



INAOE

**Comparación de sensores basados en
celdas solares y fotodiodos para la
determinación de la orientación de
satélites CubeSat**

por:

Lic. Carlos Solís Borja

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el
grado de
**MAESTRO EN CIENCIAS EN EL ÁREA DE
CIENCIA Y TECNOLOGÍA DEL ESPACIO**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica
y Electrónica**

Febrero 2019

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. José Eduardo Mendoza Torres
Investigador Titular INAOE

Dr. Gustavo Mendoza Torres
Investigador Titular BUAP

©INAOE 2019

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias de esta
tesis en su totalidad o en partes
mencionando la fuente



*Si vas directo a un barranco,
entonces cambia de dirección...
(Iker Granados Solis, 5 años)*

Agradecimientos

Le agradezco a mis asesores por su confianza, paciencia y apoyo en el desarrollo de este trabajo de tesis.

Le agradezco a mis sinodales Dr. Ponciano Rodríguez Montero, Dr. Gabriel Martínez Niconoff, Dr. José Guichard Romero y Dr. Edmundo Reynoso Lara por el tiempo que dedicaron a la revisión de mi tesis, así como el voto de confianza que me dieron para realizar una estancia de investigación en el INPE de Brasil.

Le agradezco al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica y a todo su personal por sus atenciones a lo largo de la maestría.

Le agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca de posgrado y la beca mixta para realizar la estancia de investigación.

Le agradezco al Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais y a la Divisao de Mecânica Espacial e Controle por permitirme realizar una estancia de investigación en sus instalaciones, en especial le agradezco al Dr. Valdemir Carrara por asesorarme durante la estancia.

Le agradezco a Ana Patricia, Álvaro, Guillermo, Manuel, Jonatan, Hernán, Ana Victoria, Julián, José de Jesús y Arturo compañeros de maestría y a Adry, Bere, Carlos, Jesús y Lalo del grupo de trabajo del Dr. Eduardo, en especial a Brian Bouchan por aceptar probar el *ADCSuno* y realizar el programa de simulaciones que se le propuso.

Finalmente le agradezco a mi familia por todo, en especial a mi mamá, mi papá, mi hermano y mi hermana.

Nomenclatura y convenciones

Dado que en la tesis se utilizan vectores, matrices, cuaterniones y los vectores base de los sistemas coordenados de referencia, es conveniente describir la nomenclatura y algunas convenciones que serán utilizadas.

Vectores

Los vectores se representaran por letras minúsculas en negritas y en forma matricial, así los vectores \mathbf{u} , \mathbf{v} y \mathbf{w} , son:

$$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$$

entonces el producto escalar será $a = \mathbf{u}^T \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{u}$, mientras que el producto vectorial será $\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = -\mathbf{v} \times \mathbf{u}$, donde

$$\mathbf{u} \times \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrices

Las matrices se representaran por letras mayúsculas en negritas, como la matriz identidad \mathbf{I} , o bien la matriz de orientación \mathbf{A} .

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Cuaterniones

Para cuaterniones se decidió utilizar una representación matricial y letras minúsculas con un guión abajo, entonces \underline{q} es un cuaternión y esta definido por $\underline{q} \triangleq [\mathbf{q}^T \ q]^T$, donde \mathbf{q} y q representan respectivamente la parte vectorial y la parte escalar del cuaternión. La representación con todos sus componentes es la siguiente:

$$\underline{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

donde q_1 , q_2 y q_3 forman la componente vectorial y q_4 la escalar.

Sistemas de referencia y vectores unitarios

Los sistemas coordenados de referencia o marcos de referencia se representaran con una \mathcal{F} y el subíndice que indica el tipo de referencia, por ejemplo o , para orbital, c , para el cuerpo del satélite, i , para inercial. Dado que los sistemas de referencia están determinados por vectores base unitarios, para estos se utilizarán letras minúsculas en negritas y acento

circunflejo, usando la letra inicial del tipo de referencia y un subíndice numérico como sigue:

$$\mathcal{F}_o = [\hat{\mathbf{o}}_1 \ \hat{\mathbf{o}}_2 \ \hat{\mathbf{o}}_3]^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{o}}_1 \\ \hat{\mathbf{o}}_2 \\ \hat{\mathbf{o}}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_c = [\hat{\mathbf{c}}_1 \ \hat{\mathbf{c}}_2 \ \hat{\mathbf{c}}_3]^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{c}}_1 \\ \hat{\mathbf{c}}_2 \\ \hat{\mathbf{c}}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_i = [\hat{\mathbf{i}}_1 \ \hat{\mathbf{i}}_2 \ \hat{\mathbf{i}}_3]^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_1 \\ \hat{\mathbf{i}}_2 \\ \hat{\mathbf{i}}_3 \end{bmatrix}$$

La *actitud* o *attitude* de un vehículo espacial es su orientación en el espacio [Wertz, 1978], por lo que las palabras actitud y orientación serán utilizadas indistintamente en esta tesis.

Algunas abreviaturas utilizadas son:

ADCS: Attitude Determination and Control System (Sistema de Determinación y Control de Actitud).

COTS: Commercial of the Shelf, término para referirse a los dispositivos electrónicos que se venden en estantes comerciales y no se fabricaron en base a especificaciones espaciales.

DUT: Acrónimo de Device Under Test o dispositivo bajo prueba.

MATLAB: Herramienta de software matemático, su nombre proviene del acrónimo de MATrix LABoratory (laboratorio de matrices).

PROPAT: Acrónimo de propagador de actitud (propagador de attitude en portugués) y conjunto de herramientas para MATLAB.

QMethod o q-method: Método para estimar la orientación propuesto por Davenport.

QUEST: Método para estimar la orientación, es el acrónimo de QUaternion ESTimator.

TLE: Acrónimo de Two Line Element set o conjunto de elementos en dos líneas, es un formato de datos que codifica la lista de elementos orbitales de un objeto que orbita la Tierra.

TRIAD: Método para determinar la orientación, originalmente denominado Three-axis Attitude Determination, para obtener la orientación se utilizan dos vectores de observación (por ejemplo, los vectores de la dirección del Sol y del campo magnético de la Tierra).

Resumen

En la última década los satélites CubeSat se han convertido en una plataforma viable para realizar misiones espaciales de desarrollo tecnológico y educativo, así como para llevar a cabo misiones científicas. Entre los dispositivos más utilizados en satélites se encuentran las celdas solares y fotodiodos. Los paneles son utilizados principalmente para la generación de energía y los fotodiodos se utilizan para proteger a sensores de estrellas y otros instrumentos de la presencia del Sol. El objetivo de esta tesis se centró en investigar que posibilidades tienen celdas solares y fotodiodos comerciales para ser utilizados como sensores de orientación en satélites CubeSat. Se realizó un proceso de caracterización de celdas solares y fotodiodos para determinar su comportamiento respecto al ángulo de incidencia de la luz solar. Tras comparar los resultados se decidió modelar por separado celdas y fotodiodos, pues las respuestas fueron diferentes, así se desarrollaron los modelos matemáticos (voltaje en función del ángulo y ángulo en función del voltaje) para cada dispositivo caracterizado. Los modelos de cada dispositivo nos permitieron simular por separado un par de sensores, los cuales proporcionan información a un sistema para la determinación y control de la orientación de satélites CubeSats (1U, 2U, 3U y 6U). Para las simulaciones se utilizó MATLAB, en el diseño del sistema de determinación y control de la orientación de los satélites, se tomaron en cuenta aspectos de masa, dimensiones y modelo dinámico de CubeSats, además de incluir efemérides, elementos orbitales, propagador de órbita, métodos de determinación de actitud, magnetómetro, perturbaciones, ruedas de reacción, control proporcional-derivativo, todo integrado en una interfaz gráfica para facilitar su uso.

En las simulaciones se logró determinar y controlar la orientación de los satélites simulados cuando estos se encuentran en el periodo de luz. Para poder comparar los modelos matemáticos de los sensores de actitud al ser utilizados para proveer información de la orientación, se variaron los siguientes parámetros de entrada: tamaño del CubeSat (1U, ...), método de determinación de actitud (TRIAD, QMethod, QUEST), tiempo de simulación, tipo de sensor (celdas, fotodiodos, celdas y fotodiodos) y la forma de introducir los parámetros orbitales (modo manual o por TLEs, se utilizaron TLEs de CubeSats que se encuentran en órbita). Con base en el error promedio de la actitud obtenido de las simulaciones, se planteó que los modelos matemáticos y el sistema de determinación y control de la orientación podrían utilizarse para simular otros escenarios de misiones con satélites CubeSat como orientar una cámara o los paneles, o bien simular un escenario donde uno de estos sensores falle.

La interfaz gráfica del sistema de determinación y control de actitud facilita la introducción de los parámetros de simulación y la obtención de los datos. Se demostró que la información de la orientación que los modelos desarrollados proveen al sistema de determinación de actitud, permiten controlar la orientación cuando el CubeSat se encuentra en el periodo de luz. Las posibilidades que tienen los sensores de orientación basados en paneles y fotodiodos COTS caracterizados, se limita a misiones que requieran poca precisión de apuntamiento, como orientar cámaras, antenas o los paneles solares.

Abstract

In the last decade, CubeSat satellites have become a viable platform to carry out space missions of technological and educational development, as well as to carry out scientific missions. Among the devices most commonly used in satellites are solar cells and photodiodes. The panels are mainly used for power generation and photodiodes are used to protect star sensors and other instruments from the presence of the Sun. The objective of this thesis was to investigate what possibilities have commercial solar cells and photodiodes to be used as orientation sensors in CubeSat satellites. A characterization process of solar cells and photodiodes was carried out to determine their behavior with respect to the angle of incidence of sunlight. After comparing the results, it was decided to model cells and photodiodes separately, since the answers were different, thus the mathematical models were developed (voltage as a function of the angle and angle depending on the voltage) for each characterized device. The models of each device allowed us to simulate separately a pair of sensors, which provide information to an attitude determination and control system for CubeSats satellites (1U, 2U, 3U and 6U). MATLAB was used for the simulations, in the design of the system for determining and controlling the orientation of the satellites, aspects of mass, dimensions and dynamic model of CubeSats were taken into account, as well as including ephemerides, orbital elements, orbit propagator, Attitude determination methods, magnetometer, perturbations, reaction wheels, proportional-derivative control, all integrated into a graphical interface for easy use.

In the simulations, it was possible to determine and control the orientation of the simulated satellites when they are in the light period. In order to compare the mathematical models of the attitude sensors when they were used to provide orientation information, the following input parameters were varied: CubeSat size (1U, ...), attitude determination method (TRIAD, QMethod, QUEST), simulation time, type of sensor (cells, photodiodes, cells and photodiodes) and the way to introduce the orbital parameters (manual mode or by TLEs, TLEs of CubeSats that are in orbit were used). Based on the average error of the attitude obtained from the simulations, it was suggested that the mathematical models and the attitude determination and control system could be used to simulate other mission scenarios with CubeSat satellites, such as orienting a camera or panels, or well simulate a scenario where one of these sensors fails.

The graphical interface of the attitude determination and control system facilitates the introduction of the simulation parameters and the obtaining of the data. It was demonstrated that the orientation information that the developed models provide to the attitude determination system, allows to control the orientation when the CubeSat is in the light period. The possibilities of orientation sensors based on characterized COTS panels and photodiodes are limited to missions that require poor pointing accuracy, such as orienting cameras, antennas or solar panels.

Índice general

Nomenclatura y convenciones	II
Resumen	IV
Abstract	V
Índice general	VI
Índice de figuras	X
1. Introducción	1
1.1. Nano satélites	1
1.1.1. CubeSat	1
1.1.2. Demostraciones tecnológicas y educativas	3
1.1.3. Misiones científicas	3
1.2. Problemática	4
1.3. Motivación y objetivos	5
1.4. Metodología de investigación	6
1.5. Organización de la Tesis	6
2. Fundamentos teóricos	9
2.1. Sensores para actitud	9
2.1.1. Sensores solares para actitud	10
2.2. Representación de la orientación	12
2.2.1. DCM	13
2.2.2. Ángulos de Euler	14
2.2.3. Parámetros simétricos de Euler	16
2.3. Sistemas de coordenadas	17
2.3.1. Sistema inercial	17
2.3.2. Sistema fijo en la Tierra	17
2.3.3. Sistema de coordenadas orbital	17
2.3.4. Sistema fijo al cuerpo del satélite	18
2.4. Modelo solar	19
2.5. Modelo magnético	20
2.6. TRIAD	21
2.7. Davenport (q-method)	22
2.8. QUEST	24

3. Paneles y fotodiodos como sensores de orientación	27
3.1. Caracterización de celdas solares y fotodiodos	27
3.1.1. Descripción del experimento de caracterización	28
3.2. Modelos matemáticos de celdas y fotodiodos	30
3.2.1. Modelo voltaje en función del ángulo	32
3.2.2. Modelo ángulo en función del voltaje	33
3.3. Sistema de determinación y control de la actitud	34
3.3.1. Elementos del sistema	35
3.3.2. Descripción	36
3.3.3. Interfaz gráfica	38
4. Resultados	41
4.1. Caracterización y modelos	41
4.1.1. Paneles caracterizados	41
4.1.2. Fotodiodos	45
4.2. Simulaciones con el ADCSuno	49
4.3. Análisis de celdas solares y fotodiodos COTS	56
5. Conclusiones y trabajo a futuro	61
5.1. Conclusiones	61
5.2. Trabajo a futuro	62
6. Apéndices	63
6.1. PROPAT	63
6.2. Cuaterniones	66
6.3. Control de actitud	67
Referencias	69

Índice de figuras

1.1.	Distribución de satélites pequeños por tipo (izq.), distribución de nano satélites (der.)	2
1.2.	Algunos tipos de CubeSats en múltiplos de 1U	2
1.3.	GOMspace, sistema de potencia completo para CubeSat 1U	4
2.1.	Magnetómetros: Honeywell HMC5883L, [Honeywell, 2013] (izq.), Sensixs XEN1210, [Sensixs, 2018] (der.)	10
2.2.	Sensores de estrellas: Sinclair ST-16RT2 (izq.), Berlín Space Technologies ST200 (der.)	11
2.3.	Sensores solares analógicos (a.) de un eje y (b.) de 2 ejes, sensores solares digitales (c.) de código gray y (d.) basado en CCD.	12
2.4.	Orientación de los ejes $\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3$, de un cuerpo rígido, respecto al sistema coordinado de referencia, $\hat{i}_1, \hat{i}_2, \hat{i}_3$	13
2.5.	Marco de referencia \mathcal{F}_i y marco de referencia \mathcal{F}_t	18
2.6.	Marco de referencia \mathcal{F}_i y marco de referencia \mathcal{F}_o	18
2.7.	Marco de referencia \mathcal{F}_c , del cuerpo del satélite	19
3.1.	Elementos en la caja para el experimento de caracterización	30
3.2.	a. Circuito inversor, b. circuito sumador	31
3.3.	Elementos involucrados en el proceso de caracterización	31
3.4.	Diagrama de flujo del sistema <i>ADCSuno</i>	37
3.5.	Diagrama de la interacción del bloque de control, ruedas de reacción, perturbaciones, dinámica del satélite, sensores de actitud y determinación de actitud	38
3.6.	Diagrama de la interacción de los elementos que forman el sistema de determinación de actitud del <i>ADCSuno</i>	38
3.7.	Ventana de la interfaz gráfica del ADCS	39
4.1.	Comportamiento del panel respecto al ángulo de incidencia de la luz solar	42
4.2.	Comparación entre los voltajes medidos en el sensor basado en paneles y los valores generados por el modelo	44
4.3.	Error entre los voltajes medidos y los valores generados por el modelo	44
4.4.	Ángulo del modelo contra ángulo medido (arriba), error entre ángulo medido y ángulo del modelo (abajo)	45
4.5.	Comportamiento del BPW34 respecto al ángulo de incidencia de la luz solar, circuito inversor (izq.), circuito sumador (der.)	47

4.6. Comparación entre los voltajes medidos en el sensor solar basado en el BPW34 y los valores generado por el modelo	48
4.7. Error entre los voltajes $V_{medidos_{BPW34}}$ y los valores generados por el modelo	48
4.8. Ángulo del modelo θ_{BPW34} contra ángulo medido (arriba), error entre ángulo medido y ángulo del modelo θ_{BPW34} (abajo)	49
4.9. Diagrama de como se obtiene el vector solar \mathbf{v}_{sc} a partir del sensor solar de seis celdas $SsCeldas$	50
4.10. Diagrama de como se obtiene el vector solar \mathbf{v}_{sc} a partir del sensor solar de seis fotodiodos BPW34 $SsFotoD$	50
4.11. Diagrama de árbol que muestra la combinación de parámetros con los que se realizaron las simulaciones	51
4.12. Ejemplo de reporte de simulación	52
4.13. Gráficas de algunos datos obtenidos de la simulación del CubeSat GeneSat	53
4.14. Actitud y error de actitud, CubeSat CP3, utilizando TRIAD-Celdas	54
4.15. Actitud y error de actitud, CubeSat NSIGHT-1, utilizando QUEST-ambos	55
4.16. Actitud y error de actitud, CubeSat GeneSat, utilizando QMethod-Fotodiodos	55
4.17. Error promedio de la actitud de las 9 combinaciones método-sensor para el CubeSat CP3	55
4.18. Error promedio de la actitud de las 9 combinaciones método-sensor para el CubeSat NSIGHT-1	56
4.19. Error promedio de la actitud de las 9 combinaciones método-sensor para el CubeSat GeneSat	56
4.20. Actitud y velocidades de las ruedas de reacción, CubeSat 6U TEMPEST-D	57
4.21. Actitud CubeSats TEMPEST-D y ASTERIA	57
4.22. Comportamiento del DUT respecto al ángulo de incidencia de la luz solar, tras la corrección del valor de calibración de las medidas del ángulo de incidencia	58
4.23. Nuevo ajuste de curvas (izquierda), nuevo ángulo medido contra ángulo del nuevo modelo (derecha), obtenidos tras la corrección	59
4.24. Error promedio de la actitud, comparando la simulación previa y la realizada con los nuevos modelos desarrollados tras la corrección	60
6.1. Operaciones entre cuaterniones y vectores	67

Capítulo 1

Introducción

1.1. Nano satélites

Los términos de pico satélite y nano satélite son utilizados para satélites con las siguientes características [Bouwmesster et. al, 2010]:

- Satélites con masas de 0.1 a 1.0 Kg para pico satélites, masa de 1.0 a 10.0 Kg para nano satélites.
- El satélite esta activo y está provisto de por lo menos un sistema eléctrico de potencia y un sistema de radio comunicación.
- El satélite está diseñado para orbitar de forma autónoma alrededor de la Tierra.

En la Figura 1.1 (imagen tomada de [Smallsatcat, 2018]), podemos ver una clasificación de satélites pequeños en la que destacan el número de nano satélites (imagen izquierda), también podemos ver que del grupo de nano satélites destacan los del tipo CubeSat (imagen derecha).

1.1.1. CubeSat

En la última década los satélites CubeSat han logrado incrementar sus capacidades pasando de ser solo herramientas educativas a ser una plataforma estándar para demostraciones tecnológicas e instrumentación científica, esto ha sido posible debido a la utilización de componentes denominados COTS (Commercial Of The Shelf) y a la continua miniaturización de las tecnologías para su funcionamiento y operación como proyectos de instrumentación científica.

El estándar CubeSat fue creado en 1999 por el profesor Jordi Puig-Sauri de la Universidad politécnica de California (Cal Poly) y el profesor Bob Twiggs de la Universidad de Stanford ambas en los Estados Unidos de América, [CubeSat, 2017]. El propósito del proyecto CubeSat es proveer un diseño estándar para nano satélites que permita reducir su costo y su tiempo de desarrollo. El estándar tiene especificaciones por el número de unidades que conforman el satélite, la unidad básica es la 1U, es decir el satélite que está formado por una sola unidad de $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$ y un peso no mayor de 1.33 Kg. En

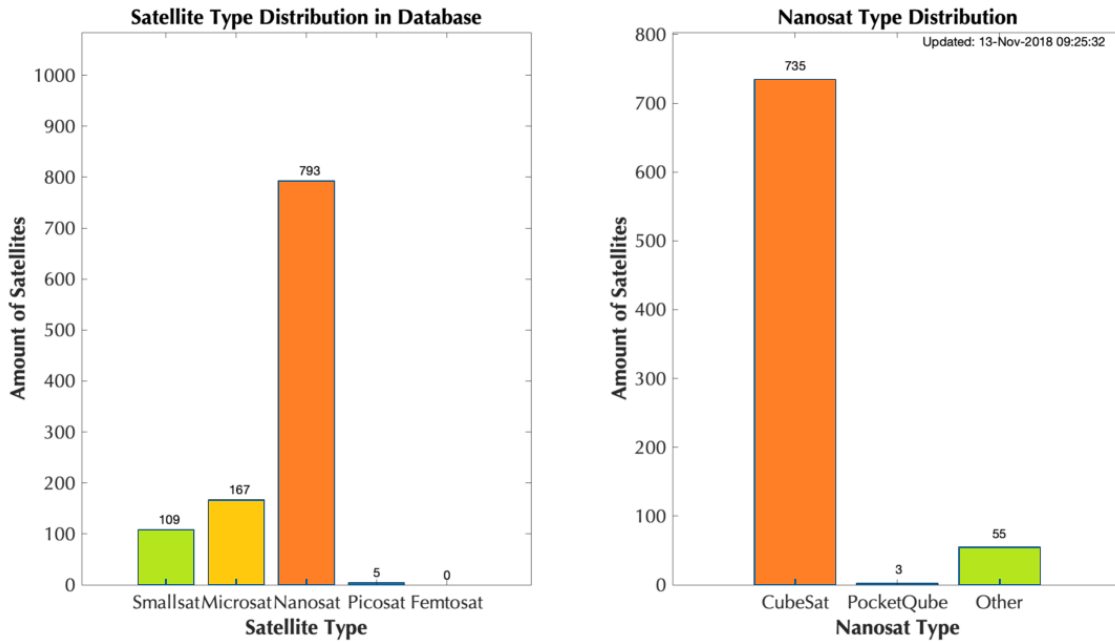


Figura 1.1: Distribución de satélites pequeños por tipo (izq.), distribución de nano satélites (der.)

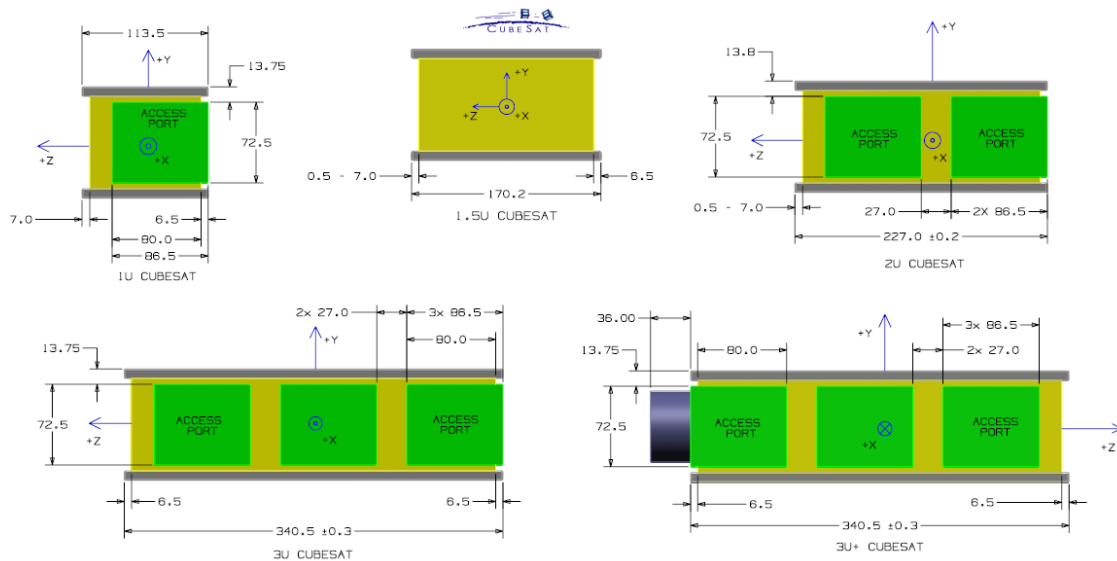


Figura 1.2: Algunos tipos de CubeSats en múltiplos de 1U

la Figura 1.2 podemos ver algunos tipos de unidades que conforman el estándar CubeSat [CubeSat, 2018], las cuales están dadas en múltiplos del tamaño 1U, es decir: 1U, 1.5U, 2U, 3U, 3+U, 6U y 12U.

Características del estándar CubeSat 1U [Selva et. al, 2012]:

- Volumen: $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$.
- Peso: 1.3 Kg.
- Consumo de potencia: 1 Watt.
- Tasa de transmisión de datos: 1 Mbps.
- Tipos de carga útil: Receptores GNSS, Cámaras CCD, experimentos científicos.
- Diseño, construcción, prueba y lanzamiento: entre 50,000 y 200,000 dólares.

1.1.2. Demostraciones tecnológicas y educativas

La plataforma CubeSat sirve para desarrollar y experimentar con tecnologías comerciales existentes o para la validación de nuevas tecnologías (aún no utilizadas en el espacio) con un menor riesgo y con menos recursos que los utilizados en el caso de los grandes satélites. A los tipos de misiones con este propósito se les denomina demostraciones tecnológicas, también existen misiones educativas, que se refiere a proyectos con CubeSats generados en cursos universitarios.

A continuación se muestran algunos ejemplos de demostraciones tecnológicas que fueron basadas en el concepto CubeSat [Woellert et. al, 2010]:

- CANX-2: evaluación tecnológica de sistema de propulsión, sensores/actuadores para actitud, receptor GPS, espectrómetro IR para contaminación.
- Libertad-1: primer satélite Colombiano, prueba de sistema básico.
- MAST: Cuerda electromagnética.

1.1.3. Misiones científicas

Las misiones científicas tienen como propósito el desarrollar o llevar a cabo un experimento científico en condiciones que solo el ambiente espacial puede proporcionar, existe una gran variedad en los objetos de estudio de misiones científicas entre los cuales podemos mencionar, [Woellert et. al, 2010]: Astrobiología (O/OREOS), Astronomía (BRITe, CanX-3), Ciencias Atmosféricas (SwissCube, RAX 3U), Biología (GeneSat-1), Observación de la Tierra (PRISM, QuakeSat), Ecología (NCube2), etc. A continuación se muestran algunos ejemplos de misiones científicas basadas en el concepto CubeSat:

- SwissCube: investigación telescópica del fenómeno atmosférico airglow.

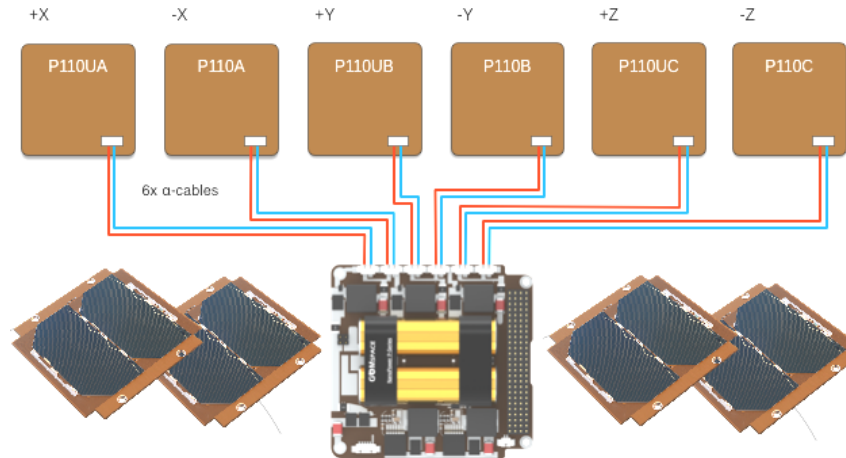


Figura 1.3: GOMspace, sistema de potencia completo para CubeSat 1U

- GeneSat: Expresión del gen E. coli (*Escherichia coli*) a través de indicadores fluorescentes en micro gravedad.
- NCube-2: Sistema de identificación automática (AIS) para embarcaciones grandes, seguimiento de reingreso.

1.2. Problemática

Un satélite CubeSat en cualquiera de sus diferentes tamaños plantea restricciones de peso, volumen, cantidad de energía disponible para llevar a cabo misiones de desarrollo tecnológico y científicas. Las celdas que forman los paneles solares son por lo general utilizadas para generar la energía que el satélite usará en el desarrollo de su misión, en la Figura 1.3 se muestra el conjunto de elementos que forman un sistema de potencia completo para un CubeSat 1U [GOMspace, 2018]. Si bien los fotodiodos son utilizados como sensores de orientación, también sirven para proteger a sensores de estrellas y otros instrumentos de la luz solar. El poco espacio disponible en el interior, la generación de energía limitada al periodo de luz y el tiempo de duración de la misión, dan lugar a pensar en los componentes que podrían utilizarse con más de un propósito.

Dependiendo del tipo de misión que se plantee, el CubeSat necesitará ser dotado de la capacidad para apuntar u orientar al satélite en una dirección particular, una tarea de este tipo podría ser apuntar algún instrumento hacia la Tierra, el Sol u otro objeto celeste de interés. La capacidad para apuntar a una determinada orientación (actitud) se adquiere por medio de un sistema para determinación y control de la actitud (ADCS, Attitude Determination and Control System), un sistema de este tipo dispone de un conjunto de sensores y métodos para determinar la actitud del satélite. Dadas las características que poseen los CubeSats, los dispositivos idóneos, son los de menor tamaño, bajo consumo de potencia y los que se puedan ocupar para más de una tarea, así que el ADCS podría integrarse con: celdas solares, fotodiodos, magnetómetros, ruedas de reacción, control proporcional-derivativo, entre otros, así como disponer de métodos para determinar la

actitud (TRIAD, QMethod, QUEST), cuyos requerimientos de cómputo no sean elevados.

1.3. Motivación y objetivos

La motivación de este trabajo es comparar el desempeño que pueden tener celdas solares y fotodiodos (sus modelos matemáticos) al ser utilizados como sensores de actitud, que proveen información sobre la orientación del satélite, la cual será utilizada por los métodos para determinar la actitud, de los cuales los más utilizados son TRIAD, Davenport (q-method) y QUEST.

Para poder utilizar un panel o un fotodiodo como sensor de orientación es necesario caracterizar y analizar su comportamiento respecto al ángulo de incidencia de la luz solar y a partir de los resultados de este proceso, obtener los modelos matemáticos (voltaje en función del ángulo de incidencia de la luz y conocer el ángulo de incidencia de la luz en función del voltaje producido por el dispositivo caracterizado) que nos permitan simular estos sensores como elementos que proporcionen la información de la orientación con la que el ADCS determinará y controlará la actitud de los satélites CubeSat, que se simulen. Entonces al comparar los resultados de las simulaciones podremos saber cuales modelos tienen las mejores características para en un futuro diseñar sensores basados en estos dispositivos, los cuales puedan utilizarse en misiones reales con CubeSats.

Crear una interfaz gráfica de usuario que facilite la simulación y la adquisición de los datos generados por el ADCS, además se pueda utilizar como herramienta didáctica o de simulación de las diferentes misiones que se pudieran plantear o para comparar el funcionamiento de los diferentes elementos del sistema de determinación y control de la orientación.

Objetivo general: Análisis de celdas solares y fotodiodos COTS para ser utilizados como sensores para la determinación de la orientación en tres ejes de satélites CubeSat.

Objetivos específicos:

- Estudio de los sensores de orientación utilizados en satélites CubeSat.
- Caracterización del comportamiento de celdas solares y fotodiodos comerciales al variar el ángulo de incidencia de la luz solar sobre sus superficie.
- Desarrollo de los modelos matemáticos voltaje en función del ángulo de incidencia de la luz y ángulo en función del voltaje producido por celdas solares y fotodiodos comerciales derivado del proceso de caracterización.
- Determinación de la actitud utilizando principalmente la información generada por los modelos matemáticos de celdas solares y fotodiodos, así como en los métodos, TRIAD, Davenport (q-method) y QUEST.
- Simulación del sistema para la determinación de actitud en MATLAB e interacción con el sistema por medio de una interfaz gráfica de usuario.

1.4. Metodología de investigación

- Revisión del marco teórico: sensores de actitud, sensores solares para actitud, representación de la orientación, sistemas coordenados, modelo solar, modelo magnético, métodos para la determinación de la orientación.
- Diseño de un experimento para caracterizar celdas solares y fotodiodos respecto al ángulo de incidencia de la luz.
- Una vez comparados los resultados de la caracterización de ambos dispositivos, entonces proponer funciones trigonométricas o combinaciones de estas para desarrollar los modelos matemáticos que reproduzcan el comportamiento de los sensores solares.
- Diseño de un sistema para la determinación de actitud que sea capaz de manejar los diferentes elementos involucrados en el problema (sensores de actitud, métodos para determinar la actitud, transformaciones entre sistemas coordenados, interacción con sub sistema de control y ruedas de reacción, perturbaciones, etc.).
- Diseño de una interfaz grafica de usuario que permita modificar los parámetros de entrada de las simulaciones de forma interactiva, el interés se centra en llevar a cabo simulaciones utilizando la información generada por los modelos matemáticos de solo celdas solares, solo fotodiodos y combinando la información de ambos, así como generar un reporte y almacenar los resultados de las simulaciones.
- Hacer un análisis de los resultados de las simulaciones, comparando el desempeño de celdas solares y fotodiodos COTS como sensores de actitud y determinar su posible utilización en misiones con CubeSats en las que estos dispositivos cumplan con los requerimientos.

1.5. Organización de la Tesis

La tesis consiste de seis capítulos en los que se describen los conceptos teóricos, los aspectos alrededor de los sensores de orientación basados en celdas y fotodiodos y su uso como elementos de un sistema para la determinación y control de la orientación, así como los resultados, las conclusiones de esta investigación y una sección de apéndices.

Capítulo 2: Se revisan los sensores de orientación más comunes, así como los diferentes sensores solares. Existen diferentes formas de representar la actitud de un satélite, en nuestro caso hacemos uso de tres tipos de representación de la orientación que son: la matriz de cosenos directores (DCM) o matriz de rotación, ángulos de Euler y parámetros simétricos de Euler (“cuaterniones”). Los sistemas coordenados y las transformaciones entre estos que es lo que hace posible conocer la actitud del satélite en cualquier sistema coordenado de interés. El modelo solar y el modelo magnético que se utilizaron para los cálculos de la orientación. Se revisan los métodos para la determinación y estimación de la actitud que son utilizados en este trabajo que son: TRIAD, Davenport (q-method) y QUEST.

Capítulo 3: Se describe el proceso de caracterización de las celdas solares y los fotodiodos, así como el método utilizado para obtener sus modelos matemáticos. Se presenta el sistema para la determinación y control de la orientación implementado en MATLAB, que se diseñó para llevar a cabo las simulaciones. Se mencionan los elementos que lo conforma, los diagramas de bloques y de flujo que permiten visualizar la interacción de los diferentes elementos, así como la interacción con el sistema por medio de una interfaz gráfica de usuario.

Capítulo 4: En este capítulo se presentarán los resultados de la caracterización de celdas solares y fotodiodos, así como los modelos que se obtuvieron a partir de esta información. Se presentaran las simulaciones realizadas y se analizaran algunos casos de interés como la comparación entre los diferentes modelos de sensores y entre los diferentes métodos para determinar la actitud.

Capítulo 5: Se presentan las conclusiones derivadas del trabajo de investigación, así como los trabajos futuros y las mejoras que aun pueden hacerse tanto en la caracterización de las celdas solares y fotodiodos, como en el desarrollo de prototipos que en un futuro permitan la realización física de este tipo de sistemas.

Capítulo 6: En la sección de apéndices se presenta las herramientas (funciones) de PROPAT que se utilizaron para desarrollar el sistema para la determinación y control de la actitud, la matemática asociada con el cuaternión y su relación con las rotaciones en tres dimensiones y la ley de control que se utilizó para las simulaciones.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

2.1. Sensores para actitud

Los sensores de orientación existentes difieren en cuanto a la tecnología empleada por el sensor, la precisión, el intervalo en el que pueden conseguirse las mediciones, la linealidad en la respuesta del sensor y el campo de visión entre otros factores. Los principales sensores de orientación o actitud utilizados en satélites [Carrara, 2018] son:

- Sensores magnéticos o magnetómetros: miden la magnitud, la dirección y el sentido del campo magnético terrestre.
- Sensores solares: miden la dirección y el sentido de la dirección del Sol respecto al satélite.
- Sensores de horizonte de la Tierra: indican la dirección del centro de la Tierra por la detección de la línea del horizonte local.
- Sensor de estrellas: mide la dirección de estrellas conocidas respecto a la orientación del satélite.
- Giroscopios o girómetros: son dispositivos que miden la velocidad angular del satélite respecto a un sistema de referencia inercial.
- GPS: calcula la dirección normal al plano de tres antenas fijas en el satélite en base al retraso en la recepción de las señales transmitidas (es más utilizado en la localización de la dirección de la Tierra que como sensor de actitud).

Como ejemplo de sensores de actitud se mencionan a continuación algunas características de magnetómetros y sensores de estrellas.

Los magnetómetros de uso espacial son fabricados en diferentes tecnologías [Carrara, 2018]:

- Fluxgate, este detector mide la intensidad de campo magnético en la dirección del eje del sensor, que está formado por dos barras paralelas, delgadas de material ferro magnético, llegan a tener precisión de 0.1 nT.

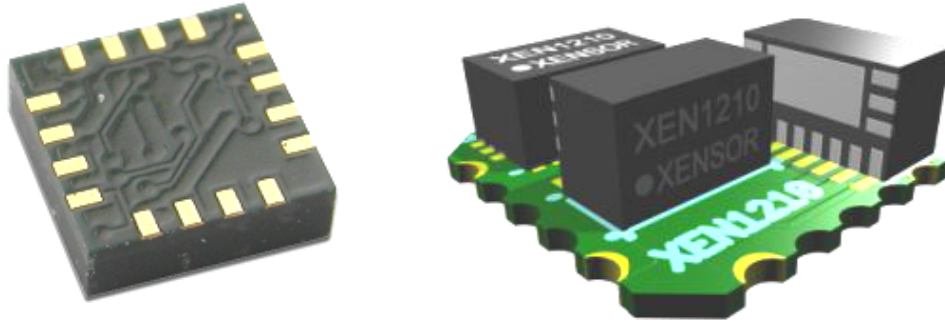


Figura 2.1: Magnetómetros: Honeywell HMC5883L, [Honeywell, 2013] (izq.), Sensixs XEN1210, [Sensixs, 2018] (der.)

- Sensor de efecto Hall, estos detectores son compactos y puede ser dispuestos en circuitos integrados o MEMS (Micro Electro Mechanical System), formados por 1 a 3 ejes sensores. La sensibilidad conseguida es de 15 nT, en la Figura 2.1 (der.), podemos ver el *XEN1210* de Sensixs Design B.V.
- Sensores magneto-resistivos, como el *HMC5883L* de Honeywell que podemos ver en la Figura 2.1 (izq.), están basados en materiales con propiedades que alteran su resistencia eléctrica en presencia de campos magnéticos, por ejemplo el Permalloy, logran sensibilidades de 200 nT.

Los sensores de estrellas o star trackers, determinan la orientación inercial por medio de la identificación de patrones de estrellas. Básicamente están compuestos por una cámara (lentes, deflector, CCD) y partes electrónicas para procesar la imagen y determinar la orientación. Para determinar la orientación [Carrara, 2018], la imagen obtenida en el CCD es procesada para localizar los lugares donde la magnitud de una estrella supere un dato nominal, un algoritmo selecciona una estrella de referencia presente en la imagen, entonces se calcula la distancia angular entre esta estrella y las demás. A continuación el algoritmo calcula las distancias angulares para cada estrella cuya magnitud sea próxima a la de referencia en un catálogo almacenado a bordo y con esto efectuar la determinación de actitud del sensor, en la Figura 2.2 se muestran dos star trackers diseñados para satélites CubeSat, (imágenes tomadas de Internet, [Sinclair, 2018], [BST, 2018]).

2.1.1. Sensores solares para actitud

Los sensores solares utilizados en los sistemas de determinación de la orientación se clasifican en analógicos y digitales. Para los sensores solares analógicos se usan celdas solares o fotodiodos, mientras que para los digitales se usan arreglos de fotodiodos o CCDs. Las características y los datos más relevantes de los sensores solares ([Wertz, 1978], [Sidi, 1997], [Carrara, 2018]) son los siguientes:

- El Sol posee dos cualidades importantes: su luminosidad no se ve afectada por ningún otro planeta o estrella, su radio angular (0.267 grados, a una unidad astronómica) es pequeño en comparación al globo terráqueo (su radio puede considerarse casi constante para cualquier satélite que orbita la Tierra).

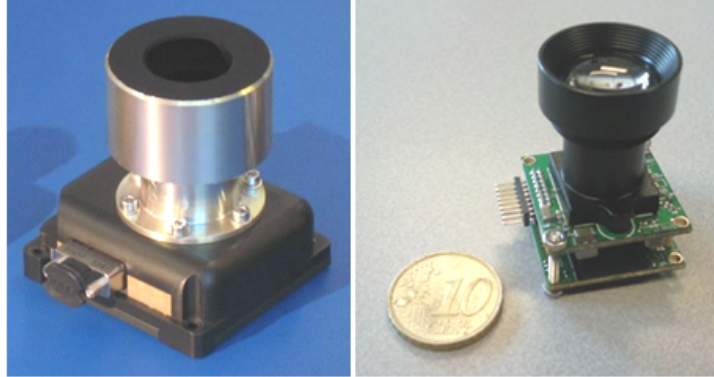


Figura 2.2: Sensores de estrellas: Sinclair ST-16RT2 (izq.), Berlín Space Technologies ST200 (der.)

- En los sensores solares analógicos la energía depositada en celdas solares y fotodiodos, produce una corriente de salida que es proporcional al coseno del ángulo de incidencia de la radiación solar (ver Figura 2.3 a.).
- Los sensores solares analógicos se dividen en sensores de un eje y de 2 ejes. Una sola celda o un solo fotodiodo no es suficiente para determinar la dirección del Sol, así que suelen utilizarse seis sensores de un eje y un algoritmo que combine la información de estos para determinar la dirección del Sol. Los sensores de 2 ejes comúnmente se implementan con un arreglo de 4 celdas o fotodiodos, el principio de funcionamiento se ilustra en la Figura 2.3 b., para determinar la dirección del Sol se usa un algoritmo basado en la suma y la diferencia de las corriente o voltajes individuales de cada detector.
- Los sensores solares digitales utilizan principios geométricos y algoritmos que codifican la información del ángulo entre el Sol y los ejes del sensor. Los sensores digitales más comunes suelen ser los de código gray y los basados en CCD.
- Los sensores de código gray, suelen ser sensores de un eje, que en la parte superior poseen una rendija estrecha por donde entra la luz solar, la luz es refractada sobre una máscara de detectores que codifican en código gray el ángulo entre la luz solar y el eje del sensor, como se puede ver en la Figura 2.3 c., el sensor mide el ángulo α' y por la ley de snell se puede determinar el ángulo α . El ángulo β es codificado por otro sensor yuxtapuesto cuya rendija es ortogonal al primer sensor, determinando así dos ángulos de la dirección del Sol.
- Los sensores digitales basados en CCD suelen utilizarse con una máscara que posee un orificio o conjunto de estos, como el de la Figura 2.3 d., por donde penetra la luz solar, el procesamiento de la imagen formada en el detector determina la dirección del Sol con base en las coordenadas del centróide del Sol proyectado sobre el CCD. si las coordenadas del centróide fueran (x, y) , entonces la dirección del Sol estaría dada por la formula junto al sensor de la Figura 2.3 d.

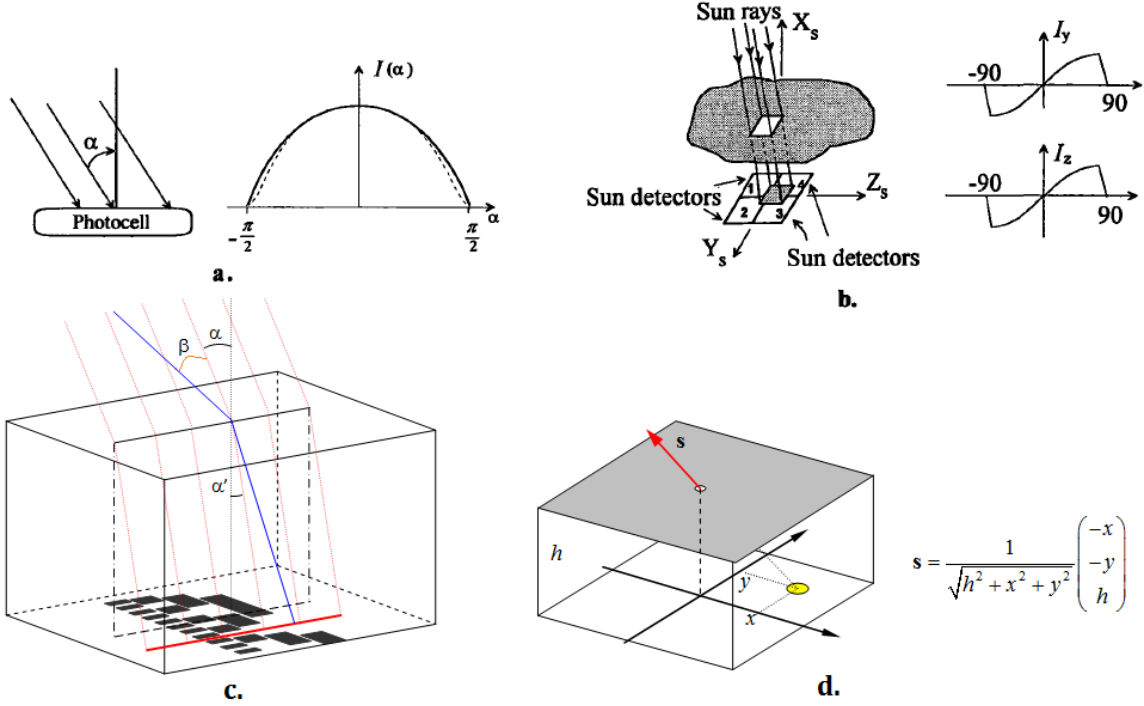


Figura 2.3: Sensores solares analógicos (a.) de un eje y (b.) de 2 ejes, sensores solares digitales (c.) de código gray y (d.) basado en CCD.

2.2. Representación de la orientación

La información presentada en esta sección, se obtuvo de [Wertz, 1978] y [Sidi, 1997], más la nomenclatura fue adaptada conforme a las convenciones de esta tesis.

Sea un cuerpo rígido en el espacio (satélite rígido o componente rígida de un satélite) y supongamos que existe un conjunto de tres vectores unitarios ortogonales \hat{c}_1 , \hat{c}_2 , \hat{c}_3 , fijos al cuerpo rígido tal que:

$$\hat{c}_1 \times \hat{c}_2 = \hat{c}_3 \quad (2.1)$$

entonces nos interesa especificar la orientación de este conjunto de vectores y con esto la orientación del cuerpo rígido respecto a algún sistema coordenado de referencia como se muestra en la Figura 2.4.

Si especificamos las componentes de \hat{c}_1 , \hat{c}_2 , \hat{c}_3 , a lo largo de los ejes coordenados de la referencia \mathcal{F}_i , entonces la orientación de \mathcal{F}_c quedará especificada en términos de los nueve elementos que forman la matriz \mathbf{A}_{ci} de 3×3 , la cual se denomina *matriz de actitud*.

$$\mathbf{A}_{ci} \triangleq \mathcal{F}_c \mathcal{F}_i^T = \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \\ \hat{c}_3 \end{bmatrix} [\hat{i}_1 \hat{i}_2 \hat{i}_3] = \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \cdot \hat{i}_1 & \hat{c}_1 \cdot \hat{i}_2 & \hat{c}_1 \cdot \hat{i}_3 \\ \hat{c}_2 \cdot \hat{i}_1 & \hat{c}_2 \cdot \hat{i}_2 & \hat{c}_2 \cdot \hat{i}_3 \\ \hat{c}_3 \cdot \hat{i}_1 & \hat{c}_3 \cdot \hat{i}_2 & \hat{c}_3 \cdot \hat{i}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

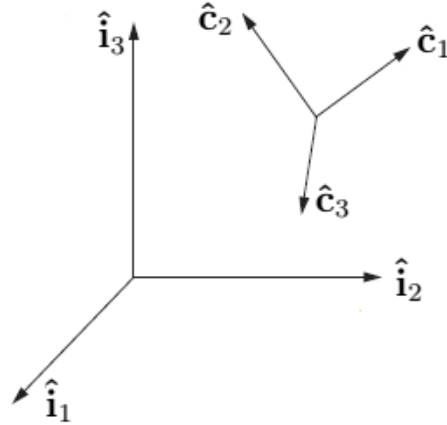


Figura 2.4: Orientación de los ejes $\hat{\mathbf{c}}_1$, $\hat{\mathbf{c}}_2$, $\hat{\mathbf{c}}_3$, de un cuerpo rígido, respecto al sistema coordenado de referencia, $\hat{\mathbf{i}}_1$, $\hat{\mathbf{i}}_2$, $\hat{\mathbf{i}}_3$.

2.2.1. DCM

Cada uno de los elementos a_{ij} de la matriz de actitud \mathbf{A}_{ci} , es el coseno del ángulo entre un vector base en la referencia del cuerpo y uno en la referencia inercial. Por esta razón \mathbf{A}_{ci} se denomina matriz de cosenos directores (DCM, Direction Cosine Matrix).

$$\mathbf{A}_{ci} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{11} & \cos \alpha_{12} & \cos \alpha_{13} \\ \cos \alpha_{21} & \cos \alpha_{22} & \cos \alpha_{23} \\ \cos \alpha_{31} & \cos \alpha_{32} & \cos \alpha_{33} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Los elementos en \mathbf{A}_{ci} no son todos independientes, pues el hecho que $\hat{\mathbf{c}}_1$, $\hat{\mathbf{c}}_2$ y $\hat{\mathbf{c}}_3$ sean unitarios implica que

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 = 1, \quad a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 = 1, \quad a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 1 \quad (2.4)$$

y que $\hat{\mathbf{c}}_1$ y $\hat{\mathbf{c}}_2$ sean ortogonales implica que

$$a_{11}a_{21} + a_{12}a_{22} + a_{13}a_{23} = 0 \quad (2.5)$$

estas relaciones nos llevan al enunciado de que el producto $\mathbf{A}_{ci}\mathbf{A}_{ci}^T = \mathbf{I}$, donde \mathbf{I} es la matriz identidad de 3×3 . Lo que significa que \mathbf{A}_{ci} es una matriz *real ortogonal* y la definición de su determinante

$$\det \mathbf{A}_{ci} = \hat{\mathbf{c}}_1^T (\hat{\mathbf{c}}_2 \times \hat{\mathbf{c}}_3) = 1 \quad (2.6)$$

implica además que \mathbf{A}_{ci} es una matriz *real ortogonal propia*. La matriz de actitud, \mathbf{A}_{ci} , se utiliza para llevar a cabo transformaciones de coordenadas, por ejemplo un vector en referencia inercial es transformado a la referencia coordenada del cuerpo del satélite. Esto es, si un vector \mathbf{v}_i con componentes v_{i1} , v_{i2} y v_{i3} en la referencia \mathcal{F}_i , entonces

$$\mathbf{A}_{ci}\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i1} \\ v_{i2} \\ v_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{c1} \\ v_{c2} \\ v_{c3} \end{bmatrix} = \mathbf{v}_c \quad (2.7)$$

donde \mathbf{v}_c , es el vector \mathbf{v}_i expresado en la referencia \mathcal{F}_c , es decir

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_i \quad (2.8)$$

y la transformación inversa será

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A}_{ci}^T \mathbf{v}_c = \mathbf{A}_{ic} \mathbf{v}_c \quad (2.9)$$

Una matriz real ortogonal propia preserva la longitud de los vectores y los ángulos entre ellos, [Wertz, 1978], por lo tanto representa una rotación. El producto de dos matrices reales ortogonales propias, $\mathbf{A}'' = \mathbf{A}'\mathbf{A}$, representa el resultado de rotaciones sucesivas en el orden \mathbf{A} , \mathbf{A}' .

2.2.2. Ángulos de Euler

La rotación por medio de ángulos de Euler se define como rotaciones sucesivas alrededor de los tres ejes ortogonales de un marco de referencia. Si definimos tres ejes ortogonales, \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 y \mathbf{c}_3 en la referencia del satélite y tres ejes ortogonales, \mathbf{i}_1 , \mathbf{i}_2 y \mathbf{i}_3 en la referencia inercial. Entonces podríamos realizar una primera rotación alrededor del eje \mathbf{c}_1 , la siguiente alrededor del eje \mathbf{c}_2 y una tercera alrededor del eje \mathbf{c}_3 , más el orden de las rotaciones podría ser \mathbf{c}_2 , \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_3 . En general existen dos formas de llevar a cabo las rotaciones:

- Tres rotaciones sucesiva alrededor de cada una de los ejes \mathbf{c}_1 , \mathbf{c}_2 y \mathbf{c}_3 , en cuyo caso existen seis ordenes diferentes en los que se pueden realizar las rotaciones, los cuales son 1-2-3, 1-3-2, 2-1-3, 2-3-1, 3-1-2 y 3-2-1.
- La primera y la tercera rotación se realicen alrededor del mismo eje y la segunda rotación sobre un eje diferente, entonces las secuencias son 1-2-1, 1-3-1, 2-1-2, 2-3-2, 3-1-3 y 3-2-3.

Las rotaciones se realizan sobre los ejes 1, 2 y 3 en algún orden de los arriba mencionados. La cantidad angular que se gira suele ser en general diferente para cada eje. Entonces para obtener por ejemplo la matriz de actitud o rotación \mathbf{A}_{ci} que relaciona los marcos de referencia \mathcal{F}_c y \mathcal{F}_i , se puede realizar una secuencia 1-2-3, en la que la matriz, $\mathbf{A}_1(\phi)$ gire un ángulo ϕ alrededor del eje 1, $\mathbf{A}_2(\theta)$ un ángulo θ al rededor del eje 2 y $\mathbf{A}_3(\psi)$ un ángulo ψ alrededor del eje 3, entonces la matriz \mathbf{A}_{ci} será:

$$\mathbf{A}_{ci} = \mathbf{A}_3(\psi)\mathbf{A}_2(\theta)\mathbf{A}_1(\phi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi + s\psi s\phi & -c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ -s\psi c\theta & -s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi + c\psi s\phi \\ s\theta & -c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde $s\phi$, $s\theta$ y $s\psi$ representan $\sin\phi$, $\sin\theta$ y $\sin\psi$ respectivamente, de la misma manera $c\phi$, $c\theta$ y $c\psi$ representan $\cos\phi$, $\cos\theta$ y $\cos\psi$. Las matrices de rotación $\mathbf{A}_1(\phi)$, $\mathbf{A}_2(\theta)$ y $\mathbf{A}_3(\psi)$ están dadas por

$$\mathbf{A}_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{A}_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{A}_3(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

El caso particular cuando $\phi = \theta = \psi = \Phi$, las matrices $\mathbf{A}_1(\Phi)$, $\mathbf{A}_2(\Phi)$ y $\mathbf{A}_3(\Phi)$ tienen todas la misma traza

$$\text{tr}(\mathbf{A}(\Phi)) = 1 + 2\cos\Phi \quad (2.14)$$

este resultado junto con el teorema de Euler a cerca de las rotaciones que dice: *El desplazamiento más general de un cuerpo rígido con un punto fijo, es una rotación alrededor de algún eje*, dan pie a la relación que existe entre la matriz de rotación DCM y las rotaciones alrededor de un eje, en un ángulo Φ (vector de rotación principal). Sea $\hat{\mathbf{e}}$ el eigenvector de rotación con componentes e_1, e_2, e_3 , entonces la matriz de cosenos directores más general en términos del vector unitario, $\hat{\mathbf{e}}$, a lo largo del eje de rotación y el ángulo de rotación Φ es

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\Phi + e_1^2(1 + \cos\Phi) & e_1e_2(1 + \cos\Phi) + e_3\sin\Phi & e_1e_3(1 + \cos\Phi) - e_2\sin\Phi \\ e_1e_2(1 + \cos\Phi) - e_3\sin\Phi & \cos\Phi + e_2^2(1 + \cos\Phi) & e_2e_3(1 + \cos\Phi) + e_1\sin\Phi \\ e_1e_3(1 + \cos\Phi) + e_2\sin\Phi & e_2e_3(1 + \cos\Phi) - e_1\sin\Phi & \cos\Phi + e_3^2(1 + \cos\Phi) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

o bien en forma compacta como

$$\mathbf{A} = \cos\Phi\mathbf{I} + (1 + \cos\Phi)\hat{\mathbf{e}}\hat{\mathbf{e}}^T - \sin\Phi\mathbf{E} \quad (2.16)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad y \mathbf{E} es la matriz antisimétrica definida por

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Esta representación (2.15) de la orientación de un vehículo espacial se denomina parametrización ángulo-eje de Euler. A partir de las ecuaciones 2.10 y 2.15 podemos obtener los parámetros de las representaciones ángulos de Euler y ángulo-eje de Euler (vector de rotación principal) en términos de la matriz de cosenos directores. Para obtener los ángulos ϕ, θ y ψ utilizamos

$$\theta = \arcsin(a_{31}), \quad \phi = -\arctan(a_{32}/a_{33}), \quad \psi = -\arctan(a_{21}/a_{11}). \quad (2.18)$$

y para obtener e_1, e_2, e_3 y Φ utilizamos

$$\cos\Phi = \frac{1}{2}[\text{tra}(A) - 1] \quad (2.19)$$

$$e_1 = (a_{23} - a_{32})/(2\sin\Phi), \quad e_2 = (a_{31} - a_{13})/(2\sin\Phi), \quad e_3 = (a_{12} - a_{21})/(2\sin\Phi). \quad (2.20)$$

2.2.3. Parámetros simétricos de Euler

La parametrización de la matriz de actitud en términos de los parámetros simétricos de Euler q_1, q_2, q_3 y q_4 o cuaterniones como se conocen de manera popular, los cuales se definen como

$$q_i = e_i \sin \frac{\Phi}{2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad q_4 = \cos \frac{\Phi}{2} \quad (2.21)$$

Estos términos forman el cuaternión $\underline{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$, más no son todos ellos independientes, pues deben cumplir la restricción

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (2.22)$$

Los cuaterniones se discuten con más detalle en la sección 2 del capítulo 6. La matriz de actitud puede ser expresada en términos de cuaterniones por

$$\mathbf{A}(\underline{q}) = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

o bien e su forma compacta como

$$\mathbf{A} = (q_4^2 - \mathbf{q}^2)\mathbf{I} + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T - 2q_4\mathbf{Q} \quad (2.24)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad y \mathbf{Q} es la matriz antisimétrica definida por

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

El cuaternión \underline{q} correspondiente a una matriz de actitud dada, \mathbf{A} , pueden determinarse a partir de

$$q_1 = \frac{1}{4q_4}(a_{23} - a_{32}), \quad q_2 = \frac{1}{4q_4}(a_{31} - a_{13}), \quad q_3 = \frac{1}{4q_4}(a_{12} - a_{21}) \quad (2.26)$$

$$q_4 = \pm \frac{1}{2}(1 + a_{11} + a_{22} + a_{33})^{1/2} \quad (2.27)$$

Existe una ambigüedad en el signo al calcular estos parámetros, pues al cambiar de manera simultánea el signo a todos los cuaterniones no afecta a la matriz de actitud \mathbf{A} . Existen cuatro posibles maneras de calcular los parámetros [Sidi, 1997], todas ellas equivalentes. Los parámetros simétricos de Euler o cuaterniones proveen una parametrización de la orientación que es muy conveniente, pues se utilizan solo cuatro parámetros, la expresión de la matriz de actitud, $\mathbf{A}(\underline{q})$, en términos de cuaterniones no involucra funciones trigonométricas. Otra ventaja de los cuaterniones es que si $\mathbf{A}(\underline{q}'') = \mathbf{A}(\underline{q}')\mathbf{A}(\underline{q})$ representa rotaciones sucesivas en el orden $\mathbf{A}(\underline{q}), \mathbf{A}(\underline{q}')$, entonces

$$\underline{q}'' = \begin{bmatrix} q'_4 & q'_3 & -q'_2 & q'_1 \\ -q'_3 & q'_4 & q'_1 & q'_2 \\ q'_2 & -q'_1 & q'_4 & q'_3 \\ -q'_1 & -q'_2 & -q'_3 & q'_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

2.3. Sistemas de coordenadas

El movimiento orbital de un satélite alrededor de la Tierra [Carrara, 2015] es descrito mediante ecuaciones diferenciales expresadas en un sistema de coordenadas inercial. Otros sistemas de coordenadas no inerciales son empleados para la localización del satélite respecto a la Tierra u otras tareas como la comunicación con la estación terrena, etc. El número de sistemas de coordenadas o marcos de referencia utilizados en un satélite suele variar dependiendo de la misión que el satélite desempeñará, de manera general podemos hablar de un conjunto de cuatro sistemas de coordenadas.

2.3.1. Sistema inercial

Para la descripción orbital de un satélite y su orientación se utiliza un sistema de coordenadas inercial centrado en la Tierra, \mathcal{F}_i , el origen de este marco de referencia se encuentra en el centro geométrico de la Tierra, su eje $\hat{\mathbf{i}}_z$ está alineado con el polo norte, el eje $\hat{\mathbf{i}}_x$ apunta hacia el equinoccio vernal, el cual está definido por la intersección del plano ecuatorial y el plano de la eclíptica, el eje $\hat{\mathbf{i}}_y$ es el que completa un sistema de coordenadas de mano derecha. En la Figura 2.5 podemos ver el marco de referencia inercial junto con el marco de referencia fijo en la Tierra. Dado que el eje $\hat{\mathbf{i}}_x$ y las estrellas se muevan lentamente en el tiempo, la referencia inercial se puede especificar respecto a una fecha en términos del día Juliano, por ejemplo el día Juliano del año 1950 o el del año 2000.

2.3.2. Sistema fijo en la Tierra

El sistema de coordenadas fijo en la Tierra, \mathcal{F}_t (Figura 2.5) tiene su origen en el centro de la Tierra, su eje $\hat{\mathbf{t}}_z$ coincide con el eje de rotación de la Tierra, el eje $\hat{\mathbf{t}}_x$ está definido por la intersección entre el primer meridiano y el plano ecuatorial, el eje $\hat{\mathbf{t}}_y$ es aquel que completa el marco de referencia de mano derecha. Este sistema de coordenadas $(\hat{\mathbf{t}}_x, \hat{\mathbf{t}}_y, \hat{\mathbf{t}}_z)$ rota junto con la Tierra y está relacionado con el sistema de coordenadas inercial por medio del ángulo Θ_G que existe entre $\hat{\mathbf{i}}_x$ y $\hat{\mathbf{t}}_x$, el cual se conoce como tiempo sideral de Greenwich y es función del Tiempo Universal Coordinado (abreviado, UTC).

2.3.3. Sistema de coordenadas orbital

El sistema de coordenadas orbital, \mathcal{F}_o , tiene su origen en el centro de la Tierra, con el eje $\hat{\mathbf{o}}_x$ apuntando hacia el satélite (ver Figura 2.6), el eje $\hat{\mathbf{o}}_z$ es perpendicular al plano orbital del satélite y el eje $\hat{\mathbf{o}}_y$ está en el plano orbital. Este sistema de coordenadas se relaciona con el sistema de coordenadas inercial, por medio de los siguientes elementos orbitales: la ascensión recta del nodo ascendente (RAAN), Ω , la inclinación de la órbita, i y la anomalía del nodo dada por la suma del argumento de perigeo ω y la anomalía verdadera f . Este último ángulo se calcula resolviendo la ecuación de Kepler

$$M = u - e \sin u \quad (2.29)$$

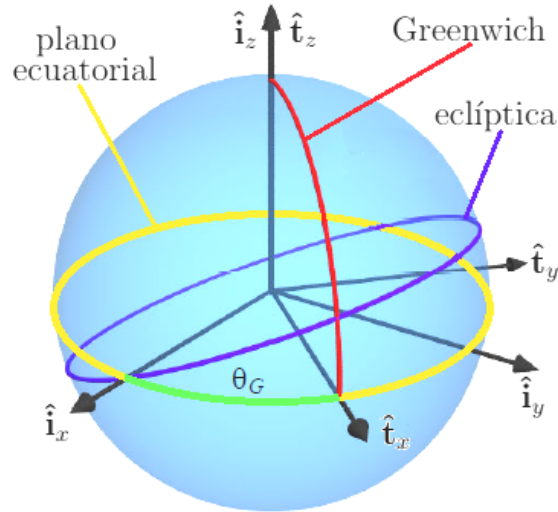


Figura 2.5: Marco de referencia \mathcal{F}_i y marco de referencia \mathcal{F}_t

para la anomalía excéntrica u , dadas la anomalía media, M y la excentricidad de la órbita, e . Entonces la anomalía verdadera puede obtenerse a partir de

$$\tan(f/2) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan(u/2). \quad (2.30)$$

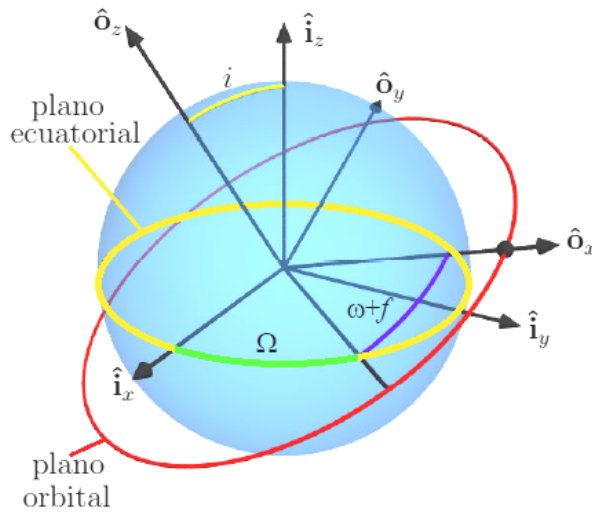


Figura 2.6: Marco de referencia \mathcal{F}_i y marco de referencia \mathcal{F}_o

2.3.4. Sistema fijo al cuerpo del satélite

El sistema de coordenadas fijo al cuerpo del satélite, \mathcal{F}_c , es el marco de referencia propio del satélite, sirve de referencia para los sensores, actuadores, carga útil y demás

elementos que conforman el satélite. En la Figura 2.7 se muestra el marco de referencia del cuerpo del satélite, \mathcal{F}_c , cuyas componentes son \hat{c}_x , \hat{c}_y , \hat{c}_z . El sistema para la determinación y control de la orientación (ADCS), utiliza la información de sensores y actuadores para determinar la actitud y reorientar al satélite de manera que este adquiera la orientación deseada que le permita realizar la misión para la cual fue desarrollado.

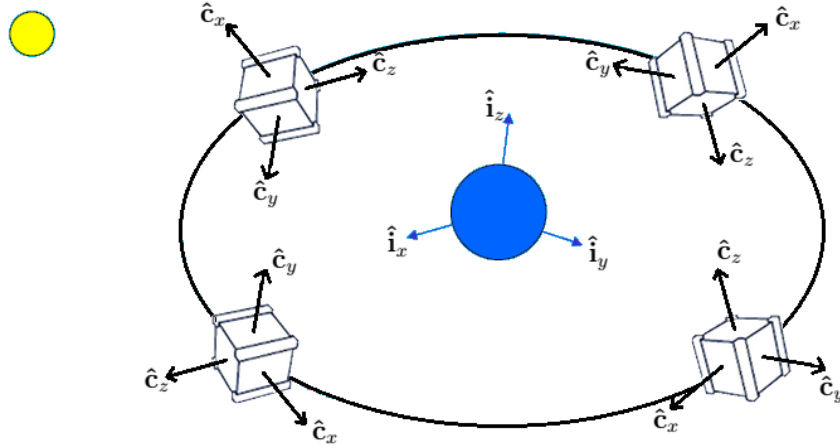


Figura 2.7: Marco de referencia \mathcal{F}_c , del cuerpo del satélite

2.4. Modelo solar

Determinar la actitud de un satélite utilizando sensores solares implica que en el satélite se cuente con un modelo matemático que permita conocer la dirección del Sol en el marco de referencia inercial, \mathcal{F}_i , es decir se requiere conocer el vector solar en la referencia inercial, \mathbf{s}_i , así como el vector solar en cuerpo del satélite, \mathbf{s}_c . A continuación se presenta un algoritmo para obtener la dirección del Sol en \mathcal{F}_i , el cuál fue tomado de [Hall, 2003].

- Determinar el día Juliano (dJ), a partir de año (a), mes (m), día (d), hora (h), minuto (min) y segundo (seg), como sigue:

$$dJ = 367a - ent\left(\frac{7[a + ent(\frac{m+9}{12})]}{4}\right) + ent\left(\frac{275m}{9}\right) + d + 1721013.5 + \frac{h}{24} + \frac{min}{1440} + \frac{seg}{86400} \quad (2.31)$$

donde $ent()$, significa obtener la parte entera.

- Se calcula el tiempo T_{UTC}

$$T_{UTC} = \frac{dJ - 2451545.0}{36525.0} \quad (2.32)$$

- Se calcula la longitud media del Sol

$$L_{mSol} = 280.4606184 + 36000.77005361T_{UTC} \quad (2.33)$$

- Se calcula la anomalía media del Sol

$$M_{Sol} = 357.5277233 + 35999.05034T_{UTC} \quad (2.34)$$

- Se calcula la longitud media de la eclíptica del Sol

$$L_{eclip} = L_{mSol} + 1.914666471\sin M_{Sol} + 0.918994643\sin(2M_{Sol}) \quad (2.35)$$

- Se determina la oblicuidad de la eclíptica

$$oblic = 23.439291 - 0.013004T_{UTC} \quad (2.36)$$

- Se determina el vector unitario de la dirección del Sol en la referencia \mathcal{F}_i

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} \cos(L_{eclip}) \\ \cos(oblic)\sin(L_{eclip}) \\ \sin(oblic)\sin(L_{eclip}) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

2.5. Modelo magnético

Al igual que para los sensores solares es necesario contar con un modelo matemático de la dirección del Sol, en el caso de los sensores magnéticos como los magnetómetros, es necesario contar con un modelo matemático de la dirección del campo magnético de la Tierra, en esta sección se describen los principales aspectos del modelo creado por The International Geomagnetic Reference Field (IGRF), [Thébault et. al, 2015]. El IGRF es una serie de modelos matemáticos que describen a gran escala la parte interna del campo magnético de la Tierra, a partir del año 1900 hasta el presente. El modelo IGRF debe ser revisado regularmente, el periodo entre revisiones es lo suficientemente corto como para preservar la utilidad del modelo, la última revisión es la denominada IGRF-12 y tiene validez hasta el año 2020. El IGRF esta compuesto por modelos matemáticos del campo geomagnético interno $\vec{B}(r, \theta, \phi, t)$ y su tasa de cambio anual (variación secular). El campo magnético \vec{B} en y sobre la superficie de la Tierra, se define en términos de un potencial escalar magnético, V , es decir $\vec{B} = -\nabla V$, en donde el potencial V en coordenadas esféricas se aproxima por la siguiente serie finita

$$V(r, \theta, \phi, t) = a \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m(t)\cos(m\theta) + h_n^m(t)\sin(m\phi)P_n^m(\cos\theta)] \quad (2.38)$$

r denota la distancia radial desde el centro de la Tierra, $a = 6371.2Km$ que es por convención el radio promedio de la Tierra en la esfera de referencia, θ denota la co-latitud geocéntrica y ϕ es la longitud este. La función $P_n^m(\cos\theta)$ son las funciones de Schmidt cuasi-normalizadas asociadas de Legendre de grado n y orden m . Los coeficientes de Gauss, g_n^m y h_n^m , son funciones del tiempo y por convención sus unidades están dadas en nano Teslas (nT). En el modelo IGRF-12, los coeficientes de Gauss provienen del campo principal en periodos de tiempo separados por 5 años, a partir del año 1900.0 hasta el año 2015.0. La

dependencia del tiempo de los coeficientes de Gauss se asume lineal sobre intervalos de 5 años, de modo que los coeficientes están dados por las siguientes expresiones:

$$g_n^m(t) = g_n^m(T_0) + \dot{g}_n^m(T_0)(t - T_0) \quad (2.39)$$

$$h_n^m(t) = h_n^m(T_0) + \dot{h}_n^m(T_0)(t - T_0) \quad (2.40)$$

donde \dot{g}_n^m , \dot{h}_n^m , están dadas en nT /año y representan respectivamente las primeras derivadas temporales promedio de los coeficientes de Gauss en el periodo de 5 años, t es el tiempo de interés dado en años y T_0 es el periodo de 5 años que precede a t . Las componentes geocéntricas del campo geomagnético en las direcciones norte, este y radial hacia adentro (X, Y, Z) se obtienen a partir del modelo 2.38, tomando el gradiente de V en coordenadas polares esféricas, es decir

$$X = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}, \quad Y = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial r}. \quad (2.41)$$

Para algunas aplicaciones son necesarias la declinación D , la inclinación I , la intensidad horizontal H y la intensidad total F . Estas componentes se pueden calcular a partir de X, Y, Z con las siguientes relaciones

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad D = \arctan(Y/X), \quad I = \arctan(Z/H). \quad (2.42)$$

2.6. TRIAD

La información de esta sección se tomó de [Hall, 2003], [Shuster, 1981]. Determinar la orientación de un vehículo espacial es equivalente a determinar la matriz de rotación que describe la orientación del sistema de referencia \mathcal{F}_c fijo en el vehículo espacial (referencia del cuerpo rígido), con respecto a un sistema de referencia conocido, por ejemplo el sistema de referencia inercial \mathcal{F}_i . Entonces la determinación de la orientación es equivalente a determinar la matriz de rotación \mathbf{A}_{ci} .

Supongamos que contamos con la información de dos vectores de observación, por ejemplo la dirección del Sol y la dirección del campo magnético de la Tierra. Denotemos estos vectores por \mathbf{s} y \mathbf{m} respectivamente, las correspondientes componentes de los vectores de medición, con respecto a la referencia del cuerpo serían \mathbf{s}_c y \mathbf{m}_c , de manera similar las componentes conocidas de los vectores en la referencia inercial serían \mathbf{s}_i y \mathbf{m}_i entonces de manera ideal la matriz de rotación o matriz de actitud \mathbf{A}_{ci} satisface:

$$\mathbf{s}_c = \mathbf{A}_{ci} \mathbf{s}_i \quad (2.43)$$

$$\mathbf{m}_c = \mathbf{A}_{ci} \mathbf{m}_i \quad (2.44)$$

Desafortunadamente no siempre es posible encontrar la matriz \mathbf{A}_{ci} . El algoritmo más simple para determinar la actitud es el algoritmo conocido como TRIAD, la palabra triad sirve para indicar un conjunto de tres cosas, en este caso se refiere a un conjunto de tres vectores unitarios, ya que el método utiliza un par de conjuntos de tres vectores unitarios orto normales (es decir dos triads) para generar un nuevo triad que relaciona ambos triads base. Así que el nuevo marco de referencia TRIAD, denotado \mathcal{F}_t , se compone de la siguiente manera:

- Dados dos vectores de observación en los marcos de referencia del cuerpo del satélite e inercial, como la dirección del Sol \mathbf{s} y la dirección del campo magnético de la Tierra \mathbf{m} , es decir \mathbf{s}_c , \mathbf{s}_i , \mathbf{m}_c y \mathbf{m}_i .
- Se supone o se determina que uno de esos dos vectores de observación es más exacto que el otro, por ejemplo \mathbf{s} .
- Entonces la dirección de \mathbf{s} será el primer vector base de \mathcal{F}_t , es decir $\mathbf{t}_1 = \mathbf{s}$.
- Ahora el segundo vector base de \mathcal{F}_t , será $\mathbf{t}_2 = \mathbf{s} \times \mathbf{m}$.
- El tercer vector base de \mathcal{F}_t , será $\mathbf{t}_3 = \mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2$.
- Se construye un marco de referencia triad para cada vector de observación, en este caso uno para \mathbf{s} y otro para \mathbf{m} , como en los tres puntos anteriores:

$$\mathbf{t}_{1c} = \mathbf{s}_c, \mathbf{t}_{1i} = \mathbf{s}_i, \mathbf{t}_{2c} = \frac{(\mathbf{s}_c \times \mathbf{m}_c)}{|\mathbf{s}_c \times \mathbf{m}_c|}, \mathbf{t}_{2i} = \frac{(\mathbf{s}_i \times \mathbf{m}_i)}{|\mathbf{s}_i \times \mathbf{m}_i|}, \mathbf{t}_{3c} = \frac{(\mathbf{t}_{1c} \times \mathbf{t}_{2c})}{|\mathbf{t}_{1c} \times \mathbf{t}_{2c}|}, \mathbf{t}_{3i} = \frac{(\mathbf{t}_{1i} \times \mathbf{t}_{2i})}{|\mathbf{t}_{1i} \times \mathbf{t}_{2i}|}.$$
- Se construyen las matrices $\mathbf{A}_{ct} = [\mathbf{t}_{1c} \ \mathbf{t}_{2c} \ \mathbf{t}_{3c}]$ y $\mathbf{A}_{it} = [\mathbf{t}_{1i} \ \mathbf{t}_{2i} \ \mathbf{t}_{3i}]$.
- Ahora podemos obtener la matriz de actitud deseada como:

$$\mathbf{A}_{ci} = \mathbf{A}_{ct} \mathbf{A}_{ti} = [\mathbf{t}_{1c} \ \mathbf{t}_{2c} \ \mathbf{t}_{3c}] [\mathbf{t}_{1i} \ \mathbf{t}_{2i} \ \mathbf{t}_{3i}]^T.$$

2.7. Davenport (q-method)

Si más de dos observaciones están disponibles, y deseamos utilizar toda esa información, entonces podemos usar un método estadístico. De hecho, incluso en el caso donde tenemos dos observaciones el método estadístico puede proveer una mejor estimación de la matriz de actitud \mathbf{A}_{ci} , que con el método TRIAD, la información de esta sección se tomó de [Hall, 2003].

Supongamos que tenemos un conjunto de N vectores \mathbf{v}_k , con $k = 1, 2, \dots, N$. Para cada vector tenemos una medición de un sensor en el sistema de referencia del satélite, \mathbf{v}_{kc} y esos vectores están dados en el sistema de referencia inercial por, \mathbf{v}_{ki} . Deseamos encontrar la matriz \mathbf{A}_{ci} , tal que: $\mathbf{v}_{kc} = \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}$ para cada uno de los N vectores. Obviamente el conjunto de ecuaciones está sobre determinado para $N \geq 2$ y por esa razón no puede en general ser satisfecha para cada $k = 1, 2, \dots, N$. Así que nos interesa encontrar una solución para \mathbf{A}_{ci} que en algún sentido minimice el error total para los N vectores.

Una forma de establecer el problema es: encontrar la matriz \mathbf{A}_{ci} que minimiza la función de costo:

$$J(\mathbf{A}_{ci}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \omega_k |\mathbf{v}_{kc} - \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}|^2 \quad (2.45)$$

Esta ecuación J es la función de costo a minimizar, k es el subíndice para cada una de las N observaciones, \mathbf{v}_{kc} es la k -ésima medición en el sistema de referencia del cuerpo y \mathbf{v}_{ki} es la k -ésima medición determinada por el modelo matemático en el sistema de referencia inercial. Esta función de costo es la suma de los errores al cuadrado de cada vector de medición, si las mediciones y los modelos matemáticos fueran perfectos, darían $J = 0$. Ahora

que si existen errores y ruidos en las mediciones $J > 0$. Cuanto más pequeña podamos hacer J , mejor será la aproximación de \mathbf{A}_{ci} .

Un método para resolver el problema de minimización de la función de costo $J(\mathbf{A}_{ci})$ para encontrar la actitud óptima, es el denominado q-method. Primero comenzamos expandiendo la función de costo como sigue:

$$J = \frac{1}{2} \sum \omega_k (\mathbf{v}_{kc} - \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki})^T (\mathbf{v}_{kc} - \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}) \quad (2.46)$$

$$= \frac{1}{2} \sum \omega_k (\mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{v}_{kc} + \mathbf{v}_{ki}^T \mathbf{v}_{ki} - 2\mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}) \quad (2.47)$$

Dado que se asume que los vectores están normalizados a la unidad, entonces los primeros dos términos satisfacen $\mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{v}_{kc} = \mathbf{v}_{ki}^T \mathbf{v}_{ki} = 1$. Así que la función costo queda como:

$$J = \sum \omega_k (1 - \mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}) \quad (2.48)$$

Minimizar $J(\mathbf{A}_{ci})$ es lo mismo que minimizar $J'(\mathbf{A}_{ci}) = -\sum \omega_k \mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}$ o maximizar la función ganancia dada por

$$g(\mathbf{A}_{ci}) = \sum \omega_k \mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki} \quad (2.49)$$

La clave para resolver este problema de optimización está en formular el problema en términos de cuaterniones, tenemos $\underline{q} = [\mathbf{q}^T, q_4]^T$, para el cual:

$$\mathbf{A}_{ci} = (q_4^2 - \mathbf{q}^T \mathbf{q}) \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q} \mathbf{q}^T - 2q_4 \mathbf{q}^\times \quad (2.50)$$

Dado que se requieren un mínimo de tres parámetros para determinar una actitud única, entonces cualquier representación de cuatro parámetros para la actitud debe tener una sola restricción que relaciona los parámetros, en el caso de los cuaterniones la relación es: $\underline{q}^T \underline{q} = 1$. La ecuación para la ganancia puede ser escrita en términos de cuaterniones en lugar de la matriz de rotación, esta sustitución nos lleva a la forma:

$$g(\underline{q}) = \underline{q}^T \mathbf{K} \underline{q} \quad (2.51)$$

Donde \mathbf{K} es la matriz de 4×4 dada por

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{S} - \sigma \mathbf{I} & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}^T & \sigma \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Con $\mathbf{B} = \sum \omega_k (\mathbf{v}_{kc} \mathbf{v}_{ki}^T)$, $\mathbf{S} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^T$, $\mathbf{Z} = [B_{23} - B_{32} \ B_{31} - B_{13} \ B_{12} - B_{21}]$ y $\sigma = \text{Tr}[\mathbf{B}]$. Para maximizar la función ganancia, se toma la derivada de g con respecto de \underline{q} , pero dado que los cuaterniones no son independientes aun debe cumplir con la restricción. Agregando la restricción a la función ganancia por medio de los multiplicadores de Lagrange se obtiene la nueva función:

$$g'(\underline{q}) = \underline{q}^T \mathbf{K} \underline{q} - \lambda \underline{q}^T \underline{q} \quad (2.53)$$

Ahora diferenciando esta función ganancia respecto de \underline{q} , se puede demostrar que $g'(\underline{q})$ tiene un valor estacionario cuando $\mathbf{K} \underline{q} = \lambda \underline{q}$ que pertenece a un problema de eigenvalores. La

actitud óptima es entonces un eigenvector de la matriz \mathbf{K} , sin embargo existen cuatro eigenvalores que tienen diferentes eigenvectores. Para visualizar cual eigenvalor corresponde al eigenvector (cuaternión) óptimo que maximiza la función ganancia recordemos que,

$$g(\underline{q}) = \underline{q}^T \mathbf{K} \underline{q} = \underline{q}^T \lambda \underline{q} = \lambda \underline{q}^T \underline{q} = \lambda \quad (2.54)$$

Así que el eigenvalor más grande de \mathbf{K} es el que maximiza la función ganancia y por lo tanto el eigenvector correspondiente a este eigenvalor más grande es la actitud óptima estimada por el método de mínimos cuadrados.

Existen varios métodos para calcular directamente los eigenvalores de una matriz, así como también para estimarlos. El q-method resuelve el problema eigenvalor, eigenvector directamente.

2.8. QUEST

El q-method provee una estimación de la actitud resolviendo el problema de optimización por mínimos cuadrados, a partir de los vectores medidos en la referencia del cuerpo del satélite y la información de estos mismos vectores en alguna otra referencia coordinada (sistema de referencia inercial). La clave del método es resolver para los eigenvalores y eigenvectores de la matriz \mathbf{K} . Este problema de eigenvalores puede resolverse fácilmente usando MATLAB u otra herramienta matemática moderna. Más los recursos de computo a bordo de un satélite posiblemente no puedan resolver un problema numéricamente intensivo como este, por lo que es necesaria una manera más eficiente de resolver el problema. El algoritmo *QUEST* provee la forma de estimar la solución con menores requerimientos de computo, la información de esta sección se tomó de [Hall, 2003] y se complementó de [Shuster, 1981].

La actitud óptima determinada por el método de mínimos cuadrados al minimizar la función de costo es

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \omega_k |\mathbf{v}_{kc} - \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}|^2 \quad (2.55)$$

$$J = \sum \omega_k (1 - \mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki}) \quad (2.56)$$

y la función ganancia a maximizar es

$$g = \sum \omega_k \mathbf{v}_{kc}^T \mathbf{A}_{ci} \mathbf{v}_{ki} = \lambda_{opt} \quad (2.57)$$

ordenando estas ultimas dos últimas expresiones se obtiene el siguiente resultado útil,

$$\lambda_{opt} = \sum \omega_k - J \quad (2.58)$$

De aquí podemos ver que para el eigenvalor óptimo la función de costo J debe ser pequeña, así que una buena aproximación del eigenvalor óptimo es,

$$\lambda_{opt} \approx \sum \omega_k \quad (2.59)$$

Para algunas aplicaciones la precisión de esta aproximación podría ser suficiente, en otros casos se utiliza el método de Newton-Raphson para mejorar la precisión de la aproximación. Una vez que el eigenvalor ha sido estimado con la suficiente precisión, se debe calcular el correspondiente eigenvector. El eigenvector es el cuaternión que define la actitud óptima estimada y una manera de convertir el cuaternión al problema de eigenvalor es utilizando la actitud en su forma de parámetros de Rodrigues, definida como

$$\mathbf{p} = \frac{q}{q_4} = \hat{\mathbf{e}} \tan \frac{\Phi}{2} \quad (2.60)$$

entonces a partir de 2.54, la cual será maximizada cuando encontremos el cuaternión óptimo, \underline{q}_{opt} , que es el eigenvector de \mathbf{K} que corresponde al eigenvalor más grande (solución del q-method). Podemos decir entonces que el resultado deseado es

$$\mathbf{K}\underline{q}_{opt} = \lambda_{max}\underline{q}_{opt} \quad (2.61)$$

reordenando la ecuación 2.61 (ver el desarrollo completo [Shuster, 1981]), para cualquier eigenvalor λ , tenemos

$$\mathbf{p} = [(\lambda_{opt} + \sigma)\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{Z} \quad (2.62)$$

$$\lambda = \sigma + \mathbf{Z}^T \mathbf{p} \quad (2.63)$$

notemos ahora que cualquier eigenvalor de \mathbf{K} , debe satisfacer la ecuación característica

$$f(x) = \det(\mathbf{K} - x\mathbf{I}_{4 \times 4}) = 0 \quad (2.64)$$

donde x es el eigenvalor en cuestión, de modo que λ_{opt} se puede determinar utilizando el método de Newton-Raphson como sigue:

- $\lambda_0 = \sum \omega_k$.
- $\lambda_1 = \lambda_0 - \frac{f(\lambda_0)}{f'(\lambda_0)}$.
- ...
- $\lambda_{opt} = \lambda_n = \lambda_{n-1} - \frac{f(\lambda_{n-1})}{f'(\lambda_{n-1})}$.

donde n depende de la precisión que uno desee. Una vez que se obtiene un λ_{opt} , ya podemos calcular el valor de \mathbf{p} y por último calcular el cuaternión que define la actitud óptima,

$$\underline{q}_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{p}^T \mathbf{p}}} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Capítulo 3

Paneles y fotodiodos como sensores de orientación

En este capítulo se presenta la metodología utilizada para la caracterización de dos dispositivos comerciales, un panel solar de propósito general y un fotodiodo modelo *BPW34* (sus especificaciones se presentan en el capítulo de resultados), el proceso de caracterización se describe de una manera general de modo que este pueda seguirse para cualquier otro dispositivo en particular.

También se describe la forma en que se desarrollaron los modelos matemáticos, de voltaje en función del ángulo, $V(\theta)$ y de ángulo en función del voltaje, $\theta(V)$ para cada dispositivo. En la última sección del capítulo se presenta el sistema para la determinación y control de la actitud, *ADCSuno*, implementado en MATLAB (manejado por medio de una interfaz gráfica), se mencionan los elementos que lo forman, se describe el escenario de simulación, en el cual se simula un sistema completo para la determinación y control de la actitud a bordo de un satélite Cubesat, es decir se simulan el subsistema de control, el subsistema de determinación de la orientación, las ruedas de reacción, los sensores (sensores solares y magnetómetro), las perturbaciones, la dinámica del satélite, el reloj a bordo del satélite (se encarga de las efemérides y el tiempo de simulación) y la interacción entre todos estos elementos. Este entorno puede ser visualizado con la ayuda del diagrama de flujo del sistema y los diagramas a bloques de la interacción de los elementos del sistema.

3.1. Caracterización de celdas solares y fotodiodos

El primer inconveniente que se tuvo al intentar simular un sensor solar basado en celdas o fotodiodos, fue el no contar con un modelo matemático que representara el comportamiento que estos dispositivos tienen respecto al ángulo de incidencia de la luz solar. Las referencias consultadas hablan de diferentes modelos, que a continuación se mencionan:

- [Wertz, 1978]: Variación sinusoidal de la corriente de salida de la celda solar conforme al ángulo solar. La corriente de salida, I de la foto celda, es proporcional al coseno del ángulo de incidencia de la radiación solar, es decir $I = I(0)\cos\theta$, el ángulo de incidencia se mide respecto al vector normal, $\hat{\mathbf{n}}$, a la superficie.

- [Springmann et. al (1), 2012]: Los fotodiodos generan una corriente como función de la intensidad de la luz y el ángulo de incidencia de la fuente de luz. El voltaje medido se modela como $V = V(0)\cos\theta + \text{ruido}$, el ángulo de incidencia, θ , se mide normal a la superficie, el ruido es ruido gaussiano de media cero.
- [Winetraub et. al, 2005]: La corriente producida por el panel solar está directamente relacionada con el ángulo de impacto de la luz solar, la función $I(\theta)$ que describe este fenómeno se puede aproximar por la función seno, $I(\theta) = I_{max}\sin\theta$, donde el ángulo se mide respecto al plano horizontal de la superficie del panel e I_{max} , es la corriente máxima producida cuando $\theta = 90$ grados.
- [Sturm II, 2005]: Al respecto de la caracterización de los paneles solares dice lo siguiente: *Mientras la mayoría de los artículos publicados sugieren una relación seno o coseno, estos paneles producen una relación seno cúbico o coseno cúbico.*

Habiendo tales diferencias se decidió utilizar celdas solares y fotodiodos COTS e iniciar un proceso de caracterización de estos dispositivos, desarrollar sus modelos matemáticos y usarlos en las simulaciones.

El propósito de la caracterización de celdas solares y fotodiodos COTS es determinar la variación del voltaje producido por estos dispositivos como función del ángulo de incidencia de la luz solar. De las referencias consultadas sabemos que su comportamiento se acerca al de una función sinusoidal y que puede utilizarse la corriente o el voltaje generado por estos dispositivos, pues dependen del ángulo de incidencia de la luz, así como de otros factores como el área efectiva del sensor, propiedades eléctricas de los materiales de fabricación, etc. En este trabajo solo se considera la dependencia del voltaje respecto al ángulo con que incide la luz solar.

3.1.1. Descripción del experimento de caracterización

El experimento de caracterización que se describe en esta sección sirve tanto para celdas solares (solas o formando un panel), como para fotodiodos, así que nos referiremos a estos dispositivos con el acrónimo DUT (Device Under Test o dispositivo bajo prueba). La descripción se hará de forma general, de modo que quien desee seguir esté procedimiento pueda llevarlo a cabo para un dispositivo en particular. En la sección de resultados se presentará un ejemplo para dos dispositivos caracterizados, el panel de propósito general y el fotodiodo BPW34.

Requerimientos del experimento de caracterización:

- Permita medir el ángulo de giro.
- Permita medir el voltaje generado por el DUT.
- Permita monitorear la temperatura durante la prueba.
- La base giratoria sea capaz de girar más de 180 grados.
- Entrada de luz perpendicular el eje de la base giratoria.

- Aberturas para la incidencia de la luz solar de aproximadamente el área del DUT.
- El contenedor del experimento permita solo la entrada de luz por la abertura previamente definida.

Con estos requerimientos se ideó un experimento conformado por los siguientes elementos: placa de desarrollo Arduino de propósito general, motor a pasos unipolar, driver para el motor, potenciómetro de perilla, caja sin tapa (pintada de negro mate en su interior), tapa con aberturas intercambiables del tamaño del DUT, eje con base para el DUT, electrónica para acondicionar el voltaje del DUT al intervalo de voltaje de los puertos analógicos de Arduino, termistor, resistencias, capacitores, botones pulsadores, cables, reguladores de voltaje, baterías, protoboard.

Con los elementos mencionados se siguen los siguientes pasos para la caracterización del DUT.

1. Se construye el arreglo de la Figura 3.1.
2. Se determina cual es el intervalo del ángulo de giro del sistema potenciómetro, eje con base para el DUT, motor a pasos. Este valor se utilizará para calibrar las mediciones del ángulo de giro.
3. Se caracteriza y calibra el termistor, además de programar en Arduino una rutina para monitorear la temperatura.
4. Se selecciona el DUT que se desea caracterizar y se determina la corriente máxima, I_{max} y el voltaje máximo, V_{max} que el DUT es capaz de producir (esto puede llevarse a cabo, conectando el DUT en paralelo con resistores de diferentes valores, haciendo incidir luz sobre el DUT y midiendo el voltaje producido). Los valores de I_{max} , V_{max} se utilizan en el diseño del convertidor corriente-voltaje que permitirá ajustar el voltaje producido por el DUT al intervalo de voltaje de los puertos de entrada analógica de Arduino.
5. Para operar el DUT en modo corto circuito (short circuit mode) se utiliza un convertidor de corriente-voltaje. En este modo de operación, *el voltaje de salida del DUT es casi independiente de la temperatura y el voltaje de salida del convertidor es proporcional a la radiación incidente* [Vishay, 2012]. Para el convertidor de corriente-voltaje se decidió utilizar dos circuitos con amplificadores operacionales, un inversor cuyo diagrama se puede ver en la Figura 3.2 a., tomado de [Green et. al, 2018] y un sumador (Figura 3.2 b.), tomado de [MIT Photovoltaics, 2013] donde es utilizado para convertir la corriente generada por una celda solar a los niveles de voltaje de un Arduino.
6. Se programa en Arduino una rutina que haga girar la base donde se coloca el DUT, a la vez que adquieren los datos de ángulo, voltaje y temperatura.
7. El procedimiento para obtener los datos del paso anterior, está basado en la rutina programada en Arduino y es el siguiente: En un día soleado (aproximadamente entre las 12 y 14 horas), se llevan todos los componentes del experimento (ver Figura

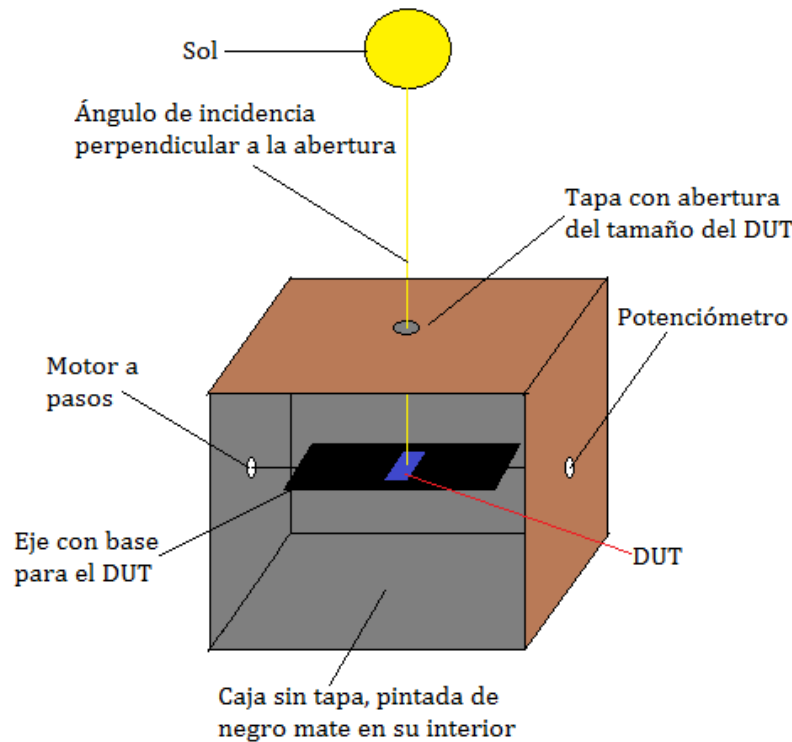


Figura 3.1: Elementos en la caja para el experimento de caracterización

3.3) a un lugar abierto (por ejemplo un patio), se abre el IDE de Arduino en la computadora, se conecta el Arduino a la computadora, el programa (previamente cargado en el Arduino) hará girar la base para el DUT hasta que esta quede en posición horizontal, se coloca el DUT sobre la base, se tapa la caja, se selecciona la abertura adecuada para el DUT, se dirige la caja en la dirección del Sol de manera que la abertura quede perpendicular al ángulo de incidencia, se comprueba con el monitor serie de Arduino que la rutina de adquisición funciona correctamente, se abre algún programa para capturar el puerto serial en el que la rutina imprime los datos (en nuestro caso el `cdm.exe` de windows), se activan las secuencias de captura de datos con los botones pulsadores que hacen que el motor gire la base a favor o en contra de las manecillas del reloj, se guardan los datos capturados en un archivo (en nuestro caso archivo TXT).

8. Se grafican los valores de voltaje contra ángulo, para determinar el comportamiento del voltaje del DUT en función del ángulo de incidencia de la luz solar.

3.2. Modelos matemáticos de celdas y fotodiodos

Con los resultados del proceso de caracterización de la sección anterior se procede a desarrollar los modelos matemáticos que se utilizarán para simular las lecturas del voltaje $V(\theta)$ producido por un sensor solar de un eje, así como el ángulo de incidencia de la luz solar

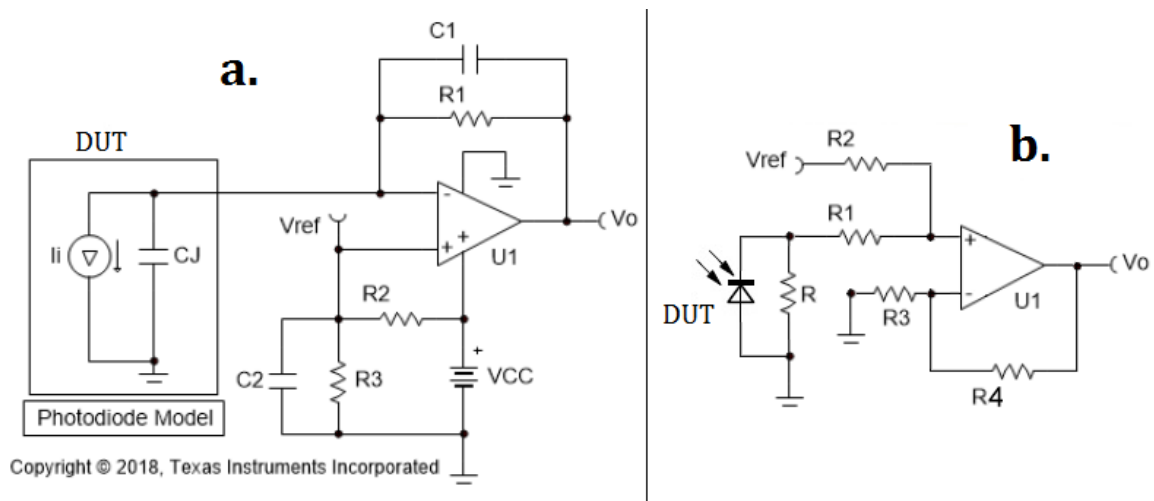


Figura 3.2: a. Circuito inversor, b. circuito sumador

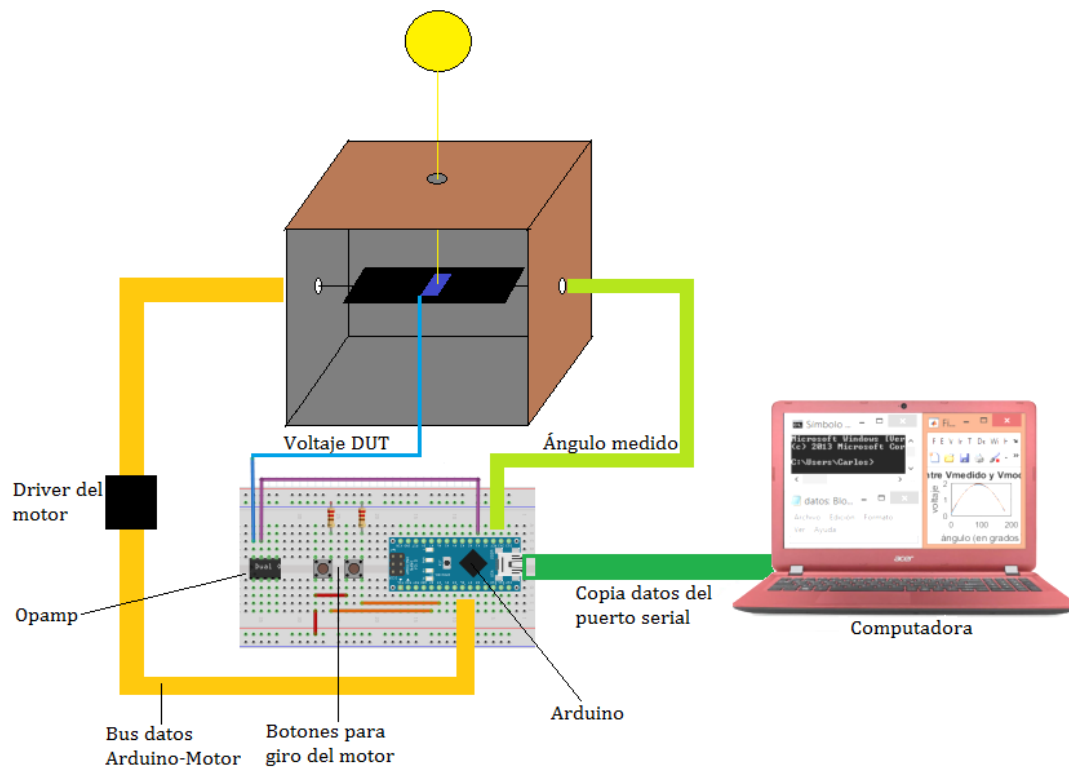


Figura 3.3: Elementos involucrados en el proceso de caracterización

$\theta(V)$ correspondiente. Al conocer $\theta(V)$ se puede utilizar esta información para conocer una de las tres componentes de la dirección del vector solar en el marco de referencia del cuerpo del satélite, con tres sensores solares de un eje se puede determinar al vector solar, \mathbf{v}_{sc} , que será utilizado por el sistema de determinación de actitud *ADCS.m* (implementado en MATLAB como parte de este trabajo de tesis) como una de las piezas para determinar la orientación del satélite CubeSat que se desee simular.

3.2.1. Modelo voltaje en función del ángulo

Para poder utilizar un panel o un fotodiodo como sensor solar de un eje (dispositivo en modo de operación de corto circuito, más su correspondiente convertidor de corriente-voltaje), es necesario contar con un modelo matemático que reproduzca el comportamiento del voltaje en función del ángulo de incidencia de la luz solar, este modelo se obtiene a partir de analizar y comparar las gráficas de voltaje contra ángulo derivadas del proceso de caracterización de celdas solares y fotodiodos COTS, las formas de onda del voltaje para los paneles y los fotodiodos utilizados, resultaron ser diferentes, si bien ambas varían dependiendo del ángulo de incidencia, los modelos matemáticos que reproducen el comportamiento que estos dispositivos tiene son diferentes. Las funciones matemáticas que se propusieron para aproximar el comportamiento de los dispositivos caracterizados, son las siguientes:

modelo $V(\theta)$ para paneles de $5cm \times 5cm$, $V = 2.5V$, $I = 75mA$

$$V_{panel}(\theta) = a \sin \theta + c \quad (3.1)$$

donde a , es la amplitud y c el offset.

modelo $V(\theta)$ para fotodiodos BPW34

$$V_{BPW34}(\theta) = a \sin \theta - b \sin^2 \theta + c \quad (3.2)$$

donde a es la amplitud de la parte senoidal, b es la amplitud de la parte senoidal cuadrada y c el offset. Las funciones $V(\theta)$ propuestas (ecuaciones 3.1, 3.2) están en términos de funciones seno, dado que el ángulo de incidencia de la luz solar se considera respecto a la superficie del DUT, es decir, cuando el DUT está perpendicular a la dirección del Sol, el ángulo de incidencia es de 90 grados. Los voltajes $V_{panel}(\theta)$ y $V_{BPW34}(\theta)$ representan la parte del sensor solar de un eje que generará las lecturas de voltaje de estos sensores durante las simulaciones.

Los parámetros a , c en la ecuación 3.1 y a , b , c en la ecuación 3.2, se determinan por el método de ajuste de datos por mínimos cuadrados entre el V_{medido} en el DUT y el V_{modelo} , es decir los parámetros que producen el ajuste mínimo en

$$ajuste = \sum (V_{medido} - V_{modelo})^2 \quad (3.3)$$

donde V_{medido} son los valores de voltaje producidos por el DUT en el ángulo de incidencia medido al girar el DUT durante el proceso de caracterización y V_{modelo} son los voltajes que

produce el modelo matemático al variar los parámetros del modelo, utilizando el ángulo medido al girar el DUT.

Una vez obtenidos los parámetros del modelo, se repite el proceso de caracterización del DUT, pero modificando la rutina de adquisición de datos, de modo que la base con el DUT se detenga a ciertos ángulos fijos (por ejemplo a 30, 60 y 90 grados o bien 10, 40, 70 y 90 grados, el criterio de elección queda abierto), esto se hace con el propósito de tomar 100 muestras del voltaje producido por el DUT y con estas muestras poder cuantificar la cantidad de ruido en las mediciones, al repetir un número adecuado de veces este proceso de caracterización modificado. Para cuantificar el ruido en las mediciones nos interesa el conocer la desviación estándar (dvs) del voltaje medido cuando la base con el DUT se detiene en un ángulo fijo, de modo que al modelo $V(\theta)$ se le agregue ruido al generar números pseudo aleatorios con distribución gaussiana del tamaño de la desviación estándar del voltaje medido a ángulos fijos y así obtener un modelo que reproduzca de mejor manera el comportamiento real del DUT. Con esto en cuenta, los modelos de las ecuaciones 3.1 y 3.2 serán:

modelo $V(\theta)$ con ruido aleatorio gaussiano para paneles de $5cm \times 5cm$

$$V_{panel}(\theta) + ruido = a \sin \theta + c + (dvs)(ruidogaussiano) \quad (3.4)$$

modelo $V(\theta)$ con ruido aleatorio gaussiano para fotodiodos BPW34

$$V_{BPW34}(\theta) + ruido = a \sin \theta - b \sin^2 \theta + c + (dvs)(ruidogaussiano) \quad (3.5)$$

donde *ruidogaussiano* es una función que genera números pseudo aleatorios con distribución gaussiana.

3.2.2. Modelo ángulo en función del voltaje

Además del modelo del voltaje del DUT en función del ángulo de incidencia (útil para simular las lecturas del sensor solar), es necesario conocer el modelo del ángulo en función del voltaje $\theta(V)$, que será utilizado para determinar el ángulo de incidencia de la luz solar que ve cada celda solar o fotodiodo (sensor solar de un eje formado por celdas o fotodiodos) y con estos datos poder reconstruir la dirección del vector solar en el marco de referencia del satélite (\mathcal{F}_c). Los modelos del ángulo en función del voltaje para los paneles y fotodiodos caracterizados se obtienen al hallar las funciones inversas de las ecuaciones 3.1 y 3.2, entonces tenemos que los modelos del ángulo en función del voltaje son los siguientes:

modelo $\theta(V)$ para paneles de $5cm \times 5cm$

$$\theta_{panel}(V) = \arcsin \left(\frac{V_{panel} - c}{a} \right) \quad (3.6)$$

modelo $\theta(V)$ para fotodiodos BPW34

$$\theta_{BPW34}(V) = \arcsin \left(k - \sqrt{k^2 + \left(\frac{c - V_{BPW34}}{b} \right)^2} \right) \quad (3.7)$$

donde $k = a/2b$.

3.3. Sistema de determinación y control de la actitud

Para poder verificar el correcto funcionamiento de los modelos matemáticos desarrollados en la sección anterior, cuando estos son utilizados para simular sensores solares de un eje, se implementó un sistema de determinación y control de la actitud, denominado *ADCSuno*, con la ayuda de este sistema se pudo comparar el desempeño de dos sensores solares, uno basado en los modelos $V_{panel}(\theta)$, $\theta_{panel}(V)$ y el otro basado en los modelos $V_{BPW34}(\theta)$, $\theta_{BPW34}(V)$, ver sección de resultados.

El sistema de determinación y control de actitud, *ADCSuno*, se codificó en MATLAB y utiliza algunas funciones de PROPAT (ver sección de apéndices). El sistema completo está formado por ocho archivos de MATLAB:

- *ADCSuno.m*, es el programa principal cuya función es lograr la adecuada interacción entre los elementos que forman el sistema de determinación y control de la orientación en el escenario de simulación, además contiene el código para la interfaz gráfica del sistema.
- *ADCS.m*, módulo de determinación de actitud, está codificado haciendo uso de programación orientada a objetos. Un objeto de este tipo almacena la información de los diferentes vectores de observación (vector solar y vector magnético) que provienen tanto de los modelos solar y magnético, como de la simulación de las lecturas de los sensores de actitud (sensores solares, *SsCeldas.m*, *SsFotoD.m* y magnetómetro, *hmc5883l.m* de [Carrara, 2018]). El modulo *ADCS.m* también realiza las operaciones de determinación de actitud por alguno de los tres métodos, TRIAD, QMethod o QUEST.
- *CubeSat.m*, crea objetos del tipo satélite CubeSat, cuya función es almacenar los datos del satélite (parámetros orbitales, actitud inicial, velocidades angulares iniciales, dimensiones, masa, tipo de sensor solar que utiliza) y calcular la matriz de inercia del satélite.
- *RelojSat.m*, crea objetos reloj a bordo de satélite que se encarga de manejar los datos de tiempo (efemérides y tiempo de simulación).
- *RuedasReac.m*, crea objetos ruedas de reacción que representa tres ruedas de reacción ortogonales que funcionan como elemento actuador para el control de orientación (actitud) de un satélite.

- SsCeldas.m, crea objetos sensor solar de celdas, formado por seis celdas solares dispuestas en cada una de las caras del CubeSat. Se encarga de simular las lecturas del sensor solar y determinar la dirección del Sol en la referencia del cuerpo del satélite con base en los modelos matemáticos $V_{panel}(\theta)$ y $\theta_{panel}(V)$.
- SsFotoD.m, crea objetos sensor solar de fotodiodos, formado por seis fotodiodos dispuestos en cada una de las caras del CubeSat. Se encarga de simular las lecturas del sensor solar y determinar la dirección del Sol en la referencia del cuerpo del satélite con base en los modelos matemáticos $V_{BPW34}(\theta)$ y $\theta_{BPW34}(V)$.
- TLE.m, encapsula información de los parámetros orbitales introducidos por medio de un archivo TXT que contiene el conjunto de elementos de dos líneas (two-line elements set, TLE) de un satélite dado.

3.3.1. Elementos del sistema

El sistema de determinación y control de actitud toma en consideración los siguientes elementos:

1. Efemérides: año, mes, día, hora, minuto, segundo, día Juliano modificado, año-fracción, tiempo UTC.
2. Tiempo de la simulación: tiempo inicial (T_{ini}), tamaño del paso (T_{paso}) y tiempo final (T_{fin}). Todos están dados en segundos, el tiempo de simulación es el intervalo de tiempo que durará la simulación, iniciando a partir de las efemérides + T_{ini} .
3. Masa y dimensiones del satélite.
4. Ruedas de reacción: parámetros de las ruedas, modelo de las ruedas, velocidades de las ruedas.
5. Actitud inicial: elementos orbitales, actitud inicial en ángulos de Euler, velocidades angulares iniciales, vector de estado orbital.
6. Sensores de actitud: sensor solar basado en 6 celdas solares, sensor solar basado en 6 fotodiodos, magnetómetro.
7. Control Proporcional-Derivativo.
8. Perturbaciones magnéticas: gradiente de gravedad, momento magnético residual.
9. Dinámica del satélite: modelo dinámico de cuerpo rígido con ruedas de reacción, integrador numérico ODE45.
10. Otros: propagador de órbita, modelo vector solar, modelo campo magnético de la Tierra (algunas de estas funciones forman parte del toolbox PROPAT, ver sección de apéndices).

3.3.2. Descripción

El escenario de las simulaciones es el siguiente (ver diagrama de flujo en Figura 3.4): Estando un satélite CubeSat (1U, 2U, 3U o 6U) en órbita, el sistema de determinación y control de actitud *ADCSuno* comienza sus funciones, el módulo *RelojSat* se encarga de actualizar año, mes, día, hora, minuto, segundo, día Juliano, fracción de día, marca un tiempo inicial $T_{ini} = 0$, así como una unidad de paso de tiempo (T_{paso}) y tiempo final de la simulación (T_{fin}). El módulo *CubeSat* carga la información de la actitud inicial, masa y dimensiones del satélite (se calcula la matriz de inercia correspondiente a estos valores), se inicializan a cero los parámetros de los módulos *RuedasReac* y *ADCS*, así como el torque de control y el torque magnético. Se cargan valores predeterminados del momento residual magnético y magnetómetro. Se definen las variables que el programa de simulación almacenará, se cargan las ganancias del controlador proporcional-derivativo y se inicializan a cero el contador y la bandera de verificación de actitud para saber si la actitud (\underline{q}) ha sido calculada o propagada (en un satélite real no existe forma de almacenar el historial de la actitud, así que en un determinado tiempo t solo se conocen la actitud actual y la actitud anterior).

Se inicia el lazo de simulación desde T_{ini} hasta T_{fin} , se actualizan la propagación de órbita (*kepel₂*, *v_estado*), las perturbaciones externas (perturbaciones ambientales magnéticas). Se realiza la integración numérica (ODE45) de la dinámica del cuerpo rígido con ruedas de reacción (*rb_reaction_wheel*, en apéndice PROPAT), de la cual se obtienen la actitud propagada (\underline{q}), las velocidades angulares del satélite propagadas (ω_{ang}) y los momentos angulares de las ruedas de reacción (\mathbf{h}_{rw}). Se transforma la actitud del cuaternión \underline{q} a la matriz de rotación \mathbf{A}_{ci} , se calculan el vector solar \mathbf{v}_{si} y el vector del campo magnético de la Tierra \mathbf{v}_{mi} en la referencia inercial (\mathcal{F}_i), se transforma el vector magnético a la referencia del cuerpo del satélite \mathbf{v}_{mc} , se simulan las lecturas del magnetómetro (obteniendo así el campo magnético, \mathbf{b}_{sat} , en \mathcal{F}_c , se utiliza como vector de observación para determinar la actitud), se calcula el torque por gradiente de gravedad el cual se suma al torque magnético que experimenta el satélite. Se determina si el satélite está en la sombra de la Tierra (*earth_shadow*, apéndice PROPAT), si el satélite se encuentra en la sombra de la Tierra no se comanda ninguna señal de control a las ruedas y el satélite se deja orbitando libre en el espacio. Si el satélite está en periodo de luz, se transforma el vector solar a la referencia del satélite (\mathbf{v}_{sc}), con esta información se simulan las lecturas del sensor solar (basado en 6 celdas, basado en 6 Fotodiodos o ambos, módulos *SsCeldas* y *SsFotoD*) y se determina la dirección del Sol, \mathbf{sol}_{sat} , en \mathcal{F}_c . En este momento entra en función el módulo *ADCS* que utilizará \mathbf{sol}_{sat} , \mathbf{b}_{sat} , \mathbf{v}_{si} y \mathbf{v}_{mi} para determinar la actitud aplicando uno de los tres métodos para obtenerla (TRIAD, QMethod o QUEST), en seguida se calcula el error en actitud y se transforma la actitud nuevamente a cuaternión (\underline{q}). Con esta información se sigue una rutina para almacenar el que será el cuaternión anterior (en el tiempo $t + T_{paso}$) y se calculan las velocidades angulares del satélite ($\omega_{ang} = 2\Xi^T(\underline{q})(\underline{q} - \underline{q}_{ant})/t$), se determina T_m (cierta cantidad de torque para evitar la saturación de las ruedas de reacción), se determina la señal de control (\mathbf{t}_{ctrl}) que se comandará a las ruedas. Entra en acción el módulo *RuedasReac*, determinando las velocidades y los torques en las ruedas necesarios para controlar la orientación del CubeSat, se almacenan los datos de las variables de interés y se repite el lazo de simulación hasta T_{fin} .

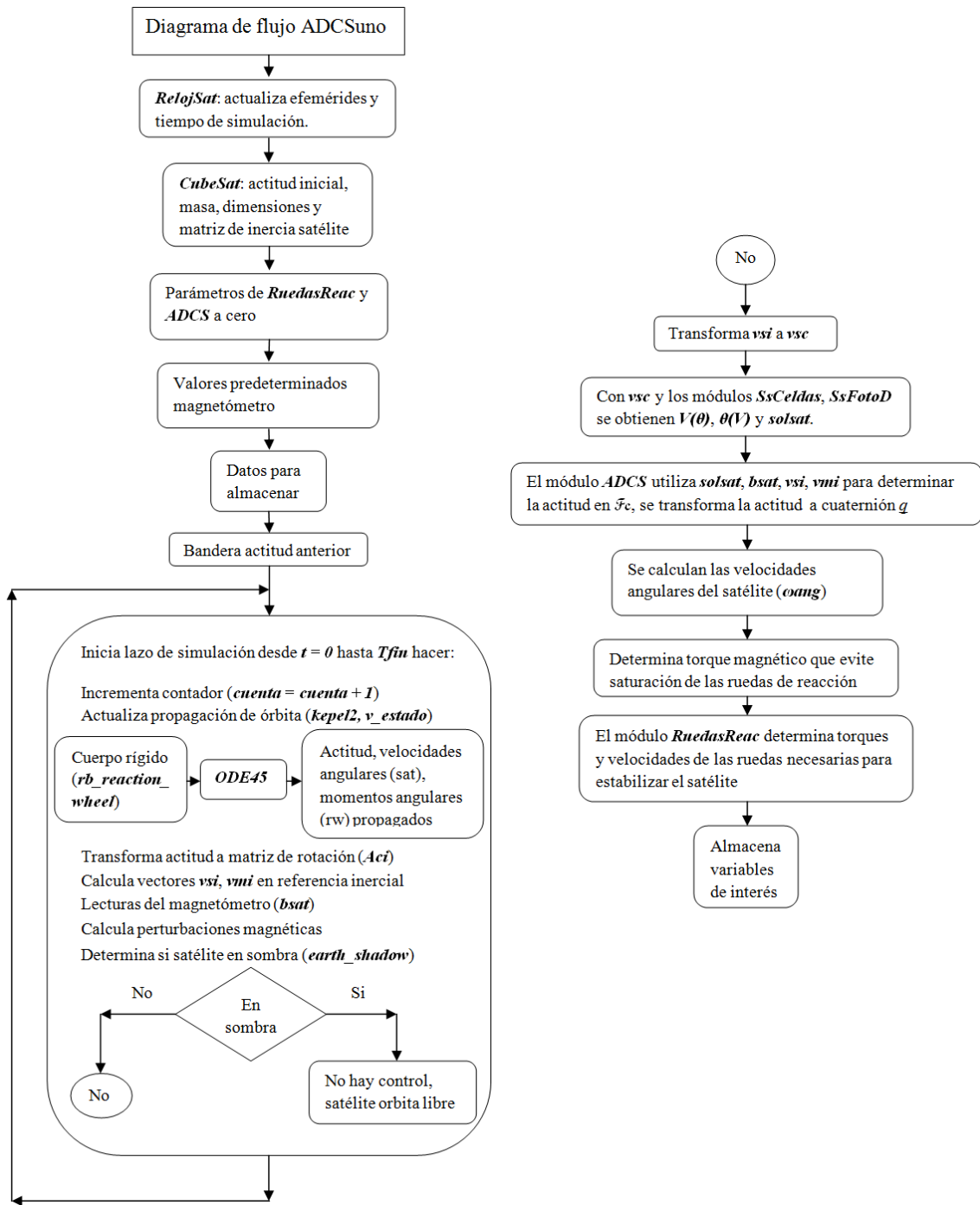


Figura 3.4: Diagrama de flujo del sistema *ADCSuno*

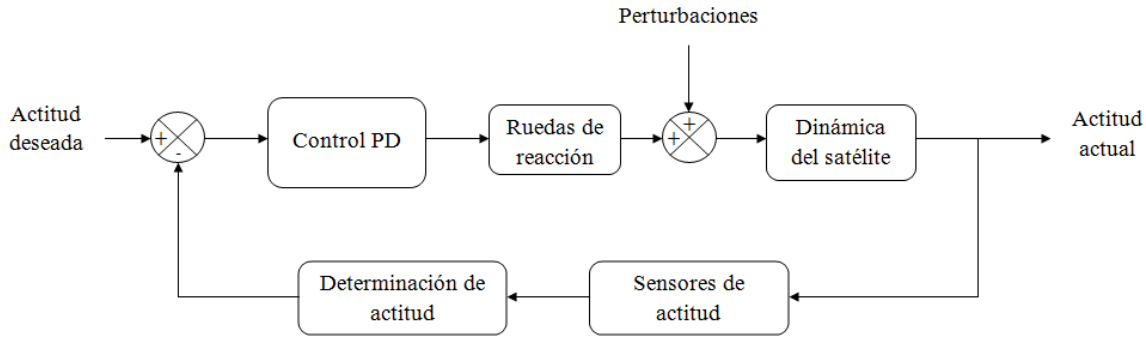


Figura 3.5: Diagrama de la interacción del bloque de control, ruedas de reacción, perturbaciones, dinámica del satélite, sensores de actitud y determinación de actitud

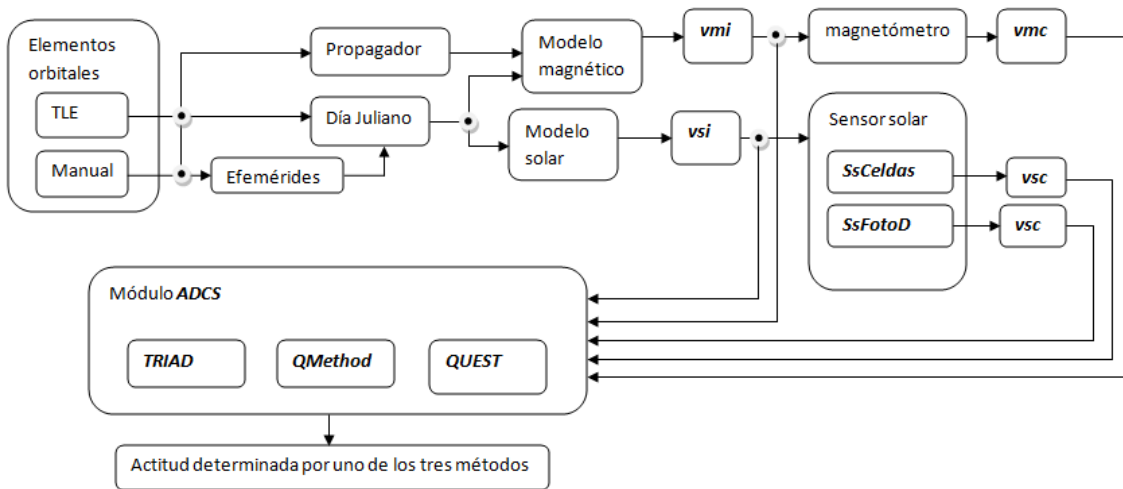


Figura 3.6: Diagrama de la interacción de los elementos que forman el sistema de determinación de actitud del *ADCSuno*

En la Figura 3.5 se muestra como funciona el control proporcional-derivativo utilizado para estabilizar el satélite solo durante el periodo de luz, esto es debido a que los sensores solares (*SsCeldas* y *SsFotoD*) solo proporcionan información de la dirección del Sol en este periodo y por lo tanto el módulo de determinación de la orientación también. En el apéndice de Control de actitud, se encuentra la información sobre la ley de control utilizada. En la Figura 3.6 se muestran los bloques que forman el sistema de determinación de actitud.

3.3.3. Interfaz gráfica

La interfaz gráfica consta de los siguientes elementos (ver Figura 3.7):

- Visor de gráficos con botones anterior y siguiente.
- Menús para seleccionar: tamaño de CubeSat (1U, 2U, 3U y 6U), método para determinar actitud (TRIAD, QMethod, QUEST), tipo de sensor que se desea utilizar

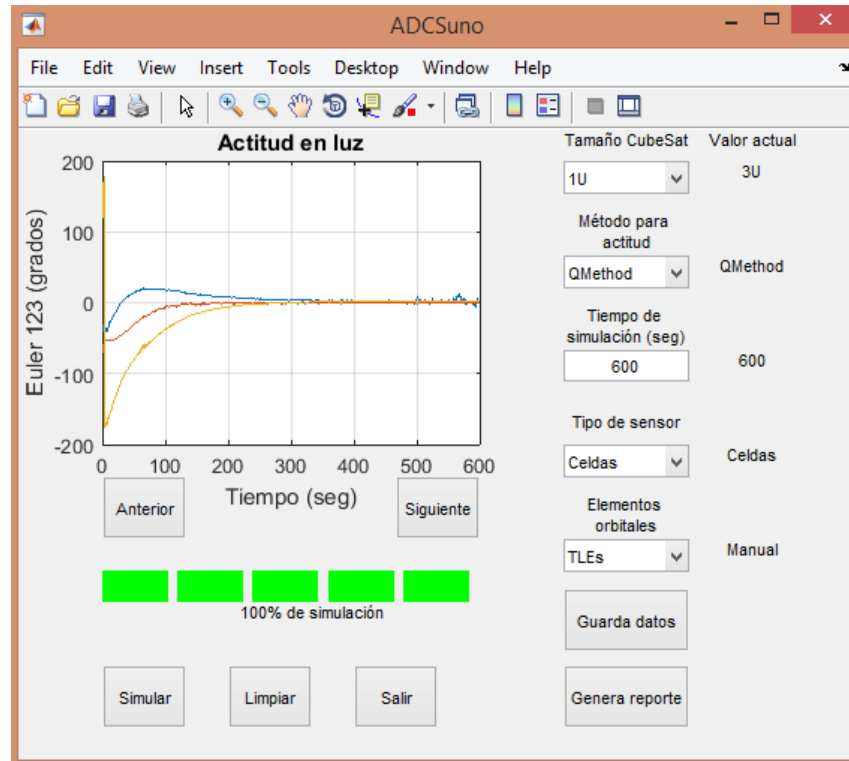


Figura 3.7: Ventana de la interfaz gráfica del ADCS

(Celdas, Fotodiodos, Celdas y Fotodiodos), dos formas de introducir los elementos orbitales (TLEs y Manual), tiempo de simulación ($T_{ini} = 0\text{seg}$, $T_{paso} = 0.5\text{seg}$, solo se introduce el valor de T_{fin} en segundos).

- Columna de visualización de valores actuales.
- Otras funciones: barra de porcentaje de simulación, botón para iniciar simulación, botón para limpiar entradas, botón para salir, botón para generar reporte (ver Figura 4.12), botón para guardar datos, los datos que se guardan por defecto son: tiempo, actitud del satélite en ángulos de Euler (grados), velocidades angulares de los ejes, v_{estado} (posición y velocidad del satélite), elementos orbitales keplerianos, momentos angulares de las ruedas, velocidades de las ruedas, torques en las ruedas, indicador de satélite en sombra de la Tierra y error de actitud (desviación en grados del vector de rotación principal o representación de la actitud ángulo-eje de Euler, respecto a la actitud propagada).

Capítulo 4

Resultados

4.1. Caracterización y modelos

En esta sección se presentan los resultados de la caracterización y desarrollo de modelos matemáticos llevados a cabo para paneles y fotodiodos COTS, siguiendo los pasos descritos en el Capítulo 3. Se construyó el arreglo de la Figura 3.1, se determinó el ángulo de giro de un potenciómetro de $5K\Omega$, se caracterizó y calibró un termistor (ecuación de Steinhart-Hart, [Álvarez, 2017]).

- Potenciómetro de perilla, $5K\Omega$, ángulo de giro de 300 grados.
- Termistor de laboratorio, calibrado para intervalo (0, 100) grados Celsius.

4.1.1. Paneles caracterizados

Se adquirieron en tiendas de electrónica dos paneles comerciales de propósito general con las siguientes especificaciones:

- Voltaje nominal $V_{nom} = 2V$, corriente nominal $I_{nom} = 75mA$.
- Tamaño: $5cm \times 5cm$.
- Sin nombre, modelo o algún otro tipo de especificación.

Se determinó el V_{max} e I_{max} (estos parámetros son también llamados, voltaje de circuito abierto, V_{oc} y corriente de corto circuito, I_{sc}), exponiendo el panel a la luz solar, colocándolo en paralelo con resistencias de diferentes valores, midiendo el voltaje del panel con un multímetro y determinando la corriente del panel por ley de Ohm, los valores de corriente y voltaje máximos del panel caracterizado fueron:

- $V_{max} = -2.54V$.
- $I_{max} = -132mA$

con estos valores se diseñaron los convertidores de corriente-voltaje dado por los circuitos sumador e inversor de la Figura 3.2, el sensor solar de un eje está formado en este caso por el panel y el circuito sumador o bien por el panel y el circuito inversor, así que los

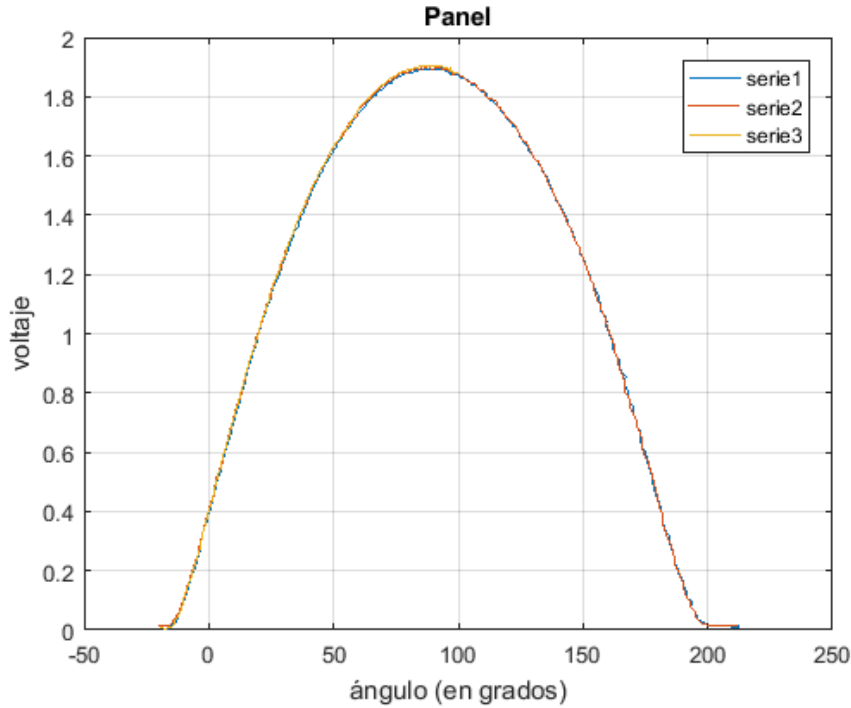


Figura 4.1: Comportamiento del panel respecto al ángulo de incidencia de la luz solar

resultados de la caracterización pertenecen al sensor solar de un eje basado en este tipo de paneles.

El circuito sumador se diseñó para convertir los voltajes en el intervalo $(-2.54, 0)$ volts al intervalo $(0, 3)$ volts. La resistencia R , calculada para los valores V_{max} , I_{max} del panel fue $R = 2.54V/132mA = 19.24\Omega$, sin embargo al construir el circuito la respuesta se saturaba para valores cercanos a 90 grados, así que R se disminuyó hasta $R = 5\Omega$, a continuación se listan los valores utilizados en el circuito sumador:

- $R = 5\Omega$.
- $R_1 = R_3 = 10K\Omega$.
- $R_2 = R_4 = 33K\Omega$.
- $V_{ref} = 3V$.
- $U1 = LM358$.
- $V_{cc} = -V_{dd} = 5V$.

la gráfica de las medidas de voltaje en función del ángulo de incidencia de la luz solar, $V_{medido_{panel}}(\theta)$, obtenidas del sensor solar de un eje formado por el panel y su convertidor de corriente-voltaje (circuito sumador) se puede ver en la Figura 4.1, el ángulo de incidencia de la luz solar se mide respecto a la superficie del panel.

El circuito inversor se diseñó siguiendo los pasos descritos en [Green et. al, 2018], $R_1 = (V_{o_{max}} - V_{o_{min}})/I_{max} = (3.5V - 0.1V)/132mA = 25.75\Omega$, donde $V_{o_{max}}$, $V_{o_{min}}$ son los voltajes de salida máximo, mínimo del Op Amp e I_{max} es la corriente máxima del panel. Se implementó el diseño y la respuesta se saturaba, así que se disminuyó el valor de

R_1 , hasta $R_1 = 5\Omega$, pero la respuesta se seguía saturando, entonces se decidió caracterizar los paneles utilizando solo el circuito sumador.

Del proceso de caracterización realizado, se obtuvieron 24 series de datos, en los que se encontró el mismo comportamiento mostrado en la Figura 4.1, cuyos datos pertenecen al archivo *cssol2308a.txt*, con esta información se procedió a desarrollar los modelos $V_{modelo_panel}(\theta)$ y $\theta_{panel}(V)$. Al modelo propuesto en la ecuación 3.1, se le realizó un proceso de ajuste de datos por el método de mínimos cuadrados, así se obtuvo el modelo de voltaje en función del ángulo

$$V_{modelo_panel} = 1.402\sin\theta + 0.535 \quad (4.1)$$

este es un modelo ideal, aunque esté basado en las medidas de voltaje, V_{medido_panel} , para que el modelo fuera más cercano a las medidas, se le agregó ruido, el cual se cuantifico modificando la rutina de adquisición de datos, de modo que la base con el panel se detuviera a los ángulos fijos de 20, 50, 90, 120 y 145 grados respecto a la superficie del panel cuando el giro de la base es en el sentido antihorario. Para el panel se obtuvieron 50 lecturas de 100 muestras cada una y se determinó la desviación estándar de las mediciones del voltaje. De los valores obtenidos se calcularon las desviaciones estándar máxima, media y mínima

$$dvs_{max} = 6.72mV, \quad dvs_{media} = 2.58mV, \quad dvs_{min} = 1.63mV. \quad (4.2)$$

al final se decidió utilizar la desviación estándar media, debido a que al modelo se agrega ruido aleatorio gaussiano usando la función de MATLAB, *randn*, que produce números pseudo aleatorios con distribución gaussiana en el intervalo $(-3.4, 3.4)$, entonces dvs_{media} veces el ruido produce valores en el intervalo $(-8.77, 8.77)mV$ que de hecho ya se encuentra por arriba de la desviación estándar máxima obtenida. Así que el modelo del voltaje del sensor solar de un eje en función del ángulo de incidencia de la luz que se utilizó en las simulaciones fue

$$V_{modelo_panel}(\theta) = 1.402\sin\theta + 0.535 + (0.00258)(ruidogaussiano) \quad (4.3)$$

En la Figura 4.2 se muestra una comparación entre los voltajes medidos en el sensor solar basado en paneles, $V_{medido_panel}(\theta)$ y los valores generados por el modelo, $V_{modelo_panel}(\theta)$. En la Figura 4.3 se muestra el error entre los voltajes medidos en el sensor solar basado en paneles y los valores generados por el modelo.

El modelo $\theta_{panel}(V)$ en la ecuación 3.6 fue implementado con los valores a, c obtenidos del proceso de ajuste de datos, así se obtuvo el modelo de ángulo en función del voltaje

$$\theta_{panel}(V) = \arcsin\left(\frac{V_{panel} - 0.535}{1.402}\right) \quad (4.4)$$

dado que a la ecuación 4.3 se le agregó ruido gaussiano, es posible que el argumento de la ecuación 4.4 sea un valor mayor que 1.0, en cuyo caso la función *arcsin* producirá valores imaginarios, esto se evita restringiendo el valor máximo de V_{panel} a $V_{max_panel} = (1.402 + 0.535) = 1.937V$. Teniendo esto en cuenta se simuló el comportamiento de θ_{panel} y se cuantificó el error respecto al ángulo medido, en la Figura 4.4 se muestran tres series

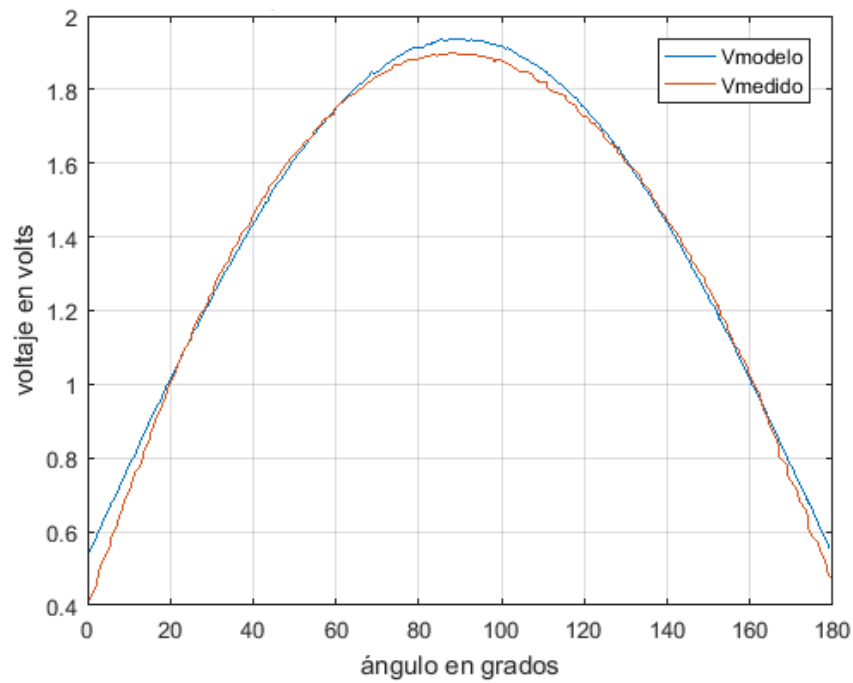


Figura 4.2: Comparación entre los voltajes medidos en el sensor basado en paneles y los valores generados por el modelo

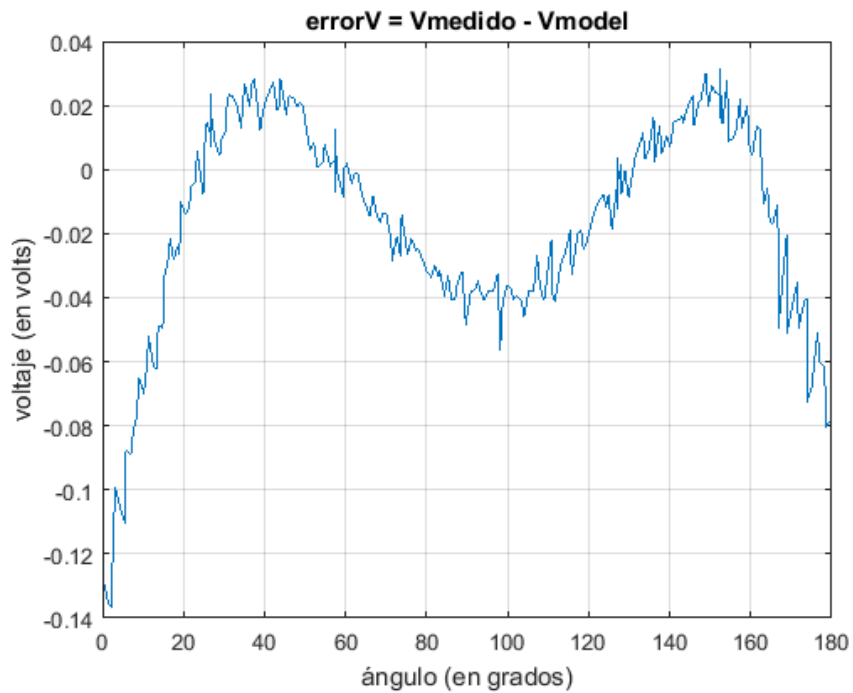


Figura 4.3: Error entre los voltajes medidos y los valores generados por el modelo

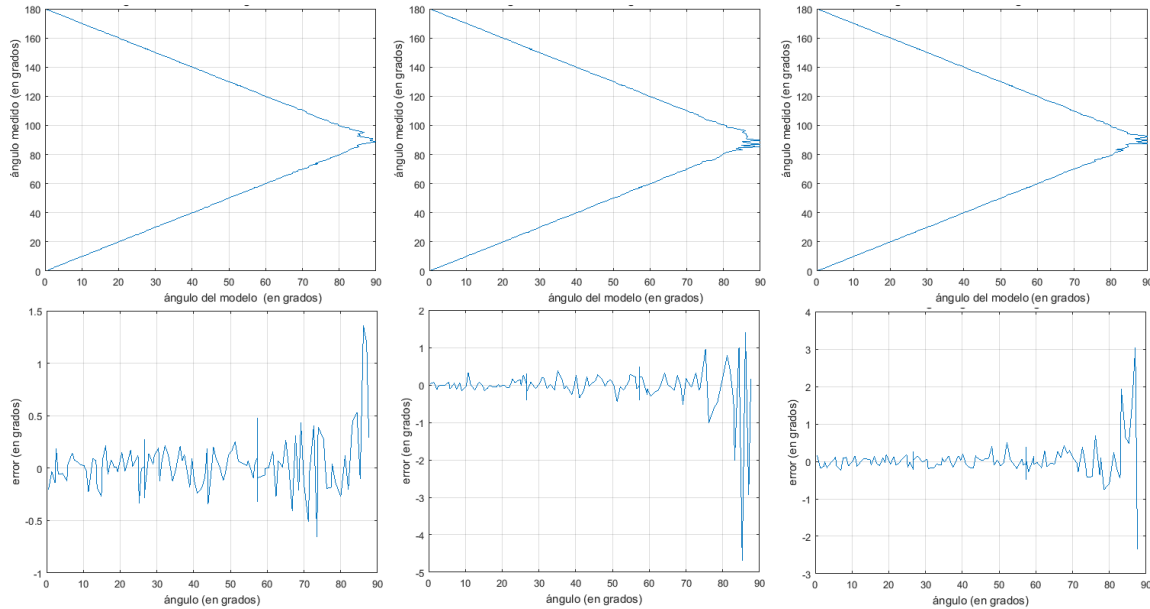


Figura 4.4: Ángulo del modelo contra ángulo medido (arriba), error entre ángulo medido y ángulo del modelo (abajo)

de simulaciones, en la parte de arriba se graficó el ángulo generado por el modelo contra el ángulo medido y en la parte de abajo se graficó el error entre el ángulo del modelo y el ángulo medido. Como podemos ver el error crece para ángulos cercanos a 90 grados. De 20 simulaciones que se realizaron el error máximo obtenido se encuentra en el intervalo $[\pm 1.35, \pm 4.69]$ grados.

4.1.2. Fotodiodos

Se adquirió en tiendas de electrónica seis fotodiodos modelo *BPW34*, de la compañía Vishay Semiconductors, de las hojas de especificación se obtuvieron las siguientes especificaciones:

- Área sensible de 7.5mm^2 (aproximadamente $2.75\text{mm} \times 2.75\text{mm}$).
- Longitud de onda en el intervalo $(430, 1100)\text{nm}$.
- Temperatura de operación $(-40, 100)$ grados Celsius.
- Corriente de corto circuito típica, $I_{sc} = 70\mu\text{A}$.
- Voltaje de circuito abierto típico, $V_{os} = 350\text{mV}$.

Se determinó su V_{max} e I_{max} , exponiendo el *BPW34* a la luz del Sol, colocándolo en paralelo con resistencias de diferentes valores, midiendo el voltaje con un multímetro y determinando la corriente por ley de Ohm, los valores máximos de corriente y voltaje del fotodiodo *BPW34* caracterizado fueron:

- $V_{max} = -0.56V$.
- $I_{max} = -3.4mA$.

con estos valores se diseñaron los convertidores de corriente-voltaje dados por los circuitos sumador e inversor de la Figura 3.2, el sensor solar de un eje está formado en este caso por el fotodiodo BPW34 y el circuito sumador o bien por el BPW34 y el circuito inversor, así que los resultados de la caracterización pertenecen al sensor de un eje basado en fotodiodos BPW34.

El circuito sumador se diseñó para convertir los voltajes en el intervalo $(-0.56, 0)$ volts al intervalo $(0, 3)$ volts. La resistencia R , para los valores V_{max} , I_{max} , nos dio $R = 0.56V/3.4mA = 164.7\Omega$. Así que se utilizó $R = 150\Omega$, pero la respuesta se saturaba, entonces se disminuyó el valor de R , hasta $R = 30\Omega$, a continuación se listan los valores utilizados en el circuito sumador

- $R = 30\Omega$.
- $R_1 = 10K\Omega$.
- $R_2 = 100K\Omega$.
- $R_3 = 1.2K\Omega$.
- $R_4 = 33K\Omega$.
- $V_{ref} = 1.2V$.
- $U1 = LM358$.
- $V_{cc} = -V_{dd} = 5V$.

El circuito inversor se diseñó siguiendo los pasos descritos en [Green et. al, 2018], $R_1 = (V_{o_{max}} - V_{o_{min}})/I_{max} = (3V - 0.1V)/3.4mA = 852.94\Omega$, donde $V_{o_{max}}$, $V_{o_{min}}$ son los voltajes de salida máximo, mínimo del Op Amp e I_{max} es la corriente máxima del fotodiodo. Los valores utilizados en el circuito inversor fueron

- $R_1 = 1K\Omega$.
- $R_2 = 10K\Omega$.
- $R_3 = 220\Omega$.
- $C_1 = 1nF$.
- $C_2 = 10\mu F$.
- $V_{ref} = 1.2V$.
- $U1 = LM358$.
- $V_{cc} = -V_{dd} = 5V$.

Las gráficas de las medidas de voltaje en función del ángulo de incidencia de la luz solar, $V_{medido_{BPW34}}(\theta)$, de los sensores de un eje formados por el BPW34 y su convertidor de corriente-voltaje (su circuito sumador y su circuito inversor) se muestran en la Figura 4.5, el ángulo de incidencia de la luz solar se mide respecto a la superficie del fotodiodo. como podemos ver las respuestas con ambos circuitos son muy similares, solo cambia el factor de escala debido a que las ganancias de los circuitos son diferentes. En el caso de los fotodiodos *BPW34* se decidió realizar la caracterización utilizando solo el circuito inversor.

En el proceso de caracterización se obtuvieron 36 series de datos, donde el comportamiento del voltaje del sensor solar de un eje basado en el fotodiodo BPW34 respecto al ángulo de incidencia de la luz solar es el mismo al mostrado en la Figura 4.5, cuyos datos pertenecen a los archivos *fdsol2408.txt* (imagen de la izquierda) y *fdsolsum1cm1208.txt* (imagen de la derecha).

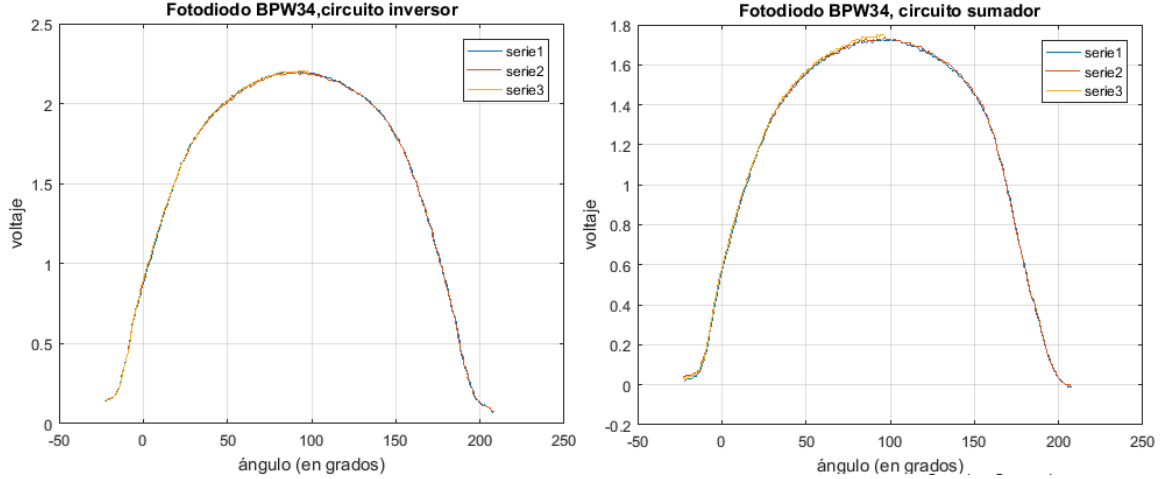


Figura 4.5: Comportamiento del BPW34 respecto al ángulo de incidencia de la luz solar, circuito inversor (izq.), circuito sumador (der.)

Con la información del archivo *fdsol1cm1408.txt* se procedió a desarrollar los modelos $V_{BPW34}(\theta)$ y $\theta_{BPW34}(V)$. El modelo propuesto en la ecuación 3.2, se sometió a un proceso de ajuste de sus parámetros a , b y c utilizando el método de mínimos cuadrados, se obtuvo el siguiente modelo matemático que representa el voltaje del sensor solar en función de ángulo de incidencia

$$V_{modelo_{BPW34}} = 2.19\sin\theta - 0.8\sin^2\theta + 0.96 \quad (4.5)$$

para hacer de este modelo un modelo más cercano a los valores medidos, se le agregó ruido siguiendo el mismo proceso utilizado para los paneles. Para el *BPW34* se obtuvieron 47 lecturas de 100 muestras cada una y se determinó la desviación estándar de las mediciones de voltaje. Se consideró utilizar la desviación estándar máxima, media y mínima

$$dvs_{max} = 5.43mV, \quad dvs_{media} = 3.9mV, \quad dsu_{min} = 1.98mV \quad (4.6)$$

se decidió utilizar en el modelo la desviación estándar media, de manera que al multiplicar $(dvs_{media})(ruidogaussiano)$ se generan valores de ruido en el intervalo $(-13.26, 13.26)mV$. Entonces el modelo del voltaje del fotodiodo en función del ángulo de incidencia de la luz solar que se utilizó en las simulaciones fue

$$V_{modelo_{BPW34}}(\theta) = 2.19\sin\theta - 0.8\sin^2\theta + 0.96 + (0.0039)(ruidogaussiano) \quad (4.7)$$

En la Figura 4.6 se muestra una comparación entre los voltajes medidos en el sensor solar de un eje basado en el fotodiodo *BPW34*, $V_{medido_{BPW34}}(\theta)$ y los valores generados por el modelo, $V_{modelo_{BPW34}}(\theta)$. En la Figura 4.7 se muestra el error entre los voltajes medidos y los valores generados por el modelo.

El modelo $\theta_{BPW34}(V)$ de la ecuación 3.7 fue implementado con los valores de a , b y c obtenidos del proceso de ajuste de datos, así se obtuvo el modelo de ángulo en función del voltaje

$$\theta_{BPW34}(V) = \arcsin \left(k - \sqrt{k^2 + \left(\frac{0.96 - V_{BPW34}}{0.8} \right)} \right) \quad (4.8)$$

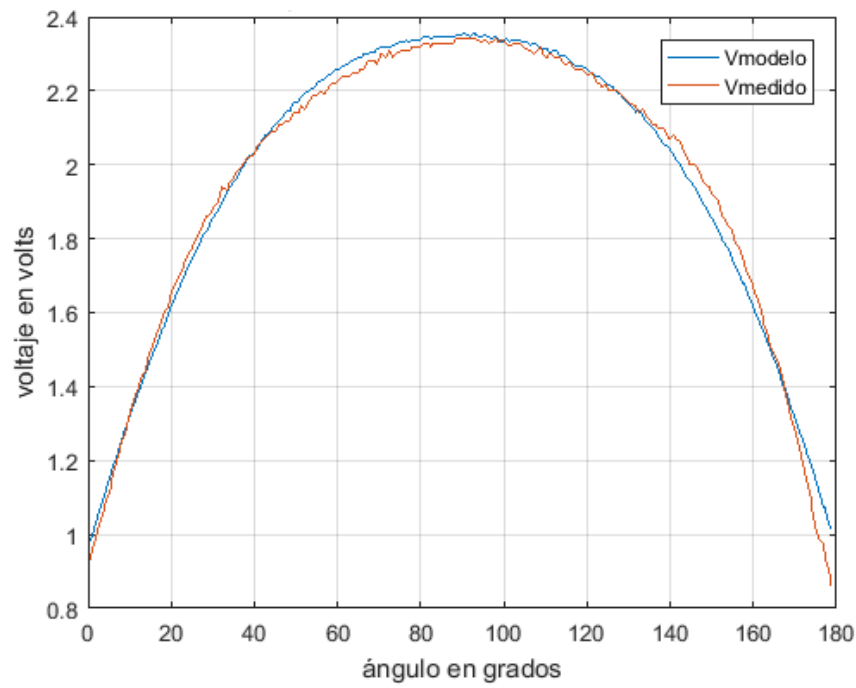


Figura 4.6: Comparación entre los voltajes medidos en el sensor solar basado en el BPW34 y los valores generados por el modelo

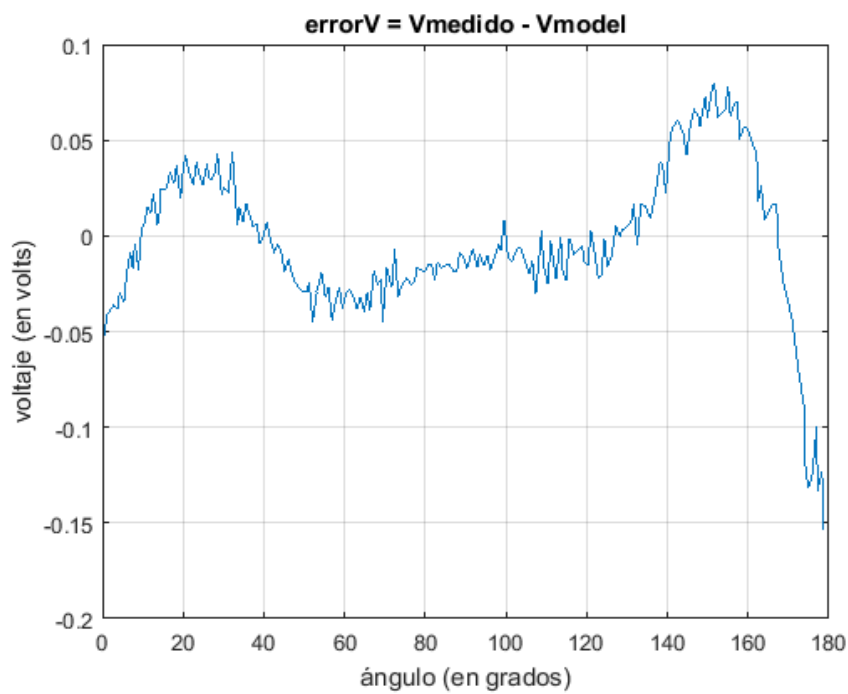


Figura 4.7: Error entre los voltajes $V_{medidos_{BPW34}}$ y los valores generados por el modelo

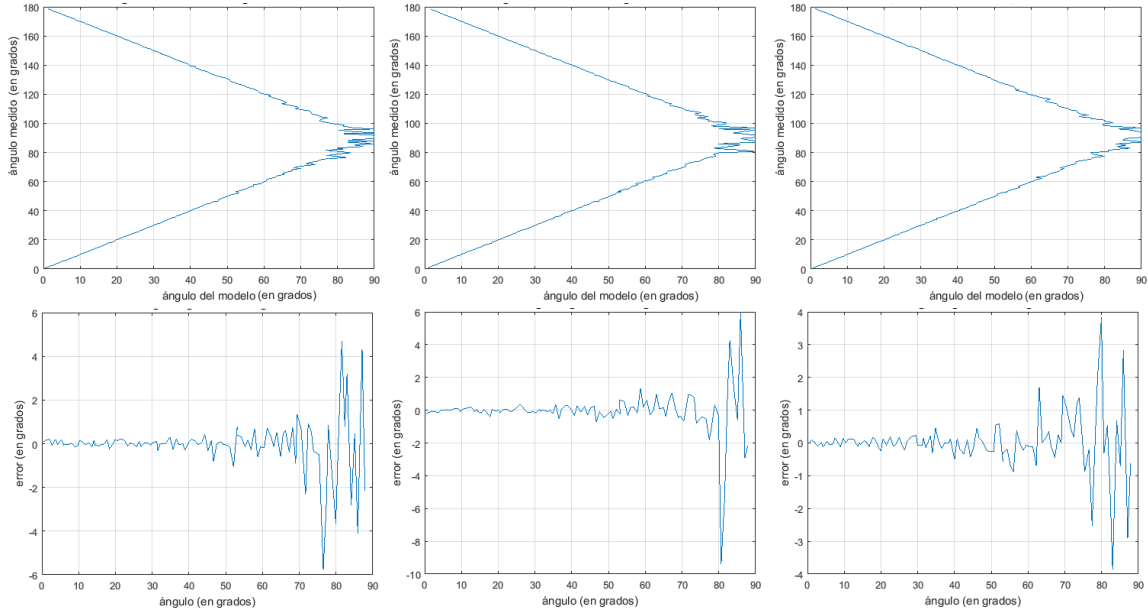


Figura 4.8: Ángulo del modelo θ_{BPW34} contra ángulo medido (arriba), error entre ángulo medido y ángulo del modelo θ_{BPW34} (abajo)

donde $k = 1.36875$. Dado que al voltaje $V_{BPW34}(\theta)$ se le agregó ruido, es posible que el argumento de la ecuación anterior sea mayor que 1.0, en cuyo caso la función \arcsin producirá valores imaginarios, esto se evitó restringiendo el valor máximo de V_{BPW34} a $V_{max_{BPW34}} = (2.19V - 0.8V + 0.96V) = 2.35V$. Considerando estos datos se simuló el comportamiento de θ_{BPW34} y se cuantificó el error respecto al ángulo medido, en la Figura 4.8 se muestran tres series de simulaciones, en la parte de arriba aparecen gráficas del ángulo generado por el modelo contra el ángulo medido y en la parte de abajo aparecen gráficas del error entre el ángulo del modelo y el ángulo medido, vemos que el error aumenta para ángulos cercanos a 90 grados. De 20 simulaciones que se realizaron el error máximo se encuentra en el intervalo $[\pm 3.85, \pm 9.37]$ grados.

4.2. Simulaciones con el ADCSuno

La razón principal para desarrollar el simulador de un sistema para la determinación y control de actitud de satélites CubeSat (*ADCSuno*), fue comparar el desempeño de los modelos matemáticos de los sensores solares caracterizados ($V_{panel}(\theta)$, $\theta_{panel}(V)$, $V_{BPW34}(\theta)$, $\theta_{BPW34}(V)$), al ser utilizados como sensores de determinación de actitud.

Con los modelos matemáticos descritos por las ecuaciones 4.3, 4.4, se creó el archivo *SsCeldas.m*, cuyo código en MATLAB simula la acción un sensor solar basado en seis celdas solares (ver Figura 4.9). A partir del vector solar, \mathbf{v}_{sc} en \mathcal{F}_c , se obtiene el ángulo de incidencia de la luz solar en cada panel (en tres caras el ángulo es positivo, en las otras negativo), con el modelo $V_{panel}(\theta)$ se determinan los voltajes en función del ángulo de incidencia, con la función $\theta_{panel}(V_{panel})$ se determina el ángulo visto por los paneles, por

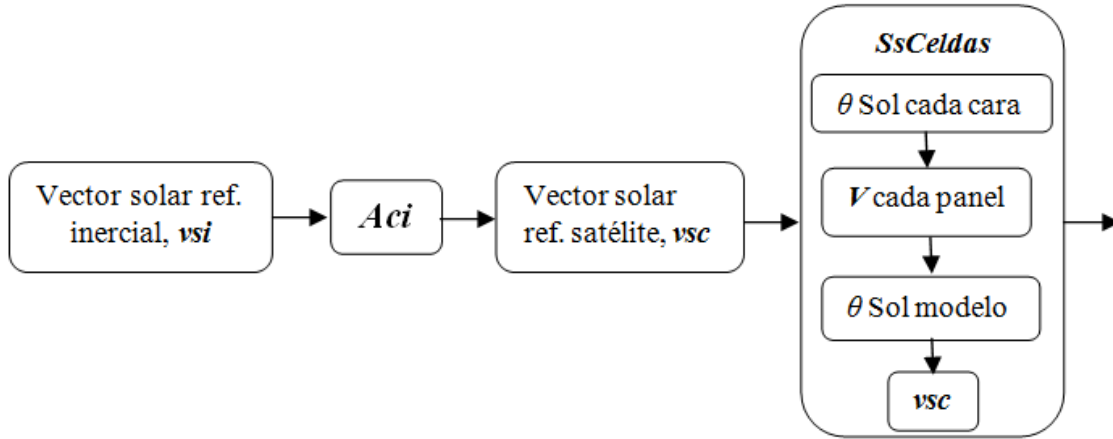


Figura 4.9: Diagrama de como se obtiene el vector solar \mathbf{v}_{sc} a partir del sensor solar de seis celdas *SsCeldas*

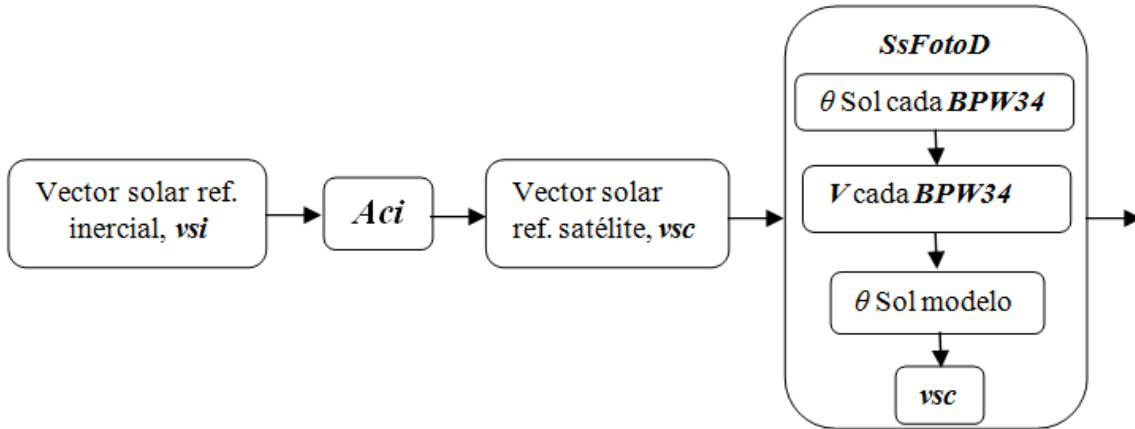


Figura 4.10: Diagrama de como se obtiene el vector solar \mathbf{v}_{sc} a partir del sensor solar de seis fotodiodos BPW34 *SsFotoD*

último se reconstruye el vector solar \mathbf{v}_{sc} .

Con los modelos matemáticos representados por las ecuaciones 4.7, 4.8, se creó el archivo *SsFotoD.m* y con un proceso similar al descrito arriba, se reconstruye el vector solar \mathbf{v}_{sc} , visto por los fotodiodos (ver Figura 4.10).

Para poder analizar el funcionamiento de los modelos desarrollados para paneles y fotodiodos, se decidió crear una interfaz gráfica con la que pudieran cambiarse con facilidad los siguientes parámetros:

- Tipo de CubeSat: 1U, 2U, 3U y 6U.
- Método para determinar la actitud: TRIAD, QMethod, QUEST.
- Duración de la simulación.

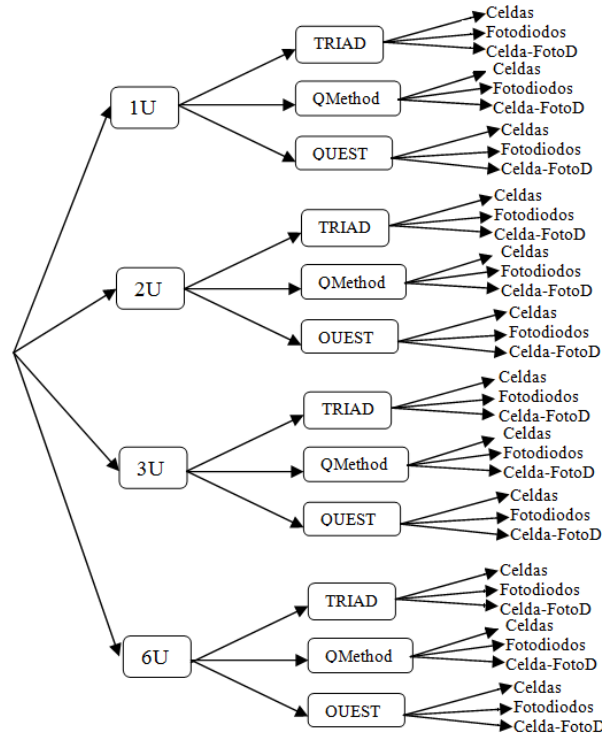


Figura 4.11: Diagrama de árbol que muestra la combinación de parámetros con los que se realizaron las simulaciones

- Tipo de sensor solar a utilizar: Celdas, Fotodiodos, Celda-FotoD (celdas y fotodiodos).
- Forma de ingresar los parámetros orbitales del satélite: Manual (la interfaz solicita semieje mayor, excentricidad, inclinación, RAAN, argumento de perigeo y anomalía media), conjunto de elementos de dos líneas (TLEs, la interfaz solicita un archivo TXT con los elementos orbitales).

con esto se propuso un programa de pruebas con el que se simuló cuatro CubeSats, ingresando sus parámetros orbitales por medio de archivos TXT con sus TLEs, se realizaron las combinaciones de parámetros que se muestran en la Figura 4.11, el tiempo de simulación fue de 18000 segundos (tres órbitas).

Las simulaciones se ejecutaron con los siguientes valores iniciales:

- Tiempo inicial $T_{ini} = 0$, lo que significa que la simulación inicia a partir del tiempo UTC obtenido de la información de los TLEs.
- Tamaño del paso de tiempo, $T_{paso} = 0.5$ segundos.
- Masa del CubeSat, $Sat.Masa = (n)(1.3Kg)$, donde n es el múltiplo dado por el factor de forma del CubeSat, es decir $n = 1$ para 1U, $n = 2$ para 2U, etc.

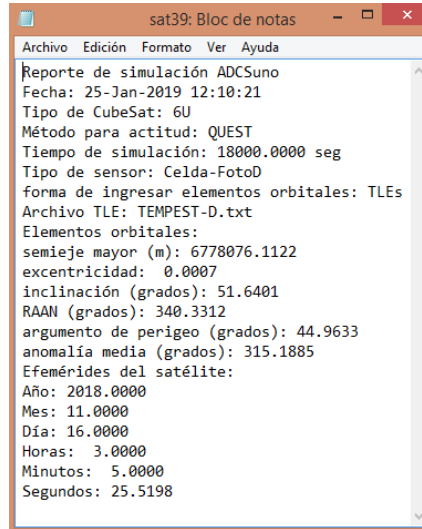


Figura 4.12: Ejemplo de reporte de simulación

- Matriz de inercia del satélite, **Iner**, se calcula a partir de las dimensiones de un prisma rectangular cuyo centro de masa coincide con el centro geométrico, las dimensiones de los diferentes factores de forma se consideran en múltiplos de 0.1 metros.
- Actitud inicial en ángulos de Euler 1-2-3, $Sat.ActEuler = [-30, -70, 120]^T \pi/180$ radianes.
- Velocidades angulares de los ejes del satélite, $Sat.Wang = [0.1, 0.0, 0.5]^T$ en rad/s .

Una vez que se realizan las simulaciones con ayuda de la interfaz gráfica, se genera un reporte (ver Figura 4.12) y se guardan los datos para su posterior análisis, los datos que por defecto guarda la función del botón *Guarda datos* son los valores correspondientes a tiempo, actitud del satélite en ángulos de Euler (grados), velocidades angulares de los ejes, v_estado (posición y velocidad del satélite), elementos orbitales keplerianos, momentos angulares de las ruedas, velocidades de las ruedas, torques en las ruedas, indicador de satélite en sombra de la Tierra y error de actitud (desviación en grados del vector de rotación principal o representación de la actitud ángulo-eje de Euler, respecto a la actitud propagada). En la Figura 4.13 se muestran algunos de los datos obtenidos de la simulación del CubeSat GeneSat 3U.

En las Figuras 4.14, 4.15, 4.16, se muestran algunos resultados de las 36 simulaciones, en cada Figura se ha graficado la actitud y el error en actitud de los CubeSats: 1U - CP3, 2U - NSIGHT-1, 3U - GeneSat, en alguna de las nueve combinaciones de *Método-Sensor* mostradas en la Figura 4.11. En las simulaciones de los CubeSats 1U, 2U y 3U, la determinación y control de la actitud fue determinada y controlada satisfactoriamente por el sistema y los sensores, aunque algunos resultados son mejores que otros (ver graficas de error promedio por satélite). En las 36 simulaciones, los cuatro satélites inician en el periodo de sombra y una vez iniciado el periodo de luz, el sistema de determinación y control comienza a funcionar, en alrededor de 300 segundos de iniciado el periodo de luz se logra

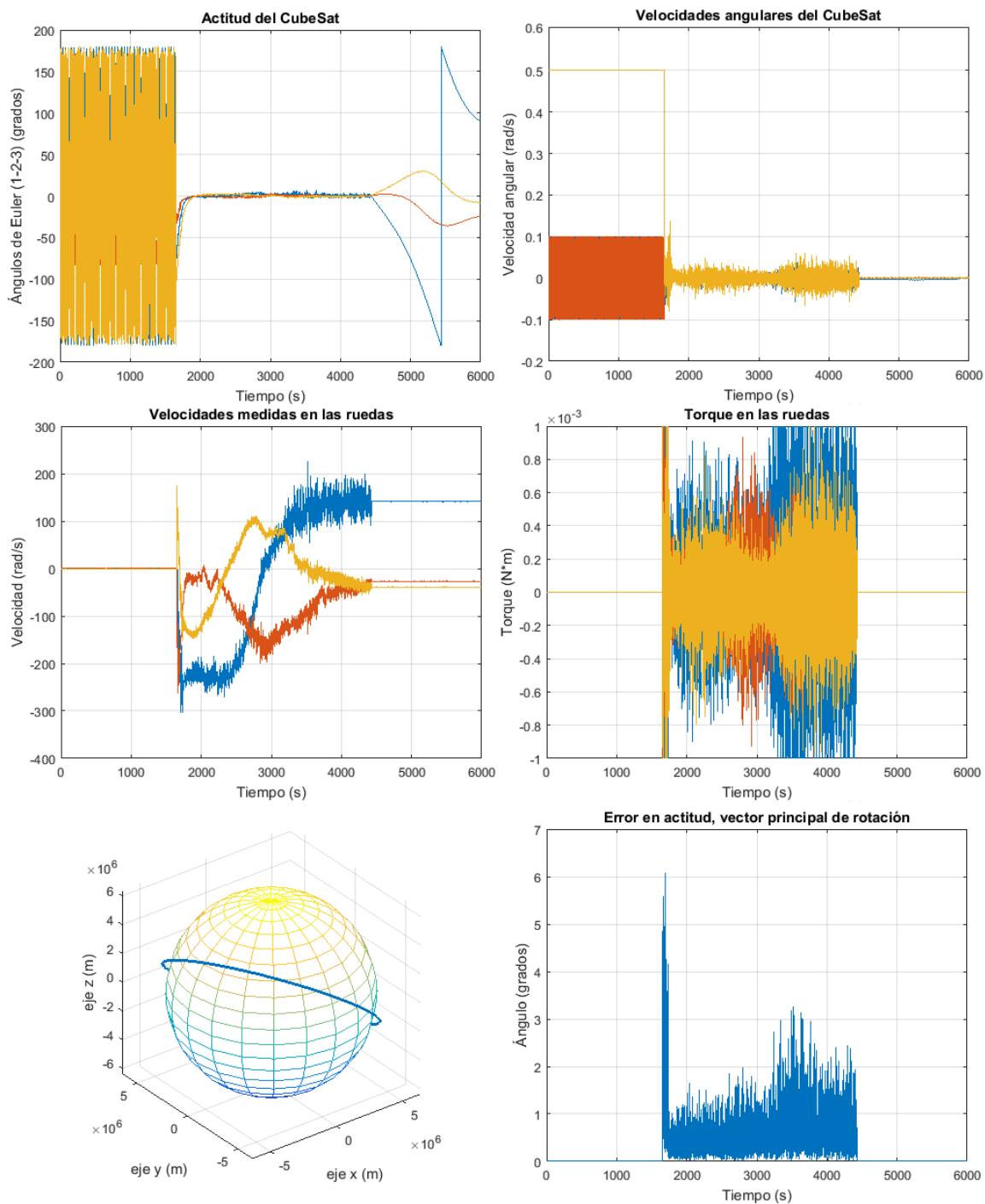


Figura 4.13: Gráficas de algunos datos obtenidos de la simulación del CubeSat GeneSat

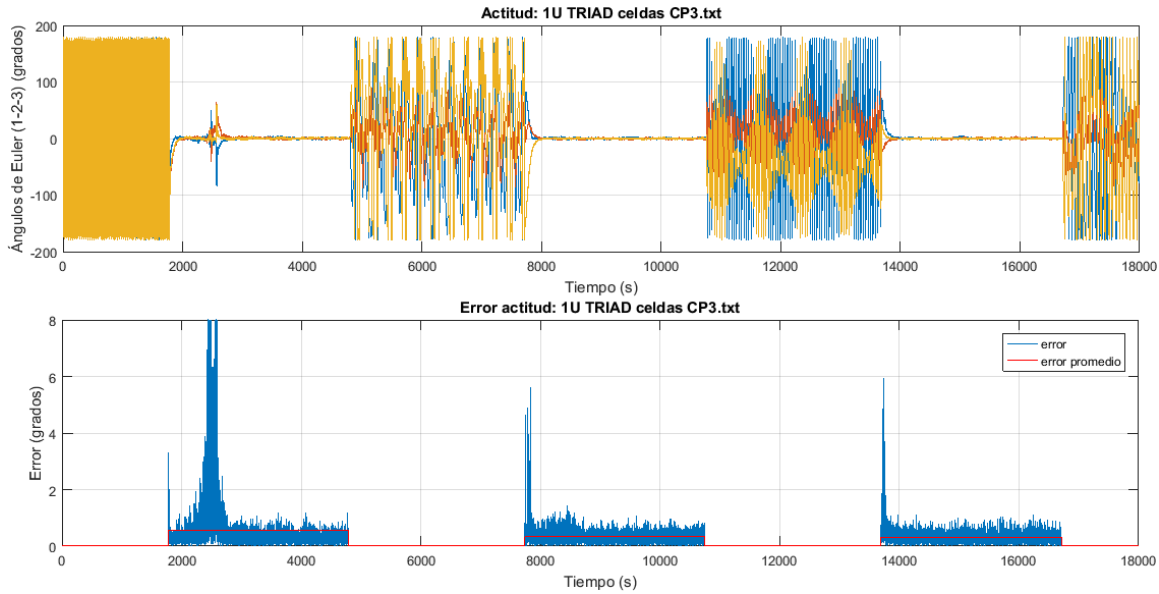


Figura 4.14: Actitud y error de actitud, CubeSat CP3, utilizando TRIAD-Celdas

el control de la actitud. Una vez que el satélite se encuentra en el periodo de sombra, el sistema de determinación y control deja de funcionar y el satélite orbita como un cuerpo libre en el espacio. En el caso del satélite CP3, podemos ver que pierde el control de la actitud alrededor de los 2400 segundos de iniciada la simulación, más como el sistema se encuentra activo, vuelve a obtener el control.

En las Figuras 4.17, 4.18, 4.19, podemos ver unos gráficos de barras que muestran el error promedio en la actitud durante el periodo de luz para las nueve combinaciones *Método-Sensor*, realizadas a cada satélite. Esta información puede ser de utilidad para tomar decisiones acerca de que método (s) y que sensor (es) serían más adecuados para una misión con CubeSats, pues podría ser que la misión requiera de ambos sensores y así tener información redundante que pueda compararse y servir de verificación del estado de los sensores o auxiliar ante el fallo de alguno de ellos.

Para el CubeSat 6U TEMPEST-D no se consiguió el control de la actitud utilizando los mismos parámetros iniciales (ver Figura 4.20), pues una de las ruedas de reacción alcanzó la velocidad máxima apenas comenzado el periodo de luz (alrededor de los 2500 segundos de simulación). Se revisaron los datos de la simulación y no se encontró que el problema fuese causado por los sensores, ni por los métodos de determinación de actitud, entonces se propuso disminuir la velocidad angular inicial para los CubeSat 6U ya que los modelos de las ruedas de reacción y el modelo dinámico del satélite dependen de estas velocidades y de la matriz de inercia del satélite (masa y dimensiones). La nueva velocidad angular inicial fue $Sat.Wang = [0.1, 0.0, 0.3]^T$ rad/s, después de ir disminuyendo gradualmente el valor. Con esta modificación se logró el control de la actitud como puede verse en la Figura 4.21, donde se probó para dos CubeSats 6U, el TEMPEST-D y el ASTERIA, utilizando tres combinaciones diferentes de *Método-Sensor*.

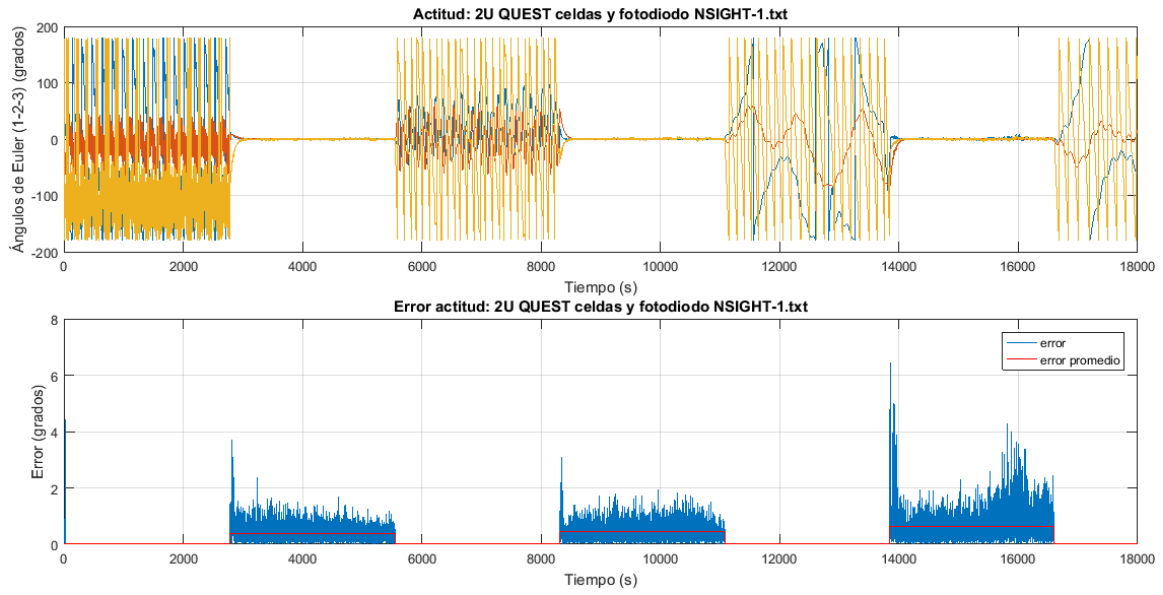


Figura 4.15: Actitud y error de actitud, CubeSat NSIGHT-1, utilizando QUEST-ambos

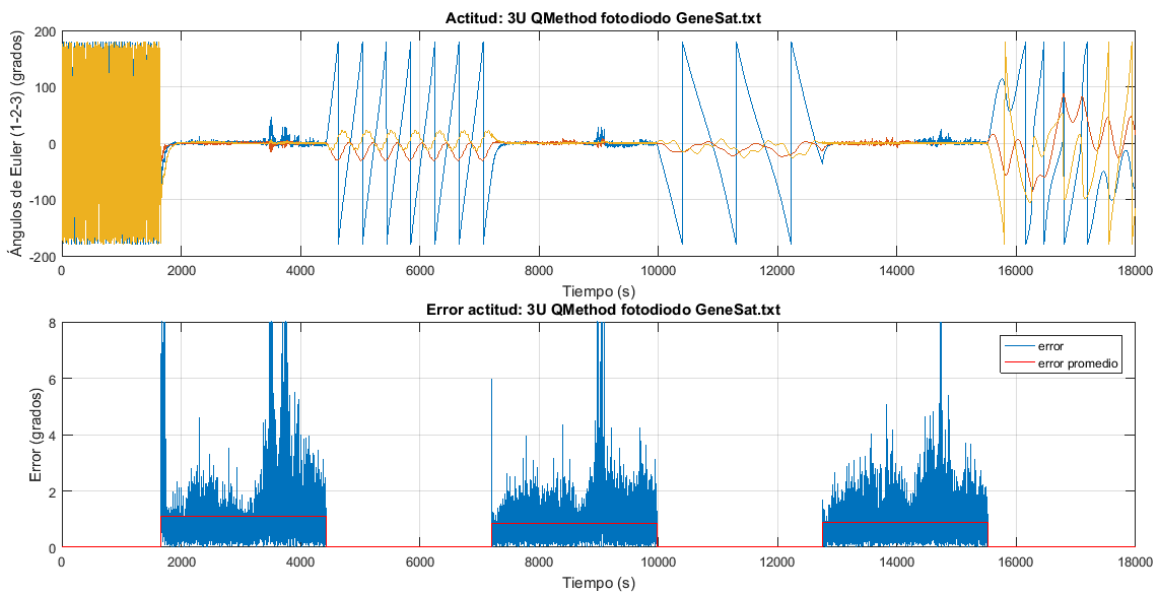


Figura 4.16: Actitud y error de actitud, CubeSat GeneSat, utilizando QMethod-Fotodiodos

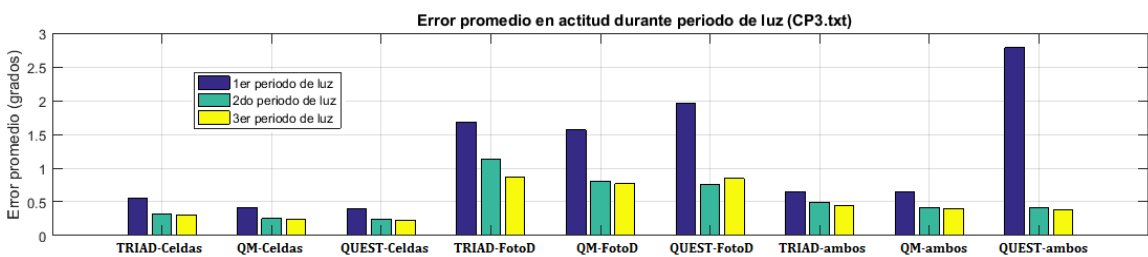


Figura 4.17: Error promedio de la actitud de las 9 combinaciones método-sensor para el CubeSat CP3

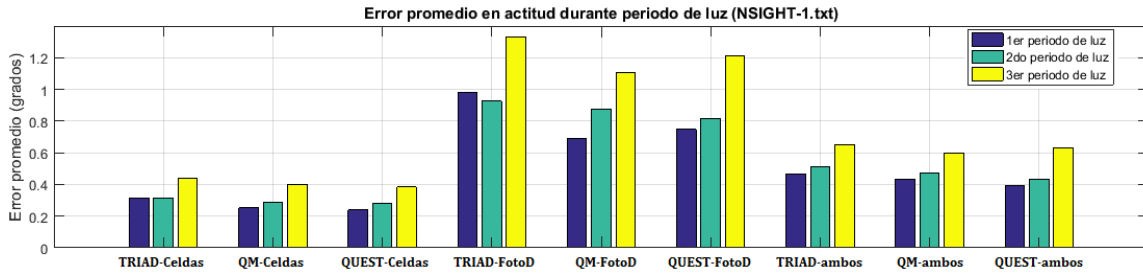


Figura 4.18: Error promedio de la actitud de las 9 combinaciones método-sensor para el CubeSat NSIGHT-1

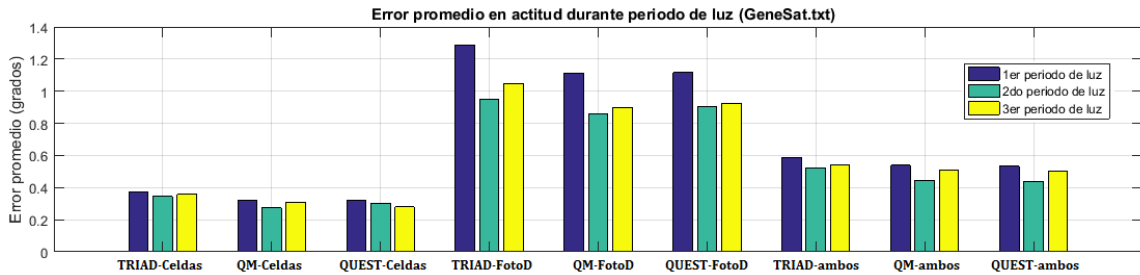


Figura 4.19: Error promedio de la actitud de las 9 combinaciones método-sensor para el CubeSat GeneSat

El hecho de haber modificado el valor de la velocidad angular del satélite *Sat.Wang*, para el caso de los CubeSat 6U, implicaría en un satélite real, que las velocidades angulares del satélite no deben alcanzar $0.4rad/s$ en alguno de sus ejes o bien que el satélite debe estar provisto de ruedas de reacción apropiadas cuyas velocidades máximas sean mayores de $628rad/s$ o $6000rpm$.

4.3. Análisis de celdas solares y fotodiodos COTS

En esta sección se hará un análisis de algunos detalles encontrados durante el proceso de caracterización y del desempeño de los modelos matemáticos al proveer la información de la orientación a los métodos de determinación de actitud.

Durante el proceso de caracterización de paneles y fotodiodos, el código que hace girar el sistema motor, base, potenciómetro, fue programado en un Arduino NANO para hacer girar la base del DUT (Device Under Test o dispositivo bajo prueba) en el intervalo de $(-10, 190)$ grados respecto a la superficie del DUT cuando la base gira en sentido antohorario, pero se notó que este intervalo de giro programado no cubría en realidad de -10 a 190 grados, sino menos, así que se decidió incrementar el intervalo a $(-25, 205)$ grados, con esto la luz proyectada sobre el DUT lograba cubrir el intervalo $(0, 180)$ grados necesario para la caracterización. Esta cuestión está relacionada con el siguiente hecho:

- En las gráficas de las Figuras 4.1, 4.5, pareciera que el DUT es capaz de producir voltaje cuando la luz incide sobre el DUT fuera del intervalo $(0, 180)$ grados.

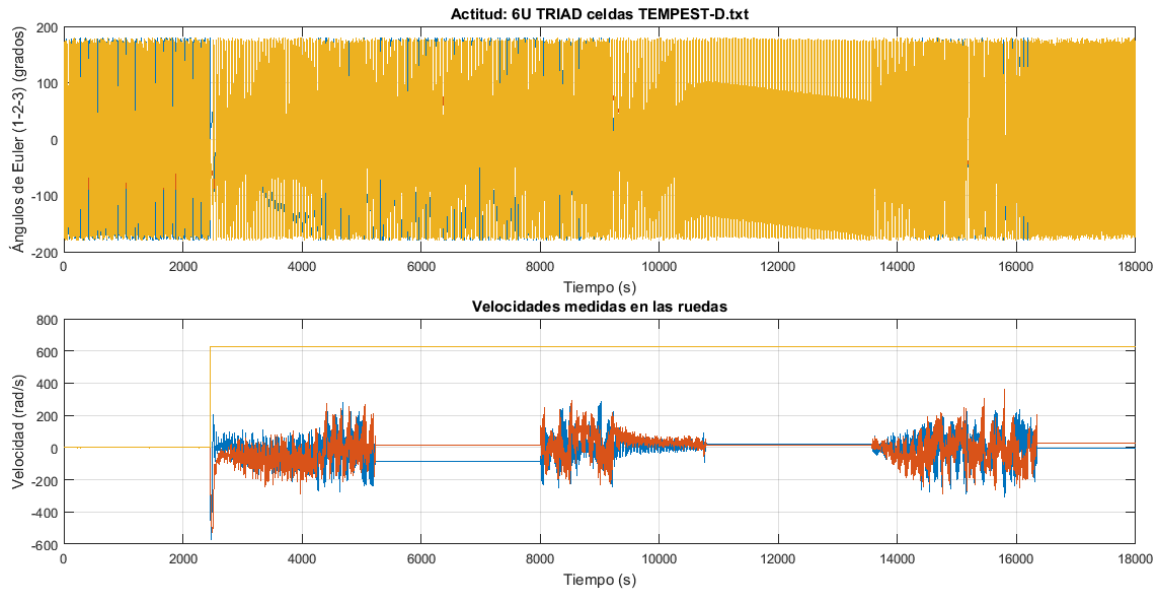


Figura 4.20: Actitud y velocidades de las ruedas de reacción, CubeSat 6U TEMPEST-D

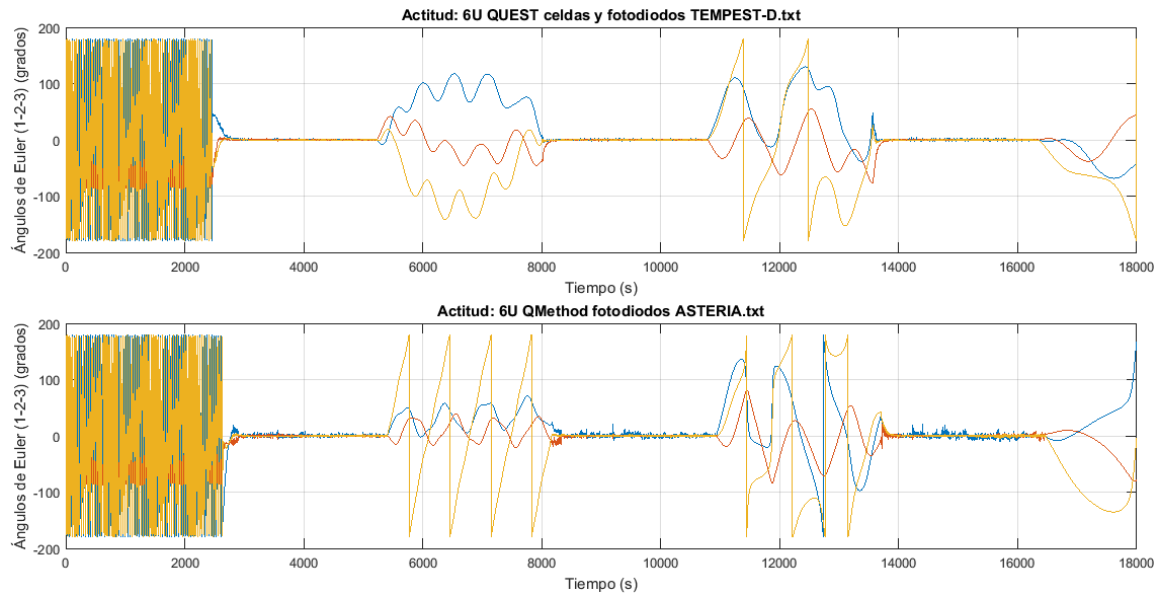


Figura 4.21: Actitud CubeSats TEMPEST-D y ASTERIA

Al analizar este detalle, se pensó en que quizá la luz reflejada dentro de la caja podría estar causando este comportamiento, así que se colocó sobre el experimento de caracterización una caja (sin fondo, pintada de negro mate en su interior y con una abertura del mismo tamaño que la del experimento), con el objetivo de evitar el reflejo mencionado. No hubo diferencia en el comportamiento del DUT. Así que recordando que el intervalo de giro programado se había incrementado, se pensó en determinar el intervalo del ángulo de giro del sistema motor, base y potenciómetro. Más del experimento original solo se conservó el potenciómetro, así que se dispuso un nuevo motor y una base similar para determinar el ángulo de giro.

El ángulo de giro del sistema potenciómetro, base y motor resultó estar en el intervalo $(0, 270)$ grados, con esto se ajustó el valor utilizado para calibrar las medidas del ángulo de incidencia de la luz solar de 300 grados a 270 grados, lo que implica un ajuste de los valores del ángulo medido durante el proceso de caracterización, con estos datos se realizaron nuevas gráficas de los voltajes medidos contra el ángulo de incidencia de la luz solar con la corrección hecha a sus valores (ver Figura 4.22).

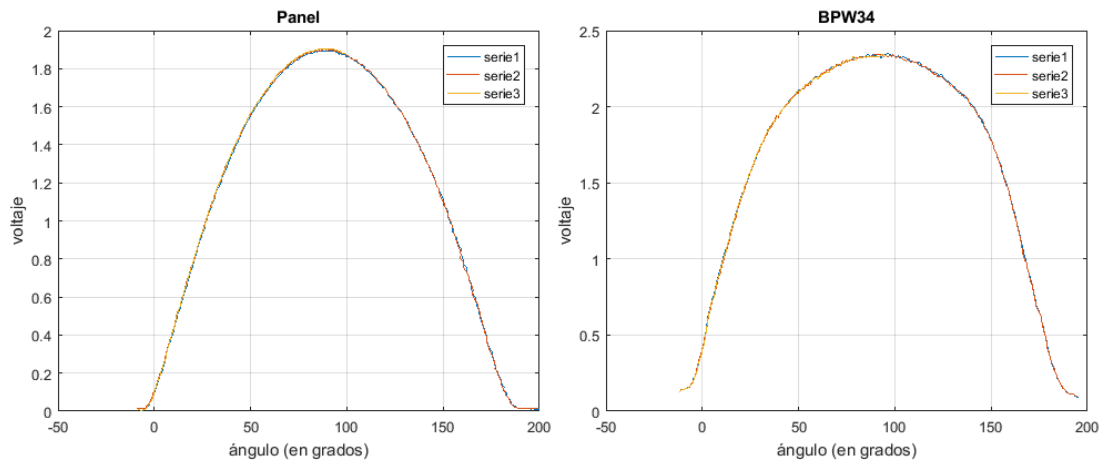


Figura 4.22: Comportamiento del DUT respecto al ángulo de incidencia de la luz solar, tras la corrección del valor de calibración de las medidas del ángulo de incidencia

En las gráficas de la Figura 4.22 podemos ver que el DUT en cuestión (panel o fotodiodo), produce voltaje en un intervalo muy cercano a $(0, 180)$ grados. Obviamente, al ajustar el valor para calibrar las mediciones del ángulo de giro del DUT, los modelos $V_{panel}(\theta)$, $\theta_{panel}(V)$, $V_{BPW34}(\theta)$ y $\theta_{BPW34}(V)$ se ven afectados por dicho cambio. Así que se desarrollaron nuevos modelos (en la Figura 4.23 podemos ver el ajuste de curvas y el error entre el ángulo del modelo y el ángulo medido, para cada caso), también se repitieron algunas de las 36 simulaciones, para ver que efectos producía este cambio sobre la determinación y control de la actitud. Como podemos ver en la Figura 4.24 el error en actitud se redujo en todos los casos (cuando se utilizan celdas, fotodiodos o ambos).

Ahora, ¿Qué pasaría si en la caracterización de cierto DUT, encontramos que este produce voltaje en un intervalo menor que $(0, 180)$ grados, por ejemplo en el intervalo, $(10, 170)$ grados?, En este caso el proceso de modelado de $V_{DUT}(\theta)$, $\theta_{DUT}(V)$ continua siendo el mismo descrito en el Capítulo 3, más ahora se tendría que limitar el ángulo θ

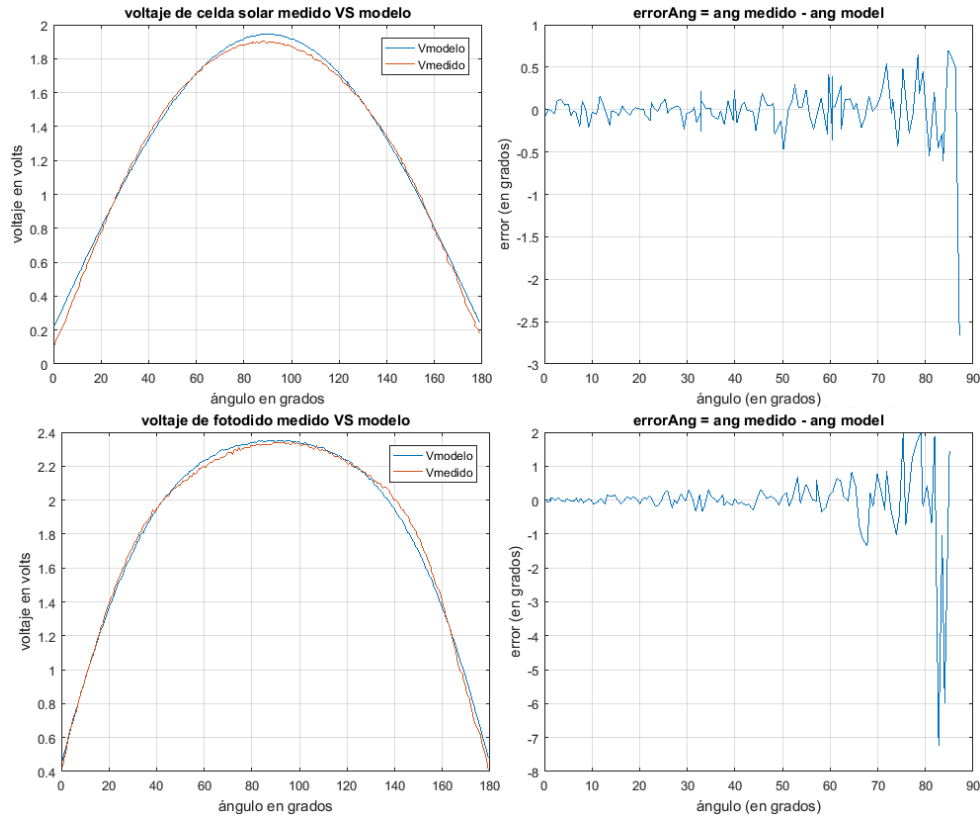


Figura 4.23: Nuevo ajuste de curvas (izquierda), nuevo ángulo medido contra ángulo del nuevo modelo (derecha), obtenidos tras la corrección

a ese intervalo, en un caso así se esperaría que la información de 6 DUTs (recordemos que solo se utilizan 3 para reconstruir la información del vector solar \mathbf{v}_{sc} , en \mathcal{F}_c) no sea suficiente para determinar las componentes del vector solar en la referencia del satélite y sea necesario un sensor solar basado en 12 DUTs, por ejemplo 2 en cada cara del CubeSat pero dispuestos a diferentes ángulos.

De las Figuras 4.14, 4.15, 4.16, que contienen la información de la actitud y error de la actitud de algunos de los casos simulados y de las Figuras 4.17, 4.18, 4.19, que contienen la información del error promedio de la actitud de 27 de las 36 simulaciones que se realizaron, destacan los siguientes datos:

- En las 27 simulaciones la información de la actitud obtenida de los sensores (Celdas, Fotodiodos y Celda-FotoD) llevó a la determinación y control de la actitud de los CubeSat simulados.
- El error promedio de la actitud más alto fue de $error_promedio_max = 2.784$ grados.
- El valor medio del error promedio de la actitud para las 27 simulaciones, fue de $media_error_promedio = 0.6520$ grados.
- Con el sensor basado en celdas solares se obtuvieron los mejores resultados.

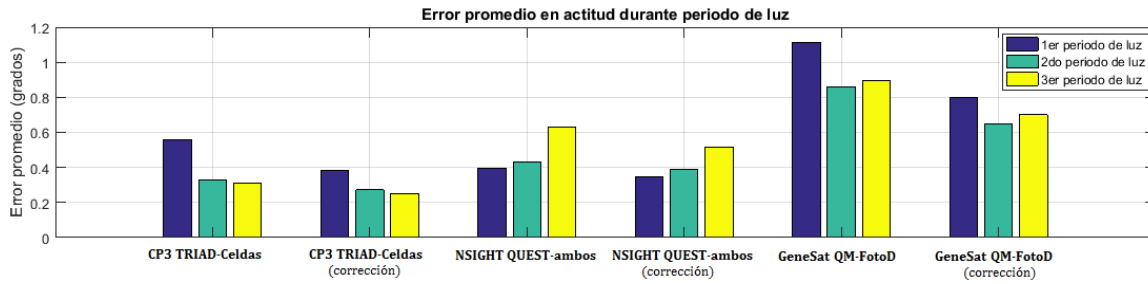


Figura 4.24: Error promedio de la actitud, comparando la simulación previa y la realizada con los nuevos modelos desarrollados tras la corrección

- Con el sensor basado en celdas solares y fotodiodos se obtuvieron mejores resultados que con el sensor que solo utiliza fotodiodos.

En general podemos decir que cualquiera de los dispositivos caracterizados (panel y BPW34) y sus respectivos modelos pueden ser utilizados para simular sensores solares cuya información ayude a la determinación y control de la orientación de satélites, así como para desarrollar prototipos cuyos sensores de actitud estén formados por algún número de estos dispositivos.

No se recomienda utilizar solo celdas o solo fotodiodos, pues aunque las primeras hayan tenido mejores resultados, en un escenario más realista se podría simular que pasa con la actitud cuando alguno de los sensores falla, además dependiendo de la misión que el CubeSat vaya a desempeñar, sería conveniente tener redundancia en la información sobre la actitud.

Por el error promedio obtenido en las simulaciones, se podría decir que los modelos de estos sensores y el *ADCSuno* podrían utilizarse para simular otro tipo de escenario, por ejemplo orientar hacia la Tierra una cámara que se encuentre dispuesta en una de las caras del CubeSat u orientar una antena o bien orientar el CubeSat de modo que los paneles solares reciban la mayor cantidad de energía, etc.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

5.1. Conclusiones

- Se caracterizaron dos sensores solares de un eje formados por celdas solares y fotodiodos comerciales operados en modo de corto circuito con sus respectivos circuitos convertidores de corriente-voltaje; en este modo de operación el voltaje de salida de los dispositivos es casi independiente de la temperatura y el voltaje de salida de sus convertidores es proporcional a la cantidad de radiación incidente [Vishay, 2012]; en el proceso de caracterización se hizo incidir luz solar sobre la superficie de los dispositivos al tiempo que se variaba el ángulo de incidencia; al graficar los voltajes medidos en los sensores contra el ángulo de incidencia medido por el potenciómetro y comparar las gráficas se determinó que el voltaje como función del ángulo de incidencia que produce el sensor solar basado en el panel de $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ es diferente al que produce el sensor solar basado en el fotodiodo BPW34, como lo muestran las gráficas de las Figuras 4.1 y 4.5.
- Los valores generados por los modelos $V_{\text{modelo}_{\text{panel}}}(\theta)$ y $V_{\text{modelo}_{\text{BPW34}}}(\theta)$ de las ecuaciones 4.3 y 4.7 producen gráficas muy similares a las obtenidas del proceso de caracterización, como lo muestran las Figuras 4.2 y 4.6 en las que se comparan los voltajes medidos con los valores generados por los modelos; la razón de la similitud en las gráficas se debe tanto al ajuste de datos realizado, como a la cantidad de ruido agregado a los modelos, que está determinada por la desviación estándar media de los voltajes medidos veces un número pseudo aleatorio con distribución gaussiana generado con la función de MATLAB *randn*.
- La metodología seguida para la caracterización, desarrollo de los modelos matemáticos e implementación de los sensores solares (*SsCeldas.m*, *SsFotoD.m*) resultó ser apropiada para cumplir los objetivos de esta tesis, pues aún cuando en el proceso de caracterización solo se utilizó la información del potenciómetro para calibrar las mediciones del ángulo de incidencia, los resultados de las 27 simulaciones realizadas con estos modelos, son muy similares a los resultados de las simulaciones realizadas con los modelos obtenidos una vez realizada la corrección en las mediciones del ángulo tras calibrarlas utilizando la información del sistema motor, base y potenciómetro,

como muestra de que la calibración de las mediciones de ángulo fue un incidente menor, en la Figura 4.24 podemos ver una comparación de algunas de estas simulaciones. Además las graficas de las Figuras 4.2, 4.4, 4.6, 4.8 difieren muy poco de las gráficas realizadas tras la corrección, Figura 4.23.

- Para verificar la funcionalidad de los resultados de la caracterización y modelado de los sensores solares se diseñó un sistema para la determinación y control de la actitud, el *ADCSuno*; con los modelos $V_{modelo_{panel}}(\theta)$, $\theta_{panel}(V)$ de las ecuaciones 4.3, 4.4 se implementó *SsCeldas* y con los modelos $V_{modelo_{BPW34}}(\theta)$, $\theta_{BPW34}(V)$ de las ecuaciones 4.7, 4.8 se implementó *SsFotoD* que son los sensores solares que utiliza el *ADCSuno* para obtener la información del vector solar \mathbf{v}_{sc} en la referencia del satélite, la cual sirve para determinar y controlar la actitud del CubeSat que se desea simular.
- El sistema de determinación y control de la actitud *ADCSuno* implementado en MATLAB, probó simular adecuadamente un sistema de este tipo en el escenario propuesto, ver sección 3.3.2, ya que el error promedio de la actitud más alto determinado durante las simulaciones, no fue mayor de tres grados, $error_promedio_max = 2.784$ grados y la media del error promedio que se cuantificó para las 27 simulaciones fue $media_error_promedio = 0.6520$ grados.
- La interfaz gráfica facilita y reduce el tiempo de introducción y modificación de los parámetros de entrada de cada simulación. Además al guardar en un único archivo (*nombre.mat*) los datos de las variables de interés de la simulación, ver sección 3.3.3, lo que facilita su posterior análisis. También se puede verificar que los parámetros de la simulación sean o hayan sido los correctos utilizando la columna *Valor actual* y el reporte generado por el botón *Genera reporte* respectivamente.

5.2. Trabajo a futuro

- Modificar el sistema para la determinación y control de la actitud (*ADCSuno*) para simular otro tipo de escenarios, por ejemplo orientar hacia la Tierra un CubeSat que disponga de una cámara en una de sus caras u orientar un CubeSat de modo que los paneles solares reciban la mayor cantidad de energía.
- Codificar en MATLAB un sensor solar de 12 fotodiodos, colocando 2 fotodiodos en cada cara, pero dispuestos a diferentes ángulos y suponiendo que los fotodiodos tienen un campo de visión menor de 180 grados.
- Desarrollar prototipos de sensores solares basados en los paneles y los fotodiodos COTS caracterizados.
- Desarrollar modelos matemáticos teóricos de sensores solares de 2 ejes, caracterizarlos y probar su desempeño utilizando el *ADCSuno*.

Capítulo 6

Apéndices

6.1. PROPAT

PROPAT es un conjunto de herramientas para MATLAB, que permite realizar simulaciones de actitud y órbita para satélites. La codificación de PROPAT se ha llevado a cabo por el Dr. Valdemir Carrara de la División de Mecánica Espacial y Control, del Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) de Brasil. PROPAT es de uso libre y puede descargarse en <http://www.dem.inpe.br/~val/projetos/propat/default.htm>.

En este apéndice se describirá el uso de varias funciones de PROPAT las cuales fueron utilizadas para desarrollar el ADCS objeto de esta tesis, en la página de PROPAT se puede encontrar la documentación y otros ejemplos del uso de estas herramientas.

Funciones de PROPAT que se utilizaron en el desarrollo del sistema de determinación y control de actitud ADCSuno:

- *djm*: esta función proporciona el día Juliano modificado, referido al año 1950.0, para ello se requiere proporcionar año, mes y día a las cero horas.

$$diaJuliano = djm(dia, mes, ano); \quad (6.1)$$

el día Juliano es utilizado por otras funciones para calcular por ejemplo el vector solar o el vector magnético.

- *time_to_dayf*: esta función calcula la fracción de día transcurrido, a partir de los parámetros hora, minuto y segundo.

$$diaFraccion = time_to_dayf(hora, minuto, segundo); \quad (6.2)$$

la fracción de día se utiliza en el cálculo de vector solar, tiempo de Greenwich.

- *exyzquat*: transforma de ángulos de Euler 1-2-3 (en radianes) a cuaternión

$$quat = exyzquat(angEuler); \quad (6.3)$$

la dinámica del satélite, el cálculo de las velocidades angulares, el control están dados en términos de cuaterniones.

- *kepel_statvec*: transforma los elementos keplerianos ($a, e, i, RAAN, \omega, M$) dados por *kepel* en el correspondiente vector de estado, en el mismo sistema de referencia.

$$v_estado = kepel_statvec(kepel); \quad (6.4)$$

- *delkep*: calcula las variaciones de los elementos keplerianos debidas al no esfericidad de la tierra

$$deltaKep = delkep(kepel); \quad (6.5)$$

se utiliza en la propagación de la órbita ($kepel_2 = kepel + deltaKep$).

- *rb_reaction_wheel*: obtiene la derivada temporal de la ecuación de la dinámica de un cuerpo rígido unido a 3 ruedas de reacción, a partir del tiempo (t), la actitud (\underline{q}), las velocidades angulares del satélite (ω_{ang}), los momentos angulares de las ruedas (\mathbf{h}_{rw}), los torques externos que actúan en el satélite (\mathbf{t}_{ext}), la matriz de inercia de la masa no giratoria (**Iner**), la inversa de la matriz de inercia (**Inerinv**), el torque aplicado a las ruedas de reacción (\mathbf{t}_{rw}).

$$dxdt = rb_reaction_wheel(t, \underline{q}, \omega_{ang}, \mathbf{h}_{rw}, \mathbf{t}_{ext}, \mathbf{Iner}, \mathbf{Inerinv}, \mathbf{t}_{rw}) \quad (6.6)$$

al integrar la derivada temporal de la dinámica se obtiene la actitud propagada (\underline{q}), las velocidades angulares propagada (ω_{ang}) y la propagación de los momentos angulares de las ruedas (\mathbf{h}_{rw}).

- *quattrmx*: transforma la actitud de cuaterniones a matriz de rotación

$$\mathbf{A}_{ci} = quattrmx(\underline{q}); \quad (6.7)$$

esta matriz se utiliza para transformar los vectores de observación de la referencia inercial (\mathcal{F}_i) a la referencia del cuerpo del satélite (\mathcal{F}_c), así como en el cálculo del torque gravitacional y torque magnético.

- *sun_dir*: determina la dirección del vector solar en \mathcal{F}_i ,

$$\mathbf{v}_{si} = sun_dir(diaJuliano, diaFraccion); \quad (6.8)$$

este vector se utiliza para calcular la dirección del vector solar, \mathbf{v}_{sc} , en \mathcal{F}_c , también se utiliza para determinar el periodo de sombra y para determinar la actitud en los métodos TRIAD, QMethod y QUEST.

- *earth_shadow*: verifica si el satélite se encuentra en la sombra de la Tierra para una posición dada en su órbita

$$en_sombra = earth_shadow(v_estado(1 : 3), \mathbf{v}_{si}); \quad (6.9)$$

esta información nos ayuda a identificar cuando podemos utilizar los sensores solares.

- *gst*: proporciona el tiempo de Greenwich, a partir del día Juliano y el tiempo UTC

$$t_{gst} = gst(diaJuliano, diaFraccion + t) \quad (6.10)$$

este dato es necesario para calcular la posición del satélite en el sistema de referencia terrestre, \mathcal{F}_t y para determinar el vector magnético \mathbf{v}_{mi} en \mathcal{F}_i .

- *inertial_to_terrestrial*: transforma el vector de estados de la referencia inercial a la terrestre, a partir del tiempo de Greenwich y el vector de estado

$$sat_pos = inertial_to_terrestrial(t_{gst}, v_estado); \quad (6.11)$$

útil para calcular el vector del campo magnético de la Tierra

- *mag_field*: calcula el vector del campo magnético de la Tierra, en \mathcal{F}_t , a partir de

$$\mathbf{v}_{mt} = mag_field(diaJuliano, sat_pos); \quad (6.12)$$

- *terrestrial_to_inertial*: transforma coordenadas en \mathcal{F}_t hacia \mathcal{F}_i

$$\mathbf{v}_{mi} = terrestrial_to_inertial(t_{gst}, [\mathbf{v}_{mt}^T, 0, 0, 0]); \quad (6.13)$$

- *gravity_torque*: evalua el troque debido al gradiente gravitacional, para la actitud del satélite, a partir de

$$grav_tq = gravity_torque(v_estado(1 : 3), \mathbf{A}_{ci}, \mathbf{Iner}); \quad (6.14)$$

- *triad2*: determina la matriz de actitud, a partir de dos pares de vectores de observación

$$\mathbf{A}_{TRIAD} = triad2(\mathbf{v}_{sc}, \mathbf{v}_{mc}, \mathbf{v}_{si}, \mathbf{v}_{mi}); \quad (6.15)$$

- *rmxquat*: transforma la matriz de actitud a cuaternión

$$\underline{q} = rmxquat(\mathbf{A}_{TRIAD}); \quad (6.16)$$

- *quatxyz*: transforma de cuaternión a ángulos de Euler 1-2-3

$$E123 = quatxyz(\underline{q}); \quad (6.17)$$

- *rw_speed*: determina las velocidades de las ruedas de reacción, a partir de las velocidades angulares del satélite, los momentos angulares de las ruedas y la matriz de inercia de las ruedas

$$velci_{rw} = rw_speed(\omega_{ang}, \mathbf{h}_{rw}, \mathbf{Iner}_{rw}); \quad (6.18)$$

- *reaction_wheel_t*: modelo del conjunto de 3 ruedas de reacción ortogonales, que determina el torque de control necesario para estabilizar el satélite, así como las medidas del las velocidades en las ruedas, a partir del modelo

$$[\mathbf{t}_{rw}, veloci_med_{rw}] = (-\mathbf{t}_{ctrl} - \mathbf{t}_m, I_{rw}, dvs, tmax_{rw}, \omega max_{rw}, veloci_{rw}); \quad (6.19)$$

donde \mathbf{t}_{ctrl} es el torque de control, \mathbf{t}_m es el torque magnético necesario para evitar la saturación en las ruedas, I_{rw} es el momento de inercia de las ruedas, dvs es la desviación del ruido en las ruedas, $tmax_{rw}$ es el torque máximo que las ruedas pueden generar y ωmax_{rw} es la velocidad angular máxima de las ruedas.

6.2. Cuaterniones

Los datos en esta sección fueron tomados de [Kuipers, 1999] y [Van Verth, 2013]. En matemáticas, los cuaterniones son un sistema numérico hiper-complejo, es decir, tiene más de una unidad compleja. Si denotamos al cuaternión, \underline{q} , como $\underline{q} = q_1i + q_2j + q_3k + q_4$, con q_1, q_2, q_3 y q_4 números reales e i, j y k unidades complejas, que cumplen las siguientes propiedades

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (6.20)$$

$$ij = i^\times j = k = -j^\times i = -ji \quad (6.21)$$

$$jk = j^\times k = i = -k^\times j = -kj \quad (6.22)$$

$$ki = k^\times i = j = -i^\times k = -ki \quad (6.23)$$

de donde el producto de los cuaterniones, $\underline{p} = [\mathbf{p}^T, p_4]^T = p_1i + p_2j + p_3k + p_4$ y $\underline{q} = [\mathbf{q}^T, q_4]^T = q_1i + q_2j + q_3k + q_4$, será

$$\underline{pq} = p_4q_4 - \mathbf{p}^T \mathbf{q} + p_4 \mathbf{q} + q_4 \mathbf{p} + \mathbf{p}^\times \mathbf{q} \quad (6.24)$$

donde \mathbf{p}, \mathbf{q} son respectivamente las partes vectoriales de \underline{p} y \underline{q} . Algunas propiedades de los cuaterniones son:

- Conjugado: si $\underline{q} = [\mathbf{q}^T, q_4]^T$, entonces el conjugado $\underline{q}^* = [-\mathbf{q}^T, q_4]^T$.
- La norma de un cuaternión \underline{q} , es $|\underline{q}| = \sqrt{\underline{q}^* \underline{q}}$.
- Un cuaternión unitario tiene norma igual a 1, es decir $|\underline{q}| = |\underline{q}^*| = 1$.
- El inverso de un cuaternión \underline{q} es $\underline{q}^{-1} = \underline{q}^* / |\underline{q}|^2$, de donde $\underline{q}^{-1} = \underline{q}^*$ si \underline{q} es unitario.

El conjunto de todos los cuaterniones con sus operaciones de adición y multiplicación define un anillo de división no conmutativo. Entonces en el conjunto de todos los cuaterniones, cada cuaternión diferente de cero, tiene un cuaternión inverso y el producto de cuaterniones es en general no conmutativo.

Un cuaternión puro se define como el cuaternión cuya parte escalar es cero. De la relación uno a uno entre todos los vectores en \mathbb{R}^3 y sus correspondientes cuaterniones puros (ver Figura 6.1), el significado del producto de un vector por un cuaternión, viene a ser un producto de dos cuaterniones en el que uno de ellos es un cuaternión puro (el vector).

Un caso especial de producto entre cuaterniones es el producto triple. Sea el cuaternión unitario \underline{q} , escrito de la forma,

$$\underline{q} = \mathbf{q} + q_4 = \cos\theta + \mathbf{u}\sin\theta = \begin{bmatrix} \mathbf{u}\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \sin\theta \\ u_2 \sin\theta \\ u_3 \sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

donde $\mathbf{u} = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$ y $\tan\theta = |\mathbf{q}|/q_4$. Para cualquier cuaternión de la forma $\cos\theta + \mathbf{u}\sin\theta$ y para cualquier vector \mathbf{v} en \mathbb{R}^3 el triple producto entre cuaterniones dado por

$$\mathbf{w} = \underline{q}\mathbf{v}\underline{q}^* \quad (6.26)$$

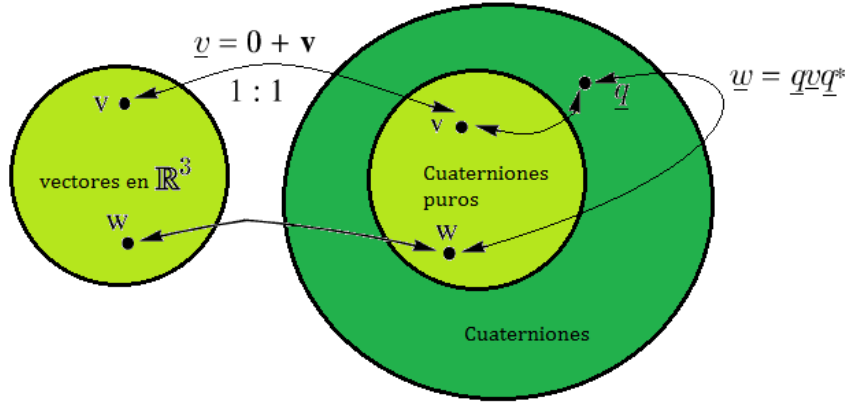


Figura 6.1: Operaciones entre cuaterniones y vectores

el cual puede ser interpretado geoméricamente como una rotación del vector \mathbf{v} , en un ángulo de 2θ alrededor del eje de rotación definido por \mathbf{q} (parte vectorial de \underline{q}). Expresando 6.26 en términos de operaciones con cuaterniones tenemos

$$\underline{w} = \underline{qvq}^* = (q_4^2 - |\mathbf{q}|^2)\mathbf{v} + 2(\mathbf{q}^T \mathbf{v})\mathbf{q} + 2q_4(\mathbf{q}^\times \mathbf{v}). \quad (6.27)$$

6.3. Control de actitud

Control de la actitud significa utilizar las mediciones y una referencia para calcular el torque necesario que hará que la medida actual sea igual a la referencia, [Blanke, 2010]. Para alinear el sistema coordenado del cuerpo del satélite, \mathcal{F}_c , con un sistema coordenado objetivo, \mathcal{F}_t , basta con llevarlo al estado en el que la rotación entre los sistemas coordenados, \mathcal{F}_c y \mathcal{F}_t sea cero, es decir no exista rotación alguna entre ellos, por lo tanto estén alineados. Esto puede llevarse acabo, usando la siguiente ley de control.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_p \underline{q}_e - \mathbf{K}_{pd} \boldsymbol{\omega} \quad (6.28)$$

donde \mathbf{K}_p y \mathbf{K}_{pd} son las matrices de ganancia del controlador, $\boldsymbol{\omega}$ es el vector de las velocidades angulares del satélite y el cuaternión \underline{q}_e representa la rotación necesaria para alinear \mathcal{F}_c respecto a \mathcal{F}_t , es decir

$$\begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \\ q_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4r} & q_{3r} & -q_{2r} & q_{1r} \\ -q_{3r} & q_{4r} & q_{1r} & q_{2r} \\ q_{2r} & -q_{1r} & q_{4r} & q_{3r} \\ -q_{1r} & -q_{2r} & -q_{3r} & q_{4r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1c} \\ q_{2c} \\ q_{3c} \\ q_{4c} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

una rotación en términos de cuaterniones, donde el cuaternión, \underline{q}_c , describe la rotación para ir de la referencia inercial a la referencia del cuerpo del satélite y la matriz de transformación en términos de \underline{q}_r es la rotación de la referencia inercial al sistema coordenado objetivo, \mathcal{F}_t . Si el sistema coordenado objetivo es la referencia inercial, como es el caso en esta tesis, entonces la matriz de transformación en términos de \underline{q}_r es la matriz identidad $\mathbf{I}_{4 \times 4}$ y por lo tanto $\underline{q}_e = \underline{q}_c$.

Bibliografía

- [Álvarez, 2017] ÁLVAREZ ZAVALA ROBERTO, *Arduino para el trabajo científico*, Caracterización potenciómetro y termistor, 2017.
- [BST, 2018] BERLIN SPACE TECHNOLOGIES, *Imagen Star Tracker ST200*, Webpage, 2018. <https://www.berlin-space-tech.com/portfolio/1913/>
- [Blanke, 2010] BLANKE MOGENS, BIRKELUND LARSEN MARTIN, *Satellite Dynamics and Control in a Quaternion Formulation*, Lecture note for course 31365 at Technical University of Denmark, 2010.
- [Bowen, 2009] BOWEN JOHN ARTHUR, *On-Board Orbit Determination and 3-Axis Attitude Determination for pico Satellite Applications*, California Polytechnic State University, San Luis Obispo California, 2009. <https://doi.org/10.15368/theses.2009.114>
- [Bouwmesster et. al, 2010] BOUWMESSTER J, GUO J, *Survey of worldwide pico- and nanosatellite missions, distributions and subsystem technology*, Elsevier, acta astronautica 67, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2010.06.004>
- [Carrara (1), 2012] CARRARA VALDEMIR, *Cinemática e Dinâmica de Atitude de Satélites Artificiais*, INPE, Sao José dos Campos, Brasil, 2012. http://www.dem.inpe.br/~val/cursos_inpe/carrara_mov_sol_2012.pdf
- [Carrara (2), 2012] CARRARA VALDEMIR, *Introdução à Mecânica Orbital*, INPE, Sao José dos Campos, Brasil, 2012. http://www.dem.inpe.br/~val/cursos_inpe/kcr_ada32_2ed.pdf
- [Carrara, 2015] CARRARA VALDEMIR, *An Open Source Satellite Attitude and Orbit Simulator Toolbox for Matlab*, DINAME 2015, Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics. Natal, RN, Brazil, Feb 22-27, 2015. (ISSN 2316-9567) <http://www.dem.inpe.br/~val/publicacoes/DIN-2015-0055.pdf>
- [Carrara, 2018] CARRARA VALDEMIR, *Notas del curso: Controle de atitude*, INPE, Sao José dos Campos, Brasil, 2018.
- [CubeSat, 2017] CUBESAT.ORG, *CubeSat Design Specification, Rev. 13*, The CubeSat Program, Cal Poly SLO, 2017. http://www.cubesat.org/s/cds_rev13_final2.pdf

- [CubeSat, 2018] CUBESAT.ORG, *Imágenes tomadas de “CubeSat Specification Drawings”*, Developer Resources, 2018.
- [de Weck, 2001] DE WECK OLIVIER L., *Attitude Determination and Control (ADCS)*, 16.684 Space Systems Product Development Spring 2001, Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute of Technology, 2001. https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-851-satellite-engineering-fall-2003/lecture-notes/19_acs.pdf
- [Green et. al, 2018] GREEN TIM, SEMIG PETE, WELLS COLLIN, *Photodiode Amplifier Circuit*, Analog Engineer’s Circuit Cookbook: Op Amps, Texas Instruments Inc, pag. 113, 2018.
- [GOMspace, 2018] GOMSPACE, *Imágenes del 1U Powerpack, sistema de potencia completo para nano satélites 1U*, Subsistemas, paneles solares, gomespace.com, 2018. <https://gomspace.com/shop/subsystems/solar-panels/1u-powerpack.aspx>
- [Grossekathöfer, 2012] GROSSEKATTHÖFER KARSTEN, YOON ZIZUNG, *Introduction into quaternions for spacecraft attitude representation*, Department of Astronautics and Aeronautics Berlin, Germany, 2012. <http://www.tu-berlin.de/fileadmin/fg169/miscellaneous/Quaternions.pdf>
- [Hall, 2003] HALL CHRIS, *Spacecraft Attitude Dynamics and Control*, Virginia Tech., AOE 4140 course: Chapter Three, Four and Apendix A: Orbits, 2003. <http://www.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4140/>
- [Hansen, 2001] HANSEN FLEMMING, *DTU Satellite Systems and Design Course: Orbital Mechanics*, Danish Space Research Institute, Danish Small Satellite Programme, 2001. http://www.space.aau.dk/cubesat/documents/Orbital_Mechanics.pdf
- [Honeywell, 2013] HONEYWELL, *Imagen del magnetómetro HMC5883L*, 3-Axis Digital Compass IC HMC5883L, datasheet, 2013. <http://www.soc-robotics.com/pdfs/HMC5883L.pdf>
- [Howley] HOWLEY BRIAN, *AA236: Overview of Spacecraft Attitude Determination and Control*, Lockheed Martin Space Systems Company. <http://citeseeerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.461.7635&rep=rep1&type=pdf>
- [Keat, 1977] KEAT JAMES E., *Analysis of least-squares attitude determination routine DOAOP*, Computers Sciences Corp., apéndice A: The q-method, 1977.
- [Krogh et. al, 2002] KROGH KRISTIAN, SCHREDER ELMO, *Attitude determination for AAU CubeSat*, Department of Control Engineering, AALBORG University, 2002. <http://www.space.aau.dk/cubesat/dokumenter/ADC-report.pdf>
- [Kuipers, 1999] KUIPERS JACK B., *Quaternions and rotation sequences*, Aerospace and Virtual Reality, Princeton University Press, New Jersey, 1999. <http://www.emis.de/proceedings/Varna/vol1/GEOM09.pdf>

- [Ley et. al, 2009] LEY WILFRIED, WITTMANN KLAUS, HALMANN WILLI, *Handbook of Space Technology*, paginas 332-361, Wiley, United Kingdom, 2009.
- [Markley, 2000] MARKLEY LANDIS F., *Spacecraft Attitude Determination Methods*, Guidance, Navegation, and Control Center, NASA's Goddard Space Flight Center, Greenbelt Meryland, 2000. https://archive.org/details/NASA_NTRS_Archive_20000115482
- [MIT Photovoltaics, 2013] OP AMP CONFIGURED AS A SUMMING AMPLIFIER, Build Your Own Soucemeter, MIT Photovoltaic Research Laboratory, 2013
- [Schaub, 2013] SCHAUB HANSPETER, *Rigid Body Kinematics, Matlab libraries*, Aerospace Engineering Sciences Department, University of Colorado Boulder, 2013. <http://hanspeterschaub.info/AVS-Code.html>
- [Selva et. al, 2012] SELVA DANIEL, KREJCI DAVID, *A survey and assessment of the capabilities of Cubesats for Earth observation*, Elsevier, acta astronautica 74, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2011.12.014>
- [Sensixs, 2018] SENSIXS DESIGN B.V., *Imagen del magnetómetro XEN1210*, Webpage Sensixs Design B.V., 2018. <https://www.sensixs.nl/magnetic-sensors/products/>
- [Shuster, 1981] SHUSTER MALCOLM D., S. D. OH, *Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations*, Journal of Guidance and Control, Vol. 4, No. 1, January–February 1981, pp. 70–77. http://malcolmdshuster.com/Pub_1981a_J_TRIAD-QUEST_scan.pdf
- [Sidi, 1997] SIDI MARCEL J., *Spacecraft dynamics and control: A practical engineering approach*, Cambrige University Press, páginas 152-156 y apéndices A y B, 1997.
- [Sinclair, 2018] SINCLAIRINTERPLANETARY.COM, *Imagen del Star Tracker ST-16RT2*, Webpage, 2018. <http://www.sinclairinterplanetary.com/startrackers>
- [Smallsatcat, 2018] SMALLSATCAT.ORG, *Imagen "typedistribution.png" de la Base de datos de satélites pequeños*, Database, 2018. <http://www.smallsatcat.org/>
- [Springmann et. al (1), 2012] SPRINGMANN JOHN C., SLOBODA ALEXANDER J., KLESH ANDREW T., BENNETT MATTHEW W., CUTLER JAMES W., *The attitude determination system of the RAX satellite*, Elsevier, Acta Astronautica, Volume 75, june-july 2012, pages 120-135. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2012.02.001>
- [Springmann et. al (2), 2012] SPRINGMANN JOHN C., CUTLER JAMES W., *Photodiode Placement and Algorithms for CubeSat Attitude Determination*, Michigan Exploration Lab University of Michigan, Ann Arbor, MI, CubeSat Developers Workshop, 2012. http://mstl.atl.calpoly.edu/~bklofas/Presentations/DevelopersWorkshop2012/Springmann_Photodiode_Determination.pdf

- [Sturm II, 2005] STURM II ERICK JONATHAN, *Magnetic Attitude Estimation of a Tumbling Spacecraft*, California Polytechnic State University, San Luis Obispo California, 2005.
- [Svartveit, 2003] SVARTVEIT KRISTIAN, *Attitude determination of the NCUBE satellite*, Department of Engineering Cybernetics, Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología (NTNU), 2003.
- [Taraba et. al, 2009] TARABA MICHAEL, RAYBURN CHRISTIAN, MACGILLIVRAY CHARLES S., *Boeing's CubeSat TestBed 1 Attitude Determination Design and On-Orbit Experience*, 23rd Annual AIAA-USU Conference on small satellites 09S0772, 2009. <https://digitalcommons.usu.edu/smallsat/2009/all2009/64/>
- [Thébault et. al, 2015] THÉBAULT ERWAN ET. AL, *International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation*, Earth, Planets and Space (2015) 67:79 <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0228-9>
- [Van Verth, 2013] VAN VERTH JIM, *Understanding Quaternions*, Game Developers Conference San Francisco California, 2013. http://www.essentialmath.com/GDC2013/GDC13_quaternions_final.pdf
- [Vishay, 2012] VISHAY SEMICONDUCTORS, *Measurement Techniques* Document Number:80085, pag 7, 2012. <http://www.vishay.com/docs/80096/measrem.pdf>
- [Wertz, 1978] WERTZ JAMES R. *Spacecraft attitude determination and control*, Kluwer Academic Publishers, Reimpresión, capítulo 12, 2002.
- [Winetraub et. al, 2005] WINETRAUB YONATAN, BITAN SAN, UVAL DD, HELLER ANNA B., *Attitude Determination: Advanced sun sensor for pico satellites*, Handasaim School, Tel-Aviv University, Israel, 2005. <https://pdfs.semanticscholar.org/4337/ba7deb320dd908a3e7f76b15d23d091d16e2.pdf>
- [Woellert et. al, 2010] WOELLERT KIRK, EHRENFREUND PASCALE, J. RICCO ANTONIO, HERTZFELD HENRY, *Cubesats: Cost-effective science and technology platforms for emerging and developing nations*, Elsevier, advances in Space Research 47, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2010.10.009>