolver el sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales compuesto por las ecuaciones (11) a (16).

6.3 Valores de los espesores utilizados para las simulaciones de validación.

Parámetros de espesor para las validaciones con electrodos de aluminio.

SIM. #	HE	HG	HP	SIM. #	HE	HG	HP
1	0.07833	0.0135	0.70045	36	0.07911	0.03102	0.13235
2	0.08652	0.0589	0.14932	37	0.06754	0.06546	0.41478
3	0.01643	0.0474	0.15574	38	0.03354	0.06756	0.14436
4	0.0872	0.0676	0.62665	39	0.09052	0.01112	0.15106
5	0.06191	0.068	0.34593	40	0.0081	0.02793	0.75599
6	0.01378	0.0625	0.63843	41	0.04449	0.02516	0.31241
7	0.03007	0.008	0.72422	42	0.03934	0.06511	0.59318
8	0.05422	0.0112	0.57487	43	0.0739	0.081	0.91798
9	0.09118	0.0338	0.71603	44	0.07657	0.036	0.43924
10	0.09184	0.0528	0.26134	45	0.02182	0.07525	0.67528
11	0.01919	0.0639	0.71146	46	0.04908	0.06578	0.73229
12	0.09235	0.0417	0.92354	47	0.0451	0.0056	0.43938
13	0.09115	0.0788	0.83024	48	0.06317	0.0592	0.63995
14	0.04868	0.0697	0.12761	49	0.06884	0.03981	0.14878
15	0.07703	0.0922	0.37979	50	0.07292	0.08744	0.89038
16	0.01777	0.0528	0.38228	51	0.02984	0.0051	0.21871
17	0.04296	0.0343	0.66653	52	0.06617	0.04662	0.28956
18	0.08742	0.0145	0.58815	53	0.06396	0.04319	0.76805
19	0.0763	0.06	0.76043	54	0.01964	0.04648	0.48884
20	0.09135	0.0751	0.38089	55	0.01571	0.07431	0.74206
21	0.06402	0.0431	0.23543	56	0.04985	0.03402	0.40641
22	0.00821	0.0132	0.128	57	0.09138	0.07563	0.29564
23	0.08142	0.029	0.74474	58	0.03564	0.04742	0.08351
24	0.08906	0.0188	0.23511	59	0.05767	0.00822	0.65597
25	0.06609	0.0303	0.39944	60	0.02514	0.02083	0.43661
26	0.0732	0.0446	0.5466	61	0.07261	0.06996	0.45657
27	0.07188	0.0524	0.25606	62	0.02796	0.04761	0.59887
28	0.0403	0.0462	0.62775	63	0.05054	0.01875	0.10346
29	0.06399	0.0838	0.48603	64	0.06792	0.0357	0.33423
30	0.02041	0.0516	0.18666	65	0.08518	0.05967	0.74545
31	0.06854	0.0899	0.75374	66	0.09134	0.02226	0.67679
32	0.00787	0.0624	0.14055	67	0.05425	0.07146	0.1628
33	0.02992	0.0912	0.31466	68	0.01748	0.02686	0.16714
34	0.00916	0.0267	0.26364	69	0.01844	0.08757	0.13312
35	0.01374	0.0659	0.52779	70	0.02818	0.02922	0.05704

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
71	0.08067	0.0739	0.4308	113	0.02561	0.06989	0.834
72	0.02789	0.022	0.64002	114	0.0872	0.05203	0.3657
73	0.07829	0.0309	0.70063	115	0.01871	0.09443	0.66698
74	0.02692	0.0132	0.52809	116	0.07932	0.02468	0.31473
75	0.08863	0.0569	0.14794	117	0.05345	0.01452	0.52757
76	0.0365	0.0665	0.61859	118	0.09465	0.01487	0.79918
77	0.02269	0.0542	0.16385	119	0.01204	0.01072	0.58774
78	0.0276	0.0433	0.17087	120	0.04484	0.04141	0.35178
79	0.06044	0.063	0.13873	121	0.0146	0.04535	0.3193
80	0.0476	0.0633	0.17782	122	0.09157	0.03792	0.45733
81	0.03665	0.0661	0.20143	123	0.00542	0.07372	0.43038
82	0.07978	0.0622	0.22662	124	0.07474	0.06151	0.37365
83	0.05767	0.0901	0.33573	125	0.07856	0.07448	0.55249
84	0.05448	0.0238	0.33479	126	0.08318	0.08896	0.71829
85	0.08755	0.0688	0.24581	127	0.0126	0.09255	0.4319
86	0.03073	0.0263	0.27594	128	0.04098	0.02228	0.43642
87	0.07315	0.0157	0.85363	129	0.02839	0.0175	0.16239
88	0.07284	0.0597	0.6829	130	0.07701	0.06766	0.07199
89	0.03924	0.0455	0.55016	131	0.04383	0.01344	0.31117
90	0.0561	0.0463	0.21599	132	0.08696	0.05229	0.33577
91	0.01183	0.0646	0.24083	133	0.02137	0.05273	0.63832
92	0.00986	0.0743	0.11961	134	0.02874	0.0825	0.91124
93	0.05277	0.0365	0.87242	135	0.0181	0.04864	0.89216
94	0.07513	0.0646	0.68604	136	0.01725	0.04041	0.4621
95	0.08906	0.0425	0.55201	137	0.08324	0.06543	0.26643
96	0.01669	0.0808	0.33209	138	0.05717	0.07171	0.73751
97	0.05619	0.08	0.19958	139	0.05449	0.05181	0.73339
98	0.04725	0.0281	0.61025	140	0.01805	0.03629	0.71658
99	0.00607	0.0602	0.93914	141	0.08177	0.0185	0.71932
100	0.03534	0.0574	0.20339	142	0.06099	0.05775	0.14533
101	0.0196	0.0537	0.28201	143	0.03659	0.02859	0.6634
102	0.07649	0.0833	0.40712	144	0.05119	0.009	0.46693
103	0.03301	0.0288	0.1166	145	0.04116	0.07294	0.24095
104	0.05257	0.0336	0.66569	146	0.01184	0.02685	0.13867
105	0.01991	0.0157	0.41215	147	0.02659	0.04482	0.79122
106	0.05918	0.0896	0.93455	148	0.0161	0.0669	0.20751
107	0.02867	0.0631	0.41197	149	0.02155	0.03733	0.19721
108	0.06387	0.0482	0.6086	150	0.0266	0.07127	0.64939
109	0.06703	0.0625	0.18893	151	0.04255	0.04052	0.85495
110	0.07233	0.054	0.39321	152	0.00947	0.06651	0.5149
111	0.04555	0.0633	0.19502	153	0.08624	0.06836	0.68243
112	0.01254	0.054	0.7323	154	0.09003	0.04481	0.18823

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
155	0.04918	0.0068	0.90811	197	0.05077	0.04955	0.10402
156	0.04903	0.0348	0.5368	198	0.05097	0.01829	0.83007
157	0.0354	0.0432	0.66176	199	0.07859	0.00995	0.61807
158	0.08601	0.0293	0.08291	200	0.07654	0.08156	0.36957
159	0.03823	0.0227	0.77828	201	0.06299	0.05545	0.9473
160	0.01501	0.079	0.72376	202	0.03908	0.08867	0.25175
161	0.07522	0.0437	0.15817	203	0.07804	0.0677	0.63721
162	0.04008	0.0849	0.52254	204	0.05295	0.05745	0.59449
163	0.02675	0.0402	0.34325	205	0.03657	0.07839	0.39852
164	0.04135	0.0742	0.5418	206	0.08951	0.08411	0.17797
165	0.01368	0.0407	0.40899	207	0.08384	0.094	0.07262
166	0.01688	0.0778	0.42358	208	0.05451	0.00505	0.429
167	0.08979	0.073	0.21266	209	0.06102	0.08289	0.21569
168	0.09105	0.039	0.27985	210	0.05783	0.06013	0.7032
169	0.05677	0.0244	0.06848	211	0.0237	0.0941	0.38333
170	0.01038	0.0761	0.88131	212	0.03211	0.05249	0.8074
171	0.02613	0.0904	0.63833	213	0.04738	0.04816	0.71081
172	0.03678	0.0345	0.88935	214	0.02574	0.07712	0.56392
173	0.07891	0.0654	0.19716	215	0.08099	0.02551	0.20917
174	0.00639	0.0445	0.87899	216	0.02253	0.04983	0.91165
175	0.00887	0.08	0.76519	217	0.02533	0.08608	0.28879
176	0.02021	0.0742	0.56965	218	0.02036	0.05672	0.88212
177	0.06342	0.0201	0.44603	219	0.02549	0.08107	0.25139
178	0.07086	0.0826	0.28185	220	0.04421	0.07148	0.38621
179	0.0633	0.0941	0.72675	221	0.033	0.05774	0.12875
180	0.04558	0.0513	0.2558	222	0.0881	0.02721	0.6261
181	0.05423	0.0846	0.10777	223	0.04372	0.06498	0.21256
182	0.03167	0.0579	0.7406	224	0.02163	0.01251	0.09055
183	0.07202	0.0189	0.65408	225	0.08644	0.06134	0.70086
184	0.02201	0.023	0.69369	226	0.09318	0.06449	0.36269
185	0.06681	0.0416	0.62785	227	0.0445	0.07068	0.64456
186	0.02152	0.0724	0.42714	228	0.015	0.08517	0.39548
187	0.03816	0.0793	0.40169	229	0.02823	0.09341	0.61461
188	0.06131	0.0761	0.78453	230	0.04179	0.07421	0.06949
189	0.07522	0.0337	0.33569	231	0.05854	0.05733	0.86951
190	0.0123	0.0531	0.78309	232	0.0286	0.08855	0.7705
191	0.08865	0.0131	0.76017	233	0.05926	0.05721	0.72126
192	0.07481	0.0151	0.81704	234	0.06901	0.00653	0.7818
193	0.04881	0.0173	0.50507	235	0.02496	0.01588	0.39498
194	0.04423	0.0661	0.6221	236	0.01557	0.08264	0.60555
195	0.04521	0.0496	0.9058	237	0.0317	0.04859	0.56795
196	0.03257	0.0221	0.44957	238	0.03369	0.08104	0.52705

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
239	0.04318	0.0238	0.29756	281	0.00775	0.01071	0.72547
240	0.05071	0.0547	0.27377	282	0.07197	0.08244	0.57518
241	0.0127	0.0617	0.45647	283	0.05	0.0891	0.54661
242	0.02862	0.0079	0.25494	284	0.04819	0.0936	0.57521
243	0.07709	0.0603	0.774	285	0.08643	0.0823	0.51064
244	0.00763	0.0376	0.93749	286	0.05989	0.0757	0.12433
245	0.0886	0.0095	0.07699	287	0.06059	0.0512	0.69761
246	0.07073	0.0491	0.5321	288	0.08235	0.02098	0.94654
247	0.04898	0.0223	0.12837	289	0.07749	0.04087	0.36908
248	0.05707	0.0161	0.77188	290	0.05691	0.01705	0.92413
249	0.02636	0.0235	0.94023	291	0.02146	0.00778	0.3618
250	0.0463	0.0182	0.11025	292	0.02659	0.08952	0.84789
251	0.09168	0.022	0.89546	293	0.08479	0.03212	0.45923
252	0.05421	0.0088	0.06636	294	0.00758	0.0316	0.42208
253	0.0519	0.0622	0.66545	295	0.04909	0.03496	0.24596
254	0.02584	0.0304	0.75536	296	0.02011	0.04704	0.16309
255	0.049	0.0535	0.53072	297	0.09308	0.06334	0.32802
256	0.06117	0.0676	0.84682	298	0.06914	0.00727	0.70349
257	0.06612	0.0499	0.8591	299	0.05004	0.0808	0.75458
258	0.0406	0.0532	0.61334	300	0.0474	0.05531	0.67441
259	0.03807	0.0451	0.17408	301	0.01037	0.08187	0.05882
260	0.09392	0.0162	0.24602	302	0.06638	0.03631	0.80889
261	0.0084	0.0491	0.21393	303	0.00882	0.04514	0.8801
262	0.08467	0.0818	0.08764	304	0.01143	0.00988	0.74386
263	0.0872	0.0837	0.14625	305	0.05195	0.02094	0.08839
264	0.07666	0.0293	0.6048	306	0.01371	0.06465	0.39037
265	0.01388	0.0238	0.89569	307	0.07863	0.03478	0.68391
266	0.02857	0.0558	0.36901	308	0.07858	0.08586	0.70656
267	0.03518	0.0626	0.41957	309	0.07002	0.01563	0.25185
268	0.06618	0.0425	0.93591	310	0.01849	0.09396	0.29215
269	0.01729	0.0235	0.90102	311	0.06436	0.0536	0.65573
270	0.06991	0.0903	0.65898	312	0.05167	0.06862	0.47974
271	0.01461	0.0124	0.93947	313	0.09257	0.09495	0.61134
272	0.06384	0.0145	0.74015	314	0.06341	0.03091	0.2628
273	0.04948	0.0178	0.35303	315	0.07703	0.04231	0.20941
274	0.07512	0.02	0.64614	316	0.04584	0.04684	0.79668
275	0.06935	0.0609	0.26975	317	0.04392	0.07376	0.74023
276	0.08634	0.0566	0.31596	318	0.07928	0.07864	0.89103
277	0.08518	0.0097	0.66216	319	0.01251	0.01402	0.1471
278	0.03508	0.0888	0.52506	320	0.01699	0.02103	0.214
279	0.06789	0.0706	0.42043	321	0.02061	0.03737	0.13919
280	0.0228	0.0714	0.59237	322	0.04018	0.0101	0.49079

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
323	0.07982	0.052	0.22392	365	0.02214	0.05304	0.60752
324	0.0773	0.0352	0.8563	366	0.0382	0.01482	0.37457
325	0.01044	0.0208	0.13918	367	0.04647	0.07932	0.73086
326	0.04093	0.0238	0.08975	368	0.09335	0.03543	0.42251
327	0.05242	0.0865	0.55157	369	0.01908	0.03146	0.49311
328	0.04251	0.0658	0.74525	370	0.082	0.07217	0.67527
329	0.06412	0.0472	0.33075	371	0.06303	0.00593	0.92546
330	0.06152	0.0871	0.21108	372	0.03886	0.00936	0.34498
331	0.03128	0.0144	0.35506	373	0.02218	0.06511	0.80402
332	0.04385	0.0721	0.23913	374	0.04354	0.05931	0.71517
333	0.00639	0.0713	0.50914	375	0.04838	0.05235	0.90876
334	0.09357	0.0556	0.86573	376	0.01586	0.07067	0.07873
335	0.02005	0.0216	0.61603	377	0.05806	0.06865	0.37118
336	0.01456	0.0587	0.14138	378	0.02536	0.07532	0.64639
337	0.03852	0.032	0.40177	379	0.03962	0.03092	0.30335
338	0.02283	0.0171	0.09916	380	0.05747	0.06733	0.25734
339	0.04907	0.0241	0.50115	381	0.02766	0.0551	0.69002
340	0.03555	0.0855	0.43855	382	0.03114	0.04069	0.61212
341	0.09065	0.0114	0.9478	383	0.06054	0.01054	0.58155
342	0.08783	0.0268	0.78044	384	0.02888	0.07522	0.64439
343	0.00974	0.0098	0.48709	385	0.07919	0.03538	0.0928
344	0.07141	0.0448	0.855	386	0.09344	0.05971	0.36391
345	0.02922	0.0062	0.17379	387	0.07072	0.07171	0.45621
346	0.04306	0.0857	0.401	388	0.03595	0.01443	0.26681
347	0.05431	0.0227	0.88462	389	0.05757	0.01651	0.69354
348	0.08985	0.0134	0.87574	390	0.0147	0.05446	0.82056
349	0.0426	0.0327	0.69222	391	0.08657	0.04867	0.30336
350	0.09348	0.046	0.6065	392	0.08417	0.08514	0.70795
351	0.03213	0.0142	0.35896	393	0.0786	0.07691	0.17399
352	0.0681	0.0946	0.89242	394	0.02847	0.07109	0.80305
353	0.06497	0.0349	0.1623	395	0.05849	0.00962	0.17474
354	0.05352	0.0318	0.70753	396	0.00703	0.01156	0.57939
355	0.06783	0.0106	0.63183	397	0.04327	0.01297	0.37954
356	0.06499	0.0318	0.79984	398	0.03315	0.07685	0.77608
357	0.02103	0.0092	0.40845	399	0.01953	0.08987	0.5034
358	0.01652	0.0505	0.72484	400	0.02109	0.06653	0.49063
359	0.09492	0.0735	0.8017	401	0.04306	0.01689	0.83934
360	0.0204	0.0618	0.34021				
361	0.00793	0.0131	0.54704				
362	0.05551	0.0123	0.93122				
363	0.08437	0.075	0.54438				
364	0.06523	0.0865	0.34738				

Parámetros de espesor para las simulaciones de validación de resonadores con electrodos de molibdeno.

SIM. #	HE	HG	HP	SIM. #	HE	HG	HP
1	0.03678	0.00588	0.36501	41	0.06982	0.0761	0.23333
2	0.04545	0.05291	0.30838	42	0.06996	0.0262	0.79449
3	0.09172	0.03015	0.88474	43	0.084	0.0453	0.65828
4	0.00881	0.09016	0.09618	44	0.05742	0.0562	0.27405
5	0.09257	0.08658	0.5834	45	0.01136	0.0105	0.47821
6	0.02203	0.04034	0.19661	46	0.08805	0.0497	0.40917
7	0.06504	0.00724	0.80457	47	0.07703	0.0628	0.58949
8	0.05778	0.06543	0.2008	48	0.03074	0.0249	0.77047
9	0.06576	0.08035	0.50198	49	0.05393	0.0803	0.14456
10	0.03749	0.09244	0.9494	50	0.09363	0.0924	0.7893
11	0.06083	0.01012	0.36987	51	0.06941	0.0812	0.80698
12	0.078	0.04553	0.09237	52	0.08051	0.0505	0.36906
13	0.00673	0.05742	0.24229	53	0.04399	0.0301	0.43706
14	0.01255	0.0668	0.40806	54	0.04736	0.0722	0.56502
15	0.09273	0.06975	0.3503	55	0.05546	0.0263	0.68074
16	0.06362	0.0635	0.25664	56	0.02922	0.0912	0.71822
17	0.02581	0.07042	0.89251	57	0.07241	0.0608	0.7321
18	0.04131	0.03865	0.66487	58	0.05035	0.059	0.40022
19	0.01598	0.05734	0.9159	59	0.06321	0.0205	0.43637
20	0.02916	0.01545	0.44418	60	0.0327	0.0131	0.91071
21	0.02821	0.01019	0.8963	61	0.01749	0.028	0.56567
22	0.03485	0.09318	0.05525	62	0.0478	0.0823	0.81475
23	0.0187	0.03063	0.59928	63	0.03762	0.087	0.29871
24	0.03632	0.05855	0.77097	64	0.07593	0.068	0.61009
25	0.01595	0.09159	0.25968	65	0.07523	0.0703	0.57953
26	0.08457	0.02172	0.88922	66	0.06517	0.0257	0.91712
27	0.01349	0.02237	0.73694	67	0.01702	0.0568	0.12731
28	0.0887	0.03575	0.7938	68	0.00694	0.078	0.50045
29	0.04091	0.08896	0.56612	69	0.05539	0.0413	0.51943
30	0.00927	0.04016	0.76332	70	0.03207	0.094	0.13115
31	0.03581	0.02959	0.34614	71	0.08955	0.0131	0.8642
32	0.07124	0.01868	0.25112	72	0.09328	0.0339	0.84595
33	0.07652	0.04074	0.33115	73	0.0308	0.051	0.44509
34	0.05404	0.03873	0.57607	74	0.07707	0.0105	0.75355
35	0.06676	0.0168	0.79692	75	0.08565	0.0703	0.18362
36	0.08543	0.04415	0.31142	76	0.05878	0.0551	0.60783
37	0.00993	0.01324	0.4123	77	0.08456	0.0526	0.28456
38	0.03233	0.06032	0.82585	78	0.08994	0.0797	0.45109
39	0.00916	0.00599	0.60327	79	0.05442	0.0823	0.8096
40	0.02259	0.05659	0.94207	80	0.07056	0.076	0.22658

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
81	0.05691	0.03361	0.32347	123	0.03065	0.0394	0.67668
82	0.00733	0.0457	0.48497	124	0.06559	0.0761	0.51774
83	0.04519	0.0727	0.35403	125	0.06479	0.0378	0.10313
84	0.06317	0.01489	0.76864	126	0.01605	0.0529	0.85103
85	0.05191	0.01488	0.93874	127	0.04166	0.069	0.34718
86	0.03851	0.02929	0.19314	128	0.02978	0.0834	0.25673
87	0.08934	0.05222	0.26319	129	0.0695	0.0346	0.15255
88	0.07966	0.09254	0.68201	130	0.03051	0.0635	0.32983
89	0.08142	0.06894	0.38792	131	0.08566	0.0927	0.25559
90	0.03853	0.03307	0.92633	132	0.07939	0.0118	0.6368
91	0.05839	0.03123	0.92508	133	0.0401	0.0578	0.10954
92	0.08353	0.08153	0.62933	134	0.04981	0.0423	0.29789
93	0.08902	0.08705	0.82409	135	0.06753	0.0328	0.30364
94	0.06516	0.06254	0.4117	136	0.08009	0.0287	0.84206
95	0.02361	0.02798	0.61874	137	0.05987	0.0733	0.4499
96	0.06385	0.01298	0.93671	138	0.05673	0.0946	0.73032
97	0.01149	0.08044	0.55353	139	0.03434	0.0218	0.59297
98	0.04161	0.05763	0.89023	140	0.04608	0.0753	0.75494
99	0.06502	0.09033	0.69831	141	0.06924	0.0226	0.15254
100	0.08904	0.01049	0.48563	142	0.0846	0.0943	0.93071
101	0.07799	0.05762	0.62513	143	0.06988	0.0772	0.81374
102	0.04861	0.03066	0.84887	144	0.00668	0.0432	0.095582
103	0.07311	0.0795	0.22886	145	0.06573	0.0706	0.46958
104	0.04253	0.02219	0.40583	146	0.04447	0.0499	0.34309
105	0.09246	0.04483	0.94296	147	0.0444	0.0778	0.61718
106	0.09392	0.04041	0.41212	148	0.01553	0.0371	0.25727
107	0.08277	0.07939	0.64297	149	0.07832	0.0116	0.5719
108	0.04	0.06592	0.86121	150	0.03424	0.0582	0.59284
109	0.04593	0.02368	0.94584	151	0.02716	0.0869	0.58989
110	0.0272	0.03363	0.63785	152	0.03584	0.0224	0.45359
111	0.0756	0.01704	0.14759	153	0.03881	0.0439	0.081881
112	0.08446	0.06543	0.0825	154	0.05419	0.0724	0.51243
113	0.08723	0.05639	0.60628	155	0.05557	0.0085	0.41696
114	0.05525	0.02028	0.56043	156	0.04062	0.0902	0.14724
115	0.0589	0.01829	0.91577	157	0.04083	0.0737	0.46389
116	0.0184	0.04785	0.72149	158	0.05138	0.0553	0.45579
117	0.08597	0.08673	0.64626	159	0.06418	0.0215	0.54603
118	0.04554	0.0547	0.52098	160	0.09058	0.0498	0.77486
119	0.02351	0.00796	0.2839	161	0.07001	0.0516	0.68077
120	0.08597	0.00985	0.91579	162	0.04101	0.0945	0.83501
121	0.07363	0.07746	0.53618	163	0.07987	0.0819	0.096973
122	0.08442	0.04562	0.07724	164	0.01709	0.0916	0.24771

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
165	0.01044	0.06611	0.46368	207	0.06759	0.0604	0.61651
166	0.01258	0.04132	0.91268	208	0.06982	0.0389	0.76656
167	0.01975	0.08915	0.76104	209	0.03622	0.0839	0.67207
168	0.03418	0.04815	0.45669	210	0.05153	0.0756	0.36078
169	0.03216	0.02586	0.35009	211	0.0551	0.0468	0.90214
170	0.00605	0.04067	0.10319	212	0.01909	0.0783	0.51817
171	0.05359	0.06846	0.71681	213	0.05559	0.0859	0.90843
172	0.01358	0.05527	0.50612	214	0.06753	0.0436	0.11624
173	0.01819	0.0731	0.22993	215	0.04338	0.0351	0.23633
174	0.0618	0.09459	0.43447	216	0.08026	0.0587	0.74753
175	0.08234	0.09162	0.20182	217	0.07083	0.0862	0.87277
176	0.09268	0.05316	0.72653	218	0.0374	0.0682	0.7543
177	0.05638	0.09175	0.38152	219	0.04588	0.039	0.31598
178	0.09472	0.01541	0.89764	220	0.03978	0.0711	0.18666
179	0.05482	0.00963	0.06546	221	0.0748	0.0909	0.81312
180	0.05139	0.03239	0.79615	222	0.07108	0.0539	0.75637
181	0.03476	0.05722	0.61393	223	0.04373	0.0536	0.29375
182	0.0437	0.05279	0.53487	224	0.06744	0.033	0.25503
183	0.04926	0.08611	0.63546	225	0.09007	0.0114	0.33892
184	0.01139	0.05365	0.70397	226	0.07558	0.0214	0.79661
185	0.0849	0.04388	0.13504	227	0.0685	0.0134	0.78996
186	0.01082	0.05384	0.83982	228	0.01484	0.0467	0.56361
187	0.04426	0.06912	0.06293	229	0.04009	0.0058	0.56465
188	0.0794	0.0065	0.31487	230	0.05818	0.0874	0.30742
189	0.04051	0.07708	0.21192	231	0.04634	0.0628	0.67922
190	0.06021	0.01783	0.88366	232	0.00953	0.0051	0.76663
191	0.07868	0.04806	0.11136	233	0.02558	0.0077	0.44743
192	0.08476	0.02812	0.57298	234	0.08008	0.0238	0.45159
193	0.0888	0.03822	0.62344	235	0.00641	0.0459	0.4691
194	0.02217	0.06456	0.63614	236	0.08273	0.0165	0.30114
195	0.02827	0.02027	0.82816	237	0.01203	0.0058	0.65784
196	0.08581	0.03009	0.10036	238	0.06521	0.0704	0.8633
197	0.0584	0.02284	0.78517	239	0.05002	0.0369	0.86767
198	0.05035	0.02256	0.52603	240	0.02462	0.0752	0.72248
199	0.06015	0.03442	0.67492	241	0.05645	0.0443	0.28446
200	0.07875	0.08423	0.24116	242	0.016	0.0443	0.67067
201	0.05287	0.0474	0.53895	243	0.06541	0.0094	0.16865
202	0.02319	0.04136	0.68227	244	0.05896	0.0095	0.16115
203	0.04585	0.02113	0.91079	245	0.01004	0.0132	0.22181
204	0.04351	0.0922	0.45009	246	0.01007	0.0585	0.18116
205	0.09195	0.04167	0.12686	247	0.01873	0.0267	0.57654
206	0.06081	0.081	0.10161	248	0.00677	0.0807	0.11603

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
249	0.04417	0.08215	0.79009	291	0.04495	0.0305	0.17241
250	0.0799	0.09173	0.70061	292	0.03202	0.017	0.76
251	0.06057	0.049	0.88327	293	0.04113	0.0667	0.13316
252	0.05181	0.02483	0.49337	294	0.08	0.0869	0.26408
253	0.08275	0.02536	0.63939	295	0.04133	0.06	0.26928
254	0.01379	0.05331	0.85111	296	0.04012	0.086	0.14434
255	0.08673	0.07359	0.53467	297	0.03744	0.0224	0.82252
256	0.01472	0.03628	0.30398	298	0.01762	0.0729	0.67838
257	0.05153	0.04651	0.92836	299	0.02841	0.0362	0.71037
258	0.01788	0.06254	0.08278	300	0.01281	0.0427	0.63548
259	0.05534	0.08756	0.34362	301	0.04365	0.019	0.51464
260	0.00541	0.01954	0.92571	302	0.02816	0.0787	0.34375
261	0.074	0.06941	0.37853	303	0.03178	0.0612	0.6456
262	0.08138	0.057	0.32823	304	0.04324	0.0715	0.15581
263	0.08751	0.044	0.15882	305	0.01573	0.0775	0.18304
264	0.09383	0.08458	0.87419	306	0.04956	0.0111	0.067788
265	0.05046	0.04038	0.17193	307	0.06858	0.0906	0.91786
266	0.02943	0.02111	0.34891	308	0.02692	0.0498	0.92334
267	0.01407	0.062	0.85773	309	0.07566	0.073	0.16147
268	0.05071	0.06116	0.49968	310	0.01167	0.0718	0.47067
269	0.05771	0.03452	0.60376	311	0.04045	0.0798	0.64102
270	0.07366	0.07727	0.57482	312	0.00531	0.0191	0.31117
271	0.01247	0.09495	0.67843	313	0.02486	0.0462	0.72908
272	0.06454	0.09329	0.0764	314	0.00512	0.0606	0.55231
273	0.05153	0.01643	0.52509	315	0.02203	0.0889	0.43501
274	0.02039	0.0259	0.07887	316	0.01782	0.0802	0.29047
275	0.08947	0.00713	0.79443	317	0.02913	0.0856	0.72836
276	0.05814	0.05967	0.35599	318	0.02074	0.0574	0.85854
277	0.04466	0.01497	0.81204	319	0.01748	0.0574	0.7056
278	0.08977	0.04167	0.27146	320	0.0589	0.0819	0.41615
279	0.06403	0.08457	0.57334	321	0.0861	0.0081	0.89448
280	0.04568	0.05433	0.89391	322	0.08954	0.0847	0.27988
281	0.08057	0.03821	0.09301	323	0.02491	0.0417	0.52985
282	0.05294	0.02375	0.09858	324	0.04844	0.0083	0.90928
283	0.05485	0.04469	0.06856	325	0.03884	0.0722	0.29097
284	0.06621	0.09106	0.66333	326	0.05214	0.0189	0.27508
285	0.03805	0.01616	0.58877	327	0.02884	0.018	0.88491
286	0.02654	0.04737	0.15263	328	0.01115	0.0595	0.11172
287	0.0571	0.08212	0.76662	329	0.04427	0.0279	0.31946
288	0.08302	0.00891	0.60607	330	0.02065	0.0342	0.58243
289	0.04161	0.06725	0.11319	331	0.00735	0.0412	0.23297
290	0.01514	0.09311	0.11235	332	0.09092	0.0416	0.62229

SIM. #	He	Hg	Hp	Sim. #	He	Hg	Hp
333	0.04375	0.03976	0.76853	374	0.07868	0.0343	0.17357
334	0.09154	0.05988	0.50153	375	0.07054	0.0136	0.50426
335	0.07362	0.02002	0.63573	376	0.02082	0.0723	0.41446
336	0.00566	0.02193	0.76636	377	0.03743	0.0724	0.20621
337	0.0662	0.01352	0.26004	378	0.02199	0.0539	0.56767
338	0.06854	0.03409	0.59076	379	0.00511	0.0354	0.5956
339	0.06306	0.07426	0.15122	380	0.03348	0.0799	0.243
340	0.05471	0.02607	0.51419	381	0.06797	0.0547	0.51794
341	0.02463	0.07163	0.80406	382	0.06127	0.0912	0.94027
342	0.07451	0.06735	0.87871	383	0.05388	0.0854	0.49092
343	0.02552	0.07917	0.49841	384	0.04451	0.0371	0.67539
344	0.03838	0.07952	0.29985	385	0.03087	0.0542	0.42028
345	0.08518	0.0314	0.63727	386	0.05015	0.0362	0.081299
346	0.08207	0.03284	0.87557	387	0.07354	0.0611	0.31355
347	0.04122	0.05207	0.50886	388	0.07362	0.0767	0.7713
348	0.03362	0.03428	0.92677	389	0.05685	0.0721	0.36185
349	0.05978	0.07987	0.22755	390	0.07229	0.0163	0.12498
350	0.08692	0.07793	0.15007	391	0.0631	0.079	0.51
351	0.08682	0.05513	0.31762	392	0.01609	0.0073	0.38015
352	0.05824	0.02867	0.40678	393	0.0504	0.0423	0.71553
353	0.03493	0.06625	0.42868	394	0.03625	0.0708	0.52227
354	0.08178	0.02603	0.33033	395	0.01329	0.0753	0.77407
355	0.04482	0.04608	0.67446	396	0.01831	0.0381	0.78522
356	0.08639	0.03961	0.13268	397	0.02284	0.072	0.22052
357	0.00799	0.05347	0.41188	398	0.0655	0.0853	0.16132
358	0.05292	0.09425	0.31566	399	0.04384	0.0268	0.7889
359	0.06949	0.07297	0.32585	400	0.0675	0.0167	0.62411
360	0.02114	0.09324	0.14501	401	0.02811	0.0253	0.064508
361	0.03529	0.02613	0.58444				
362	0.02189	0.05257	0.30445				
363	0.03397	0.00963	0.1897				
364	0.04135	0.07312	0.05059				
365	0.05437	0.05918	0.30524				
366	0.00939	0.08215	0.54573				
367	0.05475	0.09395	0.83381				
368	0.02973	0.08865	0.08803				
369	0.02674	0.04186	0.86425				
370	0.02688	0.00503	0.16788				
371	0.01887	0.05368	0.80036				
372	0.09108	0.0237	0.77042				
373	0.08921	0.02474	0.87609				

7. Índice de Figuras

Fig. 1-1 Micro-maquinado superficial para diseño de dispositivos MEMS [10].	13
Fig. 1-2 a) Estructura 3D de un resonador piezoeléctrico SAW con reflectores de Bragg b) El mismo resonador con un mallado libre tetraédrico.....	16
Fig. 2-1 Modos de actuación sobre materiales piezoeléctricos. A) Modo paralelo de compresión, B) modo transversal de compresión, C) Modo transversal de cizallamiento.....	25
Fig. 2-2 Ondas acústicas de cuerpo y superficiales.....	26
Fig. 2-3 Características geométricas de los resonadores SAW.....	27
Fig. 2-4 Resonador de modos acústicos de contorno liberado del substrato [10].....	28
Fig. 2-5 Respuesta genérica de un resonador piezoeléctrico.....	30
Fig. 2-6 Modelo Butterworth-Van Dyke Modificado para resonadores piezoeléctricos.....	33
Fig. 3-1 Campos de desplazamiento del resonador piezoeléctrico para a) frecuencia de resonancia y b) frecuencia de anti-resonancia.....	39
Fig. 4-1 Espacio solución hallado a partir del conjunto de simulaciones propuestas.....	49
Fig. 4-2 Frecuencia de resonancia con electrodos de aluminio a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo 1.....	53
Fig. 4-3 Frecuencia de resonancia con electrodos de molibdeno a) $hp=0.1$, b) $hp=0.366$, c) $hp=0.566$ y d) $hp=0.766$. Gráfica tipo 1.....	53
Fig. 4-4 Frecuencia de resonancia con electrodos de aluminio. Muestras seleccionadas según la Tabla 4. Gráfica tipo 2.....	54
Fig. 4-5 Frecuencia de resonancia con electrodos de Molibdeno. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Grafica tipo 2.....	54

Fig. 4-6 Frecuencia de resonancia en función del espesor normalizado del electrodo superior para resonadores con electrodos de molibdeno y aluminio.	55
Fig. 4-7 Velocidad mecánica con electrodos de aluminio a)hp=0.1, b)hp=0.366, c)hp=0.566 y d)hp=0.766. Gráfica tipo 1.....	56
Fig. 4-8 Velocidad mecánica con electrodos de molibdeno a)hp=0.1, b)hp=0.366, c)hp=0.566 y d)hp=0.766. Gráfica tipo 1.	56
Fig. 4-9 Velocidad mecánica efectiva con electrodos de aluminio. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.....	57
Fig. 4-10 Velocidad mecánica con electrodos de molibdeno. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.....	57
Fig. 4-11 Factor de acople con electrodos de aluminio y a)hp=0.1, b)hp=0.366, c)hp=0.566 y d)hp=0.766. Gráfica tipo uno.....	58
Fig. 4-12 Factor de acople con electrodos de molibdeno a)hp=0.1, b)hp=0.366, c)hp=0.566 y d)hp=0.766. Gráfica tipo uno.....	58
Fig. 4-13 Factor de acople electromecánico con electrodos de Al. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.....	60
Fig. 4-14 Factor electromecánico con electrodos de Mo. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.....	60
Fig. 4-15 Factor de acople electromecánico en función del espesor del electrodo superior para resonadores con electrodos de aluminio y molibdeno.	61
Fig. 4-16 Factor de calidad con electrodos de aluminio a)hp=0.1, b)hp=0.366, c)hp=0.566 y d)hp=0.766. Gráfica tipo uno.....	62
Fig. 4-17 Factor de calidad con electrodos de molibdeno a)hp=0.1, b)hp=0.366, c)hp=0.566 y d)hp=0.766. Gráfica tipo uno.....	62
Fig. 4-18 Factor de calidad con electrodos de aluminio. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.....	63
Fig. 4-19 Factor de calidad con electrodos de Molibdeno. Muestras seleccionadas según la Tabla 3. Gráfica tipo dos.....	63

Fig. 4-20 Factor de Calidad en función del espesor del electrodo superior. Los espesores de piezoeléctrico y electrodo inferior son de 0.4 y 0.05 respectivamente. Electroodos de aluminio.	64
Fig. 4-21 Frecuencia de resonancia calculada por la ecuación 4-5 versus frecuencia resonancia simulada. Electroodos de aluminio.	66
Fig. 4-22 Frecuencia de resonancia calculada por la ecuación 4-6 versus frecuencia mmresonancia simulada. Electroodos de olibdeno.	67
Fig. 4-23 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electroodos de aluminio.....	67
Fig. 4-24 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electroodos de Molibdeno.	68
Fig. 4-25 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electroodos de aluminio. Se retiró el 8% de frecuencias por debajo de la teórica.	69
Fig. 4-26 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electroodos de Molibdeno. Se retiro el 18% de frecuencias por debajo de la teorica.	69
Fig. 4-27 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electroodos de aluminio, Modelo general de orden tres.	72
Fig. 4-28 Error porcentual (1/100) versus la frecuencia de resonancia simulada. Electroodos de Molibdeno, Modelo general de orden tres.....	72
Fig. 4-29 Error porcentual en la frecuencia de resonancia versus frecuencia de resonancia simulada. Datos de validación para electroodos de aluminio. Modelo de orden tres.....	74
Fig. 4-30 Error porcentual en la frecuencia de resonancia versus frecuencia de resonancia simulada. Datos de validación para electroodos de Molibdeno. Modelo de orden tres.	75

8. Índice de Tablas

Tabla 1. Características principales de los piezoeléctricos comúnmente usados en la industria.....	14
Tabla 2 Conjunto de simulaciones. Barrido de parámetros.	41
Tabla 3. Rangos de valores aleatorios para los parámetros de estudio en las simulaciones de validación.	46
Tabla 4 Valores de los parámetros h_e y h_g usados en las gráficas tipo dos. 51	
Tabla 5 Propiedades físicas de los materiales, valores por defecto en COMSOL.	65
Tabla 6 Coeficientes para el modelo de contribuciones lineales de un resonador piezoeléctrico LWR.	65
Tabla 7 Errores de los modelos de contribución lineales para la frecuencia de resonancia, luego de la remoción frecuencial.	70
Tabla 8 Coeficientes para el modelo de contribuciones lineales luego de remover las frecuencias cercanas a la teórica de resonancia para el aluminio y molibdeno.....	70
Tabla 9 Coeficientes del modelo generalizado de orden tres para la predicción de la frecuencia de resonancia, Ecuaciones 4-9 y 4-10.....	71
Tabla 10 Errores para los modelos de frecuencia de resonancia con electrodos de Aluminio y Molibdeno.	73

9. Referencias

- [1] Gemalto, «Introducing 5G networks – Characteristics and usages,» June 2018. [En línea]. Available: <https://www.gemalto.com/mobile/inspired/5G>.
- [2] S. YOST, «MMWAVE: BATTLE OF BANDS,» *National Instruments*, pp. 333-339, June 2007.
- [3] R. Abdolvand, H. M. Lavasani, G. K. Ho y a. F. Ayazi, «Thin-Film Piezoelectric-on-Silicon Resonators for High-Frequency Reference Oscillator Applications,» *IEEE Transactions on Ultrasonics*, vol. 55, nº 12, pp. 2596-2606, 2008.
- [4] D. C. Abeysinghe, S. Dasgupta, J. T. Boyd y H. E. Jackson, «A novel MEMS pressure sensor fabricated on an optical fiber,» *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 13, nº 9, 2001.
- [5] R. Hulsing, «MEMS inertial rate and acceleration sensor,» *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 13, nº 11, 1998.
- [6] N. T. Nguyen, «Micromachined flow sensors—a review,» *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 8, nº 1, pp. 7-16, 1997.
- [7] S. Equipment and Material International y I. Developpement Yole, «Global MEMS/Microsystems Markets and Opportunities,» 2012.
- [8] R. V. Snyder, A. Mortazawi, I. Hunter, S. Bastioli, G. Macchiarella y K. Wu, «Present and Future Trends in Filters and Multiplexers,» *IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES*, pp. 1-37, 2015.
- [9] B. Rayleigh, *Theory of Sound*, vol. 1, MacMillan And CO, 1877.
- [10] J. Zou, *High Quality Factor Lamb Wave Resonators*, University of California at Berkeley, 2014.
- [11] F. Voltmer, E. Ippen y R. White, «Measured and calculated surface-wave velocities,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 56, nº 9, pp. 1634-1635, 1968.
- [12] N. F. Foster, «Piezoelectricity in thin film materials,» *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1980.
- [13] T. Y. T. O. a. A. K. T. Shiosaki, «Low-temperature growth of piezoelectric AlN film by rf reactive planar magnetron sputtering,» *Applied Physics Letters*, vol. 36, 1980.
- [14] L. Brillouin, *Tensors in Mechanics and Elasticity*, New York: Academic Press, 1964.

- [15] K. Lakin, G. Kline y K. McCarron, «Development of miniature filters for wireless applications,» *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, nº 12, pp. 2933-2939, 1995.
- [16] M. D. S.E. Korshunov, «Experimental measurements of SMR-BAW resonators at 10 GHz,» de *Microwave & Telecommunication Technology*, Sevastopol, Ukraine, 2013.
- [17] W. Smith, H. Gerard, J. Collins, T. Reeder y H. Shaw, «Design of Surface Wave Delay Lines with Interdigital Transducers,» *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 17, nº 11, pp. 865-873, 1969.
- [18] R. Rosenberg y L. Coldren, «Scattering Analysis and Design of SAW Resonator Filters,» *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, vol. 26, nº 3, pp. 205-229, 1979.
- [19] K. Yashiro y N. Goto, «Analysis of bulk waves in surface-acoustic wave devices,» *IEE Journal on Microwaves, Optics and Acoustics*, vol. 2, nº 6, pp. 187-193, 1978.
- [20] G. Piazza, P. J. Stephanou y A. P. Pisano, «AlN Contour-Mode Vibrating RF MEMS for Next Generation Wireless Communications,» de *European Solid-State Device Research Conference*, Montreux, Switzerland, 2007.
- [21] C. L. J. Zou, «Electrode Design of AlN Lamb Wave Resonators,» de *Frequency Control Symposium (IFCS)*, 2016.
- [22] G. Pillai, A. A. Zope, J. M.-L. Tsai y S.-S. Li, «Design and Optimization of SHF Composite FBAR Resonators,» *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 64, nº 12, pp. 1864-1873, 2017.
- [23] G. Piazza, P. J. Stephanou y A. P. Pisano, «Single-Chip Multiple-Frequency ALN MEMS Filters Based on Contour-Mode Piezoelectric Resonators,» *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 16, nº 2, pp. 319-328, 2017.
- [24] W. Zhoua, A. Khaliqa, Y. Tanga, H. Jiaca y R. R. Selmicab, «Simulation and design of piezoelectric microcantilever chemical sensors,» *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 125, nº 1, pp. 69-75, 2005.
- [25] J.-M. Kang, «Piezoelectric MEMS Resonator Characterization and Filter Design,» Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2004.
- [26] A. Potter, «Report of Summer Fellowship: Fabrication and Modeling of Piezoelectric RF MEMS Resonators,» *Department of Physics and Division Engineering – Brown University*, 2007.

- [27] G. Piazza y A. P. Pisano, «Dry-released post-CMOS compatible contour-mode aluminum nitride micromechanical resonator for VHF applications,» de *Actuator Microsystems Workshop*, 2004.
- [28] M. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin y L. J. Topp, «Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures,» *Journal Aeronautical Science*, vol. 23, nº 9, pp. 805-823, 1956.
- [29] M. Umeda, K. Nakamura y S. Ueha, «Analysis of the Transformation of Mechanical Impact Energy to Electric Energy Using Piezoelectric Vibrator,» *Journal of Applied Physics*, vol. 35, nº 5, pp. 3267-3273, 1996.