



**INAOE**

**ANÁLISIS DE CONTRASTE Y MODELADO DE  
FRENTE DE ONDA ORIENTADOS A LA  
VISUALIZACIÓN DE VASOS SANGUÍNEOS  
PROFUNDOS**

Por la:

**M. C. BEATRIZ COYOTL OCELOTL**

Tesis sometida como requisito parcial para  
obtener el grado de  
**DOCTOR EN CIENCIAS EN EL ÁREA DE  
ÓPTICA**

En el:

**INSTITUTO NACIONAL DE ARTROFÍSICA,  
ÓPTICA Y ELECTRÓNICA**

Marzo 2019,  
Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

**Dr. Julio César Ramírez San Juan**  
INAOE

**Dra. Teresita Spezzia Mazzocco**  
INAOE

©INAOE 2019

Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de  
reproducir y distribuir copias de esta tesis en su  
totalidad o en partes mencionando la fuente.





# Dedicatoria

*A Julio César;  
colega, amigo, enemigo  
y el amor de mi vida.  
Te amo.*



# Agradecimientos

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por la beca otorgada para realizar mis estudios de doctorado.*

*A mis asesores, el Dr. Julio César Ramírez San Juan y la Dra. Teresita Spezzia Mazzocco, por compartir su tiempo y conocimiento para realizar este trabajo.*

*A los doctores Hayde Peregrina, Ruben Ramos, Roger Chiu, Ulises Ruíz y Gabriel Martínez por ayudar en la mejora de este trabajo y fungir como sinodales en mi examen doctoral.*

*A Julio César, por las discusiones sobre este trabajo, por sus sugerencias y su firme disposición de ayudar para hacer una mejor versión de mi persona, tanto humana como académicamente.*

*A mi pequeña familia perruna: Gigi, Teddy, Reptar, Timmy y Robin por llenarme de alegría (la mayoría de las veces).*

*A las familias Coyotl Ocelotl y Juárez Ramírez por su comprensión, apoyo y aliento.*



# Resumen

En este trabajo se presenta el enfoque teórico y experimental de tres métodos de análisis de imágenes empleando imágenes de speckle generado por la iluminación de luz coherente sobre un medio altamente esparcidor. Los métodos de análisis de imágenes analizados son: el modelo de contraste espacial y temporal de LSCI que considera la influencia de esparcidores estáticos contenidos en un medio esparcidor (maniqués de piel y diente), el modelado de frente de onda aplicado a la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor y el modelo de contraste espacial aplicado a LSCI empleando un análisis de correlaciones entre pixeles vecinos. En el caso de los dos primeros modelos se presenta la implementación experimental de cada uno de ellos, en el caso del último modelo únicamente se presenta su análisis teórico.

Además, utilizando el modelo de contraste teórico que emplea correlaciones entre pixeles vecinos se presenta una nueva técnica para la medición del tamaño de la mota de speckle. Esta técnica parece ser una solución a los problemas de resolución y medición local de tamaños de mota muy pequeños (incluso más pequeños que un pixel) y tamaños al rededor del tamaño del pixel.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	3
1.2. Objetivo y estructura de la tesis . . . . .	4
1.3. Referencias . . . . .	6
<b>2. Análisis de contraste de speckle espacial y temporal en presencia de esparcidores ópticos estáticos</b>	<b>11</b>
2.1. Análisis teórico . . . . .	13
2.2. Análisis espacial y temporal para el cálculo de contraste de speckle . . . . .	23
2.2.1. Análisis espacial del contraste de speckle . . . . .	23
2.2.2. Análisis temporal del contraste de speckle . . . . .	27
2.2.3. Ejemplo de análisis espacial vs temporal . . . . .	28
2.3. Metodología . . . . .	30
2.3.1. Maniquís . . . . .	31
2.3.1.1. Maniquí de piel . . . . .	31
2.3.1.2. Maniquí de diente . . . . .	31
2.3.2. Arreglo experimental en epi-iluminación . . . . .	32
2.3.3. Arreglo experimental en trans-iluminación . . . . .	33
2.4. Resultados . . . . .	34

2.4.1.	Resultados del maniquí de piel . . . . .	35
2.4.2.	Resultados del maniquí dental . . . . .	41
2.5.	Conclusiones . . . . .	43
2.6.	Referencias . . . . .	44
<b>3.</b>	<b>Correlación espacial de pixeles vecinos aplicados a la medición del tamaño de mota de speckle</b>	<b>49</b>
3.1.	Introducción . . . . .	49
3.2.	Tamaño de la mota de speckle . . . . .	50
3.2.1.	Métodos para la medición del tamaño de la mota de speckle . . . . .	51
3.3.	Análisis teórico para la evaluación del contraste espacial de speckle mediante el cálculo de correlaciones entre pixeles vecinos dentro de una sub-matriz de correlación de tamaño $5 \times 5$ .	54
3.4.	Cálculo experimental del contraste . . . . .	68
3.4.1.	Relación del tamaño de la mota utilizando el modelo de contraste $K_{5 \times 5}$ . . . . .	70
3.5.	Conclusiones . . . . .	75
3.6.	Referencias . . . . .	79
<b>4.</b>	<b>Control de propagación de luz estructurada a través de medios altamente esparcidos</b>	<b>83</b>
4.1.	Introducción . . . . .	83
4.2.	Algoritmo secuencial y factor de mejora . . . . .	85
4.3.	Análisis teórico del control de propagación de luz estructurada en medios altamente esparcidos . . . . .	88
4.4.	Hologramas generados computacionalmente . . . . .	90

4.5. Simulación de la propagación de luz estructurada a través de medios altamente esparcidos . . . . .	91
4.6. Implementación experimental . . . . .	92
4.6.1. Caracterización del modulador espacial de luz . . . . .	93
4.6.2. Codificación de máscaras de fase . . . . .	96
4.6.3. Sincronización modulador-detector . . . . .	97
4.6.4. Arreglo experimental para el enfoque de luz a través de un medio altamente esparcido . . . . .	98
4.6.5. Arreglo experimental para la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcido . . . . .	99
4.7. Resultados . . . . .	99
4.7.1. Curva de caracterización . . . . .	100
4.7.2. Resultados de la propagación de iluminación estructurada a través del medio esparcido . . . . .	102
4.8. Discusión y conclusiones . . . . .	103
4.9. Referencias . . . . .	108
<b>5. Conclusiones generales y trabajo a futuro</b>	<b>111</b>
5.1. Conclusiones generales . . . . .	111
5.2. Trabajo a futuro . . . . .	114



# Capítulo 1

## Introducción

El análisis de imágenes ha sido de gran utilidad en una amplia gama de áreas de las ciencias, las cuales van desde la astronomía [1] hasta la biología [2]. Particularmente en el área de la óptica, el análisis de imágenes es una de las herramientas más empleadas para obtener información sobre el objeto analizado. El análisis del esparcimiento generado por la iluminación de un haz coherente a un medio esparcidor proporciona información de interés acerca del medio mismo [3], como su dinámica interna o la densidad de partículas contenidas en él. Entre dichos medios se puede encontrar la cáscara de un huevo, cinta mágica, pintura blanca o algún tejido biológico [4]. Esta información puede ser cuantificada mediante descriptores como el contraste [5, 6], o puede ser utilizada para controlar la propagación de luz a través de dicho medio [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. El análisis de imágenes se hace mediante el procesamiento de imágenes de *speckle* resultantes del proceso de esparcimiento producto de la reflexión, refracción y transmisión a través del medio esparcidor.

El análisis del contraste de speckle (LSCI por sus siglas en inglés) para

medición de flujo sanguíneo fue utilizado por primera vez en un modelo experimental en 1981. Fercher y Briers [14] utilizaron el cálculo del contraste para la medición de flujo sanguíneo en retina. Desde entonces, el modelo de LSCI ha evolucionado mediante la agregación de nuevos parámetros, tales como, el tamaño del pixel o la consideración de esparcidores estáticos [15]. Estos contribuyen a la obtención de un cálculo más aproximado al valor real del contraste y como consecuencia una estimación más realista de la velocidad del flujo sanguíneo. Para ello, se ha modificado el modelo tanto teórico como experimental. Parte de este trabajo se enfocará al análisis teórico del contraste de esparcimiento utilizando imágenes de speckle. Se analizarán los resultados experimentales del cálculo del contraste utilizando dos modelos diferentes. El primero, propuesto en [16], considera como parámetro principal la concentración de esparcidores estáticos, el segundo será un nuevo enfoque que se basa en el análisis del cálculo del contraste mediante la correlación entre pixeles vecinos en una imagen de speckle. Como aplicación de este último, se describirá un nuevo método para el cálculo del tamaño de la mota de speckle, el cuál solucionaría los principales problemas de resolución que enfrentan los métodos de autocorrelación normalizada y autocovarianza, [17, 18].

Otra técnica de análisis de imágenes que emplea el uso de imágenes de speckle se denomina modelado de frente de onda (WFS por sus siglas en inglés). Esta técnica emplea diferentes tipos de algoritmos para sintetizar un elemento de fase que permita controlar la propagación de la luz a través de un medio altamente esparcidor. Basados en el trabajo presentado en [19], WFS fue implementada experimentalmente por primera vez en 2007 [20]. Vellekoop *et al.* utilizaron el modelado de frente de onda para enfocar luz a través

de un medio altamente esparcidor. Desde entonces, se presentaron diferentes trabajos reportando el enfoque de luz a través de medios altamente esparcidores disminuyendo el tiempo de procesamiento [21], empleando MEMS [22] o utilizando diferentes medios esparcidores como tejido biológico [23] o algún difusor opaco [24]. La comunidad científica ha tomado particular interés en el desarrollo e investigación de las aplicaciones de WFS. En 2016, Malavalli *et al.* [25] implementaron experimentalmente la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor utilizando máscaras de fase generadas computacionalmente utilizando algoritmos genéticos para su codificación. En este trabajo, se pretende propagar luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor utilizando hologramas de tipo kinoformo como los reportados en [26]. Esto es de particular interés debido a su potencial aplicación a otras técnicas ópticas como el atrapamiento de partículas o terapia fotodinámica.

## 1.1. Motivación

Este trabajo presenta dos motivaciones: 1) el cálculo adecuado del contraste teórico y experimental y 2) la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor utilizando haces de tipo kinoformo.

Un cálculo adecuado del valor del contraste de una imagen de speckle es de suma importancia en diferentes aplicaciones. Particularmente, en la técnica de LSCI, el cálculo del valor del contraste asegura una estimación adecuada de la velocidad del flujo sanguíneo. Sin embargo, el modelo teórico de LSCI más utilizado actualmente [27] presenta una discrepancia entre el cálculo del valor del contraste y el cálculo del contraste obtenido experi-

mentalmente. Debido a esto, en este trabajo haremos un análisis del cálculo del contraste utilizando dos métodos teóricos diferentes. El primero propuesto por Ramírez-San-Juan *et al.* [16]; empleando un análisis experimental, y el segundo propuesto en este trabajo; analizando correlaciones entre pixeles vecinos siguiendo un análisis similar al de Skipetrov [28]. Además, como aplicación de ese segundo modelo teórico se planteará la medición de diferentes tamaños de mota de speckle. El cual es un tema de nuestro interés debido a que los métodos existentes; mencionados previamente, presentan problemas de resolución y de medición local para motas de speckle de diferente tamaño.

La propagación de la luz a través de medios altamente esparcidos es también de nuestro interés, ya que éste es un tema que ha sido desarrollado en los últimos años y que ha mostrado tener múltiples aplicaciones en el área de la óptica, particularmente en la propagación de información o visualización de objetos a través de medios altamente esparcidos por ejemplo, vasos sanguíneos. Específicamente, en este trabajo estamos interesados en la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor. Esto debido a que tejidos biológicos como cráneo, retina, piel o diente, podrían hacer uso de esta técnica para la medición de flujo sanguíneo, manipulación de partículas o su aplicación en terapia fotodinámica *in-vivo*, por mencionar algunas.

## 1.2. Objetivo y estructura de la tesis

Este trabajo presenta diferentes objetivos: el objetivo general y los objetivos particulares. El objetivo general es poder visualizar vasos sanguíneos profundos a través de tejidos biológicos como piel o diente. Para alcanzar este

objetivo nos planteamos los siguientes objetivos particulares:

El primer objetivo particular de este trabajo fue analizar teórica y experimentalmente el cálculo del contraste mediante la implementación experimental de un modelo teórico desarrollado para el modelo de LSCI. Este modelo teórico considera la concentración de esparcidores estáticos en el medio esparcidor, los que en este caso fueron dos maniquís de piel y diente. Los resultados de este objetivo particular también se presentan en el artículo [29].

El segundo objetivo particular fue analizar teóricamente el contraste de speckle mediante la correlación entre pixeles vecinos. Esto con la intención de desarrollar un nuevo método de medición de contraste de speckle debido a que el modelo anterior aunque es bastante aproximado, presenta una discrepancia entre el modelo teórico y el modelo experimental. Además, para este segundo objetivo particular, se utilizó el modelo teórico de contraste de speckle para desarrollar un nuevo método para la medición del tamaño de la mota de speckle. El cual nos podría permitir la medición de motas de speckle de manera local y sin importar si el tamaño de la mota de speckle es de menor tamaño que el límite de resolución del detector utilizado en la medición.

El tercer objetivo particular fue analizar teórica y experimentalmente la propagación de luz a través de un medio altamente esparcidor. Para este objetivo se implementó un arreglo experimental que nos permitió controlar la propagación de luz a través de un medio esparcidor y posteriormente se intentó propagar luz estructurada a través del medio. Los haces a propagar fueron generados utilizando máscaras de fase u hologramas de tipo kinoformo.

La estructura de la tesis se basa en tres capítulos principales. El análisis experimental comparando los enfoques espacial y temporal del modelo propuesto en [16], se encuentra en el segundo capítulo. En el tercer capítulo, se analizará un nuevo modelo teórico para el cálculo del contraste en el modelo de LSCI. Así como investigar su posible aplicación en el desarrollo de una nueva técnica para la medición del tamaño de la mota de speckle. En el cuarto capítulo se abordará el tema de la propagación de la luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor haciendo un análisis teórico e implementando un arreglo experimental que nos permita el enfoque de luz a través del mismo medio.

Finalmente, se presentarán las conclusiones generales de este trabajo y el trabajo a futuro para los diferentes modelos analizados en los diferentes capítulos.

### 1.3. Referencias

- [1] R. K. Tyson. *Principles of adaptive optics*. Academic Press, 2010.
- [2] V. Ntziachristos. Going deeper than microscopy: the optical imaging frontier in biology. *Nature Methods*, 7:603–614, 2010.
- [3] E. Hecht. *Optics*. Pearson education. Addison-Wesley, 2002.
- [4] I. M. Vellekoop. *Controlling the propagation of light in disordered scattering media*. PhD thesis, Ph.D. Thesis , University of Twente, 2008.
- [5] Taeyoon Son, Jonghwan Lee, and Byungjo Jung. Contrast enhancement of laser speckle contrast image in deep vasculature by reduction of tissue scattering. *Journal of the Optical Society of Korea*, 17(1):86–90, 2013.

- [6] Rui Shi, Min Chen, Valery V. Tuchin, and Dan Zhu. Accessing to arteriovenous blood flow dynamics response using combined laser speckle contrast imaging and skin optical clearing. *Biomedical Optics Express*, 6(6):1977–1989, 2015.
- [7] Meng Cui. A high speed wavefront determination method based on spatial frequency modulations for focusing light through random scattering media. *Optics Express*, 19(4):2989–2995, 2011.
- [8] Sylvain Gigan, Sébastien M. Popoff, Geoffroy Lerosey, Rémi Carminati, Mathias Fink, and Albert C. Boccara. Imaging through an opaque material. In *Optics in the Life Sciences*. Optical Society of America, 2011.
- [9] Allard P. Mosk and Ivo M. Vellekoop. Focusing of light by disordered metamaterials. In *CLEO/Europe and IQEC 2007 Conference Digest*. Optical Society of America, 2007.
- [10] S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan. Measuring the transmission matrix in optics: An approach to the study and control of light propagation in disordered media. *Physical Review Letters*, 104:100601, 2010.
- [11] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics Letters*, 32(16):2309–2311, 2007.
- [12] I. M. Vellekoop, E. G. van Putten, A. Lagendijk, and A. P. Mosk. Demixing light paths inside disordered metamaterials. *Optics Express*, 16(1):67–80, 2008.
- [13] A. P. Vellekoop I. M., Lagendijk A. and Mosk. Exploiting disorder for perfect focusing. *Nature Photonics*, 4:320–322, 2010.

- [14] A.F. Fercher and J.D. Briers. Flow visualization by means of single-exposure speckle photography. *Optics Communications*, (5):326–330, 1981.
- [15] Matthijs Draijer, Erwin Hondebrink, Ton van Leeuwen, and Wiendelt Steenbergen. Review of laser speckle contrast techniques for visualizing tissue perfusion. *Lasers in Medical Science*, 24(4):639, 2008.
- [16] J. C. Ramirez-San-Juan, R. Ramos-Garcia, G. Martinez-Niconoff, and B. Choi. Simple correction factor for laser speckle imaging of flow dynamics. *Optics Letters*, 39(3):678–681, 2014.
- [17] Ivana Hamarová, Petr Šmíd, Pavel Horváth, and M Hrabovsky. Methods for determination of mean speckle size in simulated speckle pattern. *Measurement Science Review*, 14:177–182, 2014.
- [18] Phillip Reu. All about speckles: Speckle size measurement. *Experimental Techniques*, 38, 2014.
- [19] I. Freund. Looking through walls and around the corners. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 168:14, 1990.
- [20] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics Letters*, 32(16):2309–2311, 2007.
- [21] Yan Liu, Cheng Ma, Yuecheng Shen, Junhui Shi, and Lihong V. Wang. Focusing light inside dynamic scattering media with millisecond digital optical phase conjugation. *Optica*, 4(2):280–288, 2017.
- [22] Thomas Bifano, Chris Stockbridge, Yang Lu, John Moore, Samuel Hoffman, Kimani Toussaint, and Richard Paxman. Focusing through dynamic disordered media using a mems spatial light modulator. In *Imaging*

- and Applied Optics Technical Papers*, page CTu4B.5. Optical Society of America, 2012.
- [23] Ori Katz, Eran Small, Yefeng Guan, and Yaron Silberberg. Noninvasive nonlinear focusing and imaging through strongly scattering turbid layers. *Optica*, 1(3):170–174, 2014.
- [24] Jacopo Bertolotti, Elbert G. Putten, Christian Blum, Ad Lagendijk, Willem L. Vos, and Allard P. Mosk. Noninvasive fluorescence imaging through strongly scattering layers. In *2013 Conference on Lasers and Electro-Optics - International Quantum Electronics Conference*, page CL\_2ECBO\_1. Optical Society of America, 2013.
- [25] A. Malavalli, M. Ackermann, and C. M. Aegerter. Structured illumination behind turbid media. *Optics Express*, 24(20):23018–23026, 2016.
- [26] R. Páez-López. *Generación de haces estructurados para manipulación de micropartículas*. PhD thesis, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 2017.
- [27] J.W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications*. Roberts & Company, 2007.
- [28] S. E. Skipetrov, J. Peuser, R. Cerbino, P. Zakharov, B. Weber, and F. Scheffold. Noise in laser speckle correlation and imaging techniques. *Optics Express*, 18(14):14519–14534, 2010.
- [29] Julio C. Ramirez-San-Juan, Caitlin Regan, Beatriz Coyotl-Ocelotl, and Bernard Choi. Spatial versus temporal laser speckle contrast analyses in the presence of static optical scatterers. *Journal of biomedical optics*, 19 10:106009, 2014.



## Capítulo 2

# Análisis de contraste de speckle espacial y temporal en presencia de esparcidos ópticos estáticos

La incidencia de un haz de luz coherente en un medio esparcidor propicia principalmente cuatro fenómenos ópticos: reflexión, transmisión, absorción y esparcimiento. Al entrar al medio la luz se esparce, se redirecciona múltiplemente, interfiere consigo misma y al salir del medio se puede observar un patrón de moteado también conocido como patrón de speckle. El patrón de speckle resultante será una distribución de interferencia en el que se distinguirán pequeños puntos o motas brillantes y motas oscuras. Esta distribución puede ser observada en una pantalla o puede ser grabada mediante un detector.

Un patrón de speckle puede ser estático o dinámico dependiendo de la

actividad dentro del medio. Si los esparcidos son estáticos, el patrón de speckle permanecerá estático; de lo contrario, el patrón de speckle fluctuará temporalmente de acuerdo a la velocidad de los esparcidos. Una de las técnicas que utiliza las propiedades estadísticas de los patrones de speckle es la denominada imágenes de contraste de speckle producido por luz láser.

LSCI es una técnica no invasiva ampliamente utilizada principalmente en el área médica para medir la velocidad de flujo sanguíneo relativo en diferentes partes del cuerpo [1, 2, 3]. El primer modelo de LSCI fue presentado por Fercher y Briers [4] en 1981, sin embargo, a lo largo de los últimos años se han hecho modificaciones al modelo original. Estas modificaciones toman en cuenta las contribuciones de esparcidos ópticos estáticos [5, 6], el tamaño de pixel del detector y el tamaño de la mota de speckle [7, 8, 9]. Estas contribuciones han permitido una mejor estimación del contraste y hasta donde se sabe, la última modificación hecha al modelo de LSCI fue realizada por Ramírez San Juan *et al.* [10] en 2014.

En este capítulo se utilizará LSCI para analizar el cálculo del contraste tanto espacial como temporal para patrones de speckle generados por maniqués de piel y diente. A su vez, este cálculo nos permitirá hacer una estimación de la velocidad de flujo relativa a la que fluye una solución que simula las propiedades ópticas de la sangre dentro de un tubo capilar que se encuentra inmerso a diferentes profundidades en cada maniquí. Para cada maniquí se utilizará un único arreglo de iluminación, epi-iluminación y trans-iluminación, respectivamente. Finalmente se compararán los cálculos de contraste y velocidad de flujo relativo obtenidos para cada experimento y con ambos análisis de LSCI.

## 2.1. Análisis teórico

Al incidir luz coherente sobre un medio esparcidor, este re-emitará un campo eléctrico que resultará de la superposición de los campos eléctricos asociados a la distribución espacio-temporal de los esparcidores dentro del medio. Dado que físicamente no podemos cuantificar el campo eléctrico, medimos intensidad mediante algún detector. La relación de Siegert [5] describe la relación entre las funciones de campo eléctrico y de autocorrelación de intensidad.

$$g_2(\tau) = 1 + |g_1(\tau)|^2. \quad (2.1)$$

Donde  $g_1$  y  $g_2$  son la función de autocorrelación del campo eléctrico y la función de autocorrelación de intensidad, respectivamente.

En 2005, usando fundamentalmente la relación de Siegert, Bandyopadhyay *et al.* [11] calcularon la varianza de la intensidad entre los pixeles de una cámara para un tiempo de exposición particular. Gracias a este cálculo se pudo establecer una relación entre el contraste  $K$ , el tiempo de correlación  $\tau_c$  y el tiempo de exposición  $T$ :

$$K = \sqrt{\beta \frac{e^{-2x} - 1 + 2x}{2x^2}}, \quad (2.2)$$

donde  $\beta \leq 1$  es un factor de corrección que relaciona el tamaño del detector y el tamaño de la mota de speckle y  $x = T/\tau_c$ .

En 2008 Parthasarathy *et al.* [5] presentaron una nueva corrección al modelo de LSCI considerando esparcidos ópticos estáticos. Al utilizar la relación de Siegert se consideraba que las fluctuaciones del campo de speckle siguían una distribución Gaussiana, sin embargo, esta no consideraba la componente estática del campo. Al hacer esa consideración, las fluctuaciones del campo permanecían Gaussianas pero la intensidad no, por lo tanto el modelo de Bandyopadhyay perdió validez. Parthasarathy *et al.* establecieron que el campo eléctrico debe ser considerado como la superposición de la componente de campo eléctrico generado por los esparcidos dinámicos  $E_f$  y la componente del campo eléctrico generado por los esparcidos estáticos  $E_s$ :

$$E(t) = E_f(t)e^{-i\omega t} + E_s e^{-i\omega t}, \quad (2.3)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia óptica de la fuente.

Considerando la nueva componente estática Parthasarathy *et al.* [5] recalcularon la relación de Siegert y derivaron una nueva relación para el contraste y el tiempo de correlación:

$$K = \sqrt{\beta \left[ \rho^2 \frac{e^{-2x} - 1 + 2x}{2x^2} + 4\rho(1 - \rho) \frac{e^{-x} - 1 + x}{x^2} + C_n \right]}. \quad (2.4)$$

Donde  $\rho = I_f/(I_f + I_s)$  es la fracción del total de luz que interactúa

con los esparcidores dinámicos,  $I_f$  es la intensidad de la luz que interactúa con los esparcidores dinámicos e  $I_s$  es la intensidad de luz que interactúa con los esparcidores estáticos;  $I_f = \langle E_f E_f^* \rangle$  e  $I_s = \langle E_s E_s^* \rangle$ , respectivamente. Además, en este modelo consideraron las contribuciones del ruido  $C_n$  debido a la medición de la intensidad, el tipo de muestra iluminada y la geometría del arreglo experimental.

En 2014, Ramírez San Juan *et al.* [10] presentaron una nueva expresión para el modelo de LSCI. Los modelos previos a este consideraban únicamente la relación del contraste debido a las componentes temporales del campo tanto para esparcidores dinámicos como estáticos. Ramírez San Juan *et al.*, a diferencia de Parthasarathy *et al.*, consideraron que la superposición del campo eléctrico debía ser escrita como una componente del campo generada por los esparcidores dinámicos con dependencia espacio-temporal  $E_f(x', y', t)$  y una componente del campo debida a los esparcidores estáticos  $E_s(x', y')$  considerando su dependencia espacial:

$$E(x', y', t) = E_f(x', y', t)e^{-i\omega t} + E_s(x', y')e^{-i\omega t}. \quad (2.5)$$

Considerando el campo  $E(x', y', t)$  se calcula la relación de Siegert tomando en consideración tanto la correlación espacial como temporal del campo:

$$g_2(\Delta x', \Delta y', \tau) = 1 + |g_1(\Delta x', \Delta y', \tau)|^2, \quad (2.6)$$

donde  $\Delta x'$  y  $\Delta y'$  son las distancias entre dos puntos arbitrarios en la superficie del detector.

Siguiendo el procedimiento de Boas [12] se calcula la función de autocorrelación del campo eléctrico  $g_1$  y consecuentemente se obtiene una expresión para  $g_2$ :

$$g_1(\Delta x', \Delta y', \tau) = \frac{\langle E(x', y', \tau)E^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau) \rangle}{\langle |E(x', y', t)E^*(x', y', t)|^2 \rangle}, \quad (2.7)$$

donde

$$\begin{aligned} & \langle E(x', y', \tau)E^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau) \rangle = \\ & \langle (E_f(x', y', t)e^{-i\omega t} + E_s(x', y')e^{i\omega t}) \times \\ & \left( E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega(t+\tau)} + E_s(x', y')e^{-i\omega(t+\tau)} \right) \rangle = \\ & \langle E_f(x', y', t)E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega\tau} + \\ & E_s(x', y')E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y')e^{i\omega\tau} + E_f(x', y', t)E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y')e^{i\omega\tau} \\ & + E_s(x', y')E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega\tau} \rangle = \\ & \langle E_f(x', y', t)E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega\tau} \\ & + E_s(x', y')E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y')e^{i\omega\tau} + \\ & \langle E_f(x', y', t)E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y')e^{i\omega\tau} + \\ & E_s(x', y')E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega\tau} \rangle. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Tomando en cuenta que las componentes estáticas y dinámicas del campo no están correlacionadas, la ecuación (2.8) se reescribe como:

$$\begin{aligned} & \langle E(x', y', \tau)E^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau) \rangle = \\ & \langle E_f(x', y', t)E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega\tau} \\ & + E_s(x', y')E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y')e^{i\omega\tau} \rangle, \end{aligned} \quad (2.9)$$

y que la intensidad promedio de los esparcidores estáticos no varía en el tiempo

$$\langle |E(x', y', t)|^2 \rangle = \langle I_f \rangle + I_s. \quad (2.10)$$

De este modo, usando  $\rho$ , la función de autocorrelación del campo eléctrico es:

$$\begin{aligned} g_1(\Delta x', \Delta y', \tau) &= \frac{\langle E_f(x', y', t)E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau)e^{i\omega\tau} + E_s(x', y')E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y')e^{i\omega\tau} \rangle}{\langle I_f \rangle + I_s} \\ &= \frac{\langle I_f \rangle g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)}{\langle I_f \rangle + I_s} + \frac{I_s g_{1s}(\Delta x', \Delta y')}{\langle I_f \rangle + I_s} = \rho g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau) + (1 - \rho)g_{1s}(\Delta x', \Delta y'). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Los términos  $g_{1f}$  y  $g_{1s}$  son las funciones de autocorrelación normalizada para la componente dinámica y estática del campo electromagnético, respectivamente:

$$\begin{aligned} g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau) &= \frac{\langle E_f(x', y', t)E_f^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y', t + \tau) \rangle}{\langle I_f \rangle} \\ g_{1s}(\Delta x', \Delta y') &= \frac{\langle E_s(x', y')E_s^*(x' + \Delta x', y' + \Delta y') \rangle}{I_s}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Sustituyendo la ecuación (2.11) en la ecuación (2.6):

$$\begin{aligned}
g_2(\Delta x', \Delta y', \tau) = & \\
& 1 + \alpha[\rho^2 |g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)|^2 + \\
& 2\rho(1 - \rho)|g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)||g_{1s}(\Delta x', \Delta y')| + \\
& (1 + \rho)^2 |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')|^2] + C_n^2.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

El parámetro  $\alpha$  considera efectos como polarización y el término  $C_n^2$  se introduce para considerar la contribución del ruido a la medición.

Debido a que en un experimento real el patrón de speckle fluctúa espacialmente (aunque sea mínimamente); el segundo momento de la intensidad medida depende de la función de correlación de intensidad espacial y la fotosensibilidad espacial del detector [13]:

$$\begin{aligned}
\langle I^2 \rangle &= \frac{1}{A_D^2 T^2} \int \int_0^T \int \int_{-\infty}^{\infty} \int \int_{-\infty}^{\infty} D(x'_1, y'_1) D(x'_2, y'_2) \\
&\times \langle I(x'_1, y'_1, t_1) I(x'_2, y'_2, t_2) \rangle dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 dt_1 dt_2 \\
&= \frac{1}{A_D^2 T^2} \int \int_0^T \int \int_{-\infty}^{\infty} \int \int_{-\infty}^{\infty} D(x'_1, y'_1) D(x'_2, y'_2) \\
&\times \langle I^2 \rangle g_2(\Delta x', \Delta y', \tau) dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 dt_1 dt_2,
\end{aligned} \tag{2.14}$$

donde  $D(x', y')$  es una función de peso real y positiva que representa la distribución espacial de la fotosensibilidad del detector:

$$D(x', y') = \begin{cases} 1 & \text{en el área sensible,} \\ 0 & \text{fuera del área sensible.} \end{cases}$$

Y  $A_D$  es el área sensitiva del fotodetector:

$$A_D = \iint_{-\infty}^{\infty} D(x', y') dx' dy'. \quad (2.15)$$

Sustituyendo la ecuación (2.13) en (2.14):

$$\begin{aligned} \langle I^2 \rangle &= \frac{1}{A_D^2 T^2} \iint_0^T \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} D(x'_1, y'_1) D(x'_2, y'_2) \\ &\times \langle I \rangle^2 [1 + |g_1(\Delta x', \Delta y', \tau)|^2] dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 dt_1 dt_2 \\ &= \frac{1}{A_D^2 T^2} \iint_0^T \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} D(x'_1, y'_1) D(x'_2, y'_2) \\ &\times \langle I \rangle^2 \{1 + \alpha \rho^2 |g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)|^2 \\ &+ 2\alpha \rho(1 - \rho) |g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)| |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')| \\ &+ \alpha(1 - \rho)^2 |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')|^2\} dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (2.16)$$

De acuerdo a Goodman [13] el primer término de la ecuación (2.16) es  $\langle I \rangle^2$  y usando  $\Delta x = x'_1 - x'_2$  y  $K_D = \iint_{-\infty}^{\infty} D(x'_1, y'_1) D(x'_1 - \Delta x', y'_1 - \Delta y') dx'_1 dy'_1$  la ecuación (2.16) se escribe:

$$\begin{aligned}
\frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2} &= \frac{\alpha \rho^2}{A_D^2 T^2} \int \int_0^T \int \int_{-\infty}^{\infty} K_D(\Delta x', \Delta y') |g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)|^2 \\
&\quad d(\Delta x') d(\Delta y') \times dt_1 dt_2 \\
&\quad + \frac{2\alpha \rho(1-\rho)}{A_D^2 T^2} \int \int_0^T \int \int_{-\infty}^{\infty} K_D(\Delta x', \Delta y') |g_{1f}(\Delta x', \Delta y', \tau)| \\
&\quad \times |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')| d(\Delta x') d(\Delta y') dt_1 dt_2 \\
&\quad + \frac{\alpha(1-\rho)^2}{A_D^2 T^2} \int \int_0^T \int \int_{-\infty}^{\infty} K_D(\Delta x', \Delta y') |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')|^2 \\
&\quad \times d(\Delta x') d(\Delta y') dt_1 dt_2.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

La expresión (2.17) es equivalente al contraste  $K$  al cuadrado:

$$K^2 \equiv \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2}. \tag{2.18}$$

En muchos sistemas de esparcimiento se utiliza el modelo para una fuente de luz espacialmente incoherente, en el que la función de correlación de campo eléctrico  $g_{1f}$  puede ser separada en una componente que representa a los esparcidos estáticos y una componente que representa a los esparcidos dinámicos:

$$|g_{if}(\Delta x', \Delta y', t_2 - t_1)| = |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')| |g_f(t_2 - t_1)|. \tag{2.19}$$

Usando la ecuación (2.19), y sustituyendo la ecuación (2.18) en la ecuación (2.17):

$$\begin{aligned}
K^2 &= \frac{\alpha}{A_D^2} \iint_{-\infty}^{\infty} K_D(\Delta x', \Delta y') |g_{1s}(\Delta x', \Delta y')|^2 d(\Delta x') d(\Delta y') \\
&\times \frac{\alpha}{T^2} \iint_0^T \{ \rho^2 |g_f(t_2 - t_1)|^2 + 2\rho(1 - \rho) |g_f(t_2 - t_1)| \\
&+ (1 - \rho)^2 \} dt_1 dt_2.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Para un detector cuadrado con fotosensibilidad uniforme e iluminación Gaussiana el primer término de la ecuación (2.20), según Goodman [13], se escribe como:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{A_D^2} \iint_{-\infty}^{\infty} K_D(\Delta x', \Delta y') |g_s(\Delta x', \Delta y')|^2 d(\Delta x') d(\Delta y') \\
&= \left\{ \sqrt{\frac{1}{M}} \operatorname{erf}(\sqrt{\pi M}) - \left( \frac{1}{\pi M} \right) (1 - e^{-\pi M}) \right\}^2 \\
&\equiv \beta(M).
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Donde  $M = \frac{A_D}{A_C}$  y  $A_C$  es el área de correlación de la mota de speckle sobre el detector:

$$A_C = \iint_{-\infty}^{\infty} |g_s(\Delta x', \Delta y')|^2 d(\Delta x') d(\Delta y'). \tag{2.22}$$

El segundo factor de la ecuación (2.20) según Parthasarathy *et al.* [5] se

escribe como:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{T^2} \iint_0^T \{ \rho^2 |g_f(t_2 - t_1)|^2 + 2\rho(1 - \rho) |g_f(t_2 - t_1)| + (1 - \rho)^2 \} dt_1 dt_2 \\
&= \rho^2 \frac{e^{-2x} - 1 + 2x}{2x^2} + 4\rho(1 - \rho) \frac{e^{-x} - 1 + x}{x^2} + (1 - \rho)^2 \\
&\equiv K_t(x).
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.21) y (2.23) en la ecuación (2.20) se obtiene:

$$\begin{aligned}
K &= \alpha^{1/2} \left[ \sqrt{\frac{1}{M}} \operatorname{erf}(\sqrt{\pi M}) - \left( \frac{1}{\pi M} \right) (1 - e^{-\pi M}) \right] \\
&\times \left[ \rho^2 \frac{e^{-2x} - 1 + 2x}{2x^2} + 4\rho(1 - \rho) \frac{e^{-x} - 1 + x}{x^2} + (1 - \rho)^2 \right]^{1/2} + K_n \\
&= \alpha^{1/2} \beta^{1/2} (M) K_t^{1/2}(x) + K_n,
\end{aligned} \tag{2.24}$$

donde  $K_n$  es el término que considera el ruido de la medición.

La mayor contribución que tiene este nuevo modelo es el término  $\beta^{1/2}$ , el cuál modula el término temporal K y principalmente toma en cuenta la integración espacial de un patrón de speckle dentro de un tamaño de detector finito. La última ecuación representa la nueva forma de calcular el contraste de speckle que cuenta tanto las contribuciones del campo eléctrico para esparcidores estáticos como para esparcidores dinámicos y que además considera las dimensiones físicas de cada pixel del detector permitiéndonos así el tener un modelo para LSCI cuyos resultados se aproximan más a la realidad.

## 2.2. Análisis espacial y temporal para el cálculo de contraste de speckle

Durante los últimos años varios grupos de investigación han propuesto diferentes métodos para calcular el contraste de speckle tanto de manera temporal como espacial para una imagen o un conjunto de imágenes [14]. El análisis espacial es probablemente el más utilizado debido a su simplicidad ya que necesitaría una sola imagen de speckle para calcular el contraste, mientras que el análisis temporal requiere de al menos dos imágenes de speckle. Sin embargo, debido al corto tiempo en que una fotografía de speckle es capturada, el método espacial ofrece alta resolución temporal, mientras que el método temporal ofrece alta resolución espacial pero baja resolución temporal.

### 2.2.1. Análisis espacial del contraste de speckle

En 1995, los primeros en introducir un análisis espacial del contraste de manera digital para una sola imagen de speckle fueron Briers y Webster [15]. A este análisis le denominaron *Laser Speckle Contrast Analysis* (LASCA). Sin embargo, a lo largo de los años se han hecho pequeñas mejoras a esta contribución. Para ello, se consideraron factores como el remover el offset de la imagen [16], optimizar el tiempo de procesamiento del método [17], cambiar de un sólo tiempo de exposición a varios tiempos de exposición en la captura de imágenes de speckle [16], además de utilizar diferentes configuraciones experimentales con el fin de optimizar la medición del contraste de la imagen [18].

De manera general, el análisis espacial considera una ventana o estruc-

tura deslizante que se desplaza sobre una imagen de speckle. El contraste es calculado de manera local para los pixeles que se encuentren dentro de esa ventana de  $N \times N$  pixeles. Sin pérdida de generalidad, se puede decir que la ventana deslizante puede tener medidas de  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ , etc. Aún así, las más comúnmente utilizadas son las ventanas de  $5 \times 5$  y  $7 \times 7$ .

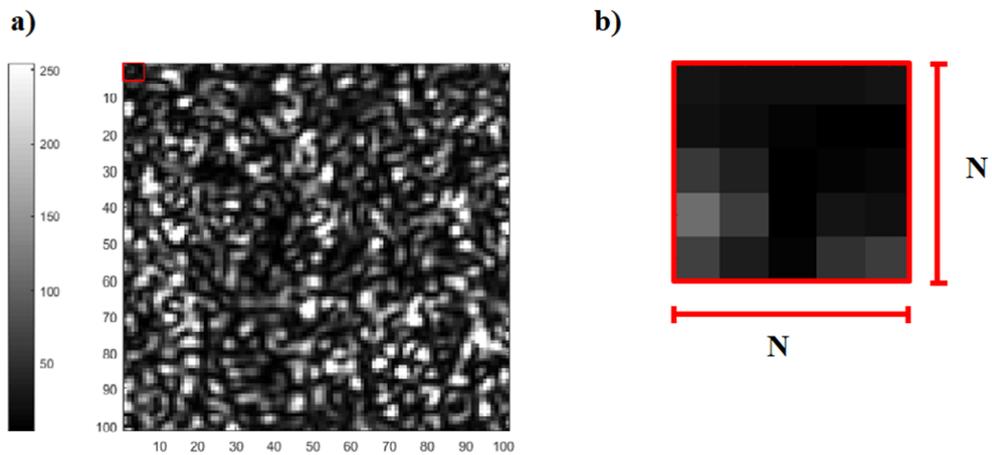


Figura 2.1: Ejemplo de a) una imagen de speckle con una b) ventana deslizante de  $N \times N = 25$  pixeles.

Para medir el contraste es necesario calcular la desviación estándar  $\sigma$  y la intensidad promedio  $\langle I \rangle$  del conjunto de pixeles contenidos dentro de una ventana deslizante, es decir, si la ventana es de  $5 \times 5 = 25$  pixeles como la que se muestra en la Figura 2.1, a esos 25 pixeles se les calculará la desviación estándar y la intensidad promedio. El contraste se podrá definir entonces como el cociente entre la desviación estándar y el promedio:

$$K = \frac{\sigma}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}}{\langle I \rangle}. \quad (2.25)$$

Como se muestra en la Figura 2.2, el valor de contraste calculado para esa ventana deslizante será asignado a un sólo pixel en una nueva imagen: la imagen de contraste.

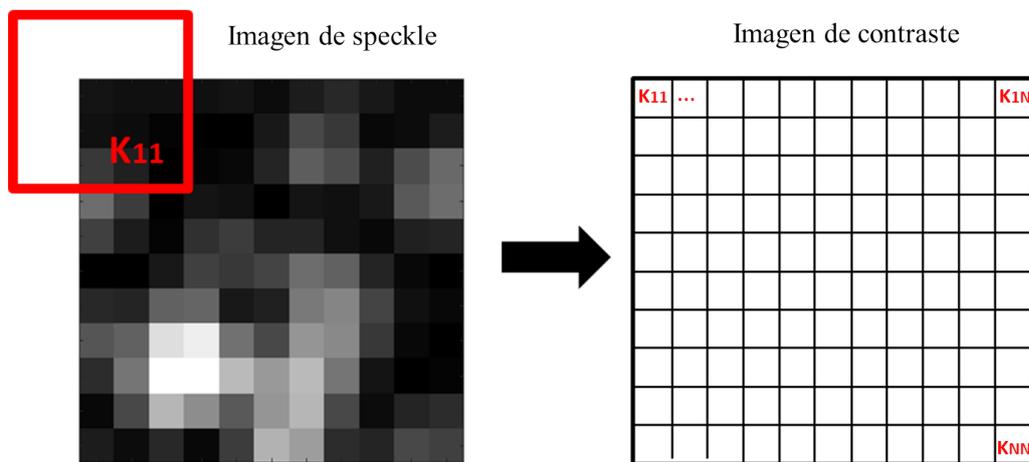


Figura 2.2: Representación esquemática del cálculo del contraste.

El siguiente paso será calcular el contraste para cada posible locación de la ventana deslizante dentro de la imagen de speckle. La ventana deslizante se centrará en cada píxel de la imagen de speckle como se muestra en la Figura 2.3. Finalmente, se obtendrá una imagen de contraste que será del mismo tamaño que la imagen de speckle original. Sin embargo, los bordes de la imagen de contraste deberán ser removidos ya que los valores calculados para la desviación estándar y la intensidad serán calculados sobre un número menor de píxeles dentro de la ventana deslizante.

Aunque el análisis espacial presentado previamente es aplicado a una

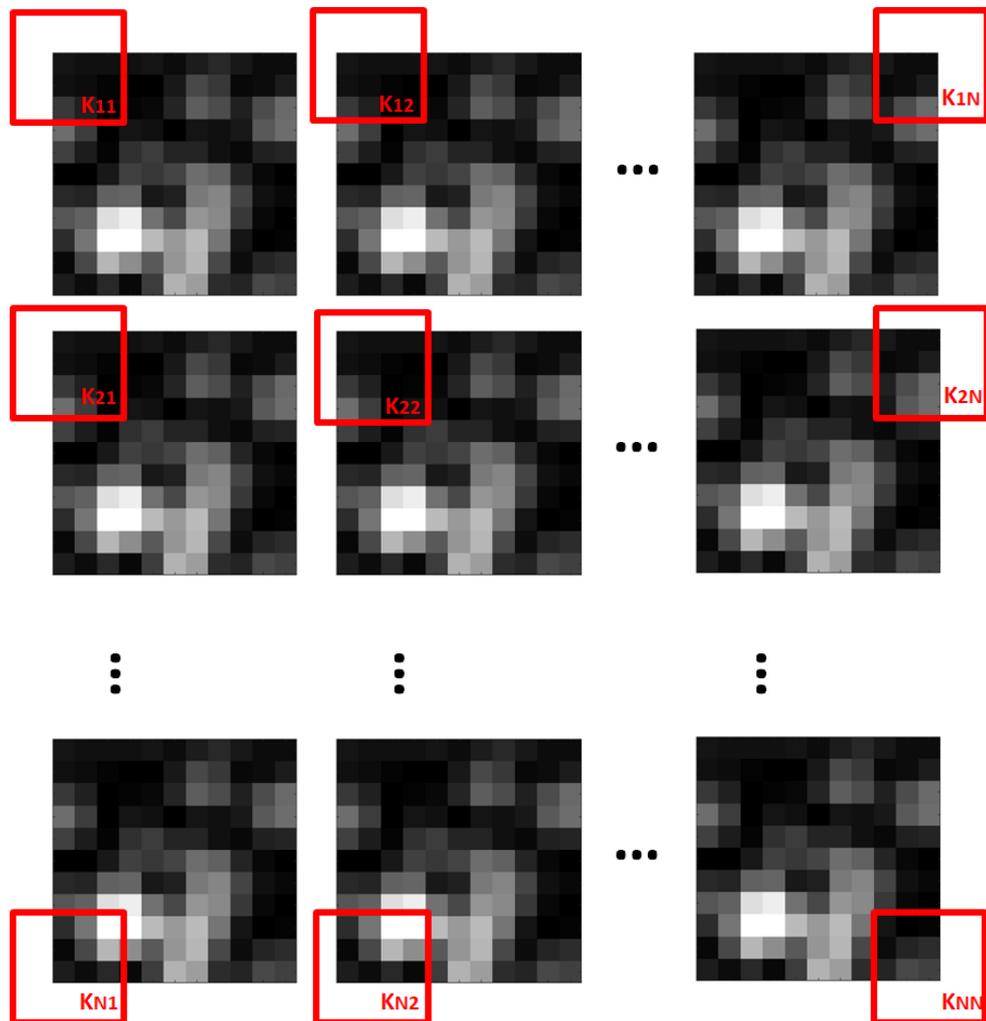


Figura 2.3: Representación esquemática del cálculo del contraste para cada pixel de la imagen de speckle.

sola imagen, también puede ser aplicado a un conjunto de imágenes. En tal caso, se sigue el mismo procedimiento para cada imagen obteniendo así una imagen de contraste por cada imagen de speckle. Después, se debe calcular el promedio para la misma posición de pixel en cada imagen de contraste. Finalmente, se obtendrá una sola imagen de contraste promedio.

### 2.2.2. Análisis temporal del contraste de speckle

Considerando que el análisis espacial de contraste de speckle tiene una alta resolución temporal pero una baja resolución espacial [14] se buscó obtener una nueva forma de calcular el contraste de speckle. En 2003, Cheng *et al.* [19] propusieron una nueva técnica basada en un análisis temporal y la denominaron *Laser Speckle Imaging* (LSI). Ellos demostraron que con un análisis temporal, el contraste de speckle podía mejorar hasta 5 veces la resolución espacial obtenido por LASCA, obteniendo así mayor detalle de la muestra observada.

Algunos grupos de investigación contribuyeron en la optimización del método, por ejemplo, ajustando parámetros en el arreglo experimental como el control de la potencia del láser o el tiempo de exposición de la cámara [20]. Estas mejoras han propiciado que el análisis temporal sea muy utilizado además de ser accesible económicamente y de la simplicidad de su aplicación.

Como muestra la Figura 2.4, el análisis temporal se aplica sobre un conjunto de imágenes tomadas a diferentes tiempos. Es importante considerar que el conjunto debe contener al menos 15 imágenes para tener una buena estadística [19]. El análisis temporal se realiza seleccionando la misma posición en cada una de las imágenes y a ese conjunto de pixeles se le calcula la desviación estándar  $\sigma$  y la intensidad promedio  $\langle I \rangle$ . Por ejemplo, si la posición seleccionada para cada imagen fuera el pixel (2,2), el conjunto de pixeles estaría conformado por los pixeles remarcados en rojo. El contraste puede ser calculado de la misma manera que en el análisis espacial, utilizando la ecuación (2.25). En este caso, la imagen de contraste resultará del

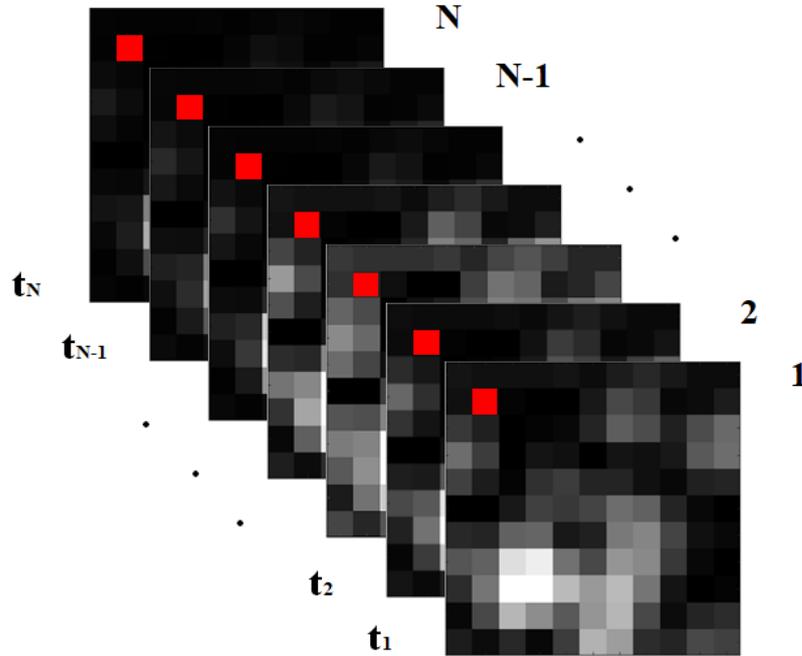


Figura 2.4: Representación esquemática del cálculo del contraste utilizando el análisis temporal

mismo tamaño que la imagen de speckle original y no habrá que descartar los bordes de la imagen de contraste; como en el análisis espacial, dado que cada conjunto de píxeles a los que se les calcule la desviación estándar y la intensidad promedio será del mismo tamaño.

### 2.2.3. Ejemplo de análisis espacial vs temporal

En esta sección se presenta un ejemplo del análisis espacial y temporal de una imagen de speckle presentada en la Figura 2.5. Las imágenes de speckle utilizadas en el ejemplo se extrajeron de un conjunto de 30 imágenes de

1200×1600 píxeles cada una. Se consideró únicamente una región de 150×200 píxeles para ahorrar tiempo de cómputo.

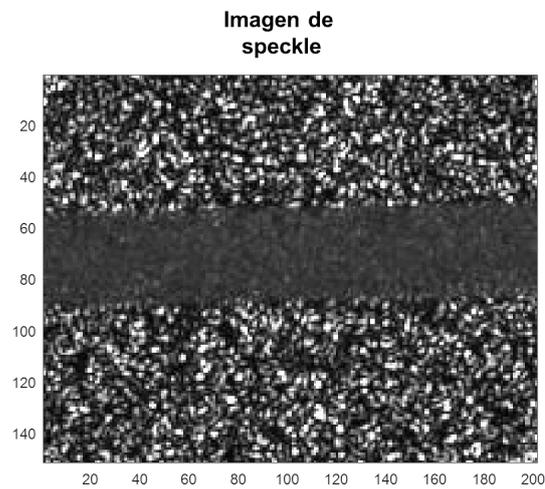


Figura 2.5: Ejemplo de imagen de speckle con un tubo capilar.

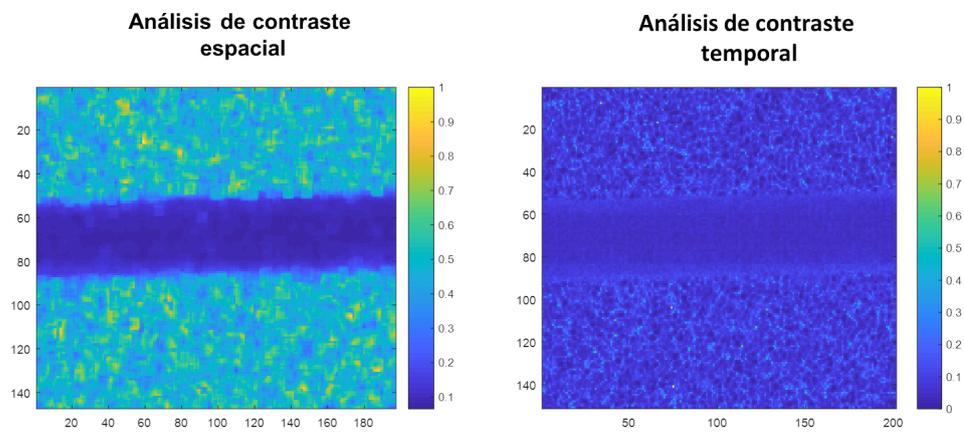


Figura 2.6: Análisis espacial vs análisis temporal de la imagen de speckle de la Figura 2.5

La imagen de speckle utilizada se obtuvo de una base de datos resultado de iluminar un phantom de piel con un láser de 532 nm, una cámara Retiga

2000R a un tiempo de exposición de  $5280 \mu\text{s}$  con un  $f=16$ . La imagen muestra una región que contiene una parte de un tubo capilar por donde fluye una solución a una velocidad de  $20 \text{ mm/s}$ . Las imágenes de contraste tanto espacial como temporal son las imágenes de contraste promedio. Como se puede observar en la Figura 2.6, el análisis espacial tiene una baja resolución espacial. En el caso del análisis temporal, se tiene una alta resolución espacial pero una baja resolución temporal.

## 2.3. Metodología

Para la realización de este trabajo se implementaron dos configuraciones experimentales *in vitro*. Enfocamos nuestro interés en el análisis temporal del contraste de speckle para flujo sanguíneo a diferentes profundidades, para ello se construyeron dos maniqués, uno de piel y otro de diente, además de dos técnicas de iluminación, trans-iluminación y epi-iluminación.

En cada configuración experimental se adquirieron 30 imágenes por condición experimental. Para ambas configuraciones se aplicó tanto el análisis temporal como el espacial para comparar sus respectivos resultados. Para el análisis espacial se utilizó una ventana deslizante de  $7 \times 7$  píxeles. Para calcular la imagen de contraste se aplicó el análisis espacial a cada una de las 30 imágenes de speckle y la imagen de contraste fue calculada promediando sus respectivas imágenes de contraste. Para el análisis temporal el cálculo del contraste se aplicó para la misma posición de pixel para las 30 imágenes calculando el contraste de speckle pixel a pixel.

### 2.3.1. Maniquís

Para la construcción de los maniqués se siguieron los procedimientos propuestos por [21] y [22].

#### 2.3.1.1. Maniquí de piel

El maniquí de piel fue construido utilizando un bloque de silicón que contenía una concentración de bióxido de titanio ( $\text{TiO}_2$ ) el cual nos permitió simular el coeficiente de esparcimiento reducido de la piel ( $1 \text{ mm}^{-1}$ ) para longitudes de onda visible e infrarrojo cercano. En la superficie del bloque se incrustó un tubo capilar de vidrio que tenía un diámetro interno de  $550 \mu\text{m}$ . Además, se construyeron placas delgadas de silicón que se colocaron sobre el bloque del capilar para así simular un vaso sanguíneo a diferentes profundidades. Las placas de silicón fueron elaboradas utilizando tanto  $\text{TiO}_2$  como café en polvo para simular los coeficientes de esparcimiento y absorción de la epidermis. Los grosores de las placas de silicón que simulaban la epidermis variaron de  $190$  a  $1000 \mu\text{m}$ , variando el grosor se pudo variar el parámetro  $\rho$  de la ecuación 2.24, el cual mide la cantidad de luz que interactúa con los esparcidos dinámicos del medio.

#### 2.3.1.2. Maniquí de diente

El segundo fue un maniquí dental, el cual se construyó utilizando un molar extraído de un adulto. En la mitad de la región oclusal se hizo un orificio y se taladró a lo largo del diente para poder insertar un tubo Tygon con un diámetro interno de  $250 \mu\text{m}$ . El tubo no estaba centrado exactamente a la mitad del diente por lo cual se tenían dos lados con diferente grosor, esto con la intención de variar el número de esparcidos ópticos estáticos.

Para estudiar cada maniquí se utilizó un arreglo experimental diferente, para el maniquí de piel se utilizó una configuración en epi-iluminación y para el maniquí del diente una configuración en trans-iluminación. Cabe mencionar que para el análisis de LSCI del maniquí dental las configuraciones en trans-iluminación y epi-iluminación habían sido recientemente estudiadas, pareciendo ser más viable el empleo de la configuración en trans-iluminación [22]. Por dicha razón, en este trabajo se utilizó esa configuración.

### **2.3.2. Arreglo experimental en epi-iluminación**

Se utilizó un láser de 808 nm como fuente de iluminación, frente a este se colocó un atenuador variable para controlar la intensidad de iluminación y un difusor para expandir y homogeneizar el haz incidente (5 mm de diámetro) sobre el maniquí de piel, como se muestra en la Figura 2.7. Como detector se utilizó una cámara CCD Retiga EXi FAST cooled equipada con una macrolente Nikon, la cual colectó la iluminación reflejada del maniquí.

Para coleccionar las imágenes se utilizó el software Q-capture Pro v5.1. La función auto-exposure del software fue utilizada para fijar el tiempo de exposición de la cámara. Utilizando el atenuador variable se modificó la intensidad de iluminación y por lo tanto se coleccionaron imágenes del maniquí a diferentes tiempos de exposición que variaron de los 66  $\mu$ s a los 43 ms. Para la captura de los patrones de speckle la macrolente Nikon utilizó una apertura de f/4. Las imágenes fueron coleccionadas a 20 cuadros por segundo.

Se tomaron imágenes del maniquí en dos modalidades, con y sin placa de silicón encima del tubo capilar. Las placas de silicón utilizadas tuvieron

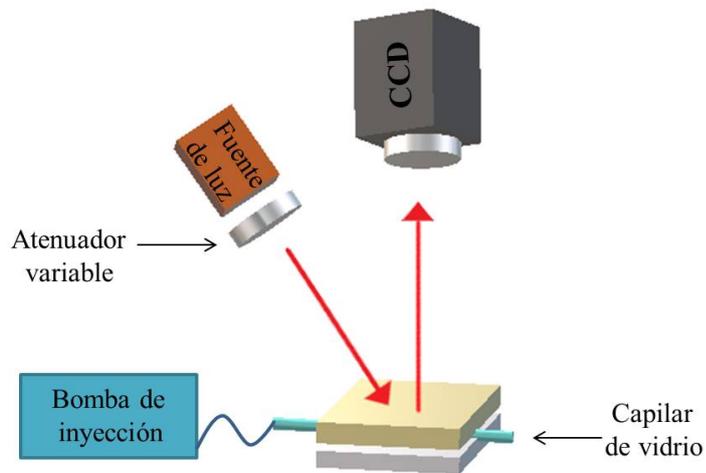


Figura 2.7: Configuración experimental en epi-iluminación para maniquí de piel.

un grosor de 190, 310, 510 y 1000  $\mu\text{m}$ . Como sustituto de sangre se utilizó una solución intralípida al 5% la cual fue inyectada al capilar utilizando una bomba de infusión. Las velocidades de inyección variaron de 0 a 18 mm/s.

### 2.3.3. Arreglo experimental en trans-iluminación

El arreglo en trans-iluminación fue utilizado para estudiar el flujo en vasos sanguíneos dentro de la cavidad pulpal del maniquí dental y su representación esquemática se encuentra en la Figura 2.8. El diente se iluminó por uno de sus lados con un láser HeNe de fibra acoplada de 632.8 nm, mientras que del otro lado del diente un paquete de fibras y una lente tambor recolectaban la luz para enfocarla en la cámara CCD.

Para este experimento se utilizó una cámara CCD modelo Flea3 de Point Gray. Para la adquisición de imágenes se utilizó el software Fly Cap con un tiempo de exposición de 10 ms y una ganancia de 24 dB. En esta configuración

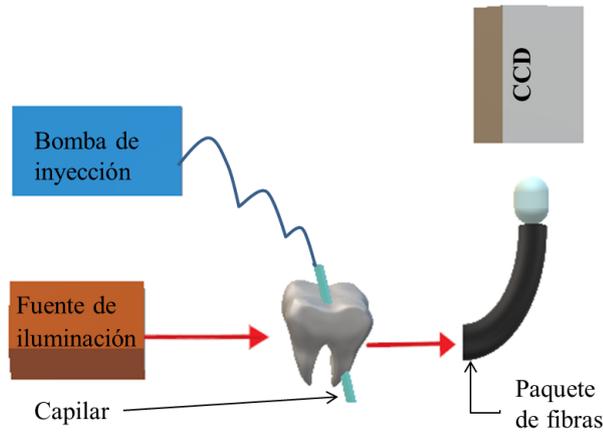


Figura 2.8: Configuración experimental en trans-iluminación para maniquí de diente.

aplicamos tanto análisis temporal como espacial para el cálculo del contraste para imágenes capturadas por ambos lados del diente. Dada la diferencia de grosor nuevamente pudimos variar el parámetro  $\rho$ .

## 2.4. Resultados

Los datos presentados en esta sección corresponden a una región de interés de 20x100 píxeles localizada en el centro del tubo capilar, esto con el fin de evitar problemas en los bordes. Tanto para el análisis espacial como para el análisis temporal se utilizaron las mismas regiones de interés. Es importante que antes de presentar los resultados se tenga claro el significado de los mismos. Para ello, es necesario retomar la ecuación 2.25 de la medición del contraste experimental presentado en la sección 2.2.1. El contraste se define experimentalmente como el cociente de la desviación estándar entre el promedio de los píxeles contenidos en la ventana deslizante (en el caso espacial)

o de la misma posición de pixel de un conjunto de imágenes (en el caso del análisis temporal). Por lo tanto, cuando los valores de intensidad de cada pixel sean iguales, la intensidad promedio será el mismo valor que posee cada pixel, sin embargo, la desviación estándar será cero, ya que los valores de intensidad individuales y promedio serán los mismos. Para los casos en los que los valores de intensidad de los pixeles evaluados sea diferente, el contraste podrá tener valores mayores que cero y menores que 1. Y finalmente en el caso en el que la desviación estándar y la intensidad promedio sean iguales, el contraste será 1.

#### **2.4.1. Resultados del maniquí de piel**

Para la configuración en epi-iluminación se midió el contraste de speckle para los diferentes grosores de las placas de silicón y sin placa de silicón empleando diferentes velocidades de flujo de la solución intralípida. Para el análisis espacial se observó que para un valor de velocidad de inyección fijo, el contraste espacial decreció conforme el tiempo de exposición aumentó, para un mismo grosor de placa de silicón. También se observó que el contraste espacial aumentó conforme la placa de silicón colocada sobre el capilar era más gruesa para un tiempo de exposición fijo, como se muestra en la Figura 2.9 a). Estos aumentos en el valor del contraste fueron debidos a que conforme aumentó el grosor de la capa de silicón, el parámetro  $\rho$  disminuyó. Es decir, la cantidad de luz que alcanzó a interactuar con los esparcidores dinámicos fue menor y por lo tanto la intensidad promedio de los pixeles analizados en el cálculo del contraste experimental decreció, haciendo que el valor del contraste haya aumentado. Para el experimento en el cual no se usó placa de silicón se observó que el contraste espacial disminuyó conforme el

tiempo de exposición aumentó. Como se puede observar en la Figura 2.9 b), la medición del contraste espacial con un tiempo de exposición fijo cambió para cada grosor de placa de silicón. Conforme la velocidad de inyección del fluido intralípido aumentó, el cálculo del contraste permaneció constante. En este sentido, estos resultados nos indicarían que la medición de contraste no nos permitiría distinguir entre una velocidad de flujo y otra para un mismo grosor de placa de silicón.

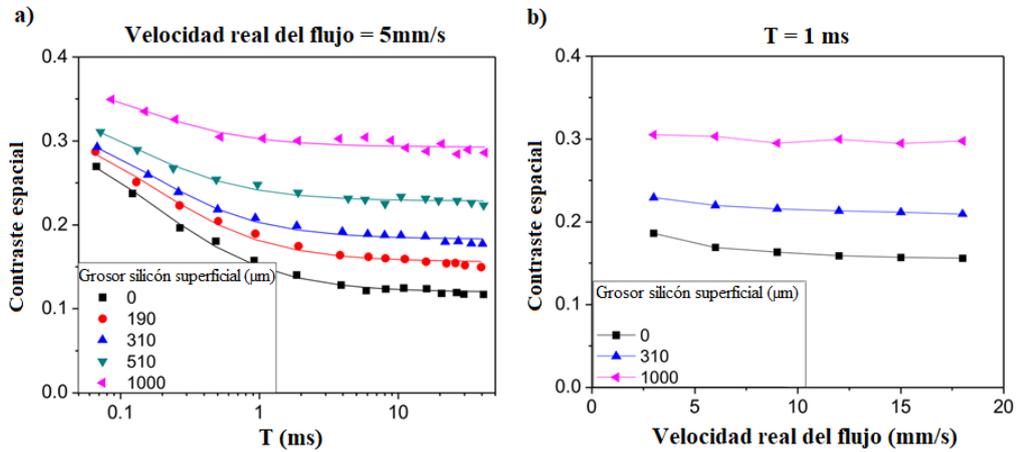


Figura 2.9: Análisis de contraste espacial para a) las diferentes capas de silicón sobre el tubo capilar a una velocidad de flujo constante y b) para tres capas de silicón sobre el tubo capilar a un tiempo de exposición constante.

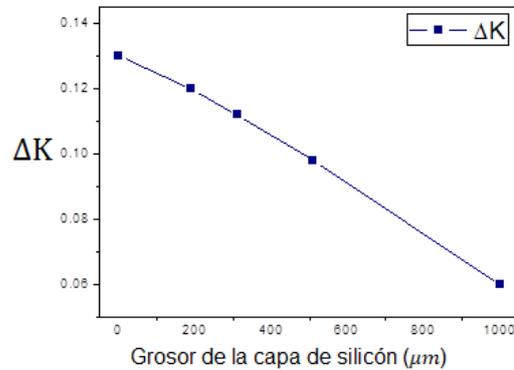


Figura 2.10: Rango dinámico de contraste espacial dependiente de el grosor de la capa de silicón.

También es posible observar que para un determinado grosor de capa de silicón hay valores de contraste espacial máximo ( $K_M$ ) y mínimo ( $K_m$ ). Si definimos el rango dinámico de contraste espacial como  $\Delta K = K_M - K_m$ , podemos observar como  $\Delta K$  disminuyó conforme el grosor de la placa de silicón aumentó como se muestra en la Figura 2.10

Este es otro indicador de que el parámetro  $\rho$  decreció y por lo tanto, las mediciones de contraste para una misma placa fueron cada vez más parecidas, ya que los valores de intensidad promedio para los pixeles analizados son cada vez menores y más parecidas entre mediciones. En conjunto, estos resultados nos permiten entender que el análisis espacial proporciona una medición del contraste que depende de las diferentes condiciones del experimento, tanto de la variación del tiempo de exposición como el grosor de la capa de silicón o de la velocidad de flujo de inyección ya que se obtienen valores de contraste diferente. Por lo tanto, la medición del contraste espacial no será fehaciente ni determinante en la medición de la velocidad de flujo relativa dentro del capilar.

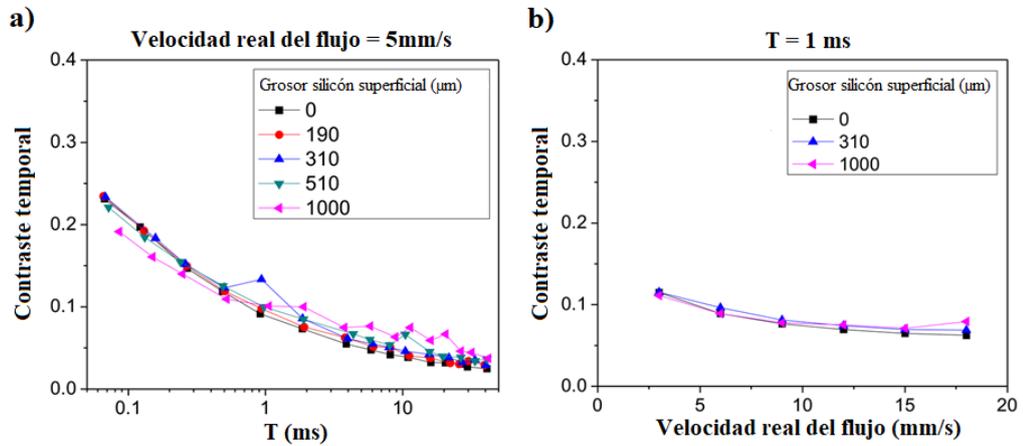


Figura 2.11: Análisis de contraste temporal para a) las diferentes capas de silicón sobre el tubo capilar a una velocidad de flujo constante y b) para tres capas de silicón sobre el tubo capilar a un tiempo de exposición constante.

Utilizando nuevamente la configuración en epi-iluminación, se aplicó el análisis temporal para los diferentes grosores de capa de silicón sobre el tubo capilar, manteniendo la velocidad de flujo de solución intralípida constante. Como se muestra en la figura 2.11 a), se obtuvo que el contraste temporal de speckle decreció conforme aumentó el tiempo de exposición para todos los grosores de capa de silicón. Para un tiempo de exposición menor el contraste fue mayor, mientras que conforme el tiempo de exposición aumentó el contraste temporal medido fue menor, lo cual concuerda con el análisis espacial. Aunque, en el caso del análisis temporal los valores de contraste son iguales o muy similares para los diferentes grosores de capa de silicón para un mismo tiempo de exposición, contrario a lo que sugiere el análisis espacial. Además, en la Figura 2.11 b) podemos observar que el contraste medido permaneció igual o muy similar para los diferentes grosores de placas de silicón manteniendo un tiempo de exposición constante y una misma velocidad de flujo

de solución intralípida. En el caso en el que la velocidad del flujo aumentó, el contraste decreció. Estos resultados sugieren que el análisis temporal es independiente al grosor de la placa de silicón sobre el tubo capilar, pero es dependiente de la velocidad del flujo y del tiempo de exposición de la cámara. Con estos resultados se puede concluir que el análisis temporal pareciera proporcionar una estimación del contraste independiente de la profundidad del capilar para un rango de grosor de placa de silicón entre los 0 a los 1000  $\mu m$ , contrario al análisis espacial.

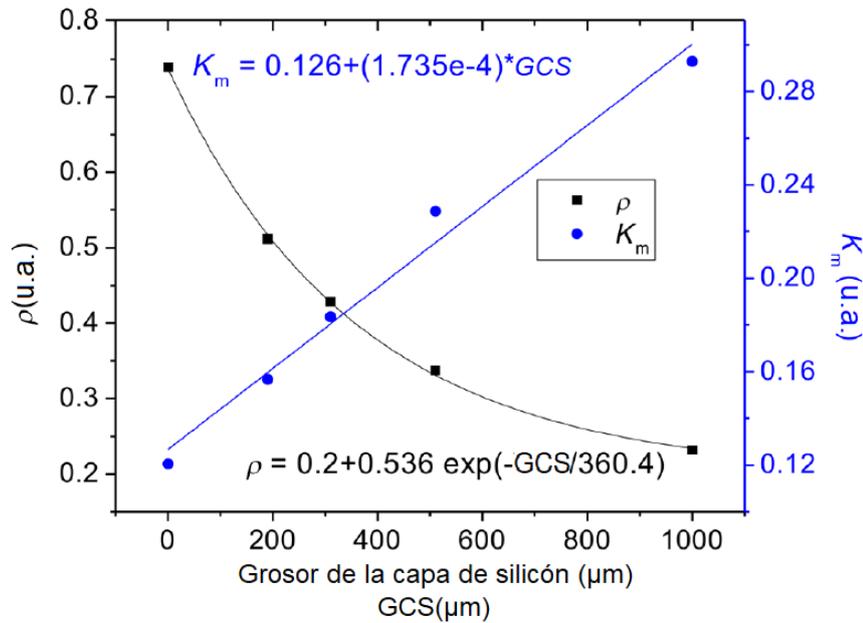


Figura 2.12:  $\rho$  y  $K_m$  en función del grosor de la capa de silicón en un rango de 0 a 1000( $\mu m$ )

Utilizando los datos experimentales presentados en la Figura 2.9 a) para los diferentes grosores de la placa de silicón, se realizó un ajuste de la ecuación 2.24. De este ajuste se obtuvieron valores numéricos para el tiempo de correlación  $\tau_c$ , la fracción del total de luz que interactuó con los esparcidores

dinámicos  $\rho$  y el contraste espacial mínimo  $K_m$ . El valor promedio obtenido para el tiempo de correlación fue  $\tau_c = 61 \pm 5.9 \mu\text{s}$ . Los valores calculados para  $\rho$  y para  $K_m$  con un valor de velocidad de flujo de 5 mm/s y dependientes del grosor de la capa de silicón se presentan en la Figura 2.12. De esta figura podemos observar un decaimiento exponencial de  $\rho$  el cual está directamente relacionado con la ley de Beer-Lambert. Esta ley relaciona la cantidad de luz entrante con la cantidad de luz saliente en función de las propiedades de absorción del medio [23]. Estos datos prueban que la cantidad de luz que alcanzó a interactuar con los esparcidores dinámicos fue menor conforme el grosor de la capa de silicón aumentó. Se determinó que el valor de  $K_m$  se puede expresar como:

$$K_m = \lim_{x \rightarrow \infty} K = \alpha^{1/2} \left[ \sqrt{\frac{1}{M}} \operatorname{erf} \left( \sqrt{\pi M} \right) - \left( \frac{1}{\pi M} \right) (1 - e^{-\pi M}) \right] \quad (2.26)$$

$$\times (1 - \rho) + K_n,$$

donde  $\rho \in [0, 1]$ . De la ecuación 2.26 observamos que el valor de  $K_m$  aumenta de manera lineal conforme aumenta el grosor de la capa de silicón. Lo cual muestra que mientras más gruesa es la capa de silicón menor es la cantidad de luz que interactúa con los esparcidores dinámicos y por lo tanto el valor del contraste espacial aumenta.

En la figura 2.13 se muestra la derivada del contraste espacial de la ecuación 2.24 respecto del tiempo de exposición ( $dK/dT$ ). De esta figura se puede observar que conforme aumenta el grosor de la placa de silicón la sensibilidad del contraste espacial ( $dK/dT$ ) decrece para un mismo tiempo de exposición. El contraste espacial de speckle  $K$  depende fuertemente del grosor de

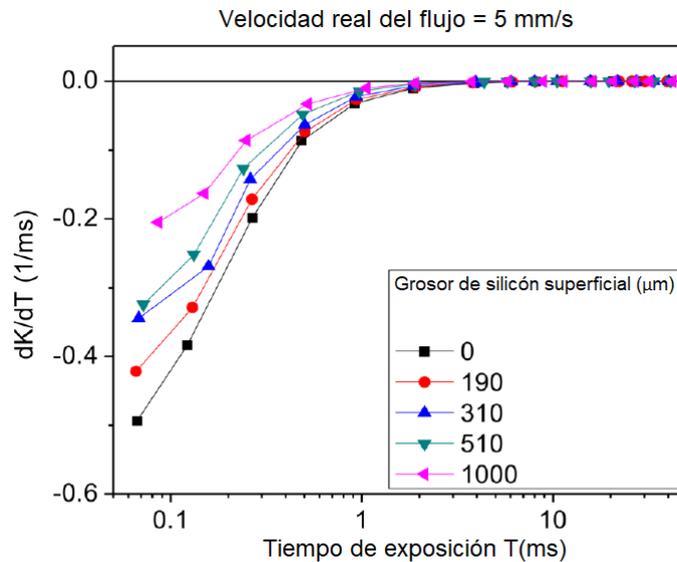


Figura 2.13: Primera derivada del contraste  $dK/dT$  para los datos experimentales de la Figura 2.9

la capa de silicón, para tiempos de exposición menores que 1 ms ( $T < 1\text{ms}$ ) la dependencia es mucho mayor que para tiempos de exposición mayores a 1 ms ( $T > 1\text{ms}$ ) en el cual el valor del contraste es constante y por lo tanto la sensibilidad es igual a 0.

### 2.4.2. Resultados del maniquí dental

Para la configuración en trans-iluminación se utilizó el maniquí dental. El tubo Tygon que se utilizó para simular el vaso sanguíneo quedó insertado a diferentes distancias de las paredes laterales del diente por lo que la distancia a la pared lateral derecha era más gruesa ( $300\ \mu\text{m}$ ) que la distancia a la pared lateral izquierda. Los resultados obtenidos para el análisis espacial fueron similares a los obtenidos para el arreglo en epi-iluminación. Para un mismo tiempo de exposición y una misma velocidad de flujo el contraste espacial

creció cuando el grosor del diente era más grande como se puede apreciar en la Figura 2.14 a).

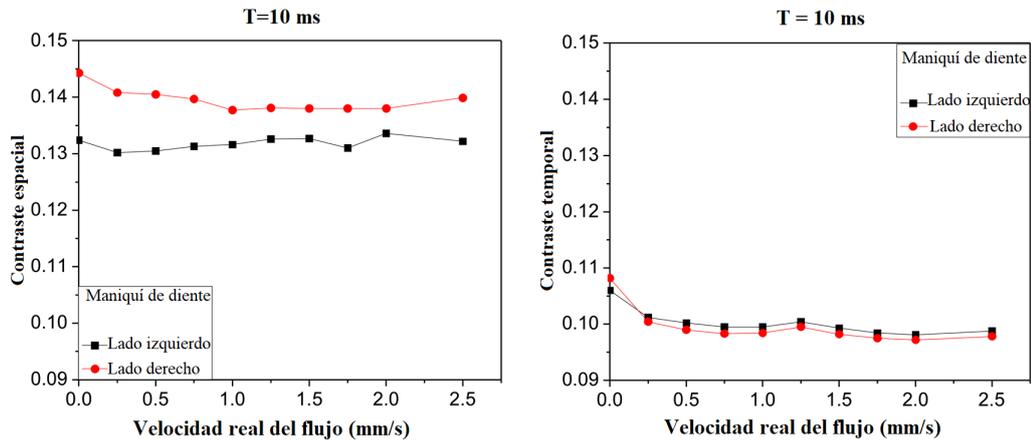


Figura 2.14: a) Análisis del contraste de speckle espacial vs b) Análisis de contraste temporal para el maniquí dental.

Los valores de contraste espacial medidos para un mismo grosor y un mismo tiempo de exposición fueron muy similares aunque la velocidad aumentaba. Aplicando el análisis temporal se obtuvo que el contraste fue prácticamente el mismo para ambos grosores para una misma velocidad y un tiempo de exposición fijo como se puede observar en la Figura 2.14 b). Al aumentar la velocidad de flujo de la solución intralípida dentro del capilar el contraste temporal disminuyó, al igual que en caso del análisis temporal del maniquí de piel. Esto confirma nuevamente que el análisis espacial depende fuertemente de la cantidad de esparcidores ópticos estáticos que se encuentren en el medio, mientras que el análisis temporal es invariante ante el aumento de esparcidores estáticos y la profundidad a la que se encuentra el capilar de la muestra en observación. Sin embargo pareciera que hay una ligera dependencia en el aumento de la velocidad del flujo.

## 2.5. Conclusiones

En este capítulo se estudió el modelo teórico de LSCI considerando las contribuciones de esparcidos tanto estáticos como dinámicos al campo resultante en un patrón de speckle. Además, se estudiaron los efectos que tenía la profundidad a la que se encuentra un capilar de vidrio y un tubo Tygon en dos phantoms con dos configuraciones de iluminación. Los resultados se analizaron tanto con el análisis espacial como con el análisis temporal. Para ambas configuraciones de iluminación se demostró que el contraste espacial de speckle incrementó conforme aumentó el número de esparcidos estáticos, es decir, cuando aumentó el grosor de la placa de silicón. Utilizando el análisis temporal con el arreglo en epi-iluminación comprobamos que el análisis temporal es invariante ante el aumento o disminución del grosor de las placas de silicón por lo que este análisis permite un cálculo del contraste invariante ante el número de esparcidos estáticos y por lo tanto permitirá un cálculo de la velocidad de flujo relativo más adecuada que con el análisis espacial. El análisis temporal resultó ser apropiado para el cálculo de la velocidad de flujo en capilares debajo de superficies de hasta 1 mm para diferentes tiempos de exposición. Esto hace que el análisis temporal sea invariante ante diferentes parámetros experimentales, lo cuál muestra que el análisis temporal es un método más robusto para el cálculo del contraste de speckle que el análisis espacial. Como resultado de este trabajo se realizó la publicación [24]:

Julio C. Ramirez-San Juan; Caitlin Reagan; Beatriz Coyotl-Ocelotl; Bernard Choi. *Spatial versus temporal laser speckle contrast analyses in the presence of static optical scatterers*. J. Biomed. Opt. 19(10) 106009 (2014).

## 2.6. Referencias

- [1] Z.L. Kurth-Nelson Anja I, Srienc and E. A. Newman. Imaging retinal blood flow with laser speckle flowmetry. In *Frontiers Neuroenergetics*, 2010.
- [2] Bernard Choi, Nicole M Kang, and J. Stuart Nelson. Laser speckle imaging for monitoring blood flow dynamics in the in vivo rodent dorsal skin fold model. *Microvascular research*, 68 2:143–6, 2004.
- [3] D. P. Jacomassi, E. C. Lins, A. N. S. Rastelli, C. Kurachi, and V. S. Bagnato. Measurement of shrinkage of composite resin by laser speckle contrast analysis. *Laser Physics*, 19(12):2230, 2009.
- [4] A.F. Fercher and J.D. Briesers. Flow visualization by means of single-exposure speckle photography. *Optics Communications*, (5):326–330, 1981.
- [5] Ashwin B. Parthasarathy, W. James Tom, Ashwini Gopal, Xiaojing Zhang, and Andrew K. Dunn. Robust flow measurement with multi-exposure speckle imaging. *Optics Express*, 16(3):1975–1989, 2008.
- [6] D.A. Boas and A.K. Dunn. Laser speckle contrast imaging in biomedical optics. *Journal of Biomedical Optics*, (1):011109, 2010.
- [7] Sean J. Kirkpatrick, Donald D. Duncan, and Elaine M. Wells-Gray. Detrimental effects of speckle-pixel size matching in laser speckle contrast imaging. *Optics Letters*, 33(24):2886–2888, 2008.
- [8] Oliver Thompson, Michael Andrews, and Evan Hirst. Correction for spatial averaging in laser speckle contrast analysis. *Biomedical Optics Express*, 2(4):1021–1029, 2011.

- [9] J. C. Ramirez-San-Juan, E. Mendez-Aguilar, N. Salazar-Hermenegildo, A. Fuentes-Garcia, R. Ramos-Garcia, and B. Choi. Effects of speckle/pixel size ratio on temporal and spatial speckle-contrast analysis of dynamic scattering systems: Implications for measurements of blood-flow dynamics. *Biomedical Optics Express*, 4(10):1883–1889, 2013.
- [10] J. C. Ramirez-San-Juan, R. Ramos-Garcia, G. Martinez-Niconoff, and B. Choi. Simple correction factor for laser speckle imaging of flow dynamics. *Optics Letters*, 39(3):678–681, 2014.
- [11] R. Bandyopadhyay, A. S. Gittings, S. S. Suh, P. K. Dixon, and D. J. Durian. Speckle-visibility spectroscopy: A tool to study time-varying dynamics. *Review of Scientific Instruments*, 76(9):093110, 2005.
- [12] D. Boas. *Diffuse photon probes of structural and dynamical properties of turbid media: theory and biomedical applications*. PhD thesis, Ph.D. dissertation in Physics, University of Pensilvania, 1996.
- [13] J.W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications*. Roberts & Company, 2007.
- [14] Matthijs Draijer, Erwin Hondebrink, Ton van Leeuwen, and Wiendelt Steenbergen. Review of laser speckle contrast techniques for visualizing tissue perfusion. *Lasers in Medical Science*, 24(4):639, 2008.
- [15] J. D. Briers and S. Webster. Quasi real-time digital version of single-exposure speckle photography for full-field monitoring of velocity or flow fields. *Optics Communications*, 116(1):36 – 42, 1995.
- [16] G. Richards D. Briers and X.W. He. Capillary blood flow monitoring using laser speckle contrast analysis (lasca). *Journal of Biomedical Optics*, 4:164–175, 1999.

- [17] Briers J.D and He X.W. Laser speckle contrast analysis (lasca) for blood flow visualization: improved image processing. In *Optical diagnostics of Biological Fluids III*, volume 3252, pages 26–33, 1998.
- [18] D. A. Zimnyakov and A. B. Misnin. Blood microcirculation monitoring by use of spatial filtering of time-integrated speckle patterns: potentialities to improve the depth resolution. In *Optical Diagnostics and Sensing of Biological Fluids and Glucose and Cholesterol Monitoring*, volume 4263, pages 4263 – 4263 – 10, 2001.
- [19] H. Cheng, Q. Luo, S. Zeng, S. Chen, J. Cen, and H. Gong. Modified laser speckle imaging method with improved spatial resolution. *Journal of Biomedical Optics*, 8:559, 2003.
- [20] Ralph Nothdurft and Gang Yao. Imaging obscured subsurface inhomogeneity using laser speckle. *Optics Express*, 13(25):10034–10039, 2005.
- [21] Rolf B. Saager, Clement Kondru, Kendrew Au, Kelly Sry, Frederick R Ayers, and Anthony J. Durkin. Multi-layer silicone phantoms for the evaluation of quantitative optical techniques in skin imaging. 2010.
- [22] Charles Stoianovici, Petra Wilder-Smith, and Bernard Choi. Assessment of pulpal vitality using laser speckle imaging. *Lasers in surgery and medicine*, 43 8:833–7, 2011.
- [23] Wesley B. Baker, Ashwin B. Parthasarathy, David R. Busch, Rickson C. Mesquita, Joel H. Greenberg, and A. G. Yodh. Modified beer-lambert law for blood flow. *Biomed. Opt. Express*, 5(11):4053–4075, Nov 2014.
- [24] Julio C. Ramirez-San-Juan, Caitlin Regan, Beatriz Coyotl-Ocelotl, and Bernard Choi. Spatial versus temporal laser speckle contrast analyses

in the presence of static optical scatterers. *Journal of biomedical optics*,  
19 10:106009, 2014.



## Capítulo 3

# Correlación espacial de pixeles vecinos aplicados a la medición del tamaño de mota de speckle

### 3.1. Introducción

Un patrón de speckle (como el descrito en el Capítulo 2) dependerá principalmente de las propiedades de la luz con la que se ilumine un objeto y del objeto en sí mismo. Gracias a esto, es posible obtener información de la naturaleza interna del objeto iluminado. Para ello, se emplean análisis teóricos y de imágenes que nos permitan calcular parámetros descriptores como el contraste o el tamaño de mota de speckle.

El tamaño promedio de la mota de speckle es un parámetro muy utilizado en diferentes aplicaciones como: la medición de la rugosidad [1, 2] o el grosor de superficies [3], en la detección de la concentración de esparcidores en fluidos [4, 5, 6], agregación de partículas [7], en el cálculo del tamaño de

partículas en medios esparcidos [8] o para la medición del desplazamiento de objetos con mayor precisión [9]. Actualmente existen cuatro diferentes métodos empleados para la medición del tamaño de la mota de speckle [10]; sin embargo, los cuatro presentan un problema de resolución. Cuando el tamaño de la mota de speckle es cercano al tamaño del pixel del detector con el que se captura el patrón de speckle se presentan problemas de resolución. Esto es debido a que estos métodos no pueden medir motas de speckle que sean más pequeñas que el tamaño del pixel ya que supera su límite de resolución.

En este capítulo se desarrollará la teoría para modelar el contraste espacial de speckle considerando correlaciones entre pixeles vecinos. Se utilizará una sub-matriz de correlación en la cual se definirán los diferentes tipos de correlaciones entre pixeles vecinos. El desarrollo de este modelo teórico que considera correlaciones entre pixeles vecinos será de suma importancia pues nos permitirá desarrollar un nuevo método para la medición del tamaño de la mota de speckle. Además se presenta como una solución potencial para el problema de resolución que presentan los métodos existentes.

## 3.2. Tamaño de la mota de speckle

Existen dos tipos de speckle, el objetivo y el subjetivo. El speckle objetivo se forma cuando una región circular de diámetro  $d$  sobre la superficie de un objeto es iluminada con un haz de luz y la radiación esparcida se observa sobre una pantalla a una distancia  $l$ . El speckle subjetivo es aquel en el cual la radiación esparcida es colectada con una lente y enfocada sobre una pantalla. Según Dainty [11], el tamaño de la mota de speckle para el speckle objetivo y subjetivo están dados por  $\sigma_o$  y  $\sigma_s$  como:

$$\sigma_o \approx \frac{1,22\lambda l}{d}, \quad (3.1)$$

$$\sigma_s \approx \frac{0,6\lambda}{A.N}, \quad (3.2)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda con la que se ilumina el objeto y A.N. es la apertura numérica de la lente utilizada para recolectar la luz esparcida, respectivamente.

En el caso en el que el speckle subjetivo sea captado por una cámara, el tamaño de la mota de speckle se puede escribir como:

$$\sigma_{sc} \approx 1,2(1 + M)\lambda F \quad (3.3)$$

donde  $M$  y  $F$  son la magnificación y el número f de la lente, respectivamente.

Es importante recalcar que estas medidas consideran únicamente la distancia promedio medida del eje óptico al primer mínimo de intensidad del disco de Airy; por lo que técnicamente hablando,  $\sigma_o$ ,  $\sigma_s$  y  $\sigma_{sc}$  serían una aproximación al radio [12] de la mota de speckle asumiendo que esta tiene una forma circular.

### 3.2.1. Métodos para la medición del tamaño de la mota de speckle

Existen cuatro métodos utilizados en la medición del tamaño de la mota de speckle: autocovarianza, autocorrelación, segmentación y "by eye" [10].

Los dos primeros son métodos cuantitativos que hacen uso de las propiedades estadísticas de un patrón de speckle y como su nombre menciona calculan la autocovarianza normalizada [13, 14, 6, 15] o la autocorrelación [16, 17, 18] del perfil de intensidad de un patrón de speckle en una o en ambas direcciones del patrón. Los otros dos métodos son cualitativos, en ellos se suelen emplear diferentes programas de computo para medir el diámetro de las motas de speckle ya sea en longitud o en pixeles o como el nombre del último método indica la medición se hace “a ojo” [10]. Cada uno de los diferentes métodos definen el tamaño de speckle de manera diferente y proporciona una medición bastante aproximada al ancho de la mota de speckle; sin embargo, la medición del ancho se vuelve irresoluble cuando el tamaño de la mota de speckle es similar al tamaño del pixel del detector con que se captura el patrón de speckle.

El método de autocovarianza normalizada define el tamaño de la mota de speckle en función de la intensidad  $I$  del patrón de speckle que se encuentra el plano  $(x, y)$  del detector como:

$$C_I(x, y) = \frac{\mathcal{F}^{-1}(|\mathcal{F}(I(x, y))|^2 - \langle I(x, y) \rangle^2)}{\langle I^2(x, y) \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2} \quad (3.4)$$

donde  $\mathcal{F}$  y  $\mathcal{F}^{-1}$  representan la transformada y transformada inversa de Fourier, respectivamente. Los casos especiales cuando  $C_I(x, 0)$  y  $C_I(0, y)$  representarán los perfiles horizontales y verticales de la función de autocovarianza normalizada  $C_I(x, y)$ . El cálculo de  $C_I(x, y)$  se basa en el análisis de la distribución de intensidades del patrón de speckle en el plano  $(x, y)$ , el análisis detallado puede ser encontrado en [8].

El método de autocorrelación define el tamaño promedio de speckle como

el ancho de la función de autocorrelación normalizada [17] con intensidad  $I$  en el plano  $(x, y)$  del detector, como:

$$r_I(\Delta x, \Delta y) = \frac{\langle I(x, y)I(x - \Delta x, y - \Delta y) \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2}{\langle I^2(x, y) \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2}, \quad (3.5)$$

donde  $\langle \rangle$  denotan promedio espacial. Los valores promedio del tamaño de speckle para los perfiles horizontales y verticales  $\alpha_x$  y  $\alpha_y$  se obtendrán cuando  $r_I(\alpha_x, 0)$  y  $r_I(0, \alpha_y)$  decaen a  $1/e$ , es decir;  $r_I(\alpha_x, 0) = 1/e$  y  $r_I(0, \alpha_y) = 1/e$ .

Los métodos de autocovarianza y autocorrelación normalizada nos permiten obtener una medida promedio representativa del ancho de la mayoría de las motas del patrón de speckle, sin embargo, estas no pueden darnos una estimación de manera local. Por otro lado, los métodos de segmentación y “by eye” permiten la medición del ancho de motas de speckle de manera local. Ambos emplean diferentes softwares que permiten la medición del tamaño de la mota de speckle. El método de segmentación es un método de procesado de imágenes que permite distinguir entre motas de diferentes tamaños y además genera una distribución de los diferentes tamaños de speckle que detecta [10]. El método “by eye” es el método más rudimentario y simple de todos puesto que para este se requiere únicamente de un software que permite observar las motas de speckle y que sea capaz de estimar distancias que el ojo considere adecuadas al ancho de la mota a medir. Aunque cada método tiene diferentes ventajas, ninguno permite la medición de motas cercanas o menores que el tamaño del pixel.

### 3.3. Análisis teórico para la evaluación del contraste espacial de speckle mediante el cálculo de correlaciones entre pixeles vecinos dentro de una sub-matriz de correlación de tamaño $5 \times 5$

Consideremos un patrón de speckle cuya intensidad es  $I(\vec{r})$ , donde  $\vec{r}$  es el vector de posición  $\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y$ , donde  $x$  y  $y$  son las coordenadas cartesianas del patrón de speckle grabado por una cámara CCD. Además, consideremos una ventana de  $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$  pixeles dentro de la imagen de speckle a la que denominaremos como ventana deslizante. El tamaño de las motas de speckle será tal que únicamente los pixeles que se encuentren dentro de una sub-ventana de correlación de tamaño  $(2q + 1) \times (2q + 1)$  estarán correlacionados, donde  $(2q + 1) \leq \sqrt{N}$ . Es importante remarcar que la sub-matriz de correlación no puede ser más grande que la ventana deslizante puesto que esto nos llevaría a obtener resultados no físicos. En este trabajo se analizará el caso en el que  $2q + 1 = 5$ ; es decir, el caso en el que la sub-matriz de correlación será de veinticinco pixeles y el lado de la ventana deslizante será  $\sqrt{N} \geq 2q + 1$ , como se muestra en la Figura 3.1.

Empecemos por considerar un esparcidor estático cuyos esparcidores se encuentran fijos. Mediante una cámara CCD podemos obtener la intensidad integrada del patrón de speckle. La intensidad integrada sobre un pixel de área  $a^2$  estará dada por:

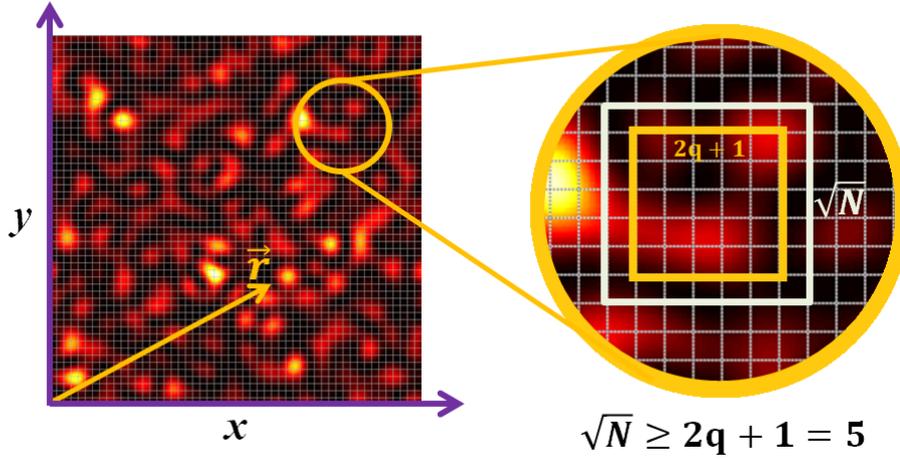


Figura 3.1: Representación esquemática de una imagen de speckle grabada por una cámara CCD. Además, la ventana deslizante se muestra en blanco y la sub-matriz de correlación se presenta en color anaranjado.

$$I_{\eta,\xi} = \int_{\eta,\xi} I(\vec{r}) d^2\vec{r}, \quad (3.6)$$

donde  $\eta$  y  $\xi$  son las coordenadas parametrizadas de cada píxel dentro de la sub-matriz de correlación. De este modo, cada píxel tendrá coordenadas  $(\eta, \xi)$ . Para el caso donde  $\sqrt{N} = 2q + 1 = 5$ ;  $\eta, \xi \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$  como se muestra en la Figura 3.2.

Considerando la intensidad integrada de cada píxel sobre la ventana deslizante, el valor promedio de la intensidad y la varianza de sus fluctuaciones estará dada por las ecuaciones (3.7) y (3.8) , respectivamente:

$$i = \frac{1}{N} \sum_{\eta,\xi} I_{\eta,\xi}, \quad (3.7)$$

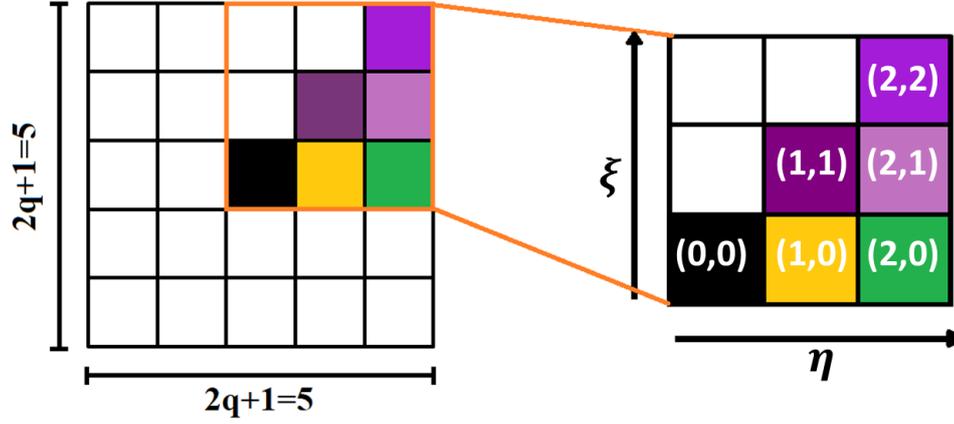


Figura 3.2: Representación esquemática de la sub-matriz de correlación para el caso  $2q + 1 = 5$ , donde  $\eta$  y  $\xi$  son los ejes coordenados de la sub-matriz de correlación.

$$c = \frac{1}{N-1} \sum_{\eta, \xi} (I_{\eta, \xi} - i)^2. \quad (3.8)$$

Cuando el tamaño  $b$  de las motas de speckle es mucho menor que el lado  $a$  de un pixel; es decir, cuando  $b \ll a$ , los pixeles vecinos son independientes y por lo tanto no están correlacionados. De acuerdo a [19] la distribución de las intensidades  $I_{\eta, \xi}$  puede ser modelada mediante la distribución Gamma:

$$P(I_{\eta, \xi}) = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \left( \frac{\mu}{\langle I \rangle} \right)^\mu I_{\eta, \xi}^{\mu-1} \exp \left( -\frac{\mu I_{\eta, \xi}}{\langle I \rangle} \right). \quad (3.9)$$

Donde  $\langle I \rangle$  es el valor promedio de  $i$  evaluado sobre un ensemble y el parámetro  $\mu$  depende del tamaño del pixel y de la función de correlación

espacial  $g_2(\vec{r}-\vec{r}')$  de intensidad  $I(\vec{r})$  como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel} \int_{pixel} [g_2^2(\vec{r}-\vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}'. \quad (3.10)$$

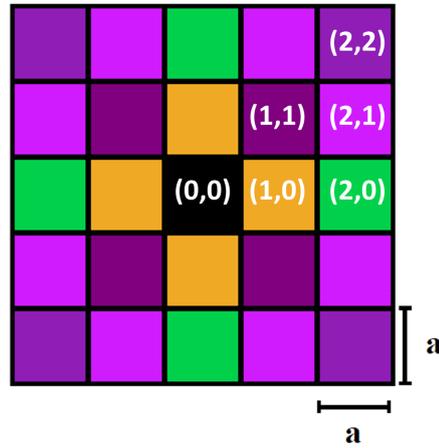


Figura 3.3: Representación esquemática de los diferentes tipos de correlaciones para una sub-matriz de correlación de  $(2q + 1)^2 = 25$ .

En el caso en el que  $(b \sim a)$  ó  $(b > a)$ , se debe tomar en cuenta la correlación entre píxeles vecinos y no únicamente la autocorrelación de cada píxel como en el caso en que  $(b \ll a)$ . Para el caso en el que la sub-matriz de correlación es de tamaño  $(2q + 1)^2 = 25$  se necesita considerar seis diferentes tipos de correlaciones de píxeles como se muestra en la Figura 3.3. Las correlaciones de píxeles que son equivalentes se muestran del mismo color. En este caso, las expresiones para cada tipo de correlación estarán dadas por:

$$\frac{1}{\mu_{0,0}} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel\ 0,0} \int_{pixel\ 0,0} [g_2^2(\vec{r}-\vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}', \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\mu_{1,0}} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel\ 0,0} \int_{pixel\ 1,0} [g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}', \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{\mu_{2,0}} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel\ 0,0} \int_{pixel\ 2,0} [g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}', \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{\mu_{1,1}} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel\ 0,0} \int_{pixel\ 1,1} [g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}', \quad (3.14)$$

$$\frac{1}{\mu_{2,1}} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel\ 0,0} \int_{pixel\ 2,1} [g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}', \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{\mu_{2,2}} = \frac{1}{a^4} \int_{pixel\ 0,0} \int_{pixel\ 2,2} [g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') - 1] d^2\vec{r} d^2\vec{r}'. \quad (3.16)$$

Considerando las diferentes correlaciones entre pixeles vecinos el valor esperado de  $i$  será  $\langle i \rangle = \langle I \rangle$ , mientras que su varianza será  $\sigma_i^2 = \langle i^2 \rangle - \langle i \rangle^2$ . Para calcular  $\sigma_i^2$  será necesario calcular  $\langle i^2 \rangle$  utilizando la definición de la ecuación (3.7):

$$\begin{aligned} \langle i^2 \rangle &= \left\langle \left( \frac{1}{N} \sum_{\eta,\xi} I_{\eta,\xi} \right) \left( \frac{1}{N} \sum_{\eta',\xi'} I_{\eta',\xi'} \right) \right\rangle \\ &= \frac{1}{N^2} \left\langle \sum_{\eta,\xi} \sum_{\eta',\xi'} I_{\eta,\xi} I_{\eta',\xi'} \right\rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{\eta,\xi} \sum_{\eta',\xi'} \langle I_{\eta,\xi} I_{\eta',\xi'} \rangle. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Donde  $\langle I_{\eta,\xi} I_{\eta',\xi'} \rangle$  es la función de correlación que dependerá de los diferentes tipos de pixeles de la sub-matriz de correlación. Así, utilizando la definición de intensidad integrada sobre el área de un pixel (ecuación (3.6)), la definición de los diferentes parámetros  $\mu_{\eta,\xi}$  (ecuaciones (3.11)-(3.16)) y que  $g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{\langle I_{\eta,\xi}(\vec{r}) I_{\eta',\xi'}(\vec{r}') \rangle}{\langle I_{\eta,\xi}(\vec{r}) \rangle^2} = \frac{\langle I_{\eta,\xi} I_{\eta',\xi'} \rangle}{\langle I \rangle^2}$  tenemos que las funciones de correlación de intensidad del pixel (0,0) con los pixeles  $(\eta, \xi)$  serán:

$$\begin{aligned}\langle I_{0,0}I_{0,0} \rangle &= \langle I^2 \rangle = \frac{1}{a^4} \int_{\text{pixel } 0,0} \int_{\text{pixel } 0,0} \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle d^2\vec{r}d^2\vec{r}' \\ &= \langle I \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_{0,0}} \right)\end{aligned}\quad (3.18)$$

$$\langle I_{0,0}I_{1,0} \rangle = \frac{1}{a^4} \int_{\text{pixel } 0,0} \int_{\text{pixel } 1,0} \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle d^2\vec{r}d^2\vec{r}' = \langle I \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_{1,0}} \right) \quad (3.19)$$

$$\langle I_{0,0}I_{2,0} \rangle = \frac{1}{a^4} \int_{\text{pixel } 0,0} \int_{\text{pixel } 2,0} \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle d^2\vec{r}d^2\vec{r}' = \langle I \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_{2,0}} \right) \quad (3.20)$$

$$\langle I_{0,0}I_{1,1} \rangle = \frac{1}{a^4} \int_{\text{pixel } 0,0} \int_{\text{pixel } 1,1} \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle d^2\vec{r}d^2\vec{r}' = \langle I \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_{1,1}} \right) \quad (3.21)$$

$$\langle I_{0,0}I_{2,1} \rangle = \frac{1}{a^4} \int_{\text{pixel } 0,0} \int_{\text{pixel } 2,1} \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle d^2\vec{r}d^2\vec{r}' = \langle I \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_{2,1}} \right) \quad (3.22)$$

$$\langle I_{0,0}I_{2,2} \rangle = \frac{1}{a^4} \int_{\text{pixel } 0,0} \int_{\text{pixel } 2,2} \langle I(\vec{r})I(\vec{r}') \rangle d^2\vec{r}d^2\vec{r}' = \langle I \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{\mu_{2,2}} \right) \quad (3.23)$$

Tomando en cuenta las correlaciones (3.18)-(3.23) y contando el número de repeticiones para cada una de ellas la ecuación (3.17) se escribe:

$$\begin{aligned}\langle c \rangle &= \frac{\langle I \rangle^2}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{N + \sqrt{N}} \frac{\langle I \rangle^2}{\mu_{1,0}} - \frac{4(\sqrt{N} - 2)}{\sqrt{N}(N - 1)} \frac{\langle I \rangle^2}{\mu_{2,0}} - \frac{4(\sqrt{N} - 1)}{N(\sqrt{N} + 1)} \frac{\langle I \rangle^2}{\mu_{1,1}} \\ &\quad - \frac{8(\sqrt{N} - 2)}{N(\sqrt{N} + 1)} \frac{\langle I \rangle^2}{\mu_{2,1}} - \frac{4(\sqrt{N} - 2)^2}{N(N - 1)} \frac{\langle I \rangle^2}{\mu_{2,2}}.\end{aligned}\quad (3.24)$$

Dividiendo la ecuación (3.24) sobre  $\langle I \rangle^2$  obtenemos:

$$\begin{aligned}K_{5 \times 5}^2(N) &= \frac{\langle c \rangle}{\langle I \rangle^2} = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{N + \sqrt{N}} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{4(\sqrt{N} - 2)}{\sqrt{N}(N - 1)} \frac{1}{\mu_{2,0}} \\ &\quad - \frac{4(\sqrt{N} - 1)}{N(\sqrt{N} + 1)} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{8(\sqrt{N} - 2)}{N(\sqrt{N} + 1)} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{4(\sqrt{N} - 2)^2}{N(N - 1)} \frac{1}{\mu_{2,2}}.\end{aligned}\quad (3.25)$$

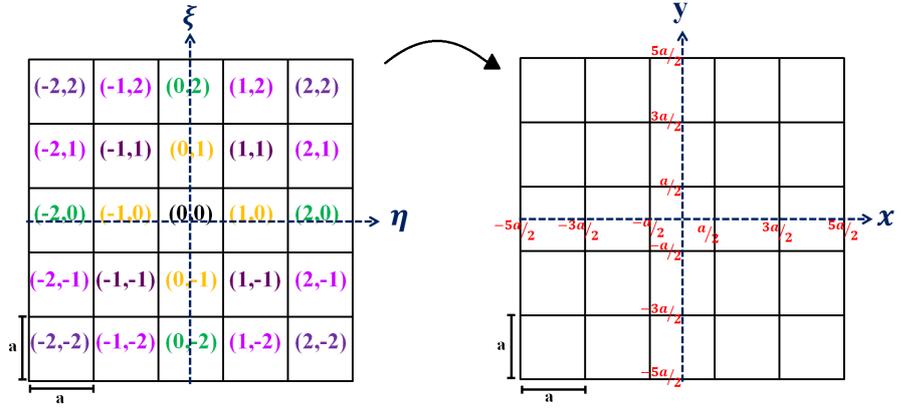


Figura 3.4: Representación esquemática de la sub-matriz de correlación en el plano  $\eta - \xi$  y su equivalente en el plano  $x - y$ .

La ecuación (3.25) es la expresión del contraste al cuadrado considerando una ventana deslizante de tamaño  $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$  y una sub-matriz de correlación de tamaño  $(2q + 1)^2 = 25$ . Esta expresión considera las correlaciones del pixel central de la sub-matriz de correlación con sus pixeles vecinos y los pixeles que no se encuentran dentro de la sub-matriz de correlación pero sí dentro de la ventana deslizante. Los parámetros  $1/\mu_{\eta, \xi}$  de la ecuación (3.25) son de suma importancia ya que estos describen el impacto de las correlaciones de los diferentes pixeles sobre el cálculo del contraste, debido a esto será necesario calcular cada uno de ellos.

El parámetro  $1/\mu_{0,0}$  descrito por la ecuación (3.11) es el parámetro que mide el impacto que tiene la autocorrelación de cada pixel de una imagen de speckle sobre el cálculo del valor de contraste. El pixel central tiene coordenadas  $(0, 0)$  en el plano  $\eta - \xi$  mientras que en el plano  $x - y$ ,  $x = [-a/2, a/2]$

y  $y = [-a/2, a/2]$  como se puede observar en la Figura 3.4. Además, de la relación de Siebert  $g_1^2(\vec{r} - \vec{r}') = [g_2^2(\vec{r} - \vec{r}') - 1]$ ; por lo tanto, la ecuación (3.11) se puede escribir como:

$$\frac{1}{\mu_{0,0}} = \frac{1}{a^4} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} g_1^2(x - x', y - y') dx dx' dy dy'. \quad (3.26)$$

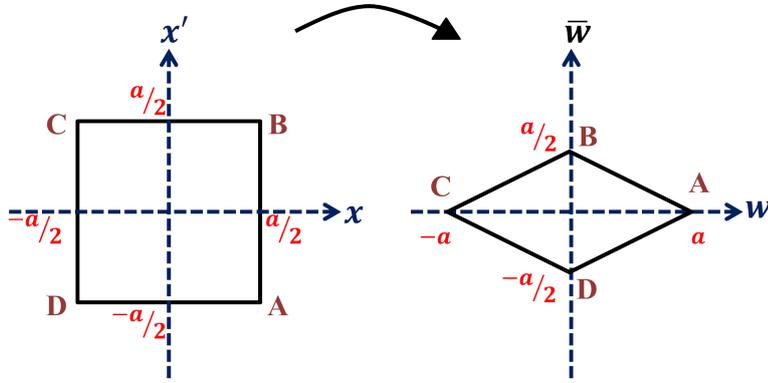


Figura 3.5: Representación esquemática del pixel (0,0) y su transformación en la dirección  $x - x'$  después de los cambios de variable  $w$  y  $\bar{w}$ .

Haciendo los cambios de variable  $w = x - x'$  y  $\bar{w} = \frac{1}{2}(x + x')$  como se muestra en la Figura 3.5:

$$\begin{aligned} & \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} g_1^2(x - x', y - y') dx dx' = \\ & \int_{-a}^0 \int_{\overline{CD}}^{\overline{CB}} g_1^2(w, y - y') d\bar{w} dw + \int_0^a \int_{\overline{DA}}^{\overline{BA}} g_1^2(w, y - y') d\bar{w} dw = \\ & \int_{-a}^0 \int_{\frac{-1}{2}(w+a)}^{\frac{1}{2}(w+a)} g_1^2(w, y - y') d\bar{w} dw + \int_0^a \int_{\frac{-1}{2}(a-w)}^{\frac{1}{2}(a-w)} g_1^2(w, y - y') d\bar{w} dw = \\ & \int_{-a}^0 [w + a] g_1^2(w, y - y') dw - \int_0^a [w - a] g_1^2(w, y - y') dw. \end{aligned} \quad (3.27)$$

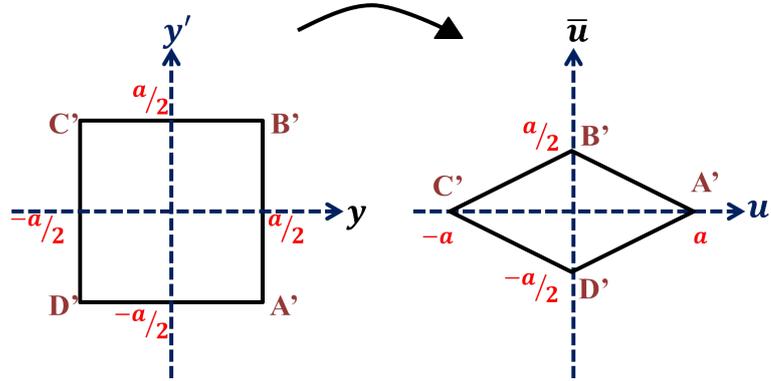


Figura 3.6: Representación esquemática del pixel (0,0) y su transformación en la dirección  $y - y'$  después de los cambios de variable  $u$  y  $\bar{u}$ .

Haciendo los cambios de variable  $u = y - y'$  y  $\bar{u} = \frac{1}{2}(y + y')$  como se muestra en la Figura 3.6, siguiendo el procedimiento anterior y sustituyendo en la ecuación (3.26) se tiene el parámetro  $1/\mu_{0,0}$  es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_{0,0}} &= \frac{1}{a^4} \int_{-a}^0 [u + a] \left[ \int_{-a}^0 [w + a] g_1^2(w, u) dw - \int_0^a [w - a] g_1^2(w, u) dw \right] du \\ &\quad - \frac{1}{a^4} \int_0^a [u - a] \left[ \int_{-a}^0 [w + a] g_1^2(w, u) dw - \int_0^a [w - a] g_1^2(w, u) dw \right] du \end{aligned} \quad (3.28)$$

El resto de los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  para  $\eta, \xi \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$ , pueden ser calculados siguiendo un procedimiento similar al utilizado en el cálculo del parámetro  $1/\mu_{0,0}$  resultando en las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\mu_{1,0}} &= \frac{1}{a^4} \int_{-a}^0 [u+a] \left[ \int_{-2a}^{-a} [w+2a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-a}^0 wg_1^2(w,u)dw \right] du - \\
&\quad \frac{1}{a^4} \int_0^a [u-a] \left[ \int_{-2a}^{-a} [w+2a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-a}^0 wg_1^2(w,u)dw \right] du
\end{aligned} \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\mu_{2,0}} &= \frac{1}{a^4} \int_{-a}^0 [u+a] \left[ \int_{-3a}^{-2a} [w+3a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-2a}^{-a} [w+a]g_1^2(w,u)dw \right] du \\
&\quad - \frac{1}{a^4} \int_0^a [u-a] \left[ \int_{-3a}^{-2a} [w+3a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-2a}^{-a} [w+a]g_1^2(w,u)dw \right] du
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\mu_{1,1}} &= \frac{1}{a^4} \int_{-2a}^{-a} [u+2a] \left[ \int_{-2a}^{-a} [w+2a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-a}^0 wg_1^2(w,u)dw \right] du \\
&\quad - \frac{1}{a^4} \int_{-a}^0 [u-a] \left[ \int_{-2a}^{-a} [w+2a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-a}^0 wg_1^2(w,u)dw \right] du
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\mu_{2,1}} &= \frac{1}{a^4} \int_{-2a}^{-a} [u+2a] \left[ \int_{-3a}^{-2a} [w+3a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-2a}^{-a} [w+a]g_1^2(w,u)dw \right] du \\
&\quad - \frac{1}{a^4} \int_{-a}^0 u \left[ \int_{-3a}^{-2a} [w+3a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-2a}^{-a} [w+a]g_1^2(w,u)dw \right] du
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\mu_{2,2}} &= \frac{1}{a^4} \int_{-3a}^{-2a} [u+3a] \left[ \int_{-3a}^{-2a} [w+3a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-2a}^{-a} [w+a]g_1^2(w,u)dw \right] du \\
&\quad - \frac{1}{a^4} \int_{-2a}^{-a} [u+a] \left[ \int_{-3a}^{-2a} [w+3a]g_1^2(w,u)dw - \int_{-2a}^{-a} [w+a]g_1^2(w,u)dw \right] du
\end{aligned} \tag{3.33}$$

En el caso particular de iluminación Gaussiana;  $g_1^2(w, u) = -(w^2 + u^2)/b^2$ , donde  $b$  estará relacionado al tamaño de la mota. Aproximando la geometría de la mota a un círculo, el área de la mota será  $A_m = \pi b^2$ . En este caso, las expresiones (3.28)-(3.33) serán:

$$\frac{1}{\mu_{0,0}} = \frac{\left[ -1 + e^{-\pi Q} + \pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right]^2}{\pi^2 Q^2}, \quad (3.34)$$

$$\frac{1}{\mu_{1,0}} = \frac{1}{2\pi^2 Q^2} \left[ -1 + e^{-\pi Q} + \pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right] \times \left[ 1 + e^{-4\pi Q} - 2e^{-\pi Q} + 2\pi\sqrt{Q} \left[ -\operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) + \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) \right] \right], \quad (3.35)$$

$$\frac{1}{\mu_{2,0}} = \frac{1}{2\pi^2 Q^2} \left[ -1 + e^{-\pi Q} + \pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right] \times \left[ e^{-9\pi Q} - 2e^{-4\pi Q} + e^{-\pi Q} + \pi\sqrt{Q} \left[ \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) - 4\pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) + 3\pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(3\sqrt{\pi Q}) \right] \right], \quad (3.36)$$

$$\frac{1}{\mu_{1,1}} = \frac{1}{4\pi^2 Q^2} \left[ 1 + e^{-4\pi Q} - 2e^{-\pi Q} + 2\pi\sqrt{Q} \left[ -\operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) + \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) \right] \right]^2, \quad (3.37)$$

$$\frac{1}{\mu_{2,1}} = \frac{1}{4\pi^2 Q^2} \left[ 1 + e^{-4\pi Q} - 2e^{-\pi Q} + 2\pi\sqrt{Q} \left[ -\operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) + \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) \right] \right] \times \left[ e^{-9\pi Q} - 2e^{-4\pi Q} + \pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) - 4\pi\sqrt{Q} \left( 2\sqrt{\pi Q} \right) + 3\pi\sqrt{(Q)} \operatorname{Erf}(3\sqrt{\pi Q}) \right], \quad (3.38)$$

$$\frac{1}{\mu_{2,2}} = \frac{1}{4\pi^2 Q^2} \left[ e^{-9\pi Q} - 2e^{-4\pi Q} + e^{-\pi Q} + \pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) - 4\pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) + 3\pi\sqrt{Q} \operatorname{Erf}(3\sqrt{\pi Q}) \right]^2, \quad (3.39)$$

donde  $Q$  es el cociente de áreas del pixel y la mota,  $Q = A_p/A_m = a^2/\pi b^2$ . Las expresiones analíticas y su respectivo cálculo numéricos de los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  se encuentran graficados en la Figura 3.7. Como se puede observar, cuando el área de la mota es mucho mayor que el área del pixel, los valores de los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  son muy similares y cercanos a 1; sin embargo, cuando  $Q$  se encuentra entre 0.01 y 1, los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  tienen valores muy diferentes. Es decir, para las motas que tienen un área aproximadamente 10 veces más grande que el área del pixel hasta un área similar a la del pixel. Esto significa que el cálculo del contraste se verá afectado para tamaños de mota que se encuentre en ese rango. Finalmente, en el caso en el que el área del pixel sea mucho mayor que el área de la mota los valores  $1/\mu_{\eta,\xi}$  empezarán a decrecer y a ser prácticamente 0, lo que significa que el valor del contraste dependerá mayormente de la autocorrelación del pixel central de la sub-matriz de correlación.

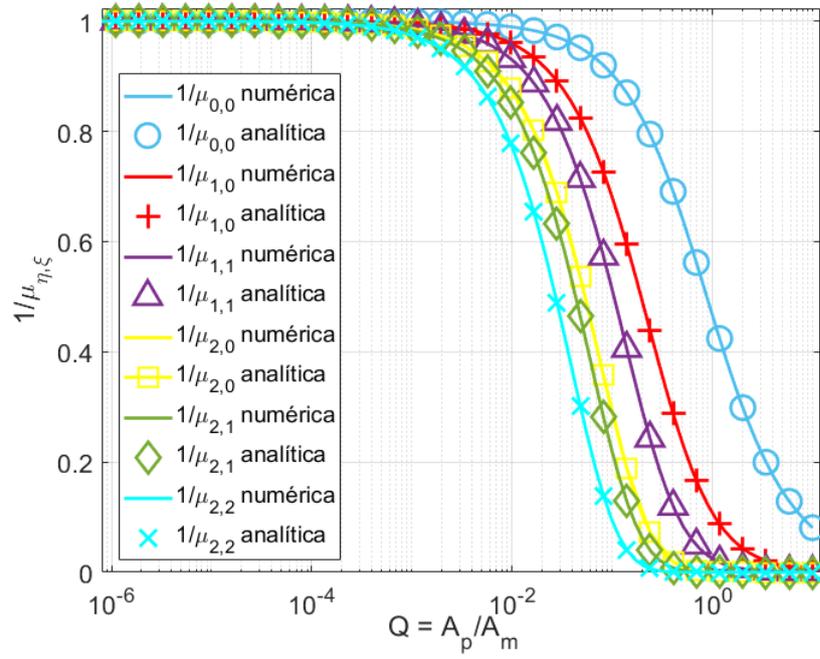


Figura 3.7: Cálculo de los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  analíticos y numéricos.

Sustituyendo las ecuaciones (3.34)-(3.39) en la ecuación (3.24) se obtiene:

$$\begin{aligned}
K_{5 \times 5}^2(N) &= \frac{\langle c \rangle}{\langle I \rangle^2} = \frac{\left[ -1 + e^{-\pi Q} + \pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right]^2}{\pi^2 Q^2} \\
&- \frac{4}{N + \sqrt{N}} \frac{1}{2\pi^2 Q^2} \left[ -1 + e^{-\pi Q} + \pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right] \times \\
&\left[ 1 + e^{-4\pi Q} - 2e^{-\pi Q} + 2\pi \sqrt{Q} \left[ -\operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) + \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) \right] \right] \\
&- \frac{4(\sqrt{N} - 2)}{\sqrt{N}(N - 1)} \frac{1}{2\pi^2 Q^2} \left[ -1 + e^{-\pi Q} + \pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right] \times \\
&\left[ e^{-9\pi Q} - 2e^{-4\pi Q} + e^{-\pi Q} + \pi \sqrt{Q} \left[ \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right. \right. \\
&\left. \left. - 4\pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) + 3\pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(3\sqrt{\pi Q}) \right] \right] - \\
&\frac{4(\sqrt{N} - 1)}{N(\sqrt{N} + 1)} \frac{1}{4\pi^2 Q^2} \left[ 1 + e^{-4\pi Q} - 2e^{-\pi Q} + 2\pi \sqrt{Q} \left[ -\operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right. \right. \\
&\left. \left. + \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) \right] \right]^2 - \frac{8(\sqrt{N} - 2)}{N(\sqrt{N} + 1)} \frac{1}{4\pi^2 Q^2} \left[ 1 + e^{-4\pi Q} - 2e^{-\pi Q} \right. \\
&\left. + 2\pi \sqrt{Q} \left[ -\operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) + \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) \right] \right] \times \left[ e^{-9\pi Q} - 2e^{-4\pi Q} \right. \\
&\left. + \pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) - 4\pi \sqrt{Q} (2\sqrt{\pi Q}) + 3\pi \sqrt{(Q)} \operatorname{Erf}(3\sqrt{\pi Q}) \right] \\
&- \frac{4(\sqrt{N} - 2)^2}{N(N - 1)} \frac{1}{4\pi^2 Q^2} \left[ e^{-9\pi Q} - 2e^{-4\pi Q} + e^{-\pi Q} + \pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(\sqrt{\pi Q}) \right. \\
&\left. - 4\pi \sqrt{Q} \operatorname{Erf}(2\sqrt{\pi Q}) + 3\pi \sqrt{(Q)} \operatorname{Erf}(3\sqrt{\pi Q}) \right]^2.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Calculando la raíz cuadrada de la ecuación (3.40) se obtiene la expresión

para el contraste  $K_{5 \times 5}$ . Esta considera las correlaciones entre pixeles vecinos para una sub-matriz de correlación de tamaño  $5 \times 5$  para cualquier ventana deslizante de tamaño  $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$ . En la Figura 3.8 se encuentran graficados el cálculo analítico y numérico para sub-matrices de correlación de tamaño  $1 \times 1$  y  $5 \times 5$  para una ventana deslizante de tamaño  $\sqrt{N} \times \sqrt{N} = 25$ . La curva  $K_{1 \times 1}$  únicamente toma en consideración la auto-correlación de pixeles, mientras que en el caso del contraste  $K_{5 \times 5}$  se considera la correlación del pixel central de la sub-matriz de correlación con el resto de los pixeles vecinos. Se puede observar que el valor del contraste disminuye para tamaños de mota cuya área es mayor que el área del pixel. Este es un resultado importante puesto que cuando se calcula el contraste experimental el valor del contraste disminuye como lo hace la curva  $K_{5 \times 5}$ ; sin embargo, con el modelo que considera únicamente auto-correlación de pixeles el valor del contraste no disminuye como se esperaría.

Es importante mencionar que la expresión obtenida para el contraste  $K_{5 \times 5}$  se puede reducir al modelo propuesto por Goodman [20] considerando únicamente la auto-correlación de pixeles.

### 3.4. Cálculo experimental del contraste

Con la intención de corroborar la viabilidad del cálculo del contraste utilizando una sub-matriz de correlación de tamaño  $5 \times 5$  de la ecuación (3.40) se utilizaron los datos experimentales de un modelo *in-vitro* de piel. El maniquí fue iluminado con un láser de 532 nm y el patrón de speckle generado de dicha iluminación fue grabado con una cámara CCD (Retiga, QImaging, Canadá). Para grabar patrones de speckle con tamaños de mota

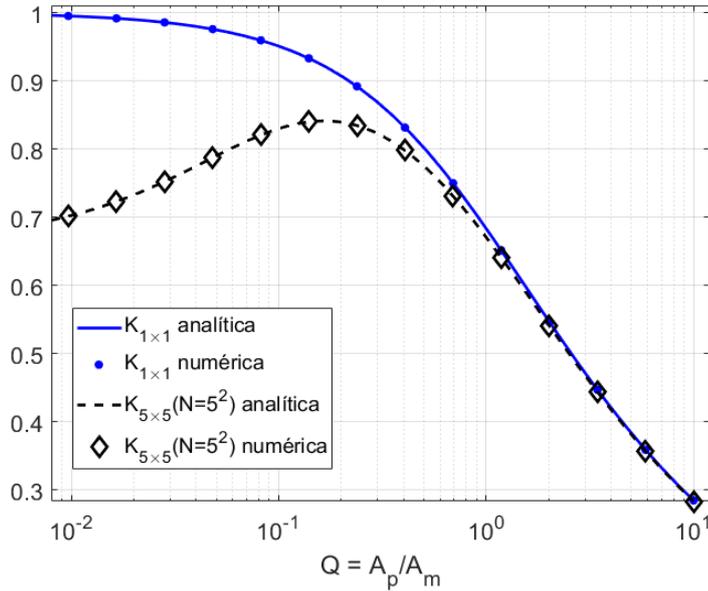


Figura 3.8: Curvas del cálculo analítico y numérico del contraste espacial para sub-matrices de correlación de tamaño  $1 \times 1$  y  $5 \times 5$ .

diferente se varió el número  $f$  de la lente con valores 4, 5.6, 8, 11, 16 y 32. Los datos experimentales fueron analizados con el modelo utilizado propuesto por [20] y comparado con la expresión (3.40) que proponemos para el cálculo del contraste utilizando una sub-matriz de correlación de  $5 \times 5$ ; ambos modelos se encuentran graficados en la Figura 3.9.

Los valores de contraste experimental fueron analizados para una ventana deslizante de tamaño  $N = 5^2$ . La curva  $K_{1 \times 1}$  representa el modelo más conocido y utilizado para el cálculo del contraste; sin embargo, los valores experimentales graficados en puntos sólo concuerdan con este modelo teórico cuando el tamaño de la mota de speckle es entre 3 veces más grande y del mismo tamaño que el pixel. Para motas que son tres veces más grandes que el pixel el cálculo del contraste no concuerda con el modelo  $K_{1 \times 1}$ . En el caso del modelo  $K_{5 \times 5}$  se puede observar en la Figura 3.9 cómo todos los

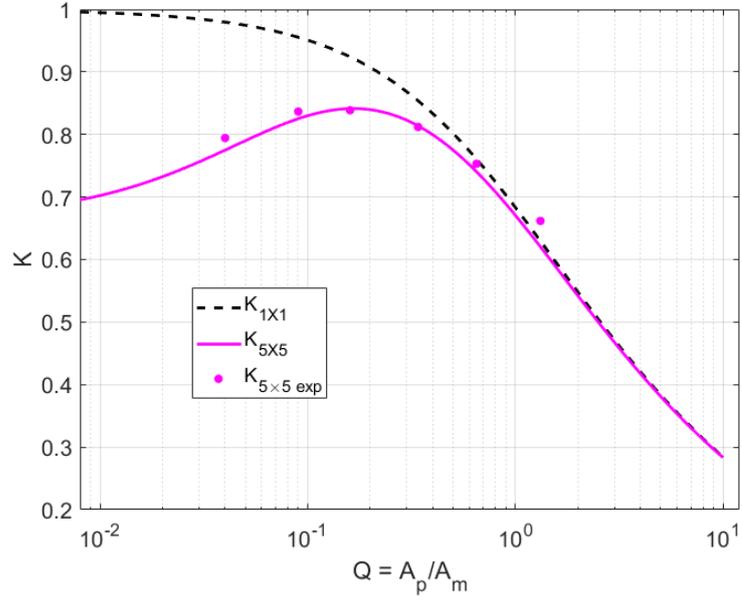


Figura 3.9: Curvas del cálculo analítico y numérico del contraste espacial para sub-matrices de correlación de tamaño  $1 \times 1$  y  $5 \times 5$ .

puntos experimentales para los diferentes tamaños de mota se pegan a la curva teórica.

### 3.4.1. Relación del tamaño de la mota utilizando el modelo de contraste $K_{5 \times 5}$

El tamaño de la mota de speckle se encuentra relacionado con el modelo  $K_{5 \times 5}$  ya que este depende directamente de los diferentes parámetros  $1/\mu_{\eta, \xi}$ , que a su vez dependen del cociente de áreas del pixel y la mota,  $Q$ . Sin embargo,  $Q$  no puede ser directamente despejado de dichos parámetros. Por ello, en este trabajo presentamos un nuevo método para medir el tamaño de la mota de speckle mediante la solución de un sistema de ecuaciones que emplea la ecuación (3.25) del modelo  $K_{5 \times 5}^2(N)$ .

Calculando el contrastes  $K_{5 \times 5}^2(N)$  para  $N = 5^2, 7^2, 9^2, 11^2, 13^2, 15^2$ , respectivamente:

$$K_{5 \times 5}^2(N = 5^2) = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{30} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{12}{120} \frac{1}{\mu_{2,0}} - \frac{16}{150} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{24}{150} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{36}{600} \frac{1}{\mu_{2,2}}, \quad (3.41)$$

$$K_{5 \times 5}^2(N = 7^2) = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{56} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{20}{336} \frac{1}{\mu_{2,0}} - \frac{24}{392} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{40}{392} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{100}{2352} \frac{1}{\mu_{2,2}}, \quad (3.42)$$

$$K_{5 \times 5}^2(N = 9^2) = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{90} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{28}{720} \frac{1}{\mu_{2,0}} - \frac{32}{810} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{56}{810} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{196}{6480} \frac{1}{\mu_{2,2}}, \quad (3.43)$$

$$K_{5 \times 5}^2(N = 11^2) = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{132} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{36}{1320} \frac{1}{\mu_{2,0}} - \frac{40}{1452} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{72}{1452} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{324}{14520} \frac{1}{\mu_{2,2}}, \quad (3.44)$$

$$K_{5 \times 5}^2(N = 13^2) = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{182} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{44}{2184} \frac{1}{\mu_{2,0}} - \frac{48}{2366} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{88}{2366} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{484}{28392} \frac{1}{\mu_{2,2}}, \quad (3.45)$$

$$K_{5 \times 5}^2(N = 15^2) = \frac{1}{\mu_{0,0}} - \frac{4}{240} \frac{1}{\mu_{1,0}} - \frac{52}{3360} \frac{1}{\mu_{2,0}} - \frac{56}{3600} \frac{1}{\mu_{1,1}} - \frac{104}{3600} \frac{1}{\mu_{2,1}} - \frac{676}{50400} \frac{1}{\mu_{2,2}}. \quad (3.46)$$

Escribiendo las ecuaciones (3.41-3.46) en notación matricial obtenemos:

$$\begin{bmatrix} K_{5 \times 5}^2(5^2) \\ K_{5 \times 5}^2(7^2) \\ K_{5 \times 5}^2(9^2) \\ K_{5 \times 5}^2(11^2) \\ K_{5 \times 5}^2(13^2) \\ K_{5 \times 5}^2(15^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0,1333 & -0,1000 & -0,1067 & -0,1600 & -0,0600 \\ 1 & -0,0714 & -0,0595 & -0,0612 & -0,1020 & -0,0425 \\ 1 & -0,0444 & -0,0389 & -0,0395 & -0,0691 & -0,0302 \\ 1 & -0,0303 & -0,0273 & -0,0275 & -0,0496 & -0,0223 \\ 1 & -0,0220 & -0,0201 & -0,0203 & -0,0372 & -0,0170 \\ 1 & -0,0167 & -0,0155 & -0,0156 & -0,0289 & -0,0134 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\mu_{0,0} \\ 1/\mu_{1,0} \\ 1/\mu_{2,0} \\ 1/\mu_{1,1} \\ 1/\mu_{2,1} \\ 1/\mu_{2,2} \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

el cual es un sistema de ecuaciones de la forma  $[A][1/\mu_{\eta,\xi}] = [K_{5 \times 5}^2(N)]$ . Dado que los valores  $K_{5 \times 5}^2$  son términos constantes, el sistema de ecuaciones descrito por la ecuación (3.47) se puede resolver como se resuelve un sistema de ecuaciones de tipo  $Ax = b$ . Los valores  $K_{5 \times 5}^2(N)$  se pueden obtener mediante el cálculo del contraste experimental para los diferentes tamaños de ventana deslizante y la matriz A es conocida, por lo que al resolver el sistema de ecuaciones se encontrarán valores para los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$ . Una vez encontrados estos parámetros se podrá buscar gráficamente el valor  $Q$  que corresponde al valor  $1/\mu_{\eta,\xi}$ . Finalmente, al conocer el tamaño del pixel será inmediato el despeje del área de la mota de speckle.

Se utilizaron las curvas numéricas de los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  para demostrar el principio de funcionamiento del método que proponemos para la medición del tamaño de la mota de speckle. De la expresión del contraste de la ecuación (3.40) se calcularon los valores de contraste para algún valor de  $Q$  particular para diferentes tamaños de ventana deslizante. Estos valores de contraste se sustituyeron en la ecuación (3.47) y dado que la matriz A es conocida, al resolver el sistema de ecuaciones se obtiene un vector  $[1/\mu_{\eta,\xi}]$ .

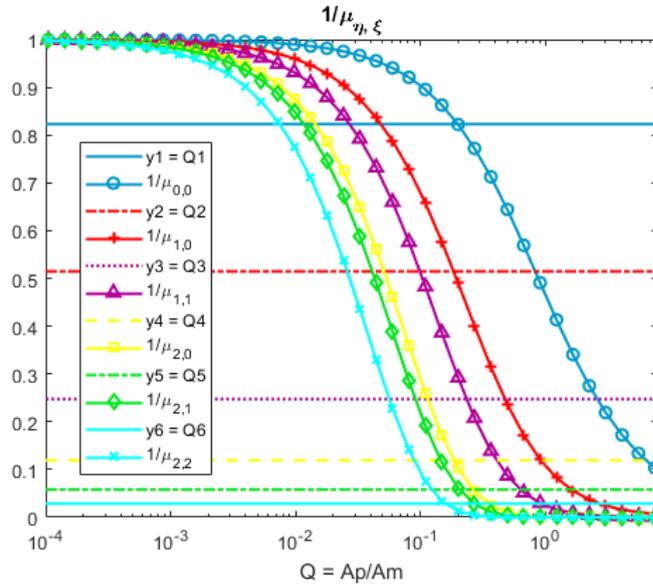


Figura 3.10: Curvas de los diferentes parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  con su respectivo valor  $Q$  encontrado a través de la solución del sistema de ecuaciones propuesto en la ecuación (3.47).

Este vector arroja el valor de los diferentes parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$ , por lo que mediante las curvas analíticas es fácil encontrar el valor  $Q$  correspondiente a cada parámetro. De este modo, se podrán encontrar seis diferentes valores de  $Q$ , uno para cada parámetro  $1/\mu_{\eta,\xi}$  y que se encuentran representados como rectas en la Figura 3.10.

Se resolvió el sistema de ecuaciones de la ecuación (3.47) para diferentes cocientes de área  $Q = A_p/A_m$ . El cálculo se hizo en un rango que abarca tamaños de mota cien veces más grandes y cinco veces más pequeños que el tamaño del pixel. Estos resultados se muestran en la Figura 3.11. En esta se puede observar que para tamaños de mota grandes ( $Q \leq 0,6$ ), el cálculo del tamaño de la mota de speckle es bastante aproximado al cociente  $Q_{real}$ ; sin embargo, para tamaños de mota de speckle que se aproximan al tamaño

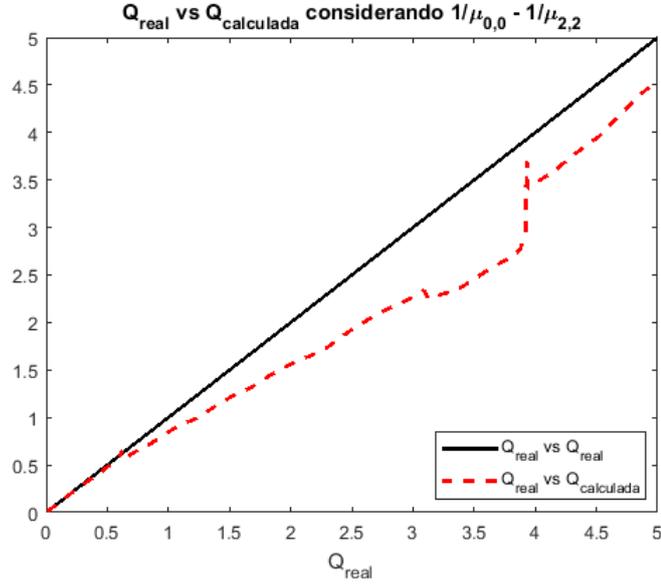


Figura 3.11: Comparación de los cocientes  $Q_{real}$  y  $Q_{calculada}$  obtenida de la solución del sistema de ecuaciones propuesto en la ecuación (3.47).

del pixel o que son menores que este ( $Q > 0,6$ ), el análisis de contraste para una sub-matriz de correlación  $5 \times 5$  falla.

Dado que el cálculo del tamaño de la mota de speckle para el modelo  $K_{5 \times 5}$  presenta una falla en la región donde el tamaño de la mota era más pequeño que el tamaño del pixel ( $Q > 0,6$ ), se consideró hacer un análisis con un menor número de parámetros:  $1/\mu_{0,0}$ ,  $1/\mu_{1,0}$  y  $1/\mu_{1,1}$ . Los resultados de este análisis se muestran en la Figura 3.12. En esta, se muestra que el cálculo del cociente de áreas es mejor en el rango donde la mota de speckle es menor que el tamaño del pixel y que para motas más grandes el cociente  $Q_{calculado}$  dista del cociente  $Q_{real}$ .

Tomando en consideración las Figuras 3.11 y 3.12 se puede concluir que el cálculo del tamaño de la mota de speckle dependerá directamente del número de parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  que se consideren en la medición y del tamaño

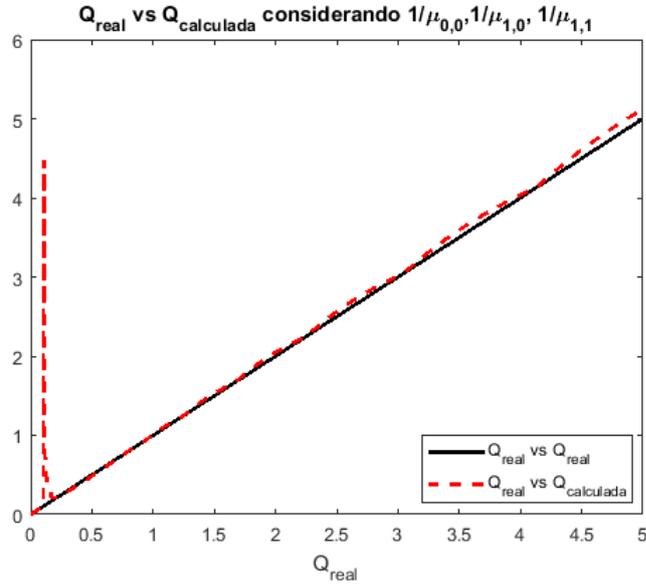


Figura 3.12: Comparación de los cocientes  $Q_{real}$  y  $Q_{calculada}$  obtenida de la solución del sistema de ecuaciones propuesto en (3.47) pero considerando únicamente los parámetros  $1/\mu_{0,0}$ ,  $1/\mu_{1,0}$  y  $1/\mu_{1,1}$ .

de la mota de speckle en sí. Para motas que sean tres veces mayor que el tamaño del pixel conviene calcular el tamaño de la mota utilizando el mayor número de correlaciones posibles. Mientras que, para tamaños de mota pequeño conviene tomar un menor número de correlaciones y que sean las más cercanas al pixel en cuestión. Esto se puede observar en las Figuras 3.13 y 3.14, respectivamente. En estas, se puede observar que los cocientes  $Q_{real}$  y  $Q_{calculada}$  son muy similares en ambos rangos.

### 3.5. Conclusiones

En el presente capítulo se desarrolló la teoría para el cálculo del contraste espacial aplicado a LSCI. Para ello, se analizaron las correlaciones entre pixeles vecinos para una sub-matriz de correlación de tamaño  $5 \times 5$ . Se obtuvieron

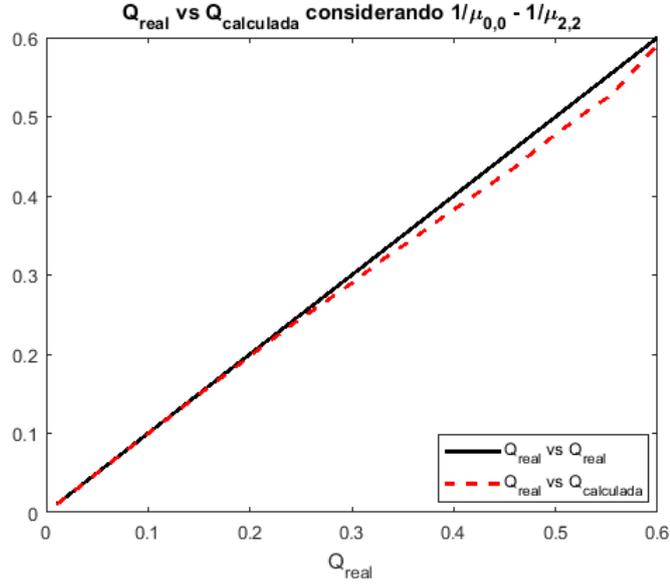


Figura 3.13: Comparación entre cocientes  $Q_{real}$  y  $Q_{calculada}$  utilizando el modelo  $K_{5 \times 5}$  en un rango de  $Q = [0,01, 0,6]$ .

expresiones analíticas para el cálculo del contraste  $K_{5 \times 5}^2(N)$ , así como para los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$ ; los cuáles miden la contribución de cada uno de los diferentes tipos de correlaciones en el cálculo del contraste espacial. Se compararon las expresiones analíticas para el modelo de contraste más utilizado actualmente [20] y el propuesto por nosotros utilizando el análisis de una sub-matriz de correlación de tamaño  $5 \times 5$ . En este, se mostró que el cálculo del contraste disminuye para tamaños de motas de speckle que son mucho mayores que el tamaño del pixel, lo cual no había podido ser demostrado por el modelo actual.

También, se analizaron datos experimentales para obtener el contraste espacial de speckle para una ventana deslizante de tamaño  $N = 5^2$  con diferentes tamaños de mota de speckle. Esto demostró que el contraste de speckle

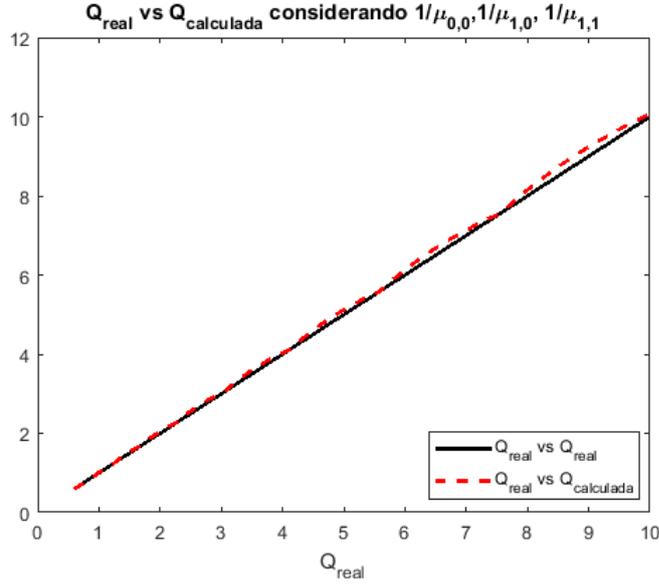


Figura 3.14: Comparación entre cocientes  $Q_{real}$  y  $Q_{calculada}$  utilizando el modelo  $K_{5 \times 5}$  parcialmente, utilizando únicamente los parámetros  $1/\mu_{0,0}$ ,  $1/\mu_{1,0}$  y  $1/\mu_{1,1}$  en un rango de  $Q = [0,6, 5]$ .

experimental se ajusta de mejor manera a la curva obtenida mediante la expresión analítica del contraste de speckle para una sub matriz de correlación de tamaño  $5 \times 5$  ( $K_{5 \times 5}(N)$ ) que con la expresión propuesta en [20].

Además, se utilizó el modelo de contraste de speckle  $K_{5 \times 5}(N)$  para la descripción de un nuevo método de determinación del tamaño de speckle mediante la solución de un sistema de ecuaciones que relaciona los parámetros de correlación  $1/\mu_{\eta,\xi}$  con el cociente de áreas  $Q = A_p/A_m$ . Este método podría ser una solución potencial al problema de resolución que presentan otros métodos de medición del tamaño de la mota de speckle, como el método de la covarianza y correlación normalizada. Mediante la implementación de las curvas analíticas de los parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  se pudo obtener una compara-

tiva entre los cocientes de áreas  $Q_{real}$  y  $Q_{calculada}$ . Se concluyó que el modelo teórico de contraste  $K_{5 \times 5}$  es una posible solución a la medición de la mota de speckle para motas 3 veces mayores que el tamaño del pixel, mientras que el análisis parcial; es decir, con un menor número de parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$  es de mayor utilidad cuando se quieren medir tamaños de mota de speckle de tamaño similar o menores que el tamaño del pixel. Esto tiene sentido, ya que cuando el tamaño de la mota de speckle es muy grande, los pixeles dentro de la sub-matriz de correlación estarán altamente correlacionados, mientras que para tamaños de mota de speckle más pequeños las correlaciones de pixeles que más influyen en la medición son aquellas que se encuentren más cerca de la mota, ya que el resto de las correlaciones únicamente agregará ruido a la medición.

Parte de los resultados de este trabajo fueron presentados en el congreso Optics+Photonics 2018:

Beatriz Coyotl-Ocelotl, Julio César Juárez Ramírez, Rubén Ramos-García, Roger Chiu, Teresita Spezzia-Mazzocco, Julio-Cesar Ramirez-San-Juan, "Speckle contrast calculation based on pixels correlation: spatial analysis", Proceedings of SPIE Vol. 10749, 1074903 (2018)

Contrast temporal analysis using correlation between frames. Julio César Juárez Ramírez, Beatriz Coyotl-Ocelotl, Rubén Ramos-García, Roger Chiu, Teresita Spezzia-Mazzocco, Julio-Cesar Ramirez-San-Juan, Proceedings of SPIE Vol. 10749, 1074904 (2018)

Actualmente se está revisando y corrigiendo un artículo en el que se pre-

sentan el análisis de contraste espacial mediante correlaciones entre pixeles vecinos para una sub-ventana de correlación de  $5 \times 5$  pixeles y que lleva como título:

Correlation between neighbor pixels and its effect on the contrast: Spatial analysis. Julio César Juárez Ramírez, Beatriz Coyotl Ocelotl, Ruben Ramos-García Roger Chiu-Zarate, Julio César Ramírez San Juan.

### 3.6. Referencias

- [1] Peter Lehmann. Surface-roughness measurement based on the intensity correlation function of scattered light under speckle-pattern illumination. *Applied Optics*, 38(7):1144–1152, 1999.
- [2] Geng Zhang, Zhensen Wu, and Yanhui Li. Speckle size of light scattered from 3d rough objects. *Optics Express*, 20(4):4726–4737, 2012.
- [3] Ajay Sadhwani, Kevin T Schomacker, Guillermo J Tearney, and Norman S Nishioka. Determination of teflon thickness with laser speckle. i. potential for burn depth diagnosis. *Applied optics*, 35(28):5727–5735, 1996.
- [4] Dan Chicea. Speckle size, intensity and contrast measurement application in micron-size particle concentration assessment. *The European Physical Journal Applied Physics*, 40:305 – 310, 2007.
- [5] Dan Chicea. An alternative algorithm to calculate the biospeckle size in coherent light scattering experiments. *Romanian Journal of Physics*, 54:147–155, 2009.

- [6] Dan Chicea, Ovidiu Tița, Mihaela Tita, and Lengyel Ecaterina. Estimating wine yeast concentration by far field contrast measurement. *Romanian Journal of Physics*, 59:346–354, 2014.
- [7] Yann Piederrière, J Le Meur, J Cariou, JF Abgrall, and MT Blouch. Particle aggregation monitoring by speckle size measurement; application to blood platelets aggregation. *Optics Express*, 12(19):4596–4601, 2004.
- [8] Y. Piederrière, J. Cariou, Y. Guern, B. Le Jeune, G. Le Brun, and J. Lotrian. Scattering through fluids: speckle size measurement and monte carlo simulations close to and into the multiple scattering. *Optics Express*, 12(1):176–188, 2004.
- [9] Takeaki Yoshimura, Minniu Zhou, Keiji Yamahai, and Zhang Liyan. Optimum determination of speckle size to be used in electronic speckle pattern interferometry. *Applied Optics*, 34(1):87–91, 1995.
- [10] Phillip Reu. All about speckles: Speckle size measurement. *Experimental Techniques*, 38, 2014.
- [11] J.C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Topics in applied physics. Springer-Verlag, 1984.
- [12] J. C. Ramirez-San-Juan, R. Ramos-Garcia, G. Martinez-Niconoff, and B. Choi. Simple correction factor for laser speckle imaging of flow dynamics. *Optics Letters*, 39(3):678–681, 2014.
- [13] Terri L. Alexander, James E. Harvey, and Arthur R. Weeks. Average speckle size as a function of intensity threshold level: comparison of experimental measurements with theory. *Applied Optics*, 33(35):8240–8250, 1994.

- [14] O. Carvalho, B. Clairac, M. Benderitter, and L. Roy. Statistical speckle study to characterize scattering media: use of two complementary approaches. *Optics Express*, 15(21):13817–13831, 2007.
- [15] Y. Piederrière, F. Boulvert, J. Cariou, B. Le Jeune, Y. Guern, and G. Le Brun. Backscattered speckle size as a function of polarization: influence of particle-size and -concentration. *Optics Express*, 13(13):5030–5039, 2005.
- [16] Dan Chicea. Biospeckle size and contrast measurement application in particle sizing and concentration assessment. *Romanian Journal of Physics*, 52:625–632, 2007.
- [17] Ivana Hamarová, Petr Šmíd, Pavel Horváth, and M Hrabovsky. Methods for determination of mean speckle size in simulated speckle pattern. *Measurement Science Review*, 14:177–182, 2014.
- [18] T. Wu, S. Chu, M. Zhou, Y. Bi, B. Wang, H. Cheng, Y. Wang, S. Yan, C. Ye, M. Zhang, and S. Wang. Measurement of speckle size in laser display. In *2009 Symposium on Photonics and Optoelectronics*, pages 1–4, 2009.
- [19] S. E. Skipetrov, J. Peuser, R. Cerbino, P. Zakharov, B. Weber, and F. Scheffold. Noise in laser speckle correlation and imaging techniques. *Optics Express*, 18(14):14519–14534, 2010.
- [20] J.W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications*. Roberts & Company, 2007.



# Capítulo 4

## Control de propagación de luz estructurada a través de medios altamente esparcidos

### 4.1. Introducción

La propagación de luz en un medio altamente esparcido es de gran utilidad en diferentes áreas como la biología [1] y la astronomía [2]. Sin embargo, el propagar luz a través de un medio opaco representa un problema desafiante debido a que la luz no se propaga de la misma manera en un medio opaco que en un medio transparente. La propagación de la luz en un medio opaco se ve afectada fuertemente por la estructura microscópica del medio. La distancia media en la que la luz se puede propagar sin que su dirección de propagación se vuelva aleatoria debido a la interacción con la estructura microscópica del medio, se conoce como trayectoria media libre  $l$  y se define como [3]:

$$\frac{1}{Tr} = \frac{L + z_1 + z_2}{l + z_1} \quad (4.1)$$

Donde  $Tr$  es la transmisión total de luz,  $L$  es el grosor del medio opaco y  $z_1$  y  $z_2$  son las longitudes de extrapolación del medio opaco que dependen de las condiciones de frontera del medio, particularmente del índice de refracción en la entrada y la salida de este [4]. La ecuación (4.1) es válida para medios con una geometría de bloque; es decir, geometrías en las que la distancia que recorrerá la luz en la dirección de propagación es mucho menor que las longitudes de la superficie en la que incide la luz [3].

La trayectoria media libre definirá tanto la transmisión, como qué tan fuerte será esparcida la luz dentro del medio opaco. Existen dos tipos de esparcimiento: esparcimiento de Rayleigh y esparcimiento de Mie. El esparcimiento de Rayleigh se presenta cuando los esparcidores ópticos son aproximadamente quince veces menores que la longitud de onda  $\lambda$  que incide sobre el objeto [5]. La luz es absorbida por el esparcidor y después es reemitida en una longitud de onda diferente. La intensidad de luz esparcida es proporcional a  $1/\lambda^4$ ; es decir, mientras más grande sea la frecuencia de la luz incidente esta será más fuertemente esparcida. Por el contrario, en el caso del esparcimiento de Mie, los esparcidores son de tamaño comparable a  $\lambda$  y el esparcimiento no depende de esta, la misma longitud que incide sobre el esparcidor es reemitida [5].

Dentro del objeto opaco la luz esparcida podrá interferir con ella misma aún cuando la luz haya sido redireccionada miles de veces. A pesar de este redireccionamiento múltiple, la luz no pierde sus propiedades de coherencia (siempre y cuando el medio sea estático), por lo que esta puede cargar infor-

mación y transportarla a través de medios altamente esparcidos [6]. En la última década varios grupos de investigación han trabajado en el desarrollo de una nueva técnica denominada modelado de frente de onda (WFS por sus siglas en inglés) [7], [8] y [9]. Esta técnica permite controlar la propagación de luz a través de medios altamente esparcidos, además de la visualización de objetos ocultos tras estos [10]. El modelado de frente de onda busca compensar los desfases introducidos por el medio esparcido mediante algoritmos de optimización de elementos de fase [11] para recuperar la información que se tenía previo a la propagación de la luz a través del medio esparcido. En 2016, Malavalli *et al* [12] utilizaron el trabajo propuesto en la referencia [11] para mostrar que el enfoque de luz a través de un medio opaco podía ser transformado en un arreglo de múltiples puntos focales, con lo que demostraban que podían hacer pasar luz estructurada a través de un medio opaco. En este capítulo enfocaremos nuestro interés en el control de la propagación de luz a través de medios altamente esparcidos. Particularmente, nos enfocaremos en el control de propagación de luz estructurada. Para ello implementaremos un arreglo experimental en el que utilizaremos un algoritmo secuencial de optimización de fase propuesto por Vellekoop [11] que nos permita enfocar luz a través de un medio altamente esparcido y la síntesis de hologramas generados computacionalmente cuya fase será agregada al elemento de fase generado por el algoritmo secuencial.

## 4.2. Algoritmo secuencial y factor de mejora

Antes de comenzar con el análisis teórico de la propagación de luz estructurada a través de medios altamente esparcidos, es necesario poner en contexto el funcionamiento del algoritmo secuencial y la medición de su fac-

tor de mejora. Consideremos una configuración que nos permita el control de la propagación de la luz a través de un medio esparcidor; básicamente debe estar conformado por una fuente de iluminación, un modulador espacial de luz (SLM), un medio esparcidor, un detector y un programa de control como el que se muestra en la Figura 4.1. El programa de control en conjunto con el modulador espacial de luz y el detector formarán un sistema de retroalimentación para enfocar la luz en una región de interés particular. Utilizando el algoritmo secuencial de [11] se desarrollará un elemento de fase que será desplegado en el modulador espacial de luz y que permitirá obtener un punto focal en la superficie del detector.

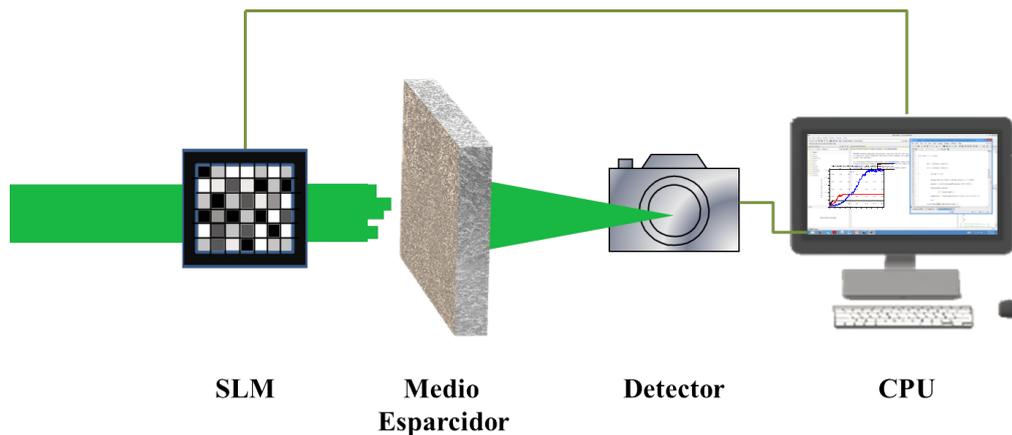


Figura 4.1: Configuración para controlar la propagación de la luz.

Para la construcción del elemento de fase consideremos una matriz  $T$  de  $N \times N$  macropíxeles donde  $N$  puede valer  $2^n$  con  $n = \{1, 2, 3, \dots\}$ . La matriz  $T$  es un elemento de niveles de grises generado computacionalmente y que al desplegarse en el SLM se convertirá en un elemento de fase al que denominaremos como  $\phi$ . La fase de cada macropíxel será modificada individualmente considerando  $m$  cambios de nivel de gris, a los cuales denominaremos valores

prueba. Estos últimos tomarán valores discretos en un rango de 0 a 255 que nos permitan modular la fase de 0 a  $2\pi$ .

Considerando el  $n$ -ésimo macropíxel de la matriz  $T$ , se le asignará el valor de cada valor prueba y medirá la intensidad correspondiente en la región de interés mediante el detector. Una vez que el macropíxel haya probado el nivel gris de cada valor prueba y medido sus correspondientes intensidades, se comparará cuál valor prueba proporcionó la máxima intensidad en la región de interés. Ese será el nivel de gris asignado al macropíxel en cuestión y continuará con el macropíxel  $n + 1$  hasta terminar con los  $N \times N$  macropíxeles, como se muestra en la Figura 4.2.

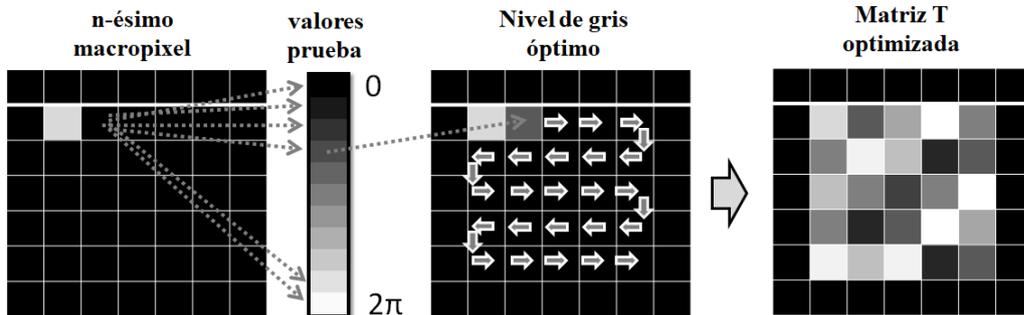


Figura 4.2: Representación esquemática del algoritmo secuencial propuesto en [11]

Al terminar con la optimización de los  $N^2$  macropíxeles de la matriz  $T$ , se espera obtener un elemento de fase que nos permita observar un punto focal en la región de interés. Para cuantificar la convergencia del algoritmo secuencial es necesario medir la intensidad en términos del nivel de gris registrado por el detector antes y durante la optimización. El parámetro que cuantifica la convergencia se denomina factor de mejora:

$$\rho = \frac{\langle G_{n-\acute{e}simo} \rangle}{\langle G_0 \rangle}, \quad (4.2)$$

donde  $\langle G_{n-\acute{e}simo} \rangle$  será el nivel de gris promedio registrado por el detector tras fijar el valor prueba óptimo para el  $n$ -ésimo macropixel y  $\langle G_0 \rangle$  será el nivel de gris promedio registrado por el detector antes de empezar la optimización; ambos medidos sobre la región de interés.

### 4.3. Análisis teórico del control de propagación de luz estructurada en medios altamente esparcidos

Consideremos el elemento de fase  $\phi$  optimizado mediante la implementación del algoritmo secuencial propuesto en [11] descrito en la sección anterior a esta. Este, permite que las ondas que inciden sobre el SLM sean redireccionadas de manera particular interfiriendo constructivamente en un punto sobre el detector. Esto permitira que el medio esparcidor actúe como una lente de esparcimiento o lente opaca [13].

El campo eléctrico producido por el elemento de fase generado con el modulador espacial de luz será:

$$E = E_0 e^{i\phi}, \quad (4.3)$$

por lo tanto, el campo en el plano focal del detector de acuerdo a [14] será integrado sobre el campo de esparcimiento a la salida del medio esparcidor:

$$E_D = \iint_s E t_n g(r_D - r_s) d^2 r_s, \quad (4.4)$$

donde  $t_n$  es el coeficiente del arreglo óptico para transmitir luz desde cada segmento del modulador a la salida del plano del medio esparcidor y  $g(r_D - r_s)$  es la función de Green en el aire que describe la propagación de la luz del plano del medio al plano del detector. Para un proceso aleatorio estacionario; como lo es el patrón de speckle a la salida del medio esparcidor, la forma del foco formado sobre el detector será la misma que la de la función de autocorrelación del speckle de fondo [15]. Esto, fue demostrado experimentalmente en [14] comparando el tamaño y la forma del foco reconstruido mediante el elemento de fase  $\phi$  y la autocorrelación del speckle de fondo, concluyendo que ambos tenían la misma forma y tamaño.

El propagar luz a través de un medio altamente esparcidor se puede entender mediante el teorema de convolución [16], el cuál establece que para dos funciones  $p(x, y)$  y  $q(x, y)$ , sus transformadas de Fourier son  $\mathcal{F}\{p(x, y)\} = \mathcal{P}(k_x, k_y)$  y  $\mathcal{F}\{q(x, y)\} = \mathcal{Q}(k_x, k_y)$ , respectivamente. Por lo tanto el teorema de convolución se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{p * q\} &= \mathcal{F}\left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} p(x, y) q(x - \alpha, y - \beta) dx dy \right\} \\ &= \mathcal{P}(k_x, k_y) \mathcal{Q}(k_x, k_y), \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde  $*$  denota la operación convolución y  $k_x$  y  $k_y$  son las frecuencias en el plano de Fourier. En el caso del campo  $E_D$  en el plano del detector; descrito en la ecuación campo (4.4), su transformada de Fourier se puede escribir como  $\mathcal{F}\{E_D(x, y)\} = \mathcal{E}(k_x, k_y)$  al convolucionar el campo con una función  $p(x, y)$ , el teorema de convolución se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{E_D * p\} &= \mathcal{F}\left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} E_D(x, y)p(x - \alpha, y - \beta)dxdy \right\} \\ &= \mathcal{E}(k_x, k_y)\mathcal{P}(k_x, k_y), \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde de acuerdo a [12],  $\mathcal{E}(k_x, k_y) = Et_n g(r_D - r_s)$  y como  $t_n$  y  $g(r_D - r_s)$  no se alteran  $\mathcal{F}\{E_D * p\} = E\mathcal{P}(k_x, k_y)$ . Lo cual significa que la fase que transporte la información de la luz estructurada estará dentro de  $\mathcal{P}(k_x, k_y)$ .

## 4.4. Hologramas generados computacionalmente

El desarrollo y avance tecnológico computacional permitió la creación de la holografía digital [17], la cual nos permite generar hologramas por computadora o hologramas sintéticos mediante diferentes métodos numéricos, como los reportados en [18]. Existen diferentes tipos de hologramas generados por computadora (CGH por sus siglas en inglés): de solo amplitud, de solo fase y de amplitud y fase. Para los fines de este trabajo, nos interesan particularmente los hologramas de solo fase.

El campo óptico generado por un holograma puede ser representado por:

$$p(x, y) = A(x, y)e^{i\phi_1(x, y)} \quad (4.7)$$

donde  $A(x, y)$  y  $\phi_1(x, y)$  son la amplitud y la fase del campo, respectivamente. Mientras que la transmitancia del holograma generado computacionalmente se puede expresar como:

$$h(x, y) = e^{i\psi(x, y)}, \quad (4.8)$$

donde  $\psi(x, y)$ :

$$\psi(x, y) = \psi(A(x, y), \phi_1(x, y)). \quad (4.9)$$

La función  $\psi(x, y)$  será la función que dependerá de la fase y que nos permita codificar el campo complejo  $p(x, y)$ .

## 4.5. Simulación de la propagación de luz estructurada a través de medios altamente esparcidos

Se simuló la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcido. Para ello, se utilizó un algoritmo de propagación basado en el modelo de difracción de Fresnel. Dado que el algoritmo secuencial es un algoritmo iterativo, el elemento de fase  $\phi$  simulado se generó con el siguiente procedimiento. El frente de onda generado en el plano de modulación de  $\phi$  se propagó hasta el plano de incidencia del medio esparcido; el cual fue simulado generando una matriz aleatoria  $M_a$  del mismo tamaño que  $\phi$ .

El frente de onda resultante a la salida del medio esparcidor se obtuvo de multiplicar el frente de onda incidente con la matriz aleatoria. Este frente de onda se propagó hasta el plano de detección en donde la señal resultante era medida de modo que generara la máxima intensidad en la región de interés. Dicha señal retroalimentó el algoritmo secuencial y se usó para actualizar el elemento de fase  $\phi$ . Una vez actualizado el elemento de fase, el proceso era repetido. El frente de onda actualizado en el plano del modulador espacial de luz se propagó al plano incidente del medio esparcidor, el frente de onda se multiplicó por la matriz del medio esparcidor y se midió la señal en el plano de detección hasta optimizar completamente el elemento de fase  $\phi$ .

En la Figura 4.3 se presentan los resultados de la simulación para el enfoque de luz a través de un medio esparcidor. Se puede notar que la fase al salir del medio esparcidor concuerda con la fase de una lente, por lo que confirma que el medio esparcidor actúa como una lente de esparcimiento o lente opaca.

De acuerdo con [12], una vez que el elemento de fase  $\phi$  ha sido optimizado, se debe agregar la fase que corresponde al haz que queremos propagar a través del medio esparcidor. Este proceso se puede observar en la Figura 4.4. Se observa que la simulación de la propagación de haces a través de medios altamente esparcidores parece funcionar. Los resultados de estas simulaciones también se pueden encontrar en [19].

## 4.6. Implementación experimental

En esta sección se presenta la implementación experimental para la optimización del elemento de fase  $\phi$  que permite el enfoque de luz a través de

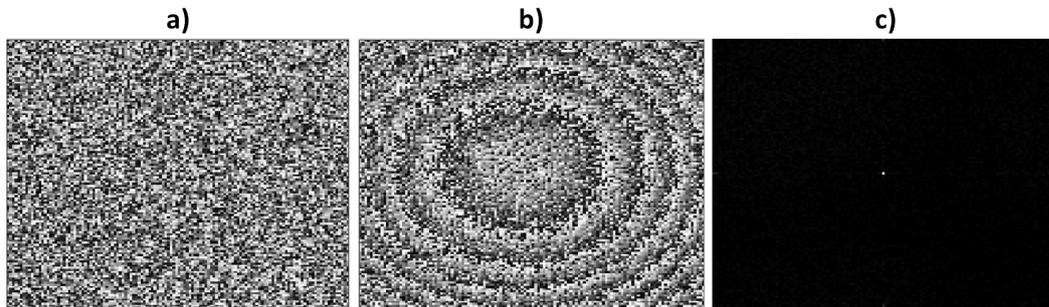


Figura 4.3: Simulación de la propagación de luz coherente de 532 nm a través de un medio esparcidor, utilizando el algoritmo secuencial propuesto por [11] donde a) es el elemento de fase  $\phi$  obtenido después de la optimización, b) es la fase del frente de onda resultante a la salida del medio esparcidor y c) es el punto focal en el plano de detección.

un medio altamente esparcidor. Además, se presenta la caracterización del modulador espacial de luz y su empleo en la generación de las máscaras de fase que se agregarán al elemento  $\phi$  después de haber sido optimizado.

#### 4.6.1. Caracterización del modulador espacial de luz

Los moduladores espaciales de luz tienen la capacidad de modular en amplitud, fase o amplitud y fase. Independientemente del tipo de modulación que puedan realizar, cada modulador debe ser caracterizado ya sea en fase, amplitud o amplitud y fase. Con esto se asegurará su rango de modulación según la longitud de onda empleada para su iluminación. En este trabajo se utilizó el modulador HAMAMATSU (LCOSSLM X10468-04) de cristal líquido nemático con una resolución de  $600 \times 792$  píxeles, cada uno con un ancho de  $20 \mu\text{m}$ . Para su caracterización se utilizó el método propuesto en [20]. Este método aprovecha las propiedades difractivas del efecto fraccional Talbot. Mediante el análisis de la distribución de intensidad generada por

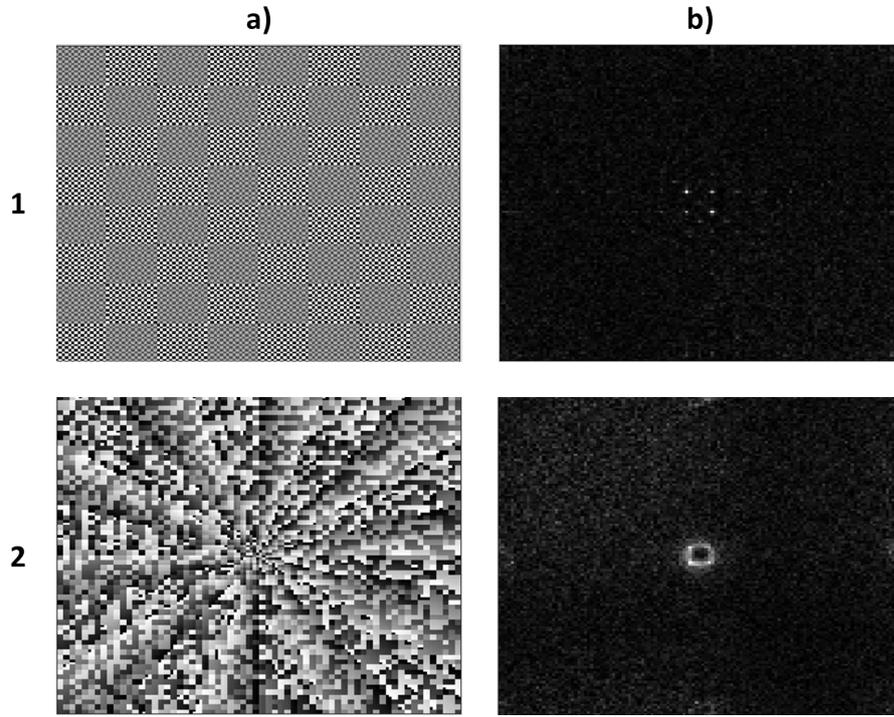


Figura 4.4: Simulación de la propagación de luz estructurada a través de un medio esparcidor. Al elemento de fase  $\phi$  se le agregó la fase del haz que se deseaba propagar; es decir 1a) y 2a), a través del medio esparcidor y posteriormente hasta el plano del detector 1b) y 2b), respectivamente.

rejillas binarias (generadas computacionalmente) de transmitancia compleja a la distancia  $z = Z_T/4$ , donde  $Z_T$  es la distancia de auto-imagen de Talbot. Gracias a este efecto, la distribución de intensidad generada por las rejillas binarias será igual a la transmitancia compleja desplegada en el modulador espacial de luz.

Las rejillas constaron de una celda básica como se puede apreciar en la Figura 4.5, la cual estaba compuesta por dos franjas de diferente valor de amplitud y de fase. La primera franja tenía una amplitud  $G_1$  y la segunda

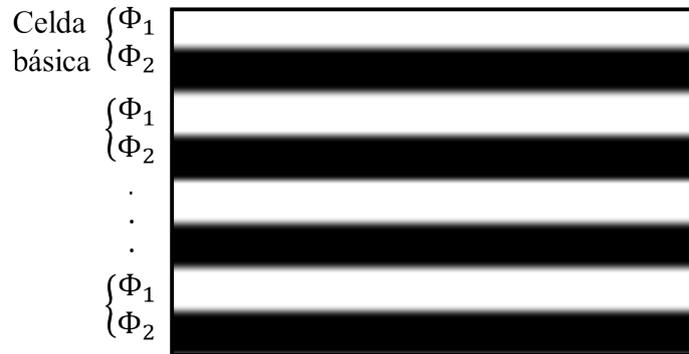


Figura 4.5: Representación esquemática de la celda básica de cada rejilla empleada en la caracterización del modulador.

una amplitud  $G_2$ . En cuanto a la fase,  $\Phi_1$  era la fase correspondiente a la primera franja y la segunda tenía un valor  $\Phi_2$ . Para cada una de las franjas se asignó un nivel de gris diferente de modo que la diferencia de amplitudes entre las franjas generó escalones de fase. Fue necesario mantener una franja con un nivel de gris fijo en la celda básica mientras que el otro se debió variar para generar una diferencia de fase  $\Phi$ .

Para la caracterización del modulador HAMAMATSU (LCOSSLM X10468-04) se utilizó un arreglo experimental como el que se muestra en la Figura 4.6. Este arreglo constó de un láser ( $\lambda = 532$  nm), una placa retardadora ( $\lambda/2$ ), un cubo divisor polarizado, un colimador, el modulador espacial de luz y una cámara CCD colocada a la distancia  $z = Z_T/4$ .

El rango aproximado de modulación en fase del modulador espacial de luz se obtuvo de analizar la distribución de intensidad periódica que generó cada rejilla. Para ello se analizó la visibilidad  $V$  de las franjas, la cual está dada por:

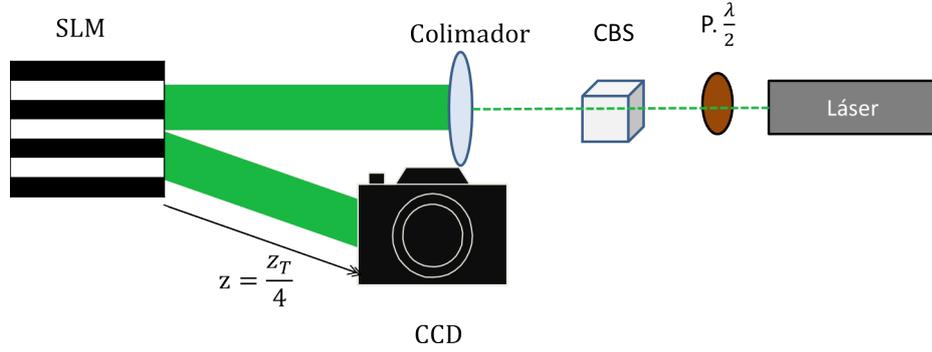


Figura 4.6: Representación esquemática del arreglo experimental empleado para la caracterización del modulador espacial de luz.

$$V = \frac{2G_1G_2}{G_1 + G_2} \text{sen}(\Phi) \quad (4.10)$$

donde  $\Phi(x, y)$  representa el escalón de fase que generan las franjas de la celda básica.

#### 4.6.2. Codificación de máscaras de fase

Existen diferentes métodos para la codificación de las máscaras de fase que generan el campo  $p(x, y)$ . La mayoría de estos métodos son métodos iterativos [18] que permiten optimizar una determinada fase inicial hasta obtener una fase optimizada que permita la generación del campo  $p(x, y)$ . En este trabajo se emplearon HGC del tipo kinoformo. Particularmente, se utilizaron algunos de los haces generados en [21]. El objetivo de estos HGC fue el codificar haces escalares  $\psi(r, \theta)$ , donde  $r$  y  $\theta$  son las coordenadas polares para codificar haces con simetría radial como los que fueron empleados en este trabajo.

$T(r, \theta) = a [e^{2i\pi u_0 x} \psi_+(r, \theta) - e^{-2i\pi u_0 x} \psi_-(r, \theta)]$  fue la función empleada para codificar un haz vectorial, la cual depende de  $\psi(r, \theta)$  y donde  $a$  es una constante de normalización. La transformada de Fourier será  $\mathcal{T}$ . En el plano de Fourier los haces estarán centrados en  $\pm 2\pi u_0$ , respectivamente. Debido a esto se requerirá de un filtraje en el plano de Fourier para la observación de los haces  $\psi(r, \theta)$ . El análisis teórico y experimental detallado para la codificación de estos haces se encuentra en [21]. Los parámetros empleados en la generación de los haces fueron  $u_0 = \Delta u/6,65$  y  $\Delta u = 1/20\mu\text{m}$ , los cuales son parámetros que tienen que ver con el modulador espacial de luz.

### 4.6.3. Sincronización modulador-detector

El tiempo de sincronización modulador-detector es un factor importante ya que el tiempo de actualización del detector puede ser mayor o menor al tiempo de actualización del modulador. Para ello se realizó una prueba de caracterización del tiempo óptimo de despliegue de una imagen en el modulador y el tiempo de captura y grabado del detector.

La prueba consistió en enviar una secuencia de imágenes numeradas al SLM y tomar una fotografía de la distribución de intensidad. Se ocupó un tiempo pausa para tener control sobre el tiempo entre el despliegue de una imagen y su respectiva captura con el detector. Con esto se aseguró que el despliegue y captura de cada imagen no interfiriera con el de ninguna otra. La prueba de sincronización de tiempo se realizó en MATLAB dado que el control de la cámara y el modulador espacial de luz se maneja desde ese mismo software. El tiempo mínimo de acoplamiento modulador-cámara fue de 0.17 segundos.

#### 4.6.4. Arreglo experimental para el enfoque de luz a través de un medio altamente esparcidor

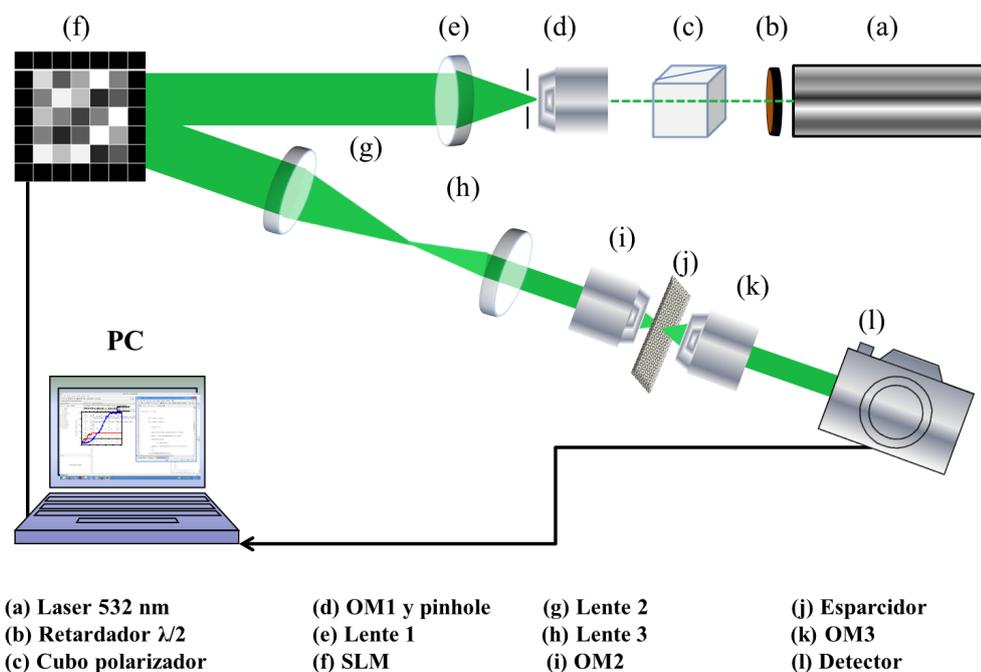


Figura 4.7: Representación esquemática del arreglo experimental empleado para enfocar luz a través de un medio altamente esparcidor.

El arreglo experimental empleado en el enfoque de luz a través de un medio altamente esparcidor fue muy similar a los empleados en [8], [9] y [13]. La representación esquemática del arreglo experimental se puede ver en la Figura 4.7. Se utilizó un láser de 532 nm de longitud de onda, una placa retardadora de media onda en conjunto con un cubo divisor polarizado para controlar la potencia incidente sobre el SLM; además de asegurar que la polarización fuera lineal horizontal, ya que el SLM requería esa polarización para su correcto funcionamiento. También, se utilizó un objetivo de microscopio 5X en conjunto con un pinhole para filtrar el haz espacialmente y expandir

el haz. Se colocó una lente de distancia focal de 20 cm para colimar el haz y así poder generar una onda plana que incidía directamente sobre el SLM. El modulador reflejaba el haz incidente a un ángulo de aproximadamente  $8^\circ$  medidos sobre el eje óptico. El haz reflejado pasaba por un arreglo telescópico de-magnificador construido con la lente 2 y 3, con distancias focales de 20 y 15 cm, respectivamente. El haz de-magnificado entraba a un objetivo de microscopio de 20X, el cual enfocaba el haz sobre el medio esparcidor y la luz esparcida era captada por un segundo objetivo de microscopio de 20X. Finalmente, se colocó una cámara CCD (Retiga 2000R monocromática de  $1200 \times 1600$  pixeles de  $7.4 \mu\text{m}$  de ancho). La muestra utilizada como medio esparcidor fue la cinta scotch 3M la cual tenía un espesor de  $114 \mu\text{m}$ .

#### **4.6.5. Arreglo experimental para la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor**

El arreglo experimental empleado para la observación de los haces estructurados a través de un medio altamente esparcidor fue muy similar al arreglo experimental utilizado para el enfoque de luz mostrado previamente. La principal diferencia fue que al momento de desplegar el elemento de fase optimizado  $\phi$  junto con la fase del haz a propagar se colocó un filtro espacial en el plano de Fourier para filtrar el orden de difracción -1 y considerando el arreglo propuesto en [12] se colocó una lente de 10 cm de distancia focal.

### **4.7. Resultados**

En esta sección se muestran los diferentes resultados obtenidos para la caracterización del modulador espacial de luz, el enfoque de luz a través de

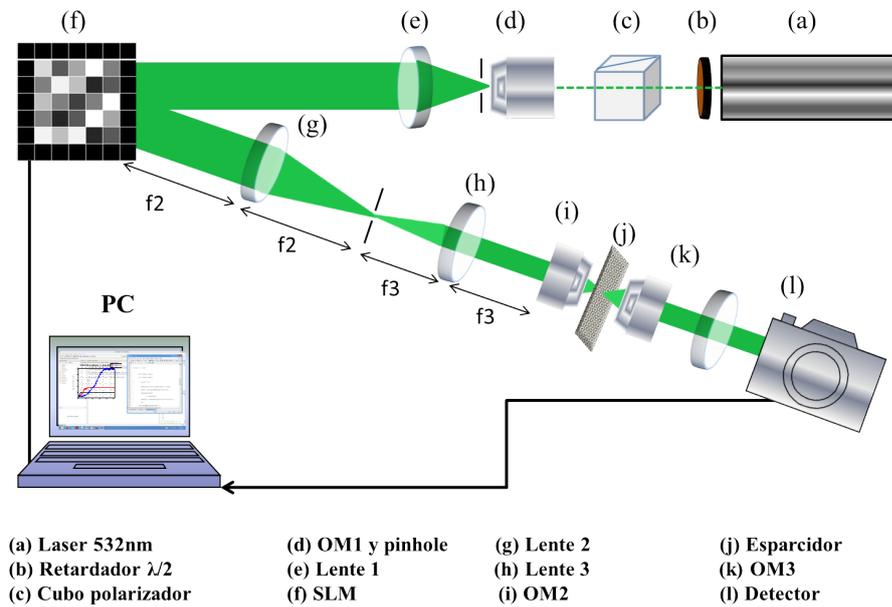


Figura 4.8: Representación esquemática del arreglo experimental empleado para propagar luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor.

un medio altamente esparcidor y finalmente, los resultados obtenidos para la propagación de luz estructurada a través de un medio esparcidor.

#### 4.7.1. Curva de caracterización

El resultado de la caracterización del modulador espacial de luz será una curva de caracterización que nos permita identificar el nivel de fase que corresponde a cada nivel de gris utilizado en la codificación de máscaras de fase. La caracterización del modulador espacial de luz se llevó a cabo siguiendo el método implementado en [20]. Este método evalúa la visibilidad de la distribución de intensidad generada por diferentes rejillas binarias. En este trabajo se utilizaron 52 rejillas de fase y se midió su distribución de intensidad a la distancia  $z = Z_T/4 \approx 33,83$  cm. Dado que las distribuciones de intensidad no estaban siempre bien delimitadas se elaboraron máscaras de fase para identi-

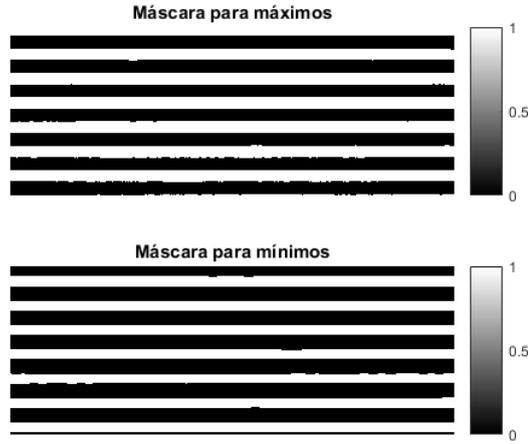


Figura 4.9: Máscaras para identificar máximos y mínimos en las diferentes distribuciones de intensidad generadas con las rejillas binarias.

ficar máximos y mínimos, estas imágenes se basaron en la imagen que tenía mayor contraste y son las que se muestran en la Figura 4.9. Las imágenes obtenidas fueron como las que se muestran en la Figura 4.10.

La visibilidad experimental fue calculada utilizando la expresión de visibilidad para franjas de interferencia [5]:

$$V = \frac{\langle G_{max} \rangle - \langle G_{min} \rangle}{\langle G_{max} \rangle + \langle G_{min} \rangle}. \quad (4.11)$$

Utilizando la ecuación (4.11) y la expresión de la ecuación (4.10), se puede obtener la curva de caracterización de fase del modulador espacial de luz que se muestra en la Figura 4.11.

El rango de modulación encontrado siguiendo el método de caracterización propuesto en [20] fue de  $0-2\pi$ . Este es el rango de modulación de fase adecuado para la implementación del algoritmo secuencial en el enfoque de luz a través de un medio esparcidor.

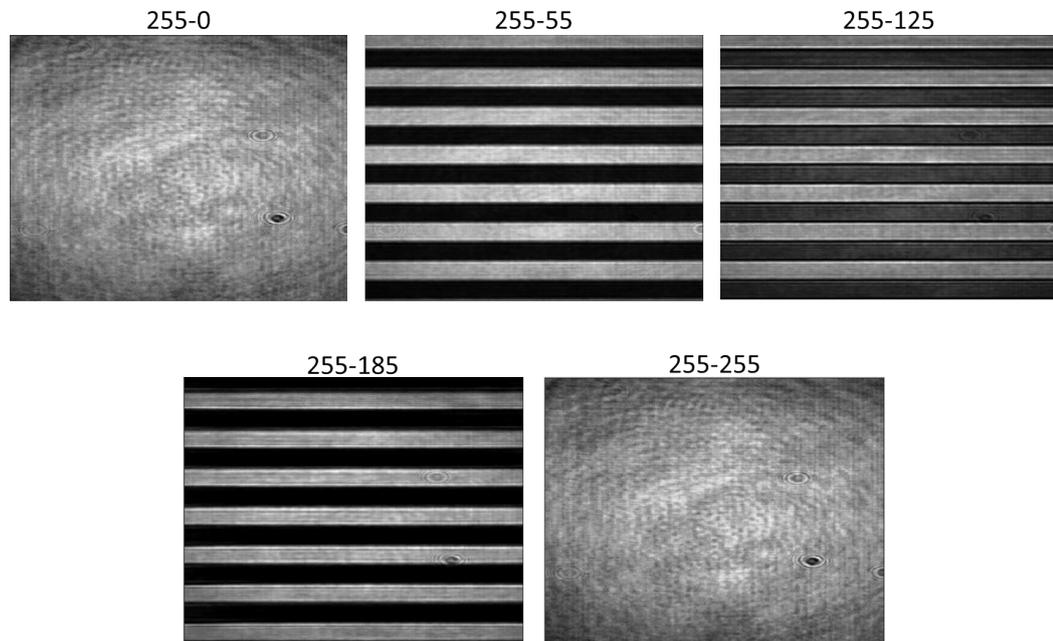


Figura 4.10: Imágenes de la distribución de intensidad para cinco diferentes rejillas binarias cuya celda básica se encuentra indicada arriba de cada imagen.

#### 4.7.2. Resultados de la propagación de iluminación estructurada a través del medio esparcidor

El enfoque de luz a través de un medio altamente esparcidor se logró realizar mediante la implementación del algoritmo secuencial propuesto por Vellekoop [11] en MATLAB. Se implementó un programa de control, este seleccionaba la región de interés dentro de una región de  $10 \times 10$  píxeles. Particularmente, se seleccionaron regiones cuya intensidad promedio fuera mínima para poder notar con mayor claridad el efecto de enfoque. La región de interés en este caso fue una región de 1 píxel en la región central de la CCD. Antes de optimizar el elemento de fase  $\phi$  se desplegaron diferentes fases que generaban diferentes tipos de haces estructurados. Estos haces fueron

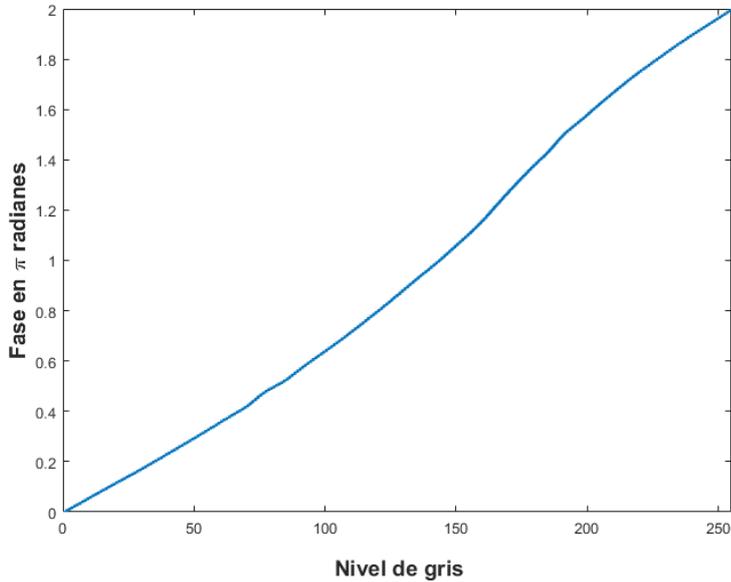


Figura 4.11: Curva de caracterización de fase del modulador espacial de luz HAMAMATSU LCOSSLM X10468-04 para  $\lambda = 532$  nm.

capturados en una región de  $100 \times 100$  píxeles de la cámara CCD, como se muestra en la Figura 4.12.

El elemento que permitió el enfoque de luz a través del medio altamente esparcidor se encuentra en la Figura 4.13.

El elemento  $\phi$  más la fase correspondiente a cada tipo de haz se encuentran en la Figura 4.14. Las distribuciones de intensidad correspondientes a la transmisión de cada haz a través del medio altamente esparcidor se encuentran en la Figura 4.15.

## 4.8. Discusión y conclusiones

En este capítulo se mostraron los resultados obtenidos de la implementación experimental del enfoque de luz y la propagación de luz estructurada

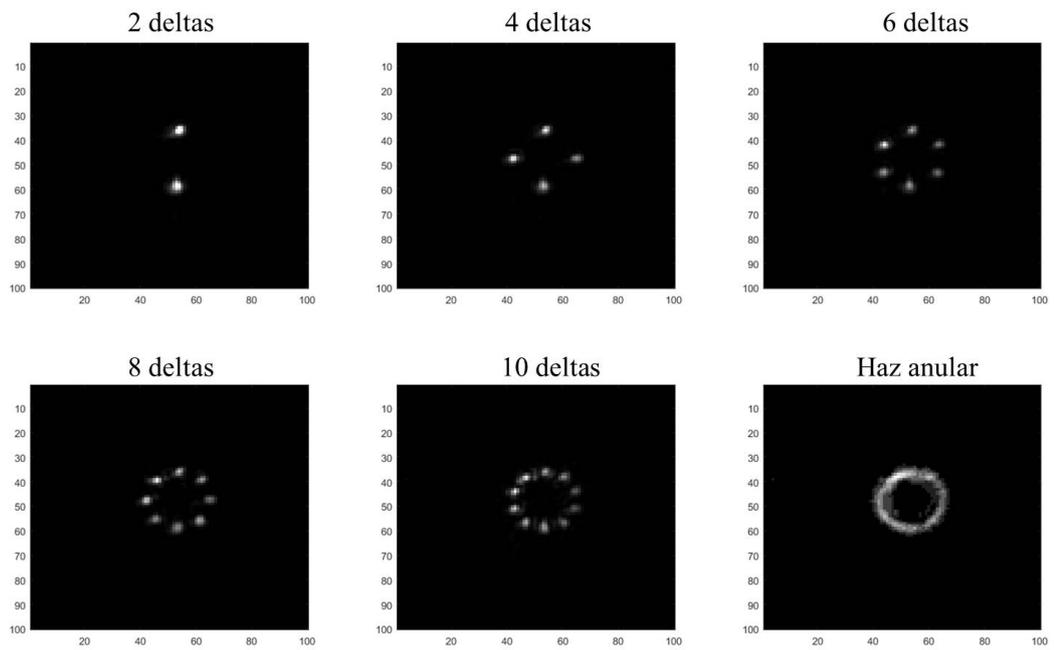


Figura 4.12: Diferentes haces estructurados obtenidos experimentalmente.

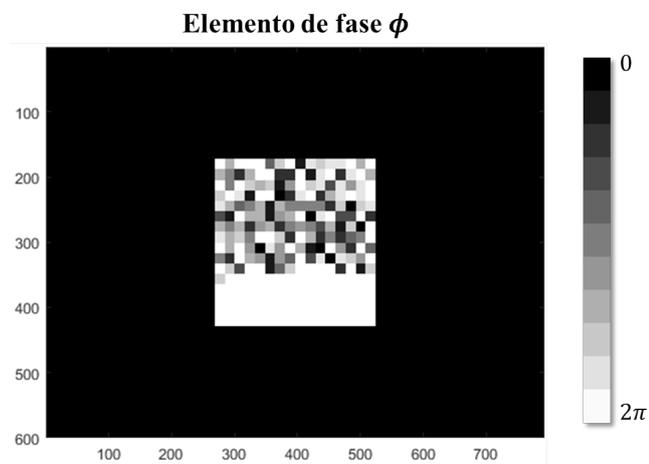


Figura 4.13: Fase optimizada para el enfoque en una región de interés de 1 pixel.

a través de un medio altamente esparcidor. Se logró implementar un arreglo experimental que permite el enfoque de luz a través de un medio altamente

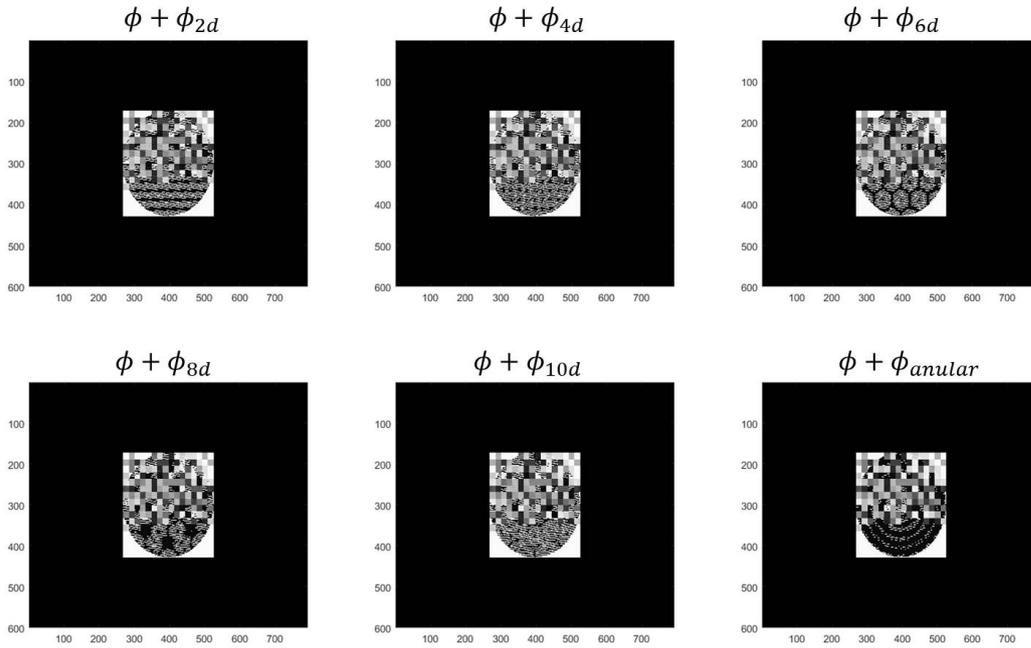


Figura 4.14: Fase compuestas por el elemento  $\phi$  y la fase que generó los diferentes tipos de haces que se observan en la Figura 4.12.

esparcidor, para ello fue necesaria la caracterización del modulador espacial de luz. Mediante la curva de caracterización se concluyó que el modulador tenía un rango de modulación de fase de entre 0 y  $2\pi$ .

El enfoque de luz a través de un medio altamente esparcidor se pudo lograr satisfactoriamente; sin embargo, la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor no se logró con éxito debido a que en su momento no contabamos con una cámara CCD de mayor resolución. De acuerdo con [12] la cámara utilizada en su trabajo tenía una alta resolución de pixel (aproximadamente de  $1\mu m$  de ancho), mientras que la cámara que utilizamos tenía una ancho de pixel de casi  $8\mu m$ .

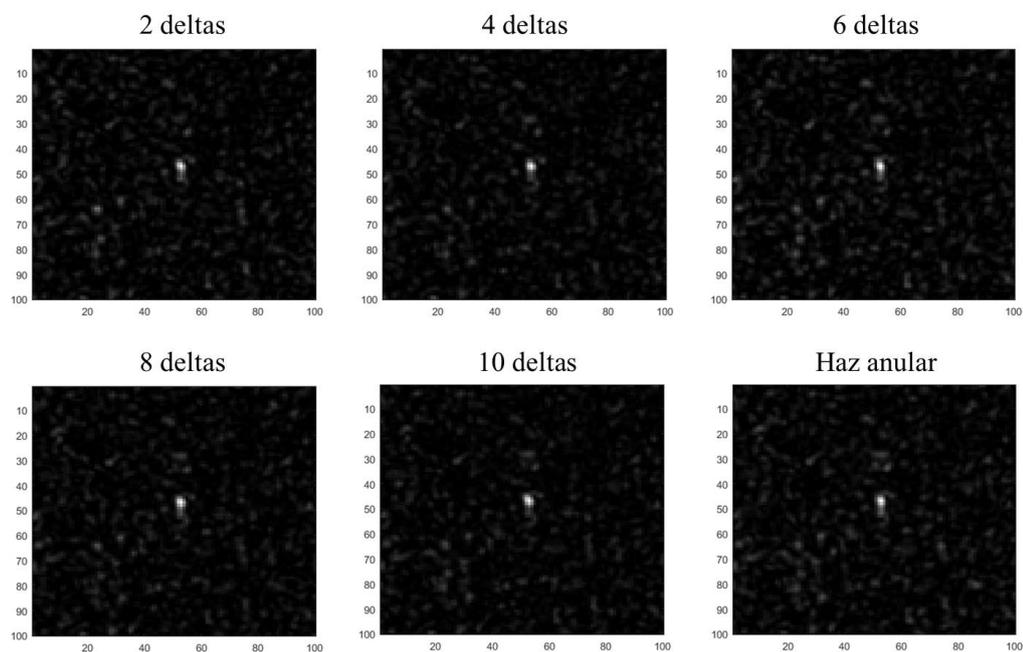


Figura 4.15: Distribuciones de intensidad obtenidas para la propagación de iluminación estructurada a través de un medio altamente esparcidor.

El desarrollo de este tema fue de nuestro particular interés debido a que la realización de este podría tener múltiples aplicaciones en el área biológica; por ejemplo, poder realizar atrapamiento de partículas a través de un medio esparcidor o enfocar luz estructurada a través de diferentes tejidos para poder realizar terapia foto-dinámica. También es preciso mencionar que aunque el arreglo implementado fue en transmisión se pretendía implementar eventualmente en reflexión para aplicarla a la visualización de vasos sanguíneos profundos en piel.

Como resultados de este trabajo se asistió a diferentes congresos:

Computational simulation of the propagation of optical fields through turbid media. R. Chiu, B. Coyotl-Ocelotl, R. Ramos-Garcia, J.C. Ramirez-

San-Juan. Presentado en ICO the 24th Congress of the international commission of optics. Tokio, Japan (2017)

Focusing light through highly scattering YSZ ceramic cranial implant. Beatriz Coyotl Ocelotl; R. Ramos García; J. C. Ramirez San Juan. Presentado en Mexican Optics and Photonics Meeting (2017). Puebla, Mexico (2017).

Implementation of focusing and redirecting light through highly scattering media. Beatriz Coyotl Ocelotl; R. Porrás-Aguilar; R. Ramos-García; J. C. Ramirez San Juan. Presentado en la conferencia internacional Speckle Metrology conference. Guanajuato, Mexico (2015).

Controlling light propagation through a highly static scattering media. Beatriz Coyotl Ocelotl; R. Porrás-Aguilar; R. Ramos-García; J. C. Ramirez San Juan. Presentado en la escuela de verano: Light in Science, Light in Life (LiSci) Queretaro, México (2015).

## **Reconocimientos**

Se agradece particularmente al Dr. Roger Chiu Zárate de la Universidad de Guadalajara campus los Lagos, por su apoyo en la realización de las simulaciones de la propagación de luz estructurada a través de un medio altamente esparcidor y al Dr. Rafael Páez López por su ayuda para la codificación de haces estructurados.

## 4.9. Referencias

- [1] V. Ntziachristos. Going deeper than microscopy: the optical imaging frontier in biology. *Nature Methods*, 7:603–614, 2010.
- [2] R. K. Tyson. *Principles of adaptive optics*. Academic Press, 2010.
- [3] J. Gómez Rivas, R. Sprik, C. M. Soukoulis, K. Busch, and A. Lagendijk. Optical transmission through strong scattering and highly polydisperse media. *Europhysics Letters*, 48(1):22, 1999.
- [4] M. U. Vera and D. J. Durian. Angular distribution of diffusely transmitted light. *Physical Review E*, 53:3215–3224, 1996.
- [5] E. Hecht. *Optics*. Pearson education. Addison-Wesley, 2002.
- [6] S. E. Skipetrov. Information transfer through disordered media by diffuse waves. *Physical Review E*, 67:036621, 2003.
- [7] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics Letters*, 32(16):2309–2311, 2007.
- [8] S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan. Measuring the transmission matrix in optics: An approach to the study and control of light propagation in disordered media. *Physical Review Letters*, 104:100601, 2010.
- [9] C. Stockbridge, Y. Lu, J. Moore, S. Hoffman, R. Paxman, K. Toussaint, and T. Bifano. Focusing through dynamic scattering media. *Optics Express*, 20(14):15086–15092, 2012.
- [10] Ori Katz, Eran Small, and Yaron Silberberg. Looking around corners

- and through thin turbid layers in real time with scattered incoherent light. *Nature Photonics*, 6:549–553, 2012.
- [11] I.M. Vellekoop and A.P. Mosk. Phase control algorithms for focusing light through turbid media. *Optics Communications*, 281(11):3071 – 3080, 2008.
- [12] A. Malavalli, M. Ackermann, and C. M. Aegerter. Structured illumination behind turbid media. *Optics Express*, 24(20):23018–23026, 2016.
- [13] I. M. Vellekoop. *Controlling the propagation of light in disordered scattering media*. PhD thesis, Ph.D. Thesis , University of Twente, 2008.
- [14] A. P. Vellekoop I. M., Lagendijk A. and Mosk. Exploiting disorder for perfect focusing. *Nature Photonics*, 4:320–322, 2010.
- [15] J.W. Goodman. *Statistical Optics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2015.
- [16] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering: Communications and Signal Processing. McGraw-Hill, 1996.
- [17] Ulf Schnars and Werner Jüptner. *Digital Holography: Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction, and Related Techniques*. 2005.
- [18] L. Doskolovich Victor A. Soifer, V Kotlar. *Iteractive Methods For Diffractive Optical Elements Computation*. CRC Press, 1 edition, 1997.
- [19] R. Ramos-Garcia R. Chiu, B. Coyotl-Ocelotl and Julio Cesar Ramirez-San-Juan. Computational simulation of the propagation of optical fields through turbid media. In *Extended Abstracts of the 24th Congress of International Commission for Optics, Tokyo*, 2017.

- [20] M. A. Vazquez-Olivos. Caracterización de una pantalla de cristal líquido nemático como modulador de fase, 2006.
- [21] R. Páez-López. *Generación de haces estructurados para manipulación de micropartículas*. PhD thesis, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 2017.

# Capítulo 5

## Conclusiones generales y trabajo a futuro

### 5.1. Conclusiones generales

Se emplearon dos diferentes técnicas de análisis de imágenes para explotar las características inherentes de imágenes de speckle generadas por la reflexión o transmisión de luz coherente en un medio altamente esparcidor. Se analizó tanto teórica como experimentalmente el modelo de LSCI que considera las contribuciones de esparcidores tanto estáticos como dinámicos en dos maniqués: uno de piel y otro de diente. Se comprobó que el análisis experimental temporal es invariante ante el aumento de esparcidores estáticos en el maniquí, mientras que el análisis espacial sí variaba conforme aumentaba el número de esparcidores. Esto hace que el análisis temporal sea mucho más efectivo en el cálculo de la velocidad relativa del flujo de la solución intralípida que simula el flujo sanguíneo en los diferentes maniqués. También, se implementó satisfactoriamente un arreglo experimental para lograr el enfoque de luz a través de un medio altamente esparcidor y la generación de

haces estructurados utilizando hologramas de tipo kinoformo. Sin embargo, no fue posible propagar luz estructurada a través del medio altamente esparcidor. Esto se debió posiblemente, a que este tipo de haces requiere un filtraje en el plano de Fourier y cuya aplicación se realizó después la optimización del elemento de fase para enfocar luz a través del medio de luz a través del medio esparcidor y no durante el proceso de optimización. Finalmente, se hizo un análisis teórico utilizando correlaciones entre pixeles vecinos dentro de una sub-matriz de correlación para analizar el cálculo teórico del contraste espacial de speckle. Como resultado de este análisis se encontraron expresiones analíticas para los diferentes parámetros  $1/\mu_{\eta,\xi}$ , los cuales miden el impacto que tienen las diferentes correlaciones en el cálculo teórico del valor del contraste. Se analizaron datos experimentales para corroborar la factibilidad del uso del modelo propuesto y se encontró que estos concuerdan mucho mejor con el modelo de correlaciones entre pixeles vecinos que con el modelo más utilizado actualmente. Finalmente se propuso el uso del modelo de correlaciones entre pixeles vecinos para la medición del tamaño de la mota de speckle, el cual permitirá (teóricamente) la medición de motas de tamaño menor que un pixel y la medición de diferentes tamaños de mota de manera local y cuantitativa.

Como resultado de este trabajo se presentaron los siguientes productos:

Julio C. Ramirez-San Juan; Caitlin Reagan; Beatriz Coyotl-Ocelotl; Bernard Choi. *Spatial versus temporal laser speckle contrast analyses in the presence of static optical scatterers*. J. Biomed. Opt. 19(10) 106009 (2014).

Controlling light propagation through a highly static scattering media. Beatriz Coyotl Ocelotl; R. Porrás-Aguilar; R. Ramos-García; J. C. Ramirez

San Juan. Presentado en la escuela de verano: Light in Science, Light in Life (LiSci) Queretaro, México (2015).

Implementation of focusing and redirecting light through highly scattering media. Beatriz Coyotl Ocelotl; R. Porrás-Aguilar; R. Ramos-García; J. C. Ramírez San Juan. Presentado en la conferencia internacional Speckle Metrology conference. Guanajuato, Mexico (2015).

Focusing light through highly scattering YSZ ceramic cranial implant. Beatriz Coyotl Ocelotl; R. Ramos García; J. C. Ramírez San Juan. Presentado en Mexican Optics and Photonics Meeting (2017). Puebla, Mexico (2017).

Computational simulation of the propagation of optical fields through turbid media. R. Chiu, B. Coyotl-Ocelotl, R. Ramos-García, J.C. Ramírez-San-Juan. Presentado en ICO the 24th Congress of the international commission of optics. Tokio, Japan (2017).

Beatriz Coyotl-Ocelotl, Julio César Juárez Ramírez, Rubén Ramos-García, Roger Chiu, Teresita Spezzia-Mazzocco, Julio-Cesar Ramirez-San-Juan, "Speckle contrast calculation based on pixels correlation: spatial analysis", Proceedings of SPIE Vol. 10749, 1074903 (2018).

Contrast temporal analysis using correlation between frames. Julio César Juárez Ramírez, Beatriz Coyotl-Ocelotl, Rubén Ramos-García, Roger Chiu, Teresita Spezzia-Mazzocco, Julio-Cesar Ramirez-San-Juan, Proceedings of SPIE Vol. 10749, 1074904 (2018).

Actualmente se está escribiendo un artículo en el que se presentan el análisis de contraste espacial mediante correlaciones entre píxeles vecinos para una sub-ventana de correlación de  $5 \times 5$  píxeles.

## 5.2. Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro se queda:

- La publicación del artículo correspondiente al capítulo 3, el cual está actualmente en proceso de revisión y corrección y lleva como título: Correlation between neighbor pixels and its effect on the contrast: Spatial analysis.
- La implementación experimental del método para la medición de la mota de speckle. Aunque esto se trató de incluir en este trabajo, el principal obstáculo fue el método de inversión de matrices de manera efectiva, ya que los métodos utilizados en MATLAB no nos permitieron obtener resultados lo suficientemente concluyentes.
- La implementación experimental de la medición del tamaño de la mota de speckle tendría diferentes ventajas sobre los métodos que existen actualmente, entre ellos, se encuentran la capacidad de medir motas de manera local y con una mayor resolución. Esto nos permitiría aplicar el método a la medición de rugosidades, medición del grosor de superficies, en la detección de la concentración de esparcidores en fluidos, agregación de partículas en el cálculo del tamaño de partículas en medios esparcidores o para la medición del desplazamiento de objetos con mayor precisión, entre otras.

- Respecto al capítulo 4 queda la implementación experimental en reflexión del enfoque de luz y propagación de luz estructurada utilizando el algoritmo secuencial.
- La aplicación del arreglo experimental de enfoque de luz en reflexión aplicado a la visualización de vasos sanguíneos profundos.