



INAOE

**INSTITUTO NACIONAL DE ASTROFÍSICA,
ÓPTICA Y ELECTRÓNICA.**

**Análisis fotométrico de
asteroides: en
busca del efecto YORP**

por

**Ángel Salvador Cambambia
Perdomo**

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el
grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN
CIENCIA Y
TECNOLOGÍA DEL ESPACIO**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica,
Óptica y Electrónica**

Agosto 2021

Santa María Tonantzintla, Puebla

Bajo la supervisión de:

Dr. José Ramón Valdés Parra

Investigador Titular INAOE

©INAOE 2021

Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias de esta tesis en su
totalidad o en partes mencionando la fuente.



Dedicatoria

Para mi madre, que siempre ha sido el pilar fundamental de mi desarrollo y mejora continua.

Agradecimientos

A mi madre, desde un principio y aunque no estuviera completamente de acuerdo con el camino que escogí, me brindó siempre su apoyo incondicional.

A mi novia, por su motivación y ayuda diaria que hacían que me mantuviera siempre con la mente clara.

Al Dr. Rogerio Enríquez, por ayudarme y orientarme cuando más lo necesité.

Al Dr. José Ramón por brindarme las oportunidades e instrumentos necesarios para llevar a cabo mi trabajo de tesis en los tempestuosos tiempos de pandemia.

Al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica por darme soporte y confianza para realizar mi trabajo.

Al CONACYT por haberme dotado de su apoyo para que pudiera concluir mi investigación de manera satisfactoria

Resumen

En este trabajo se utilizaron fotométricos de los asteroides (822) Lalage, (1382) Gerti, (1468) Zomba, (1777) Gehrels, (2501) Lohja, (4404) Enirac, (9387) Tweedledee y (18881) 1999 XL195; observados en el último bimestre del año 2020 y principios de 2021. Todo esto con el fin de realizar un análisis de las características físicas y orbitales de los mismos; siendo que, esta selección de asteroides se hizo con propósito aumentar la posibilidad de encontrar consecuencias del Efecto YORP en ellos, dicho efecto presenta cambios seculares en el parámetro de la velocidad de rotación de cuerpos menores, en este caso, de asteroides.

Se describe la metodología de selección y filtrado de los asteroides con base en parámetros de relevancia para la detección del Efecto YORP. En el correspondiente apartado se explica el planteamiento para el procesamiento de imágenes obtenidas mediante las observaciones en el telescopio Schmidt ubicado en Santa María Tonantzintla, Puebla.

A partir de la información recopilada, se obtuvieron las curvas de luz correspondientes a cada asteroide para las fechas observadas, así como el modelo de forma que mejor se ajusta a los datos conseguidos en este trabajo y enriquecidos con los registros en la base de datos de fotometría de curvas de luz de asteroides (ALCDEF por sus siglas en inglés) y, en algunos casos, la base de datos de modelos de asteroides obtenidos a partir de técnicas de inversión (DAMIT por sus siglas en inglés). Los testimonios de ambas fuentes brindan un modelo de forma preciso de aquellos asteroides de los que se tenía una gama amplia de datos, mientras que para aquellos asteroides con pocas referencias se construyó un modelo de forma sólido con los datos recabados en este trabajo de investigación.

Índice general

1. Introducción	1
2. Planteamiento del problema, Objetivos e Hipótesis	2
2.1. Planteamiento del problema	2
2.2. Justificación	2
2.3. Objetivos	3
2.3.1. Objetivo General	3
2.3.2. Objetivos Específicos	3
2.4. Hipótesis	3
3. Antecedentes	4
3.1. Análisis de curvas de luz por el Método de Inversión	6
3.2. Efecto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP)	10
4. Marco teórico	32
4.1. Asteroides	32
4.1.1. Formación de Asteroides	32
4.2. Elementos Orbitales	33
4.3. Fotometría de curvas de luz	35
4.4. Parámetros relevantes para el estudio fotométrico	36
4.4.1. Albedo	36
4.4.2. Ángulo de fase	36
4.4.3. Magnitud	37
4.4.4. Diámetro	37
4.5. Períodos de rotación	38

4.6. Método de inversión de curvas de luz	39
4.6.1. Teoría de la inversión convexa	39
4.7. Perturbaciones orbitales	41
4.7.1. Presión de radiación solar	41
4.7.2. Efecto Yarkovsky	43
4.7.3. Teoría del Efecto Yarkovsky	44
4.7.4. Efecto YORP	49
4.7.5. Teoría del Efecto YORP	50
5. Marco metodológico	53
5.1. Telescopio Schmidt de Tonantzintla	53
5.1.1. Características ópticas del Telescopio Schmidt	53
5.1.2. Localización	55
5.1.3. Detector electrónico	56
5.2. Observaciones astronómicas	56
5.2.1. Selección de asteroides	56
5.2.2. Pasos para la selección de asteroides	57
5.3. Asteroides seleccionados	59
5.4. Proceso de generación de curvas de luz mediante MPO Canopus	60
5.5. Inversión de curvas de luz mediante LCinvert	67
5.5.1. Proceso de inversión de curvas de luz	68
5.6. Detección del Efecto YORP	77
5.7. Modelado teórico del Efecto YORP	78
6. Discusión y análisis de resultados	80
6.1. (822) Lalage	81
6.1.1. Observaciones propias	81
6.1.2. Inversión de Curvas de luz	82
6.2. (1382) Gerti	85
6.2.1. Observaciones propias	85
6.2.2. Inversión de Curvas de luz	87
6.3. (1468) Zomba	90
6.3.1. Observaciones propias	90

6.3.2. Inversión de Curvas de luz	93
6.4. (1777) Gehrels	96
6.4.1. Observaciones propias	96
6.4.2. Inversión de Curvas de luz	99
6.5. (2501) Lohja	102
6.5.1. Observaciones propias	102
6.5.2. Inversión de Curvas de luz	103
6.6. (4404) Enirac	106
6.6.1. Observaciones propias	106
6.6.2. Inversión de Curvas de luz	109
6.7. (9387) Tweedledee	112
6.7.1. Observaciones propias	112
6.7.2. Inversión de Curvas de luz	114
6.8. 18881 1999 XL 195	117
6.8.1. Observaciones propias	117
6.8.2. Inversión de Curvas de luz	119
6.9. Valores del Efecto YORP para los asteroides estudiados	122
7. Conclusiones	123
Apéndice A	133
7.1. 822 Lalage	135
7.1.1. Observaciones propias	135
7.1.2. Base de datos	136
7.2. 1382 Gerti	137
7.2.1. Observaciones propias	137
7.2.2. Base de datos	138
7.3. 1468 Zomba	139
7.3.1. Observaciones propias	139
7.3.2. Base de datos	140
7.4. 1777 Gehrels	141
7.4.1. Observaciones propias	141
7.4.2. Base de datos	142

7.5. 2501 Lohja	143
7.5.1. Observaciones propias	143
7.5.2. Base de datos	144
7.6. 4404 Enirac	145
7.6.1. Observaciones propias	145
7.6.2. Base de datos	146
7.7. 9387 Tweedledee	147
7.7.1. Observaciones propias	147
7.7.2. Base de datos	148
7.8. 18881 1999 XL195	149
7.8.1. Observaciones propias	149
7.8.2. DAMIT	150

Índice de cuadros

5.1. Características del espejo (Valdés, 2016)	53
5.2. Características de los lentes correctores (Valdés, 2016)	54
5.3. Características de los lentes de aplanamiento de campo (Valdés, 2016)	54
5.4. Valores del sistema óptico calculados (Valdés, 2016)	54
5.5. Tabla de datos de localización para Santa María Tonantzintla, Puebla	55
5.6. Características del detector electrónico (Santa Barbara Instrument Group, Fabricante)	56
5.7. Asteroides seleccionados	59
6.1. Detalles de parámetros físicos y orbitales de asteroides; así como el Efecto YORP calculado. Parámetros físicos y orbitales recuperados de (NASA, 2021)	122
7.1. Detalles de observación para el asteroide 822 Lalage contenida en ALCDEF	136
7.2. Detalles de observaciones para el asteroide 822 Lalage hechas por el autor	137
7.3. Detalles de observación para el asteroide 1382 Gerti contenida en ALCDEF	138
7.4. Detalles de observaciones para el asteroide 1468 Zomba hechas por el autor	139
7.5. Detalles de observación para el asteroide 1468 Zomba contenida en ALCDEF	140
7.6. Detalles de observaciones para el asteroide 1777 Gehrels hechas por el autor	141
7.7. Detalles de observación para el asteroide 1777 Gehrels contenida en ALCDEF	142
7.8. Detalles de observación para el asteroide 2501 Lohja contenida en ALCDEF	144
7.9. Detalles de observaciones para el asteroide 4404 Enirac hechas por el autor	145
7.10. Detalles de observación para el asteroide 4404 Enirac contenida en ALCDEF	146
7.11. Detalles de observaciones para el asteroide 9387 Tweedledee hechas por el autor	147
7.12. Detalles de observación para el asteroide 9387 Tweedledee contenida en ALCDEF	148

7.13. Detalles de observaciones para el asteroide 18881 1999 XL195 hechas por el	
autor	149

Índice de figuras

3.1. Diagrama sobre el estado del arte consultado y las categorías abordadas	5
4.1. Marco geocéntrico ecuatorial y los elementos orbitales	35
4.2. Ángulo de fase	36
4.3. Gráfico Frecuencia-Diámetro	39
4.4. Efecto Yarkovsky diurno y estacional	48
4.5. Aumento en la velocidad de giro de un asteroide irregular	50
4.6. Efecto YORP y Yarkovsky	52
5.1. Automatch	60
5.2. Creación de sesión	61
5.3. Lightcurve Wizard	62
5.4. Comp Star Selector	63
5.5. Estrellas de referencia y 'StarBgone'	64
5.6. Lista de imágenes a procesar	65
5.7. Página de Análisis de Curvas de Luz	66
5.8. Carga de elementos orbitales	68
5.9. Carga de archivos de curvas de luz	69
5.10. Parámetros de búsqueda del período	70
5.11. Ventana de búsqueda del período	71
5.12. Parámetros de búsqueda de los polos	72
5.13. Ventana de búsqueda de los polos	73
5.14. Carga de archivos de áreas	74
5.15. Ventana de conversión	75
5.16. Parte final del proceso de inversión	76

6.1. Curva de luz del asteroide (822), (2021-03-20)	81
6.2. Búsqueda de período del asteroide (822) Lalage	82
6.3. Modelo de forma del asteroide (822) Lalage (del presente trabajo)	83
6.4. Modelos de forma del asteroide (822) Lalage (recuperado de DAMIT)	83
6.5. Posiciones de los polos para el asteroide (822) Lalage	84
6.6. Distribución de PABL para (822) Lalage	84
6.7. Curva de luz del asteroide (1382) Gerti, con ángulo de fase 1° (2021-02-05)	85
6.8. Curva de luz del asteroide (1382) Gerti, con ángulo de fase 7.46° (2021-02-18)	86
6.9. Curva de luz del asteroide (1382) Gerti, con ángulo de fase 14.55° (2021-03-04)	86
6.10. Búsqueda de período del asteroide (1382) Gerti	87
6.11. Modelo de forma del asteroide (1382) Gerti (del presente trabajo)	88
6.12. Modelos de forma del asteroide (1382) Gerti (recuperados de DAMIT)	88
6.13. Posiciones de los polos para el asteroide (1382) Gerti	89
6.14. Distribución de PABL del asteroide (1382) Gerti	89
6.15. Curva de luz del asteroide (1468) Zomba, con ángulo de fase 7.97° (2021-01-19)	90
6.16. Curva de luz del asteroide (1468) Zomba, con ángulo de fase 9.25° (2021-01-22)	91
6.17. Combinación de las dos curvas de luz anteriores (hecha por la poca diferencia entre sus ángulos de fase)	91
6.18. Curva de luz del asteroide (1468) Zomba, con ángulo de fase 13.87° (2021-02-03)	92
6.19. Búsqueda de período del asteroide (1468) Zomba	93
6.20. Modelo de forma del asteroide (1468) Zomba (del presente trabajo)	94
6.21. Posiciones de los polos para el asteroide (1468) Zomba	95
6.22. Distribución de PABL para el asteroide (1468) Zomba	95
6.23. Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con ángulo de fase 5.59° (2020-11-25)	96
6.24. Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con ángulo de fase 6.45° (2020-11-27)	97
6.25. Combinación de las dos curvas de luz anteriores (hecha por la poca diferencia entre sus ángulos de fase)	97
6.26. Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con ángulo de fase 9.20° (2020-12-05)	98
6.27. Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con Ángulo de fase 19.37° (2021-01-06)	98
6.28. Búsqueda de período del asteroide (1777) Gehrels	99
6.29. Modelo de forma del asteroide (1777) Gehrels (del presente trabajo)	100

6.30. Posiciones de polos para el asteroide (1777) Gehrels	101
6.31. Distribución de PABL para el asteroide (1777) Gehrels	101
6.32. Curva de luz del asteroide (2501) Lohja (2021-03-16)	102
6.33. Búsqueda de período del asteroide (2501) Lohja	103
6.34. Modelo de forma del asteroide (2501) Lohja (del presente trabajo)	104
6.35. Modelos de forma del asteroide (2501) Lohja (recuperados de DAMIT)	104
6.36. Posiciones de polos para el asteroide (2501) Lohja	105
6.37. Distribución de PABL para el asteroide (2501) Lohja	105
6.38. Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 7.63° (2021-02-04)	106
6.39. Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 11.84° (2021-02-16)	107
6.40. Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 13.61° (2021-02-20)	107
6.41. Combinación de las dos curvas de luz anteriores (hecha por la poca diferencia entre sus ángulos de fase)	108
6.42. Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 18.4° (2021-03-03)	108
6.43. Búsqueda de período del asteroide (4404) Enirac	109
6.44. Modelo de forma del asteroide (4404) Enirac (del presente trabajo)	110
6.45. Posiciones de polos para el asteroide (4404) Enirac	111
6.46. Distribución de PABL para el asteroide (4404) Enirac	111
6.47. Curva de luz del asteroide (9387) Tweedledee, con ángulo de fase 7.98° (2021- 02-11)	112
6.48. Curva de luz del asteroide (9387) Tweedledee, con ángulo de fase 13.36° (2021- 02-23)	113
6.49. Curva de luz del asteroide (9387) Tweedledee, con ángulo de fase 16.74° (2021- 03-02)	113
6.50. Búsqueda de período del asteroide (9387) Tweedledee	114
6.51. Modelo de forma del asteroide (9387) Tweedledee (del presente trabajo)	115
6.52. Posiciones de polos para el asteroide (9387) Tweedledee	116
6.53. Distribución de PABL para el asteroide (9387) Tweedledee	116
6.54. Curva de luz del asteroide (18881) 1999 XL195, con ángulo de fase 1.59° (2021- 02-09)	117
6.55. Curva de luz del asteroide (18881) 1999 XL195, con ángulo de fase 6.93° (2021- 02-21)	118

6.56. Curva de luz del asteroide (18881) 1999 XL195, con ángulo de fase 12.02° (2021-03-05)	118
6.57. Búsqueda de período del asteroide (18881) 1999 XL 195	119
6.58. Modelo de forma del asteroide (18881) 1999 XL195	120
6.59. Modelo de forma del asteroide (18881) 1999 XL 195 (recuperado de DAMIT) .	120
6.60. Posiciones de polos para el asteroide (18881) 1999 XL195	121
6.61. Distribución de PABL para el asteroide (18881) 1999 XL195	121
7.1. Curvas de luz del asteroide 18881 1999 XL195 (recuperadas de DAMIT) . . .	150

Capítulo 1

Introducción

¿Alguna vez te has preguntado cuántos asteroides existen en el universo? -Seguro que miles de millones-, sería una respuesta ambigua pero certera. Sin embargo, la presente investigación no tiene como finalidad estimar la población de asteroides, pero sí toma en cuenta la problemática que existe con el creciente número de asteroides descubiertos cada día, esto es, el inmenso trabajo que requiere el estudiar las características, propiedades y parámetros de cada uno de ellos.

En este trabajo se aborda el análisis fotométrico de ocho asteroides cuidadosamente seleccionados, con el propósito de obtener sus curvas de luz, es decir, la medida de su brillo en función del tiempo, y a partir de ellas, llevar a cabo la detección de la variación en su estado de giro debido al Efecto YORP. Este tipo de estudios resulta ser de los más efectivos actualmente para conocer los diversos parámetros físicos y orbitales de cuerpos menores, ya que, según la geometría del objeto, es como refleja la luz del sol que incide sobre él y que es vista desde la tierra.

De esta manera, diversos autores han desarrollado y optimizado un método denominado "Inversión de curvas de luz" utilizado para construir un modelo de forma que mejor se ajuste a las curvas de luz introducidas inicialmente y que también puede servir para localizar variaciones a largo plazo en la velocidad de rotación de asteroides, tales variaciones son atribuidas al Efecto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (Efecto YORP).

Capítulo 2

Planteamiento del problema, Objetivos e Hipótesis

2.1. Planteamiento del problema

La importancia de llevar a cabo este proyecto de investigación yace en el hecho de que cada día se descubren nuevos asteroides. Esta creciente cantidad genera un problema de alta relevancia para las instituciones astronómicas: Al contar con demasiados objetos de estudio, se vuelve casi imposible el análisis profundo de todos ellos, así como de sus propiedades orbitales, este exceso de cuerpos celestes crea la necesidad de acudir a los denominados *Astrónomos de jardín* para cubrir las observaciones de asteroides. Dicha afirmación se ve reflejada al consultar el estado del arte donde únicamente se conocen cerca de 350 asteroides que han sido estudiados en busca de variaciones en sus parámetros orbitales debido a la influencia de la radiación solar (Efecto YORP). De aquellos asteroides, solo un par de decenas están sujetos, de manera comprobable, a las consecuencias de dichas variaciones orbitales.

2.2. Justificación

El obtener y compartir curvas de luz, modelos de forma; entre otros parámetros físicos y orbitales importantes (como el estado de giro) son aspectos que constituyen una motivación para llevar a cabo este trabajo. Por lo tanto, el objetivo principal del mismo, será el de aportar información valiosa, útil y certera de algunos asteroides que demuestren su estudio profundo mediante la detección y medición de la influencia del Efecto YORP en los parámetros de estos

cuerpos menores.

2.3. Objetivos

2.3.1. Objetivo General

Realizar el análisis fotométrico de asteroides propensos a variar sus propiedades orbitales debido a la influencia solar con la finalidad de obtener sus curvas de luz, enriquecer el análisis con otras curvas procedentes de la base de datos del Minor Planet Center, ALCDEF y/o DAMIT; y, mediante software especializado, generar su modelo de forma, además de saber qué tanto se ha visto afectado su estado de giro por la radiación solar.

2.3.2. Objetivos Específicos

- Realizar la fotometría y generar las curvas de luz, fruto de las observaciones de los asteroides seleccionados.
- Aplicar el método de inversión de la curva de luz sobre aquellas pertenecientes a los asteroides de la muestra.
- Buscar cambios en la duración del período de rotación como consecuencia del Efecto YORP.

2.4. Hipótesis

Los asteroides con diámetro $D \leq 12km$, con un albedo pequeño (para este trabajo se buscaron aquellos con $p_v \leq 0.4$) y con bajos períodos de rotación se ven mayormente afectados por las variaciones orbitales causadas por el Efecto YORP. Estas consecuencias pueden ser señaladas y medidas al analizar las curvas de luz de los asteroides estudiados.

Capítulo 3

Antecedentes

Panorama general

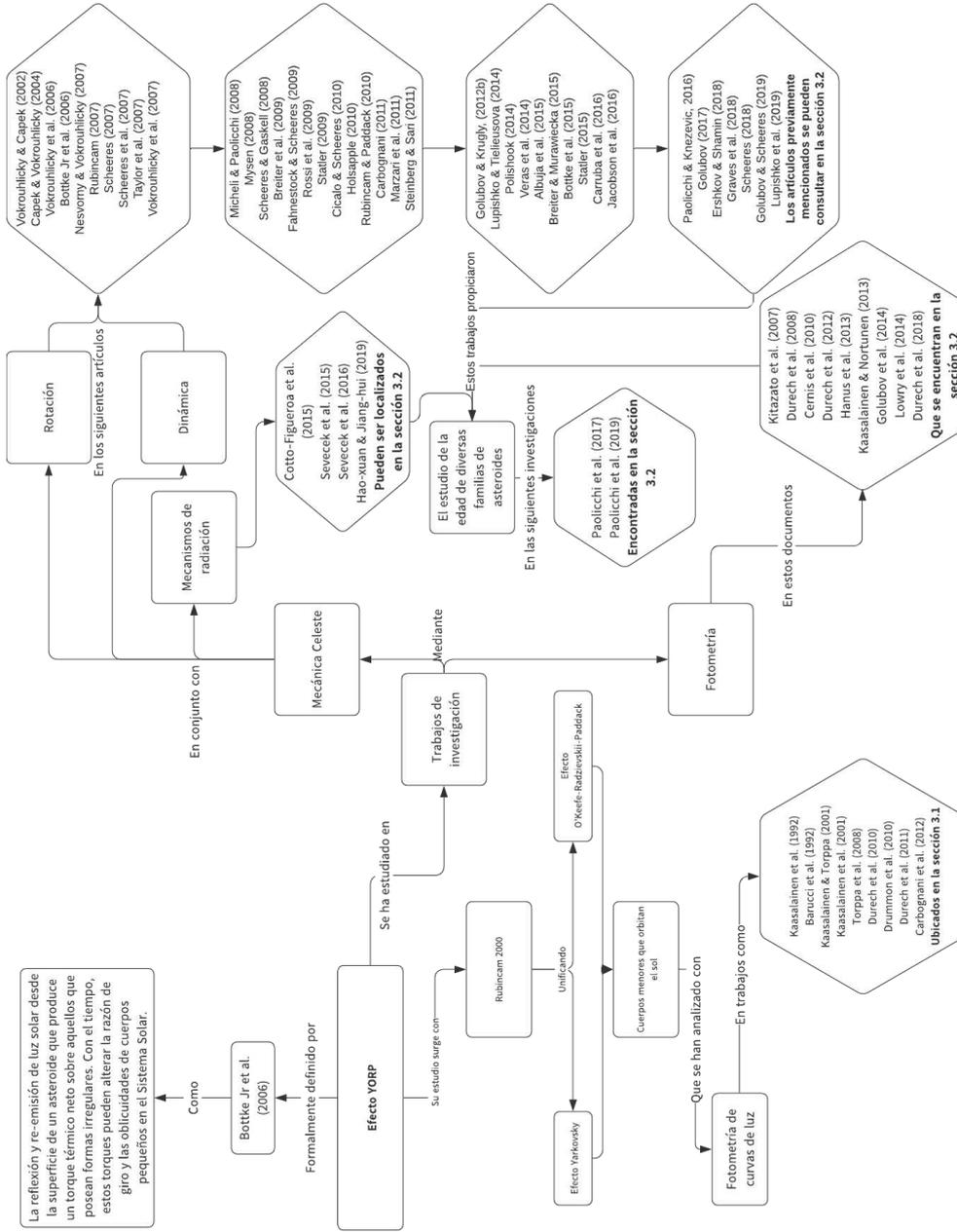


Figura 3.1: Diagrama sobre el estado del arte consultado y las categorías abordadas

3.1. Análisis de curvas de luz por el Método de Inversión

La teoría de la inversión de curvas de luz es presentada por [Kaasalainen et al. \(1992\)](#) donde muestra el método que puede ser utilizado en la determinación de una forma tridimensional o la distribución de albedo de la superficie de un cuerpo a partir de su fotometría de disco integrado (Es decir, el brillo total visible de un asteroide en una aparición dada, esto, al integrar dicho brillo a lo largo de su superficie), suponiendo que la forma es estrictamente convexa. En adición a la teoría de los métodos de inversión, estudió los aspectos prácticos del problema de inversión y los aplicó a la información de las curvas de luz de los asteroides (39) Laetitia y (16) Psyche. El resultado obtenido en la inversión es una serie finita de armónicos esféricos en función de la dirección de la normal a la superficie. En la práctica, uno debe decidir en cada caso si el resultado es tomado para describir la forma en lugar de las características del albedo o si la superficie no es convexa en una escala global. Afortunadamente, hay algunos indicadores para esto: ciertos coeficientes distintos de cero dentro de las series indican la variegación del albedo (zonas de la superficie donde el albedo tiene un valor distinto), y valores negativos de la suma de las series implican una forma no convexa. Una solución adscrita a la superficie es menos sensible a errores en la información de la curva de luz que una adscrita a la variegación del albedo.

En el mismo año, [Barucci et al. \(1992\)](#) se encargó de realizar métodos numéricos inversos para obtener la forma convexa del asteroide (951) Gaspra, estos métodos de manera específica se usan para determinar la morfología del asteroide a partir de su fotometría de disco integrado: el método del poliedro, los octantes elipsoidales y el método de análisis fotomorfográfico. Se comparan los resultados obtenidos con estos distintos métodos de inversión y se discutieron las características de cada método. También compararon estos modelos con la primera imagen del asteroide (951) Gaspra tomada por la cámara Galileo desde una distancia de 16200 km. En el artículo se concentran principalmente en la morfología global de la forma, ignorando características locales que no dan firma observable en las curvas de luz. Los resultados mostraron que las diferentes técnicas de la inversión de curvas de luz de un asteroide alcanzaron un nivel satisfactorio de confianza. Los tres métodos supusieron una aproximación bastante acertada. En particular, el acuerdo preliminar con la primera imagen de Galileo, muestra la validez de los métodos y las técnicas usadas para estudiar asteroides. De hecho, esto consolida la afirmación de que las observaciones en tierra van a perdurar por un largo tiempo como la principal fuente de información para mejorar nuestro entendimiento general de la población de asteroides.

Una década después, Kaasalainen y Torppa desarrollaron un método más robusto por medio de nuevas metodologías, estas mejoraron el método de análisis fotomorfográfico presentado por Kaasalainen en 1991 y que en el artículo de Barucci de 1992 se expresaba era el más preciso a comparación de los otros dos que se presentaron.

El trabajo previamente mencionado corresponde al publicado en la revista *Icarus* por [Kaasalainen & Torppa \(2001\)](#) donde desarrollaron nuevos métodos para la determinación de formas, distribución de albedo, períodos de rotación y direcciones de polos, así como otros parámetros relacionados con la ley de dispersión; todo esto asociado a los asteroides por medio de sus curvas de luz. El artículo en sí, se concentra en la determinación de la forma. Las formas recuperadas son generales y no se basan en las modificaciones previas de algún modelo de forma. Produjeron curvas de luz de pruebas de varios cuerpos no convexos con un algoritmo rápido de rastreo de rayos. Mostraron que el uso de cantidades positivas definidas (como una forma de limitación para el parámetro g de su ecuación de inversión convexa) remueve efectivamente la mala postura del problema, ya que como planteó, al ser el parámetro g las áreas de las caras de un poliedro convexo o los coeficientes de una serie de armónicos esféricos. En ambos casos el problema está mal planteado si no se utilizan limitaciones sobre él. Este era un problema frecuente según expresó Kaasalainen en su artículo de 1992. Sus métodos pueden obtener casquetes convexos inclusive para objetos fuertemente no convexos; a su vez, concavidades mayores pueden ser resueltas.

Meses después, se publicó la segunda parte de su artículo para la optimización del método de inversión de curva de luz, donde abordan el problema completo de inversión. Inician diciendo que ciertos parámetros relacionados a las leyes de dispersión no pueden ser determinados utilizando curvas de luz únicamente, por lo que introducen una ley de dispersión simple y empírica que puede ser aplicada en el cómputo de curvas de luz de referencia y curvas de fase para análisis a futuro de las propiedades físicas de la superficie. Los autores presentan soluciones para la forma, polos y el período para asteroides que también hayan sido observados por sondas espaciales o radares ([Kaasalainen et al., 2001](#)).

En 2008, se hizo el descubrimiento de que la mejor opción para procesar enormes cantidades de conjuntos de datos de observaciones fotométricas dispersas y/o escasas, es la de elipsoides triaxiales ideales; debido a que el hecho de que las áreas iluminadas observadas en cualquier condición de iluminación pueden ser computadas utilizando fórmulas analíticas. Tal hecho puede confirmarse con el artículo publicado por ([Torppa et al., 2008](#)) donde introducen

técnicas para caracterizar modelos de forma convexa para asteroides con una pequeña cantidad de parámetros y aplicar estas técnicas a un conjunto de 87 modelos obtenidos a partir de inversión convexa. Con la primera técnica, midieron las dimensiones de las formas en la dirección del eje de rotación y en el plano ecuatorial; con ella, y junto con las otras dos, se obtuvieron los elipsoides que más se amoldaran a la forma del asteroide. Los resultados mostraron que los modelos convexos de los asteroides no están tan lejos de la forma elipsoidal en un sentido de la media cuadrática (RMS), esto, aunque las características claramente irregulares estén presentes.

Por otro lado, es de utilidad conocer también el aporte que hicieron J. Durech, V. Sidorin, y M. Kaasalainen en el año 2010 al crear una base de datos de modelos de asteroides a partir de técnicas de inversión (DAMIT por sus siglas en inglés) con el propósito de proveer a la comunidad astronómica acceso a modelos de asteroides confiables y actualizados, es decir, tener acceso a sus formas, períodos de rotación, así como a direcciones de ejes de rotación. En la actualidad, la base de datos cuenta con los modelos para 3303 asteroides. Para cada asteroide, DAMIT provee también el modelo de forma de poliedro, el período de rotación sideral, la dirección del eje de rotación y la información fotométrica usada para la inversión. La base de datos es actualizada cuando nuevos modelos están disponibles o cuando modelos ya publicados son actualizados o refinados. También liberaron el código fuente en lenguaje C para la inversión de curva de luz y para el problema directo (Durech et al., 2010).

Un trabajo más, relacionado a los elipsoides triaxiales, es aquel publicado por Drummond et al. (2010), donde buscan la mejor estimación de tamaño para el asteroide (21) Lutetia, así como su eje de rotación y su densidad, esto, asumiendo que su forma es correctamente descrita por un elipsoide triaxial sin características locales y de carácter liso. Esto fue llevado a cabo al derivar dichas cantidades a partir de las 307 imágenes de su disco aparente, tales imágenes se obtuvieron a partir de óptica adaptativa y fueron combinadas con recientes determinaciones de masa para estimar la densidad. Para terminar, la densidad resultante a partir de este método, sirve para inferir que el asteroide (21) Lutetia posee una composición de enstatita-condrita; este trabajo es un gran ejemplo de cómo puede ser utilizado el método de inversión de curva de luz para determinar las composiciones mineralógicas de los asteroides, de esta manera, se puede lograr que en algunos años se desarrolle una manera viable de obtener recursos valiosos de ellos.

La importancia del método de inversión de curvas de luz se ve consolidada con el trabajo

publicado por [Durech et al. \(2011\)](#). Allí se asevera que los modelos de forma de los asteroides, derivados a partir de la fotometría por el método de inversión de curvas de luz, permiten predecir la orientación de un asteroide para los diversos tiempos de las ocultaciones. Esto, al escalar el modelo de forma para que encaje en las curvas de ocultación, se puede determinar el tamaño de los asteroides con relativa precisión, esto es, de alrededor del 10%. En este artículo se combinaron la forma y modelos de estado de giro de 44 asteroides con la información de ocultación disponible para derivar los diámetros efectivos de los asteroides. Para la mayoría de casos, las ocultaciones permiten rechazar una de las dos posibles soluciones para los polos que fueron previamente derivadas de la fotometría. Finalmente, muestran como al combinar resultados obtenidos de la inversión de curvas de luz sincronizando con la ocultación, se pueden obtener modelos únicos de asteroides.

Unos años después, [Carbognani et al. \(2012\)](#) presentó una solución para derivar los estados de giro y las formas tridimensionales de los asteroides a partir de datos escasos obtenidos por la misión Gaia, coincidentemente, a partir de elipsoides triaxiales para la representación de la forma de los asteroides. Los resultados simulados a partir de la información de Gaia fueron comparados para verificar la relevancia de la solución elipsoidal en comparación con las formas multiparamétricas. Se encontró que los elipsoides por inversión de fotometría son altamente similares a los elipsoides que mejor se acoplan a las formas complejas simuladas, además, el error que poseen respecto al volumen del asteroide (y relativo a una forma compleja) es generalmente bajo, esto es, alrededor de un 10%.

La consideración de los trabajos previamente mencionados se hace debido a la importancia que posee el método de inversión de curvas de luz para conocer los parámetros de cada asteroide, para ello, no hay nada mejor que conocer la evolución del método y los límites que tiene. Como se decía al inicio, las observaciones en tierra aún son las que más información nos brindan acerca de los asteroides, por lo tanto, no es descabellado tomar en cuenta este método tan confiable para seguir realizando estudios de estos cuerpos menores. Para el trabajo que aquí se plantea, se prestará especial atención al parámetro de la velocidad de rotación de los asteroides.

3.2. Efecto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP)

El crecimiento en el número de períodos de rotación conocidos a partir del año 2000, ha alterado el panorama del sistema solar de manera dramática y ha hecho muy común el uso de la palabra “YORP” entre los científicos planetarios. Este término se refiere al efecto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP), y fue acuñado por David Parry Rubincam en el año 2000. Según [Rubincam \(2000\)](#) el efecto YORP puede modificar la velocidad de rotación de asteroides con radio de 5 km en escalas temporales de centenas de millones de años. Los asteroides más pequeños se ven sujetos a una mayor velocidad de variación de la velocidad de rotación debido a la dependencia del radio al cuadrado con YORP, tal relación puede apreciarse en la ecuación (4.10). El mecanismo responsable de la variación de la velocidad de rotación es la absorción de luz solar y su re-emisión como energía térmica por un asteroide con una forma irregular. Este efecto compete con los impactos y encuentros de marea como una forma de cambiar los ritmos de rotación para pequeños asteroides, especialmente en la región cercana a la tierra. El efecto YORP también podría explicar la rápida rotación de (1566) Icarus y el lento decaimiento de (4179) Toutatis. A su vez, podría explicar algún punto de la lenta rotación de (253) Mathilde.

En un trabajo posterior, [Bottke et al. \(2002\)](#) observó el comportamiento del asteroide (951) Gaspra con el objetivo de conocer si éste se encontraba en una resonancia respecto a la oblicuidad, haciendo que incrementara su giro debido al efecto YORP. Para este efecto, la forma está enormemente relacionada con la susceptibilidad de cada asteroide a ser influenciado por el efecto YORP, para este caso particular, (951) Gaspra posee un radio de 5.8 km por lo que es bastante propenso a ser influenciado por este efecto. Los resultados obtenidos en este trabajo mostraron que al ser (951) Gaspra el primer asteroide examinado, posiblemente haya sido encontrado en un estado resonante, parece probable que otros pequeños asteroides estén también en tales estados. Sin embargo, dada la estabilidad aparente de la órbita de (951) Gaspra, se infiere que pudo haber entrado a ese estado con la ayuda del efecto YORP, y parece posible que muchos asteroides pequeños entren en dichos estados debido a este mecanismo al aumentar su velocidad o disminuirla para caer en resonancia.

Por su parte, [Vokrouhlický & Čapek \(2002\)](#) siguieron la teoría de Rubincam y se dedicaron a investigar el efecto. Considerando la aproximación de relajación térmica de Rubincam; y

suponiendo una localización fija del principal eje de rotación, estudiaron el efecto YORP tanto para determinar de manera precisa la forma de asteroides cercanos a la tierra como para una gran muestra estadística de formas generadas automáticamente mediante la técnica de la esfera gaussiana de Muinonen. Encontraron que el estado asintótico de la evolución de YORP está caracterizado por un valor arbitrario de oblicuidad. En la aproximación adoptada, la característica típica de este estado final de evolución por YORP es una desaceleración secular del estado de rotación, lo que significa que en algún punto las colisiones harán aleatorio el estado de rotación. En una menor cantidad de casos, el estado final de la evolución de la oblicuidad lleva a una aceleración permanente de la rotación del cuerpo, eventualmente, resultando en una fisión rotacional, es decir, una división del cuerpo debido a su alta velocidad de rotación.

Un par de años más tarde, Čapek & Vokrouhlický (2004) consideraron una nueva variable que siempre se había igualado a cero, esto es: la conductividad térmica superficial. Mientras que muchos autores la ignoran para simplificar los cálculos. En este trabajo ellos se encargan de analizar el rol de la conductividad superficial y cómo cambia sustancialmente las conclusiones. Las conclusiones relacionadas a este artículo en específico revelan importantes consideraciones que serán tomadas en cuenta en trabajos futuros. En primer lugar, el efecto YORP podría desacelerar la rotación hasta el punto que el mecanismo natural podría generar una clase de asteroides caídos o inclinados. Por otro lado, el efecto YORP podría acelerar paulatinamente el ritmo de rotación de un asteroide hasta que ocurran cambios estructurales y posiblemente ocurra una fisión; esto haría al efecto YORP un importante mecanismo para la creación de sistemas binarios.

Al cabo de un tiempo, Vokrouhlický et al. (2006) encuentra otra consecuencia del efecto YORP; el origen de diversas familias de asteroides a causa de una evolución orbital dinámica a partir de fuerzas térmicas (relacionadas al efecto Yarkovsky) y la evolución del vector de giro a partir de torques térmicos (a causa del efecto YORP). En este artículo se desarrolló un método que permite estimar las edades de familias de asteroides moderadamente jóvenes. En este caso, estimaron que las velocidades iniciales de eyección para las familias estudiadas fueron solo unas pocas decenas de metros por segundo, consistente con los modelos numéricos de impactos de asteroides.

El concepto del efecto YORP fue pulido por Bottke Jr et al. (2006) donde lo considera junto con el efecto Yarkovsky como fuerzas de radiación térmica y torques que hacen que los objetos pequeños reciban una deriva en su semieje mayor y modificaciones en el vector

de giro, en función del giro como tal, de su órbita y de las propiedades del material. Estos mecanismos ayudan a mover asteroides con diámetros menores a 40 km desde sus lugares de origen en el cinturón principal a zonas de resonancia caótica capaces de transportar este material a órbitas que cruzan la tierra; dispersan familias de asteroides, esto, con cuerpos a la deriva saltando o siendo atrapados por su movimiento promedio y resonancias seculares dentro del cinturón principal; modifican los ritmos de rotación y las oblicuidades de asteroides con diámetros menores a 40 km; y permiten a los asteroides entrar en resonancias de órbitas-giro, las cuales afectan la evolución de sus vectores de giro y se retroalimentan en la evolución del semieje mayor causada por el efecto Yarkovsky. En este trabajo, se sugiere que las fuerzas no gravitacionales deberían ser ahora consideradas tan importantes como las colisiones y las perturbaciones gravitacionales para el entendimiento general de la evolución de asteroides.

Tiempo después, [Scheeres \(2007\)](#) publicó un trabajo relacionado al análisis secular de la dinámica del efecto YORP. En el escrito se obtienen las ecuaciones seculares para el ritmo de rotación y el polo de rotación. Estas ecuaciones se ven caracterizadas por tres parámetros de la forma del cuerpo y explícitamente incluyen el efecto de la inercia térmica en la evolución de estos parámetros de estado. Con este modelo se detalló, y, en conjunción con las formas estimadas del asteroide, así como de los polos; se obtuvieron los torques YORP esperados, y la respuesta dinámica de varios asteroides y el cambio en el ritmo de rotación para formas específicas como función de la oblicuidad. Para finalizar, determinó un parámetro adimensional conveniente que está solo en función de la geometría del cuerpo y que puede ser utilizado para caracterizar las consecuencias del Efecto YORP.

[Scheeres et al. \(2007\)](#) investigó acerca del efecto de la radiación solar sobre la razón de rotación del asteroide Itokawa a través del efecto YORP utilizando un modelo de forma detallada, el polo de rotación, la estimación de la masa y las propiedades ópticas derivadas de la misión Hayabusa hacia Itokawa. Basados en estas estimaciones, Itokawa está desacelerando a una razón en la cual reducirá a la mitad su ritmo de rotación en solo 50-90 mil años, una gran desaceleración que debería ser detectable en una futura aparición. En este artículo se discuten las implicaciones de tan grande disminución en la rotación y las posibles vibraciones sísmicas que estén relacionadas a ella.

También, [Vokrouhlický et al. \(2007\)](#) llevó a cabo un estudio acerca de aquellos asteroides que poseían una velocidad de giro tan lenta que de alguna manera habían logrado entrar en un estado de “decaimiento”. Para comprender esta cuestión, se desarrolló un integrador Lie-

Poisson del movimiento orbital y rotacional de un asteroide modelo incluyendo los torques solares, el efecto YORP y una disipación de la energía interna. Utilizando este código, se encontró que el efecto YORP no puede conducir los ritmos de giro de cuerpos hacia valores infinitamente a cero. En lugar de eso, los cuerpos que pierden demasiado momento angular en la rotación, caen en estados de rotación de decaimiento caótico; donde el eje de giro deambula aleatoriamente por algún intervalo de tiempo. Eventualmente, el asteroide modelo alcanza estados de rotación que se aproximan al movimiento regular del eje de giro en el marco del cuerpo. La pregunta de si un asteroide dado caerá en un estado de rotación en decaimiento depende de la eficiencia de su disipación de energía interna y en la manera precisa en que el efecto YORP modifica los ritmos de giro de cuerpos pequeños.

Rubincam (2007) publicó un artículo en el que investigó el efecto YORP sobre el asteroide (99942) Apophis ya que podría impactar la tierra en el año 2036. En este documento se encuentra casi un máximo efecto YORP orbital al asumir Apophis sin inercia térmica y que cuente con una forma de hemisferio, con su eje de giro existiendo en el plano orbital. Con estas suposiciones, el efecto YORP orbital puede cambiar su posición por hasta $+/- 245km$, el cual es comparable al efecto Yarkovsky. Inclusive, la incertidumbre en la posición es muy probable que sea mayor a la “cerradura” de 0.5 km que Apophis debe pasar durante su aproximación más cercana en 2029 para que pueda chocar con la tierra en 2036.

Poco tiempo después, siguiendo con la investigación acerca del efecto YORP, Nesvorný & Vokrouhlický (2007) publican un artículo donde desarrollan una aproximación alternativa para calcular los torques YORP de manera analítica. Su teoría se limita a objetos casi esféricos. La teoría analítica cuenta con las limitantes de no poder determinar de manera precisa los torques sobre objetos altamente irregulares o elongados en exceso, esta sirve para explicar ciertas propiedades generales de los torques YORP que fueron identificadas en trabajos numéricos previos, como lo son el hecho de que el componente del torque YORP que afecta la razón de giro se puede desvanecer para valores de oblicuidad semejantes a 55° y 125° . Esta propiedad es importante para establecer los tan llamados estados de Slivan, los cuales emergen como estados finales evolucionarios de vectores de giro para cuerpos pequeños del sistema solar como lo son los asteroides. Éste y otros resultados analíticos son descritos en este artículo para proveer bases que sirvan para comprender el efecto YORP sobre cuerpos con formas superficiales más complicadas y otras propiedades más allá que las aquí consideradas. Se discuten las aplicaciones de la teoría analítica sobre asteroides casi esféricos como 1998 KY26 y sobre objetos más

irregulares como (1862) Apolo y (25143) Itokawa.

Taylor et al. (2007) estudió el efecto YORP sobre el asteroide (54509) 2000 PH5, donde notó un incremento en su razón de giro. Las observaciones ópticas y de radar revelaron que el incremento continuo en la razón de giro del asteroide cercano a la tierra (54509) 2000 PH5 puede ser atribuido al efecto YORP, un torque debido a la luz solar. El cambio en el estado de giro está de acuerdo con las predicciones teóricas para la aceleración por el efecto YORP de un cuerpo con el tamaño determinado por radar, la forma y el estado de giro de 2000 PH5. La detección del aumento de velocidad de giro apoya el efecto YORP como una explicación para la distribución anómala de razones de giro para asteroides por debajo de los 10 km en diámetro y como un mecanismo de formación de sistemas binarios.

Kitazato et al. (2007) en su estudio acerca del efecto YORP sobre el asteroide (25143) Itokawa adoptar una perspectiva observacional. Esto lo llevo a cabo mediante una campaña a largo plazo de observaciones fotométricas de Itokawa que fueron hechas desde marzo de 2001 hasta diciembre de 2006. Las curvas de luz observadas fueron comparadas con el modelado numérico usando el modelo de forma detallado y las propiedades fotométricas globales de superficie derivadas de la misión Hayabusa. Los resultados que obtuvo fueron que Itokawa había estado disminuyendo su razón de giro. La razón de desaceleración detectada es casi consistente con, pero ligeramente más pequeña que el valor predicho teóricamente debido al efecto YORP.

Mysen (2008) por su parte, consideró una nueva teoría donde realiza una aproximación analítica para la descripción de los efectos de la emisión térmica (efecto YORP) sobre la rotación y órbita de un asteroide de forma desconocida. La teoría se conecta directamente con la física del problema, y los resultados importantes causados por una respuesta térmica atrasada, por lo tanto, son parametrizados por las propiedades superficiales fundamentales del asteroide. Los resultados en general de estudios numéricos previos fueron recuperados y se hizo una aplicación al asteroide Eros ya que posee una elongación considerable y una forma altamente irregular. Sin embargo, dichos estudios numéricos mostraron correspondencia. La dependencia de las ecuaciones diferenciales derivadas sobre las variables dinámicas es explícita y simple. Se argumenta que, si el transporte de asteroides dentro del cinturón principal es causado por emisión térmica, entonces habría una preferencia por los asteroides cubiertos de regolito para que se puedan convertir en NEA's.

En el mismo año, surgieron diversos estudios más, entre ellos el de Scheeres & Gaskell

(2008), donde su trabajo giraba alrededor del efecto de la heterogeneidad en el efecto YORP para un modelo de forma dado. Tal heterogeneidad en la densidad causará un desplazamiento entre el centro de la figura y el centro de masa, así como una reorientación de los ejes principales lejos de aquellos asociados con la forma por sí sola. Ambos efectos pueden alterar la razón de cambio, predicha del efecto YORP, en la velocidad angular y oblicuidad. Se aplicaron estas correcciones al modelo de forma de Itokawa y se encontró que la razón de velocidad angular YORP es sensible a desplazamientos entre el centro de masa y el centro de la figura. La detección del efecto YORP para Itokawa puede brindar algunas fuertes limitaciones en su distribución de densidad. Esta teoría podría también ser aplicada a asteroides visitados por naves en el futuro para limitar las heterogeneidades en la densidad.

Para el mismo período de tiempo salió a la luz un interesante trabajo presentado por Micheli & Paolicchi (2008). En este trabajo se abocan principalmente a desarrollar un análisis estadístico de como el efecto YORP depende de la forma. Para ello utilizaron la aproximación de Rubincam (es decir, se negaron los efectos de una conductividad térmica finita). Los resultados que obtuvieron fueron que, a lo largo de cuerpos reales, la distribución del tipo YORP, de acuerdo a la clasificación de Vokrouhlicky y Capek, es significativamente diferente de aquella obtenida en el mismo artículo acerca del modelado teórico de formas. Un nuevo “tipo” también se muestra. Más allá, muestran que los tipos están altamente correlacionados con la intensidad del efecto YORP (únicamente cuando se normaliza para eliminar la dependencia en el tamaño, y, por ende, solo relacionado con la forma).

En la investigación llevada a cabo por Durech et al. (2008) se aborda la problemática que consiste en hacer nuevas observaciones fotométricas del asteroide (1862) Apollo ya que es uno de los dos asteroides en los cuales el efecto YORP fue detectado. También fue observado el asteroide (25143) Itokawa. Esto se hizo mediante el método de inversión de curvas de luz para modelar la forma y el estado de giro de Apollo. En el caso de Itokawa, se contaban con la forma y la dirección del polo, por lo que se utilizó una versión modificada de la inversión de curva de luz con solo dos parámetros libres: el período de rotación y su cambio lineal en el tiempo. Los resultados que se obtuvieron confirmaron los resultados previos. La aceleración observada del ritmo de rotación de Apollo, coincidía con el valor predicho teóricamente. Mientras que para Itokawa, el valor teórico del efecto YORP se mostraba inconsistente con los resultados de la inversión de las curvas de luz que muestra Durech et al., (2008) en un trabajo posterior. Se concentra únicamente en el asteroide (1620) Geographos, llevando a cabo nuevas observacio-

nes fotométricas en 2008 para extender la línea de tiempo que, si es lo suficientemente larga, permitiría ver posibles desviaciones de un período constante de rotación. Para desarrollar este trabajo, se utilizó el método de inversión de curvas de luz para modelar la forma y el estado de giro de Geographos. En total, se utilizaron 94 curvas de luz que fueron conseguidas desde 1969 hasta 2008. Los resultados mostraron que el conjunto de datos completo de las curvas de luz no puede ser satisfactoriamente acoplado. Sin embargo, cuando se relaja el término lineal un poco, se obtiene una excelente concordancia entre el modelo y las observaciones. La importancia de este artículo yace en el hecho de que este era el objeto más grande para el cual se revelaron los efectos de torques térmicos.

[Fahnestock & Scheeres \(2009\)](#) llevan a cabo la primera investigación acerca del efecto YORP en un sistema binario de asteroides. Para empezar, ellos examinan la hipótesis en la que sistemas de asteroides binarios, con una rotación super sincronizada, con un cuerpo primario casi esférico (alfa) y uno secundario elongado y síncrono (beta), muestran una aceleración angular causada por el efecto YORP en el primario que provoca que gire a velocidades donde el material suelto cerca de su ecuador se eleva hasta la superficie. Una interacción subsecuente del material con los componentes binarios causa que el material pierda momento angular y re-impacte a alfa. Esta hipótesis se ve confirmada a través de una dinámica precisa y una simulación estadística aproximada. Para ello, usan el bien caracterizado modelo sistemático de 1999 KW4, ya que tipifica la clase de asteroides binarios de interés. Su resultado demuestra visiblemente la transferencia de momento angular y el mecanismo de evolución orbital supuesto.

Siguiendo la evolución del estudio del efecto YORP en los asteroides; [Rossi et al. \(2009\)](#) presenta un artículo donde analiza el cambio en general de la razón de giro de los objetos cercanos a la tierra debido a encuentros planetarios y al efecto YORP por medio de un modelo de Monte Carlo. Una gran muestra de objetos de estudio mimetizando una población fuente es evolucionada sobre una escala temporal comparable con la edad del sistema solar hasta que alcanzan una distribución de giro de estado estable que debería reproducir la distribución actual de objetos cercanos a la tierra. El cambio en el giro debido al efecto YORP es calculado para cada cuerpo de acuerdo a un modelo simplificado basado en lo dicho por Scheeres et al., (2007). Los resultados demuestran que el efecto YORP es responsable por la concentración de giro para razones de baja rotación. De hecho, en la ausencia del efecto YORP, la población de estado estable se desvía significativamente de aquella observada. La evolución del giro debido al efecto YORP es tan rápida para los objetos cercanos a la tierra que la distribución de las razones de

rotación inicial de cada población fuente es rápidamente relajada a aquella de la población observada. Esto tiene consecuencias profundas para el estudio de los objetos cercanos a la tierra ya que no se pueden rastrear las fuentes de objetos cercanos a la tierra a partir solo de su razón de rotación.

En el año de 2009 surge la publicación de un autor de gran renombre en el tema relacionado al efecto YORP. Statler (2009) brinda un panorama distinto sobre el efecto YORP al hacer énfasis en la topografía a pequeña escala y descubrir que ésta afecta enormemente a dicho efecto. En su trabajo postula que los torques de retroceso a causa de la radiación (YORP) se muestran extremadamente sensibles a una topografía a pequeña escala, utilizando simulaciones numéricas. Comenzando con un conjunto de objetos base, representativos de la población de objetos cercanos a la tierra, realizaciones aleatorias de tres tipos de topografía a pequeña escala son agregados: fluctuaciones superficiales gaussianas, cráteres y rocas. Para cada uno de ellos, los errores relativos esperados en los componentes de giro y oblicuidad del torque YORP, causados por la topografía a pequeña escala observacional no resuelta, son calculados. Sin entrar en demasiados detalles, se muestran las diferencias entre cada una de las topografías y cómo deben ser entendidos los armónicos esféricos que las representan, así como los límites a los que deben ser sometidos para obtener respuestas con el menor porcentaje de error y un alto grado de confiabilidad.

Para este mismo tiempo, Breiter et al. (2009) publica un trabajo relacionado al análisis del efecto YORP en el asteroide (25143) Itokawa con el objetivo de obtener el mejor estimado del efecto YORP por medio del cómputo de distintos modelos de topografía, utilizando la malla de más alta resolución. De esta manera, también se tratan estudios sobre modelos de una menor resolución, así como la cuestión de la dependencia de la deriva del período de rotación sobre las heterogeneidades de la distribución de densidad. Finalmente, hace una comparación con los modelos del asteroide (433) Eros que poseen una resolución similar. Los resultados presentados muestran que no hay una evidencia de convergencia entre el efecto YORP y la familia de modelos Gaskell. Mallados simplificados de manera distinta podrían converger rápidamente hacia sus modelos padres, pero esto no prueba la calidad del cómputo del efecto YORP de esta última. Sin embargo, confirman la alta sensibilidad del efecto YORP a los pequeños detalles de superficie para los asteroides seleccionados (tal como lo postulaba Statler (2009)). El artículo concluye aseverando que la sensibilidad del efecto YORP es un fenómeno físico y todas las predicciones presentes son cuestionables, o los modelos térmicos presentes están muy

simplificados.

Un año después, Breiter et al. (2010b), publica un estudio planteando la idea de que los modelos previos sobre el efecto YORP confiaban ya fuera en la suposición de la inexistente conductividad térmica o en las soluciones de las ecuaciones de conducción de calor, asumiendo un tamaño de cuerpo infinito. Pero, para variar, presenta la primera solución para el efecto YORP tomando en cuenta un tamaño finito y una dirección de los vectores normales a la superficie no radiales en la distribución de temperatura. El nuevo modelo térmico implica la dependencia del efecto YORP de la razón de rotación en la conductividad de los asteroides, En los resultados muestra que el efecto en objetos pequeños no escala como el inverso del cuadrado del diámetro; sino solo como $1/D$.

Posteriormente, se presenta un estudio hecho por Holsapple (2010) donde introduce un nuevo panorama para el estudio del efecto YORP, donde se concentra en analizar los cambios en la forma, giro y estado durante el lento incremento del momento angular para cuerpos tipo “pila de escombros”, auto gravitantes y con cuerpos homogéneamente elipsoidales bajo movimientos homogéneos. Utiliza los modelos de fuerza de materiales granulares con cero fuerzas de tensión (sin cohesión, pero con dilatación arbitraria); estos se ven caracterizados entonces por la constante del material conocida como “ángulo de fricción”. En este trabajo muestra como un cuerpo que se encuentra en su límite de giro y que cuenta con una forma elipsoidal, evoluciona como una forma que se elonga con una inercia rotacional creciente, la cual en la mayoría de los casos produce un giro decreciente. Puntualiza que las soluciones analíticas exactas para aquellas formas y giros, así como la densidad de masa, el momento angular y la energía; también, expresa que se hacen comparaciones entre su método y otras aproximaciones.

En el año de 2010 se llevó a cabo un proyecto de análisis fotométrico y observacional en el observatorio de Baldone. Uno de los más importantes resultados de dicho proyecto, es el descubrimiento de 2008 OS9, un asteroide de 600 metros del grupo NEO Apollo. El asteroide se aproxima lentamente a la Tierra y Venus durante el próximo milenio, según se predice. Los valores promedio de los cambios seculares en el semieje mayor, excentricidad e inclinación son calculados con y sin los efectos Yarkovsky y YORP. Un valor negativo de la diferencia entre el valor del semieje mayor calculado con los efectos podría indicar una rotación retrógrada del asteroide (Černis et al., 2010).

En una posterior investigación, Rubincam & Paddack (2010) reafirman los postulados que previamente hicieron en sus trabajos iniciales, al mostrar en este artículo, a través de las demos-

tracciones más elementales que los torques seculares debido a que los fotones solares entrantes son generalmente despreciables y, por lo tanto, causan una pequeña evolución secular en la oblicuidad del asteroide o su razón de giro. Lo anterior, se debe a la luz solar reflejada por el asteroide y a la radiación infrarroja emitida por el mismo.

Para el mismo año se publica el trabajo llevado a cabo por [Cicalò & Scheeres \(2010\)](#) donde estudian el efecto secular del torque YORP en la dinámica rotacional de un asteroide en su eje de rotación no principal. Las ecuaciones del movimiento de rotación general son derivadas y aproximadas con una función de iluminación expandida hasta el segundo orden. Las ecuaciones de movimiento resultantes pueden ser promediadas sobre los ángulos de rotación rápida para general ecuaciones seculares a partir del momento angular, la inercia dinámica y oblicuidad. Estudian las propiedades de estas ecuaciones seculares y comparan resultados con investigaciones previas. Finalmente, se hace una aplicación a distintas formas de asteroides reales, en particular, se estudia la dinámica de rotación predicha del asteroide Toutatis, el cual es conocido por estar en un estado de eje no principal.

Otro trabajo que debe ser tomado en cuenta a manera de estudio acerca del efecto YORP es aquel hecho por [Breiter et al. \(2010a\)](#) donde se dedican a describir un modelo numérico del efecto YORP para objetos definidos en términos de un mallado triangular. El algoritmo requiere que cada superficie triangular pueda ser manejada independientemente, lo cual implica el uso de un modelo térmico unidimensional. Los resultados que plantean, resuelven la pregunta del efecto YORP en la independencia de la razón de rotación sobre la conductividad dentro del modelo térmico unidimensional no lineal, a pesar de los problemas de precisión y las suposiciones de homogeneidad. Un efecto YORP estacional es revelado en la postura para objetos moviéndose en órbitas elípticas cuando un modelo térmico no lineal es usado.

[Carbognani \(2011\)](#) presenta un interesante artículo donde deriva una ley simple de escalado para el efecto YORP, la cual, tomando en cuenta la distinta distancia heliocéntrica promedio, la densidad, el albedo y el factor de asimetría superficial del asteroide, permite justificar la razón entre los diámetros de transición de los asteroides tipo C y S. La misma ley de escalado puede ser utilizada para estimar una nueva razón entre las densidades de las muestras de los asteroides tipo C y S y puede explicar por qué los asteroides cerca del diámetro de transición tienen una magnitud absoluta similar. Para los asteroides tipo C, usando la razón de densidad obtenida y otros estimados de la densidad del tipo S, es también posible estimar una densidad promedio compatible con una composición de hielo. La explicación sugerida para la diferencia de los

diámetros de transición es una hipótesis plausible, consistente con la información reportada en las bases de datos, pero necesita ser estudiada más a profundidad con futuras observaciones.

Un artículo más que relaciona el efecto YORP con el ámbito probabilístico es el presentado por [Marzari et al. \(2011\)](#) donde utiliza un método de Monte Carlo para modelar la formación de una población de estado estable de pequeños asteroides bajo la influencia del efecto YORP y las colisiones; la distribución de razones de rotación es comparada con la observada por Pravec et al., (2008). Siguiendo con el tema, y de acuerdo con el modelo propuesto, la fisión rotacional de pequeños asteroides es un evento muy frecuente y podría explicar los objetos como P/2010 A2 y su estela compuesta de partículas de polvo milimétricas. La pérdida de masa durante la fisión de pequeños asteroides podría influenciar significativamente la evolución colisional general del cinturón. La fisión puede de hecho ser considerada como un mecanismo de erosión adicional, más allá de los cráteres y la fragmentación, que actúan solo a pequeños diámetros.

[Steinberg et al. \(2011\)](#) presentan un interesante escrito acerca de asteroides binarios donde utilizan y presentan una aproximación simple para calcular el efecto YORP en asteroides y el efecto YORP binario (BYORP), para asteroides binarios. Aplican este cálculo a asteroides con formas conocidas, así como a un conjunto de cuerpos generados aleatoriamente con diversos grados de suavidad. Encontraron una fuerte correlación entre las fuerzas de los efectos YORP y BYORP de un asteroide. Por ende, el conocimiento estadístico podría ser usado para estimar el efecto de otros. En sus resultados muestran que la acción de BYORP preferencialmente se hace más pequeña en lugar de expandirse en la órbita binaria mientras que el efecto YORP principalmente ralentiza a los asteroides. Esta conclusión se mantiene para los dos extremos de las conductividades térmicas estudiadas en este trabajo y en la suposición de que el asteroide alcanza un punto estable, pero podría romperse para una conductividad térmica moderada. Finalmente, proveen una prueba simple mostrando que no hay efecto secular debido a la absorción de radiación en BYORP.

En el año 2012 surgen nuevas investigaciones asociadas a diversos parámetros del efecto YORP, una de ellas a cargo de [Golubov & Krugly \(2012a\)](#) donde se discute cómo la re-emisión de la luz solar absorbida por estructuras pequeñas en la superficie de un asteroide pueden crear una componente de la fuerza de retroceso que es paralela a la superficie. Bajo ciertas condiciones, los lados occidentales parecen estar en un promedio ligeramente más cálido que sus lados orientales, por lo tanto, experimentan una mayor fuerza de retroceso e incrementan la razón de rotación del asteroide. En este trabajo se estudia este efecto, conocido como el efecto YORP

tangencial, en un modelo de juguete, reemplazando ciertas estructuras rocosas con paredes y simulando la conductividad de calor en ellas. Se tratan tendencias generales del efecto, se estima su magnitud y se encuentra que es comparable al efecto YORP normal determinado por una asimetría del asteroide. La existencia de este efecto podría modificar las predicciones de la aceleración YORP de asteroides.

Siguiendo la trayectoria de los autores relacionados al párrafo anterior, publicaron una contribución más en conjunto. En concreto, trata sobre el modelo unidimensional de conductividad, la aceleración YORP prueba ser independiente de las propiedades térmicas del asteroide. Considerando pequeñas estructuras sobre la superficie del asteroide se rompe el modelo unidimensional. Una nueva fuerza aparece, empujando la superficie del asteroide hasta ser paralela a si misma. Este efecto en la rotación del asteroide es llamado YORP tangencia, o TYORP. (Golubov & Krugly, 2012b)

Para este año, aparece un nuevo estudio acerca de la búsqueda del efecto YORP sobre ciertos asteroides, con la meta de detectar posibles desviaciones de la rotación constante que poseen los asteroides (1865) Cerberus, (2100) Ra-Shalom y (3103) Eger a causa del efecto YORP. Esto fue llevado a cabo mediante nuevas observaciones fotométricas de los tres asteroides, combinando las nuevas curvas de luz con la información previa, y mediante el método de inversión de curva de luz para modelar la forma del asteroide, la dirección del polo y la razón de rotación. El efecto YORP fue modelado como un cambio lineal en la razón de rotación en el tiempo. Los valores derivados de observaciones fueron comparados con los valores predichos por la teoría. Los resultados obtenidos fueron los modelos físicos de los tres asteroides. Sin embargo, se tuvo que modelar (3103) Eger como un cuerpo no convexo debido a que el modelo convexo falló al encajar con las curvas de luz observadas en ángulos de fase altos. Se detectó lo que podría ser una desaceleración en la razón de rotación de Eger. Mientras que la fotometría de (1865) Cerberus y (2100) Ra-Shalom fue consistente con un modelo de periodo constante y no se detectó ningún cambio secular en la razón de giro (Durech et al., 2012).

La siguiente investigación presenta un nuevo modelo para el análisis del efecto YORP. (Rozitis & Green (2012)) presentan una adaptación del Modelo Termo-físico avanzado para predecir simultáneamente los efectos Yarkovsky y YORP en la presencia de radiación térmica infrarroja causada por la rugosidad superficial, la cual ha sido despreciada o ignorada en todos los modelos previos. En el trabajo se encontró que la deriva orbital debida a Yarkovsky es sólo sensible al grado promedio y no a la distribución espacial de rugosidad a lo largo de la superficie del

asteroide. Sin embargo, la aceleración rotacional por el efecto YORP es sensible a la distribución espacial de rugosidad en la superficie que puede agregar incertidumbre a las predicciones para asteroides con efectos YORP relativamente débiles. Para predecir precisamente tanto la magnitud del efecto, como la distribución espacial de rugosidad a lo largo de un asteroide, la superficie debe ser conocida.

Hanuš et al. (2013) presenta un escrito donde se enfoca en estudiar toda la información fotométrica disponible de asteroides para derivar sus modelos físicos mediante el método de inversión de curva de luz y compara la distribución latitudinal del polo observado de todos los asteroides con modelos de forma convexa conocidos con las distribuciones simuladas. Lo anterior se hace utilizando curvas de luz fotométricas clásicas de distintas fuentes y fotometría escasa en tiempo obtenida del observatorio naval de los Estados Unidos. Esta información se introduce en el método de inversión de curva de luz para determinar los modelos convexos del asteroide y sus estados rotacionales. También, se extendió un modelo dinámico simple para la evolución del giro de asteroides utilizados en trabajos anteriores. Como resultado, se presentan 119 nuevos modelos de asteroides derivados de fotometría densa y escasa en tiempo combinadas.

Un trabajo más acerca de la relación entre el efecto YORP y la probabilidad es presentado. En el se presenta un método de Monte Carlo simple para estimar el rango de las aceleraciones rotacionales por el efecto YORP que actúan en un asteroide cercano a la tierra sin saber su forma a detalle y para estimar su detectabilidad usando observaciones de curva de luz. Los resultados relacionados a este método se muestran especialmente útiles para aquellos astrónomos que planean buscar aceleraciones rotacionales debidas a YORP en asteroides específicos Rozitis & Green (2013b)

La investigación hecha por B. Rozitis & Lowry (2013) representa un gran salto ya que presenta un modelo unificado que puede emparejar de manera precisa tanto los efectos observados utilizando un solo conjunto de datos de propiedades termo-físicas derivadas de observaciones hechas en tierra y determina la evolución a largo plazo del asteroide Apollo. Para llevar a cabo esto, se utilizan técnicas de inversión de curvas de luz y un modelo termo-físico avanzado sobre observaciones de curvas de luz, observaciones infrarrojas térmicas y observaciones en radar para limitar las propiedades termo-físicas de Apollo. Las propiedades derivadas son usadas para hacer predicciones detalladas de los efectos Yarkovsky y YORP de Apollo, los cuales son entonces comparados con mediciones publicadas de la deriva orbital y aceleración rotacional.

A partir del análisis previo, se concluye en que el efecto YORP está actuando en una escala temporal mucho más rápida que el efecto Yarkovsky y dominará la evolución a largo plazo de Apolo. El Modelo termo-físico avanzado puede ser fácilmente aplicado a otros asteroides con similares conjuntos de información observacional.

El trabajo de [Kaasalainen & Nortunen \(2013\)](#) es relevante ya que presentan una formulación analítica concisa del efecto YORP, con la fórmula exacta para torques sobre cuerpos convexos y componentes promediados al movimiento aplicables a cualquier forma. Analizan las características principales de los torques seculares para la inercia térmica cuando es igual a cero y cuando es distinta a cero y que son funciones de series dependientes en solo unos pocos coeficientes. Usando estos, investigan la estabilidad del efecto YORP contra las perturbaciones de forma con estimados analíticos y numéricos. Finalmente, definen una cantidad describiendo la capacidad YORP para cualquier forma, y estimando la estabilidad YORP con ella.

Un año después, [Rozitis & Green \(2013a\)](#) presentan un nuevo estudio donde muestran de nuevo una adaptación del modelo termo-físico avanzado para predecir, de manera simultánea, el efecto Yarkovsky y el efecto YORP en presencia de un calentamiento propio global que ocurre dentro de las grandes concavidades de los asteroides con formas altamente irregulares, lo cual ha sido ignorado o despreciado en todos los modelos previos. Fue combinado con los efectos infrarrojos térmicos radiativos los cuales habían mostrado previamente una mayor variación en la deriva orbital por efecto Yarkovsky. Las pruebas consideradas en el estudio muestran que el efecto Yarkovsky es sensible al oscurecimiento y a los efectos del calentamiento propio global. Por otro lado, el efecto YORP puede ser muy sensible al oscurecimiento y a los efectos de calentamiento propio global, de manera que esta sensibilidad se incrementa cuando disminuye la fuerza relativa de la aceleración rotacional por el efecto YORP y no parece depender, en gran medida, del grado de concavidad del asteroide. El calentamiento propio global tiende a producir un desplazamiento vertical en la aceleración rotacional por YORP contra la curva de oblicuidad, la cual está en dirección opuesta a aquella producida por los efectos de oscurecimiento.

El trabajo de [Lupishko & Tielieusova \(2014\)](#) analiza la influencia del efecto YORP sobre la distribución de los asteroides cercanos a la tierra (NEA's). Esto se hace mediante el análisis de información observacional. Este análisis mostró que el diámetro promedio de los objetos cercanos a la tierra disminuye a partir del medio de la distribución, hasta su fin; esto es, el exceso de rotantes lentos y rotantes rápidos está compuesto de objetos cercanos a la tierra más pequeños que en el medio de la distribución. NEA's de ambos excesos están en las órbita donde

su insolación es de 8 a 10% más grande que aquellos NEA's en el medio de la distribución. Los objetos en ambos excesos tienen un menor albedo en promedio que aquellos objetos en el medio de la distribución. Al final, todos estos resultados concuerdan cualitativamente bien con la acción del efecto YORP y podrían ser considerados argumentos independientes en su favor.

En el mismo año, [Lowry et al. \(2014\)](#) publica su trabajo relacionado con el efecto YORP sobre el asteroide Itokawa. En este, trata de detectar los cambios en la razón de rotación que pueden ser a causa de los torques radiativos inducidos por el efecto YORP, que puede ser utilizado para investigar la estructura interna del asteroide. El estudio se lleva a cabo a través de un sondeo observacional desde 2001 hasta 2013, donde se obtuvo información observacional de curvas de luz en varios instantes a lo largo de las últimas oposiciones. Luego, aplicaron la técnica de modelado de forma por medio de poliedros para evaluar el estado de giro del asteroide y su evolución a largo plazo. También, se aplicó un análisis termofísico detallado al modelo de la forma determinado por la nave Hayabusa. Como resultado, se obtuvo satisfactoriamente una aceleración en la razón de giro de Itokawa. Mientras que, a partir del análisis termo-físico se encontró que el centro de masa para Itokawa debe estar desplazado por 21 m a lo largo del eje mayor del asteroide para conciliar la fuerza observada del efecto YORP con la teoría. Por lo tanto, se demostró que una medida observacional de los torques radiativos combinada con un modelo de forma detallado, puede brindar una visión dentro del interior de la estructura de un asteroide.

Se tiene entonces, un trabajo más que tiene que ver con el efecto YORP, pero de una forma distinta, [Polishook \(2014\)](#) aplica el método de inversión de curva de luz sobre información fotométrica obtenida por él, para poder derivar los vectores del eje de rotación y los modelos de forma de los asteroides binarios 2110, 3749, 5026, 6070, 7343 y 44612. Para finalizar, él utiliza un modelo de fisión rotacional, basado en la suposición de conservación del momento angular. Al utilizar todos estos métodos, los valores de baja densidad esperados para una "pila de escombros" fueron derivados. Todos estos resultados llevan a la conclusión de que la disrupción de estos pares de asteroides fue muy posiblemente un resultado del efecto YORP que aceleró dichos asteroides de "pila de escombros".

[Veras et al. \(2014\)](#) presentan un interesante estudio acerca de la rotación inducida por el efecto YORP que, llegados a un punto de gran velocidad de giro, causa que los cuerpos pequeños se rompan. La radiación de una estrella gigante destruirá casi todos los cuerpos con radios en el rango de 100 m a 10 km que sobrevivan el tiempo de vida de su estrella de secuencia

principal dentro de una distancia de alrededor de 7 UA.

Una vez más, se presenta un trabajo relacionado al modelo Tangencial del efecto YORP, solo que en este caso de manera tridimensional. Este artículo considera por primera vez el TYORP en un modelo realístico tridimensional, también incluyendo el oscurecimiento y los efectos de la iluminación propia a través del rastreo de rayos. El TYORP es simulado para piedras esféricas yaciendo sobre el regolito. El modelo incluye solo cinco parámetros libres y la dependencia de TYORP de cada uno de ellos es estudiada. El torque TYORP parece ser más pequeño que los estimados previos a partir del modelo unidimensional. Estos resultados pueden ser utilizados para estimar el TYORP de diferentes asteroides y también como una base para modelos más sofisticados de TYORP (Golubov et al. (2014)).

Thomas S. Statler hace su aparición de nuevo para el año de 2015 con su nuevo trabajo donde postula que las escalas temporales sobre las cuales el efecto YORP altera el período de rotación y la oblicuidad de un pequeño asteroide pueden ser muy diferente, ya que los torques correspondientes se emparejan a diferentes aspectos de la forma del objeto. Para asteroides axisimétricos en “forma de cima” tales como (101955) Bennu, las escalas temporales de giro son un orden de magnitud o más largas que las escalas temporales de la oblicuidad, las cuales rondan los millones de años, Las oblicuidades bajas observadas de asteroides en forma de cima no constituyen evidencia de que adquirieron sus formas actuales y giros a través del efecto YORP, porque las bajas oblicuidades se esperan a pesar del aumento de la velocidad de giro o algún mecanismo de reconstrucción de forma (Statler, 2015).

Un trabajo muy importante publicado en el año 2015 y que posee relevancia en la actualidad, consiste en utilizar una suite de simulaciones numéricas para determinar las edades de las familias Clarissa, Erigone, Eulalia, New Polana y Sulamitis, para conocer como Bennu alcanzó su órbita actual y la más probable familia fuente para Bennu. Específicamente, se rastrearon asteroides de prueba tipo Bennu que se encontraban evolucionando en el semieje mayor a causa de los efectos acoplados Yarkovsky y YORP. Usando resultados y visiones brindadas por Statler (2009), se asumió que los modestos de forma de los asteroides, producidos por una variedad de procesos, causaron que la razón de giro de los asteroides de prueba, pero no sus oblicuidades, se vieran sujetos a un variación aleatoria. Este mecanismo “YORP Estocástico” disminuye la frecuencia en la que los asteroides alcanzan estados terminales en YORP. Habiendo utilizado el método anterior, se procede a utilizar un código de Monte-Carlo para rastrear millones de asteroides de prueba para cada una de las familias previamente mencionadas (Bottke et al.,

2015).

Ševeček et al. (2015) publica un artículo que trata sobre la emisión térmica de piedras sobre el asteroide (25143) Itokawa. Se encargan de solucionar una ecuación de difusión de calor tridimensional en una piedra y sus alrededores por el método de elementos finitos. También, se estimó que una distribución de tamaño de las piedras sobre (25143) Itokawa puede, potencialmente, inducir un torque correspondiente a una aceleración rotacional y puede, por tanto, explicar el desplazamiento de fase en las curvas de luz.

El trabajo reciente de Breiter & Murawiecka (2015) es acerca de la rotación de asteroides que van dando tumbos, donde se presentan los primeros resultados de una simulación acerca de la acción conjunta del efecto YORP y la disipación de energía rotacional debido a deformaciones inelásticas. Al considerar la disipación, consideran también la destrucción de los ciclos del efecto YORP puro, pero se crea un nuevo estado de caimiento estacionario asintótico con un período de rotación fijo. El presente modelo no contradice el hallazgo de Eger en la rotación del eje principal. El modelo requiere una mayor disipación de energía y unos componentes YORP más débiles en el ángulo de nutación y oblicuidad.

El siguiente artículo hecho por Albuja et al. (2015) proponen una interesante consideración y aplicación del efecto YORP sobre satélites desaparecidos. El estudio comienza aplicando el efecto YORP a satélites desaparecidos y analiza su efecto sobre la razón de giro y la oblicuidad de estos objetos. Este trabajo utiliza dos distintas geometrías de satélites para explorar el cambio secular de la razón de giro y la oblicuidad causada por el efecto YORP en satélites con órbitas estacionarias inactivos. Uno de los satélites modelados tiene una geometría asimétrica, que origina el efecto YORP clásico originalmente formulado para asteroides. El otro modelo es geoméricamente simétrico; sin embargo, depende de la asimetría de la distribución de masa para generar el efecto YORP. Para ambos modelos se explora el cambio secular con la dinámica promediada, y las soluciones de la teoría promediada se comparan con las integraciones numéricas de las ecuaciones de movimiento no promediadas. Estos resultados motivan la realización de nuevos estudios sobre el efecto YORP en el ámbito de los satélites inactivos.

Quizá uno de los artículos más relevantes del rubro sea este presentado por Cotto-Figueroa et al. (2015), donde presenta las primeras simulaciones consistentes y la evolución acoplada forma-giro de pequeños agregados gravitacionales bajo la influencia del efecto YORP. Debido a la sensibilidad del efecto YORP a la topografía de la superficie, incluso reconfiguraciones pequeñas de agregados pueden alterar el torque YORP dramáticamente, resultando en una evo-

lución del giro que puede diferir cualitativamente de la predicción de cuerpo rígido. Un tercio de las simulaciones llevadas a cabo siguen una evolución simple descrita como una modificación al ciclo YORP. Dos tercios exhiben uno o más de tres distintos comportamientos: efecto YORP estocástico, efecto YORP auto-gobernado y/o efecto YORP estancado, que en conjunto dan lugar a la autolimitación del efecto YORP. La limitación propia confina las razones de rotación de agregados evolucionando a rangos más estrechos que aquellos esperados en el ciclo clásico YORP, prolongando enormemente los tiempos sobre los cuales los objetos puedan preservar su sentido de rotación. Con base en este estudio, se cree que la limitación propia del efecto YORP puede inhibir la formación de formas de cima, binarias, o ambas, al restringir la cantidad de momento angular que puede ser impartido a un cuerpo deformable. El efecto YORP estocástico en particular, afectará la evolución de las familias colisionales cuyas órbitas deambulen bajo la influencia de las fuerzas Yarkovsky, en modos observables.

Un manuscrito publicado en el año de 2016 acerca del efecto YORP muestra como el efecto puede ser más difícil de detectar si el asteroide está ubicado, por ejemplo en la cola-H de los diagramas típicos en forma de V de las familias de asteroides. Más allá, podría estar obstaculizado por varias anomalías físicas típicas de la familia (asimetría, cráteres, origen, colisiones multipolares, etc.). Con un nuevo método de análisis, se identificaron las huellas del efecto para la mayoría de las familias analizadas, obteniendo también un estimado independiente de la edad de las familias. A pesar de las incertidumbres, se obtuvo una buena concordancia entre estas edades y aquellas estimadas sobre la base de la pendiente del gráfico en forma de V: un resultado que apoya ambos métodos y la física que yace en ellos (Paolicchi & Knežević, 2016).

Jacobson et al. (2016) retoma la consideración de la fisión causada por el efecto YORP es consistente con la estadística de la población observada de los pequeños asteroides en el cinturón principal, incluyendo los binarios. El trabajo agrega al modelo, la hipótesis de fisión rotacional, descrita a detalle, y el modelo de evolución binaria de trabajos previos de Jacobson. El modelo completo de la evolución de la población de asteroides está altamente limitado por éste y otros trabajos previos, y, por lo tanto, tiene solo dos parámetros libres significativos.

Carruba et al. (2016) presenta una investigación sobre el grupo de Karin (Karin cluster) donde toma ventaja de la creciente población de dicho grupo y muestra como la distribución de oblicuidades perteneciente a asteroides de diámetros ente 1 y 2 km, que se encuentran en el grupo de Karin es de carácter bimodal, como se espera si el efecto YORP trató de mover las oblicuidades hacia valores extremos. La magnitud medida del efecto es consistente con el mo-

delo del efecto YORP estándar. Estos resultados son consistentes con una superficie compuesta de regolito rocoso y rugoso. Los valores de oblicuidad predichos aquí para 480 miembros del grupo de Karin pueden ser validados por el método de inversión de curvas de luz.

El efecto YORP tangencial es un efecto termo-físico que puede alterar la razón de rotación de asteroides y es distinto del tan llamado efecto YORP “normal”, pero a la fecha solo ha sido estudiado en asteroides con oblicuidad igual a cero. El trabajo del que se está hablando en este momento apunta a estudiar la fuerza del efecto TYORP producida por piedras esféricas sobre la superficie de un asteroide con una oblicuidad arbitraria. Esto, llevado a cabo mediante un método de elementos finitos utilizado para simular la conductividad de calor dentro de una piedra, para encontrar la fuerza de retroceso experimentada por esta. Entonces, un asteroide elipsoidal uniformemente cubierto por este tipo de piedras es considerado y el torque es numéricamente integrado sobre la superficie. Los resultados obtenidos expresan que el efecto TYORP es encontrado actuando sobre oblicuidades distintas a cero y disminuyendo por un factor de dos, para oblicuidades incrementadas (Ševeček et al., 2016).

El artículo a cargo de Golubov (2017) describe el primer modelo analítico del efecto TYORP. Aunque el modelo se apoya en numerosas simplificaciones matemáticas y físicas, la expresión analítica para el efecto TYORP se encuentra que está acuerdo con los resultados de las simulaciones numéricas rigurosas con una precisión de varias decenas de puntos porcentuales. La expresión analítica obtenida se usa para estimar el efecto TYORP producido por una superficie no plana de regolito, una contribución del efecto TYORP que nunca había sido considerada. Se encontró que la contribución de TYORP elevándose desde el regolito, puede ser comparable al convencional TYORP producido por asteroides. La tendencia general del efecto TYORP para cantos rodados múltiples parecer cualitativamente similar a la tendencia de canto rodado, y también demuestra un efecto TYORP máximo a alguna tasa de rotación particular.

La relación que posee el efecto YORP con la capacidad de estimar la edad de las familias y/o asteroides es algo extremadamente interesante. En un trabajo relativo al año 2017 se desarrolla una técnica conocida como “la herramienta de espejeo” para aplicar el mismo método de determinación de edad también en casos de familias fuertemente no simétricas, para los cuales es difícil evaluar la existencia y localización de lo que se conoce como un efecto YORP ojo, es decir, los resultados indican que la herramienta de espejeo puede, en algunos casos, ser satisfactoriamente efectiva, mientras que en otros casos, los resultados que se obtuvieron fueron más ambiguos (Paolicchi et al., 2017).

En el año de 2018, Scheeres (2018) hace un nuevo aporte al encontrar que debajo de un tamaño característico, el cual está en función de una fuerza cohesiva, densidad y otras propiedades; los asteroides pila de escombros pueden entrar en una “fase de desagregación” en la cual se encuentran sujetos a repetidas fisiones después de las cuales la formación de un sistema binario estabilizante no es posible. Una vez que este límite se sobrepasa, los asteroides pila de escombros pueden ser desagregados dentro de sus componentes en un tiempo de vida finito. Estos componentes individuales tendrán sus propios límites de giro. Se discuten las implicaciones de esta predicción y se incluyen modificaciones de distribuciones de tamaño, prevalencia de cuerpos monolíticos a lo largo de meteoroides y el tiempo de vida de cuerpos pequeños pila de escombros en el sistema solar. La teoría es entonces utilizada para poner límites sobre la fuerza de los asteroides binarios caracterizados como una función de su tipo.

En el mismo año, Graves et al. (2018) publicó un artículo acerca del resurgimiento de asteroides a partir del aumento en la velocidad de giro a causa del efecto YORP. En ese estudio, se modeló la evolución de un conjunto de asteroides en una evolución rotacional usando un modelo de Monte Carlo para el efecto YORP y un modelado para clima espacial asociado. Muestran que el aumento en la velocidad de giro y la falla en la aplicación del efecto YORP es uno de los mecanismos clave para el resurgimiento que crea las tendencias de meteorización observadas con el tamaño. Al variar el coeficiente no dimensional del efecto YORP y el tiempo de ejecución del modelo en el rango de 475 - 1425 Myr, encontraron un rango de valores para la escala de tiempo de meteorización espacial, $\tau_{SW} \approx 19 - 80 \text{ Myr} a 2.2 \text{ UA}$. También se estimó el tiempo para aclimatar un nuevo asteroide tipo Q que cambia hacia un asteroide complejo de tipo S a una distancia de 1 UA.

Posteriormente, se incorpora un trabajo relacionado a los efectos YORP y Yarkovsky en los asteroides (1685) Toro, (2100) Ra-Shalom, (3103) Eger y (161989) Cacus. En este estudio se analizaron las curvas de luz de los cuatro asteroides con el objetivo de detectar cambios seculares en sus razones de rotación causadas por el efecto YORP o al menos de poner límites superiores en tales cambios. Para llevar a cabo esta tarea se utilizó el método de inversión de curvas de luz para modelar las curvas de luz observadas e incluir el cambio en la razón de rotación como un parámetro libre de optimización. Para aumentar la línea de tiempo de las observaciones y para incrementar la sensibilidad del método, se recolectaron más de 70 nuevas curvas de luz. Para los asteroides Toro y Cacus, se usó información térmica infrarroja de la nave WISE y se estimó su tamaño por medio del modelo termo-físico. También se utilizó la

astrometría óptica y de radar disponible para Toro, Ra-Shalom y Cacus para inferir el efecto Yarkovsky. En los resultados se obtuvo una aceleración por el efecto YORP en el asteroide Cacus y Toro; para el asteroide Eger, se confirmó la detección previa del efecto YORP en él. Usando los modelos de forma convexa y los parámetros de giro reconstruidos a partir de curvas de luz, se calcularon los valores teóricos del efecto YORP y se compararon con aquellos medidos. Ambos concordaron dentro de las incertidumbres esperadas del modelo. (Durech et al., 2018)

Ershkov & Shamin (2018) presentaron un estudio acerca de la exploración analítica de la dinámica de la rotación de asteroides cuando se mueven en una órbita elíptica a través del espacio. En esta investigación se considera el estado de giro del asteroide, pero adicionalmente se encuentra bajo la influencia no desvaneciente de los efectos de naturaleza no gravitacional (efecto YORP), el cual está desestabilizando la rotación del asteroide durante su movimiento lejos de los planetas gigantes. Mientras tanto, se obtuvieron nuevas soluciones para la dinámica de rotación en caso de que los torques sean dependientes del tiempo. Como resultado se presenta un nuevo método para resolver las ecuaciones de Euler para una rotación de cuerpos rígidos.

Un año más tarde, se publica una investigación sobre la distribución de las razones de rotación de pequeños asteroides del cinturón principal. Esta distribución es analizada en el contexto de la probable influencia de la radiación solar sobre la rotación de los asteroides (efecto YORP). Se demostró que la evolución de la distribución con la distancia heliocéntrica es bien reconocida por el efecto YORP. La influencia de este efecto en la población de asteroides estudiada es más débil comparada con su influencia sobre NEA's, los cuales son 3 o 4 veces más pequeños en promedio (Lupishko et al., 2019).

Hao-xuan & Jiang-hui (2019) presentan un trabajo relacionado a la termo-física de los efectos Yarkovsky y YORP. En este trabajo, se introducen los modelos termo-físicos comúnmente usados en este campo. Al usar estos modelos y combinarlos con la información observada por el espacio o por observaciones en tierra junto con aquellos derivados a partir de observaciones de los asteroides en la longitud de onda del infrarrojo, pueden ser aplicados tiempo después para estudiar el efecto Yarkovsky en los asteroides, así como el efecto YORP.

Existe una correlación entre los componentes del efecto YORP de la mayoría de los asteroides, la cual conduce la oblicuidad y la razón de giro de los cuerpos afectados en un patrón consistente. Esto permite que haya un panorama claro y no ambiguo de como las razones de

giro y los polos de los asteroides afectados por el efecto YORP evolucionarán y se simplificará el panorama general. El efecto YORP puede también llevar a un equilibrio no explorado previamente para afectar los cuerpos. Este estado de equilibrio es una función del efecto YORP normal y la componente tangencial del efecto YORP. Estimaciones de modelos de forma actuales muestran que entre el 10 y el 20% de asteroides tienen la condición correcta para ser capturados en este estado de equilibrio, indicando que la ocurrencia de este estado puede ser significativa. (Golubov & Scheeres, 2019)

Con base en lo anteriormente dicho, se sabe que hay una gran cantidad de estudios acerca del efecto YORP que, en su mayoría, fueron motivados por el trabajo de Rubincam (2000) quien plantea ideas precisas, que fungieron como base para todos los demás estudios. Estas ideas, actualmente derivaron en una gran cantidad teorías acerca de la evolución física y orbital de diversos cuerpos menores así como aquellos fenómenos involucrados en dichas evoluciones que permiten conocer de mejor manera el ambiente espacial e inclusive, en algunos artículos, utilizan el efecto YORP para poder medir las edades de muchos asteroides, así como de sus familias. Lo anterior alimenta la idea de que a partir de un fenómeno tan común como es el efecto YORP, pueden surgir muchas soluciones utilizables en muchos rubros de la ciencia en aras de poder resolver misterios para el ser humano en el campo de la astronomía que a menudo pueden ser también aplicables a su vida cotidiana.

Capítulo 4

Marco teórico

4.1. Asteroides

4.1.1. Formación de Asteroides

Los asteroides son muestras bien preservadas de la formación del Sistema Solar. Según el modelo de disco nebuloso solar (Laplace, 1798), el Sistema Solar emergió de largas partículas de gas y nubes de polvo que acumularon suficiente masa y densidad para que ocurriera el colapso gravitacional. Cuando esto ocurrió, el gas y el polvo se condensaron hasta formar una masa central y un disco protoplanetario alrededor.

Como consecuencia de la conservación del momento angular, la velocidad de rotación del disco y la masa central aumentaron. La masa central continuó creciendo hasta formar un protosol. Cuando se acumuló la suficiente masa para que ocurriera la fusión nuclear, éste se convirtió en el Sol (Woolfson, 1993). La parte interna del disco fue demasiado caliente para la condensación de volátiles, por lo que estaba dominada por material rocoso, mientras que la parte exterior del disco tenía una mezcla de hielo y volátiles. Muchos de estos cuerpos grandes colisionaron y se fusionaron o expulsaron otros cuerpos, y eventualmente crecieron al tamaño de un planeta (Demeo, 2010). Después de este periodo, fuertes vientos solares empezaron a limpiar el polvo del Sistema Solar, dejando los cuerpos menores y planetas con escasez de material para acumular.

Los asteroides son remanentes de la población planetesimal que una vez formó los planetas. Aunque algunos asteroides fueron afectados por evolución térmica y dinámica, y por colisiones, la mayor parte de ellos no sufrieron una evolución geológica significativa, preservando las

evidencias físicas relacionadas a los primeros 200 millones de años de la historia del Sistema Solar (Popescu, 2012).

Actualmente, hay una gran diversidad de cuerpos en el Sistema Solar. Las definiciones de planeta y planeta menor, se terminaron de definir en la Asamblea General 2006 de la IAU.

Un **planeta** es un cuerpo celeste que: a) orbita alrededor del Sol, b) tiene suficiente masa para que su auto-gravedad supere las fuerzas corporales rígidas, por lo que asume un equilibrio hidrostático, casi de forma redonda, c) ha despejado el vecindario en torno a su órbita.

Un **planeta menor** es un cuerpo celeste que: a) orbita alrededor del sol, b) tiene suficiente masa para que su auto-gravedad supere las fuerzas corporales rígidas, por lo que asume un equilibrio hidrostático, casi de forma redonda, c) no ha despejado el vecindario en torno a su órbita, y d) no es un satélite de un planeta. La categoría de planetas menores del Sistema Solar incluye los asteroides, cometas y otros. El tamaño de estos objetos pueden variar desde granos de polvo y pequeñas rocas coherentes, hasta rocas de cientos de kilómetros.

Un **asteroide** se refiere a un planeta menor con radio menor a 500 km, cuya órbita se encuentra entre las órbitas de Marte y Júpiter. (Lissauer & De Pater, 2013).

Todos los asteroides con órbita bien determinada están designados por un número, en orden cronológico, seguido por un nombre (ejemplo: 1 Ceres, 324 Bamberga). Después de que un objeto es descubierto, pero mientras no se ha determinado bien su órbita, obtiene un nombre provisional relacionado con la fecha de su descubrimiento (ejemplo: 1989 VA) (Lissauer & De Pater, 2013).

4.2. Elementos Orbitales

Estos elementos, son cantidades que permiten definir la órbita de un cuerpo celeste alrededor del Sol o de cualquier otro objeto celeste.

Tal como lo plantea Curtis (2014) y se aprecia en la figura 4.1, en primer lugar se debe encontrar la intersección del plano orbital con el plano ecuatorial (XY). Esta línea es llamada **línea nodal**. El punto sobre la línea nodal donde la órbita pasa por encima del plano ecuatorial desde abajo, es llamada **nodo ascendente**. El vector de línea nodal **N** se extiende hacia fuera desde el origen a través del nodo ascendente. En el otro extremo de la línea nodal se encuentra el **nodo descendente**, aquí la órbita se sumerge por debajo del plano ecuatorial. El ángulo entre el eje X positivo y la línea nodal es el primer **ángulo de Euler** Ω , también conocido como la

ascensión recta del nodo ascendente.

Continuando, el ángulo que se encuentra entre el plano orbital y el plano ecuatorial es conocido como **inclinación i** , medido de acuerdo a la regla de la mano derecha, esto es, en contra de las manecillas del reloj a lo largo del vector de línea nodal, a partir del ecuador hasta el plano orbital. La inclinación es también el ángulo entre el eje Z positivo y la normal al plano de la órbita. A su vez, el vector de momento angular **h** es normal al plano de la órbita. Entonces, la inclinación i es el ángulo entre el eje positivo Z y **h** .

Por otro lado, la **excentricidad ε** , es un parámetro que determina el grado de desviación de una sección cónica con respecto a una circunferencia. Es decir, mientras más se acerque la excentricidad a 0, más se parecerá la órbita a un círculo (Siendo 0 una forma circular).

El perigeo de la órbita yace en la intersección del vector excentricidad **e** con la trayectoria orbital. El tercer ángulo de Euler ω , el **argumento del perigeo**, es el ángulo entre el vector de línea nodal **N** y el vector excentricidad **e** , medido en el plano de la órbita.

Por último, la **anomalía verdadera** es un parámetro que indica el ángulo existente entre el vector excentricidad **e** y el vector posición **r** (en la figura 4.1 expresado como satélite). Por lo tanto, se puede concluir que los seis elementos orbitales son:

- h : El momento angular específico
- i : Inclinación
- Ω : Ascensión recta del nodo ascendente
- e : Excentricidad
- ω : Argumento del perigeo
- θ : Anomalía verdadera

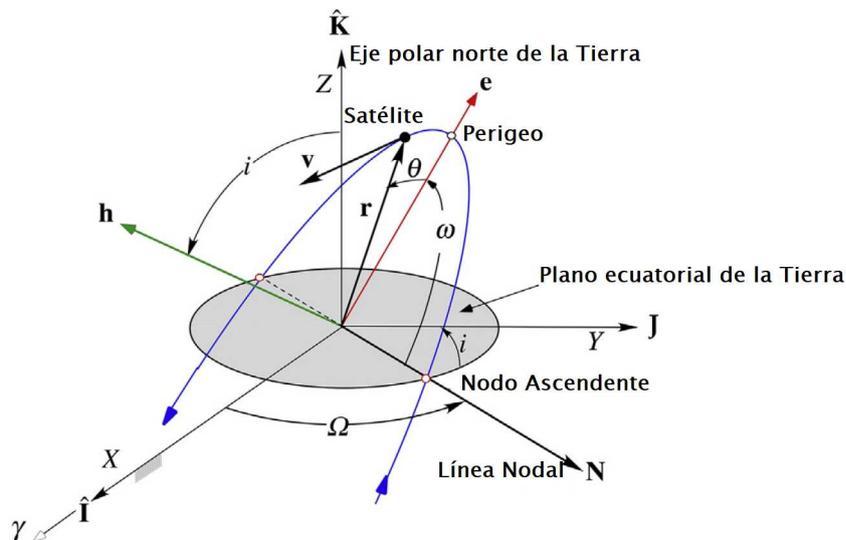


Figura 4.1: Marco geocéntrico ecuatorial y los elementos orbitales

(Curtis, 2014).

4.3. Fotometría de curvas de luz

El propósito de la fotometría es medir la luz que emiten los objetos astronómicos en diferentes bandas del espectro electromagnético. Una de sus aplicaciones es medir las variaciones en el brillo de un objeto a lo largo del tiempo. Esto, con el objetivo de graficar y analizar la información para crear una *curva de luz*. Los cambios en el brillo pueden ser causados por un objeto de geometría irregular que rota, tal como un asteroide o una estrella pasando frente a otra, como pasa con los eclipses entre las componentes en un sistema binario de estrellas (Warner et al., 2006).

Su importancia es tal, que se utilizan para determinar ciertos parámetros como son: el estado rotacional (o estado de giro) y la forma de asteroides. Esto, mediante la aplicación del método de inversión de curvas de luz, la descripción de esta herramienta será abordada en la sección 4.5.

4.4. Parámetros relevantes para el estudio fotométrico

4.4.1. Albedo

Cuando un objeto es iluminado por el Sol, refleja parte de la energía al espacio (lo que hace que sea visible para nosotros), mientras que la energía remanente es absorbida. En principio, uno puede determinar cuánta radiación incidente es reflejada hacia el espacio a cada frecuencia; la razón entre la incidencia y la energía dispersada se llama **albedo monocromático**. Entre más oscuro es el cuerpo, más luz es absorbida a una distancia particular del Sol, y, por ende, si se vuelve más cálido, más energía térmica emite (Demeo, 2010). Un parámetro igual de importante para el análisis fotométrico de los asteroides es el ángulo de fase, en la Figura 4.2 se puede apreciar de manera simple a qué se refiere este concepto.

El **albedo geométrico** (p_v), según Lissauer & De Pater (2013), se puede expresar como la cantidad de radiación reflejada por un cuerpo en relación con la de una superficie plana difusa, que es un reflector perfecto de todas las longitudes de onda (llamada superficie de Lambert).

4.4.2. Ángulo de fase

Un parámetro igual de importante para el análisis fotométrico de los asteroides es el ángulo de fase, en la Figura 4.2 se puede apreciar de manera simple a qué se refiere este concepto.

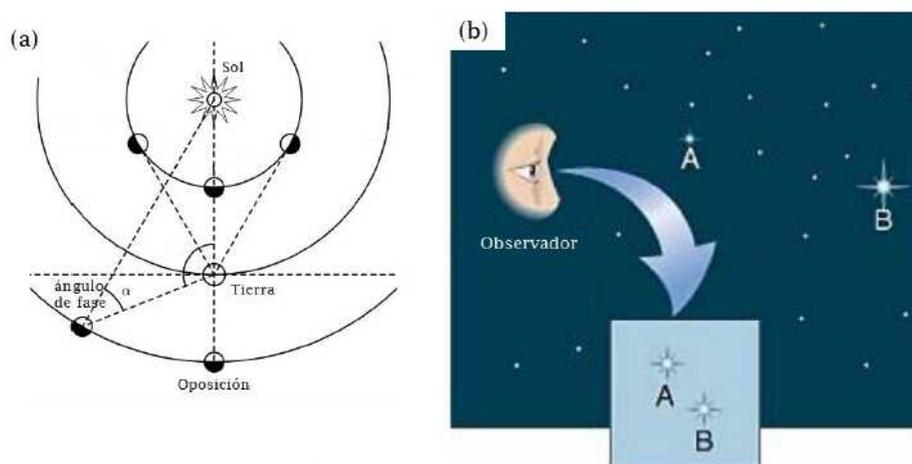


Figura 4.2: Ángulo de fase

- a) Ángulo de fase: es el ángulo formado entre el Sol, el asteroide y la Tierra, b) Comparación del brillo de dos cuerpos a diferente distancia del observador (Ojeda, 2019).

4.4.3. Magnitud

La **magnitud aparente** (m_v) de los asteroides depende de los parámetros geométricos (distancia Tierra-objeto, distancia Sol-objeto y el ángulo de fase) y de las propiedades físicas y ópticas del cuerpo (tamaño y albedo). Para los asteroides la **magnitud absoluta** (H), se define como la magnitud aparente si el cuerpo se encuentra a 1 UA tanto del observador como del Sol, en ángulo de fase $\alpha = 0$. Esta es una definición analítica por que ningún punto geométrico puede satisfacer las tres condiciones al mismo tiempo. En otras palabras, la magnitud absoluta se calcula de la magnitud aparente observada para diferentes valores de ángulo de fase, cuando la distancia del asteroide-Sol y asteroide-Tierra se conoce (Lissauer & De Pater, 2013). Se puede calcular a partir de observaciones fotométricas con la fórmula (Lazzarin et al., 2008):

$$H = m_v + 2.5 * \log\left(\frac{\Phi}{r * \Delta}\right) \quad (4.1)$$

donde H es la magnitud absoluta, m_v es la magnitud aparente, Φ es la integral de fase (integral de la luz reflejada; número entre 0 y 1), r es la distancia heliocéntrica en UA, y Δ es la distancia Tierra-objeto en UA.

4.4.4. Diámetro

Tal como expresa Pravec et al. (2012), la relación entre el diámetro (D) y la magnitud absoluta (H), depende del albedo. Con base en los datos de albedo disponibles en la última década, se infiere un albedo promedio de aproximadamente 14% (Harris, 2014). Ya se sabía que la distribución no tiene forma de campana, sino que es más bien bimodal, con picos en torno al 6% y 25%, pero el promedio parecía ser de aproximadamente 14%. Para ese albedo, la magnitud absoluta (H) correspondiente a un diámetro de 1 km, es de 17.75. Por lo tanto, la relación entre el diámetro y el albedo es (Harris, 2014):

$$D = (1km) * 10^{\frac{17.75-H}{5}} \quad (4.2)$$

donde D es el diámetro del cuerpo expresado en kilómetros. Cuando se conoce el albedo geométrico de un asteroide, el diámetro en función de la magnitud absoluta está dado por la siguiente ecuación (Lazzarin et al., 2008):

$$D = \sqrt{10^{(6.259 - \log_{10} p_v - 0.4 * H)}} \quad (4.3)$$

4.5. Períodos de rotación

Más allá del tamaño, el período de rotación de un asteroide es probablemente su propiedad más fundamental. El crecimiento en el número de periodos de rotación conocidos desde inicios del siglo XXI ha alterado el panorama del sistema solar dramáticamente y ha hecho la palabra "YORP" muy cotidiana entre los científicos planetarios. Dicha palabra hace referencia al efecto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack y refleja diversos factores sobre la razón de rotación y la orientación del polo de los asteroides. Sus cualidades predictivas se están volviendo cada vez mucho más aparentes.

La Figura 4.3 muestra la relación de la frecuencia (en rotaciones por día) con el diámetro, para 5800 asteroides. La característica más notable en la figura es la llamada *barrera de giro*, a un período de aproximadamente 2.2 horas. Los objetos por debajo de ésta y con diámetros menores a 200 m se cree son *pilas de grava* (rubble piles en inglés), asteroides que se mantienen juntos debido a la propia gravitación de pequeñas piezas individuales.

Por otro lado, los objetos por encima de la barrera de giro, especialmente aquellos en la rama que va hacia arriba y a la izquierda del gráfico, están *unidos a la fuerza*. Esto significa que se mantienen juntos por cohesión y otras fuerzas de unión.

¿Qué es lo que causa que los asteroides aumenten su velocidad de giro hasta alcanzar la barrera, pero, en la mayoría de los casos, no más allá? Aquí es donde el efecto YORP entra en juego (Warner et al., 2006).

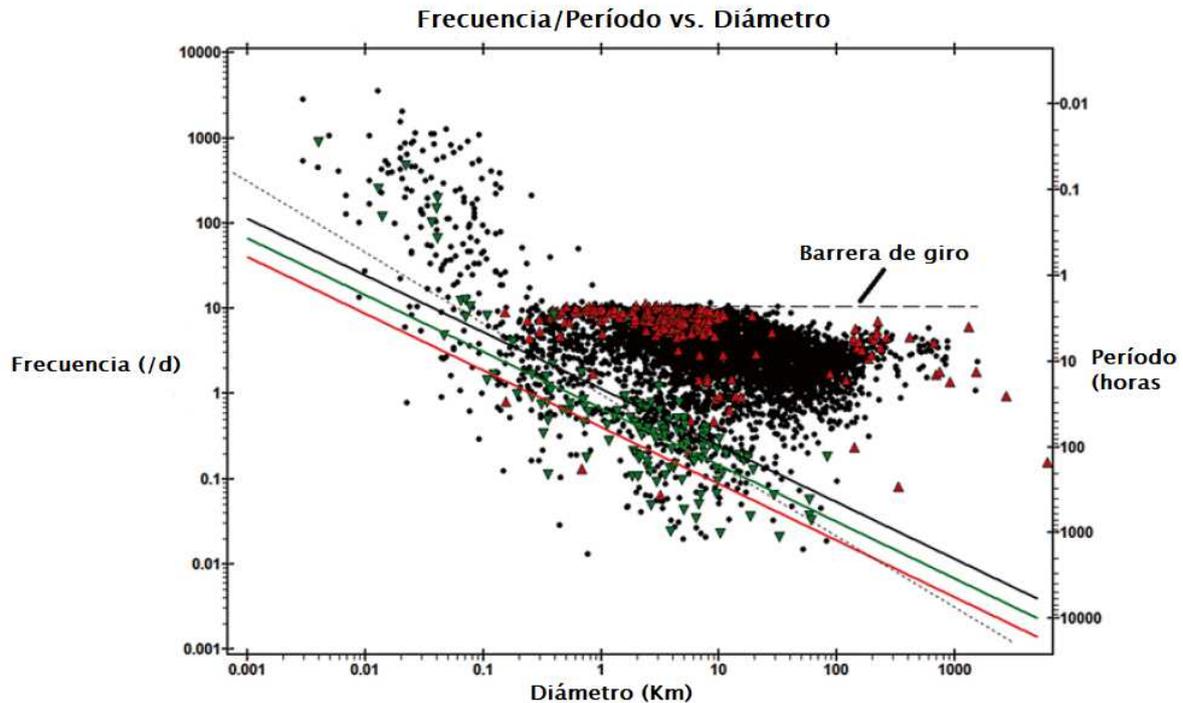


Figura 4.3: Gráfico Frecuencia-Diámetro

Dicho gráfico mide los parámetros rotacionales para 5800 asteroides (aproximadamente) (Warner et al., 2006).

4.6. Método de inversión de curvas de luz

Éste método fue desarrollado por Kaasalainen et al. (1992) y consiste en una serie de armónicos esféricos que están en función de la dirección a la normal de la superficie. En la práctica, uno debe elegir si el resultado se usa para caracterizar la forma o el albedo, según sea el caso.

El método de inversión de curvas de luz puede ser usado en la determinación de la forma tridimensional o la distribución del albedo de la superficie de un cuerpo, a partir de la fotometría de disco integrado del mismo, siempre y cuando se asuma que su forma es estrictamente convexa.

4.6.1. Teoría de la inversión convexa

Como describe Kaasalainen & Torppa (2001), el problema de inversión convexa puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\mathbf{L} = \mathbf{A}g \quad (4.4)$$

Donde \mathbf{L} es el vector del brillo observado, relacionado a lo largo de la matriz \mathbf{A} hasta el

vector \mathbf{g} que contiene los parámetros a resolver. Este vector puede describir la función de curvatura del objeto (también llamada densidad Gaussiana superficial), la cual determina la forma de manera única; esta también puede representar la distribución del albedo, o el producto de los dos. Los autores del trabajo asumen el primer caso y aquellas expresiones complicadas que incluyen parámetros propios de la ley de dispersión, en \mathbf{g} no son relevantes para su estudio. Los parámetros en \mathbf{g} pueden ser áreas de las caras de su arreglo de elementos finitos (Polihedro convexo, nueva característica agregada en este trabajo de optimización) o los coeficientes de una serie de armónicos esféricos. En ambos casos, el problema está mal planteado: sin ningún tipo de límites, es imposible encontrar una solución significativa para \mathbf{g} a partir de la ecuación (4.4) si existen errores en las observaciones (por más pequeños que sean). Para asegurar una solución aceptable, se utilizó una técnica de regularización (inversión estadística). Esta regularización fue hecha al forzar a la solución para que fluctuara lo menos posible esperando que produjera un resultado significativo, ya que, si se utilizan los armónicos esféricos, no hay ninguna forma de garantizar que la función de curvatura es positiva (debe serlo para describir una forma real).

4.7. Perturbaciones orbitales

4.7.1. Presión de radiación solar

De acuerdo con lo descrito por [Curtis \(2014\)](#) y en concordancia con la física cuántica, la radiación solar comprime fotones, los cuales son partículas elementales carentes de masa que viajan a la velocidad de la luz ($c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$). Aunque la masa de un fotón sea nula, su energía y momento no lo son. La energía (en Joules) de un fotón es hf , donde f es la frecuencia de su onda electromagnética (en Hertz) y h es la *Constante de Planck* ($h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$). El momento de un fotón es hf/c , es decir, su energía es dividida por la velocidad de la luz. La superficie visible del Sol es la *fotósfera*, la cual actúa como un cuerpo negro emitiendo radiación que cubre la mayoría del espectro electromagnético. De acuerdo a la ley de Stefann-Boltzmann, la intensidad de la potencia radiada es:

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 \quad (4.5)$$

La temperatura efectiva de la fotósfera es de 5777 K, tal que en su superficie la intensidad de potencia radiada es:

$$S_0 = 5.670 \times 10^{-8} (5777)^4 = 63.15 \times 10^6 \text{ W/m}^2 \quad (4.6)$$

La radiación electromagnética obedece la ley del inverso cuadrado. Esto es, si R_0 es el radio de la fotósfera, entonces la intensidad de radiación S a una distancia R desde el centro del sol es:

$$S = S_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \quad (4.7)$$

Tal como expresa [Curtis \(2014\)](#), el radio de la fotósfera es de 696,000 km y la distancia promedio entre el Sol y la Tierra es de $149.6 \times 10^6 \text{ km}$ (1 Unidad Astronómica). A la órbita a la que se encuentra la Tierra, la intensidad de la radiación S conocida como la *constante solar*, es:

$$S = 63.15 \times 10^6 \left(\frac{696,000}{149.6 \times 10^6} \right)^2 = 1367 \text{ W/m}^2 \quad (4.8)$$

Esto es el flujo de energía (la energía por unidad de tiempo, por unidad de área) transportada por los fotones a lo largo de una superficie normal a la dirección de radiación. Como se

mencionó previamente, se debe dividir S por la velocidad de la luz para encontrar el flujo de momento, el cual es la *presión de radiación solar* P_{SR} :

$$P_{SR} = \frac{S}{c} = \frac{1367(N.m/s)/m^2}{2.998 \times 10^8 m/s} = 4.56 \times 10^{-6} N/m^2 (4.56 \mu Pa) \quad (4.9)$$

Por simplicidad, se considerará para el ejemplo, una esfera de radio R . Entonces la fuerza perturbante \mathbf{F} sobre la esfera ejemplo debida a la presión de radiación S/c es:

$$\mathbf{F} = -v \frac{S}{c} C_R A_s \hat{u} \quad (4.10)$$

Donde \hat{u} es el vector unitario apuntando desde la esfera, hacia el Sol. El signo negativo muestra que la fuerza de radiación solar está dirigida lejos del Sol. A_s es el área absorbente del satélite, la cual es πR^2 (debido a la forma esférica del satélite). v es la *función de sombra*, la cual tiene el valor de 0 si el satélite está dentro de la sombra de la tierra; en otro caso, $v = 1$. C_R es el coeficiente de presión de radiación, el cual yace entre 1 y 2. C_R es igual a 1 si la superficie es un cuerpo negro, absorbiendo todo el momento de la corriente de fotones incidente y haciendo que aumente la presión en la ecuación 4.9. Cuando C_R es igual a 2, toda la radiación incidente es reflejada, tal que el momento de los fotones es redirigido, haciendo que aumente al doble la fuerza sobre el satélite.

Si m es la masa del satélite, entonces la aceleración perturbante \mathbf{p} debida a la radiación solar es \mathbf{F}/m , o:

$$\mathbf{p} = -p_{SR} \hat{u} \quad (4.11)$$

Donde la magnitud de la perturbación es:

$$p_{SR} = v \frac{S C_R A_s}{c m} \quad (4.12)$$

La magnitud de la presión de radiación solar claramente depende de la razón entre la masa del satélite y su área (A_s/m).

La influencia de la presión de radiación solar es más pronunciada en altitudes orbitales elevadas, donde el arrastre atmosférico es comparativamente despreciable. Para obtener una idea de donde ocurre el intercambio entre las dos perturbaciones, se usa la magnitud de la perturbación del arrastre igual al de la perturbación de la radiación solar, es decir, $p_D = p_{SR}$, o:

$$\frac{1}{2}\rho v^2\left(\frac{C_D A}{m}\right) = \frac{S C_R A_s}{c m} \quad (4.13)$$

Resolviendo para la densidad atmosférica y asumiendo que la órbita es circular ($v^2 = \mu/r$), se obtiene:

$$\rho = 2 \frac{A_s C_R S/c}{A C_D \mu} r \quad (4.14)$$

Si $A_s/A = 1$, $C_R = 1$, $C_D = 2$ y $r = 6378 + z$, donde z es la altitud en kilómetros, entonces esta ecuación se vuelve:

$$\rho(kg/m^3) = 1.144 \times 10^{-17} (6378 + z)(km) \quad (4.15)$$

Cuando $z = 625km$, esta fórmula da como resultado $\rho = 8.01 \times 10^{-14} kg/m^3$ donde, de acuerdo con *US Standard Atmosphere*, se tiene que $\rho = 7.998 \times 10^{-14}$ a esa altitud. Por lo tanto, 625 km es un aproximado burdo para la altitud de transición entre la dominancia del efecto perturbativo del arrastre atmosférico (es una fuerza opuesta al movimiento de un objeto debida a la atmósfera) hacia aquel perteneciente a la presión de radiación solar.

4.7.2. Efecto Yarkovsky

El **Efecto Yarkovsky** describe una pequeña pero significativa fuerza que afecta el movimiento orbital de asteroides con diámetros menores a 40 km. Este efecto es causado por la luz solar; cuando estos cuerpos se calientan por el Sol, eventualmente re-irradian la energía en la longitud de onda térmica, la cual crea un pequeño empuje. Esta aceleración por *retroceso* es mucho más débil que las fuerzas gravitacionales del Sol y los planetas, pero puede producir cambios orbitales medibles a lo largo de las décadas y efectos orbitales sustanciales en millones o billones de años (Vokrouhlicky et al., 2015).

Vokrouhlicky et al. (2015) también explica que el mismo fenómeno físico crea un torque térmico que, complementado por un torque producido por la luz solar que se dispersa, puede modificar los ritmos de rotación y oblicuidades de cuerpos pequeños. Esta variante rotacional ha sido acuñada como el **Efecto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP)**. Durante la década pasada, los efectos YORP y Yarkovsky han sido utilizados para explorar y potencialmente resolver un número de interrogantes en las ciencias planetarias relacionadas con los cuerpos menores del sistema solar.

4.7.3. Teoría del Efecto Yarkovsky

Tal como expresa [Bottke Jr et al. \(2006\)](#), el cálculo de la fuerza por el Efecto Yarkovsky se divide en dos partes: (a) determinación de la distribución superficial de temperatura, y (b) la evaluación de la magnitud de la fuerza de retroceso debida a la radiación térmica. Para calcular la temperatura superficial sobre un cuerpo, se usan las ecuaciones de difusión de calor para el flujo de energía dentro del cuerpo:

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.16)$$

o a lo largo de su superficie:

$$(K \nabla T \cdot \mathbf{n}_\perp) + \varepsilon \sigma T^4 = \alpha \varepsilon \quad (4.17)$$

esta última que pareciera ser una condición de límites para la determinación de la temperatura (T). El parámetro K es la conductividad térmica, C_p es el calor específico a una presión constante, ρ es la densidad del material, ε es la emisividad superficial térmica, σ es la constante de Stefan-Boltzmann, y $\alpha = 1 - A$, con A siendo el albedo de Bond (que se refiere a la fracción de energía que es parte de la radiación electromagnética incidente total en un cuerpo astronómica y que se re-emite hacia el espacio). La ecuación 4.17 se refiere a un elemento superficial con un vector normal externo \mathbf{n}_\perp , donde ε es el flujo de radiación solar a través de este elemento. Una vez que la función de insolación ε para los elementos superficiales es especificada (lo cual requiere conocimiento de la forma del cuerpo y su estado de rotación) y sus parámetros de material (K, C_p, ρ) son conocidos, las ecuaciones 4.16 y 4.17 pueden ser resueltas numéricamente.

Hasta este punto, es útil escalar tiempo y tamaño para mantener el número de parámetros lo más bajos posibles en esta formulación matemática. Por ejemplo, el análisis dimensional muestra que, para un término de Fourier con frecuencia ν en la descomposición de la función de insolación ε , el problema envuelve dos parámetros fundamentales: (a) la profundidad de penetración de la onda térmica $\ell_\nu = \sqrt{K/\rho C_p \nu}$, y (b) el parámetro térmico $\Theta_\nu = K \rho C_p \nu / (\varepsilon \sigma T_*^3)$. Aquí T_* es la temperatura subsolar definida por $\varepsilon \sigma T_*^4 = \alpha \varepsilon_*$ siendo el flujo de radiación solar a la distancia del cuerpo. El parámetro térmico Θ_ν es una medida de relajación entre la absorción y la re-emisión a la frecuencia ν . Entonces, a medida que Θ_ν se hace pequeño, la diferencia entre la absorción y la re-emisión también se hace pequeña.

Resolviendo para la temperatura T , se puede proceder a calcular la fuerza de retroceso debida a la radiación térmica (es decir, la fuerza Yarkovsky). Asumiendo emisión isotrópica (Lambert), la fuerza correspondiente por unidad de masa está dada por:

$$df = -\frac{2}{3} \frac{\epsilon \sigma}{mc} T^4 \mathbf{n}_\perp dS(u, v), \quad f = \int_S df, \quad (4.18)$$

donde la integración debe ser hecha sobre la superficie entera parametrizada por un sistema de coordenadas u y v (en caso esférico serán longitud, latitud), m es la masa del cuerpo y c es la velocidad de la luz.

Adoptando un sistema de coordenadas locales con el eje z alineado con el eje de rotación del cuerpo y los ejes xy en su plano ecuatorial. La fuerza Yarkovsky puede ser dividida en dos variantes: (a) los componentes "fuera del giro" (f_x, f_y) que dependen principalmente de la frecuencia de rotación ω , y (b) el componente alineado con el giro f_z que depende solo del promedio de movimiento n . Los primeros componentes de la aceleración Yarkovsky son entonces llamados **diurnos**, mientras que los últimos son llamados **estacionales** (figura 4.4).

Las aceleraciones Yarkovsky principalmente cambian el semieje mayor a de la órbita de un cuerpo. Debido a que la perturbación es usualmente pequeña, se promedia la variación de a sobre una revolución. Suponiendo un cuerpo esférico con radio R , y despreciando la excentricidad e , las perturbaciones diurna y estacional promedio sobre da/dt son:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{diurno} = -\frac{8\alpha}{9} \frac{\Phi}{n} F_\omega(R', \Theta) \cos \gamma + \mathcal{O}(e), \quad (4.19)$$

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{estacional} = -\frac{4\alpha}{9} \frac{\Phi}{n} F_n(R', \Theta) \sin^2 \gamma + \mathcal{O}(e), \quad (4.20)$$

La razón da/dt es la superposición de las dos variantes. El factor albedo α en las dos ecuaciones anteriores es cercano a aquel planteado en la ecuación 4.17, $\Phi = \pi R^2 \epsilon_0 / (mc)$ es el coeficiente de presión de radiación y γ es la oblicuidad del eje de rotación. La función $F_\nu(R', \Theta)$ depende del radio del cuerpo R , escalado por la profundidad de penetración ℓ_ν de la onda térmica ($R' = R/\ell_\nu$) y el parámetro térmico Θ_ν , ambos correspondiendo a la frecuencia ν .

Para el efecto diurno, $\nu = \omega$, y para el efecto estacional, $\nu = n$. Debe notarse que aparte de la frecuencia distinta, F es la misma en las ecuaciones 4.19 y 4.20. Por otro lado, se sigue lo mencionado por [Bottke Jr et al. \(2006\)](#) con respecto a la dependencia sobre el parámetro térmico:

$$F_v(R', \Theta) = \frac{\kappa_1(R')\Theta_v}{1 + 2\kappa_2(R')\Theta_v + \kappa_3(R')\Theta_v^2}, \quad (4.21)$$

con κ_1 , κ_2 y κ_3 siendo funciones analíticas de R' . El índice de frecuencia de F es la diferencia principal entre los efectos Yarkovsky diurno y estacional.

Las razones da/dt listadas más adelante permiten predecir como las perturbaciones Yarkovsky cambian como una función de varios parámetros:

- La dependencia entre la oblicuidad y la rotación: Esto se debe a que las funciones F son siempre negativas (es decir, la re-emisión térmica se retrasa con respecto a la absorción), el efecto Yarkovsky estacional siempre produce una disminución neta en a . El efecto estacional es máximo en $\gamma = 90^\circ$ de oblicuidad y cero en $\gamma = 0^\circ$ (o 180°) de oblicuidad. Por otro lado, el efecto diurno podría llevar tanto a un aumento neto en a (para $\gamma < 90^\circ$) como a una disminución en a (para $\gamma > 90^\circ$). El efecto es máximo en 0° (o 180°) en oblicuidad y cero para 90° de oblicuidad. El efecto Yarkovsky diurno también se vuelve despreciable en el límite de una rotación infinitamente rápida debido a que las variaciones en la temperatura superficial se ven muy distintas a lo largo de las líneas de latitud constante y cero rotación.
- Dependencia del tamaño: El efecto Yarkovsky se desvanece tanto para objetos demasiado pequeños como para aquellos demasiado grandes. Para objetos de gran tamaño, $(da/dt) \approx \Theta/R'$, donde la dependencia $\approx 1/R$ surge de la sección cruzada contra su masa. Para objetos pequeños, $(da/dt) \approx R'^2/\Theta$. La desviación máxima en a ocurre cuando $R' \approx 1$ (por ejemplo, cuando el tamaño del cuerpo es comparable a la profundidad de penetración de la onda térmica correspondiente).
- Dependencia con la conductividad superficial: La conductividad superficial K es el parámetro térmico principal del material que modifica la fuerza del efecto Yarkovsky. Se cree que va desde unos valores muy bajos para superficies altamente porosas o de tipo de piedra suelta ($\approx 0.001 W m^{-1} K^{-1}$), a valores moderados para rocas puras como las condritas ordinarias u objetos de hielo ($\approx 1 W m^{-1} K^{-1}$), hasta altos valores para objetos ricos en hierro ($\approx 40 W m^{-1} K^{-1}$). Variaciones de K modifican ℓ_v y Θ_v . En conductividades bajas, se espera que Θ sea más pequeña y que R' sea grande debido a la profundidad de penetración de la onda térmica correspondiente decrece hasta cero. Por ende, $(da/dt) \approx \Theta$ y el efecto Yarkovsky desaparece. Para altas conductividades, el parámetro térmico diverge y

el radio escalado del cuerpo tiende a cero por que la profundidad de la correspondiente onda térmica diverge. Entonces, $(da/dt) \approx R'^2/\Theta$ llevando a un decaimiento rápido del efecto Yarkovsky a medida que el objeto es conducido hacia el equilibrio térmico. La razón máxima da/dt ocurre cuando $R' \approx 1$ y $\Theta \approx 1$.

- Dependencia con la distancia solar: El efecto Yarkovsky decrece con el aumento de la distancia entre el sol y el objeto. En el caso del efecto diurno, los objetos se encuentran a menudo en regímenes altos en Θ y R' , tal que $(da/dt) \approx \Phi/(n\Theta)$. Desde un punto de vista práctico de Φ , n , y Θ sobre a , se encuentra que $(da/dt) \approx a^{-2}$. De esta manera, el efecto diurno decrece rápidamente a medida que la distancia hasta el Sol se incrementa, con cuerpos que rotan muy lentamente es posible un excepción.

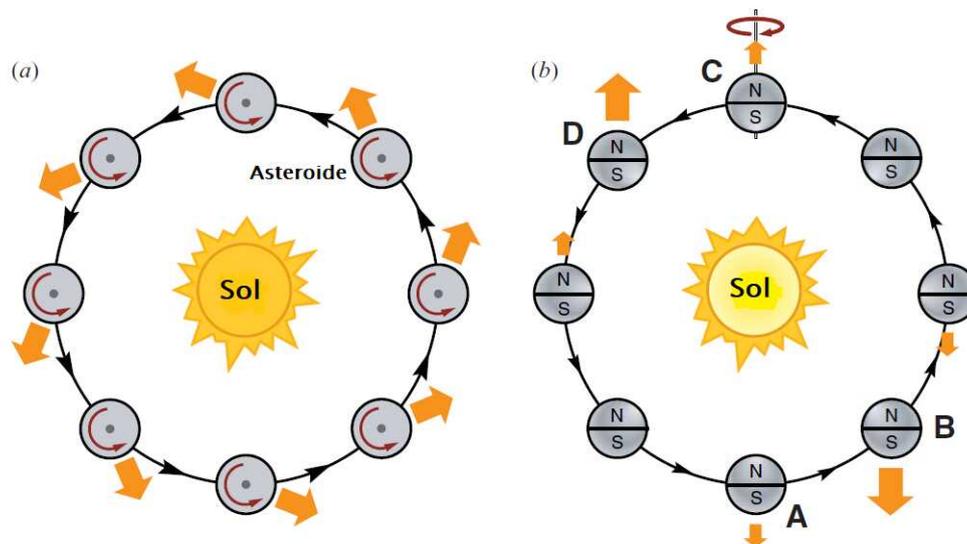


Figura 4.4: Efecto Yarkovsky diurno y estacional

(a) El Efecto Yarkovsky diurno, con el eje de rotación del asteroide perpendicular al plano orbital. Una fracción de la insolación solar es absorbida solo para después ser irradiada, generando una fuerza térmica neta en la dirección de las flechas gruesas. Debido a que la re-irradiación térmica en este ejemplo está concentrada aproximadamente a las 2 PM del asteroide girando, la fuerza de radiación de *retroceso* está siempre orientada a las 2 AM. Entonces, el componente a lo largo de la trayectoria causa que el objeto se mueva en sentido de espiral hacia fuera. La rotación retrógrada causaría que la órbita sea ahora en un movimiento de espiral hacia adentro. (b) El efecto Yarkovsky estacional, con el eje de rotación del asteroide en el plano orbital. El calentamiento y enfriamiento estacional de los hemisferios "norte" y "sur" dan origen a una fuerza térmica, la cual yace a lo largo del eje de rotación. La magnitud de la fuerza de re-irradiación varía a lo largo de la órbita como resultado de la inercia térmica; aunque los máximos de luz solar ocurren en A y C, las máximas fuerzas radiativas resultantes son aplicadas al cuerpo en B y D. El efecto neto sobre una revolución siempre causa que el objeto se mueva en espiral hacia dentro (Bottke Jr et al., 2006).

4.7.4. Efecto YORP

La reflexión y re-emisión de luz solar desde la superficie de un asteroide puede también producir un torque térmico neto sobre asteroides con formas irregulares. Con el tiempo, estos torques pueden afectar la razón de giro y oblicuidades de pequeños cuerpos dentro del sistema solar, llevando a algunos de ellos hacia valores asintóticos (figura 4.5). Este mecanismo de alteración fue acuñado por Rubincam (2000) como el efecto YORP. Este efecto es importante debido a que no sólo controla la evolución a largo plazo de los vectores de giro de los asteroides; sino también la magnitud y dirección de las razones Yarkovsky da/dt (sus efectos y relaciones pueden apreciarse en la figura 4.6), las cuales dependen de los parámetros de rotación. De hecho, cuando estos efectos se combinan con el efecto Yarkovsky relacionado, el efecto YORP podría ayudar a explicar diversos fenómenos complicados acerca de los parámetros, físicos, rotaciones y orbitales de pequeños asteroides. El efecto YORP puede ser detectado directamente a través de un cambio medible en la fase de la rotación sideral de pequeños asteroides. (Bottke Jr et al., 2006)

El tan llamado Efecto YORP, consiste en cambiar las direcciones del eje de rotación y las razones de rotación, también, tiene consecuencias directas para la distribución de los períodos de rotación de los asteroides y sus oblicuidades. El efecto YORP se cree que es el mecanismo que conduce a la creación de sistemas binarios de asteroides y pares de ellos debido a la fisión por rotación. Para buscar por posibles cambios seculares en el período de rotación, se utiliza el método de inversión de curvas de luz propuesto por (Kaasalainen & Torppa, 2001), (Kaasalainen et al., 2001). Para ello, se incluyen uno o más parámetros *libres* en la optimización, siendo el más significativo el cambio en la razón de rotación $v = d\omega/dt$. Para cada asteroide, se reconstruye el modelo de su forma convexa con este método, volviendo v distinto de cero, ya que aproxima, de una mejor manera, la información al modelo con un período constante. (Durech et al., 2018).

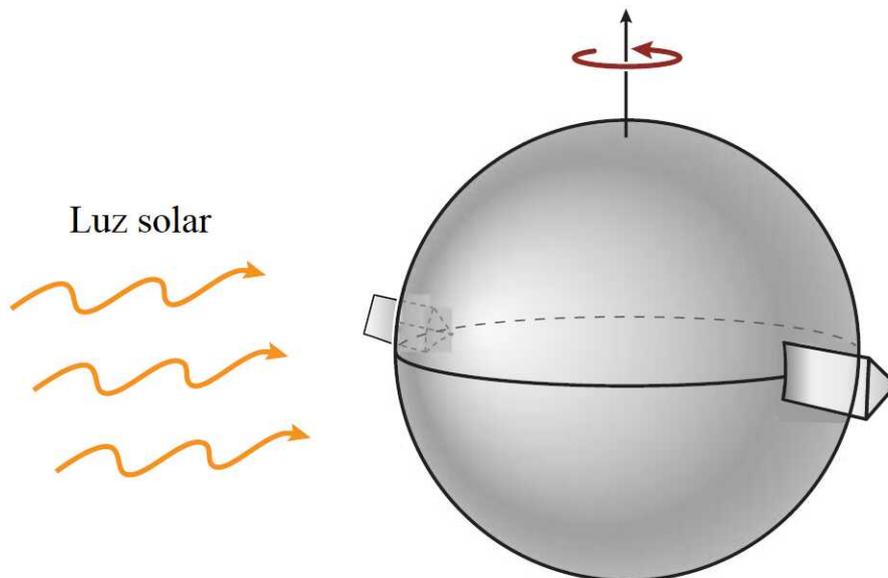


Figura 4.5: Aumento en la velocidad de giro de un asteroide irregular

El asteroide es modelado como una esfera con dos cuñas acopladas a su ecuador. El asteroide es considerado como un cuerpo negro, tal que absorbe toda la luz solar cayendo sobre él y luego re-emite la energía en el infrarrojo como radiación térmica. Ya que los empujes producidos por los fotones que abandonan las cuñas están en direcciones distintas, un torque neto es producido, lo cual causa que el asteroide incremente su velocidad de giro. (Rubincam, 2000).

4.7.5. Teoría del Efecto YORP

Continuando con la detallada descripción de Bottke Jr et al. (2006), afirma que el efecto YORP, como el efecto Yarkovsky, puede ser pensado como una fuerza de retroceso $d\mathbf{f}$ aplicada a un elemento de superficie $d\mathbf{S} = \mathbf{n}_\perp dS$ producida por la reflexión térmica y la re-emisión de la luz solar absorbida (ecuación 4.18). Al integrar $d\mathbf{f}$ sobre la superficie entera S del asteroide, se obtiene el torque neto térmico:

$$T = \int \mathbf{r} \times d\mathbf{f} \quad (4.22)$$

donde \mathbf{r} es el vector posición del elemento apropiado de superficie $d\mathbf{S}$ en la ecuación 4.18. En la práctica, las formas irregulares de asteroides son modeladas usando una superficie polihédrica compuesta de N caras triangulares (comúnmente $N \geq 10^3$) El torque YORP es la suma de los torques producidos por los elementos superficiales triangulares. La mayor canti-

dad desconocida en la ecuación 4.22 es la temperatura superficial T , la cual depende de diversos factores: la radiación solar incidente en cada elemento de superficie, la cual depende de factores como la órbita del asteroide, forma, etc.; la reflectividad del cuerpo en la banda óptica, la cual es expresada por el coeficiente de albedo A ; y como la radiación solar es conducida dentro del cuerpo. Para conseguir la más alta precisión, se necesita calcular T numéricamente para cada elemento de superficie sobre el tiempo al resolver el problema de difusión de calor con las condiciones límite apropiadas. Como una burda aproximación, uno puede considerar la conductividad térmica como cero, donde la radiación térmica es emitida sin ningún tiempo de retraso (esta es la diferencia fundamental entre el efecto Yarkovsky y el efecto YORP). Aquí $\varepsilon \sigma T^4 \approx (1 - A)\Phi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0)$, donde Φ es el flujo de radiación solar sobre el elemento de superficie con vector normal \mathbf{n} a lo largo de la dirección \mathbf{n}_0 (Rubincam 2000, Vokrouhlický and Capek 2002).

Suponiendo que el asteroide rota alrededor del eje más corto del tensor de inercia (con momento de inercia C), se define $\mathbf{L} = C\omega \mathbf{e}$ como el momento angular del cuerpo. Aquí, ω es la velocidad angular de rotación y \mathbf{e} es el vector unidad del eje de rotación. La razón de rotación de \mathbf{L} en el marco inercial es igual al torque aplicado \mathbf{T} : $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{T}$. Para C constante, esta ecuación puede ser dividida en:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}}{C} \equiv \frac{T_S}{C}, \quad \frac{d\mathbf{e}}{dt} = \frac{\mathbf{T} - (\mathbf{T} \cdot \mathbf{e})\mathbf{e}}{C\omega} \quad (4.23)$$

Es útil el parametrizar el vector de giro \mathbf{e} con la oblicuidad ε , el ángulo entre \mathbf{e} y el vector normal \mathbf{N} al plano orbital, y la precesión en longitud Ψ . La descomposición de \mathbf{e} en vectores unitarios del plano orbital (la coordenada x a lo largo de la línea nodal) luego se vuelve $(\sin \varepsilon \sin(\Psi + \Omega), \sin \varepsilon \cos(\Psi + \Omega), \cos \varepsilon)$, donde Ω es la longitud del nodo ascendente. Entonces se puede escribir:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{\perp 1}}{C\omega} \equiv \frac{T_\varepsilon}{C\omega} \quad (4.24)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{\perp 2}}{C\omega} \equiv \frac{T_\Psi}{C\omega} \quad (4.25)$$

con los vectores unitarios

$$\mathbf{e}_{\perp 1} = \frac{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{e}) \mathbf{e} - \mathbf{N}}{\sin \varepsilon}, \quad \mathbf{e}_{\perp 2} = \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{N}}{\sin \varepsilon}. \quad (4.26)$$

Se debe tomar en cuenta que en realidad \mathbf{T} no solo incluye el torque YORP, sino también el torque gravitacional debido a los términos primarios y/o inerciales debido al movimiento del marco orbital usado para definir los ángulos ε y Ψ . Los términos gravitacionales e inerciales, sin embargo, dominan usualmente el componente precesión T_Ψ . En cambio, las contribuciones a largo plazo sobre T_S y T_E son despreciables, donde YORP produce efectos seculares distintos de cero en la velocidad de rotación y oblicuidad. Por esta razón, debe prestarse atención a estos componentes de torque térmicos cuando se calcula cómo el efecto YORP afecta un asteroide. Más allá, debido a que los torques YORP actúan sobre largas escalas temporales, se puede promediar T_S y T_E sobre su ciclo de rotación.

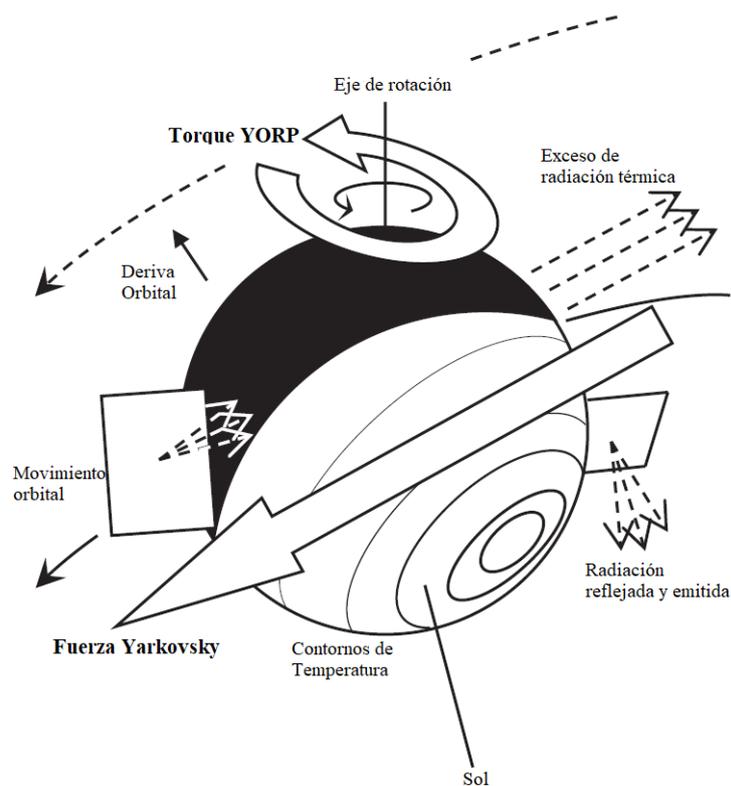


Figura 4.6: Efecto YORP y Yarkovsky

Esquema de los Efectos Yarkovsky y YORP sobre la órbita y propiedades de giro de un pequeño asteroide.(copiado de [Rozitis & Green \(2012\)](#))

Capítulo 5

Marco metodológico

5.1. Telescopio Schmidt de Tonantzintla

El instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica cuenta con un telescopio de diseño catadióptrico (es decir, que cuenta con un sistema óptico que tiene tanto elementos de reflexión como de refracción) utilizado mayormente para la observación de cuerpos menores y con el que se realizó este trabajo de investigación, si se quiere ahondar un poco más con respecto a los detalles de instrumentación se puede consultar el trabajo de [Hernández \(2019\)](#). Nos referimos a la histórica Cámara Schmidt de Tonantzintla.

5.1.1. Características ópticas del Telescopio Schmidt

Parámetro	Símbolo	Valor	Descripción
Diámetro	D	774mm	Diámetro físico del espejo
Diámetro efectivo	De	762mm	Diámetro que refleja la luz y crea la imagen
Radio de curvatura	Rc	4314.82mm	La superficie reflejante es una sección de esfera, Rc es el radio de dicha esfera
Distancia focal	F	2157.4mm	$F = \frac{Rc}{2}$
Peso del material		123.72 Kg	
Thickness at the edges		134mm	
Superficie reflejante			Depósito de cromo-aluminio en la superficie

Cuadro 5.1: Características del espejo ([Valdés, 2016](#))

Parámetro	Símbolo	Valor	Descripción
Diámetro	Dc	660.4mm	Diámetro de los lentes correctores
Grosor del material		22.352mm	Crystalex
Círculo mínimo de confusión	15μm		
Distancia desde el centro a la zona de dispersión		233.6mm	

Cuadro 5.2: Características de los lentes correctores (Valdés, 2016)

Parámetro	Símbolo	Valor	Descripción
Diámetro	D	190mm	
Radio de curvatura 1	C1	1455.3095mm	
Radio de curvatura 2	C2	1455.3095mm	

Cuadro 5.3: Características de los lentes de aplanamiento de campo (Valdés, 2016)

Parámetro	Símbolo	Valor	Descripción
Distancia focal	F	2135.24mm	Valor con los lentes de aplanamiento
Razón focal	$\frac{1}{F}$	3.23	$\frac{F}{Dc} = \frac{2135.24}{660.4}$
Escala de placa	S	96.6 $\frac{\text{segundosdearco}}{\text{mm}}$	$S = \frac{206265}{F(\text{mm})} = \frac{206265}{2135.24}$
Distancia focal	F	2157.4mm	$F = \frac{Rc}{2}$
Campo de visión	FOV	28.91X21.76minutosdearco	
	FOVx	28.91	$FOV_x = 17.96\text{mm} \times 96.6\text{seg.arco/mm} \times \frac{1\text{min}}{60\text{seg}}$
	FOVy	21.76	$FOV_y = 13.52\text{mm} \times 96.6\text{seg.arco/mm} \times \frac{1\text{min}}{60\text{seg}}$
Escala de imagen	Escala de imagen _{pixel}	0.52 x 0.52 seg.arco	$Escaladeimagen_{pixel} = 5.4 \times 10^{-3} \text{mm} \times 96.6\text{seg.arco/mm}$
	Escala de imagen _{pixel}	0.27 seg.arco ²	$Escaladeimagen_{pixel} = 5.4 \times 10^{-3} \text{mm} \times (96.6\text{seg.arco/mm})^2$
Escala de imagen con agrupamiento 2x2		1.04 seg.arco ²	$FOV_{pix2x2} = 5.4 \times 10^{-3} \times (96.6\text{seg.arco/mm} \times 2)^2$

Cuadro 5.4: Valores del sistema óptico calculados (Valdés, 2016)

5.1.2. Localización

El Telescopio Schmidt se encuentra ubicado en la localidad de Santa María Tonantzintla, Puebla. Tal zona cuenta con las siguientes características:

Información	Valor
Longitud	98°18'54.36"
Latitud	19°01'53.4"
Altitud	2180 msnm
Zona horaria	GMT - 6

Cuadro 5.5: Tabla de datos de localización para Santa María Tonantzintla, Puebla

5.1.3. Detector electrónico

El Telescopio Schmidt de Tonantzintla tiene un detector CCD acoplado, este dispositivo captura fotones y los convierte en una carga eléctrica que, convierte a *cuentas* tales fotones. Estos datos a su vez, se trasladan a una computadora donde serán visualizados y analizados.

Características	Simbolo	valor	Descripción
Marca		SBIG-8300M	c/ rueda de 5 filtros
Dimensiones físicas		17.96mm x 13.52mm	
Pixeles		3326mm x 2504mm	
Tamaño de pixel		5.4 μm	
Ganancia		0.37 $\frac{e^-}{ADU}$	
Convertidor Análogo Digital	ADC	16 bit	
Matriz		Monocromático	

Cuadro 5.6: Características del detector electrónico (Santa Barbara Instrument Group, Fabricante)

5.2. Observaciones astronómicas

Las observaciones astronómicas de asteroides se llevaron a cabo desde el 12 de noviembre del año 2020 hasta el 19 de marzo del año 2021 en el Telescopio Schmidt del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica. Para ello, se hizo una selección de asteroides que cumplieran ciertas condiciones que serán descritas a continuación.

5.2.1. Selección de asteroides

Antes de realizar la selección de objetos a observar, primero se debe hacer referencia a las características que deben poseer los cuerpos menores que hacen más probable la detección de indicios que indiquen que se encuentren sujetos a la influencia del Efecto YORP, dichas características son las siguientes:

- *Diámetro*: como bien se puntualizó en el marco teórico, aquellos asteroides que cuentan con un diámetro menor, estarán mucho más influenciados por los torques del efecto

YORP, por ello, se propuso un máximo de 12 km en la búsqueda de asteroides candidatos (diversos trabajos de investigación afirman que el tamaño de los asteroides que pueden sufrir las consecuencias de este efecto podría llegar hasta las 40 km, sin embargo, en esta investigación se limitó a 12 km).

- *Albedo*: al igual que en el caso del diámetro, el albedo es un parámetro altamente relevante para la búsqueda de consecuencias del efecto YORP en cuerpos menores, por ello, para este estudio fueron seleccionados aquellos asteroides con albedos menores a 0.4 (ya que, como se sabe, albedos bajos significan una mayor absorción de radiación, por ende, al absorber más radiación, la re-emisión de fotones será más pronunciada y las variaciones de parámetros más evidentes).
- *Período*: en el caso del período, por facilidad de análisis, observación y mayor tendencia a encontrar cambios en el mismo, se limitó a un máximo de 4 horas.

Además de los tres parámetros previamente listados, se requiere que los asteroides sean visibles para las fechas de observación; también, que cuenten con una cantidad suficiente de curvas de luz que pertenezcan a más de una oposición en la base de datos de fotometría de curvas de luz de asteroides (ALCDEF por sus siglas en inglés) para una amplia cobertura de ángulos de fase, es decir, que se tengan diversas perspectivas del asteroide a lo largo del año; al contar con una cantidad suficiente de curvas de luz, se producirá satisfactoriamente el modelo de forma de estos cuerpos celestes para después buscar por el efecto YORP.

5.2.2. Pasos para la selección de asteroides

Una vez conocidos los parámetros relevantes para el estudio, se procede a consultar diversas bases de datos para conocer aquellos asteroides que se acoplen de mejor manera al trabajo de investigación. Esto se hizo de la siguiente manera:

- En primera instancia, se debe acceder a la página *CALL: Potential Lightcurve Targets (with LCDB data)* cuyo enlace es:

http://www.minorplanet.info/PHP/call_OppLCDBQuery.php

Esta es una página que muestra los asteroides que se muestran en oposición para una fecha en concreto, por ello, se debe introducir el mes (o meses) en los que se llevarán a cabo las observaciones, esto, con el objetivo de crear un plan de observación para cada

uno de los asteroides que cumplan las condiciones antes planteadas. En la página, para asegurar que los asteroides fueran observables por el Telescopio Schmidt, se limitó a una magnitud de 17. Además, se usaron solo aquellos que contaran con curvas de luz de alta calidad (esto se hizo seleccionando la opción *U 3 - / 3* en el apartado LCDB Status). Por último, pero no menos importante, se modifica el diámetro máximo de los asteroides que se buscarán, en este caso, a 12 km tal y como se afirmó en la sección pasada.

- Una vez que se tiene una lista de asteroides candidatos a partir del paso anterior, se procede a consultar el número de curvas de luz disponibles para cada uno de ellos en la página de fotometría de curvas de luz de asteroides:

<http://alcdef.org/index.php>

En este caso, debe prestarse atención al diagrama de ocultaciones que está debajo de las curvas de luz, en él, se debe asegurar la existencia de curvas de luz en por lo menos dos de los cuatro sectores del círculo (esto se traduce en por lo menos curvas de luz de dos ocultaciones).

- Pasados los filtros anteriores, lo único que se necesita saber, es la cantidad de horas que estarán disponibles los asteroides. Para ello, se consulta la página:

<http://catserver.ing.iac.es/staralt/index.php>

Se mostrará un diagrama de altitud para el asteroide de interés, según las coordenadas del lugar de observación, las coordenadas del objeto y la fecha requisitada; Para este trabajo se requirió que los asteroides tuvieran por lo menos 6-8 horas por encima de los 30° de altitud en una noche, de esta manera, se logró obtener por lo menos un período y medio de rotación para cada asteroide en una noche de observación.

Cumplidas las condiciones anteriores, se enlistan y se planea de manera rigurosa la observación de cada uno de los asteroides, cuidando que se observe en un rango amplio de ángulos de fase para aumentar la precisión del modelo de forma.

5.3. Asteroides seleccionados

Los asteroides que lograron pasar el proceso de selección para las fechas de noviembre de 2020 a marzo de 2021 fueron los siguientes:

Asteroide	Diámetro	Período	Albedo
822 Lalage	8.523	3.346	0.345
1382 Gerti	11.256	3.081	0.196
1468 Zomba	6.722	2.772	0.302
1777 Gehrels	11.891	2.835	0.244
2501 Lohja	10.073	3.808	0.281
4404 Enirac	6.611	2.997	0.239
9387 Tweedledee	4.42	3.534	0.225
18881 1999 XL195	8.675	2.98	0.197

Cuadro 5.7: Asteroides seleccionados

5.4. Proceso de generación de curvas de luz mediante MPO Canopus

Antes de entrar en detalles, debemos saber que MPO Canopus es un programa de fotometría y astrometría que cuenta con una amplia gama de características capaces de proveer resultados de alta precisión en ambos campos. También, es necesario puntualizar que las imágenes obtenidas con las observaciones fueron previamente corregidas por bias, dark y flat mediante el programa de reducción de imágenes IRAF. Esto asegura una mayor precisión para MPO Canopus y los datos obtenidos por medio de él.

Dicho lo anterior, los pasos para obtener las curvas de luz a partir de las observaciones hechas son los siguientes:

- Para comenzar con el proceso, se abre la primera imagen de la noche de observación, se presiona la combinación de teclas $\langle ctrl + A \rangle$ para iniciar el 'Automatch', utilidad que funciona para localizar el asteroide de interés en función del campo en el que se encuentren y aquellas estrellas de comparación que estén en dicho campo.

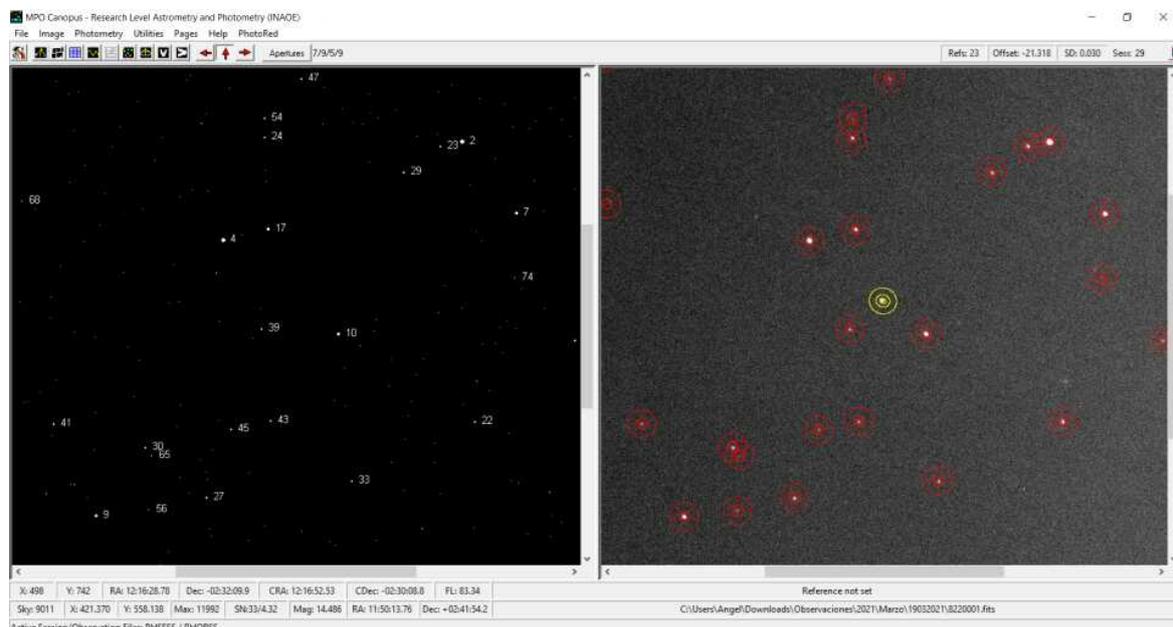


Figura 5.1: Automatch

En la imagen se pueden observar círculos rojos que señalan las estrellas de comparación localizadas en el campo, mientras que el círculo amarillo señala el asteroide de interés buscado en el campo de observación.

- Posteriormente, se va a la pestaña 'Photometry', luego 'session' y se crea una nueva sesión escribiendo en la sección correspondiente el nombre del asteroide con el que se trabajará, después, se hace click en el botón 'Calc M/D/P' para recopilar la información del objeto celeste, una vez presionado el botón, aparecerá una ventana donde se tendrá que introducir el número del asteroide con el que se va a trabajar. Una vez hecho esto, se procede a seleccionar 'Ok' y 'Save', de esta manera se tendrá una nueva sesión para trabajar.

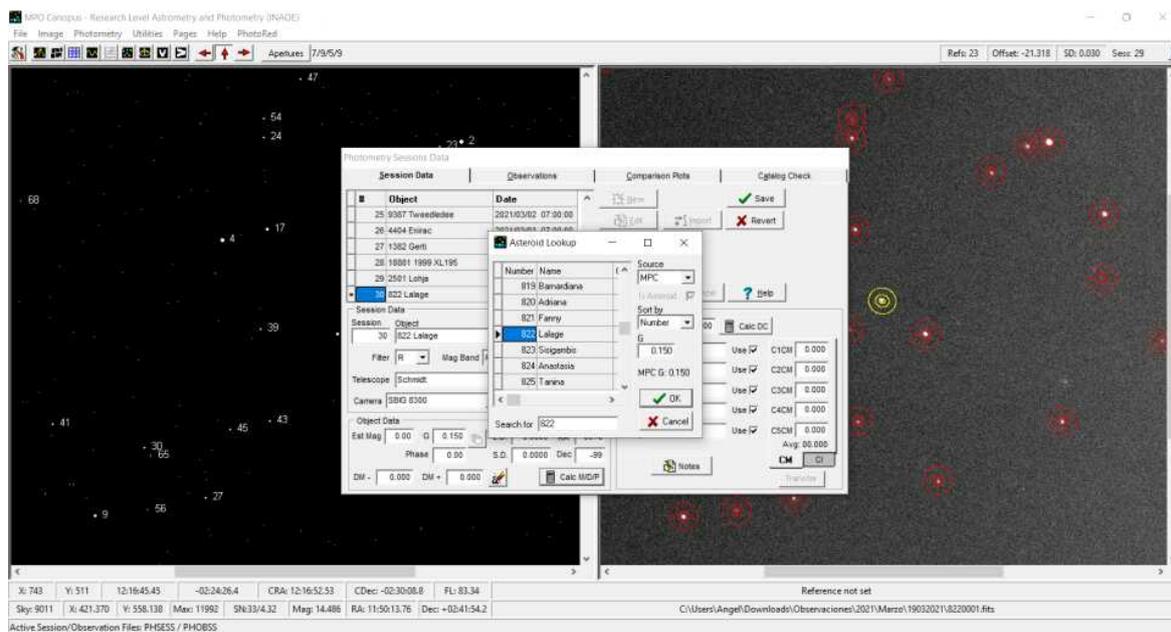


Figura 5.2: Creación de sesión

Datos de sesión en MPO Canopus.

- Ya que se ha creado la sesión, se procede a seleccionar de nuevo la pestaña 'Photometry', y, en ella, se hace click en la opción 'Lightcurve wizard'. Al hacer esto, se mostrará una ventana donde se requiere introducir la imagen 1 de la noche de observación. Luego de hacerlo, aparecerá una nueva ventana donde se deben seleccionar 5 estrellas de comparación y marcar el asteroide, para ello, se hace click en el botón 'Show path', de esta manera aparecerá señalado el asteroide con una trayectoria aproximada que el programa calcula, una vez ubicado y seleccionado con el cursor, se da click al botón 'Target' para dejarlo marcado.

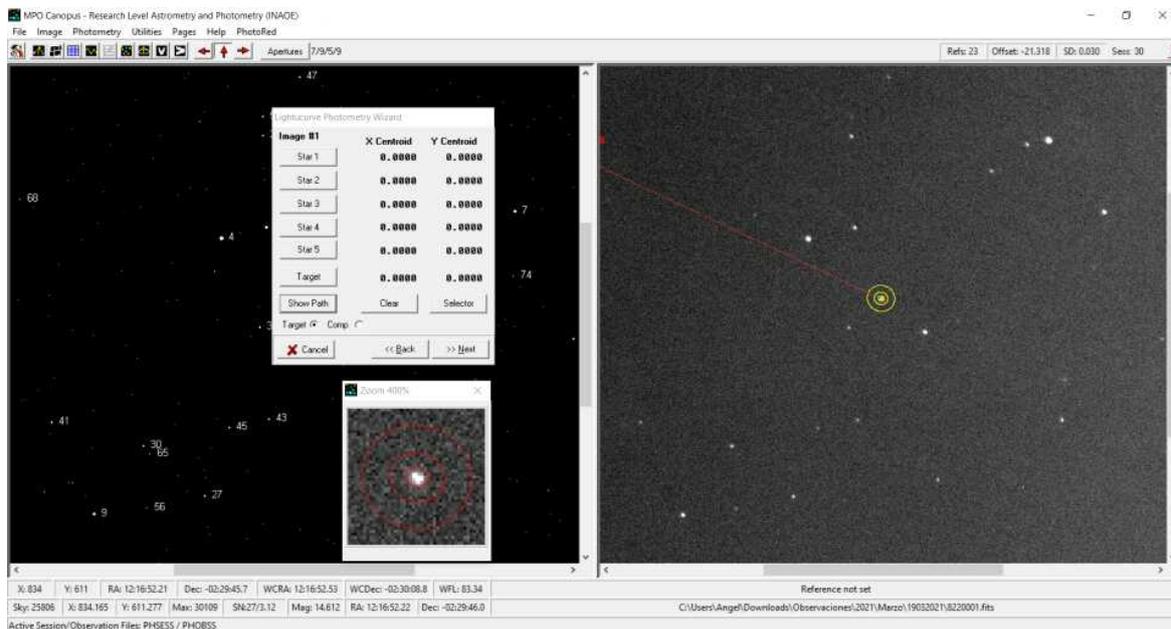


Figura 5.3: Lightcurve Wizard

Inicio de la utilidad 'Lightcurve wizard', selección inicial del asteroide y sus estrellas de comparación.

- Siguiendo con lo anterior, ahora se van a seleccionar las estrellas de comparación. Para ello, se hace click en el botón 'selector', al hacerlo, aparecerá una ventana llamada 'Comp Star Selector' donde se deberá hacer click en el botón 'Plot Comps' y marcar la opción 'Solar', de esta manera aparecerá un gráfico que señala aquellas estrellas que son análogos solares y que servirán como estrellas de comparación para llevar a cabo la fotometría diferencial que usará el programa. Después, se marca la opción 'Show on image' para que el programa encierre en un círculo verde estos análogos solares en la imagen, así, será mas sencillo ubicar y seleccionar las estrellas. Se localizan y seleccionan las 5 estrellas mediante los botones 'Set Comp'. Hecho lo anterior, se va a la pestaña 'Comps' se hace click en la opción transfer, se selecciona el lugar donde se guardarán (comúnmente la carpeta donde se encuentran las imágenes de la noche de observación) y se cierra esta ventana.

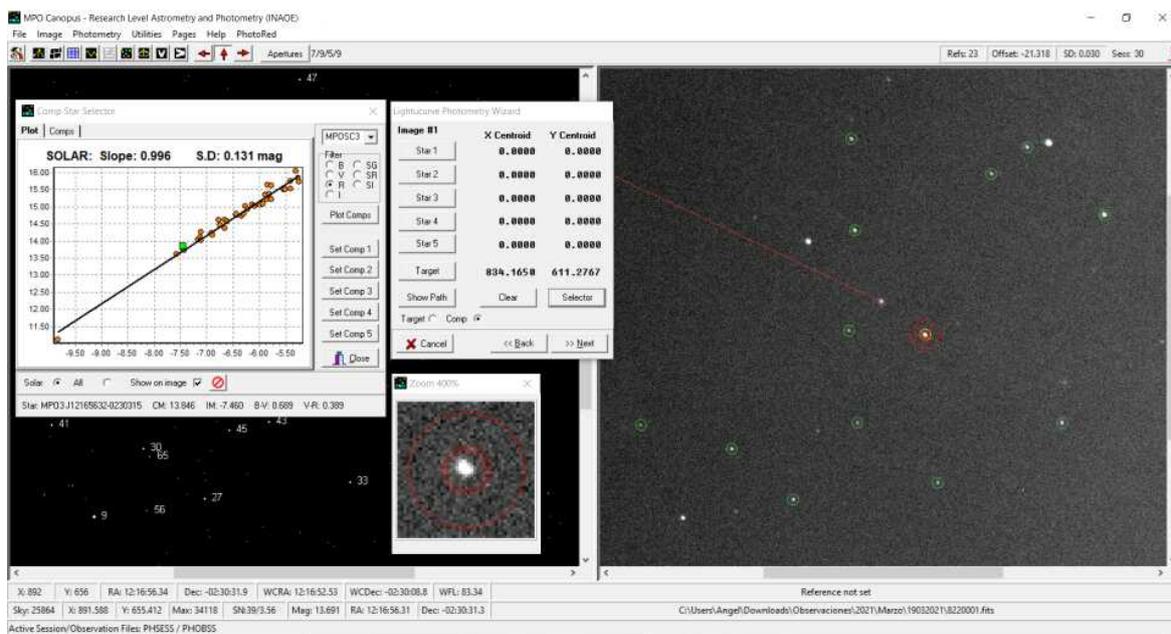


Figura 5.4: Comp Star Selector

Ventana para localizar y seleccionar los análogos solares que se usarán para la generación de curvas de luz.

- Al terminar con lo previo, seleccionar la opción 'Next', al hacerlo, se pedirá que se introduzca la última imagen de la noche de observación. Después de ello, se deben volver a localizar las estrellas de comparación y el asteroide. Para facilitar este paso se recomienda no perder de vista la 'Comp Star 1' seleccionada en el paso anterior, ya que, solo con ella, se localizarán automáticamente todas las demás y al momento de hacer click en el botón 'Show Path' será sencillo ubicar el asteroide. Al terminar de localizar los cuerpos celestes, seleccionar 'Next' y ahora será necesario volver a cargar la imagen 1 donde ahora será necesario localizar 2 estrellas de referencia cualesquiera para facilitar al programa la ubicación de los demás objetos, en la parte de abajo se puede seleccionar una cantidad 'n' de estrellas u objetos a lo largo de la trayectoria del asteroide para evitar valores inadecuados en la fotometría (esta utilidad es conocida por MPO Canopus como 'StarBgone').

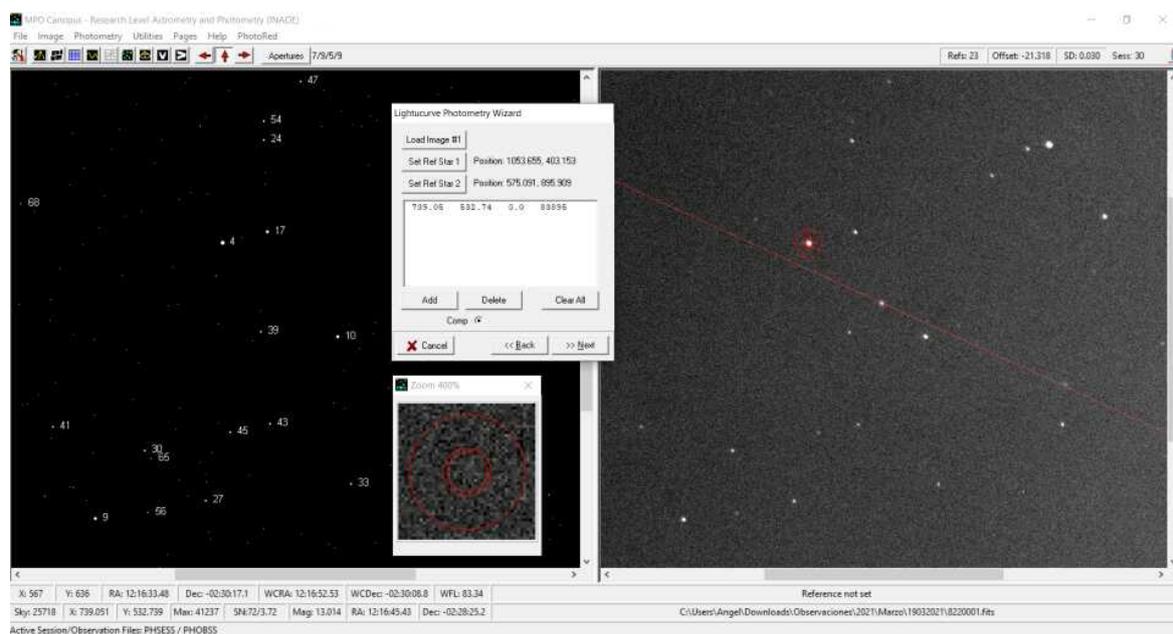


Figura 5.5: Estrellas de referencia y 'StarBgone'

Ventana para localizar estrellas de referencia y eliminar objetos celestes que se crucen en la trayectoria del asteroide.

- Una vez realizados los pasos anteriores, es solo cuestión de seleccionar 'Next' en varias ocasiones hasta finalizar el 'Lightcurve wizard' y se muestre la ventana 'Images' donde se irá procesando cada una de las imágenes de la noche de observación, para ello debe seleccionarse el botón auto, se mostrará una ventana en la cual debe marcarse 'Simple' y luego 'Ok' para poder iniciar con el proceso.

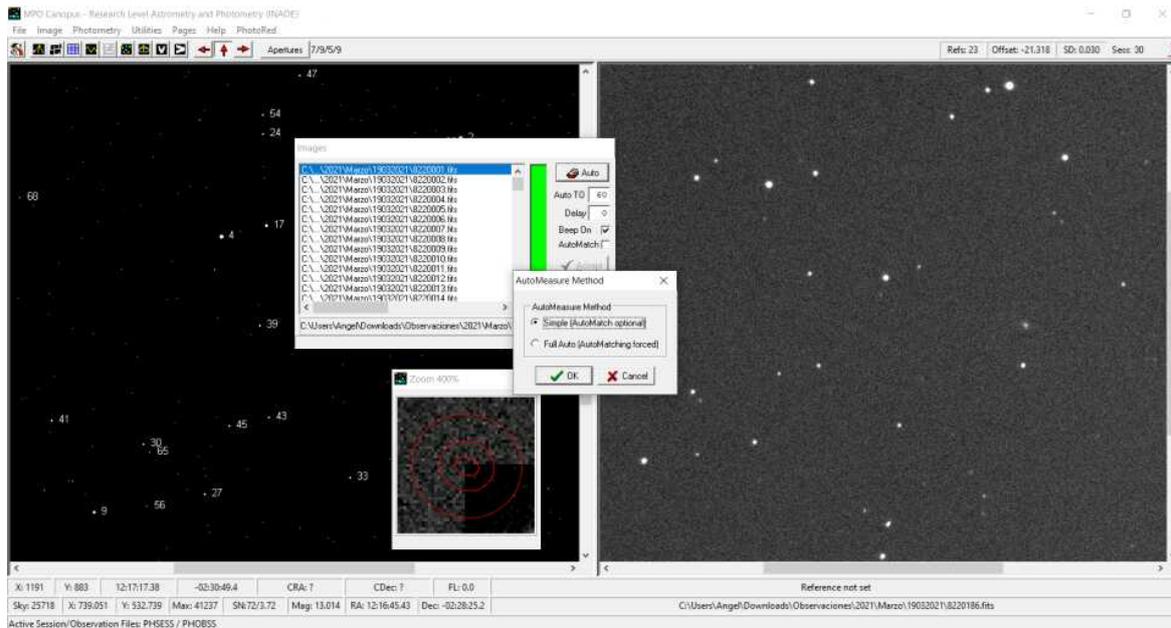


Figura 5.6: Lista de imágenes a procesar

Ventana donde se lleva a cabo el procesamiento de imágenes con las estrellas de comparación seleccionadas.

- Ya que se termina el procesamiento de imágenes, se obtiene la curva de luz de la noche de observación. Para ello, se selecciona el botón de 'Show Lightcurve Analysis page'. En esta nueva ventana se introduce un período cercano al que se conoce del asteroide como período inicial para trabajar, se pueden modificar los parámetros de 'Steps' y 'Size' hasta obtener un gráfico optimizado. Una vez introducidos los parámetros adecuados, se puede hacer click en el botón 'Find' para que se muestre la curva de luz y revisar qué tan bien se ajusta con los datos introducidos (esto se puede ver en el gráfico pequeño que aparece en una ventana el cual nos indica el espectro del período, que en pocas palabras señala el período más probable para los datos introducidos). La generación de estas curvas de luz puede hacerse varias veces hasta que se obtenga la precisión deseada y la mejor curva de luz que se ajuste a los datos.

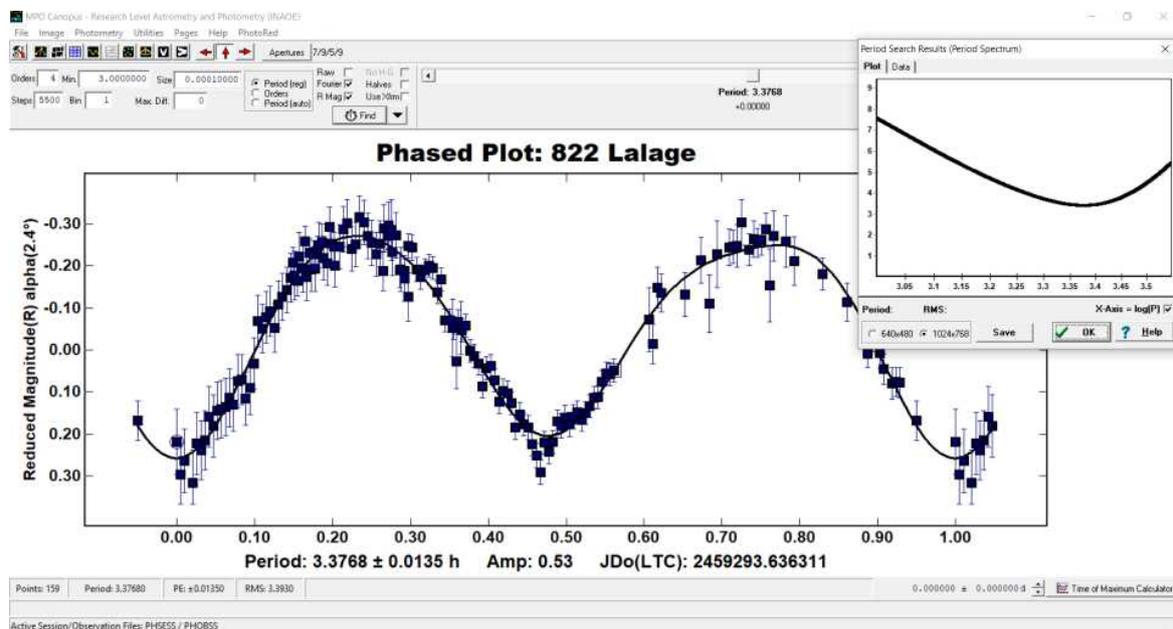


Figura 5.7: Página de Análisis de Curvas de Luz

Ventana donde se muestra la curva de luz y los parámetros modificables para la misma.

5.5. Inversión de curvas de luz mediante LCInvert

El proceso descrito a continuación es el que realicé en el desarrollo de esta tesis. Para poder trabajar con este software es necesario saber que LCInvert es un programa basado en windows que utiliza una adaptación de la librería que contiene el programa de inversión de curvas de luz y así generar los archivos requeridos para mostrar los modelos 3D de los asteroides. Para ello, es necesario haber exportado los datos de las curvas de luz del MPO Canopus a un archivo txt mediante el botón export, después seleccionar el formato estándar de MPO Canopus y señalar la localización de guardado del archivo. Si se usan datos de ALCDEF, se pueden descargar en la misma página los archivos .txt correspondiente a las curvas de interés y lo mismo puede ser aplicado para DAMIT.

5.5.1. Proceso de inversión de curvas de luz

- Como primer paso: se debe ejecutar el programa LCInvert localizado en la carpeta de instalación de MPO. Al hacerlo, se abrirá la ventana del programa. En ella, se debe ubicar la pestaña 'Utilities', 'Invert lightcurves', de esta manera aparecerá la ventana de inversión de curvas de luz. Lo primero que se deberá hacer es cargar los elementos orbitales del asteroide a estudiar, se busca por número en la lista que se ofrece y se da click a 'Ok'.

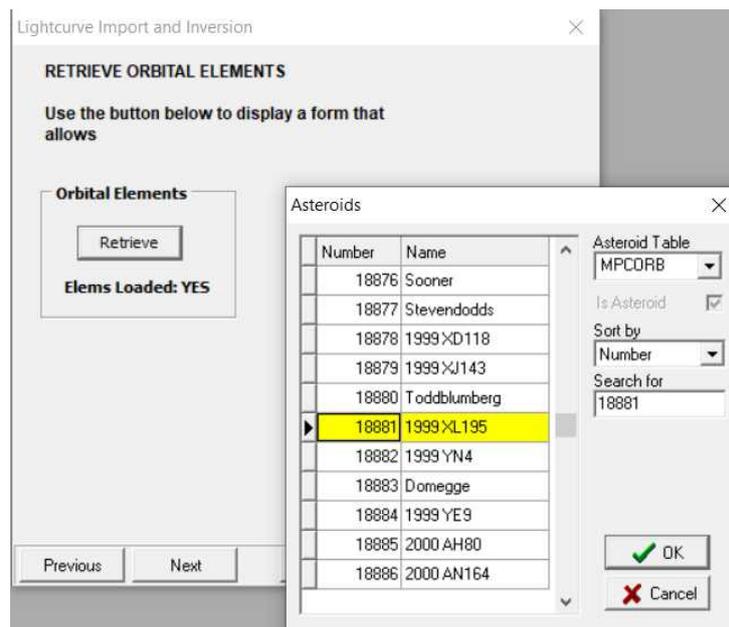


Figura 5.8: Carga de elementos orbitales

Imágen que muestra la lista desplegable y de búsqueda de asteroides donde se deberá introducir el número de aquel que se analizará.

- El siguiente paso consiste en seleccionar la opción 'Next', al hacerlo, se pedirá el archivo .txt correspondiente a las curvas de luz del objeto, pero en formato CANOPUS (formato previamente mencionado), allí se localiza dicho archivo mediante el botón 'Add' y después se seleccionará la opción 'Save', esto lo que hace es convertir el formato CANOPUS a formato MKF, que es como lo trabaja el software. Habiendo hecho esto, se da click a la opción 'Next' que llevará ahora a un apartado similar al anterior, pero allí, se introducirán las curvas de luz en formato .txt obtenidas de otros programas, si se tiene información de este tipo, basta con realizar el mismo proceso que con el formato CANOPUS y lo mismo para el siguiente apartado correspondiente a la base de datos de ALCDEF. Por último, se tiene el método de importación 'Kaasalainen', donde en primera instancia se deberá seleccionar el botón 'Clear all' para quitar las curvas de luz cargadas de otros formatos. Luego, se buscarán los archivos MKF generados en los pasos anteriores con los cuales trabajará el programa.

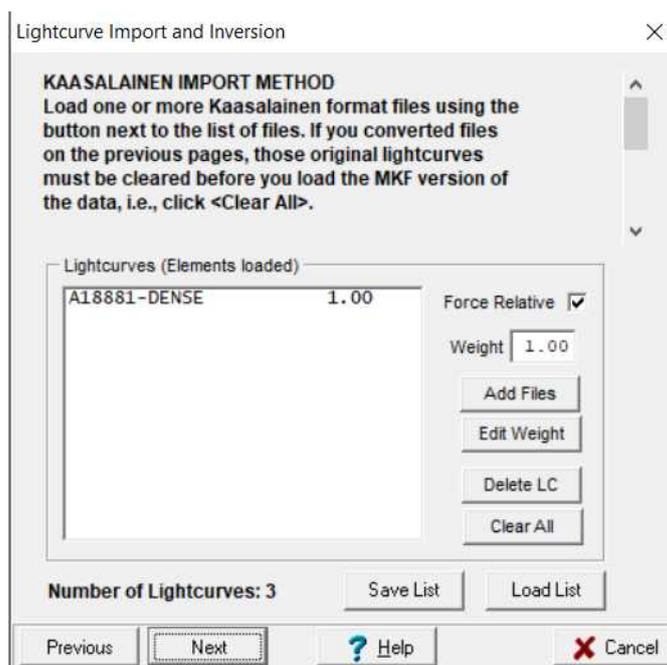
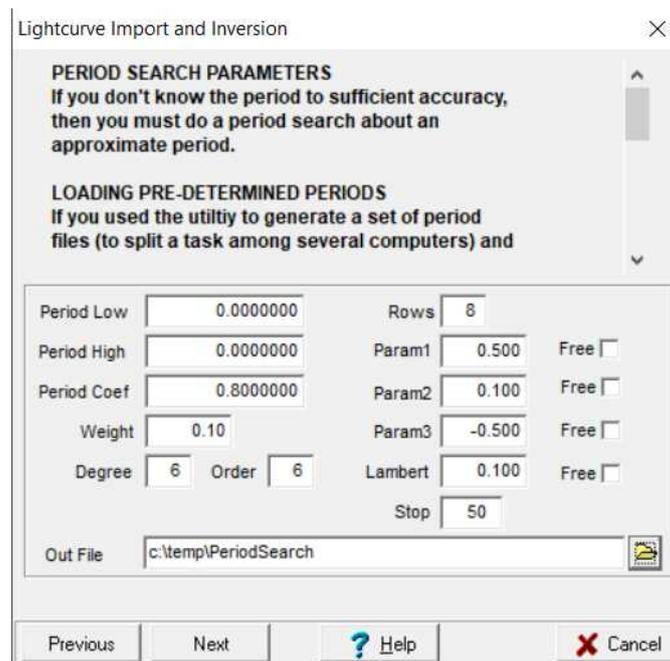


Figura 5.9: Carga de archivos de curvas de luz

Apartado correspondiente a la carga y transformación de archivos de curvas de luz.

- Aparecerá una ventana con los parámetros de búsqueda iniciales, allí, se debe indicar un intervalo entre los que el programa buscará aquel período que se ajuste mejor a los datos que se han introducido, por lo que se recomienda conocer de antemano el período a partir de la página de 'One Asteroid Info', para así reducir el tiempo de cómputo del software. En la parte inferior también se debe seleccionar una carpeta donde guardar los resultados de la búsqueda, se recomienda guardarlo en otro lugar al que indica el programa para evitar problemas de permisos con windows.



Lightcurve Import and Inversion

PERIOD SEARCH PARAMETERS
If you don't know the period to sufficient accuracy, then you must do a period search about an approximate period.

LOADING PRE-DETERMINED PERIODS
If you used the utility to generate a set of period files (to split a task among several computers) and

Period Low	0.0000000	Rows	8			
Period High	0.0000000	Param1	0.500	Free <input type="checkbox"/>		
Period Coef	0.8000000	Param2	0.100	Free <input type="checkbox"/>		
Weight	0.10	Param3	-0.500	Free <input type="checkbox"/>		
Degree	6	Order	6	Lambert	0.100	Free <input type="checkbox"/>
				Stop	50	

Out File: c:\temp\PeriodSearch

Previous Next ? Help X Cancel

Figura 5.10: Parámetros de búsqueda del período

Ventana de parámetros modificables por el usuario en la búsqueda inicial del período para el asteroide de interés.

- Lo siguiente que se mostrará será la ventana de búsqueda, donde al seleccionar el botón 'Search' comenzará la búsqueda del período, mostrando diversos datos entre los que destacan el período y el error cuadrático del ajuste. Al finalizar la búsqueda, se podrán mostrar los resultados ordenados de menor a mayor, según el error, esto al seleccionar la pestaña 'Sort order Chisq'. Además, se puede analizar el gráfico de búsqueda del valor del período al seleccionar view plot y de esta manera estar seguros de que el intervalo introducido fue el correcto (esto al detectar un mínimo y un ascenso posterior del gráfico, es decir, que este presente una forma de 'v').

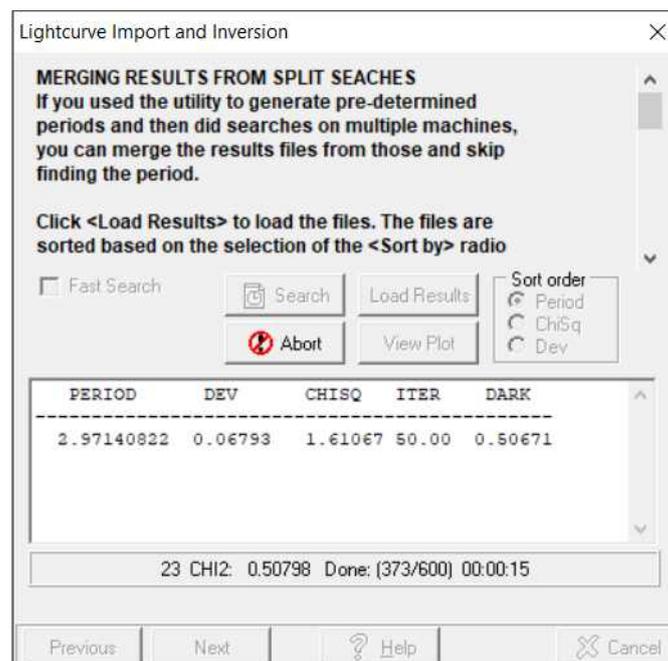


Figura 5.11: Ventana de búsqueda del período

En esta ventana se mostrarán los resultados de las iteraciones en la búsqueda del período así como el error, desviación, iteraciones y la aproximación de las caras oscuras (Dark).

- Una vez terminada la búsqueda del período, se procede a seleccionar aquel con el menor error en el apartado correspondiente de esta ventana que se mostrará a continuación. Además, se debe seleccionar el tipo de búsqueda del polo (en este caso se seleccionó 'fine' ya que muestra un mayor grado de precisión que 'coarse' y 'none') así como el lugar donde se guardarán los resultados de esta nueva búsqueda.

Lightcurve Import and Inversion

INITIAL SEARCH PARAMETERS
Now that lightcurve data are available, the next step is to give the inversion routine initial values.

In general, the "Free" box next to "Period" should

Pole Search
 Cors Med Fine None

Pole (L) Free
Pole (B) Free
Period Free
Epoch
RotAng
Weight

Degree Order
Rows
Param1 Free
Param2 Free
Param3 Free
Lambert Free
Stop

Base Name

Figura 5.12: Parámetros de búsqueda de los polos

En este apartado se introducirán los parámetros con los que se buscarán los polos a partir del período previamente encontrado.

- Habiendo seleccionado los parámetros de búsqueda de los polos, ahora aparecerá la ventana de búsqueda de estos, en ella, simplemente se mostrarán las iteraciones que se van haciendo, antes de darle al botón 'Search', es recomendable palomear el cuadro de 'Save areas files' por si se requiere recuperar la información del modelo con el que se está trabajando; para ello está el botón 'Reload'.

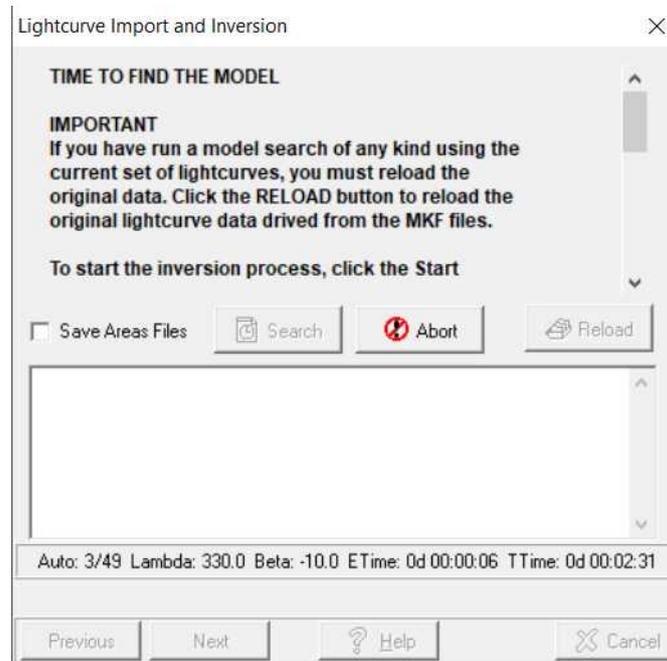


Figura 5.13: Ventana de búsqueda de los polos

En esta ventana se mostrará la búsqueda de los polos y solo se indicarán las iteraciones así como el ChiSquare para cada una de ellas.

- Ya que se terminó la búsqueda de los polos, inmediatamente se mostrará el gráfico indicando su posición sobre el modelo del asteroide (para ello hace uso de una cuadrícula donde divide el modelo en pequeños cuadros donde cada uno representa 15° y van desde 0 hasta 360°), desde aquí se pueden guardar directamente estos gráficos, o después se pueden volver a recabar si es necesario. Al haber terminado con los polos, se mostrará una ventana donde se deberá seleccionar el archivo de las áreas, en este caso, solo aparecerá un listado ordenado de menor a mayor según el error, por lo que lo más recomendable es seleccionar siempre el primero, sin embargo, en algunas ocasiones puede resultar un mejor ajuste el seleccionar el segundo o tercero según las características ya conocidas del asteroide. Una vez seleccionado el archivo, se presiona 'Next' para ir al siguiente apartado.

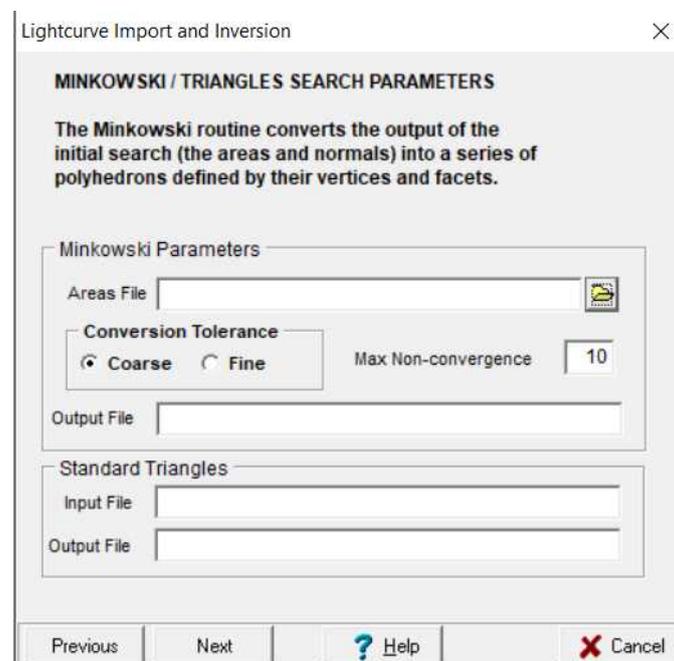


Figura 5.14: Carga de archivos de áreas

En este apartado se selecciona el archivo de áreas que cuente con el mejor ajuste para los datos que se han introducido.

- La siguiente ventana que se mostrará será únicamente para poder observar el progreso de conversión del archivo de las áreas a los triángulos que formarán parte de la figura respectiva al modelo de forma del asteroide, generado a partir de los datos de las curvas de luz.

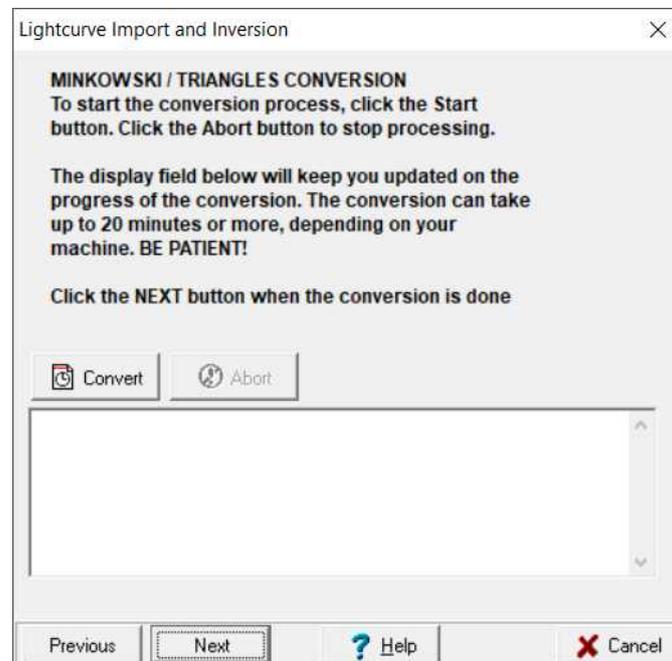


Figura 5.15: Ventana de conversión

La ventana muestra el progreso de conversión de las áreas para obtener el modelo de forma.

- Por último, aparecerá una ventana donde únicamente se debe seleccionar la opción de 'Load Data' para cargar la información que se ha generado mediante la inversión de curvas de luz. De esta manera, al finalizar el proceso únicamente se deberá seleccionar la pestaña 'File', 'Open' y 'Model' para poder observar el modelo de forma generado a partir de la inversión de curvas de luz. También, en la pestaña de utilidades se podrán mostrar diversos gráficos como la distribución de fase, búsqueda de polos, distribución de PABL (Phase Angle Bisector Longitude; una medida que indica la posición del asteroide suponiendo su órbita circular y heliocéntrica) y la búsqueda del período, entre otras cosas.

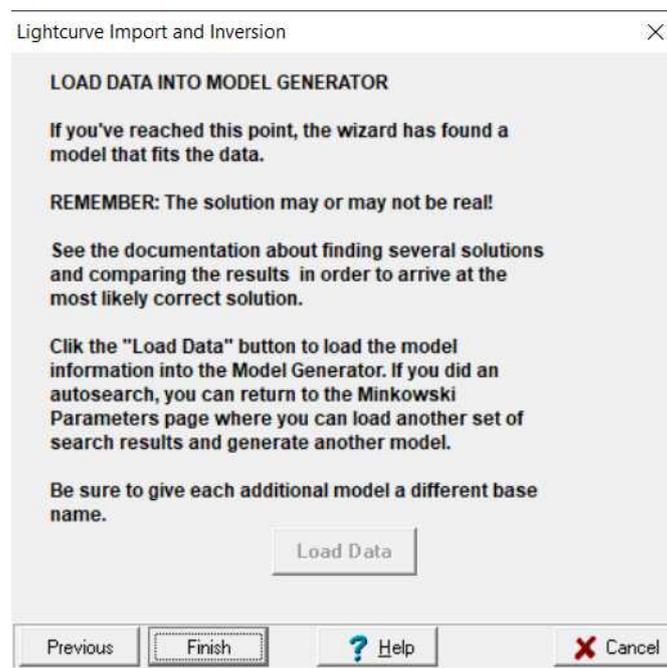


Figura 5.16: Parte final del proceso de inversión

Esta es la ventana final del proceso de inversión de curvas de luz, donde no se debe olvidar cargar los datos que se han generado.

5.6. Detección del Efecto YORP

El planteamiento hecho por [Kaasalainen et al. \(2003\)](#) estipula que se puede llevar a cabo un modelado semi-empírico de cuatro parámetros a partir de una ecuación general. Para ello, debe hacerse un análisis estadístico de los parámetros incluidos en dicha ecuación, con la ayuda de la densidad de probabilidad de cada uno de ellos, y, mediante el cálculo integral de dos de ellos (es decir, los parámetros que en realidad tienen peso en la ecuación) con respecto a otros dos que se considerarán como fijos, esto se hace con el propósito de optimizar el cálculo del período y la forma de un asteroide considerando variables uno (o dos) parámetros importantes ligados a ellos. Estos parámetros serán la velocidad angular (ω_0) y aceleración angular (v). En el trabajo previamente citado se hace uso de una función lineal-exponencial para llevar a cabo estudios de las curvas de fase (que muestran como cambia el brillo en función del ángulo de fase solar) de algunos asteroides. En el caso de este trabajo, basta el considerar una función lineal (esto, ya que se toma el efecto YORP como un aumento lineal en la velocidad de rotación del asteroide, es decir, una aceleración angular constante).

El párrafo anterior constituye una reflexión acerca de cómo entender la denominación de "parámetros libres" que se menciona, comúnmente, en todos los trabajos de esta índole.

El trabajo presentado por [Durech et al. \(2012\)](#) retoma la idea previamente expresada. A partir del método de inversión de curvas de luz creado por [Kaasalainen & Torppa \(2001\)](#) y [Kaasalainen et al. \(2001\)](#); con el propósito de obtener la forma, el período de rotación sideral y la dirección del eje de rotación, partiendo de las curvas de luz y siguiendo la metodología del análisis estadístico hecha por [Kaasalainen et al. \(2003\)](#); asumieron que la razón de rotación (ω) cambia linealmente con el tiempo como $\omega(t) = \omega_0 + vt$. Entonces, se consideró ω_0 y $v \equiv d\omega/dt$ como parámetros libres dentro de la optimización. Posteriormente se analizó la diferencia (es decir, compararon los errores cuadráticos obtenidos en el proceso de inversión) entre un modelo de período constante ($v = 0$) y un modelo con $v \neq 0$. Si esta diferencia es pequeña, los datos pueden ser ajustados con el modelo de período constante y no existe ningún tipo de aumento en la velocidad de rotación. Mientras que, si el ajuste hecho con el modelo de velocidad angular variable es significativamente mejor que el otro, el cambio en la razón de rotación es detectado.

Con respecto a este trabajo y a raíz de diversas circunstancias como el grado de complejidad que suponía el modificar el programa raíz del método de inversión, se optó por calcular el efecto YORP en los asteroides observados de manera teórica, abordando algunos artículos que toman

varios parámetros orbitales y físicos para poder obtener un valor de la aceleración angular para cada uno de ellos, todo esto se explicará en el siguiente apartado.

5.7. Modelado teórico del Efecto YORP

Tal como lo estipula Rossi et al. (2009) y siguiendo el trabajo de Scheeres (2007); definió una fórmula para describir la variación en la velocidad de rotación de los asteroides basándose en sus parámetros orbitales y físicos a partir de diversas variables:

$$\dot{\omega} = \frac{BG_1r}{a^2\sqrt{1-e^2}M}C_Y \quad (5.1)$$

Donde B es el coeficiente de dispersión de Lambert, que comúnmente se toma como $2/3$, G_1 es la constante de radiación solar con valor $1 \times 10^{14} \text{kgkms}^{-2}$, a es el eje semi-mayor de la órbita heliocéntrica del asteroide (en km), e es la excentricidad heliocéntrica del asteroide, r es el radio del asteroide y M es la masa del asteroide, calculada considerando un volumen esférico y una densidad de 1000kg/m^3 , debido a que Rozitis & Green (2013b) establecen que aquellos asteroides con diámetro menor a $250m$ se consideran monolíticos (es decir, con densidad igual a 3000kg/m^3 y aquellos mayores se tomarán con densidad de 1000kg/m^3).

De todos los parámetros anteriores, quizá el más relevante sea C_Y , que constituye una cantidad basada en la forma de los cuerpos, con ella, también se puede conocer el sentido de rotación con el que está interactuando la presión de la radiación solar, es decir, si se está induciendo una aceleración o desaceleración. En el trabajo de Rossi et al. (2009) se establece un rango para este parámetro C_Y , que va desde -0.025 hasta 0.025 . Este valor, en un inicio, lo establecen de manera aleatoria para cada uno de los asteroides que estudian. Sin embargo, para el presente trabajo se optó por tomar como base el valor de C_Y usado para el asteroide (1620) Geographos en el trabajo publicado por Rozitis & Green (2013b), esto, debido a que constituye un buen punto de partida debido a sus parámetros físicos y orbitales que producen un coeficiente C_Y uniforme y preciso. En este artículo se puede observar la relación que existe entre la magnitud del semieje mayor, la excentricidad de la órbita heliocéntrica del asteroide y el diámetro. Es así que se estipuló una relación equivalente entre las magnitudes de la siguiente manera:

$$C_Y = C_{Y1620} \cdot \left(\frac{1}{3} \left(\frac{a_{1620}}{a_{asteroide}} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{e_{asteroide}}{e_{1620}} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{D_{1620}}{D_{asteroide}} \right) \right) \quad (5.2)$$

Se puede observar que todos cuentan con un mismo nivel de importancia, tanto el eje semimayor de la órbita del asteroide, la excentricidad de la órbita y el diámetro del asteroide; de manera que si el semieje mayor del asteroide es mayor que el de referencia, C_Y disminuirá; si la excentricidad del asteroide es menor que la de referencia, C_Y disminuirá; si el diámetro del asteroide es mayor que el de referencia, C_Y también disminuirá.

Por lo tanto, lo anterior generó un rango de valores propio para el coeficiente C_Y que va desde -0.006 hasta 0.006 para la selección de asteroides aquí estudiados; estos valores entran en el intervalo propuesto por Rossi et al. (2009) y son mucho menores que aquellos reportados en dicho artículo, esto concuerda con el hecho de que los asteroides seleccionados son de diámetros mayores (al aumentar el diámetro, el coeficiente decrecerá), cuentan con un eje semimayor superior, esto significa que se encuentran más alejados del Sol, por lo que la magnitud del efecto YORP disminuye (esto también se verá reflejado en el coeficiente C_Y , al disminuir la magnitud de este valor); también, la mayoría de ellos cuentan con una excentricidad menor, lo cual tiene que ver con que su órbita es considerablemente elíptica (esto hace también que el coeficiente C_Y disminuya), por lo que también tienen un impacto negativo en la magnitud del efecto YORP. Todo lo anterior ayuda a comprender el por qué el coeficiente C_Y será mucho menor para todos los asteroides aquí mencionados.

Las ideas anteriormente expresadas se encuentran condensadas en el cuadro 6.1 donde se pueden apreciar todos los datos utilizados para el cálculo del efecto YORP que posteriormente podrán ser validados cuando se cuente con un mayor dominio del método de inversión. Además, se podrá notar que hay tres asteroides que cuentan con valores \pm , estos valores son debido a que no se encontró una tendencia de período definida a partir de curvas de luz reportadas en años pasados, o no se tiene suficiente información para suponer aceleración o desaceleración causadas por el efecto YORP.

Capítulo 6

Discusión y análisis de resultados

En este apartado se mostrarán las curvas de luz obtenidas a lo largo del desarrollo de este trabajo de investigación así como los modelos de forma, búsqueda de polos, diagrama PABL y el Efecto YORP calculado en los asteroides. Para revisar los detalles de las circunstancias de las observaciones se puede consultar el Apéndice A. Cabe recalcar además, que los modelos de forma aquí presentados fueron enriquecidos con los registros de curvas de luz de ALCDEF y/o DAMIT, estos datos también pueden ser consultados en el Apéndice A.

6.1. (822) Lalage

6.1.1. Observaciones propias

El asteroide (822) cuenta con una sola observación. Este observación se hizo el 19 de marzo de 2021 a un ángulo de fase de 2.41° . También es importante conocer que el período es de 3.346hrs , con un albedo de 0.345 y un diámetro de 8.523km (MPC, 2021).

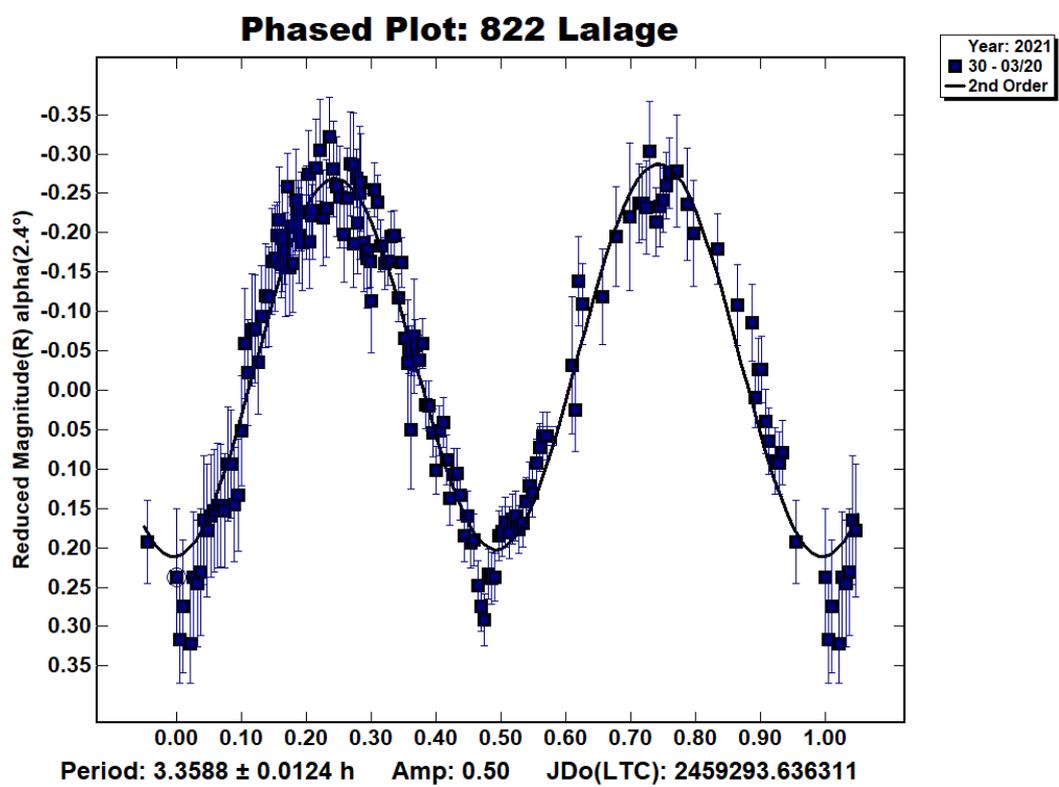


Figura 6.1: Curva de luz del asteroide (822), (2021-03-20)

6.1.2. Inversión de Curvas de luz

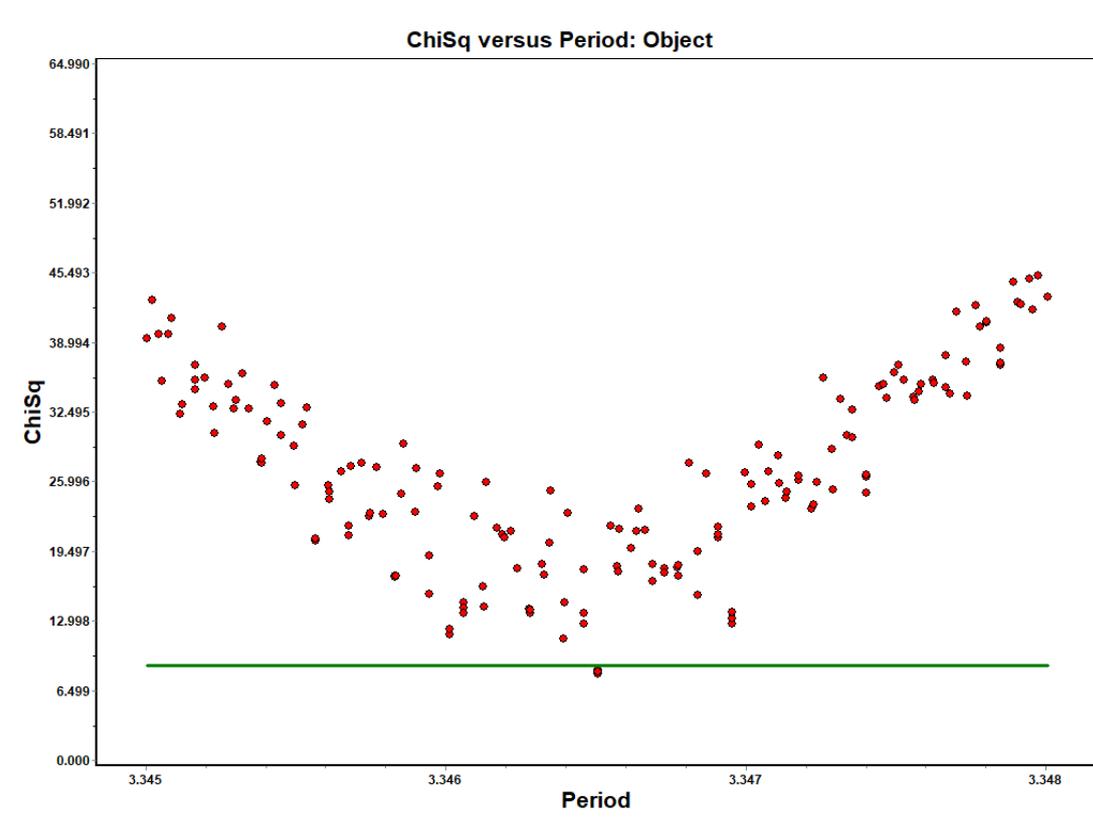


Figura 6.2: Búsqueda de período del asteroide (822) Lalage

El asteroide (822) Lalage cuenta con una gran colección de curvas de luz de alta calidad, la cual, abarca casi todo el espectro del diagrama PABL (figura 6.6), es decir, casi toda su trayectoria orbital, por lo que la búsqueda de polos así como el modelo de forma arrojado por el proceso de inversión de curvas de luz debe ser considerado como uno de gran precisión, además, se hace una comparación (figura 6.3 y 6.4) con aquel modelo reportado por DAMIT para remarcar semejanzas y diferencias entre ambas geometrías, siendo que esta última utiliza solo las curvas de luz que se tienen en la misma base de datos.

También, debe observarse que la búsqueda de período converge en $3.34650643hrs$ lo cual coincide con lo reportado en el Minor Planet Center (MPC) que corresponde a $3.346503hrs$, este último período tiene un error de $0.000002hrs$. Lo anterior se traduce en un correcto uso del software y da certeza de que las búsquedas hechas en este trabajo son correctas.

Modelo de forma (822) Lalage

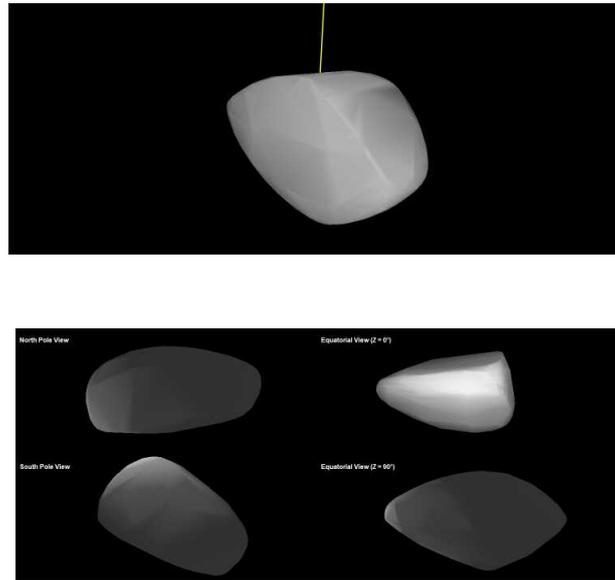


Figura 6.3: Modelo de forma del asteroide (822) Lalage (del presente trabajo)

$$\lambda = 4.428 \quad \beta = -60.397$$

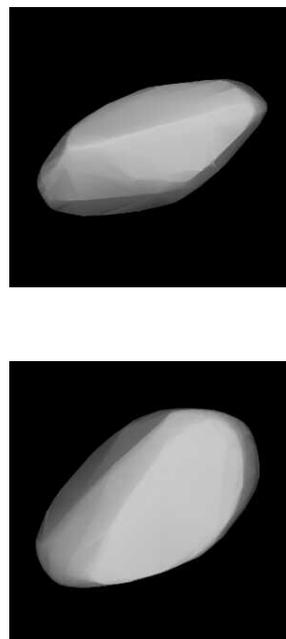


Figura 6.4: Modelos de forma del asteroide (822) Lalage (recuperado de DAMIT)

Para la imagen superior: $\lambda = 343 \quad \beta = -74$. Para la imagen inferior: $\lambda = 133 \quad \beta = -75$

6.2. (1382) Gerti

6.2.1. Observaciones propias

El asteroide (1382) cuenta con 3 observaciones con ángulos de fase de 1° , 7.46° y 14.55° . También es importante conocer que el período es de $3.0815hrs$, con un albedo de 0.196 y un diámetro de $11.25km$ (MPC, 2021).

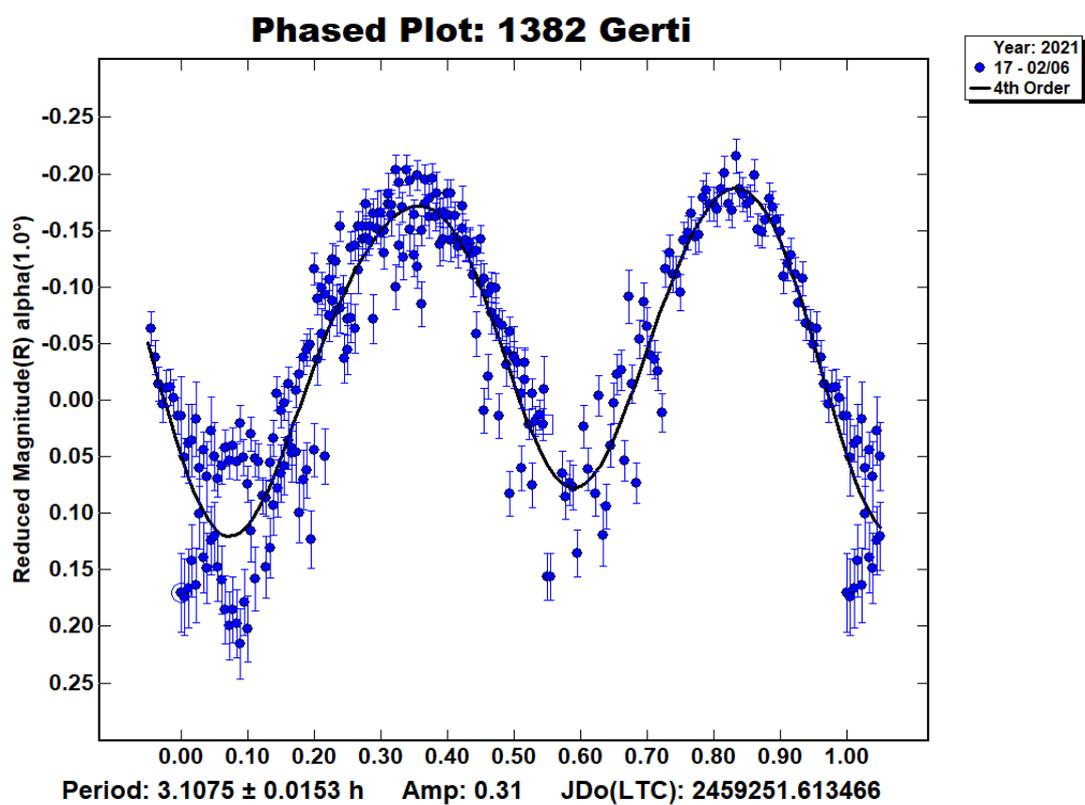


Figura 6.7: Curva de luz del asteroide (1382) Gerti, con ángulo de fase 1° (2021-02-05)

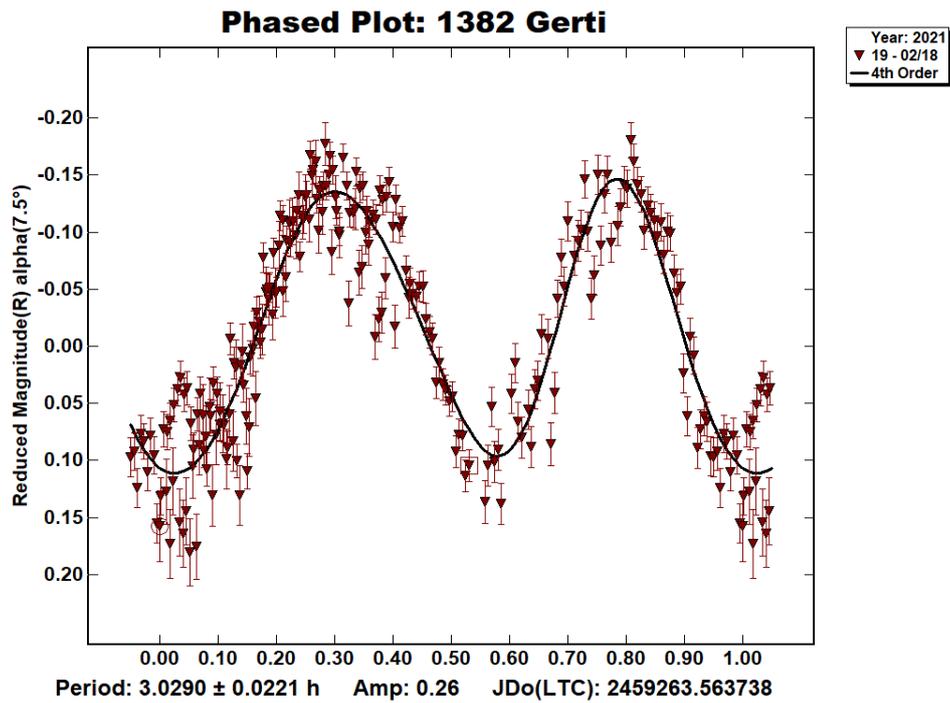


Figura 6.8: Curva de luz del asteroide (1382) Gerti, con ángulo de fase 7.46° (2021-02-18)

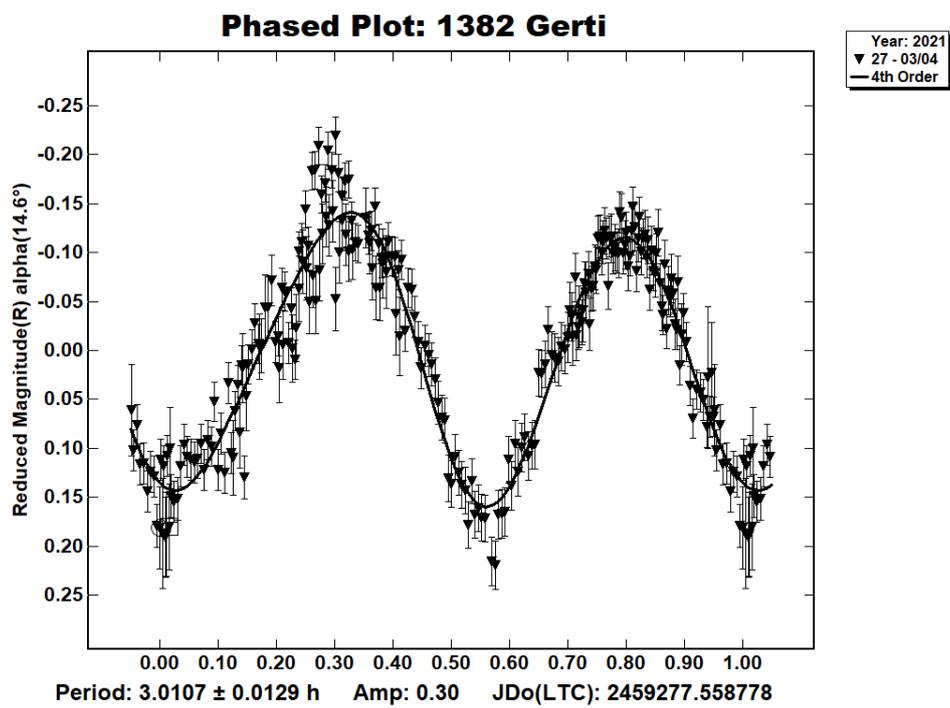


Figura 6.9: Curva de luz del asteroide (1382) Gerti, con ángulo de fase 14.55° (2021-03-04)

6.2.2. Inversión de Curvas de luz

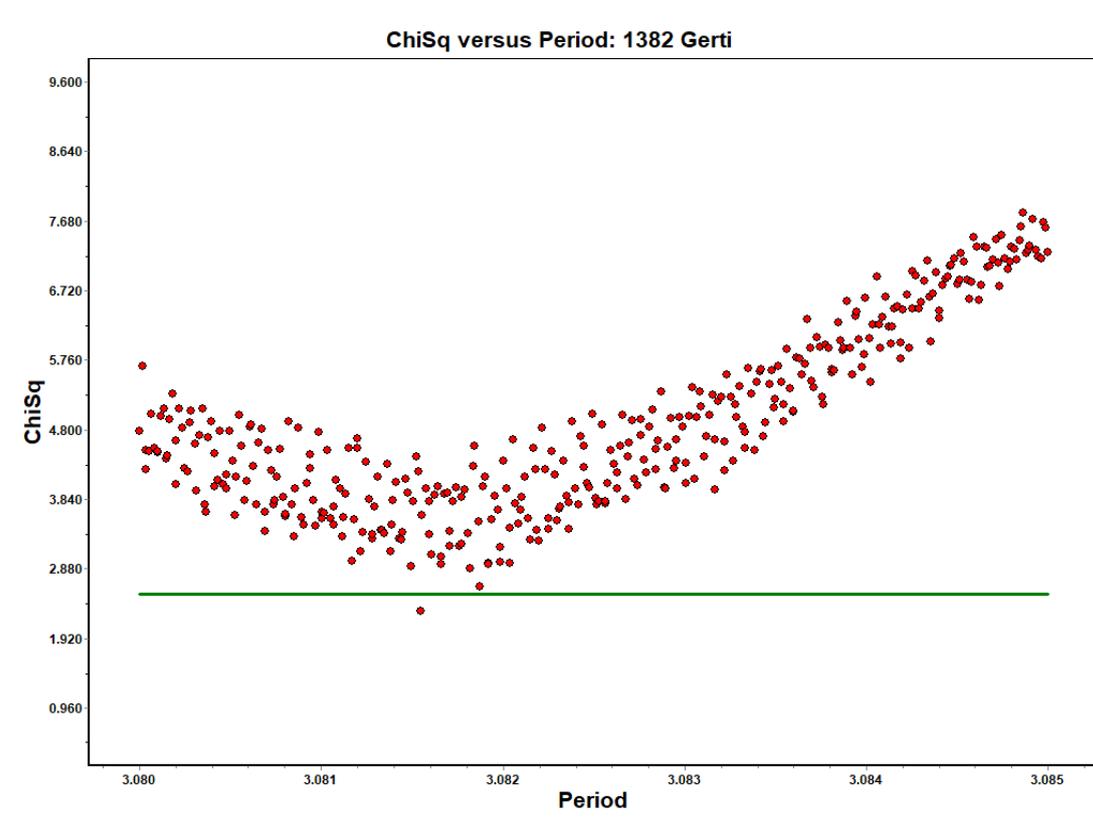


Figura 6.10: Búsqueda de período del asteroide (1382) Gerti

La búsqueda del período hecha para el asteroide (1382) Gerti, converge en $3.08154477hrs$, cantidad muy cercana a la reportada en el MPC, que es de $3.081545hrs$. Este asteroide posee gran cantidad de curvas de luz distribuidas por todo el espectro de longitud del ángulo de fase, lo que se traduce en múltiples observaciones desde distintos puntos de vista del asteroide, arrojando un modelo de forma de alta precisión.

Se hace una comparación entre el modelo de forma obtenido en este trabajo y aquel reportado en DAMIT, quizá a simple vista puedan parecer algo distintos, sin embargo, un aspecto importante a considerar es que, en esta base de datos, seleccionaron cierta cantidad de curvas de luz, mientras que para este trabajo, se usaron las curvas de luz producidas de las observaciones aquí presentadas, las de ALCDEF y las de DAMIT.

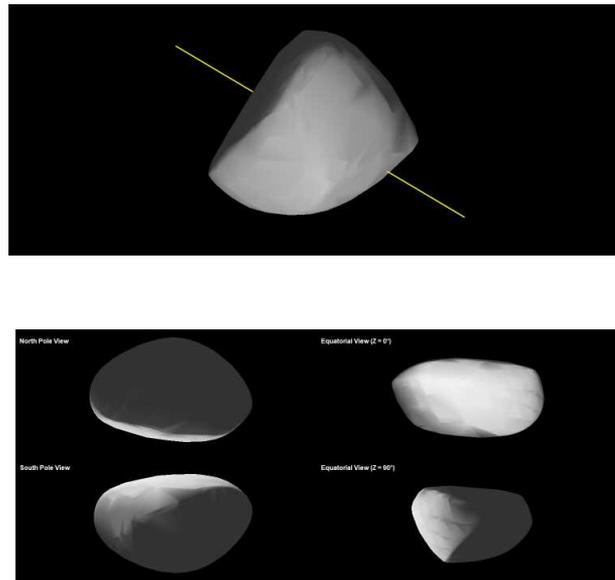
Modelo de forma (1382) Gerti

Figura 6.11: Modelo de forma del asteroide (1382) Gerti (del presente trabajo)

$$\lambda = 77.788 \quad \beta = 35.381$$

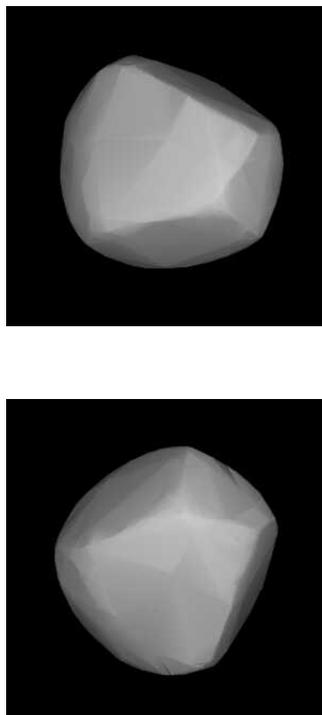


Figura 6.12: Modelos de forma del asteroide (1382) Gerti (recuperados de DAMIT)

Para la imagen superior: $\lambda = 268 \quad \beta = 23$. Para la imagen inferior: $\lambda = 87 \quad \beta = 28$.

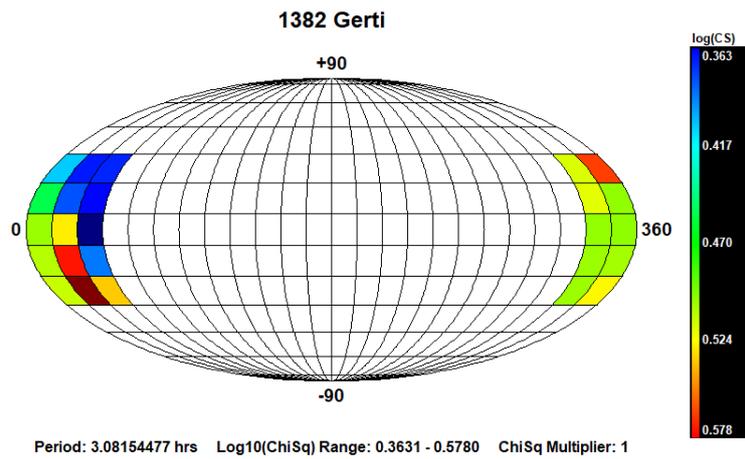


Figura 6.13: Posiciones de los polos para el asteroide (1382) Gerti

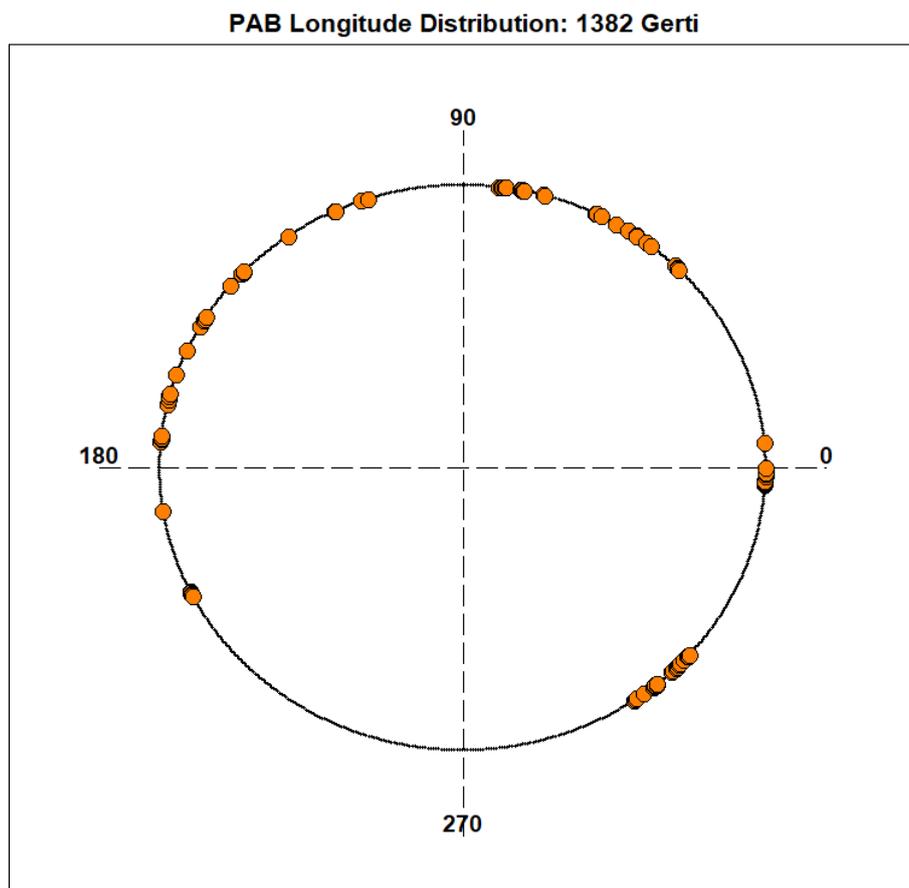


Figura 6.14: Distribución de PABL del asteroide (1382) Gerti

6.3. (1468) Zomba

6.3.1. Observaciones propias

El asteroide (1468) cuenta con 3 observaciones con ángulos de fase de 7.97° , 9.25° y 13.87° . También es importante conocer que el período es de 2.7724hrs , con un albedo de 0.302 y un diámetro de 6.722km (MPC, 2021).

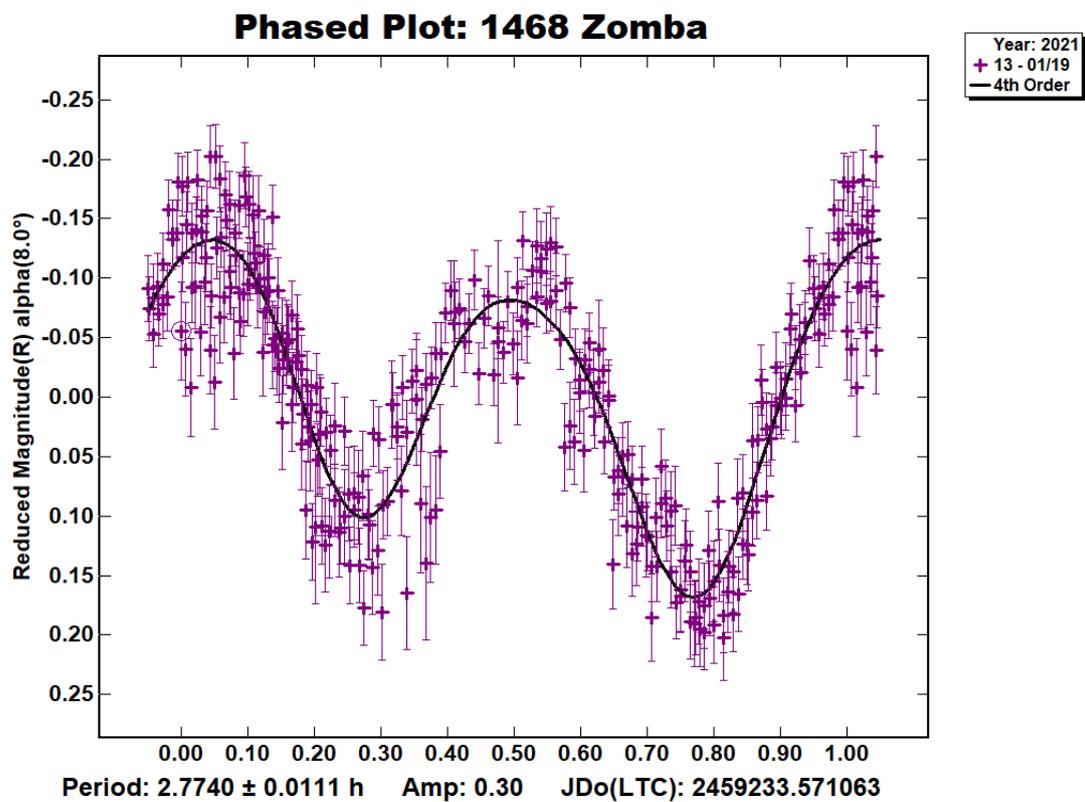


Figura 6.15: Curva de luz del asteroide (1468) Zomba, con ángulo de fase 7.97° (2021-01-19)

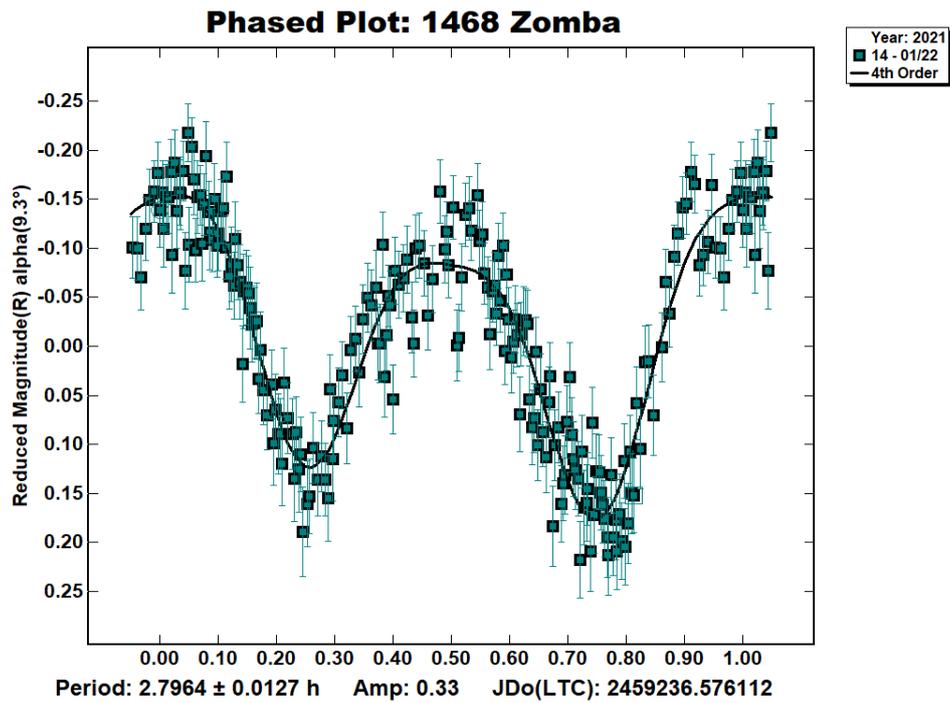


Figura 6.16: Curva de luz del asteroide (1468) Zomba, con ángulo de fase 9.25° (2021-01-22)

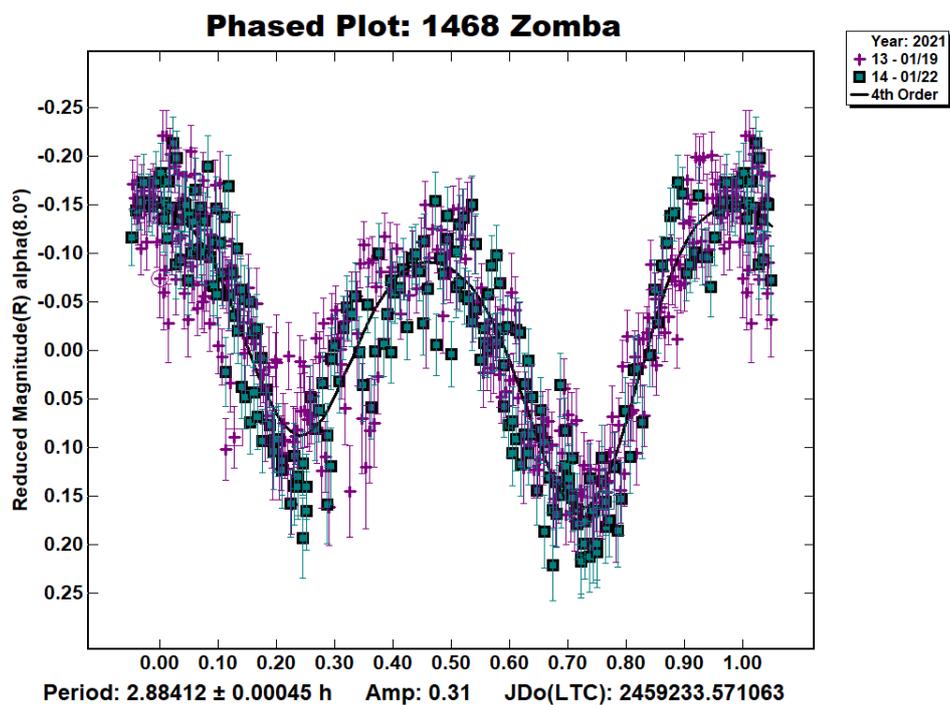


Figura 6.17: Combinación de las dos curvas de luz anteriores (hecha por la poca diferencia entre sus ángulos de fase)

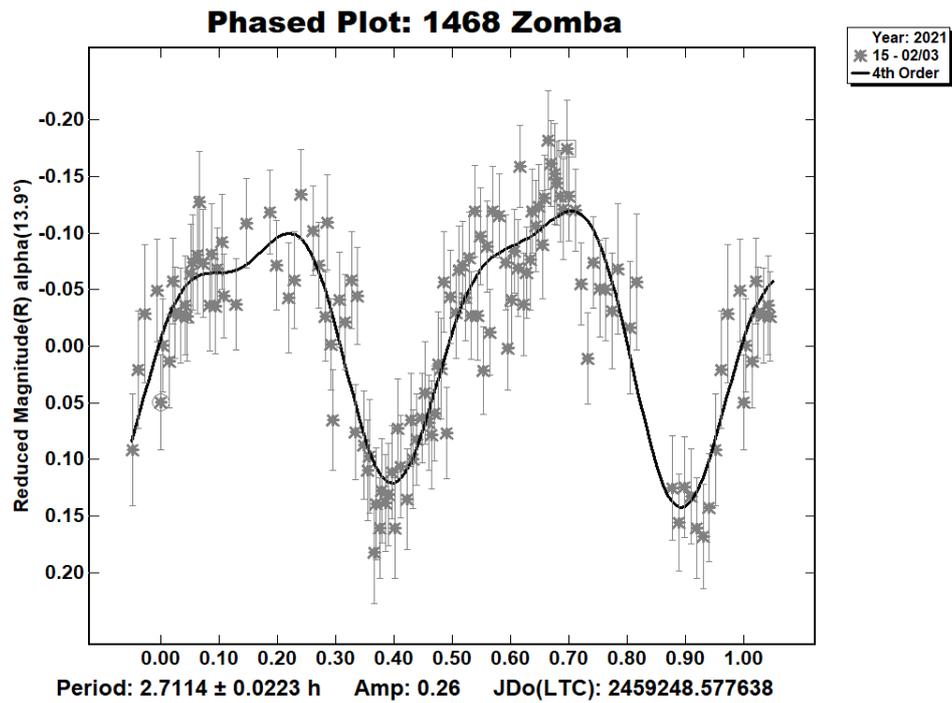


Figura 6.18: Curva de luz del asteroide (1468) Zomba, con ángulo de fase 13.87° (2021-02-03)

6.3.2. Inversión de Curvas de luz

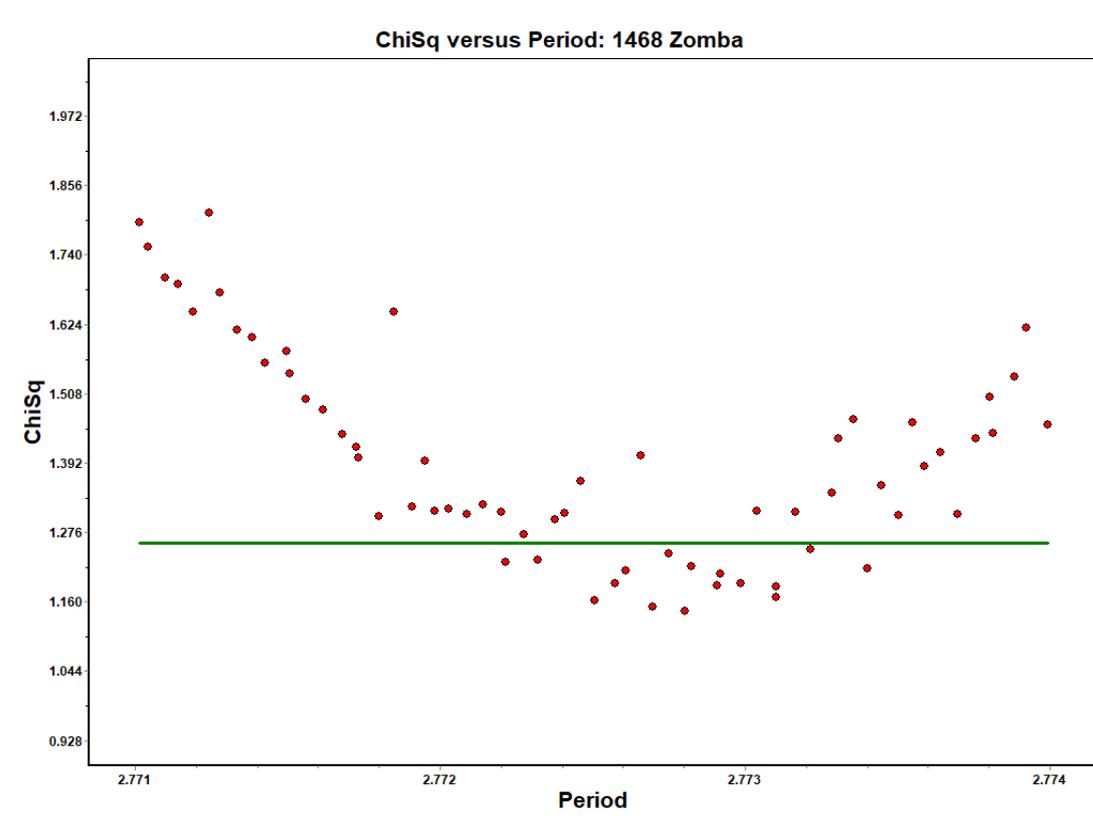


Figura 6.19: Búsqueda de período del asteroide (1468) Zomba

En el caso del asteroide (1468) Zomba, se puede apreciar que la búsqueda de período converge en $2.77281321hrs$ lo cual coincide con los registros del MPC, donde se reporta $2.7727hrs$ como el período con el menor error. Por otro lado, se puede apreciar que las curvas de luz obtenidas en esta investigación registran una longitud de ángulo de fase (PABL) cercana a los 90° , dicha observación puede aportar características físicas diversas al estar tan espaciada de las otras dos de las que se tiene reporte.

Un aspecto importante que cabe recalcar, es que este asteroide no cuenta con registros de modelos de forma, por lo que la obtenida en este trabajo será la primera presentada y se espera que cuente con la suficiente información en aras de fungir como un gran punto de partida para futuras investigaciones.

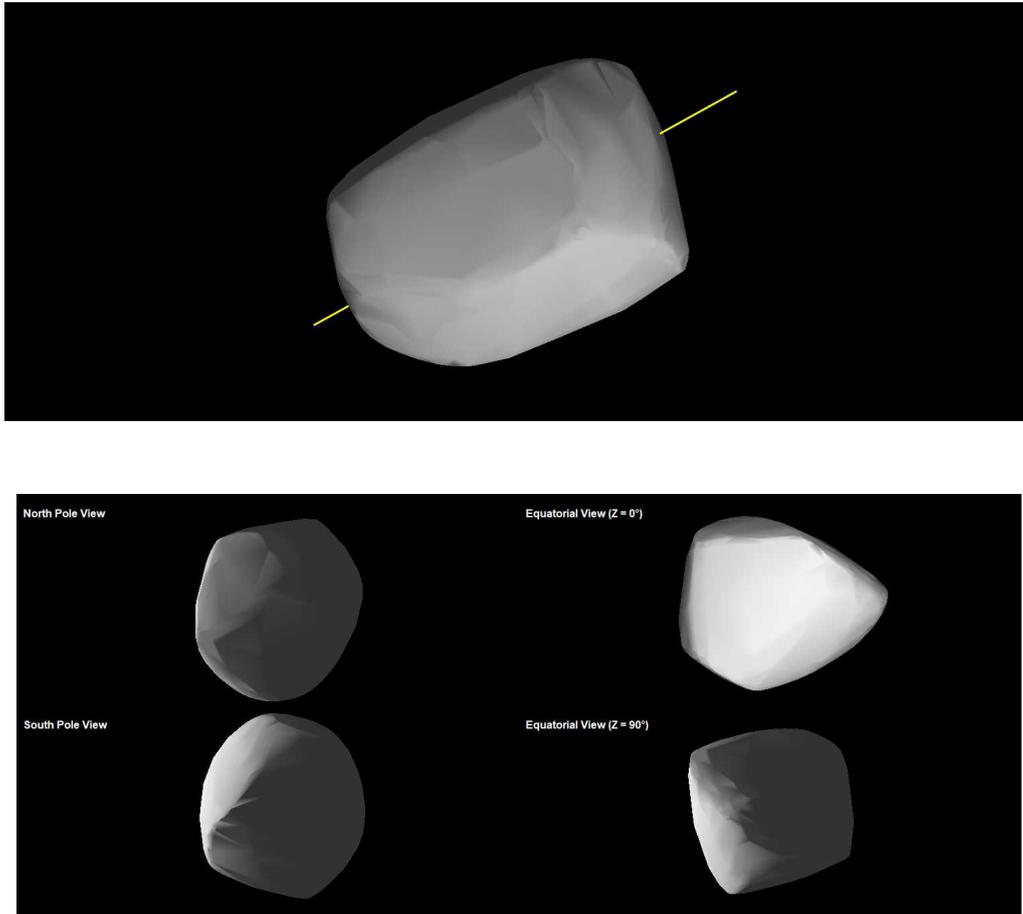
Modelo de forma (1468) Zomba

Figura 6.20: Modelo de forma del asteroide (1468) Zomba (del presente trabajo)

$$\lambda = 60.934 \quad \beta = -32.75$$

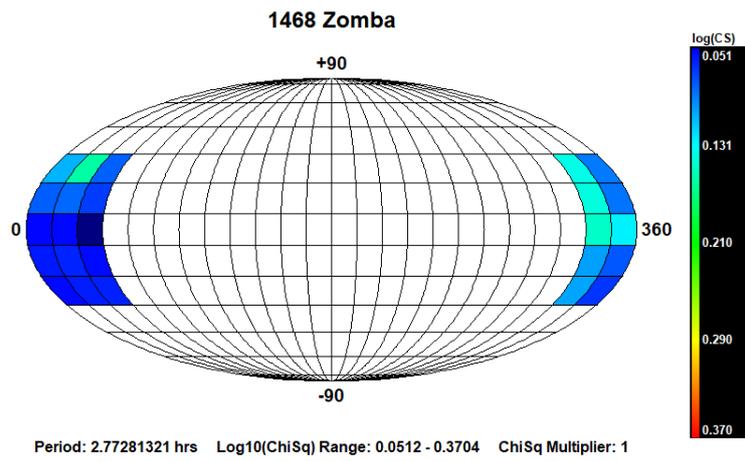


Figura 6.21: Posiciones de los polos para el asteroide (1468) Zomba

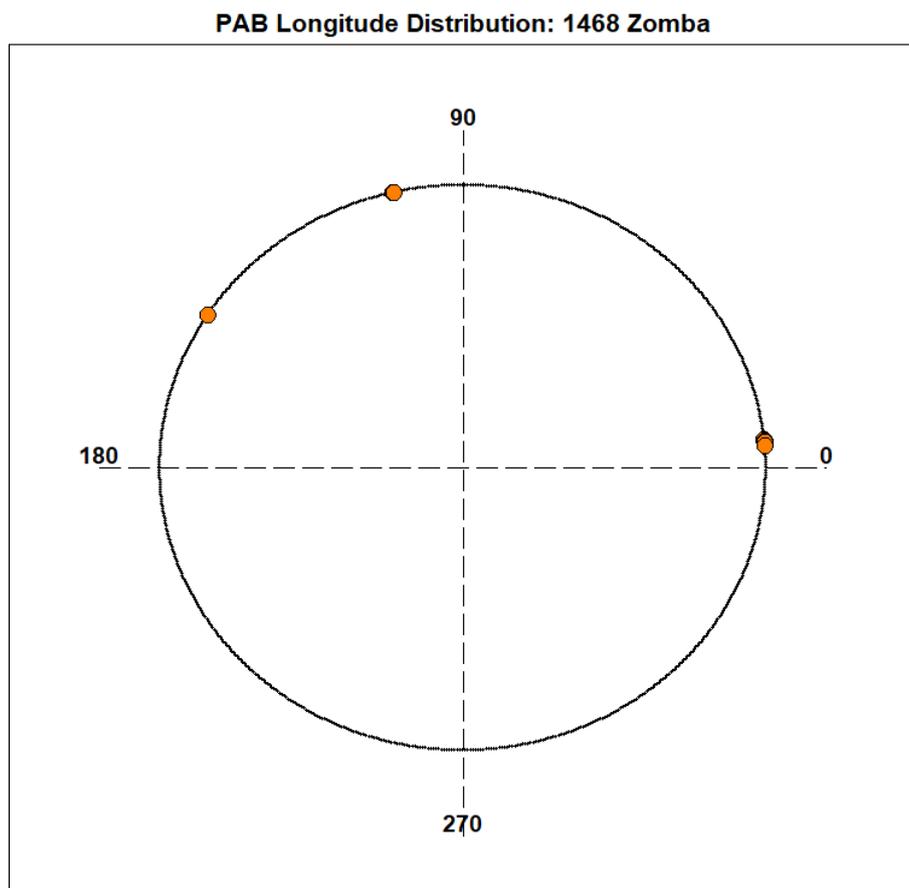


Figura 6.22: Distribución de PABL para el asteroide (1468) Zomba

6.4. (1777) Gehrels

6.4.1. Observaciones propias

El asteroide (1777) cuenta con 4 observaciones con ángulos de fase de 5.59° , 6.45° , 9.20° y 19.37° . También es importante conocer que el período es de $2.835hrs$, con un albedo de 0.244 y un diámetro de $11.891km$ (MPC, 2021).

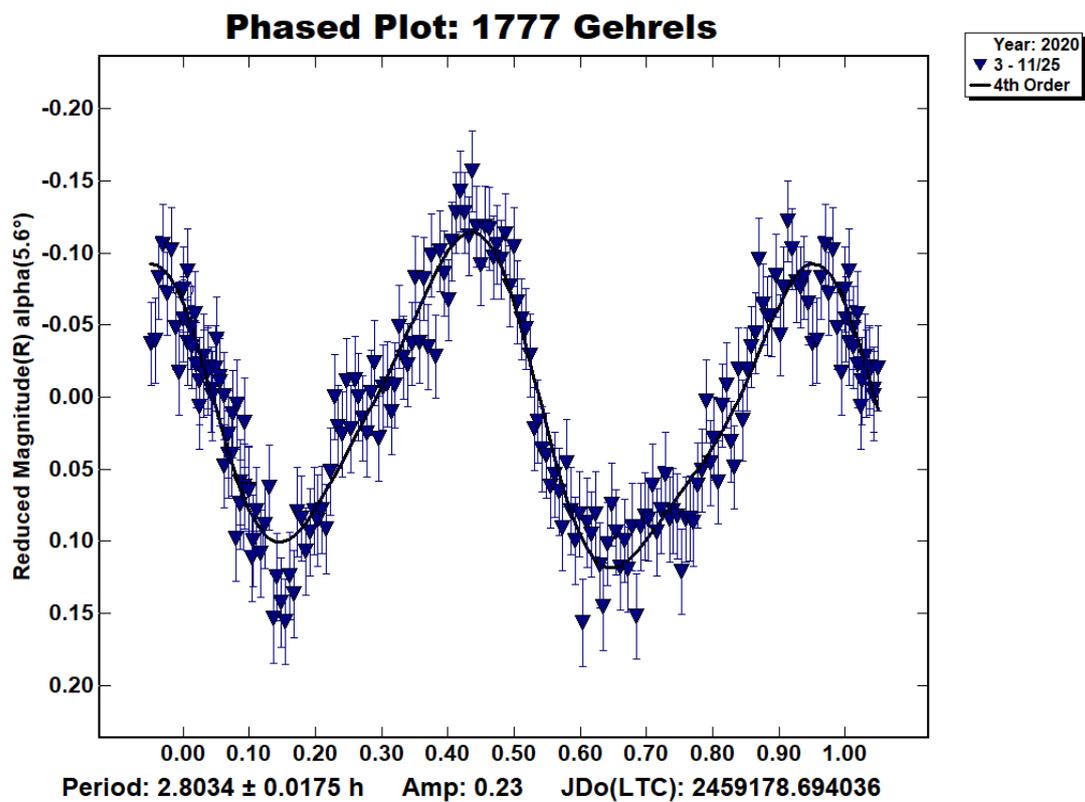


Figura 6.23: Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con ángulo de fase 5.59° (2020-11-25)

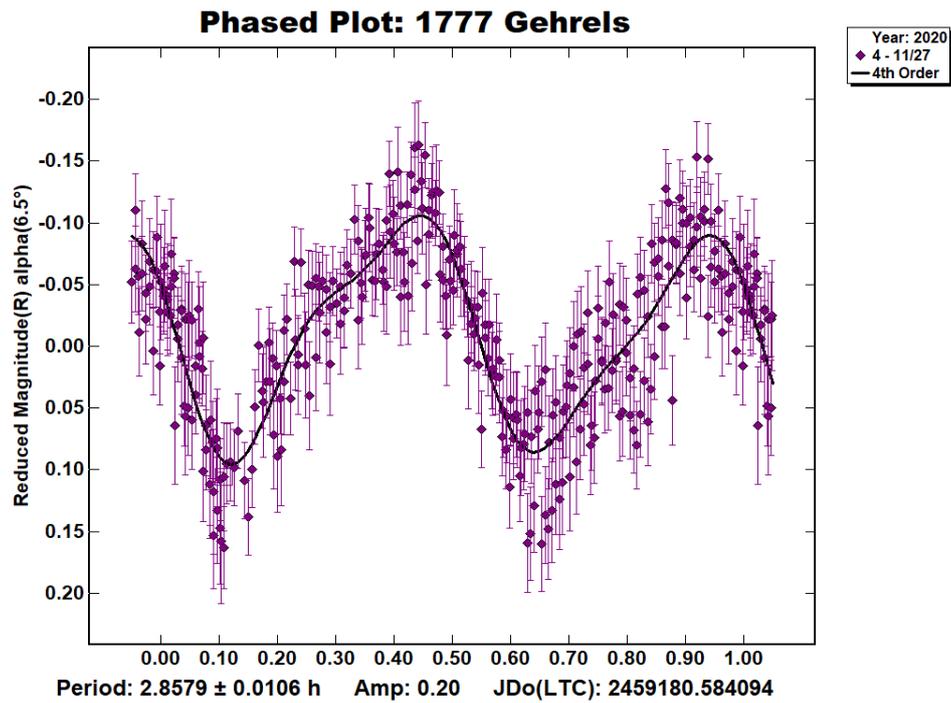


Figura 6.24: Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con ángulo de fase 6.45° (2020-11-27)

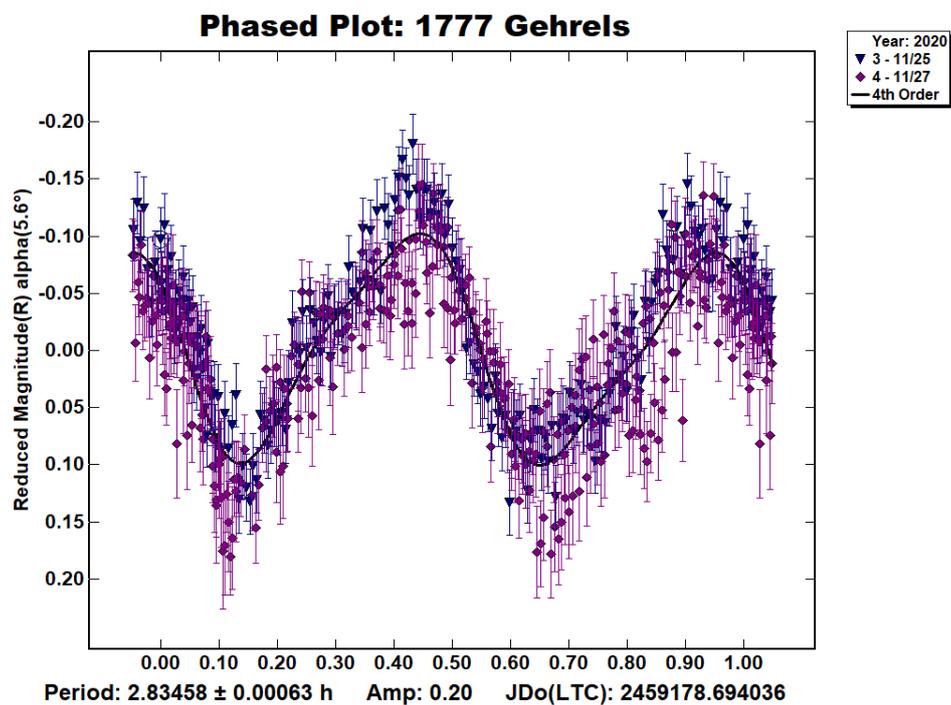


Figura 6.25: Combinación de las dos curvas de luz anteriores (hecha por la poca diferencia entre sus ángulos de fase)

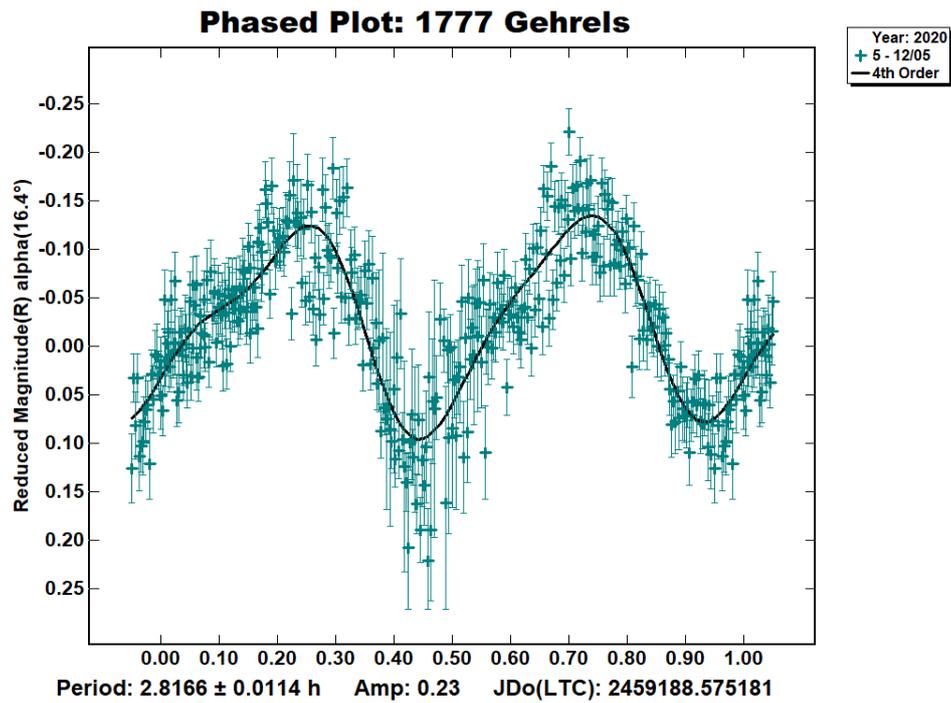


Figura 6.26: Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con ángulo de fase 9.20° (2020-12-05)

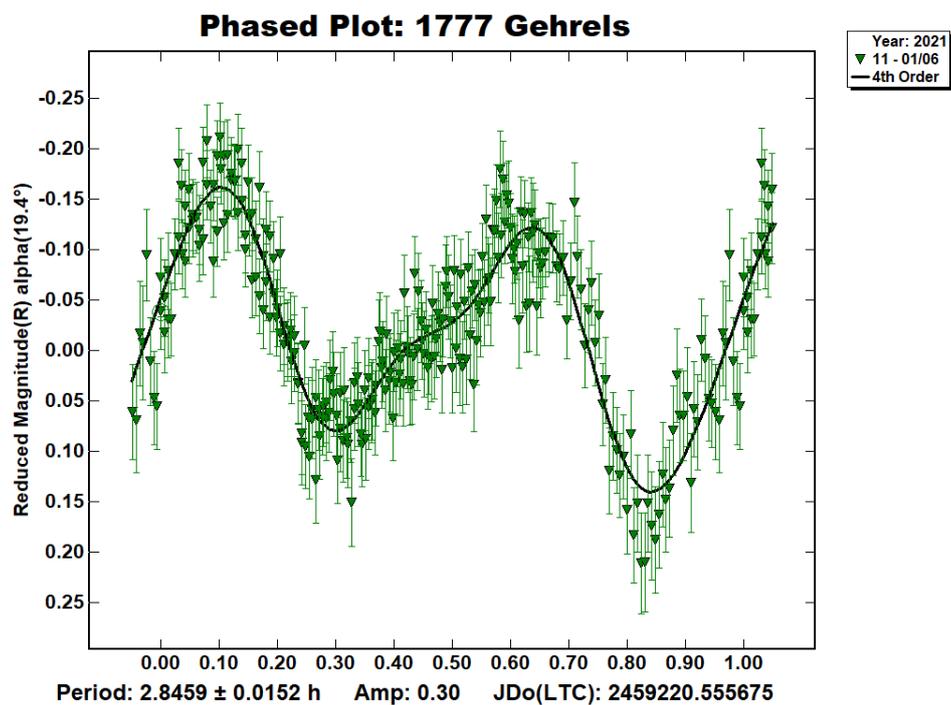


Figura 6.27: Curva de luz del asteroide (1777) Gehrels, con Ángulo de fase 19.37° (2021-01-06)

6.4.2. Inversión de Curvas de luz

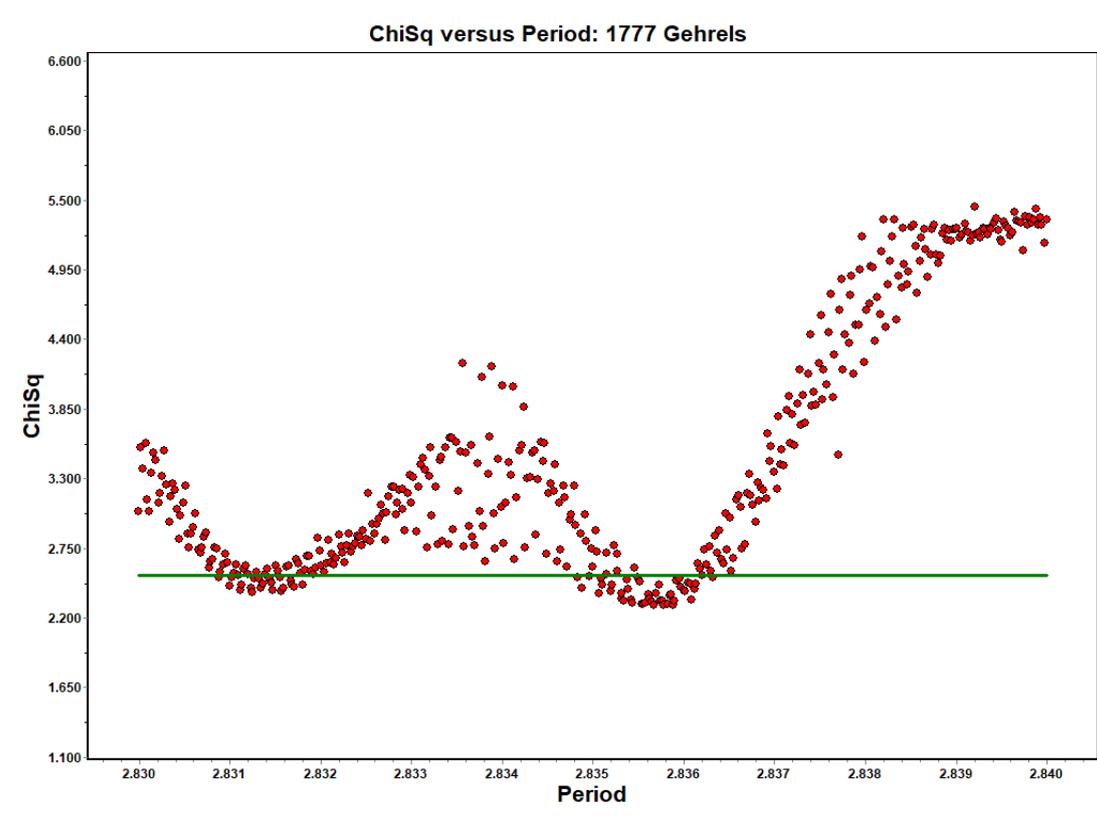


Figura 6.28: Búsqueda de período del asteroide (1777) Gehrels

El asteroide (1777) Gehrels contaba con muy pocas curvas de luz que únicamente cubrían dos porciones importantes del diagrama PABL, en este trabajo aumentó el número de curvas cercanas a 60° de longitud de ángulo de fase en tal diagrama. Se sabe que mínimo deben cubrirse dos cuadrantes de la distribución de longitud de ángulo de fase para poder obtener un modelo de forma aceptable, ya que es necesario que se tengan distintas perspectivas de la geometría del asteroide y esto se indica con el diagrama PABL. Por su parte, el período aquí encontrado es de $2.83554898hrs$ que concuerda con aquel con el menor error reportado en el MPC, que es de $2.83552hrs$.

En esta tesis se presenta el primer modelo de forma obtenido del asteroide (1777) Gehrels, creado con información observacional aquí obtenida y con las pocas curvas de luz reportadas en ALCDEF.

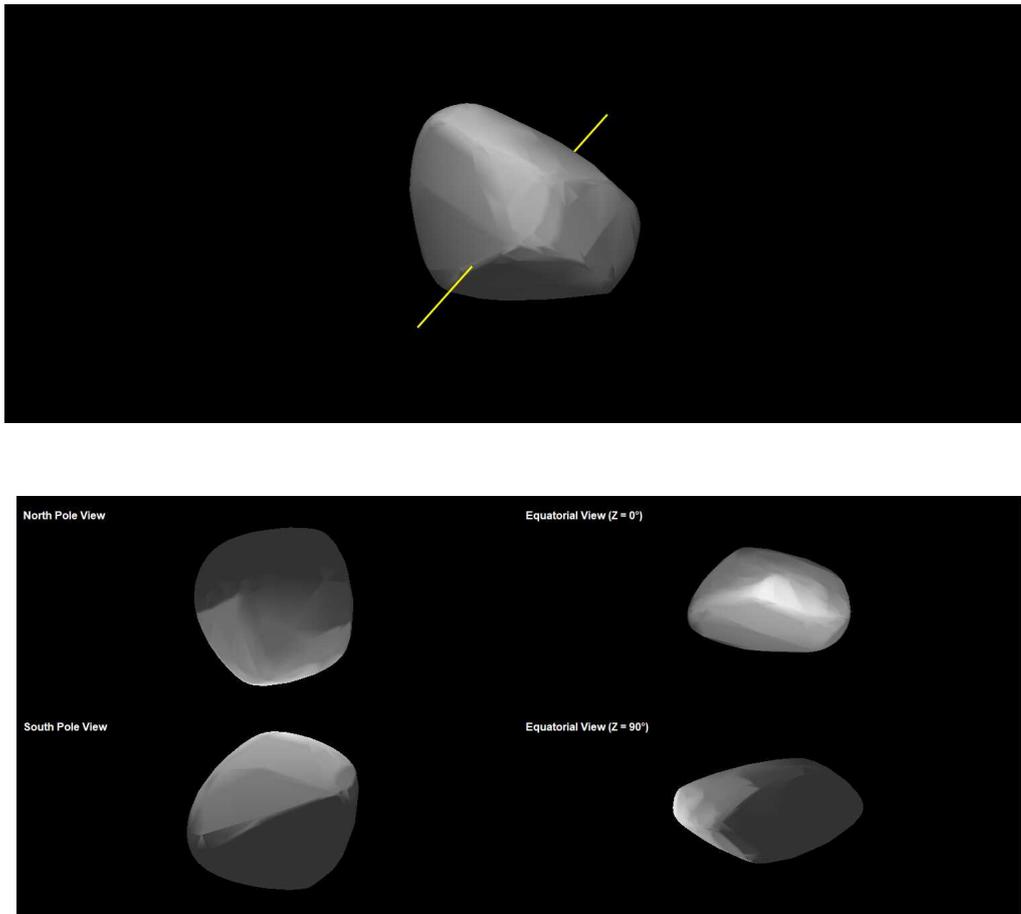
Modelo de forma (1777) Gehrels

Figura 6.29: Modelo de forma del asteroide (1777) Gehrels (del presente trabajo)

$$\lambda = 316.169 \quad \beta = 43.607$$

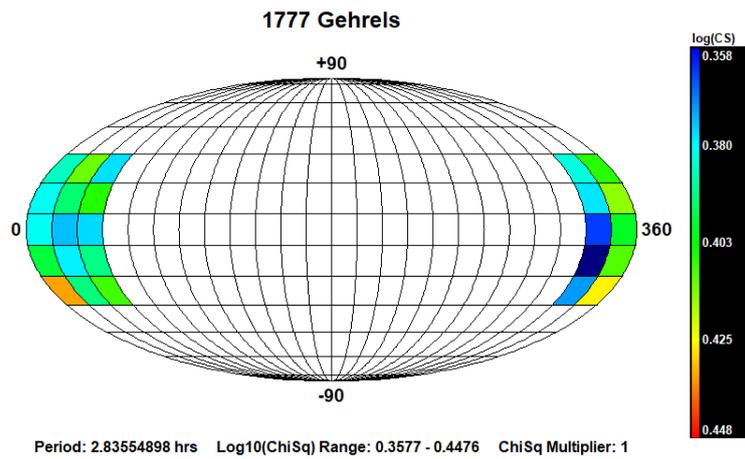


Figura 6.30: Posiciones de polos para el asteroide (1777) Gehrels

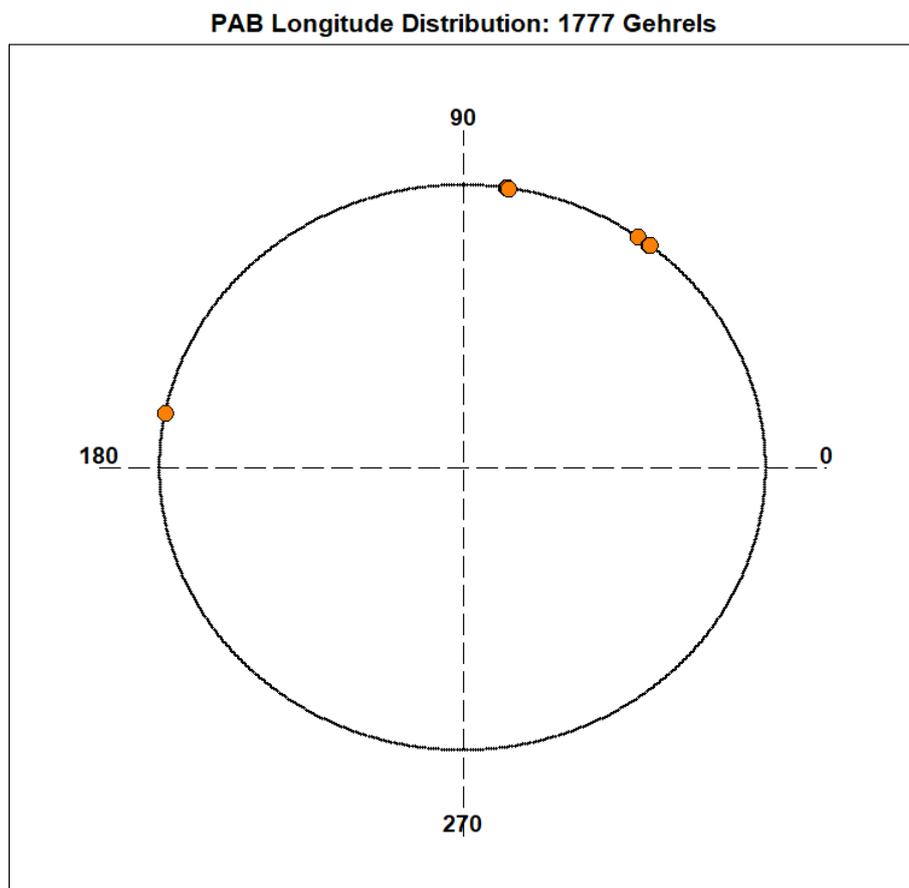


Figura 6.31: Distribución de PABL para el asteroide (1777) Gehrels

6.5. (2501) Lohja

6.5.1. Observaciones propias

El asteroide (2501) cuenta con una sola observación. Esta observación se hizo la noche del 16 de marzo de 2021 con un ángulo de fase de 0.71° contando con un período de 3.808hrs , albedo de 0.281 y diámetro de 10.073km (MPC, 2021).

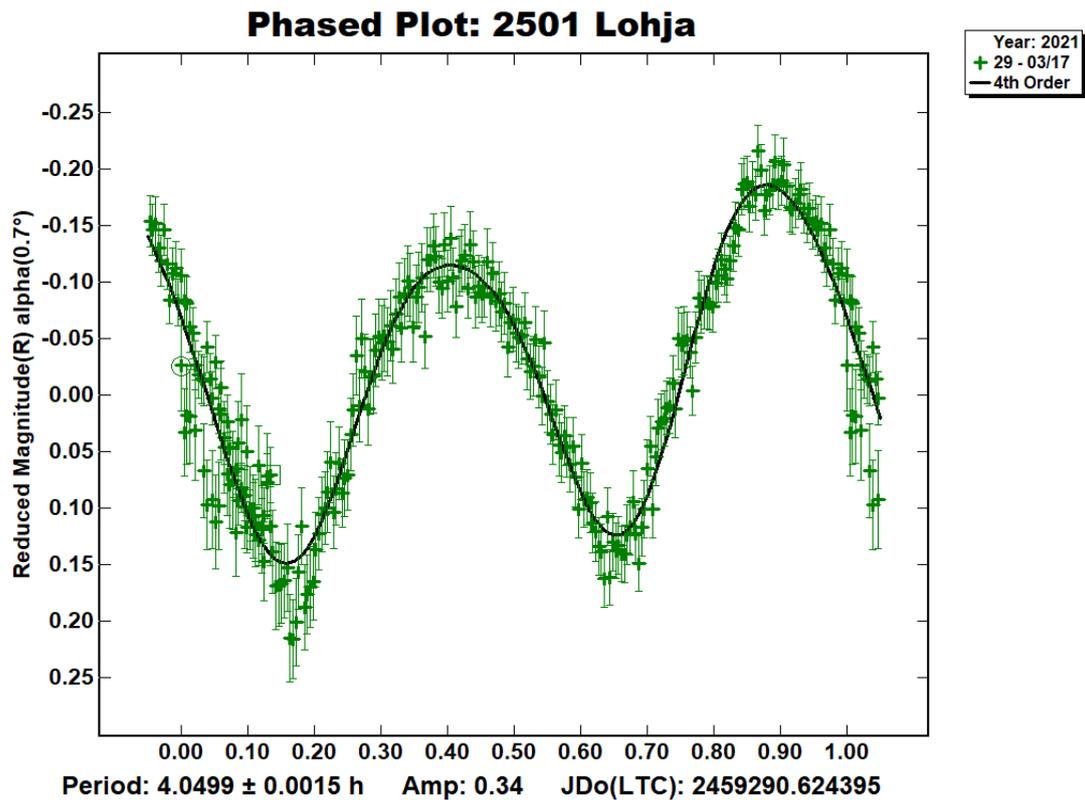


Figura 6.32: Curva de luz del asteroide (2501) Lohja (2021-03-16)

6.5.2. Inversión de Curvas de luz

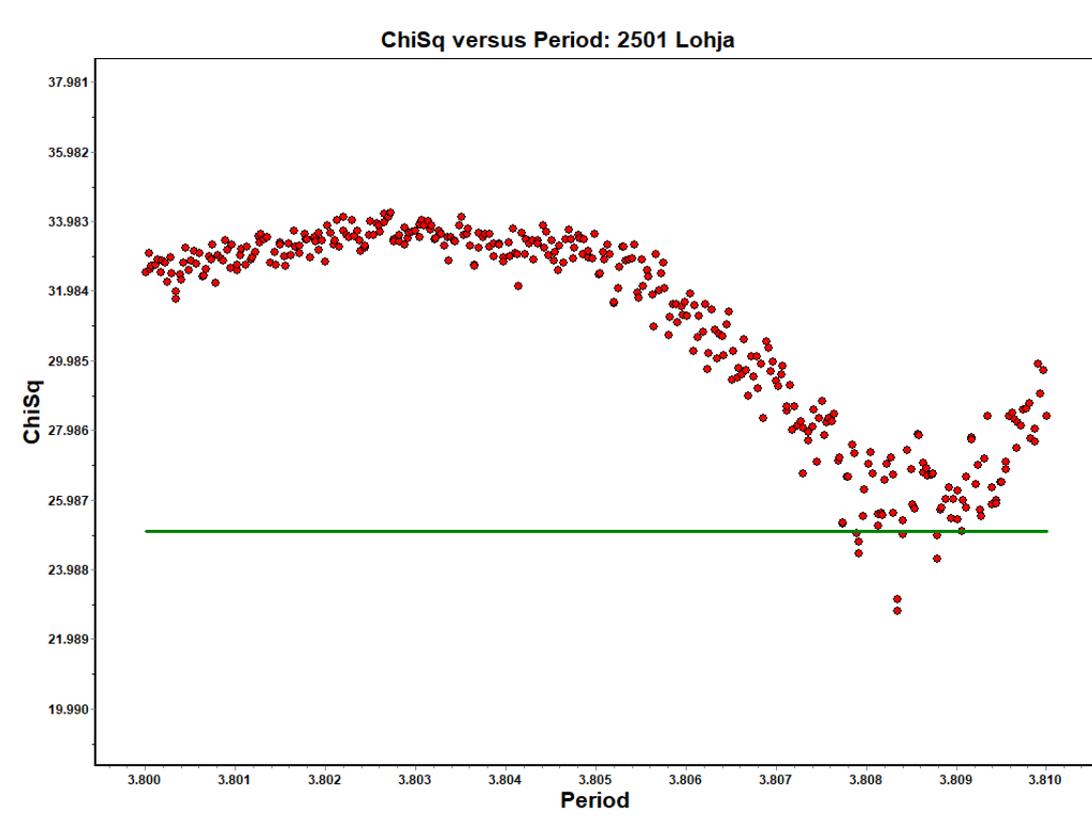


Figura 6.33: Búsqueda de período del asteroide (2501) Lohja

Para el caso del asteroide (2501) Lohja, únicamente se aportó una curva de luz a partir de las observaciones hechas en este trabajo. El asteroide cuenta con múltiples curvas de luz distribuidas en todo el diagrama PABL, por lo que se tiene conocimiento de casi toda la geometría del objeto. Entonces, la reconstrucción de su forma es altamente precisa ya que se utilizaron todas las curvas de luz disponibles, tanto en ALCDEF como en DAMIT.

La búsqueda del período converge en $3.80835317hrs$, cantidad muy cercana a las $3.80836hrs$ que reporta el MPC como el período con el error más bajo.

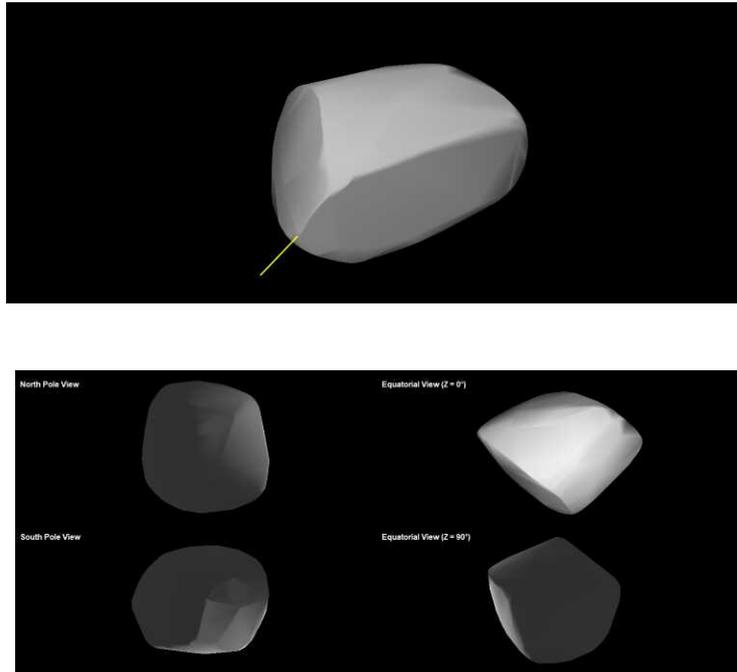
Modelo de forma (2501) Lohja

Figura 6.34: Modelo de forma del asteroide (2501) Lohja (del presente trabajo)

$$\lambda = 335.197 \quad \beta = 28.386$$

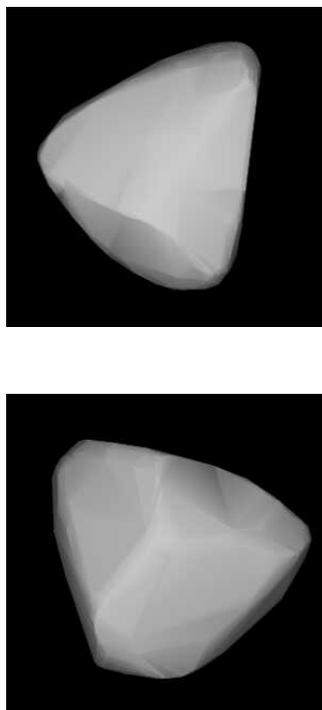


Figura 6.35: Modelos de forma del asteroide (2501) Lohja (recuperados de DAMIT)

Para la imagen superior: $\lambda = 278 \quad \beta = 29$. Para la imagen inferior: $\lambda = 105 \quad \beta = 41$

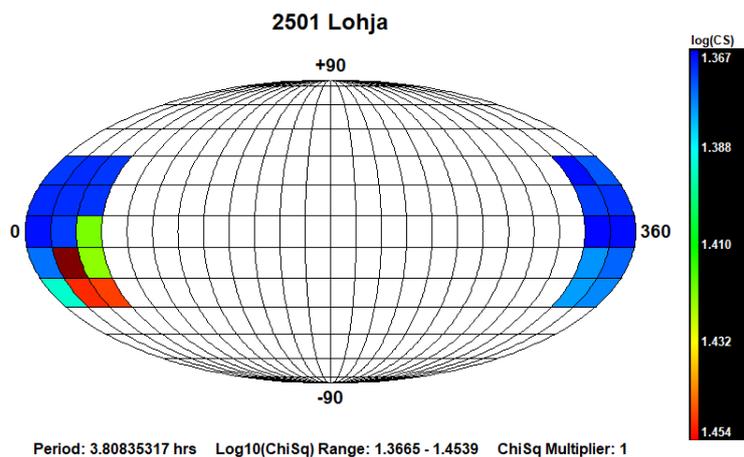


Figura 6.36: Posiciones de polos para el asteroide (2501) Lohja

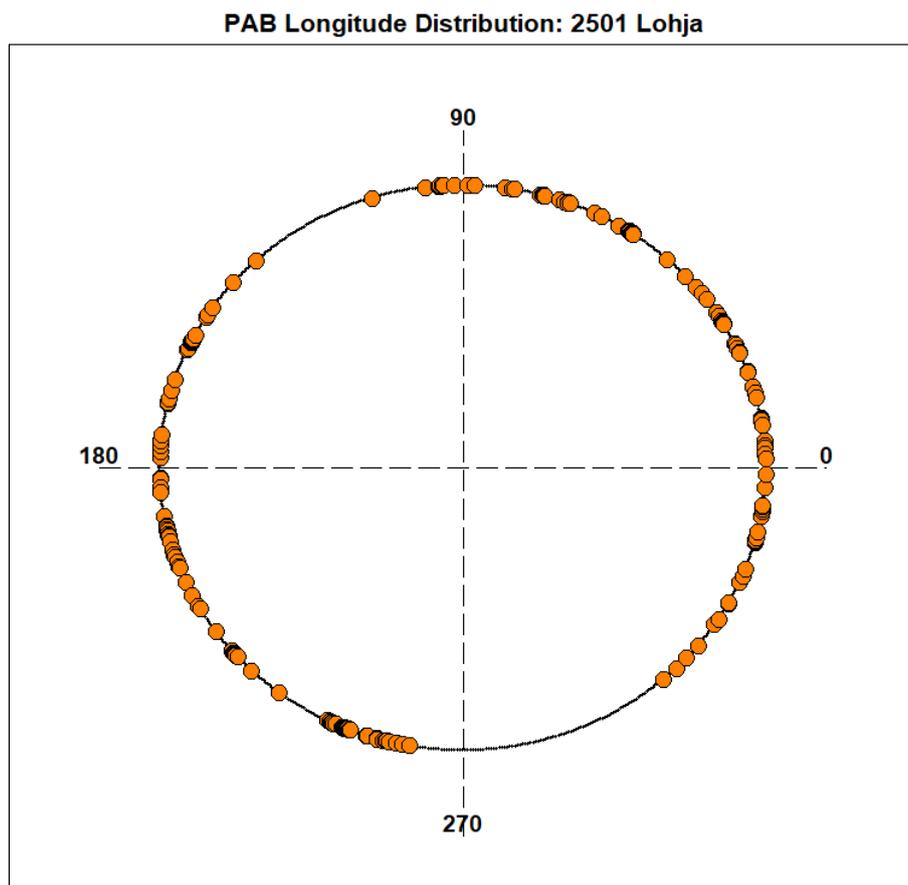


Figura 6.37: Distribución de PABL para el asteroide (2501) Lohja

6.6. (4404) Enirac

6.6.1. Observaciones propias

El asteroide (4404) cuenta con 4 observaciones con ángulos de fase de 7.63° , 11.84° , 13.61° y 18.4° . También es importante conocer que el período es de $2.997hrs$, con un albedo de 0.239 y un diámetro de $6.611km$ (MPC, 2021).

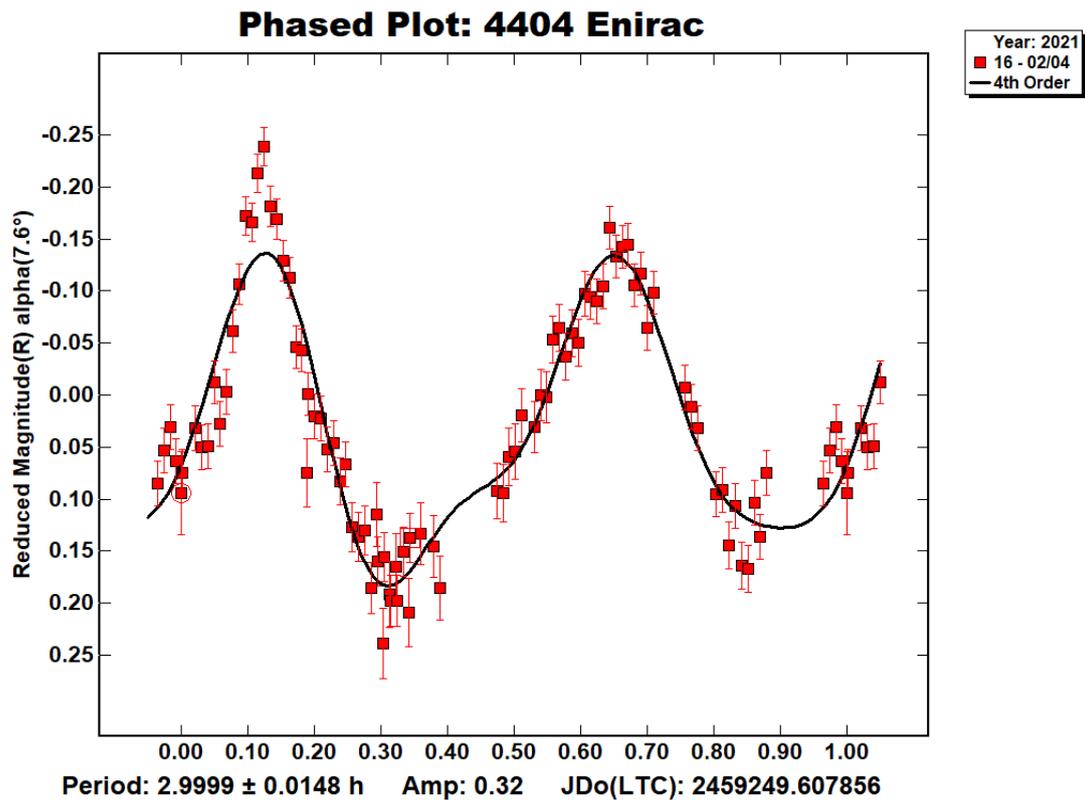


Figura 6.38: Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 7.63° (2021-02-04)

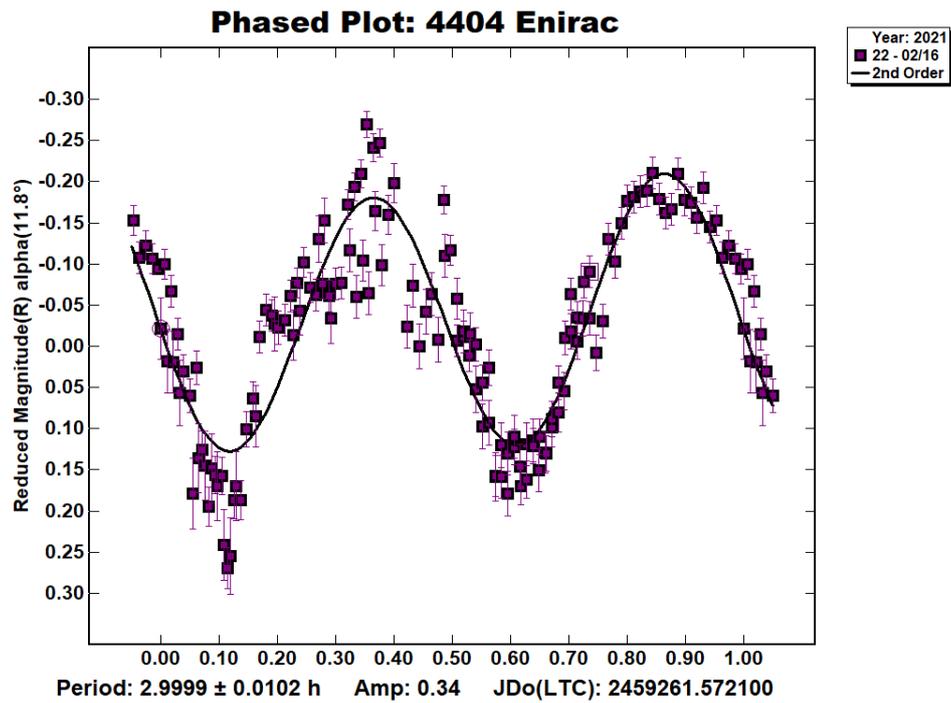


Figura 6.39: Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 11.84°(2021-02-16)

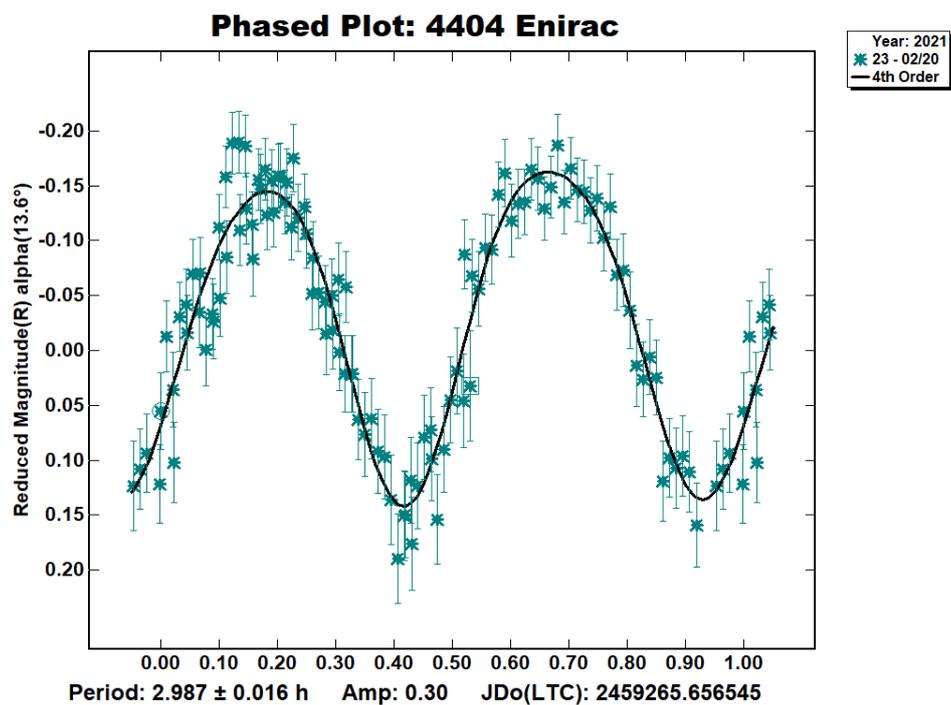


Figura 6.40: Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 13.61°(2021-02-20)

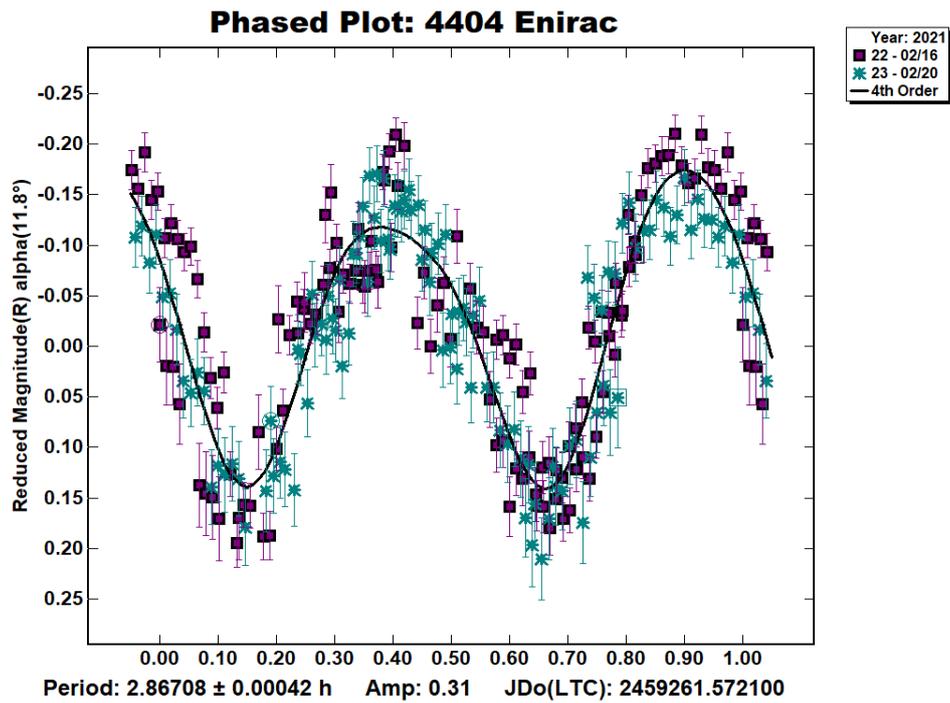


Figura 6.41: Combinación de las dos curvas de luz anteriores (hecha por la poca diferencia entre sus ángulos de fase)

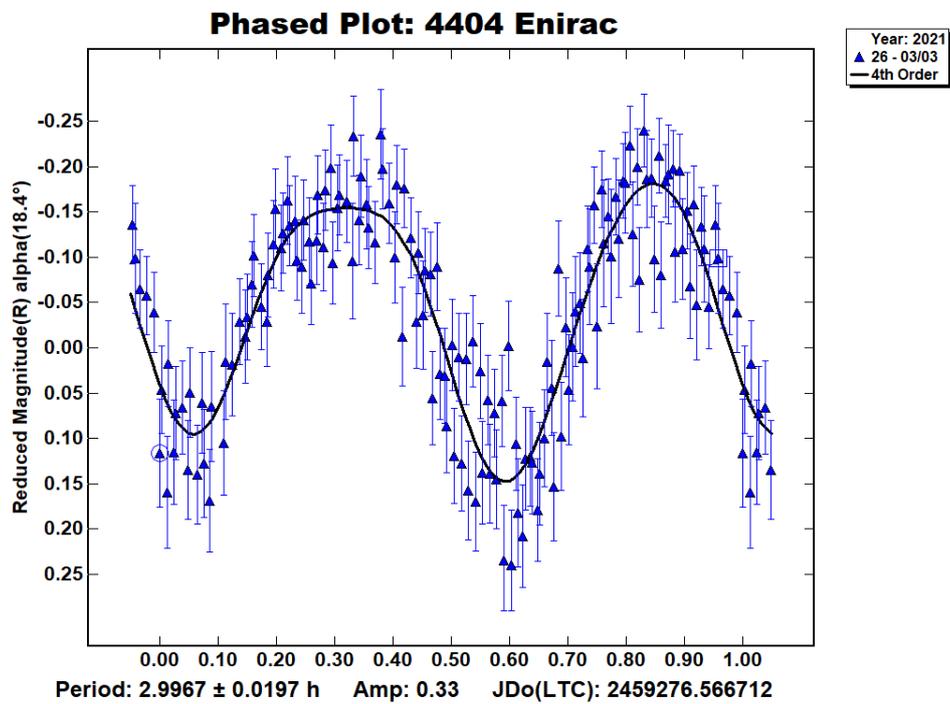


Figura 6.42: Curva de luz del asteroide (4404) Enirac, con ángulo de fase 18.4°(2021-03-03)

6.6.2. Inversión de Curvas de luz

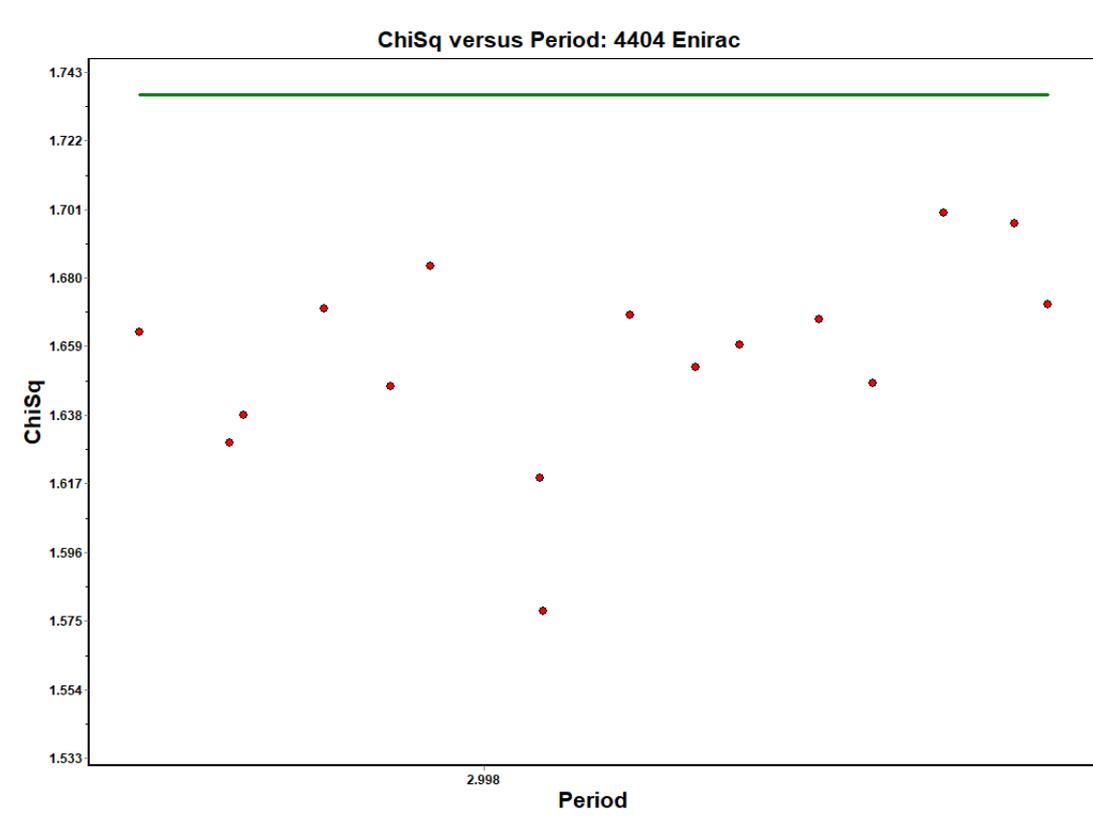


Figura 6.43: Búsqueda de período del asteroide (4404) Enirac

El asteroide (4404) Enirac posee una gran cantidad de curvas de luz en ALCDEF, sin embargo, muchas de ellas resultaron ser de baja calidad, por lo que aquellas cercanas a los 360° fueron omitidas para este estudio. Las observaciones realizadas aportaron curvas de luz respectivas a un PABL cercano a 125° , se puede decir que constituyen una nueva perspectiva de este objeto, y, a comparación de las curvas desechadas, aportan información significativa de la geometría del asteroide. Además, también se brinda un modelo de forma nuevo, ya que no se poseían registros de él.

En el caso del período, se encontró que este es de $2.99805666hrs$, comparándolo con el reportado por el MPC que es de $2.99785hrs$, los valores son equiparables, denotando una vez más que los procedimientos aquí realizados son confiables.

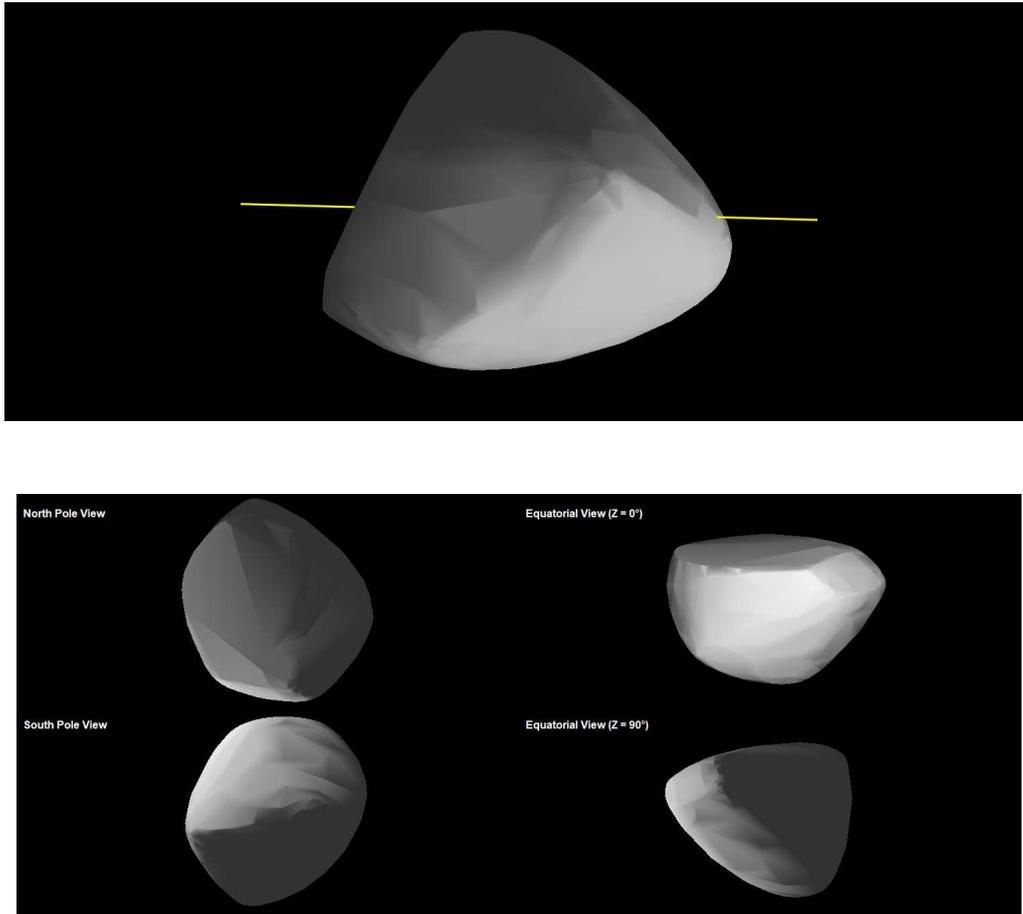
Modelo de forma (4404) Enirac

Figura 6.44: Modelo de forma del asteroide (4404) Enirac (del presente trabajo)

$$\lambda = 37.51 \quad \beta = -1.891$$

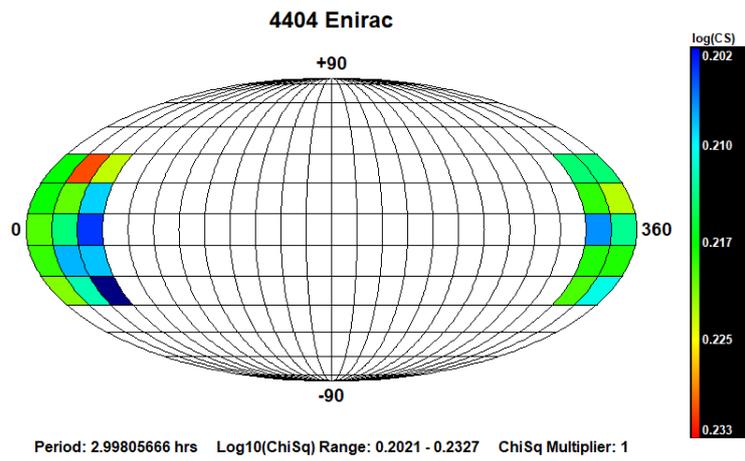


Figura 6.45: Posiciones de polos para el asteroide (4404) Enirac

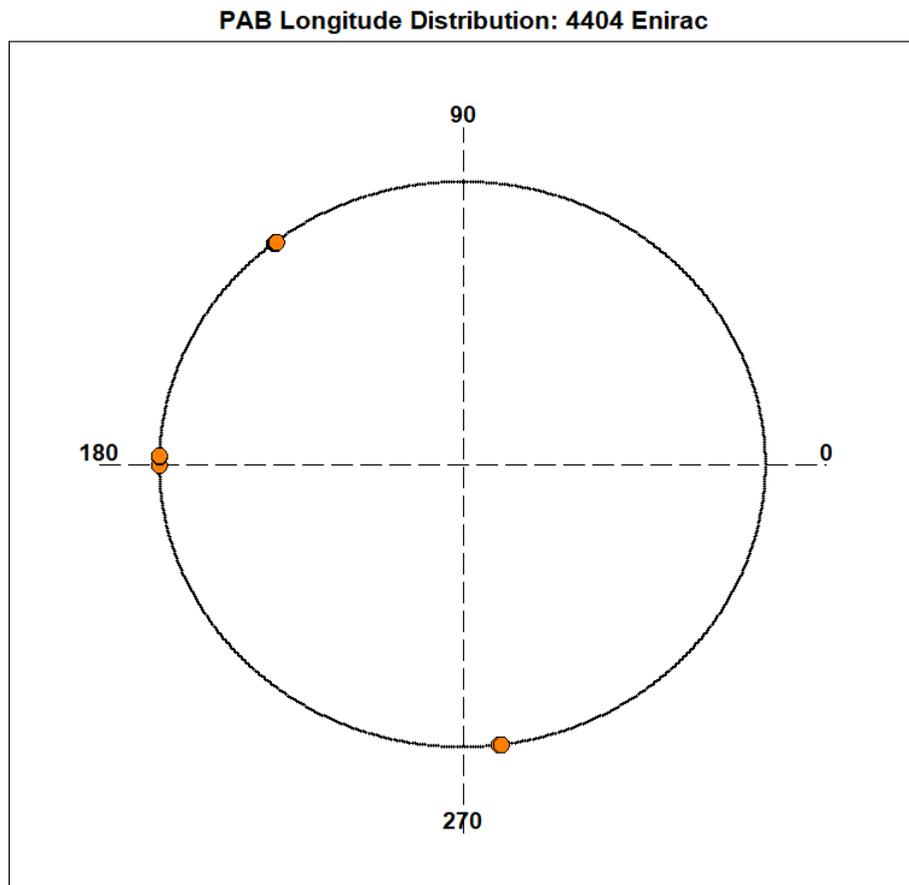


Figura 6.46: Distribución de PABL para el asteroide (4404) Enirac

6.7. (9387) Tweedledee

6.7.1. Observaciones propias

El asteroide (9387) cuenta con 3 observaciones con ángulos de fase de 7.98° , 13.36° y 16.74° . También es importante conocer que el período es de 3.534hrs , con un albedo de 0.225 y un diámetro de 4.42km (MPC, 2021).

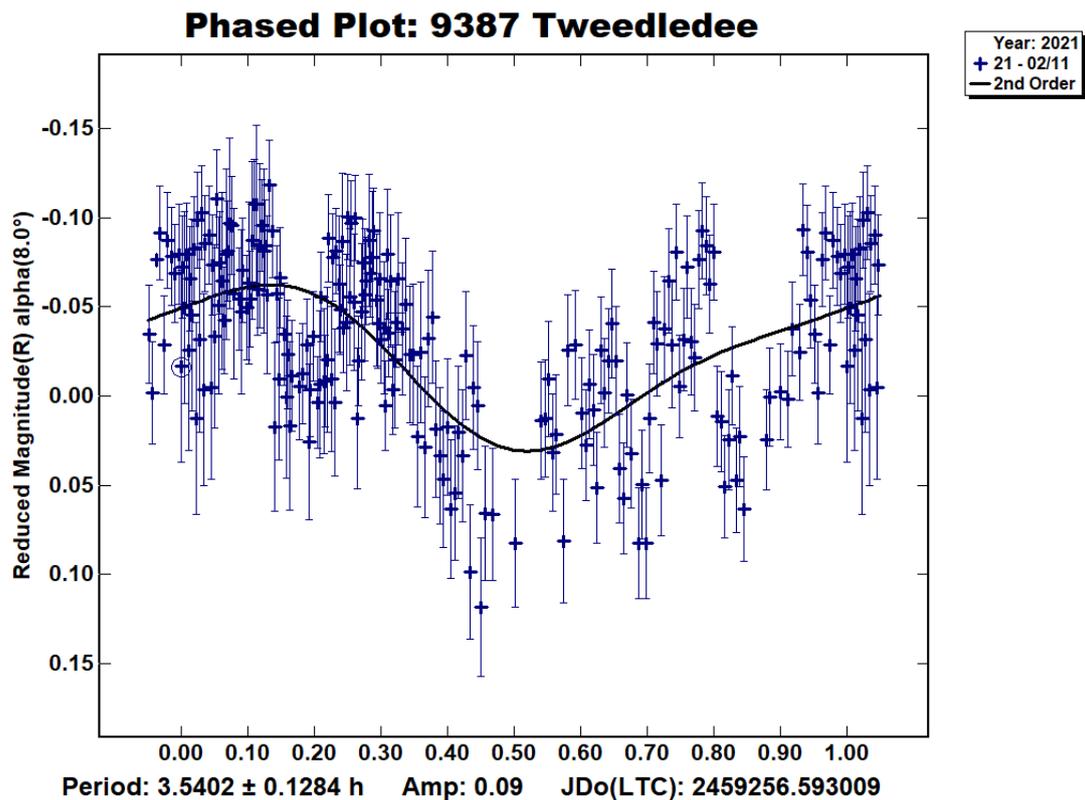


Figura 6.47: Curva de luz del asteroide (9387) Tweedledee, con ángulo de fase 7.98° (2021-02-11)

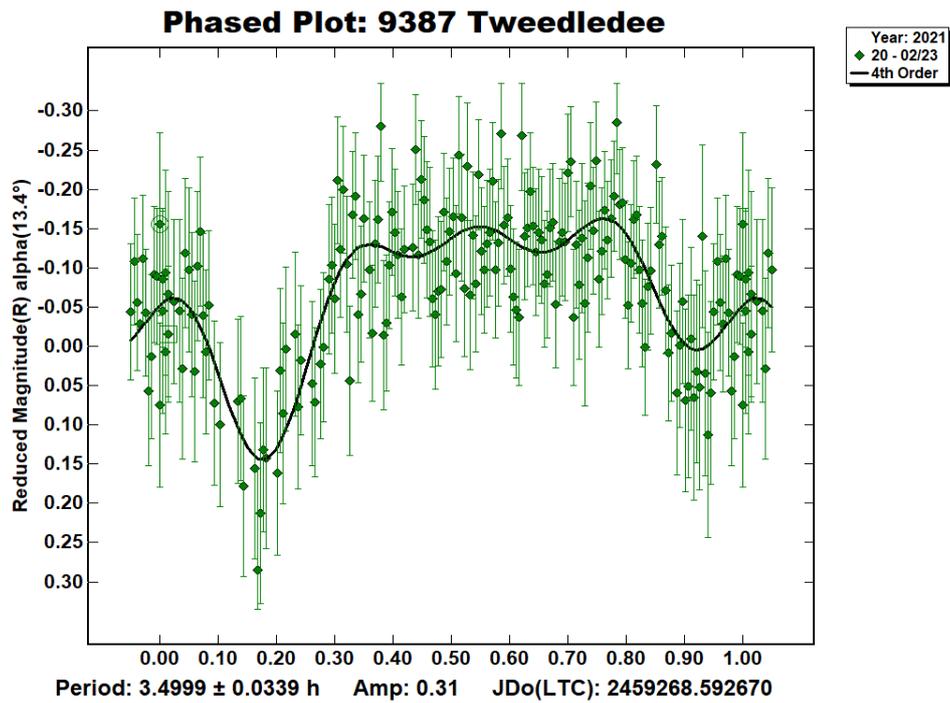


Figura 6.48: Curva de luz del asteroide (9387) Tweedledee, con ángulo de fase 13.36°(2021-02-23)

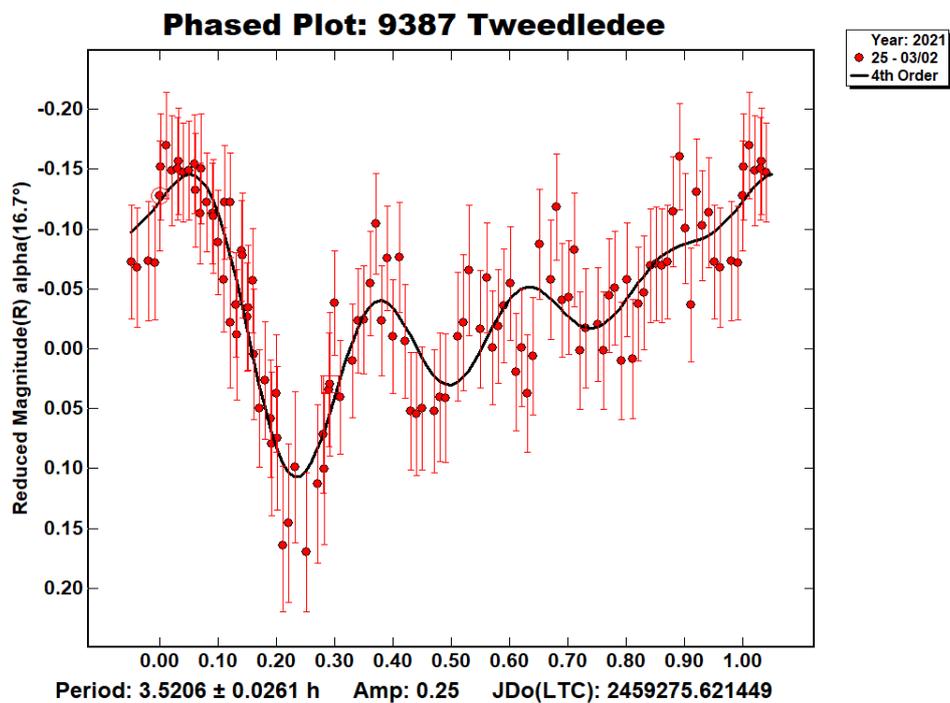


Figura 6.49: Curva de luz del asteroide (9387) Tweedledee, con ángulo de fase 16.74°(2021-03-02)

6.7.2. Inversión de Curvas de luz

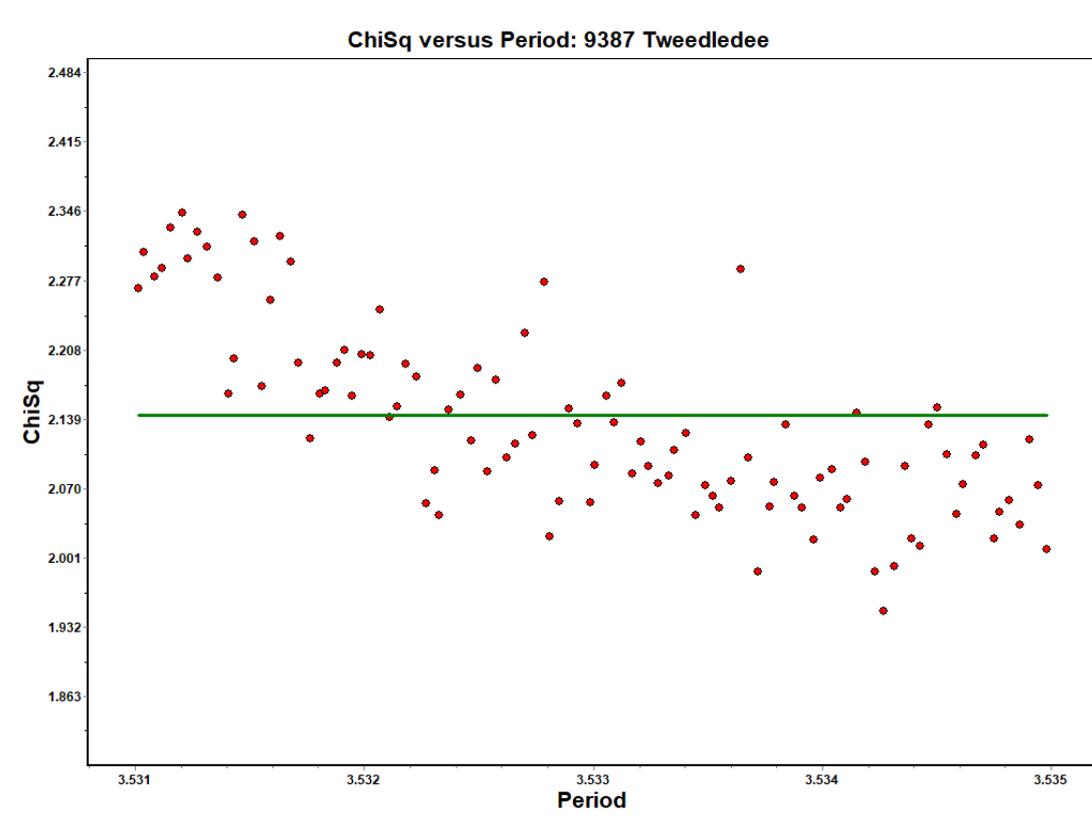


Figura 6.50: Búsqueda de período del asteroide (9387) Tweedledee

Se puede notar que la búsqueda de período del asteroide (9387) Tweedledee converge en $3.53426938hrs$ y que coincide con el registrado en el MPC, que es de $3.534hrs$.

Este es el último de los asteroides en los que se aporta un nuevo modelo de forma, en el que se aportan 3 curvas de luz de buena calidad y que corresponden a una longitud cercana a los 130° en el diagrama PABL. Analizando la figura 6.53 se puede notar que el asteroide cuenta con 3 distintos puntos de observación, por lo que el modelo de forma generado es de buena calidad.

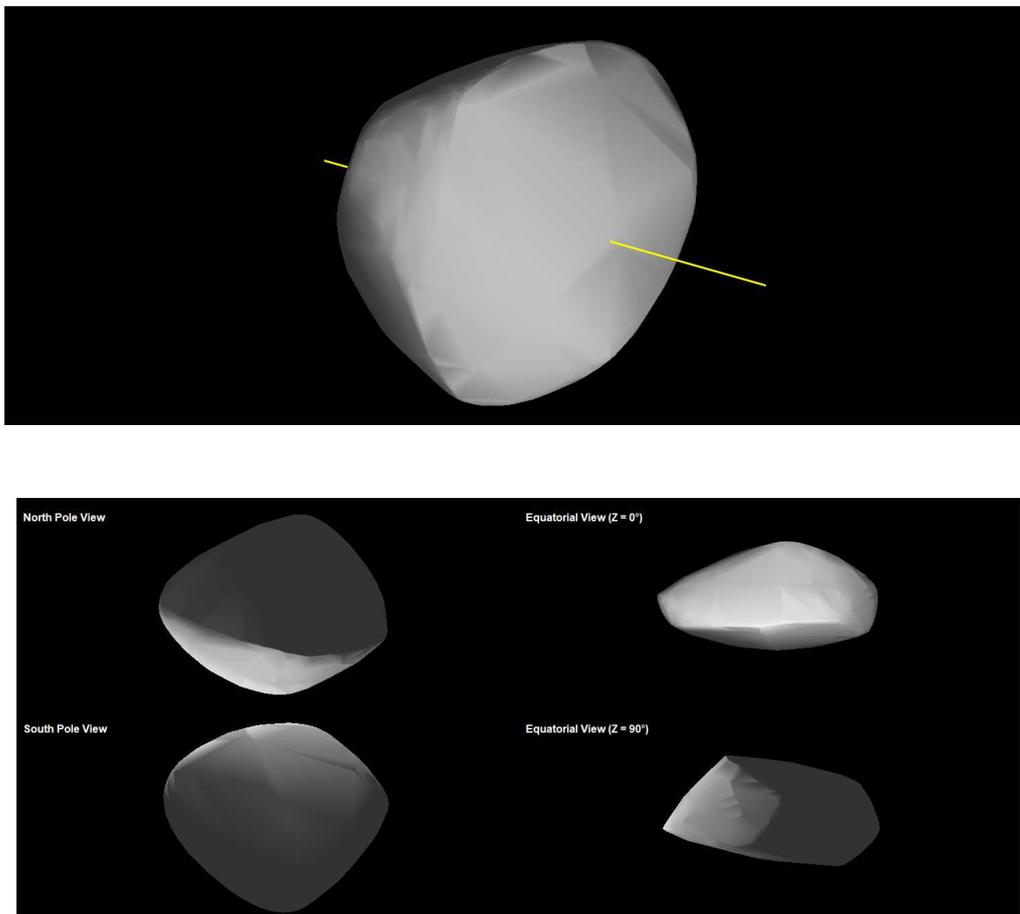
Modelo de forma (9387) Tweedledee

Figura 6.51: Modelo de forma del asteroide (9387) Tweedledee (del presente trabajo)

$$\lambda = 36.461 \quad \beta = 12.506$$

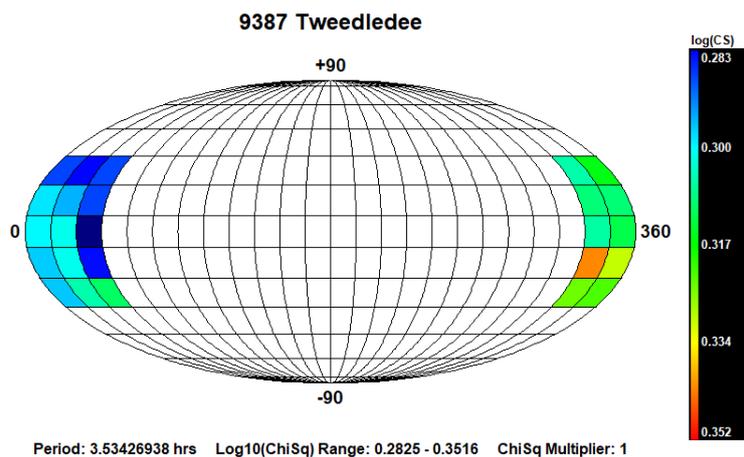


Figura 6.52: Posiciones de polos para el asteroide (9387) Tweedledee

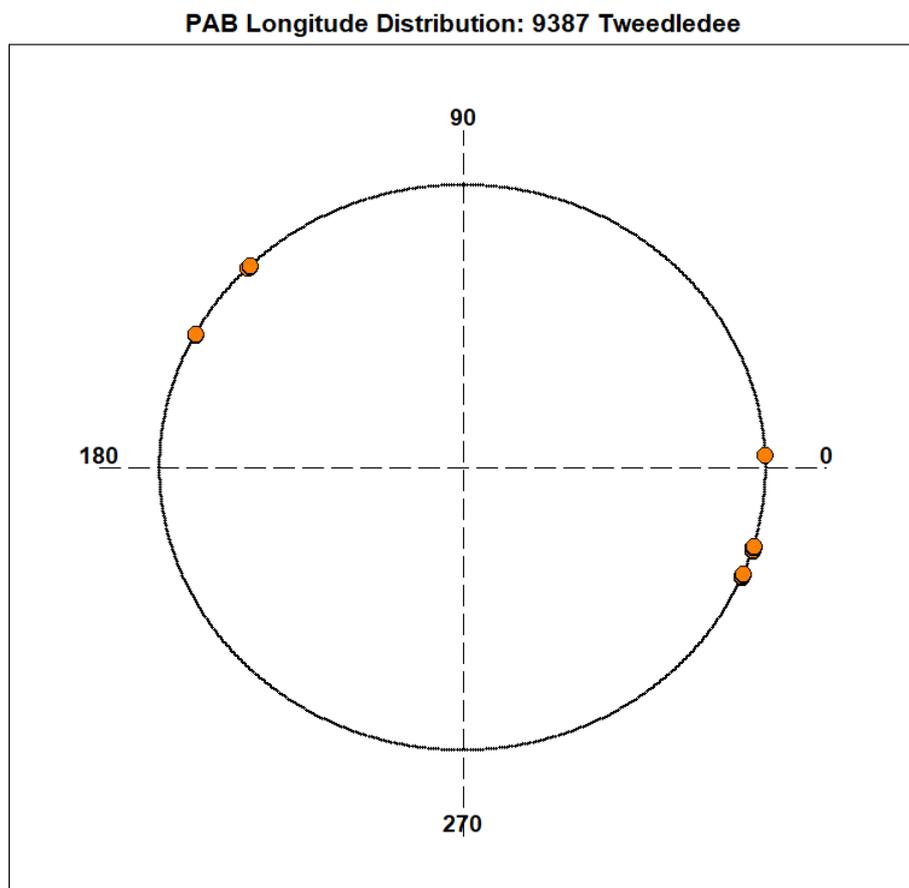


Figura 6.53: Distribución de PABL para el asteroide (9387) Tweedledee

6.8. 18881 1999 XL 195

6.8.1. Observaciones propias

El asteroide (18881) cuenta con 3 observaciones con ángulos de fase de 1.59° , 6.93° y 12.02° . También es importante conocer que el período es de 2.98hrs , con un albedo de 0.197 y un diámetro de 8675km (MPC, 2021).

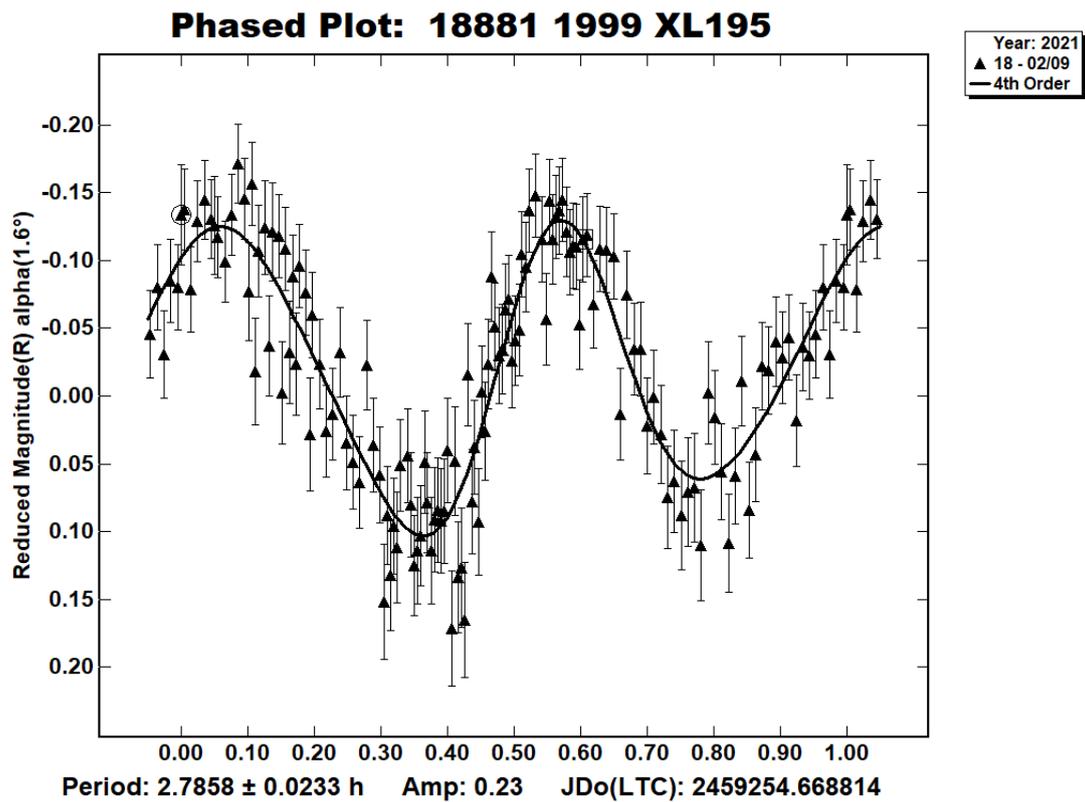


Figura 6.54: Curva de luz del asteroide (18881) 1999 XL195, con ángulo de fase 1.59° (2021-02-09)

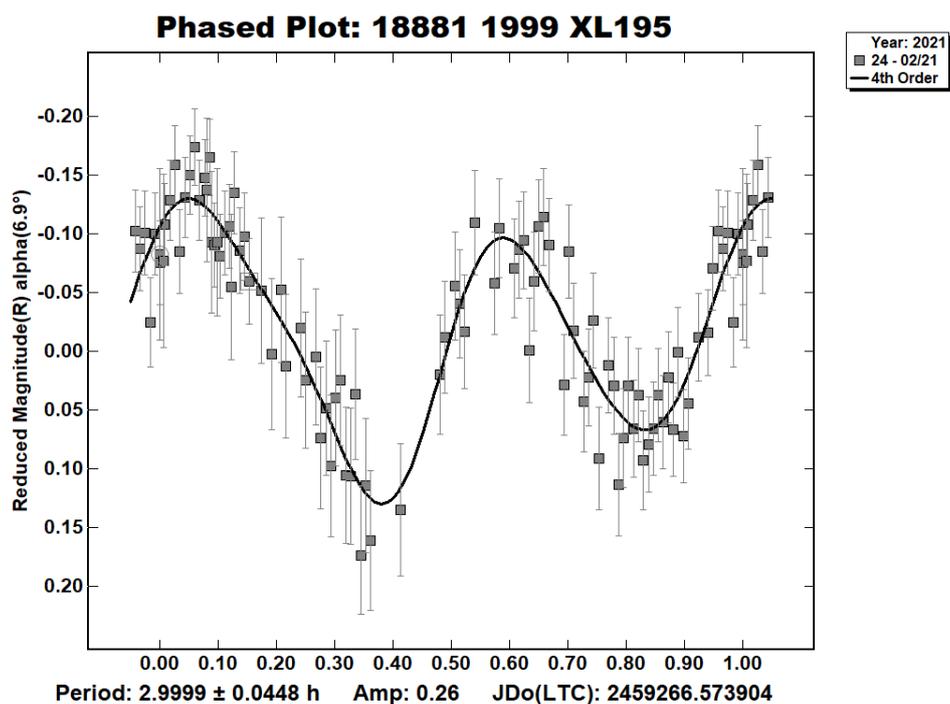


Figura 6.55: Curva de luz del asteroide (18881) 1999 XL195, con ángulo de fase 6.93°(2021-02-21)

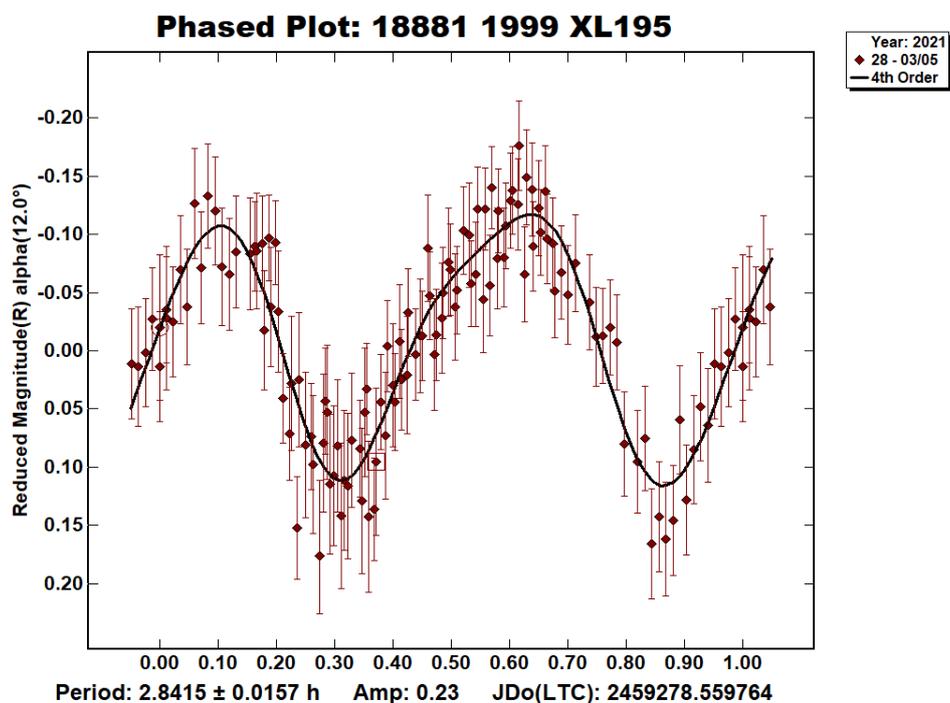


Figura 6.56: Curva de luz del asteroide (18881) 1999 XL195, con ángulo de fase 12.02°(2021-03-05)

6.8.2. Inversión de Curvas de luz

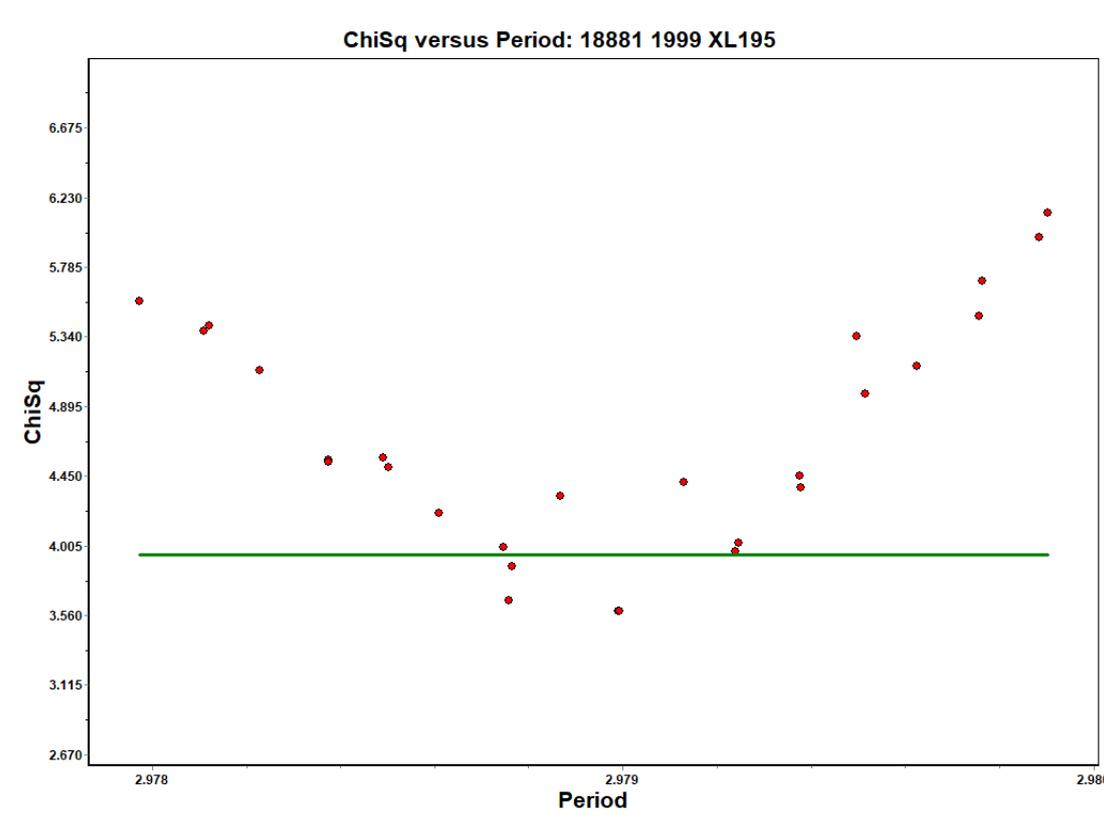


Figura 6.57: Búsqueda de período del asteroide (18881) 1999 XL 195

El asteroide (18881) 1999 XL195 es un caso particular, ya que únicamente tenía 2 curvas de luz registradas en la base de datos de DAMIT, sin embargo, se logró hacer una reconstrucción de su forma a partir de estas dos curvas y utilizando sus residuales, los cuales son interpretados por el programa como si se hubieran hecho una serie de observaciones en esas fechas. Por lo tanto, no se sabe qué tan confiable sea tal modelo, pero, en este estudio se aportaron 3 nuevas curvas de luz de alta calidad que también se utilizaron en conjunto con las ya registradas para generar un modelo de forma del asteroide, se espera que este nuevo modelo sea de mayor fidelidad que el reportado en DAMIT, ya que, como se podrá apreciar en la figura 6.58 y 6.59, las diferencias son bastante notables.

Por otro lado, la búsqueda de período arrojó 2.97899282hrs , cercano al reportado que es de 2.98hrs , sin embargo, este último es el único registro que se tiene del período correspondiente a este asteroide, por lo que se espera que el obtenido en el estudio sea mucho más preciso.

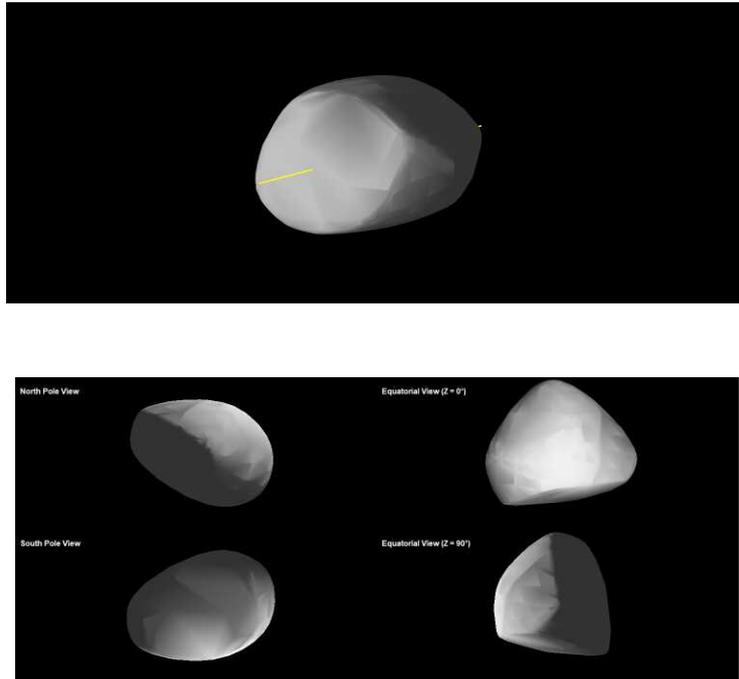
Modelo de forma (18881) 1999 XL195

Figura 6.58: Modelo de forma del asteroide (18881) 1999 XL195

$$\lambda = 4.530 \quad \beta = 13.726$$

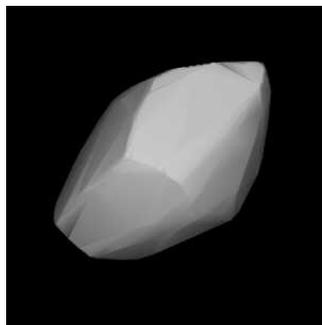


Figura 6.59: Modelo de forma del asteroide (18881) 1999 XL 195 (recuperado de DAMIT)

$$\lambda = 165 \quad \beta = 58$$

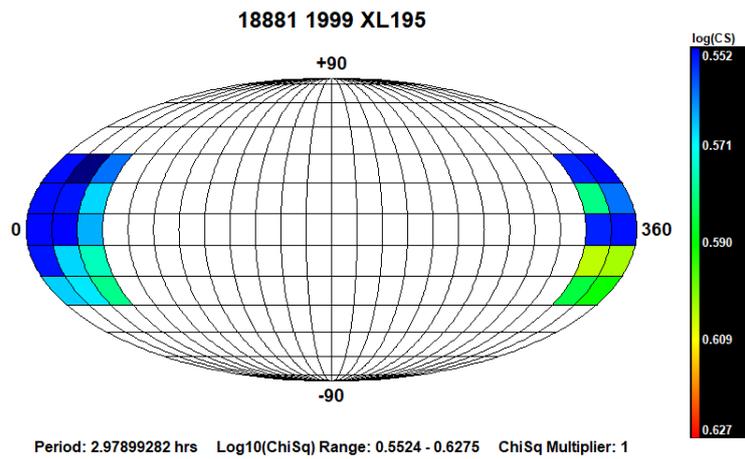


Figura 6.60: Posiciones de polos para el asteroide (18881) 1999 XL195

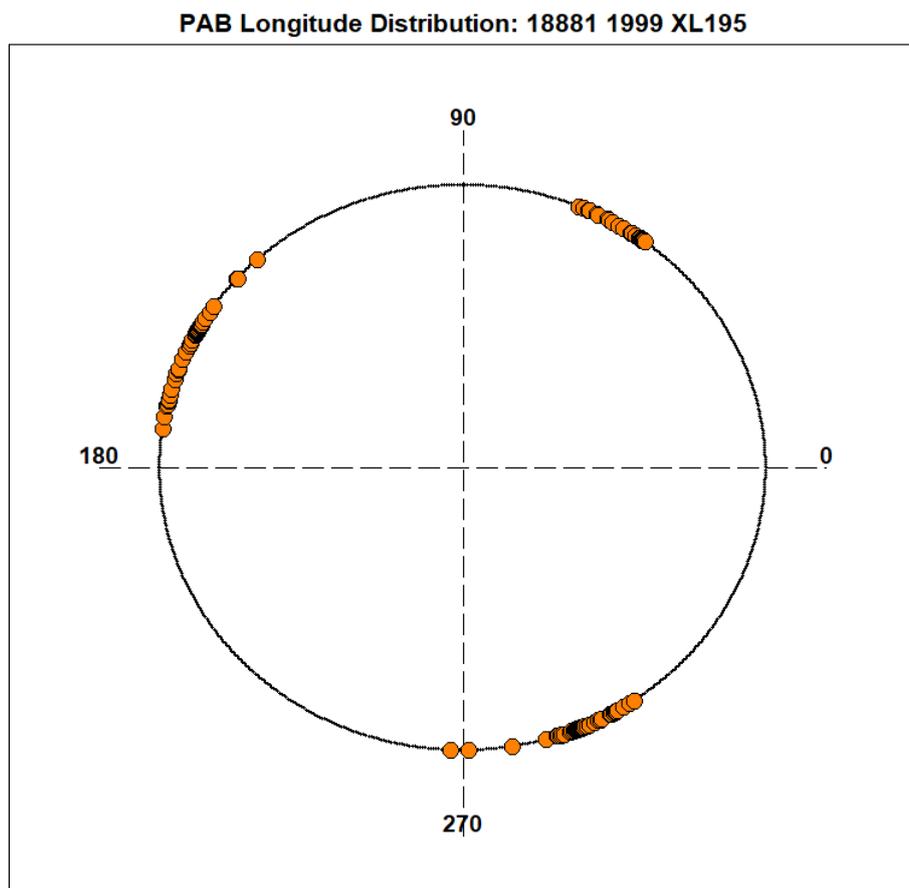


Figura 6.61: Distribución de PABL para el asteroide (18881) 1999 XL195

6.9. Valores del Efecto YORP para los asteroides estudiados

Asteroide	Período (hrs)	Diámetro (km)	Albedo	H	a (UA)	e	C _y	Efecto YORP (rad/s^2)
(822) Lalage	3.346	8.523	0.345	12.12	2.255	0.155	4.38×10^{-3}	3.417×10^{-20}
(1382) Gerti	3.081	11.256	0.196	12.13	2.22	0.131	-3.92×10^{-3}	-1.805×10^{-20}
(1468) Zomba	2.772	6.722	0.302	12.78	2.195	0.271	$\pm 5.84 \times 10^{-3}$	$\pm 7.931 \times 10^{-20}$
(1777) Gehrels	2.835	11.891	0.244	11.77	2.625	0.018	-2.48×10^{-3}	-7.243×10^{-21}
(2501) Lohja	3.808	10.073	0.281	11.98	2.422	0.195	4.5×10^{-3}	2.195×10^{-20}
(4404) Enirac	2.997	6.611	0.239	13.07	2.642	0.318	$\pm 6.02 \times 10^{-3}$	$\pm 5.921 \times 10^{-20}$
(9387) Tweedledee	3.534	4.42	0.225	14.01	1.939	0.089	4.95×10^{-3}	1.926×10^{-19}
(18881) 1999 XL195	2.98	8.675	0.197	12.69	2.565	0.096	$\pm 3.55 \times 10^{-3}$	$\pm 2.053 \times 10^{-20}$

Cuadro 6.1: Detalles de parámetros físicos y orbitales de asteroides; así como el Efecto YORP calculado. Parámetros físicos y orbitales recuperados de [NASA 2021](#)

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se reportan varias curvas de luz para los asteroides seleccionados, observados a diferentes ángulos de fase en el período de noviembre del 2020 hasta marzo del 2021. Aquellas curvas de más alta relevancia en el estudio fueron las que suponían un aumento significativo a las registradas en ALCDEF para los asteroides poco observados o que aportaban información relevante de su geometría, es decir, las curvas correspondientes a los asteroides (1468) Zomba, (1777) Gehrels, (4404) Enirac, (9387) Tweedledee y (18881) 1999 XL195. Gracias a estas nuevas observaciones, fue posible obtener un modelo de forma confiable para cada uno de ellos sin demeritar el aporte único que conllevan las curvas de luz obtenidas de todos los demás asteroides a partir de este trabajo. Es así como podemos expresar de manera contundente que se produjeron por primera vez 4 modelos 3D para los asteroides (1468), (1777), (4404) y (9387); además, todo lo producido en este trabajo de investigación supone un aporte científico significativo por lo menos en la rama de fotometría.

Para el apartado de las variaciones seculares en la velocidad de rotación de los asteroides observados, se llevó a cabo el cálculo del efecto YORP a partir de un modelo teórico, se utilizaron los parámetros propios de cada uno de ellos para obtener la aceleración angular y se obtuvo una cantidad preeliminar que concuerda con el orden de magnitud reportado en otros trabajos. Esto, al comparar las características de los asteroides aquí estudiados con las de aquellos reportados en otros artículos y al conocer los datos íntimamente relacionados con el coeficiente C_Y , de esta manera se pudieron establecer coeficientes con los cuales obtener qué tanto está afectando la radiación solar a los asteroides observados.

Por otro lado, en lo que compete al método de inversión, como una manera de obtener el efecto YORP, se conoce la metodología con la cual identificarlo y el cómo cuantificarlo. Sin

embargo, se requiere un amplio conocimiento en la estructura y funcionamiento del código de inversión de curvas de luz para poder intervenir en el y realizar las modificaciones pertinentes e incorporar como parámetros libres: la velocidad de rotación y su variación lineal dentro de dicho código. Se espera poder seguir trabajando en esta vertiente y así poder enriquecer el estudio de estos cuerpos menores mediante un código propio que se encargue de calcular y detectar el efecto YORP para poder comprobar el cálculo del mismo mediante el método teórico. De esta manera, también se fortalecerá la participación del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica en el análisis de asteroides potencialmente peligrosos, ya que, para llevar a cabo este estudio, se necesitan considerar todas las interacciones de estos cuerpos menores con el medio interplanetario, esto incluye, al efecto YORP.

Bibliografía

- Albuja, A. A., Scheeres, D. J., & McMahon, J. W. (2015). Evolution of angular velocity for defunct satellites as a result of yorp: An initial study. *Advances in Space Research*, 56(2), 237–251.
- B. Rozitis, S. R. Duddy, S. F. G. & Lowry, S. C. (2013). A thermophysical analysis of the (1862) apollo yarkovsky and yorp effects. *Astronomy & Astrophysics*, 555(A20).
- Barucci, M., Cellino, A., De Sanctis, C., Fulchignoni, M., Lumme, K., Zappala, V., & Magnusson, P. (1992). Ground-based gaspra modelling-comparison with the first galileo image. *Astronomy and Astrophysics*, 266, 385–394.
- Bottke, W., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P., & Broz, M. (2002). The effect of yarkovsky thermal forces on the dynamical evolution of asteroids and meteoroids. *Asteroids III*, 395.
- Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., Walsh, K. J., Delbo, M., Michel, P., Lauretta, D. S., Campins, H., Connolly Jr, H. C., Scheeres, D. J., & Chelsey, S. R. (2015). In search of the source of asteroid (101955) bennu: applications of the stochastic yorp model. *Icarus*, 247, 191–217.
- Bottke Jr, W. F., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P., & Nesvorný, D. (2006). The yarkovsky and yorp effects: Implications for asteroid dynamics. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 34, 157–191.
- Breiter, S., Bartczak, P., & Czekaj, M. (2010a). Yorp torques with 1d thermal model. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 408(3), 1576–1589.
- Breiter, S., Bartczak, P., Czekaj, M., Oczujda, B., & Vokrouhlický, D. (2009). The yorp effect on 25 143 itokawa. *Astronomy & Astrophysics*, 507(2), 1073–1081.
- Breiter, S. & Murawiecka, M. (2015). Tumbling asteroid rotation with the yorp torque and inelastic energy dissipation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449(3), 2489–2497.

- Breiter, S., Vokrouhlický, D., & Nesvorný, D. (2010b). Analytical yorp torques model with an improved temperature distribution function. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 401(3), 1933–1949.
- Čapek, D. & Vokrouhlický, D. (2004). The yorp effect with finite thermal conductivity. *Icarus*, 172(2), 526–536.
- Carbognani, A. (2011). A possible yorp effect on c and s main belt asteroids. *Icarus*, 211(1), 519–527.
- Carbognani, A., Tanga, P., Cellino, A., Delbo, M., Mottola, S., & Marchese, E. (2012). The representation of asteroid shapes: a test for the inversion of gaia photometry. *Planetary and Space Science*, 73(1), 80–85.
- Carruba, V., Nesvorný, D., & Vokrouhlický, D. (2016). Detection of the yorp effect for small asteroids in the karin cluster. *The Astronomical Journal*, 151(6), 164.
- Černis, K., Eglitis, I., Włodarczyk, I., Zdanavičius, J., & Zdanavičius, K. (2010). The apollo group asteroid 2008 os9: Discovery, orbit, rotation and the yarkovsky/yorp effects. *Open Astronomy*, 19(3-4), 235–263.
- Cicalò, S. & Scheeres, D. (2010). Averaged rotational dynamics of an asteroid in tumbling rotation under the yorp torque. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 106(4), 301–337.
- Cotto-Figueroa, D., Statler, T. S., Richardson, D. C., & Tanga, P. (2015). Coupled spin and shape evolution of small rubble-pile asteroids: Self-limitation of the yorp effect. *The Astrophysical Journal*, 803(1), 25.
- Curtis, H. D. (2014). *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Elsevier.
- Demeo, F. E. (2010). *The compositional variation of small bodies across the Solar System*. PhD thesis, LESIA - Laboratoire d'études spatiales et d'instrumentation en astrophysique.
- Drummond, J., Conrad, A., Merline, W., Carry, B., Chapman, C., Weaver, H., Tamblyn, P., Christou, J., & Dumas, C. (2010). Physical properties of the esa rosetta target asteroid (21) lutetia-i. the triaxial ellipsoid dimensions, rotational pole, and bulk density. *Astronomy & Astrophysics*, 523, A93.

- Ďurech, J., Kaasalainen, M., Herald, D., Dunham, D., Timerson, B., Hanuš, J., Frappa, E., Talbot, J., Hayamizu, T., Warner, B. D., et al. (2011). Combining asteroid models derived by lightcurve inversion with asteroidal occultation silhouettes. *Icarus*, 214(2), 652–670.
- Ďurech, J., Sidorin, V., & Kaasalainen, M. (2010). Damit: a database of asteroid models. *Astronomy & Astrophysics*, 513, A46.
- Ďurech, J., Vokrouhlický, D., Baransky, A., Breiter, S., Burkhanov, O. A., Cooney, W., Fuller, V., Gaftonyuk, N. M., Gross, J., Inasaridze, R. Y., et al. (2012). Analysis of the rotation period of asteroids (1865) cerberus, (2100) ra-shalom, and (3103) eger—search for the yorp effect. *Astronomy & Astrophysics*, 547, A10.
- Ďurech, J., Vokrouhlický, D., Kaasalainen, M., Higgins, D., Krugly, Y. N., Gaftonyuk, N., Shevchenko, V., Chiorny, V., Hamanowa, H., Reddy, V., et al. (2008). Detection of the yorp effect in asteroid (1620) geographos. *Astronomy & Astrophysics*, 489(2), L25–L28.
- Ďurech, J., Vokrouhlický, D., Pravec, P., Hanuš, J., Farnocchia, D., Krugly, Y. N., Inasaridze, R., Ayvazian, V., Fatka, P., Chiorny, V., et al. (2018). Yorp and yarkovsky effects in asteroids (1685) toro, (2100) ra-shalom, (3103) eger, and (161989) cacus. *Astronomy & Astrophysics*, 609, A86.
- Ershkov, S. V. & Shamin, R. V. (2018). The dynamics of asteroid rotation, governed by yorp effect: the kinematic ansatz. *Acta Astronautica*, 149, 47–54.
- Fahnestock, E. G. & Scheeres, D. J. (2009). Binary asteroid orbit expansion due to continued yorp spin-up of the primary and primary surface particle motion. *Icarus*, 201(1), 135–152.
- Golubov, O. (2017). Analytic model for tangential yorp. *The Astronomical Journal*, 154(6), 238.
- Golubov, O. & Krugly, Y. N. (2012a). Influence of thermal models on the yorp effect. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 10(H16), 173–173.
- Golubov, O. & Krugly, Y. N. (2012b). Tangential component of the yorp effect. *The Astrophysical Journal Letters*, 752(1), L11.
- Golubov, O., Scheeres, D., & Krugly, Y. N. (2014). A three-dimensional model of tangential yorp. *The Astrophysical Journal*, 794(1), 22.

- Golubov, O. & Scheeres, D. J. (2019). Systematic structure and sinks in the yorp effect. *The Astronomical Journal*, 157(3), 105.
- Graves, K. J., Minton, D. A., Hirabayashi, M., DeMeo, F. E., & Carry, B. (2018). Resurfacing asteroids from yorp spin-up and failure. *Icarus*, 304, 162–171.
- Hanuš, J., Ďurech, J., Brož, M., Marciniak, A., Warner, B., Pilcher, F., Stephens, R., Behrend, R., Carry, B., Čapek, D., et al. (2013). Asteroids' physical models from combined dense and sparse photometry and scaling of the yorp effect by the observed obliquity distribution. *Astronomy & Astrophysics*, 551, A67.
- Hao-xuan, J. & Jiang-hui, J. (2019). A review for the thermophysics and the yarkovsky and yorp effects of asteroidstwo. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 43(1), 1–22.
- Harris, A. (2014). Nea populations and impact frequency, asteroid grand challenge seminar series, nasa asteroid grand challenge seminar, nasa sservi.
- Hernández, G. C. (2019). Morphological properties determination of main belt asteroids. Master's thesis, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.
- Holsapple, K. A. (2010). On yorp-induced spin deformations of asteroids. *Icarus*, 205(2), 430–442.
- Jacobson, S. A., Marzari, F., Rossi, A., & Scheeres, D. J. (2016). Matching asteroid population characteristics with a model constructed from the yorp-induced rotational fission hypothesis. *Icarus*, 277, 381–394.
- Kaasalainen, M., Lamberg, L., & Lumme, K. (1992). Inversion methods for interpretation of asteroid lightcurves. In *Asteroids, Comets, Meteors 1991*.
- Kaasalainen, M. & Nortunen, H. (2013). Compact yorp formulation and stability analysis. *Astronomy & Astrophysics*, 558, A104.
- Kaasalainen, M. & Torppa, J. (2001). Optimization methods for asteroid lightcurve inversion: I. shape determination. *Icarus*, 153, 24–36.
- Kaasalainen, M., Torppa, J., & Muinonen, K. (2001). Optimization methods for asteroid lightcurve inversion: II. the complete inverse problem. *Icarus*, 153(1), 37–51.

- Kaasalainen, S., Piironen, J., Kaasalainen, M., Harris, A., Muinonen, K., & Cellino, A. (2003). Asteroid photometric and polarimetric phase curves: empirical interpretation. *Icarus*, 161(1), 34–46.
- Kitazato, K., Abe, M., Ishiguro, M., & Ip, W.-H. (2007). 25143 itokawa: direct detection of the current decelerating spin state due to yorp effect. *Astronomy & Astrophysics*, 472(1), L5–L8.
- Laplace, P. S. (1798). *Exposition du système du monde*, volume 680. De l'imprimerie de Crapelet.
- Lazzarin, M., Magrin, S., & Marchi, S. (2008). Sineo: Spectroscopic investigation of near earth objects. *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplementi*, 12.
- Lissauer, J. J. & De Pater, I. (2013). *Fundamental planetary science: physics, chemistry and habitability*. Cambridge University Press.
- Lowry, S., Weissman, P., Duddy, S., Rozitis, B., Fitzsimmons, A., Green, S., Hicks, M., Snodgrass, C., Wolters, S., Chesley, S., et al. (2014). The internal structure of asteroid (25143) itokawa as revealed by detection of yorp spin-up. *Astronomy & Astrophysics*, 562, A48.
- Lupishko, D., Mikhachenko, O., & Chiorny, V. (2019). Influence of the yorp effect on the rotation of small main-belt asteroids. *Solar System Research*, 53(3), 208–214.
- Lupishko, D. & Tielieusova, I. (2014). Influence of the yorp effect on rotation rates of near-earth asteroids. *Meteoritics & Planetary Science*, 49(1), 80–85.
- Marzari, F., Rossi, A., & Scheeres, D. J. (2011). Combined effect of yorp and collisions on the rotation rate of small main belt asteroids. *Icarus*, 214(2), 622–631.
- Micheli, M. & Paolicchi, P. (2008). Yorp effect on real objects-i. statistical properties. *Astronomy & Astrophysics*, 490(1), 387–391.
- MPC (2021). Oneasteroidinfo. recuperado de <http://www.minorplanet.info/php/oneasteroidinfo.php>.
- Mysen, E. (2008). An analytical model for yorp and yarkovsky effects with a physical thermal lag. *Astronomy & Astrophysics*, 484(2), 563–573.
- NASA, J. (2021). Small-body database browser. recuperado de <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi>.

- Nesvorný, D. & Vokrouhlický, D. (2007). Analytic theory of the yorp effect for near-spherical objects. *The Astronomical Journal*, 134(5), 1750.
- Ojeda, A. V. (2019). Clasificación taxonómica de asteroides cercanos a la tierra. Master's thesis, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.
- Paolicchi, P. & Knežević, Z. (2016). Footprints of the yorp effect in asteroid families. *Icarus*, 274, 314–326.
- Paolicchi, P., Knežević, Z., Spoto, F., Milani, A., & Cellino, A. (2017). Asteroid “one-sided” families: Identifying footprints of yorp effect and estimating the age. *The European Physical Journal Plus*, 132(7), 307.
- Polishook, D. (2014). Spin axes and shape models of asteroid pairs: Fingerprints of yorp and a path to the density of rubble piles. *Icarus*, 241, 79–96.
- Popescu, M. (2012). *Techniques for asteroid spectroscopy*. PhD thesis, Universitatea Politehnica din Bucuresti, Facultatea de Științe Aplicate.
- Pravec, P., Harris, A. W., Kušnirák, P., Galád, A., & Hornoch, K. (2012). Absolute magnitudes of asteroids and a revision of asteroid albedo estimates from wise thermal observations. *Icarus*, 221.
- Rossi, A., Marzari, F., & Scheeres, D. (2009). Computing the effects of yorp on the spin rate distribution of the neo population. *Icarus*, 202(1), 95–103.
- Rozitis, B. & Green, S. F. (2012). The influence of rough surface thermal-infrared beaming on the yarkovsky and yorp effects. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 423(1), 367–388.
- Rozitis, B. & Green, S. F. (2013a). The influence of global self-heating on the yarkovsky and yorp effects. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 433(1), 603–621.
- Rozitis, B. & Green, S. F. (2013b). The strength and detectability of the yorp effect in near-earth asteroids: a statistical approach. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 430(2), 1376–1389.
- Rubincam, D. P. (2000). Radiative spin-up and spin-down of small asteroids. *Icarus*, 148(1), 2–11.

- Rubincam, D. P. (2007). Orbital yorp and asteroid orbit evolution, with application to apophis. *Icarus*, 192(2), 460–468.
- Rubincam, D. P. & Paddack, S. J. (2010). Zero secular torque on asteroids from impinging solar photons in the yorp effect: A simple proof. *Icarus*, 209(2), 863–865.
- Scheeres, D., Abe, M., Yoshikawa, M., Nakamura, R., Gaskell, R., & Abell, P. (2007). The effect of yorp on itokawa. *Icarus*, 188(2), 425–429.
- Scheeres, D. & Gaskell, R. (2008). Effect of density inhomogeneity on yorp: The case of itokawa. *Icarus*, 198(1), 125–129.
- Scheeres, D. J. (2007). The dynamical evolution of uniformly rotating asteroids subject to yorp. *Icarus*, 188(2), 430–450.
- Scheeres, D. J. (2018). Disaggregation of small, cohesive rubble pile asteroids due to yorp. *Icarus*, 304, 183–191.
- Ševeček, P., Brož, M., Čapek, D., & Ďurech, J. (2015). The thermal emission from boulders on (25143) itokawa and general implications for the yorp effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 450(2), 2104–2115.
- Ševeček, P., Golubov, O., Scheeres, D., & Krugly, Y. N. (2016). Obliquity dependence of the tangential yorp. *Astronomy & Astrophysics*, 592, A115.
- Statler, T. S. (2009). Extreme sensitivity of the yorp effect to small-scale topography. *Icarus*, 202(2), 502–513.
- Statler, T. S. (2015). Obliquities of “top-shaped” asteroids may not imply reshaping by yorp spin-up. *Icarus*, 248, 313–317.
- Steinberg, E. et al. (2011). Binary yorp effect and evolution of binary asteroids. *The Astronomical Journal*, 141(2), 55.
- Taylor, P. A., Margot, J.-L., Vokrouhlický, D., Scheeres, D. J., Pravec, P., Lowry, S. C., Fitzsimmons, A., Nolan, M. C., Ostro, S. J., Benner, L. A., et al. (2007). Spin rate of asteroid (54509) 2000 ph5 increasing due to the yorp effect. *Science*, 316(5822), 274–277.

- Torppa, J., Hentunen, V.-P., Pääkkönen, P., Kehusmaa, P., & Muinonen, K. (2008). Asteroid shape and spin statistics from convex models. *Icarus*, 198(1), 91–107.
- Valdés, J. R. (2016). Pruebas para determinar las propiedades opticas actuales de la camara schmidt de tonanzintla. Master's thesis, Intituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.
- Veras, D., Jacobson, S. A., & Gänsicke, B. T. (2014). Post-main-sequence debris from rotation-induced yorp break-up of small bodies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 445(3), 2794–2799.
- Vokrouhlický, D., Bottke, W. F., Chesley, S. R., Scheeres, D. J., & Statler, T. S. (2015). The yarkovsky and yorp effects. *arXiv preprint arXiv:1502.01249*.
- Vokrouhlický, D., Breiter, S., Nesvorný, D., & Bottke, W. (2007). Generalized yorp evolution: Onset of tumbling and new asymptotic states. *Icarus*, 191(2), 636–650.
- Vokrouhlický, D., Brož, M., Bottke, W., Nesvorný, D., & Morbidelli, A. (2006). Yarkovsky/yorp chronology of asteroid families. *Icarus*, 182(1), 118–142.
- Vokrouhlický, D. & Čapek, D. (2002). Yorp-induced long-term evolution of the spin state of small asteroids and meteoroids: Rubincam's approximation. *Icarus*, 159(2), 449–467.
- Warner, B. D. et al. (2006). *A practical guide to lightcurve photometry and analysis*, volume 300. Springer.
- Woolfson, M. (1993). The solar-origin and evolution: a personal view. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 34.

Apéndice A

Recopilación de datos propios y complementarios para la generación de curvas de luz de asteroides

En este apartado del documento se pueden consultar los detalles de las observaciones y los datos tomados del ALCDEF así como de DAMIT para complementar los estudios hechos en este trabajo.

7.1. 822 Lalage

7.1.1. Observaciones propias

El asteroide 822 cuenta con una sola observación. Esta observación se hizo el 19 de marzo de 2021 contando con las siguientes características:

- *Albedo*: 0.187
- *Banda*: R
- *Ángulo de fase*: 2.41°
- *Período*: 3.345hrs

7.1.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2005-03-16 06:25:34	R	+3.24	+168.9	-1.1
2016-12-18 07:33:00	V	+3.10	+81.3	+3.9
2016-12-19 02:23:00	V	+3.40	+81.3	+3.9
2016-12-20 03:19:00	V	+3.82	+81.3	+3.9
2016-12-21 04:28:00	R	+4.25	+81.3	+3.9
2017-01-05 05:19:00	R	+10.58	+81.6	+3.7
2017-01-08 07:33:00	R	+11.78	+81.7	+3.7

Cuadro 7.1: Detalles de observación para el asteroide 822 Lalage contenida en ALCDEF

7.2. 1382 Gerti

7.2.1. Observaciones propias

Datos del asteroide 1382 Gerti

Fecha	Banda	Ángulo de fase
2021-02-06 07:00:00	R	+1.00
2021-02-18 07:00:00	R	+7.46
2021-03-04 07:00:00	R	+14.55

Cuadro 7.2: Detalles de observaciones para el asteroide 822 Lalage hechas por el autor

7.2.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2010-10-12 10:39:59	R	+23.57	+109.8	+1.5
2010-10-13 12:21:31	R	+23.65	+110.1	+1.5
2010-10-14 10:34:47	R	+23.71	+110.4	+1.5
2010-11-13 08:38:38	R	+23.88	+117.9	+1.6
2011-01-14 08:51:42	R	+6.16	+125.2	+1.6
2011-01-15 09:07:23	R	+5.64	+125.2	+1.6
2011-01-16 08:40:14	R	+5.14	+125.2	+1.6
2011-01-17 07:47:08	R	+4.63	+125.2	+1.6
2011-01-18 06:51:26	R	+4.13	+125.2	+1.6
2011-01-22 10:28:21	R	+1.99	+125.2	+1.6
2011-01-23 07:17:14	R	+1.57	+125.2	+1.6
2011-01-24 08:11:44	R	+1.14	+125.2	+1.6
2011-01-25 08:26:24	R	+0.88	+125.2	+1.6
2011-01-26 08:00:39	R	+0.93	+125.2	+1.6
2011-01-27 08:13:47	R	+1.26	+125.2	+1.6
2011-01-28 06:52:36	R	+1.68	+125.2	+1.6
2011-01-29 09:49:34	R	+2.23	+125.2	+1.6
2011-01-30 07:48:34	R	+2.71	+125.2	+1.6
2011-02-01 09:48:11	R	+3.81	+125.2	+1.5
2011-02-02 05:43:59	R	+4.26	+125.2	+1.5
2018-06-24 04:51:00	V	+31.28	+206.0	-1.4
2018-06-25 05:06:00	V	+31.34	+206.4	-1.4
2018-06-26 04:40:00	V	+31.39	+206.7	-1.4
2018-06-27 04:49:00	V	+31.45	+207.1	-1.4

Cuadro 7.3: Detalles de observación para el asteroide 1382 Gerti contenida en ALCDEF

7.3. 1468 Zomba

7.3.1. Observaciones propias

Datos del asteroide 1468 Zomba

Fecha	Banda	Ángulo de fase
2021-01-19 07:00:00	R	+7.97
2021-01-22 07:00:00	R	+9.25
2021-02-03 07:00:00	R	+13.87

Cuadro 7.4: Detalles de observaciones para el asteroide 1468 Zomba hechas por el autor

7.3.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2013-09-01 20:00:00	R	+23.00	+4.4	+11.8
2013-09-05 00:00:00	R	+21.56	+5.2	+12.3
2013-09-06 00:15:00	R	+21.10	+5.4	+12.4
2013-09-07 01:17:00	R	+20.62	+5.7	+12.5
2015-03-08 06:22:00	V	+8.55	+147.3	-4.8
2015-03-09 06:19:00	V	+8.94	+147.2	-4.8

Cuadro 7.5: Detalles de observación para el asteroide 1468 Zomba contenida en ALCDEF

7.4. 1777 Gehrels

7.4.1. Observaciones propias

Datos del asteroide 1777 Gehrels

Fecha	Banda	Ángulo de fase
2020-11-25 07:00:00	R	+5.59
2020-11-27 07:00:00	R	+6.45
2020-12-05 07:00:00	R	+9.20
2021-01-06 07:00:00	R	+19.37

Cuadro 7.6: Detalles de observaciones para el asteroide 1777 Gehrels hechas por el autor

7.4.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2005-03-16 06:25:34	R	+3.24	+168.9	-1.1
2016-12-18 07:33:00	V	+3.10	+81.3	+3.9
2016-12-19 02:23:00	V	+3.40	+81.3	+3.9
2016-12-20 03:19:00	V	+3.82	+81.3	+3.9
2016-12-21 04:28:00	R	+4.25	+81.3	+3.9
2017-01-05 05:19:00	R	+10.58	+81.6	+3.7
2017-01-08 07:33:00	R	+11.78	+81.7	+3.7

Cuadro 7.7: Detalles de observación para el asteroide 1777 Gehrels contenida en ALCDEF

7.5. 2501 Lohja

7.5.1. Observaciones propias

El asteroide 2501 cuenta con una sola observación. Esta observación se hizo el 16 de marzo de 2021 contando con las siguientes características:

- *Albedo*: 0.151
- *Banda*: R
- *Ángulo de fase*: 0.71°
- *Período*: 3.8084hrs

7.5.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2004-11-13 08:51:34	V	+9.58	+75.2	+3.5
2004-12-07 08:51:34	V	+1.58	+74.7	+3.7
2006-04-01 07:05:39	R	+0.76	+192.5	-0.1
2010-05-10 16:00:00	R	+10.07	+244.0	-3.7
2010-05-15 15:00:00	R	+7.41	+244.5	-3.9
2010-05-18 14:37:57	R	+5.84	+244.8	-4.0
2010-06-08 14:31:21	R	+8.02	+246.8	-4.4
2010-06-09 14:45:40	R	+8.56	+246.9	-4.4
2010-06-10 13:57:26	R	+9.08	+247.0	-4.4
2010-06-10 14:37:23	R	+9.09	+247.0	-4.4
2010-06-11 13:16:39	R	+9.60	+247.1	-4.4
2010-06-12 12:55:14	R	+10.12	+247.2	-4.4
2010-06-13 13:54:59	R	+10.67	+247.4	-4.4
2010-06-14 12:38:21	R	+11.16	+247.5	-4.4
2010-06-19 09:18:15	R	+13.62	+248.1	-4.4
2010-06-20 11:49:53	R	+14.16	+248.2	-4.4
2010-07-08 11:42:40	R	+21.61	+251.4	-4.4
2010-07-09 09:16:37	R	+14.16	+251.6	-4.4
2010-07-17 12:11:02	R	+24.33	+253.5	-4.3
2010-07-24 10:00:00	R	+25.97	+255.3	-4.3
2010-07-26 11:28:47	R	+26.39	+255.9	-4.2
2010-07-31 12:06:08	R	+27.29	+257.3	-4.2
2010-08-04 12:24:48	R	+27.88	+258.5	-4.1
2010-08-08 12:57:38	R	+28.38	+259.8	-4.1
2011-08-04 11:44:21	SG	+21.97	+25.7	+0.2
2011-08-05 10:50:46	SG	+21.93	+25.9	+0.2
2011-09-19 08:41:40	R	+14.11	+31.0	+0.9
2011-09-20 10:32:28	R	+13.77	+31.1	+0.9
2011-09-21 06:10:45	SG	+13.50	+31.1	+0.9
2011-09-21 17:56:30	R	+13.34	+31.1	+0.9
2011-09-22 08:37:37	SG	+13.14	+31.1	+0.9
2011-09-22 17:58:52	R	+13.01	+31.1	+1.0
2011-09-23 09:42:52	SG	+12.79	+31.2	+1.0
2011-09-24 11:14:17	SG	+12.43	+31.2	+1.0
2011-09-25 10:50:07	SG	+12.08	+31.2	+1.0
2011-09-26 10:52:38	SG	+11.73	+31.2	+1.0
2011-09-27 12:18:17	SG	+11.35	+31.2	+1.0
2011-09-27 14:00:00	R	+11.32	+31.2	+1.0
2011-09-28 12:00:45	SG	+10.99	+31.3	+1.0
2011-09-29 11:22:07	SG	+10.63	+31.3	+1.1
2011-09-30 10:45:33	SG	+10.26	+31.3	+1.1
2011-10-01 11:31:08	SG	+9.87	+31.3	+1.1
2011-10-02 06:41:08	SG	+9.56	+31.3	+1.1
2011-10-03 07:29:17	SG	+9.16	+31.3	+1.1
2011-10-23 11:31:08	SG	+0.92	+30.9	+1.4
2011-10-24 05:36:58	SG	+0.65	+30.8	+1.4
2011-10-25 05:29:51	SG	+0.65	+30.8	+1.4
2011-10-27 03:45:09	SG	+1.23	+30.7	+1.5
2011-10-28 02:35:21	SG	+1.60	+30.7	+1.5
2011-10-29 03:25:16	SG	+2.03	+30.7	+1.5
2011-10-30 03:44:51	SG	+2.46	+30.7	+1.5
2011-10-31 02:57:15	SG	+2.86	+30.6	+1.5
2011-12-09 04:21:54	R	+16.08	+31.3	+1.8
2011-12-10 03:57:06	R	+16.30	+31.4	+1.8
2011-12-11 04:14:05	R	+16.51	+31.5	+1.9

Cuadro 7.8: Detalles de observación para el asteroide 2501 Lohja contenida en ALCDEF

7.6. 4404 Enirac

7.6.1. Observaciones propias

Datos del asteroide 4404 Enirac

Fecha	Banda	Ángulo de fase
2021-02-04 07:00:00	R	+7.63
2021-02-16 07:00:00	R	+11.84
2021-02-20 07:00:00	R	+13.61

Cuadro 7.9: Detalles de observaciones para el asteroide 4404 Enirac hechas por el autor

7.6.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2013-06-09 08:03:59	R	+23.07	+276.9	+35.8
2013-06-10 06:23:07	R	+22.87	+277.0	+35.7
2013-06-14 08:05:22	R	+22.00	+277.4	+35.3
2017-03-02 02:32:59	V	+18.36	+178.3	+22.0
2017-03-04 00:23:00	V	+18.17	+178.5	+22.6
2013-06-09 08:03:59	V	+19.28	+180.1	+28.0
2017-03-22 00:58:00	V	+19.48	+180.1	+28.3

Cuadro 7.10: Detalles de observación para el asteroide 4404 Enirac contenida en ALCDEF

7.7. 9387 Tweedledee

7.7.1. Observaciones propias

Datos del asteroide 9387 Tweedledee:

Fecha	Banda	Ángulo de fase
2021-02-11 07:00:00	R	+7.98
2021-02-23 07:00:00	R	+13.36
2021-03-02 07:00:00	R	+16.74

Cuadro 7.11: Detalles de observaciones para el asteroide 9387 Tweedledee hechas por el autor

7.7.2. Base de datos

Los datos de curvas de luz que se tienen en la base de datos del ALCDEF son las siguientes:

Fecha	Banda	Ángulo de fase	PABL	PABB
2006-09-16 06:41:39	R	+13.86	+2.4	+15.8
2006-09-17 06:30:07	R	+13.71	+2.5	+16.0
2006-09-18 06:44:17	R	+13.58	+2.6	+16.3
2006-09-19 07:16:33	R	+13.49	+2.6	+16.5
2013-02-12 09:32:18	R	+5.52	+151.9	+2.2
2013-02-13 08:03:24	R	+4.90	+151.9	+2.0
2013-02-16 05:02:53	R	+2.98	+151.8	+1.5
2013-02-17 05:59:59	R	+2.28	+151.8	+1.3
2013-02-19 05:45:48	R	+1.00	+151.8	+1.0
2013-02-19 09:57:16	R	+0.90	+151.8	+0.9
2014-08-08 08:13:00	V	+15.86	+337.3	-2.2
2014-08-08 10:46:00	V	+15.80	+337.3	-2.2
2014-08-08 10:53:00	V	+15.80	+337.3	-2.2
2014-08-09 08:11:00	V	+15.28	+337.3	-2.0
2014-08-09 10:47:42	V	+15.22	+337.4	-2.0
2014-08-09 10:55:00	V	+15.22	+337.4	-2.0
2014-08-10 08:14:00	V	+14.69	+337.4	-1.8
2014-08-10 10:48:00	V	+14.63	+337.4	-1.8
2014-08-10 10:56:00	V	+14.62	+337.4	-1.8
2014-08-15 07:34:00	V	+11.61	+337.8	-0.6
2014-08-15 10:34:00	V	+11.53	+337.8	-0.6
2014-08-15 10:41:00	V	+11.52	+337.8	-0.6
2014-08-16 07:30:00	V	+10.96	+337.8	-0.4
2014-08-16 10:33:21	V	+10.88	+337.8	-0.4
2014-08-16 10:40:00	V	+10.88	+337.8	-0.4
2014-10-16 04:55:00	V	+27.13	+342.9	+12.7
2014-10-17 04:52:00	V	+27.46	+343.1	+12.8
2014-10-19 04:48:00	V	+28.09	+343.6	+13.1
2014-10-20 04:44:00	V	+28.39	+343.9	+13.2

Cuadro 7.12: Detalles de observación para el asteroide 9387 Tweedledee contenida en ALC-DEF

7.8. 18881 1999 XL195

7.8.1. Observaciones propias

Datos del asteroide 18881 XL195, únicamente cuenta con las observaciones que se llevaron a cabo en el presente trabajo y un par de curvas del DAMIT:

Fecha	Banda	Fase
2021-02-09 07:00:00	R	+1.59
2021-02-21 07:00:00	R	+6.93
2021-03-05 07:00:00	R	+12.02

Cuadro 7.13: Detalles de observaciones para el asteroide 18881 1999 XL195 hechas por el autor

7.8.2. DAMIT

Se cuenta con las siguientes curvas de luz en la base de datos de DAMIT:

(18881) – Model 4759 – Fit to light curves

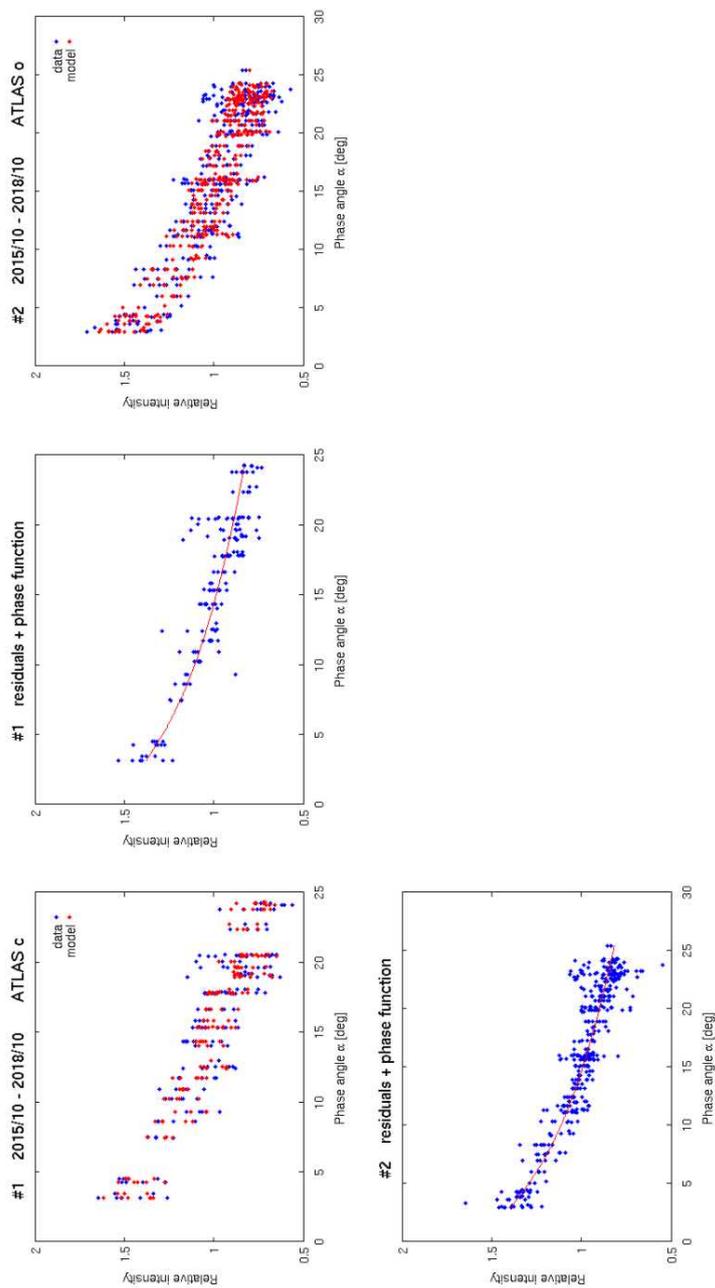


Figura 7.1: Curvas de luz del asteroide 18881 1999 XL195 (recuperadas de DAMIT)