



INAOE

Pinzas ópticas empleando haces vectoriales con polarización inhomogénea

por

**M. C. María Concepción Alonso
Casimiro**

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de **Doctor en Ciencias en la especialidad de Óptica** en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Julio 2025
Tonantzintla, Puebla.

Supervisada por:
Dr. Ulises Ruiz Corona

©INAOE 2025
Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias impresas o electrónicas de esta tesis en su totalidad o en partes.



Pinzas ópticas empleando
haces vectoriales con
polarización inhomogénea

*A toda mi familia en especial a mi
madre Silvia Casimiro*

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios por iluminar mi mente, por brindarme sabiduría y fortaleza, y por otorgarme salud para poder desarrollar y concluir este trabajo.

Mi más sincero agradecimiento a mi familia, especialmente a mi madre Silvia Casimiro Abundio, por su motivación, por su apoyo incondicional y constante durante todo este proceso.

Quiero expresar un agradecimiento especial al Dr. Ulises Ruiz Corona, mi asesor de tesis, por su invaluable asesoría y paciencia durante la realización de este trabajo. Mi gratitud también va para mi amigo y compañero de laboratorio, M. C. Sergio Reyes Barragán, por su colaboración en la ejecución de los experimentos presentados en esta tesis.

Agradezco a los miembros del jurado, Dr. Rubén Ramos García, Dra. Svetlana Mansurova, Dr. Fermín Granados Agustín, Dr. Gabriel Martínez Niconoff y Dr. Carmelo Rosales-Guzmán, por su tiempo y dedicación al revisar este trabajo.

Asimismo, quiero agradecer al INAOE por la mi formación académica que me me brindó y al CONACYT por la beca que me fue otorgada, la cual fue fundamental para la realización de esta investigación.

Finalmente agradezco a mis amigos, especialmente a Carla Neire Labastida Ortiz, quienes me acompañaron y apoyaron en este proyecto. En general, agradezco a todas las personas que, de alguna manera, contribuyeron para lograr esta meta.

Resumen

Esta tesis presenta un estudio teórico y cualitativo de las fuerzas ópticas ejercidas sobre partículas de cristal líquido producidas por campos ópticos vectoriales con polarización inhomogénea. Para el análisis matemático de las fuerzas ópticas se calculan las densidades de momento lineal de dos tipos de haces vectoriales con polarización inhomogénea. También se analizan las torcas ópticas inducidas sobre las partículas de cristal líquido a partir de las densidades de momento angular de los campos vectoriales. El haz tipo 1 es generado mediante la superposición de cuatro ondas con polarizaciones lineales asimétricas. El haz tipo 2 es generado por la superposición de cuatro ondas con polarizaciones circulares asimétricas. En la zona de superposición se obtienen campos vectoriales con iluminación aproximadamente uniforme y con patrones de polarización bidimensionales que muestran estados de polarización lineal, elíptica y circular. De forma experimental, se implementa el haz tipo 2 en un sistema de pinzas ópticas mediante hologramas sintéticos de fase proyectados sobre un modulador espacial de luz y operado dentro de una configuración óptica 4f. Los hologramas son generados usando la fase de un campo óptico escalar construido mediante la superposición de múltiples ondas planas. La polarización de las ondas es modulada de forma independiente en el plano de Fourier con placas retardadoras de media onda y un cuarto de onda. La trampa óptica generada por el campo vectorial tipo 2 es capaz de transferir momento lineal y angular a múltiples partículas de cristal líquido de la escala de micras, dependiendo de su forma, dimensión y posición. La fuerza óptica ejercida por el haz vectorial sobre las partículas tiene componentes en tres dimensiones. En el plano de superposición la magnitud y dirección de la fuerza óptica cambia en función de la diferencia de fase del haz vectorial.

Índice general

<i>Agradecimientos</i>	<i>I</i>
<i>Resumen</i>	<i>II</i>
<i>Índice general</i>	<i>III</i>
Capítulo 1 Introducción	1
1.1. Motivación del proyecto	3
1.2. Objetivo de la tesis	4
1.3. Estructura de la tesis.....	4
Capítulo 2 Campos ópticos	6
2.1. Ecuaciones de Maxwell.....	6
2.2. Ecuación de Helmholtz	8
2.2.1. Ondas Planas	8
2.3 Polarización de la luz	10
2.3.1. Vectores de Jones	11
2.3.2 Matrices de Jones	12
2.3.3 Representación matricial de Jones de una placa retardadora	13
2.4. Interferencia de la luz.....	14
2.5 Campos ópticos escalares.....	16
2.5.1. Campos ópticos adifraccionales	17
2.6. Campos ópticos vectoriales.....	18
2.6.1. Descripción matemática de un SIPOF mediante la superposición de ondas planas polarizadas independiente.....	19
2.6.2. Métodos de generación de SIPOFs	20
Capítulo 3 Generación de SIPOFs mediante holografía sintética.	22
3.1. Holografía sintética	22
3.2. Holograma sintético de fase	24
3.3. Holograma Kinoform	28
3.3.1 Eficiencia del holograma kinoform	29
3.4. Generación de un SIPOF usando el holograma kinoform de un NDOF.....	30
Capítulo 4 Caracterización del LC-SLM de fase	33
4.1 Modulador espacial de luz de cristal líquido.....	33
4.2. Efecto Talbot.....	36
4.2.1. Arreglo experimental.....	40
4.3. Curva de modulación de fase	42
Capítulo 5 Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas	44
5.1. Pinzas ópticas	45
5.1.1. Régimen de rayos ópticos	47
5.1.2 Régimen de Rayleigh	48

5.2. Atrapamiento óptico con un SIPOF	49
5.2.1. Fuerza óptica producida por un SIPOF	50
5.3. SIPOF generado por la superposición de cuatro ondas planas.	52
5.3.1. Fuerza óptica producida por un SIPOF generado por la superposición de ondas planas con polarización lineal asimétrica.	53
5.3.2. Fuerza óptica producida por un SIPOF generado por la superposición de ondas planas con polarización circular asimétrica.	58
Capítulo 6 Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs	63
6.1. Arreglo experimental	63
6.2. Resultados numéricos y experimentales de la generación de un SIPOF	65
6.3. Resultados de atrapamiento de partículas de N-LC con un SIPOF.	67
Capítulo 7 Conclusiones	71
<i>Bibliografía</i>	73

Capítulo 1

Introducción

En 1986, Ashkin [1] y sus colegas reportaron la primera implementación de unas pinzas ópticas: una técnica versátil no invasiva utilizada para capturar y transportar micro y nano partículas. Desde entonces esta técnica de captura se ha aplicado a una amplia gama de objetos como partículas dieléctricas, átomos, moléculas, entre otros [2]. Esto llevó a las pinzas ópticas a convertirse en una herramienta de investigación fundamental en diversas áreas como la física [3-4], la nanotecnología [5], la espectroscopia [6], la nano termodinámica [7-8], la materia blanda [9] y la biología [10].

Las pinzas ópticas consisten en un haz de luz láser enfocado con un objetivo de microscopio de alta apertura numérica (NA) [11] en un medio líquido con partículas microscópicas. Las partículas cerca del punto focal experimentan fuerzas ópticas conocidas como fuerza de dispersión y fuerza de gradiente (de la escala de pN). La fuerza de dispersión se debe a la presión de radiación del haz y actúa a lo largo de la dirección de propagación del haz. Mientras que, la fuerza de gradiente se debe al gradiente de intensidad del perfil del haz y actúa en dirección transversal de manera que las partículas que la experimentan son arrastradas hacia la zona de más alta intensidad. Las pinzas ópticas también se pueden denominar trampa óptica de un solo haz [3].

Desde la invención de las pinzas ópticas, se han desarrollado una gran variedad de métodos y configuraciones para producir diferentes tipos de trampas ópticas. Tal es el caso de trampas ópticas que involucran haces con distribuciones controladas de luz, es

1. Introducción

decir, es posible controlar el perfil de intensidad transversal, la fase y la dirección de un haz de luz [11-13].

Una manera de controlar la distribución transversal de intensidad de un haz de luz es utilizando técnicas interferométricas simples [14-15], dividiendo un haz de luz en dos con ayuda de espejos y divisores de haz, y recombinándolo más adelante.

Otra forma de moldear un haz de luz es usar una técnica llamada holografía sintética [16]. En esta técnica se emplean hologramas generados por computadora. Los hologramas codifican la información necesaria mediante un proceso matemático logrando que la luz que los atraviesa se redistribuya de acuerdo con una configuración deseada [17], una vez que han sido desplegadas en algún dispositivo. Los sistemas de despliegue más empleados en la actualidad, son los moduladores espaciales de luz basados en tecnología de cristal líquido LC-SLMs, (por sus siglas en inglés Liquid Crystal- Spatial Light Modulators). Los LC-SLM son dispositivos controlados desde un ordenador, que permiten la generación de campos complejos arbitrarios [18-19], para diversas aplicaciones de forma dinámica.

Las pinzas ópticas implementadas con holografía sintética facilitan la generación de matrices de trampas ópticas que se han utilizado para controlar múltiples partículas en configuraciones 2D y 3D [20-21], corrigen la aberración de los haces empleados en las trampas [23] y permiten la captura de partículas con haces complejos [24]. Las pinzas ópticas basadas en holografía sintética también se han configurado para generar trampas ópticas con haces vectoriales [25].

La implementación de trampas ópticas con haces vectoriales ha logrado importantes avances en la manipulación óptica tales como la captura de múltiples partículas simultáneamente, la rotación controlada de los objetos microscópicos y la mejora considerable en la calidad de las trampas ópticas [26-27].

Los haces vectoriales se caracterizan por tener un estado de polarización inhomogéneo o espacialmente variable, poseen propiedades únicas tales como la transferencia de momento angular orbital y de espín. Algunos estudios reportaron que los haces polarizados radialmente mejoran la eficiencia de atrapamiento axial en comparación con los haces polarizados linealmente [28]. Otros estudios han demostrado

1. Introducción

que los haces polarizados radial y azimutalmente exhiben mayores fuerzas de atrapamiento axial en las micro-partículas magnéticas en comparación con los haces gaussianos [29].

En esta tesis se presenta la implementación de una trampa óptica usando haces vectoriales con polarización inhomogénea [30]. Para generar estos haces se utilizan hologramas sintéticos desplegados en un LC-SLM de fase. La función de transmitancia de cada holograma corresponde a la fase de un campo escalar generado por la superposición de múltiples ondas planas. Un sistema $4f$ es aplicado al holograma. La señal del espectro de Fourier del holograma proporcional al espectro de Fourier del campo escalar pasa a través de un filtro espacial. Posteriormente es posible imponer un estado de polarización no homogéneo a la señal filtrada empleando placas retardadoras de cuarto de onda y media onda. El haz de salida se obtiene aplicando una segunda transformada de Fourier a la señal filtrada, produciendo un campo vectorial con un gradiente de polarización. El campo es introducido en un objetivo de microscopio y enfocado en una celda con partículas de cristal líquido.

1.1. Motivación del proyecto

La implementación de los haces vectoriales o VBs (por sus siglas en inglés Vector Beams) en pinzas ópticas ha permitido desarrollar trampas ópticas múltiples y multifuncionales, donde la fuerza de atrapamiento se basa en el gradiente de intensidad de la luz. Sin embargo, son escasos los estudios que proporcionan evidencia sobre fuerzas ópticas basadas exclusivamente en gradientes de polarización [31].

Las trampas ópticas basadas en gradientes de polarización poseen una iluminación uniforme y son generadas usando VBs con polarización inhomogénea. Estas trampas tienen la capacidad de transferir momento lineal y angular a múltiples partículas dependiendo de su posición y sus propiedades. Además, estas trampas permiten ajustar la polarización para maximizar las fuerzas de atrapamiento en función de la posición de la partícula. La generación de trampas ópticas basadas en gradientes de polarización es de gran relevancia debido a sus potenciales aplicaciones en motores, actuadores o muestras biológicas controlados ópticamente [32] y micro-máquinas ópticas para controlar el movimiento y los flujos [31].

1. Introducción

1.2. Objetivo de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es generar trampas ópticas con polarización espacialmente variable, mediante la implementación de haces vectoriales con polarización inhomogénea usando la técnica de holografía sintética en combinación con placas retardadoras.

1.3. Estructura de la tesis

La presente tesis se organiza de la siguiente manera:

En el capítulo 2, se proporciona un panorama general de los conceptos clave utilizados en esta tesis. Se inicia con las ecuaciones de Maxwell y la ecuación Helmholtz, seguidas de la representación matemática de las ondas planas. También se presenta el tema de polarización de la luz donde se describen los vectores de Jones, matrices de Jones y la representación matricial de placas retardadoras. Continuando con el tema de interferencia de la luz. Y por último se presenta la teoría de campos ópticos escalares y vectoriales.

En el capítulo 3, se describe la técnica de generación de campos ópticos vectoriales empleando holografía sintética, la cual se usa para generar campos ópticos mediante el uso de hologramas sintéticos de fase. Continuando con el concepto del holograma kinoform, donde se describe su generación y su eficiencia. Por último, se presenta la generación de campos vectoriales con polarización inhomogénea usando el holograma kinoform de un NDOF (Non Diffractive Optical Field) generado por la superposición de ondas planas. Este campo escalar cumple las condiciones necesarias para poder modular la polarización de las ondas de forma independiente en el plano de Fourier.

En el capítulo 4, se presenta la caracterización de la curva de fase un LC-SLM (Liquid Crystal -Spatial Light Modulator), el cual es empleado para desplegar los hologramas sintéticos de fase utilizados en la generación de SIPOFs (Spatial Inhomogeneous Polarization Optical Fields). El LC-SLM es caracterizado usando el efecto Talbot.

1. Introducción

En el capítulo 5, se presenta el tema de pinzas ópticas donde se describen las fuerzas ópticas que actúan sobre una partícula en el régimen de Raleigh y en el régimen de rayos ópticos. Continuando con el tema de generación de trampas ópticas producidas por SIPOFs. Al final se presenta un análisis teórico de las fuerzas ópticas producidas por dos tipos de campos ópticos vectoriales con polarización inhomogénea producidos por la superposición de cuatro ondas planas.

En el capítulo 6, se muestra la configuración experimental implementada en esta tesis para la generación de una trampa óptica usando un SIPOF. Se presentan los resultados numéricos del holograma implementado en la generación de la trampa óptica. Además, se muestran los resultados de atrapamiento óptico de partículas de cristal líquido en tres escenarios diferentes.

Por último, en el capítulo 7, se presentan las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 2

Campos ópticos

En este capítulo se presenta una breve revisión de algunos temas de la teoría electromagnética necesarios para la realización de esta tesis. Entre estos temas están, las ecuaciones de Maxwell, la ecuación de onda, la polarización e interferencia de la luz.

2.1. Ecuaciones de Maxwell

De acuerdo con la teoría electromagnética de J. Clerk Maxwell, unificada en una serie de publicaciones en la década de 1860 [33], la luz es una onda electromagnética, descrita mediante dos campos vectoriales acoplados: el campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ y el campo magnético $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$. Ambos son funciones vectoriales de la posición \mathbf{r} y del tiempo t . Estos campos son ortogonales a la dirección de propagación de la luz, y también son perpendiculares entre sí. En el espacio libre (isótropo, homogéneo y libre de corrientes), los campos $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ y $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$ deben satisfacer un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales acopladas conocidas como ecuaciones de Maxwell [34],

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (2.4)$$

2. Campos ópticos

donde $\epsilon_0=8.85\times 10^{-12}$ F/m es la permitividad eléctrica y $\mu_0= 4\pi\times 10^{-7}$ H/m es la permeabilidad magnética en el espacio libre, $\nabla\cdot$ y $\nabla\times$ son los operadores divergencia y rotacional, respectivamente.

Las ecuaciones de Maxwell para el espacio libre se pueden manipular para obtener dos expresiones vectoriales extremadamente concisas. En el caso del campo eléctrico, aplicando el operador rotacional a la ecuación (2.2), usando la identidad $\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E}) = \nabla(\nabla\cdot\mathbf{E})-\nabla^2\mathbf{E}$ y empleando las ecuaciones (2.1) y (2.3), se llega a la siguiente expresión,

$$\nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

donde ∇^2 es el operador laplaciano y $c_0=1/(\epsilon_0\mu_0)^{1/2}$ corresponde a la velocidad de la luz en el vacío. Aplicando un procedimiento similar para el campo magnético [35,36], se obtiene,

$$\nabla^2\mathbf{H} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.6)$$

Los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} satisfacen la misma ecuación diferencial parcial conocida como la ecuación de onda. Usando la función de onda vectorial $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ para representar al campo eléctrico o magnético, la ecuación de onda se expresa como:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{u}(\mathbf{r},t) = 0 \quad (2.7)$$

Considerando un campo óptico monocromático, la solución general de la ecuación (2.7) es una onda vectorial armónica $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ dependiente del tiempo, cuyas componentes cartesianas u_x, u_y, u_z , están representadas por [37]:

$$\left. \begin{aligned} u_x(\mathbf{r},t) &= a_1(\mathbf{r})\cos[\phi_1(\mathbf{r}) - wt] \\ u_y(\mathbf{r},t) &= a_2(\mathbf{r})\cos[\phi_2(\mathbf{r}) - wt] \\ u_z(\mathbf{r},t) &= a_3(\mathbf{r})\cos[\phi_3(\mathbf{r}) - wt] \end{aligned} \right\}, \quad (2.8)$$

2. Campos ópticos

donde a_n y ϕ_n ($n=1,2,3$) son funciones reales dependientes de la posición, nombradas amplitud y fase respectivamente de cada componente de la función de onda, con una frecuencia angular ω .

2.2. Ecuación de Helmholtz

La solución armónica generalizada de la ecuación de onda en (2.7) se puede expresar en notación compleja como:

$$U(\mathbf{r},t) = U(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad (2.9)$$

donde $U(\mathbf{r},t)$ representa el campo eléctrico o magnético, aquí $U(\mathbf{r})$ es una función vectorial de onda compleja y $\omega=2\pi\nu$ es la frecuencia angular en rad/s. La función de onda compleja se usa para simplificar el análisis de los campos ópticos, donde la parte real de esta función representa un campo óptico físico [37]:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r},t) = \text{Re}\{U(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\}, \quad (2.10)$$

Sustituyendo la ecuación (2.10) en la ecuación (2.7) para separar la componente temporal obtenemos la siguiente ecuación,

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.11)$$

conocida como la ecuación de Helmholtz, donde $k=\omega/c$ es el número de onda, esta ecuación solo representa la parte espacial de un campo óptico eléctrico o magnético.

2.2.1. Ondas Planas

En coordenadas cartesianas la ecuación de Helmholtz queda expresada como:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U = 0. \quad (2.12)$$

Esta ecuación se reduce a tres ecuaciones escalares:

$$\frac{\partial^2 U_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_j}{\partial z^2} + k^2 U_j = 0, \quad j = (x, y, z). \quad (2.13)$$

2. Campos ópticos

Asumiendo que la solución de U_x es de la forma [38],

$$U_x(x, y, z) = f(x)g(y)h(z). \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.14) en (2.13) obtenemos:

$$gh \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + fh \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + fg \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + k^2 fgh = 0. \quad (2.15)$$

Multiplicando la ecuación anterior por el término $1/fgh$ obtenemos,

$$\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{1}{h} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = -k^2. \quad (2.16)$$

Dado que cada término en el lado izquierdo depende de una sola variable espacial, la suma de estos términos sólo puede ser igual a $-k^2$. Por lo tanto, escribimos

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= -k_x^2 f, \\ \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} &= -k_y^2 g, \\ \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} &= -k_z^2 h. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Las componentes del número de onda deben satisfacer que,

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. \quad (2.18)$$

La solución general a la ecuación (2.14) es:

$$U_x(x, y, z) = A \exp[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (2.19)$$

donde $\mathbf{k}=(k_x, k_y, k_z)$ es el vector de onda y $\mathbf{r}=(x, y, z)$ es el vector de posición.

Similarmente,

$$U_y(x, y, z) = B \exp[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (2.20)$$

$$U_z(x, y, z) = C \exp[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]. \quad (2.21)$$

Combinando todas las componentes obtenemos la solución a la ecuación (2.12)

$$U = (A\hat{x} + B\hat{y} + C\hat{z})\exp[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]. \quad (2.22)$$

2.3 Polarización de la luz

La polarización de la luz está determinada por el curso temporal de la dirección del vector de campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Para luz monocromática, las tres componentes del campo eléctrico varían de forma armónica con el tiempo con amplitudes y fases que generalmente son diferentes, por lo que en cada posición \mathbf{r} el punto final del vector $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ se mueve en un plano y traza una elipse [34]. El plano, la orientación y la forma de la elipse generalmente varía con la posición. La luz es una onda transversal, por lo tanto, las vibraciones del campo eléctrico siempre son perpendiculares a la dirección de propagación de la luz. Para hacer más simple el análisis de la polarización se hacen consideraciones paraxiales.

En la óptica paraxial la luz se propaga en direcciones que se encuentran dentro de un cono estrecho centrado alrededor del eje óptico (el eje z), por lo tanto, el vector del campo eléctrico se encuentra aproximadamente en el plano transversal x - y .

Consideremos una onda electromagnética plana, cuyo vector de campo eléctrico está dado por,

$$\mathbf{E}(z, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}_0 \exp[i(kz - \omega t)]\}, \quad (2.23)$$

donde la envolvente compleja está dada por

$$\mathbf{E}_0 = E_{0x} e^{i\varphi_x} \hat{x} + E_{0y} e^{i\varphi_y} \hat{y}. \quad (2.24)$$

Para describir la polarización de esta onda, se traza el punto final del vector $\mathbf{E}(z, t)$ para cada posición z como una función del tiempo.

Sustituyendo \mathbf{E}_0 en la ecuación (2.23) obtenemos,

$$\mathbf{E}(z, t) = E_x(z, t)\hat{x} + E_y(z, t)\hat{y}. \quad (2.25)$$

2. Campos ópticos

donde,

$$E_x = E_{0x} \cos[kz - \omega t + \varphi_x], \quad (2.26)$$

$$E_y = E_{0y} \cos[kz - \omega t + \varphi_y]. \quad (2.27)$$

A partir de las ecuaciones (2.26) y (2.27) se puede obtener la siguiente relación [32]:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2 \cos \varphi \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) = \sin^2 \varphi, \quad (2.28)$$

donde $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ es la diferencia de fase entre las componentes del campo eléctrico. Si fijamos un valor para z , la punta del vector de campo eléctrico rota periódicamente en el plano x - y , trazando una elipse conocida como elipse de polarización. El estado de polarización de la onda está determinado por la forma de la elipse. Para obtener polarización lineal la diferencia de fase φ debe ser 0 ó π , entonces $E_y = \pm (E_{0x}/E_{0y}) E_x$. Si $E_{0x} = E_{0y}$ el plano de polarización hace un ángulo de 45 grados con el eje x . Si $\varphi = \pm \pi/2$ y $E_{0x} = E_{0y}$ se dice que la onda tiene polarización circular. En un punto fijo del eje z , si $\varphi = \pi/2$, el vector de campo eléctrico resultante gira en sentido de las manecillas del reloj, entonces se dice que la luz tiene polarización circular derecha. Si $\varphi = -\pi/2$, el vector de campo eléctrico resultante gira en sentido contrario a las manecillas del reloj, entonces se dice que la luz tiene polarización circular izquierda.

2.3.1. Vectores de Jones

Una onda plana monocromática que viaja en la dirección z está completamente caracterizada por sus envolventes complejas $E_x = E_{0x} \exp(i\varphi_x)$ y $E_y = E_{0y} \exp(i\varphi_y)$ que corresponden a las componentes x y y del campo eléctrico. Estas cantidades complejas pueden escribirse a través del vector

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

2. Campos ópticos

conocido como el vector de Jones. Los vectores de Jones para algunos estados de polarización se muestran en la Tabla 2.1. La intensidad en cada caso ha sido normalizada tal que $|J_x|^2 + |J_y|^2 = 1$ y la fase de la componente $\varphi_x = 0$. Dado el vector de Jones, es posible determinar la intensidad total de la onda, $(|J_x|^2 + |J_y|^2)/2\eta$ donde η es la impedancia del medio y la diferencia de fase $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \arg\{J_y\} - \arg\{J_x\}$.

Estado de polarización	Vector J	Gráfica
Lineal en dirección x	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Lineal, haciendo un ángulo con el eje x	$\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$	
Circular derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	
Circular izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	

Tabla 2.1. Representación de los vectores de Jones para algunos casos [32].

2.3.2 Matrices de Jones

En el formalismo de Jones, un dispositivo óptico que puede modificar el estado de polarización de un haz de luz se representa a través de una matriz 2×2 , denominada matriz de Jones. Estos dispositivos son capaces de cambiar el estado de polarización del campo incidente modificando su amplitud y/o su fase, es decir, alterando las componentes de su vector de Jones. Supongamos que un campo eléctrico E_i incide sobre un dispositivo óptico, cuya matriz de representación es T , a la salida del dispositivo el campo eléctrico transmitido E_t está dado por,

2. Campos ópticos

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{T}\mathbf{E}_i, \quad (2.30)$$

donde

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

2.3.3 Representación matricial de Jones de una placa retardadora

Existen diferentes elementos ópticos que modifican la polarización de la luz, los cuales pueden ser representados por una matriz de Jones. Por ejemplo, una placa retardadora.

Una placa retardadora es un dispositivo óptico que modifica la polarización de la luz incidente, introduciendo un retardo de fase entre las componentes del campo eléctrico. La placa retardadora tiene dos direcciones características llamadas eje rápido y eje lento. El eje rápido adelanta la fase en una componente del campo eléctrico, y el eje lento retrasa la fase en otra componente del campo eléctrico. En la Figura 2.1, se muestra una placa retardadora con eje rápido en dirección x y el eje lento en dirección y .

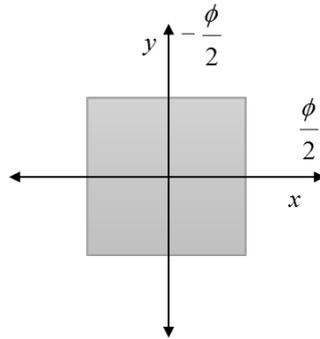


Figura 2.1. Placa retardadora con eje rápido en x y eje lento en y .

La matriz de Jones que representa el efecto de una placa retardadora con eje rápido en la dirección x y eje lento en la dirección y es:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} e^{i\phi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi/2} \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

De acuerdo con la ecuación (2.30), cuando un campo eléctrico $\mathbf{E}_i=(E_x, E_y)$ incide sobre una placa retardadora descrita por la ecuación (2.32), se obtiene el siguiente campo emergente:

2. Campos ópticos

$$\mathbf{E}_t = \begin{bmatrix} E_x e^{i\phi/2} \\ E_y e^{-i\phi/2} \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Si la placa retardadora hace un ángulo con el eje x , la matriz que representa a la placa rotada se obtiene mediante la siguiente relación,

$$\mathbf{T}' = \mathbf{R}(-\theta)\mathbf{T}\mathbf{R}(\theta), \quad (2.34)$$

donde la matriz de rotación es,

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

2.4. Interferencia de la luz

La interferencia de la luz ocurre cuando dos o más ondas electromagnéticas monocromáticas mutuamente coherentes se superponen en algún lugar del espacio [38]. La teoría de la interferencia óptica está basada en el principio de superposición lineal de ondas electromagnéticas. De acuerdo con este principio, el campo eléctrico resultante \mathbf{E} en un punto P en el espacio, procedente de los campos separados $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2 \dots \mathbf{E}_N$ de n ondas electromagnéticas, está dado por [35]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_N. \quad (2.36)$$

El mismo principio se cumple para el campo magnético.

Los campos eléctricos varían en el tiempo a una gran velocidad (del orden de 10^{14} Hz), lo cual hace imposible detectar experimentalmente su señal [40]. Por lo que el estudio de la interferencia de la luz se hace recurriendo a la intensidad o irradiancia I del campo resultante.

La irradiancia está definida como la magnitud del flujo promedio del vector de Poynting \mathbf{S} en el tiempo T . Este vector representa el flujo instantáneo de energía cruzando un área unitaria por unidad de tiempo en la dirección de propagación del haz y está relacionado con el campo eléctrico y magnético. Considerando campos monocromáticos, la irradiancia se expresa de la siguiente forma [36,39]:

2. Campos ópticos

$$I(\mathbf{r}) = \left| \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle_T \right| = \frac{1}{2} \left| \text{Re} \left[\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}) \right] \right| \quad (2.37)$$

Podemos reescribir la irradiancia en términos del campo eléctrico o el campo magnético. Eligiendo el campo eléctrico la irradiancia queda expresada como [40]:

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}), \quad (2.38)$$

donde n_0 es el índice de refracción del medio.

Ahora, consideremos la superposición de dos ondas electromagnéticas con la misma frecuencia

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{(1)} + \mathbf{E}_{(2)}, \quad (2.39)$$

donde

$$\mathbf{E}_{(1)} = \mathbf{E}_1 \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_1)], \quad (2.40)$$

$$\mathbf{E}_{(2)} = \mathbf{E}_2 \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_2)]. \quad (2.41)$$

Si la diferencia de fase $\varphi_1 - \varphi_2$ es constante, se dice que las ondas son mutuamente coherentes. Omitiendo la constante multiplicativa $(1/2)n_0 c \epsilon_0$, la irradiancia de la superposición de las ondas electromagnéticas se calcula como:

$$I = (\mathbf{E}_{(1)} + \mathbf{E}_{(2)}) \cdot (\mathbf{E}_{(1)}^* + \mathbf{E}_{(2)}^*) = |\mathbf{E}_1|^2 + |\mathbf{E}_2|^2 + 2 \text{Re}\{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^*\}. \quad (2.42)$$

Cuando los campos que interfieren son paralelos $\text{Re}\{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^*\} = |\mathbf{E}_1||\mathbf{E}_2|\cos(\varphi)$, considerando $I_1 = |\mathbf{E}_1|^2$ e $I_2 = |\mathbf{E}_2|^2$ entonces podemos reescribir la ecuación (2.42) como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos(\varphi), \quad (2.43)$$

donde

$$\varphi = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1 - \varphi_2, \quad (2.44)$$

2. Campos ópticos

es la diferencia de fase con la que las ondas interfieren. En la ecuación (2.43), el tercer término corresponde al término de interferencia.

Si las ondas que interfieren tienen estados de polarización ortogonal $\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* = 0$, por tanto, la superposición de estas ondas generará un nuevo estado de polarización, pero la distribución de energía queda inalterada.

A partir de la superposición de campos ópticos podemos construir campos ópticos escalares o campos ópticos vectoriales más complejos. Los campos escalares se caracterizan por tener una distribución de polarización homogénea. Mientras que los campos vectoriales poseen una distribución de polarización inhomogénea.

2.5 Campos ópticos escalares

La teoría electromagnética describe a la luz como una onda vectorial. Sin embargo, a pesar de su naturaleza vectorial, en diversos fenómenos ópticos es posible estudiarla usando la teoría de campos ópticos escalares, en la cual la luz está descrita como una función de onda escalar. La teoría de campos escalares es una aproximación de la teoría electromagnética y es adecuada para ondas paraxiales, es decir, ondas que se propagan a un ángulo muy reducido alrededor de un eje.

De acuerdo con la teoría óptica escalar, un campo óptico monocromático arbitrario está descrito por la función de onda $u(x,y,z,t)$, la cual satisface la ecuación de onda escalar y representa cualquier componente del campo eléctrico o magnético, dada como [34]:

$$u(x,y,z,t) = \text{Re}\{U(x,y,z,t)\} \quad (2.45)$$

donde $U(x,y,z,t)$ es la función de onda compleja dada como:

$$U(x,y,z,t) = U(x,y,z)e^{-i\omega t}, \quad (2.46)$$

aquí $\omega = 2\pi\nu$ es la frecuencia angular en rad/s, ν es la frecuencia en Hz y $U(x,y,z)$ amplitud compleja de la onda, escrita como,

$$U(x,y,z) = a(x,y,z)e^{i\phi(x,y,z)}, \quad (2.47)$$

donde $\phi(x,y,z) = \text{arg}\{U(x,y,z)\}$

2. Campos ópticos

La función descrita en (2.47), cumple la ecuación escalar de Helmholtz dada como,

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.48)$$

Los haces escalares tienen una distribución de polarización homogénea (lineal, circular o elíptica), en este caso el estado de polarización no depende de la localización espacial en la sección transversal del haz [42, 43], como se muestra en la Figura 2.2.

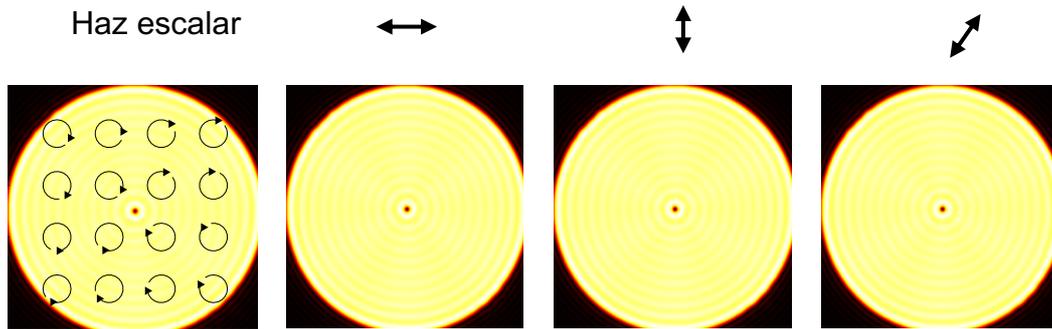


Figura 2.2. Los haces escalares tienen polarización homogénea, por lo tanto, el modo espacial no se ve afectado por la elección de la proyección de polarización (excepto por un factor de amplitud).

Un ejemplo de campos ópticos escalares son los campos ópticos adifraccionales producidos por ondas planas, de los cuales hablaremos en esta tesis

2.5.1. Campos ópticos adifraccionales

Los campos ópticos adifraccionales (NDOFs, Non-diffractive optical fields) escalares son aquellos que conservan su perfil transversal a lo largo de su propagación. Una gran variedad de NDOFs pueden ser obtenidos mediante la superposición de ondas planas cuyos vectores de propagación tienen una componente común respecto al eje de propagación. En particular, si las proyecciones transversales de los vectores de propagación de las ondas tienen ángulos azimutales uniformemente distribuidos se obtiene un NDOF periódico o cuasiperiódico.

Los NDOFs son ampliamente utilizados para generar cristales y cuasi-cristales fotónicos en diferentes medios ópticos, por lo que, en estas aplicaciones, la generación eficiente de los NDOFs resulta un factor crucial.

2. Campos ópticos

Un NDOF puede ser expresado como la superposición de ondas planas de igual amplitud, cuyos vectores de propagación tienen proyección común k_z respecto al eje z . El módulo de la componente transversal de los vectores de propagación k_t es una constante dada por la identidad

$$k_t^2 = k^2 - k_z^2, \quad (2.49)$$

donde $k=2\pi/\lambda$, corresponde al número de onda. Para el caso particular de los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos, los vectores de propagación de las ondas que interfieren tienen una proyección común sobre el eje z , y las proyecciones transversales de estos vectores tiene ángulos azimutales uniformemente distribuidos en el plano x - y . Los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos formados por la superposición de Q ondas planas en el plano $z=0$, son expresados en coordenadas polares (r, θ) , como [46]:

$$s(r, \theta) = C \sum_{q=0}^{Q-1} \exp(i\theta_q) \exp[i2\pi\rho_0 r \cos(\theta - q\Delta\theta)], \quad (2.50)$$

donde $\theta_n = n p \Delta\theta$ es el corrimiento de fase de la n -ésima onda plana con $\Delta\theta = 2\pi/Q$, p es un número entero, $2\pi\rho_0$ es el módulo de las componentes transversales de los vectores de propagación y C es una constante de normalización que hace que el máximo de $s(r, \theta)$ sea igual a 1. En particular si $p=0$, entonces $C=1/Q$.

En la construcción de campos ópticos escalares la polarización puede ser ignorada. En cambio, en la generación de campos ópticos vectoriales la polarización juega un papel muy importante.

2.6. Campos ópticos vectoriales

El interés en el estudio de campos ópticos vectoriales o haces vectoriales (VBs, Vector Beams) ha incrementado debido a sus aplicaciones en diferentes áreas de la óptica tales como como microscopía de alta resolución [47], espectroscopia [48], atrapamiento óptico [49], comunicaciones ópticas [50] y cuánticas [51], memorias cuánticas [52], fabricación láser [53] y óptica no lineal [54].

Los VBs son campos ópticos que tienen una distribución de polarización espacialmente inhomogénea, es decir, el estado de polarización varía en función de la

2. Campos ópticos

localización espacial en la sección transversal del haz [42, 43], como se muestra en la Figura 2.3. En adelante nos referiremos a los haces vectoriales como SIPOFs (Spatially Inhomogeneous Polarization Optical Fields).

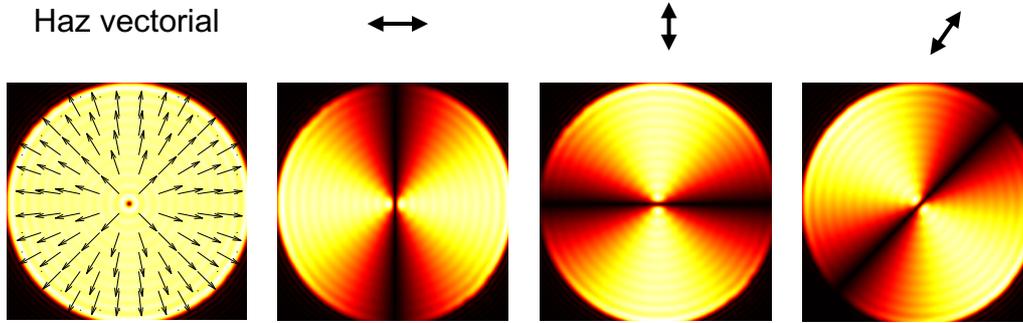


Figura 2.3. Los haces vectoriales tienen polarización no homogénea. Una consecuencia, es que el patrón de luz cambia con la elección de la proyección de polarización.

De manera general se ha mostrado que un SIPOF puede ser construido mediante la combinación lineal de dos haces escalares arbitrarios complejos $E_1(x,y,z)$, y $E_2(x,y,z)$ con estados de polarización mutuamente ortogonal [44, 45]. Considerando que varían transversalmente, es decir, en el plano x - y ($z=0$), un SIPOF es expresado matemáticamente empleando el formalismo matricial de Jones como:

$$\mathbf{E}(x, y) = E_1(x, y) \begin{pmatrix} e^{i\varphi_{1x}} \\ e^{i\varphi_{1y}} \end{pmatrix} + E_2(x, y) \begin{pmatrix} e^{i\varphi_{2x}} \\ e^{i\varphi_{2y}} \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

donde φ_{1x} , φ_{1y} , φ_{2x} , φ_{2y} , son constantes de fase de las componentes de polarización x y y . Estas constantes de fase definen la base de polarización usada.

En este trabajo reportamos otro tipo de SIPOFs, los cuales se construyen a partir de la superposición de más de dos ondas planas con polarizaciones asimétricas.

2.6.1. Descripción matemática de un SIPOF mediante la superposición de ondas planas polarizadas independiente

En la ecuación (2.50), si suponemos que las ondas escalares interfieren con polarizaciones independientes es posible generar un SIPOF, el cual es descrito mediante la siguiente función matemática [30],

2. Campos ópticos

$$s(r, \theta) = C \sum_{q=0}^{Q-1} \exp(i\theta_q) \exp[i2\pi\rho_0 r \cos(\theta - q\Delta\theta)] \begin{bmatrix} J_{1q} \\ J_{2q} \end{bmatrix}, \quad (2.52)$$

donde la polarización de la onda n-ésima plana viene dada por un vector de Jones, con componentes complejos J_{1q} y J_{2q} .

A continuación, se describen los diferentes métodos experimentales SIPOFs

2.6.2. Métodos de generación de SIPOFs

Los métodos de generación de SPOFs han sido propuestos desde 1972, los cuales pueden ser clasificados de manera general en dos categorías: métodos activos y métodos pasivos [42].

En los métodos activos, por lo general se usan dispositivos de intracavidad láser que forzan a un láser a oscilar en un modo de polarización generando un haz vectorial a la salida. Los dispositivos de intracavidad pueden ser componentes axiales birrefringentes [55], componentes dicroicos axiales [56] o espejos con rejillas de difracción [42,57]. En la Figura 2.4, se muestra un arreglo experimental para la generación de un SIPOF usando un espejo con una rejilla polarizada.

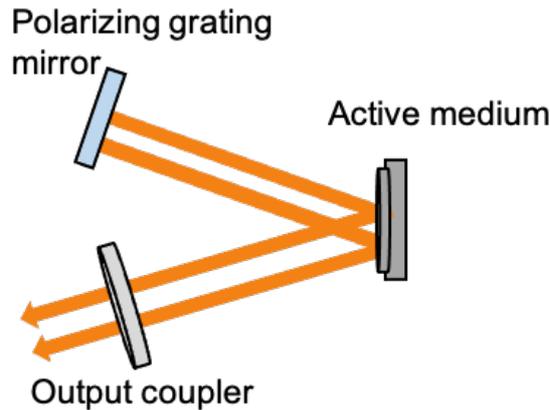


Figura 2.4. Láser que genera un SIPOF usando un espejo con una rejilla polarizada multicapa.

En los métodos pasivos, los SIPOFs se obtienen convirtiendo un haz de luz láser con una distribución de polarización homogénea en un haz de luz con una distribución de polarización inhomogénea usando analizadores radiales [58], interferometría [59], litografía [60] u holografía sintética en combinación con LC-SLMs (Liquid Crystal -

2. Campos ópticos

Spatial Light Modulator) [29, 61]. De estos arreglos ópticos, la generación de haces vectoriales con el ultimo método mencionado ha mostrado los mejores resultados en cuanto a estabilidad y simplicidad. En la Figura 2.5, se muestra un arreglo experimental para generar un SIPOF usando un SLM de cristal líquido.

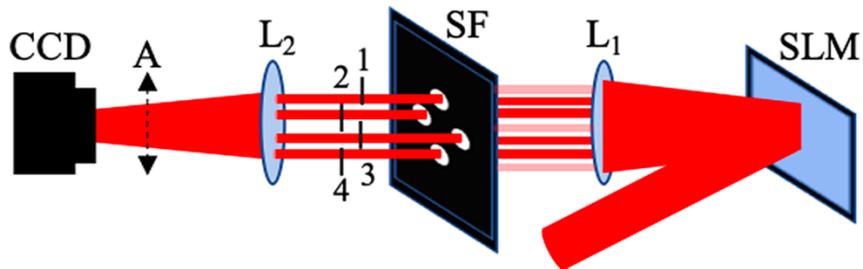


Figura 2.5. Arreglo experimental para generar SIPOF con 4 haces polarizados independiente. SLM, modulador de luz espacial de cristal líquido; SF, filtro espacial; L1 y L2, lentes; 1, 2, 3, 4, son placas de media onda o de cuarto de onda; A, analizador; CCD, cámara [30].

Capítulo 3

Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

En esta tesis se utiliza una técnica llamada holografía sintética para generar un SIPOF mediante la superposición de ondas planas con polarizaciones asimétricas. Esta técnica permite transformar un haz escalar en dos o más haces escalares mediante el uso de hologramas generados por computadora desplegados en un LC-SLM, de esta manera es posible modificar la polarización de los haces de forma independientemente con placas retardadoras de media onda y un cuarto de onda. En particular nos interesa generar SIPOFs con un patrón de intensidad constante, puesto que solo nos interesa estudiar el efecto del gradiente de polarización producido por la superposición de ondas planas polarizadas ortogonalmente.

En este capítulo se presentan las bases teóricas de la holografía sintética y se habla de la generación de campos ópticos a partir de su holograma sintético de fase también denominado kinoform.

3.1. Holografía sintética

La holografía captura la información de amplitud y fase de una onda electromagnética registrando el patrón de interferencia entre un frente de onda de un objeto y un frente de onda de referencia. El método fue desarrollado conceptualmente por Dennis Gabor [62] en la década de 1940, sin embargo, fue aplicado hasta la década de 1960 después de la invención del láser.

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

En 1966, la holografía fue revolucionada por Lohmann a través de la invención de los hologramas generados por computadora (CGHs) u hologramas sintéticos, los cuales pueden crear frentes de onda definidos matemáticamente, eliminando la necesidad de objetos físicos [63], estos primeros CGHs eran binarios y la calidad de reconstrucción de imágenes era baja. En 1970, Lee desarrolló CGHs en 256 niveles de grises [64], estos hologramas mostraron mejor calidad que hologramas binarios de Lohmann. Las aplicaciones de los CGHs crecieron enormemente gracias a sus mejoras [65]. Este proceso de reconstrucción de imágenes mediante CGHs se conoce como holografía sintética [66].

Utilizando la técnica de holografía sintética es posible reconstruir campos ópticos complejos arbitrarios mediante CGHs que contienen información de la fase o la amplitud de un campo óptico descrito matemáticamente. Para reconstruir el campo óptico el CGH u holograma sintético debe ser desplegado en un SLM (Modulador Espacial de Luz), el cual es iluminado con una onda de referencia.

La calidad y la eficiencia de la construcción de campos ópticos utilizando un SLM depende en gran medida del método de codificación que se esté empleando en la generación de hologramas sintéticos. La ventaja de trabajar con el SLM es que permite cambiar fácilmente los hologramas implementados sin alterar el arreglo experimental, lo cual se hace simplemente cambiando los parámetros del campo óptico desde el código utilizado para la generación del holograma.

Los hologramas sintéticos de acuerdo con la forma de codificación se clasifican en: hologramas orientados a celdas y hologramas orientados a puntos. Los primeros son hologramas en el que un sólo valor complejo de la transmitancia es codificado mediante una celda subdividida en elementos adicionales individualmente direccionables (píxeles), cada uno de los cuales es manipulado para obtener la modulación deseada.

Cuando estas celdas son restringidas a un solo píxel; es decir, no hay subestructuras, se dice que el holograma resultante es un holograma orientado a puntos. En 2004, L. Bigue [67] reportó que los hologramas orientados a puntos tienen mayores ventajas que los hologramas orientados a celdas, por ejemplo, mayor producto espacio-ancho de banda, mayor eficiencia de difracción y mayor SNR (Razón Señal a Ruido).

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

Por otra parte, cuando el criterio de clasificación es el tipo de modulación del holograma, es posible distinguir dos tipos de hologramas: hologramas de amplitud y hologramas de fase. Los primeros son los que mediante una función únicamente de amplitud codifica los valores de una función o campo complejo. De manera similar, un holograma sintético de fase (SPH) tiene función de transmitancia únicamente de fase que permite codificar a la función compleja. Los hologramas de amplitud absorben parte de la luz incidente, mientras que los de fase transmiten toda la luz incidente sin presentar absorción. En esta tesis se trabajó con hologramas sintéticos de fase orientados a puntos.

3.2. Holograma sintético de fase

El propósito de un SPH (Holograma Sintético de Fase) es generar un campo óptico complejo arbitrario. Este campo complejo puede ser expresado como [68]

$$s(x, y) = a(x, y) \exp(i\phi(x, y)), \quad (3.1)$$

donde la fase $\phi(x, y)$ se encuentra en el dominio $[-\pi, \pi]$ y la amplitud $a(x, y)$ es una función que toma valores en el intervalo $[0, 1]$. Los valores posibles de la función $s(x, y)$ pertenecen al círculo de radio unitario centrado en el origen del plano complejo. El objetivo es codificar el campo complejo $s(x, y)$ en un SPH. En este caso, la función de transmitancia del SPH toma valores pertenecientes al círculo unitario; es decir, el módulo de la función de transmitancia es unitario. La función de transmitancia de un SPH es expresada como una función explícitamente dependiente de la amplitud y de la fase del campo complejo a codificar y está dada por

$$h(x, y) = \exp\{i\psi[a(x, y), \phi(x, y)]\}, \quad (3.2)$$

donde $\psi[a(x, y), \phi(x, y)]$ es la función de modulación de fase del SPH perteneciente a un conjunto de funciones capaces de codificar al campo complejo $s(x, y)$ en un SPH. En general, el campo complejo deseado o término señal $s(x, y)$ está relacionado con la función de transmitancia del SPH dada por la ecuación (3.2), mediante la identidad,

$$h(x, y) = \beta s(x, y) + \varepsilon(x, y), \quad (3.3)$$

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

donde β es una constante real positiva, referida como factor de ganancia de amplitud del SPH, y (x,y) es el error de modulación. Aunque puede haber un número infinito de funciones de modulación de fase $\psi[a(x,y), \phi(x,y)]$ que satisfagan la ecuación (3.3), la función de error puede tener diferentes estructuras de modo que resulte imposible separarla del término que contiene al campo complejo codificado o término señal $s(x,y)$. Por lo tanto, es necesario imponer ciertas restricciones al holograma de fase relacionadas con la capacidad de aislamiento del término señal. Sean Ω_ε y Ω_s los dominios de las transformadas de Fourier de $s(x,y)$ y $\varepsilon(x,y)$, dadas por $S(u,v)$ y $E(u,v)$, es posible recuperar $s(x,y)$ mediante un filtraje espacial del espectro de Fourier de la función $h(x,y)$ dada en (3.2), si Ω_ε y Ω_s son disjuntos. Esta condición es llamada condición de filtraje espacial y se ilustra en la Figura 3.1.

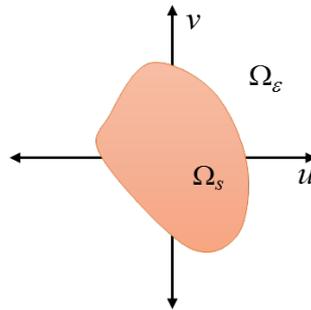


Figura 3.1. La condición de filtraje espacial requiere que los dominios Ω_ε y Ω_s no se traslapen.

En general, los diferentes códigos holográficos no cumplen de manera estricta la condición de filtraje espacial. La calidad de reconstrucción del campo complejo codificado a partir del SPH nos indica qué tan cerca estamos del cumplimiento de esta condición. Dicha calidad de reconstrucción es medida de manera cuantitativa mediante la Razón Señal a Ruido (SNR, por sus siglas en inglés *Signal-to-Noise Ratio*), definida como [69]

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

$$SNR = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y) - \gamma s_t(x, y)|^2 dx dy}, \quad (3.4)$$

donde $s(x,y)$ es el campo complejo ideal codificado, $s_t(x,y)$ es el campo reconstruido a partir del holograma mediante filtraje espacial, D_s es el soporte donde está contenida $s(x,y)$, y γ es una constante dada por

$$\gamma = \frac{\iint_{D_s} \text{Re}\{s(x, y)s_t^*(x, y)\} dx dy}{\iint_{D_s} |s_t(x, y)|^2 dx dy}. \quad (3.5)$$

Por otro lado, si el objetivo es analizar la eficiencia del SPH, se asume que la condición de filtraje se cumple. En este caso, la energía del SPH, según la ecuación (3.3), se compone de dos términos: la energía de la señal E_s amplificada por el factor de ganancia de amplitud al cuadrado β^2 y la energía del término de error E_ε , esto es,

$$E_h = \beta^2 E_s + E_\varepsilon. \quad (3.6)$$

El factor de ganancia de amplitud β es una constante relacionada con la condición de codificación de los SPHs. Mientras que, la eficiencia del SPH indica qué parte de la energía de la transmitancia es utilizada por el término señal $s(x,y)$ y es definida por,

$$\eta_h = \beta^2 \frac{E_s}{E_h}, \quad (3.7)$$

donde E_s y E_h son las energías del campo complejo a codificar y del holograma respectivamente definidas como:

$$E_s = \iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy, \quad (3.8)$$

$$E_h = \iint_{D_s} dx dy. \quad (3.9)$$

El desempeño de cualquier SPH es evaluado mediante la SNR y la eficiencia de difracción. Este desempeño depende directamente de la adecuada selección de la función de modulación de fase en la ecuación (3.2). Un método muy útil para

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

determinar la función de modulación consiste en representar la función $h(x,y)$ definida por la ecuación (3.2), mediante una serie de Fourier, en el dominio de $\phi(x,y)$.

Esta expansión sólo es válida para SPHs que son funciones de la amplitud y la de la fase del campo óptico. Desarrollando esta serie de Fourier, la transmitancia del SPH puede ser expresada como [68]

$$h(x,y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} h_q(x,y), \quad (3.10)$$

donde

$$h_q(x,y) = C_q^a \exp(iq\phi) \quad (3.11)$$

con coeficientes

$$C_q^a = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i\psi(a,\phi)] \exp(-iq\phi) d\phi. \quad (3.12)$$

La dependencia explícita de la amplitud a y de la fase ϕ de coordenadas (x,y) es omitida en las ecuaciones (3.11) y (3.12). Después de integrar la ecuación (3.12) respecto a la variable ϕ , los coeficientes C_q^a dependen explícitamente de la amplitud a , por lo tanto, los coeficientes C_q^a son implícitamente dependientes de las coordenadas (x,y) . De la ec. (3.10) se puede determinar que cuando $q=1$, se obtiene la fase del campo complejo codificado o término señal. Por consiguiente, el término señal $s(x,y)$ es recuperado a partir de $h(x,y)$, si y sólo si se cumple la siguiente condición

$$C_1^a = \beta a, \quad (3.13)$$

para un factor de ganancia de amplitud. La ecuación (3.13) es conocida como condición de codificación. Si la condición de codificación se cumple, entonces el primer término de la serie de Fourier de la función de transmitancia del SPH en (3.10), corresponde al campo complejo codificado, excepto por un factor β . Luego, como el término de la ecuación (3.12) puede ser dividido en parte real y parte imaginaria, las condiciones suficientes y necesarias para cumplir ecuación (3.13) están dadas por las siguientes identidades,

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin[\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 0, \quad (3.14)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos[\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 2\pi\beta a. \quad (3.15)$$

Las ecuaciones (3.14) y (3.15) permiten determinar el conjunto de funciones de fase $\psi[a, \phi]$, que codifican adecuadamente al campo complejo $s(x, y)$ en un SPH. En la ecuación (3.15) notamos que el máximo valor de la integral es 2π , entonces el valor máximo posible de la constante β para una adecuada codificación es cuando β es igual a la unidad. El análisis anterior restringe a la función $\psi[a, \phi]$, la cual deberá ser diferente de la fase ϕ del campo complejo a codificar debido a que si $\psi[a, \phi] = \phi$, en consecuencia, la ecuación (3.15) no se satisface. Sin embargo, existen algunas funciones que se pueden codificar mediante $\psi[a, \phi] = \phi$, este tipo de holograma se conoce como kinoform.

3.3. Holograma Kinoform

Un SPH construido a partir de la fase del campo complejo a codificar es denominado kinoform, el cual fue propuesto por L. B. Lesem y sus colaboradores en 1969 [70]. La función de modulación de fase del kinoform depende únicamente de la fase del campo complejo $s(x, y)$ descrito por la ecuación (3.1) y considera constante a la amplitud, es decir,

$$\psi[a(x, y), \phi(x, y)] = \phi(x, y). \quad (3.16)$$

Una característica relevante del kinoform es su alta eficiencia de difracción, de acuerdo con lo establecido por Wyrowski [71], este holograma alcanza la eficiencia límite para los hologramas sintéticos de fase. Wyrowski no sólo demostró el cumplimiento del kinoform con la eficiencia límite, sino además estableció las expresiones matemáticas para hallar el máximo del factor de ganancia de amplitud o ganancia límite β_L y la eficiencia límite η .

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

3.3.1 Eficiencia del holograma kinoform

Un SPH que permite la codificación del campo complejo $s(x,y)$ con ganancia β , de acuerdo con la identidad en la ecuación (3.3), está definido por,

$$\exp[i\psi(a,\phi)] = \beta s(x,y) + \varepsilon(x,y). \quad (3.17)$$

donde a y ϕ tienen dependencia de las coordenadas espaciales (x,y) , las cuales son omitidas. Multiplicando ambos lados de la ecuación (3.18) por $s^*(x,y)$ e integrando sobre el soporte del campo complejo a codificar D_s , se obtiene,

$$\begin{aligned} \iint_{D_s} \exp(i\psi(a,\phi)) s^*(x,y) dx dy &= \beta \iint_{D_s} |s(x,y)|^2 dx dy \dots \\ &+ \iint_{D_s} \varepsilon(x,y) s^*(x,y) dx dy, \end{aligned} \quad (3.18)$$

cuando el espectro de Fourier de las funciones $s(x,y)$ y $\varepsilon(x,y)$ no se traslapan es posible la reconstrucción del campo complejo $s(x,y)$ aplicando un filtro espacial binario en el espectro de Fourier del holograma. Cuando esto ocurre el segundo término del lado derecho de la ecuación (3.18), correspondiente a la correlación entre $s(x,y)$ y $\varepsilon(x,y)$ evaluada en el origen, se hace cero. En este caso, considerando que β es real, el factor de ganancia de amplitud a partir de la ecuación (3.19), puede ser expresado como

$$\beta = \frac{\iint_{D_s} |s(x,y)| \cos[\psi(a,\phi) - \phi] dx dy}{\iint_{D_s} |s(x,y)|^2 dx dy}. \quad (3.19)$$

En la ecuación (3.19), el máximo valor del factor de ganancia de amplitud es obtenido cuando la función de modulación de fase $\psi[a,\phi]$ corresponde a la fase ϕ del campo complejo codificado $s(x,y)$. Por tanto, el factor de ganancia de amplitud límite está dado por [72],

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

$$\beta_L = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)| dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy}. \quad (3.20)$$

La expresión (3.20) implica que cuando la función de modulación de fase del SPH corresponde la fase del campo complejo a codificar, entonces se alcanza la ganancia de amplitud límite β_L . Por lo tanto, el campo puede ser reconstruido con el máximo de ganancia de amplitud, mediante filtraje espacial en el espectro de Fourier de su kinoform si este cumple de manera estricta la condición de filtraje espacial. En este caso, la eficiencia también tiene su máximo valor, de acuerdo con la ecuación (3.7), está dada por,

$$\eta_L = \beta_L^2 \frac{E_s}{E_h}. \quad (3.21)$$

En la derivación anterior, está sujeto a la restricción $|s(x, y)| \leq 1$, entonces es mayor a uno, lo cual es una ventaja de emplear hologramas sintéticos sobre los hologramas generados a través de óptica convencional la máxima amplitud de ganancia es uno. El cumplimiento del kinoform con la eficiencia límite lo convierte en el SPH más eficiente, sin embargo, no es posible su implementación en la reconstrucción de cualquier campo complejo, debido a que no todas las funciones complejas cumplen con la condición de filtraje espacial.

3.4. Generación de un SIPOF usando el holograma kinoform de un NDOF.

Dada la descripción matemática de un haz vectorial con polarización inhomogénea o SIPOF, el proceso de generación se reduce a codificar en un solo haz dos o más haces con diferentes estados de polarización. Los medios y métodos para lograrlo son variados y han evolucionado a lo largo de los años hacia soluciones más versátiles y compactas.

Un método sencillo para producir SIPOFs es utilizar un interferómetro para superponer dos haces que han sido polarizados individualmente. Sin embargo, la implementación de este método presenta algunas desventajas como la pérdida de

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

energía e inestabilidad debido al uso de múltiples dispositivos ópticos. Además, este método resulta ser poco práctico ya que es difícil controlar la fase de cada onda a interferir.

En esta tesis se usa un método altamente estable y eficiente para la generación de SIPOFs descritos en la ecuación (2.52), basado en holografía sintética. Tal método consiste en convertir un haz escalar (haz con polarización homogénea) en múltiples haces polarizados independientemente usando hologramas sintéticos de fase de NDOFs generados por computadora en combinación con placas retardadoras de media onda y un cuarto de onda. Estos haces se superponen para formar un SIPOF.

Los hologramas kinoform empleados para la construcción de los SIPOF tienen una eficiencia de [46],

$$\eta_L = \frac{\int_D |s(x,y)|^2 dx dy}{\int_D dx dy}, \quad (3.22)$$

donde $s(x,y)$ expresada en coordenadas cartesianas por conveniencia representa la amplitud de los NDOFs generados por la superposición de ondas planas descritos en la ecuación (2.50). El dominio de integración D es un soporte circular que físicamente limita el campo. Expresando el NDOF en su forma polar, $s(x,y)=|s(x,y)|\exp[i\phi(x,y)]$, su kinoform está dado por,

$$h_k = \exp[i\psi(x,y)]. \quad (3.23)$$

donde la función de modulación de fase $\psi(x,y)=\arg\{s(x,y)\}$ es la fase del propio NDOF.

Es posible relacionar $s(x,y)$ y $h_k(x,y)$ por la expresión,

$$h_k(x,y) = \beta s(x,y) + \varepsilon(x,y), \quad (3.24)$$

donde β es una constante positiva, referida a la amplitud de ganancia y $\varepsilon(x,y)$ es el error de modulación del holograma. Denotando las transformadas de Fourier de $s(x,y)$ y $\varepsilon(x,y)$ por $S(u,v)$ y $E(u,v)$ respectivamente, la transformada de Fourier del kinoform está dada por,

3. Generación de SIPOFs mediante holografía sintética

$$H_k(u,v) = \beta S(u,v) + E(u,v). \quad (3.25)$$

Para obtener un SIPOF es necesario tener una superposición nula de las funciones $S(u,v)$ y $E(u,v)$. Cumplida esta condición, podemos aislar la función $\beta S(u,v)$ en la ecuación 3.24 con un filtro espacial

$$H_f(u,v) = [H_k(u,v)]_{\text{filtrado}} = \beta S(u,v). \quad (3.26)$$

Suponiendo que $Q=3$ en la ecuación (2.50), la función $S(u,v)$ representaría la suma de tres términos correspondientes a deltas de Dirac, entonces el campo filtrado quedaría expresado como:

$$H_f(u,v) = \beta[S_1(u,v) + S_2(u,v) + S_3(u,v)]. \quad (3.27)$$

Es posible modular la polarización de $\beta S_1(u,v)$, $\beta S_2(u,v)$ y $\beta S_3(u,v)$, de forma independiente con placas retardadoras de fase de la siguiente manera,

$$\mathbf{H}_f(u,v) = \beta S_1(u,v) \begin{bmatrix} J_{11} \\ J_{21} \end{bmatrix} + \beta S_2(u,v) \begin{bmatrix} J_{12} \\ J_{22} \end{bmatrix} + \beta S_3(u,v) \begin{bmatrix} J_{13} \\ J_{23} \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

donde $[J_{1q}, J_{2q}]'$ con $q=1,2$ y 3 son vectores de Jones.

El SIPOF se obtiene aplicando una transformada de Fourier inversa a la función expresada en (3.28). Un elemento importante en la generación experimental de los SIPOFs es el LC-SLM, este dispositivo necesita ser caracterizado antes de ser implementado.

Capítulo 4

Caracterización del LC-SLM de fase

En la construcción experimental de los SIPOFs se usa un modulador espacial de luz de cristal líquido (LC-SLM) donde los SPH generados por computadora son desplegados. Los SPH antes de ser enviados al LC-SLM deben ser transformados en niveles de gris. Para encontrar la relación que existe entre los valores de fase y los niveles de gris, el LC-SLM debe ser caracterizado previamente.

4.1. Modulador espacial de luz de cristal líquido

Existen diferentes tipos de SLMs [73], los cuales se diferencian por el material y el efecto físico en el que se basan. Los SLM más populares son los de LC-SLM.

Un LC-SLM es una micro-pantalla que consiste en un arreglo bi-dimensional de píxeles, donde cada uno de ellos contiene LC(Liquid Crystal) y puede estar encendido o apagado de manera independiente [74].

El LC es un estado de la materia intermedio entre el sólido cristalino y el líquido amorfo [74]. En general, las moléculas tienen forma de varilla o disco. Existen tres tipos de LC conocidos como: nemático, esmétrico y colestérico. Cada tipo de LC se caracteriza por su arreglo molecular. En el LC Nemático (N-LC) las moléculas se encuentran alineadas paralelamente unas con otras pero sus posiciones se encuentran de manera aleatoria, Figura 4.1(a). En el LC Esmético las moléculas están alineadas de

4. Caracterización del LC-SLM de fase

manera paralela y en posición aleatoria, pero en capas alineadas de manera paralela, Figura 4.1(b). Así que, en este caso las moléculas tienen orden posicional sólo en una dimensión. El LC Colestérico es una distorsión de la fase nemática, en cada capa del cristal las moléculas experimentan rotación helicoidal diferente alrededor de un eje, Figura 4.1(c).

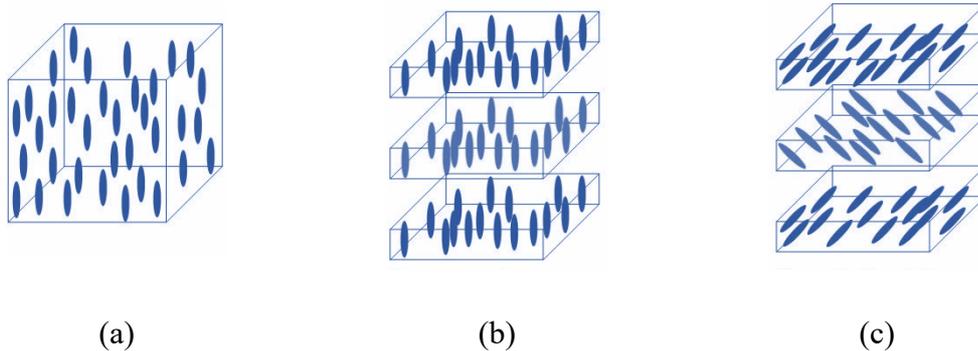


Figura 4.1. Tipos de LC: (a) Nemático, (b) Esmético y (c) Colésterico.

Las fases nemáticas y esmécticas del LC son las más populares para los LC-SLM. Para la modulación de fase en escala de grises múltiple, las fases nemáticas de LC son adecuadas con visibilidad y respuesta razonables [75].

Los LC-SLMs según su funcionamiento se dividen en LC-SLM de amplitud o de fase. En el primer caso, la amplitud de la señal luminosa se modula, variando la dirección de polarización lineal de la luz incidente que pasa a través de un polarizador lineal. En el segundo caso, el retardo de fase se obtiene ajustando eléctricamente el índice de refracción óptico a lo largo de la trayectoria de la luz. Los LC-SLM también se dividen en moduladores: de reflexión o de transmisión. En esta tesis se usa un LC-SLM de reflexión solo de fase basado en tecnología LCOS (Liquid Crystal on Silicon).

La estructura del LC-SLM de reflexión LCOS se muestra en la Figura 4.2(a) [76]. En este tipo de LC-SLM usa una capa de N-LC, con un grosor del orden de micras. Las capas de alineación en contacto con la capa de LC bloquean la orientación de las moléculas del LC en los límites y, por lo tanto, determinan el comportamiento del LC-SLM en el estado apagado. En el caso del N-LC con anisotropía dieléctrica positiva, las moléculas se alinean casi paralelas a los planos de los sustratos Figura 4.2 (b). La placa CMOS (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor) está sobre una capa de silicio y

4. Caracterización del LC-SLM de fase

consta de circuitos electrónicos conectados debajo de una capa reflexiva conformada por una matriz de píxeles de aluminio. La placa CMOS permite cambiar el voltaje aplicado en cada píxel a través de una señal DVI (Digital Video Interfase) generada en una PC. El electrodo transparente está hecho de ITO (Indium Tin Oxide). Este electrodo y los píxeles establecen el campo eléctrico en forma independiente a través de las celdas de N-LC necesario para reorientar las moléculas de LC. La luz incidente se transmite a través de la capa LC con una absorción casi nula.

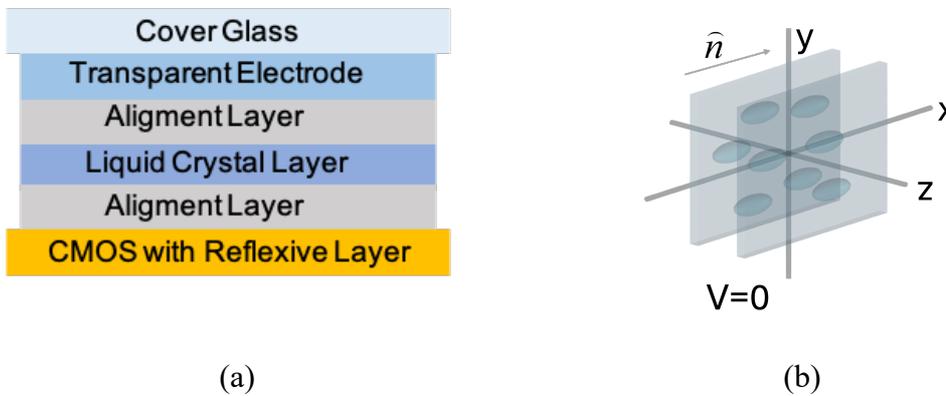


Figura 4.2. (a) Estructura del LC-SLM de reflexión. (b) Alineación de la partícula de N-LC cuando el LC-SLM está apagado.

El funcionamiento del LC-SLM se basa en las propiedades ópticas del del N-LC (Figura 4.3). El N-LC es un cristal uniaxial, es decir, el cristal exhibe birrefringencia, la cual está definida como $\Delta n = n_e - n_o$, donde n_e es el índice refracción extraordinario y n_o es el índice de refracción ordinario. La birrefringencia de las moléculas del N-LC es positiva y su eje director n (índice de refracción extraordinario) coincide con el eje largo de la molécula. Cuando un voltaje $V > 0$ es aplicado a una celda de LC, el eje director de las moléculas de LC rota un ángulo θ , esto provoca que el índice de refracción extraordinario de las moléculas cambie en función del ángulo θ como

$$n_e(\theta) = \left[\frac{\cos^2(\theta)}{n_e^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_o^2} \right]^{-1/2}, \quad (4.1)$$

4. Caracterización del LC-SLM de fase

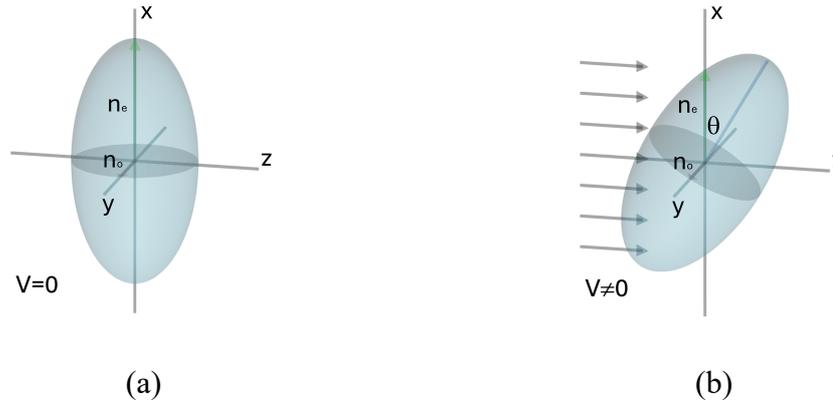


Figura 4.3. Orientación de las moléculas de N-LC a) sin voltaje y b) con voltaje.

si la celda es iluminada con una onda de luz polarizada linealmente y paralela al eje director del N-LC (orientación de las moléculas sin aplicar voltaje), el estado de polarización de la luz no cambia durante el doble paso a través de la celda de N-LC. La longitud de camino óptico de la luz es modificada al pasar por la celda debido al cambio de índice de refracción n_e provocando un retardo de fase sobre la luz incidente dado por,

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d [n_e(\theta) - n_o] dz, \quad (4.2)$$

donde d es el ancho de la celda. En la ecuación (4.2) observamos que Γ solo depende de la birrefringencia de las moléculas controlada por el voltaje aplicado. Este voltaje corresponde a un nivel de gris. Los niveles de grises son generados en una imagen que puede tomar 256 niveles de grises, esta imagen es procesada por un controlador que envía a cada celda o píxel el voltaje correspondiente a un nivel de gris. Para conocer la relación entre el retardo de fase de las celdas de N-LC y los niveles de grises el LC-SLM es caracterizado usando el efecto Talbot.

4.2. Efecto Talbot

El efecto Talbot o fenómeno de autoimagen está relacionado con objetos periódicos de baja frecuencia, éste sucede cuando se ilumina un objeto periódico con una onda plana monocromática, las imágenes del objeto exhiben periodicidad a lo largo del eje de iluminación [77].

4. Caracterización del LC-SLM de fase

Si consideramos una rejilla binaria de fase como el objeto periódico con transmitancia $t(x)$ y periodo p , cuyos valores de fase son φ_1 y φ_2 los cuales representan un valor de fase constante y un valor de fase variable respectivamente (Figura 4.4 (a)), cuando la rejilla es iluminada por una onda plana que se propaga a lo largo del eje z genera un patrón de difracción igual a su transmitancia como se muestra en la (Figura 4.4 (b)).

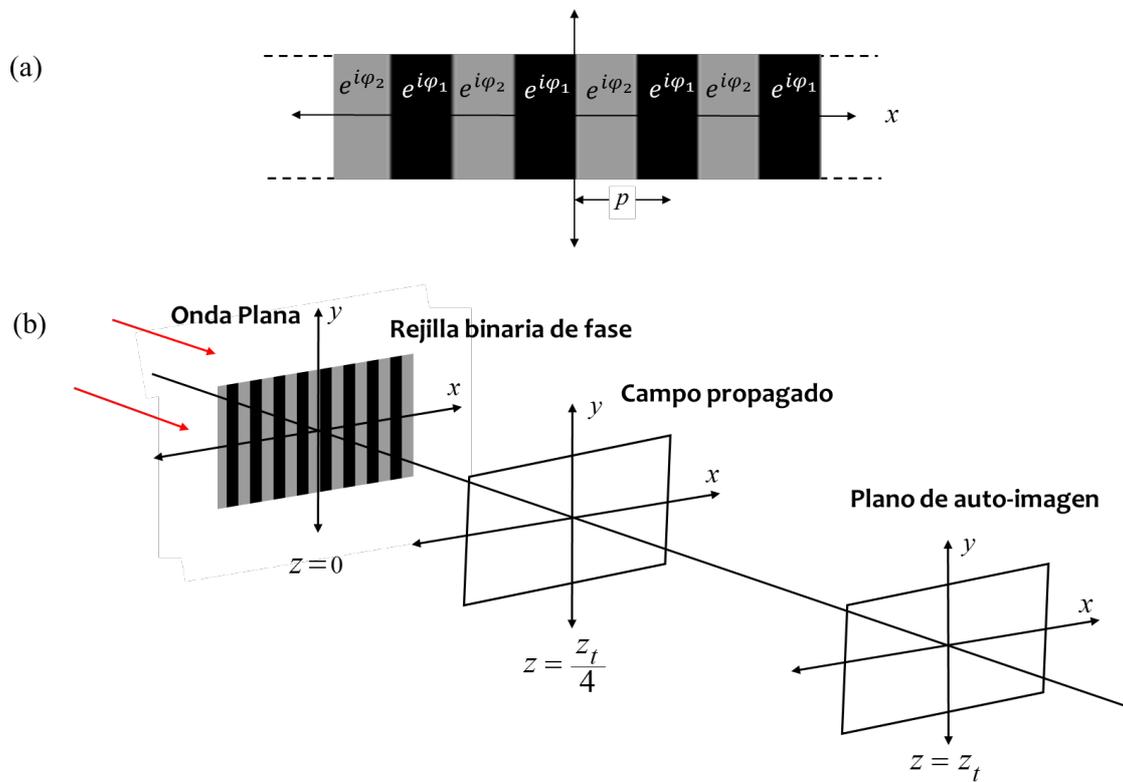


Figura 4.4. (a) Rejilla binaria de fase con periodo p . (b) Diagrama de la rejilla de fase iluminada por una onda plana. El campo propagado a la distancia de Talbot z_t es una autoimagen de la rejilla.

La función de transmitancia $t(x)$ de la rejilla es una función periódica, y se define mediante una serie de Fourier como

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m x / p), \quad (4.3)$$

4. Caracterización del LC-SLM de fase

donde los coeficientes C_m se obtienen mediante la transformada de Fourier de la celda básica $t_0(x)$

$$C_m = F\{t_0(x)\} \Big|_{u_0=m/p} \cdot \quad (4.4)$$

En la ecuación (4.4) la función $t_0(x)$ se define como:

$$t_0(x) = \begin{cases} e^{i\varphi_1}, & -p/2 \leq x \leq 0 \\ e^{i\varphi_2}, & 0 \leq x \leq p/2 \end{cases} \cdot \quad (4.5)$$

Para analizar el campo propagado de la rejilla a una distancia $z > 0$, se aplica el factor de propagación en la aproximación de Fresnel a la ecuación (4.3), de esta manera se obtiene el campo de la rejilla

$$t_z(x) = \exp(ikz) \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m x / p) \exp\left[-i\pi\lambda z \left(\frac{m}{p}\right)^2\right]. \quad (4.6)$$

Las autoimágenes del campo periódico pueden ser observadas a múltiplos de la distancia de Talbot z_t dada por

$$z_t = \frac{2p^2}{\lambda}. \quad (4.7)$$

Cuando el campo se propaga a la distancia z_t ocurre el efecto de autoimagen, es decir $t(x) = t_{z_t}(x)$. Ahora analizando el campo propagado a un cuarto de la distancia de Talbot se obtiene

$$t_{z_t/4}(x) = \exp(ikz) \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m x / p) \exp\left(-im^2 \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.8)$$

En la ecuación (4.8) el término $\exp(-im^2 \pi/2)$ toma el valor de 1 cuando m es par, y el valor de $-i$ cuando m es impar, omitiendo el término $\exp(ikz)$ en la ecuación (4.8), ésta se puede reescribir como [78, 79]:

$$t_{z_t/4}(x) = \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m} \exp\left(i2\pi \left(\frac{2m}{p}\right) x\right) - i \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m+1} \exp\left(i2\pi \left(\frac{2m+1}{p}\right) x\right) \right]. \quad (4.9)$$

4. Caracterización del LC-SLM de fase

En la ec. (4.9) hay dos series, las cuales son equivalentes a las siguientes expresiones,

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m} \exp\left(i2\pi\left(\frac{2m}{p}\right)x\right) = \frac{1}{2}\left[t(x) + t\left(x - \frac{p}{2}\right)\right], \quad (4.10)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2m+1} \exp\left(i2\pi\left(\frac{2m+1}{p}\right)x\right) = \frac{1}{2}\left[t(x) - t\left(x - \frac{p}{2}\right)\right]. \quad (4.11)$$

Combinando las ecuaciones (4.9), (4.10) y (4.11), obtenemos

$$\begin{aligned} t_{z/4}(x) &= \frac{1}{2}\left[(1-i)t(x) + (1+i)t\left(x - \frac{p}{2}\right)\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) \left[t(x) + it\left(x - \frac{p}{2}\right)\right]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

La ecuación anterior indica que en $t_{z/4}(x)$ hay una superposición de dos campos iguales, uno de ellos desplazado por un factor $p/2$ y multiplicado por una fase $\exp(i\pi/2)$. Esto se puede representar esquemáticamente como la superposición de dos rejillas tal como se muestra en la Figura 4.5,

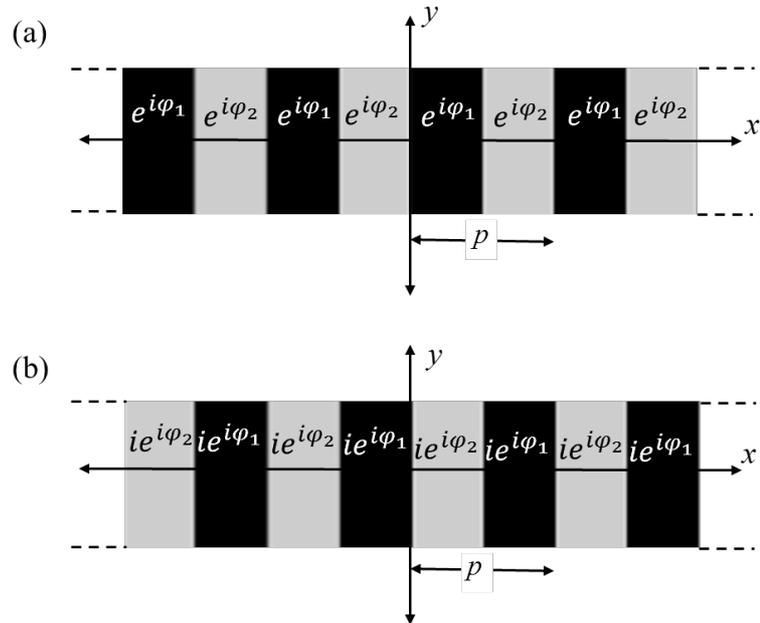


Figura 4.5. Representación de una rejilla de fase binaria con período p . (a) Rejilla centrada en el origen. (b) Rejilla desplazada medio período y multiplicada por una fase $\exp(i\pi/2)$.

4. Caracterización del LC-SLM de fase

De la figura 4.5, se deduce que la amplitud de cada franja brillante denotadas por a_1 y a_2 se escriben como:

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) [\exp(i\varphi_1) + i \exp(i\varphi_2)], \quad (4.13)$$

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) [\exp(i\varphi_2) + i \exp(i\varphi_1)]. \quad (4.14)$$

Ahora calculando la irradiancia de cada franja, se obtiene,

$$I_1 = a_1 a_1^* = 1 + \sin(\varphi), \quad (4.15)$$

$$I_2 = a_2 a_2^* = 1 - \sin(\varphi). \quad (4.16)$$

donde $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

La visibilidad de la intensidad de las franjas se define como:

$$V \equiv \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \quad (4.17)$$

Sustituyendo (4.15) y (4.16) en (4.17) obtenemos la siguiente relación,

$$V = \sin(\varphi) \quad (4.18)$$

La ecuación (4.18) nos dice que la fase φ de un objeto periódico puede ser analizada mediante el $\sin^{-1}(V)$ en el plano fraccional de Talbot $z = z_t/4$.

A continuación se describe el arreglo experimental para la obtención de campos de Fresnel en el plano fraccional de Talbot $z = z_t/4$ de rejillas de fase binaria desplegadas en el LC-SLM.

4.2.1. Arreglo experimental

El LC-SLM caracterizado es conocido comercialmente como PLUTO-NIR solo de fase de reflexión de la compañía HOLOEYE, este dispositivo es apto para trabajar en la región de 800 a 1100nm.

4. Caracterización del LC-SLM de fase

En la Figura 4.6, se muestra el arreglo experimental que se usó para la caracterización del LC-SLM. Un haz de luz láser infrarrojo (longitud de onda 900-1100 nm) de 1 watt de potencia pasa a través de una placa retardadora $\lambda/2$ y un polarizador (P), los cuales transmiten una longitud de onda de 1064 nm, generando luz polarizada horizontalmente, la luz pasa por un objetivo de microscopio (OM) y es enfocada a la distancia focal del objetivo donde el spot es filtrado con un pinhole (FE), el haz diverge hasta ser colimado con una lente (L) colocada a su distancia focal f , luego el haz incide sobre el LC-SLM, el cual hace un ángulo respecto de la luz incidente no mayor a 10° . Por medio de una computadora se envían imágenes de rejillas binarias de fase en escala de grises para modificar la fase del campo incidente, físicamente un nivel de gris enviado representa un voltaje particular en cada pixel del LC-SLM, el voltaje hace que las moléculas de cristal líquido roten provocando un cambio de fase de la luz incidente. Al final el campo es capturado con una cámara CCD colocada a un cuarto de la distancia de Talbot.

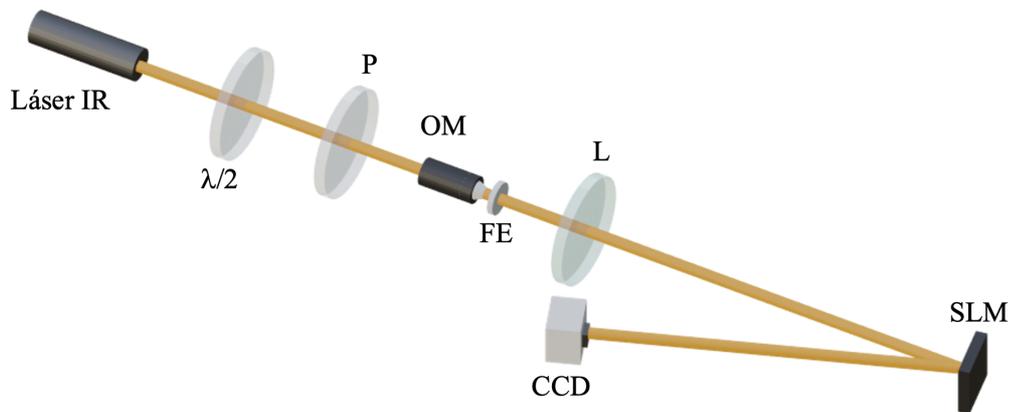


Figura 4.6. Arreglo experimental empleado para caracterizar la fase de un LC-SLM.

Las imágenes de las rejillas binarias desplegadas en el LC-SLM se generaron con un periodo $p=60$ pixeles y con dos niveles de gris $G1$ y $G2$, el nivel de gris $G1$ mantuvo un valor cero, mientras $G2$ cambio de 5 a 255 en saltos de 5. En la Figura 4.7, se muestran imágenes del campo para (a) $G2=50$ y (b) $G2=120$.

4. Caracterización del LC-SLM de fase

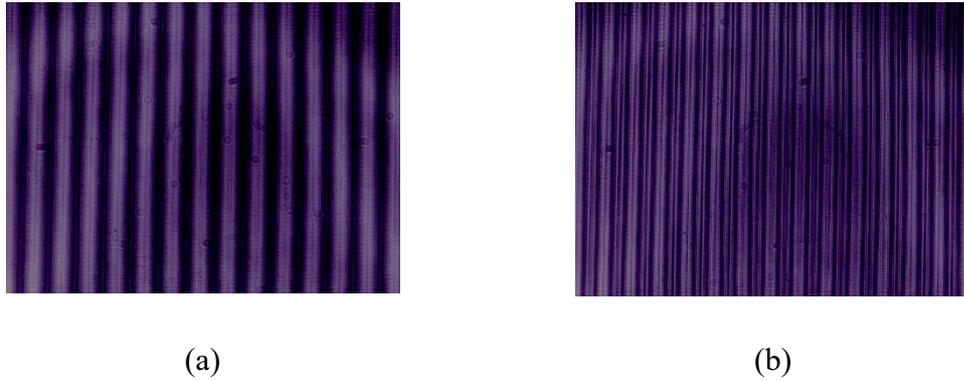


Figura 4.7. Intensidad del campo propagado a un cuarto de la distancia de Talbot para rejillas con $G1=0$ y $G2$ con valores (a) 50 y (b) 120.

4.3. Curva de modulación de fase

La curva de modulación de fase del LC-SLM se obtiene analizando las imágenes del campo propagado (Figura 4.6). Las imágenes con analizadas en MATLAB mediante la ecuación (4.19), la cual relaciona el escalón de fase de una rejilla binaria con la visibilidad del campo de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \sin(\varphi), \quad (4.19)$$

donde I_1 e I_2 son las intensidades de dos franjas continuas. Las intensidades de cada franja se promedian debido a las fluctuaciones que presentan. En la ecuación (4.19) notamos que si $\varphi=0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ o 2π , la visibilidad es cero, mínimo o máximo, a estos valores de fase se les conoce como puntos críticos. La información obtenida a partir de los puntos críticos permite asociar un nivel de gris de la rejilla binaria con un valor de fase mediante la elección de las imágenes del campo propagado que cumplen con la condición de contraste cero, mínimo o máximo entre dos franjas continuas. Mediante una interpolación de los datos de fase y nivel de gris, se obtiene la curva de fase de modulación del NIR LC-SLM. En la Figura 4.8, se observa la curva de modulación de fase del LC-SLM caracterizado a una longitud de onda de 1064nm.

4. Caracterización del LC-SLM de fase

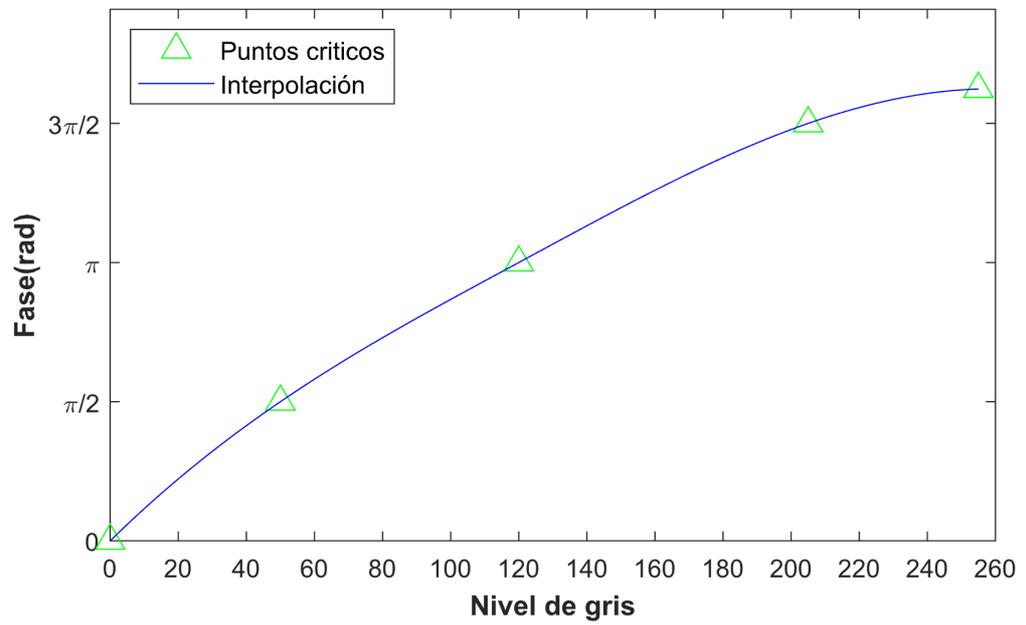


Figura 4.8. Curva de modulación de fase para un NIR LC-SLM a 1064nm.

Capítulo 5

Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

Desde sus inicios el campo de las pinzas ópticas ha crecido enormemente. La implementación de haces vectoriales en las pinzas ópticas permitió un control más preciso sobre las partículas que se están manipulando. Los haces vectoriales llevan información adicional sobre la polarización y la fase de la luz, lo que permite diseñar pinzas ópticas más sofisticadas y adaptadas a diferentes tipos de partículas y aplicaciones [32]. Por ejemplo, existen trampas ópticas con iluminación uniforme que utilizan gradientes de polarización.

Los gradientes de polarización en pinzas ópticas son una técnica interesante que se utiliza para manipular partículas microscópicas utilizando luz láser [31]. En las pinzas ópticas convencionales, se emplea la fuerza de radiación óptica, que surge de la transferencia de momento lineal del haz de luz al interactuar con partículas dieléctricas. Sin embargo, en las pinzas ópticas basadas en gradientes de polarización, se aprovechan los gradientes del campo eléctrico de la luz para generar fuerzas ópticas. La ventaja de este enfoque es que permite una manipulación más precisa y controlada de las partículas, ya que la fuerza ejercida sobre ellas depende de su orientación con respecto al campo eléctrico de la luz. Además, las pinzas ópticas basadas en gradientes de polarización pueden utilizarse para manipular partículas que no responden eficazmente

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

a las fuerzas de radiación óptica convencionales, lo que amplía las aplicaciones potenciales en biología, nanotecnología y otras áreas.

En esta tesis se implementan haces vectoriales en pinzas ópticas que crean trampas ópticas con gradientes de polarización.

5.1. Pinzas ópticas

Las pinzas ópticas fueron introducidas en 1986, por Arthur Ashkin, Steven Chu y sus colaboradores. En esta técnica se usa el momento lineal de la luz para mover y atrapar partículas micrométricas.

Las pinzas ópticas o trampas de gradiente de un solo haz consisten en un haz láser enfocado a través de un objetivo de alta apertura numérica (NA) [3]. Su función es manipular partículas micrométricas suspendidas en un medio líquido de forma no invasiva. Cuando una partícula está cerca de la región focal del láser, el haz ejerce una fuerza sobre la partícula, debido al cambio de momento producido por la refracción y reflexión de la luz sobre la interfaz de la partícula. Esta fuerza es del orden de pN y tiene dos componentes: una fuerza de gradiente que apunta en dirección transversal atrayendo la partícula hacia el foco, y una fuerza de dispersión debida a la presión de radiación que apunta en dirección de la propagación del haz empujando a la partícula fuera del foco (

Figura 5.1). La magnitud de la fuerza de dispersión es aproximadamente diez veces menor que la fuerza de gradiente, esto hace posible el atrapamiento óptico. Cuando una partícula está atrapada se puede desplazar con respecto a su entorno, ya sea moviendo el haz de luz o la propia muestra que contiene a la partícula; en este caso se habla de manipulación óptica.

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

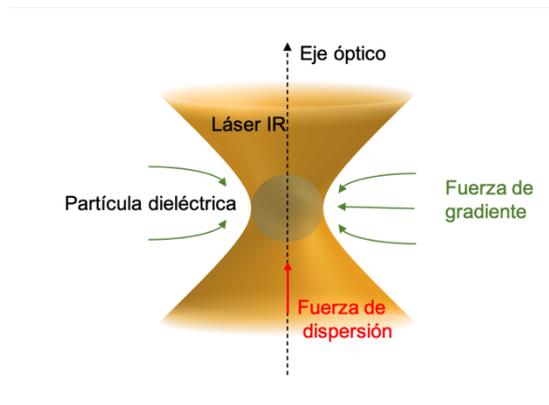


Figura 5.1. Las pinzas ópticas utilizan un haz de luz fuertemente enfocado para atrapar objetos micrométricos. Por ejemplo, partículas coloidales.

Existen modelos teóricos que estudian las fuerzas involucradas en pinzas ópticas según el tamaño de la partícula que se pretende capturar: el *régimen de rayos ópticos*, cuando el diámetro D de la partícula es mayor que la longitud de onda λ del láser ($D \gg \lambda$), el régimen de Rayleigh, cuando $D \ll \lambda$ y el régimen de Lorenz-Mie, cuando $D \sim \lambda$. Aquí sólo describiremos el régimen de rayos ópticos y el régimen de Rayleigh.

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

5.1.1. Régimen de rayos ópticos

El régimen de rayos ópticos se usa para analizar las fuerzas de captura que actúan sobre una partícula con diámetro D mucho mayor que la longitud de onda λ del láser ($D \gg \lambda$), y se basa en que la luz se compone de rayos individuales, cada uno con una intensidad, dirección y estado de polarización determinado. Los fotones tienen un momento $p = h/\lambda$, donde h es la constante de Planck. Cuando la luz incide sobre una partícula los cambios en la rapidez o dirección de propagación de la luz debido a la reflexión y refracción implican un cambio en el momento lineal de los fotones, lo cual a su vez genera fuerzas que actúan sobre la partícula. Estas fuerzas son insignificantes para objetos macroscópicos, pero son relevantes cuando actúan sobre objetos microscópicos.

Considerando la fuerza ejercida por un solo rayo de potencia P sobre una esfera dieléctrica a un ángulo de incidencia θ_i con un momento por segundo de $p = nP/c$ donde n es el índice de refracción del medio (Figura 5.2).

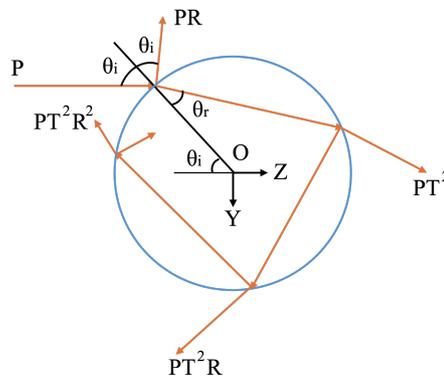


Figura 5.2. Geometría para calcular la fuerza debida a la dispersión de un haz incidente de potencia P sobre una esfera dieléctrica.

La fuerza total sobre la esfera es la suma de las contribuciones debidas al rayo reflejado de potencia PR y el número infinito de rayos emergentes refractados de potencias $PT^2, PT^2R, \dots, PT^2R^n$. Las cantidades R y T son los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel de la superficie al ángulo θ_i . La fuerza neta que actúa a través del origen O tiene componentes en F_z y F_y dadas como [80]

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

$$\mathbf{F}_Z = \mathbf{F}_S = \frac{nP}{c} \left\{ 1 + R \cos(2\theta_i) - \frac{T^2 \cos(2\theta_i - \theta_r) + R \cos(2\theta_i)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_r)} \right\}, \quad (5.1)$$

$$\mathbf{F}_Y = \mathbf{F}_g = \frac{nP}{c} \left\{ R \cos(2\theta_i) - \frac{T^2 \cos(2\theta_i - \theta_r) + R \cos(2\theta_i)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\theta_r)} \right\}, \quad (5.2)$$

donde θ_i y θ_r son los ángulos de incidencia y refracción. Las fuerzas dependen de la polarización ya que R y T , son diferentes para los rayos con polarización perpendicular o paralela al plano de incidencia.

En la ecuación (5.1) la componente F_z que apunta en la dirección del rayo incidente es la fuerza de dispersión F_s para este único rayo. De manera similar, en la ecuación (5.2) la componente F_Y que apunta en dirección perpendicular al rayo es la fuerza gradiente F_g para el rayo. Para haces más complejos como los haces altamente convergentes utilizados en la trampa de gradiente de un haz único, definimos la dispersión y fuerzas de gradiente del haz como las sumas vectoriales de la dispersión y contribuciones de fuerza de gradiente de los rayos individuales del haz.

5.1.2 Régimen de Rayleigh

En el régimen de Rayleigh el diámetro D de la partícula es mucho menor que la longitud de onda λ . En esta aproximación la luz es tratada como una onda electromagnética con un campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y las partículas como dipolos puntuales (localizados en su centro). El momento dipolar de una partícula en el campo eléctrico instantáneo $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ es [81]

$$\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = 4\pi n_{med}^2 \epsilon_0 a^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (5.3)$$

donde a es el radio de la partícula, $m = n_p/n_{med}$, n_p es el índice de refracción de la partícula, n_{med} es el índice de refracción del medio. La fuerza debida a la presión de radiación ejercida sobre la partícula en el régimen de Rayleigh puede describirse mediante dos componentes que actúan sobre el dipolo. Uno de estos componentes de fuerza es la llamada fuerza de dispersión. A medida que el campo eléctrico oscila

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

armónicamente en el tiempo, el dipolo puntual inducido sigue sincrónicamente el campo eléctrico y, entonces, la partícula actúa como un dipolo eléctrico oscilante que irradia ondas secundarias o dispersas en todas las direcciones. Este evento de dispersión cambia tanto la magnitud como la dirección del flujo de energía de la onda electromagnética. También se produce la correspondiente transferencia de momento y la fuerza de dispersión asociada a estos cambios se ejerce sobre la partícula. Esta fuerza de dispersión viene dada por

$$\mathbf{F}_s(\mathbf{r}) = \hat{z} \frac{n_{med} 128 \pi^5 a^6}{3 \lambda^2 c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 I(\mathbf{r}). \quad (5.4)$$

Otro componente es la fuerza de gradiente debida a la fuerza de Lorentz que actúa sobre el dipolo inducida por el campo electromagnético. La fuerza está definida por

$$\mathbf{F}_g(\mathbf{r}) = \frac{2 \pi n_{med} a^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 \nabla I(\mathbf{r}), \quad (5.5)$$

donde $I(\mathbf{r})$ es la intensidad del haz.

5.2. Atrapamiento óptico con un SIPOF

Después de la invención de las pinzas ópticas, surgieron nuevas técnicas de manipulación óptica basadas en las pinzas ópticas convencionales. Tal es el caso de pinzas ópticas que implementan haces vectoriales.

En 2010 [31], se reportó una novedosa técnica de atrapamiento óptico basada en una trampa óptica uniformemente iluminada con polarización espacialmente inhomogénea, usando holografía vectorial, la cual se basa en la interferencia de haces con polarizaciones asimétricas. La trampa fue creada con un SIPOF generado por la superposición de dos haces polarizados ortogonalmente. Esta técnica aprovecha la variación espacial del patrón polarización para generar fuerzas ópticas que pueden atrapar y manipular partículas microscópicas. El artículo explora los fundamentos teóricos de esta técnica y presenta resultados experimentales que demuestran su eficacia en la manipulación precisa de partículas.

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

Siguiendo esta línea de investigación en esta tesis se propone la implementación de una configuración más avanzada de patrones de polarización a partir de un SIPOF generado por la superposición de 4 ondas planas polarizadas independientemente para crear trampas ópticas capaces de manipular múltiples partículas birrefringentes. Para la implementación del SIPOF en pinzas ópticas se usa un SLM donde se despliegan hologramas generados por computadora. Los sistemas de atrapamiento óptico con haces generados holográficamente se conocen como pinzas ópticas holográficas (HOTs: Holographic Optical Tweezers)[32]. En la Figura 5.3, se muestran dos configuraciones de HOTs.

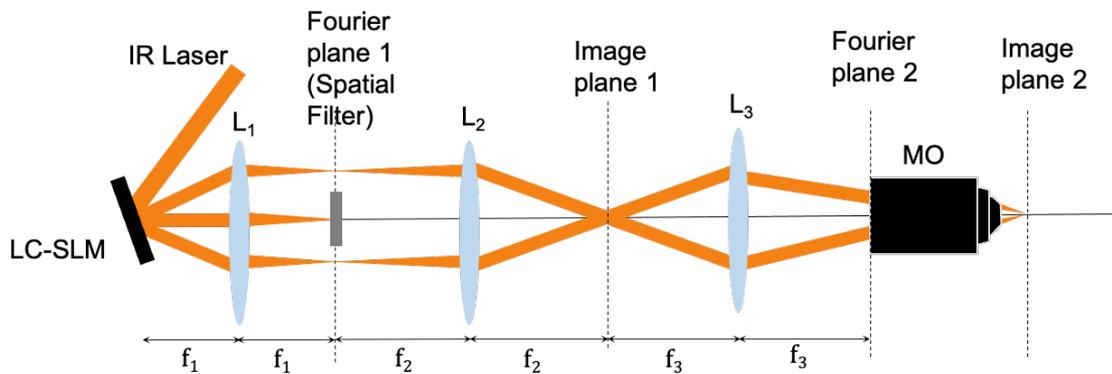


Figura 5.3. Configuración experimental para la generación de pinzas ópticas holográficas.

A diferencia de un arreglo interferómetro, las HOTs en combinación con el SLM facilitan la creación de trampas ópticas con SIPOFs, agregando más flexibilidad y nuevas características a la luz. El SLM puede modular la amplitud y la fase del frente de onda, corregir la aberración del haz y también permite el control dinámico e interactivo de la luz.

5.2.1. Fuerza óptica producida por un SIPOF

Para analizar la fuerza óptica producida por un SIPOF (definido en la sección 2.6.1), se calculan las densidades de momento lineal y angular. La densidad de momento lineal transportada por la luz en la región de superposición puede evaluarse mediante [82]

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

$$\mathbf{g} = \frac{1}{c^2} \text{Re}\{\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}\}, \quad (5.6)$$

donde el campo eléctrico \mathbf{E} es conocido, y el campo magnético se calcula como:

$$\mathbf{H} = \frac{i}{\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E}. \quad (5.7)$$

La densidad de momento angular se deduce de la densidad de momento lineal \mathbf{g} como:

$$\mathbf{j} = \mathbf{r} \times \mathbf{g}. \quad (5.8)$$

La integral del momento angular j_z , sobre la región de superposición de las ondas en el plano transversal x - y , da como resultado el momento angular total J_z , el cual exhibe una componente de momento angular orbital asociado a la distribución de la onda y una componente de momento angular de espín asociado a la elipticidad de la luz.

Cuando una partícula se encuentra en un SIPOF y éste se acopla electromagnéticamente con ella (es decir, a través de la absorción, birrefringencia, forma), puede ocurrir una transferencia de momento lineal y angular de la luz a la partícula dependiendo de su posición, forma y dimensión. Por lo tanto, se produce una fuerza óptica dada por [83],

$$\mathbf{F}_{op} = c \iint \mathbf{g}_{in} - \mathbf{g}_{tot} dx dy, \quad (5.9)$$

y la torca

$$\tau_{op} = \hat{z}c \iint j_{in} - j_{tot} dx dy, \quad (5.10)$$

donde los subíndices “inc” y “tot” denotan, respectivamente, las densidades de momento lineal y angular asociadas de con los campos incidente y total, o, equivalentemente, antes y después de que la partícula se coloque en el campo.

A partir de estas ecuaciones vamos a evaluar las fuerzas ópticas producidas por el campo vectorial propuesto en esta tesis, el cual se construye a partir de la superposición de 4 ondas planas con polarizaciones ortogonales.

5.3. SIPOF generado por la superposición de cuatro ondas planas

En la sección 2.6.1 definimos un SIPOF en coordenadas polares en el plano $z=0$. En esta sección vamos a expresar el SIPOF en coordenadas cartesianas por conveniencia para nuestros cálculos. Un SIPOF formado por la superposición de múltiples ondas planas con polarización independiente puede ser expresado en coordenadas cartesianas como

$$\mathbf{E}_{Qp}(x, y, z) = E_0 \sum_{q=0}^{Q-1} \exp(i\theta_q) \exp[i\mathbf{k}_q \cdot (x, y, z)] \mathbf{a}_q, \quad (5.11)$$

donde Q es el número de ondas, $\theta_q = p(q\Delta\theta)$ es un cambio de fase lineal, aquí p es un entero que representa la carga topológica, $\Delta\theta = 2\pi/Q$. La constante de normalización E_0 hace que el máximo de $|\mathbf{E}(x, y, z)|$ igual a 1. Aquí \mathbf{k}_q es el vector de onda con componentes cartesianas $k_{qx} = (2\pi n_0/\lambda) \sin(\alpha) \cos(q\Delta\theta)$, $k_{qy} = (2\pi n_0/\lambda) \sin(\alpha) \sin(q\Delta\theta)$ y $k_{qz} = [(2\pi n_0/\lambda)^2 - k_{qx}^2 - k_{qy}^2]^{(1/2)}$, donde n_0 es el índice de refracción del medio y α es el ángulo de interferencia. El vector,

$$\mathbf{a}_q = \begin{bmatrix} a_{qx} \\ a_{qy} \\ a_{qz} \end{bmatrix},$$

con componentes complejas a_{qx} , a_{qy} y a_{qz} representa el estado de polarización de la q -ésima onda plana.

Estableciendo los parámetros $Q=4$ y $p=1$ en la ecuación (5.11), obtenemos los siguientes vectores de propagación para las ondas planas:

$$\mathbf{k}_{q=0,2} = \frac{2\pi n_0}{\lambda} \begin{bmatrix} \pm \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

$$\mathbf{k}_{q=1,3} = \frac{2\pi n_0}{\lambda} \begin{bmatrix} 0 & \pm \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

lo cual indica que las ondas se propagan en los planos (x, z) y (y, z) . El campo vectorial $\mathbf{E}_{4,1}(x, y, z)$ generado a partir de la ecuación (5.11), se puede expresar como la

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

combinación lineal de cuatro campos escalares con estados de polarización \mathbf{a}_0 , \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 y \mathbf{a}_3 como,

$$\mathbf{E}_{41}(x,y,z) = f_0(x,z)\mathbf{a}_0 + f_1(y,z)\mathbf{a}_1 + f_2(x,z)\mathbf{a}_2 + f_3(y,z)\mathbf{a}_3, \quad (5.14)$$

donde:

$$f_{0,2}(x,z) = \pm E_0 \exp[i(\pm\phi_x + \phi_z)], \quad (5.15)$$

$$f_{1,3}(x,z) = \pm E_0 \exp[i(\pm\phi_y + \phi_z)], \quad (5.16)$$

con,

$$\phi_x = \frac{2\pi n_0 \sin(\alpha)}{\lambda} x = \frac{\pi}{\Lambda} x, \quad (5.17)$$

$$\phi_y = \frac{2\pi n_0 \sin(\alpha)}{\lambda} y = \frac{\pi}{\Lambda} y, \quad (5.18)$$

$$\phi_z = \frac{2\pi n_0 \cos(\alpha)}{\lambda} z, \quad (5.19)$$

y

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2n_0 \sin(\alpha)}. \quad (5.20)$$

En la ecuación (5.14) se expresa un SIPOF generado por la superposición de ondas planas con estados de polarización arbitrarios. En las siguientes secciones vamos a analizar 2 casos: cuando las ondas poseen estados de polarización lineal independiente y cuando las ondas tienen estados de polarización circular independiente.

5.3.1. Fuerza óptica producida por un SIPOF generado por la superposición de ondas planas con polarización lineal asimétrica

Al sustituir los vectores de polarización lineal $\mathbf{a}_0 = [\cos(\alpha), 0, -\sin(\alpha)]'$, $\mathbf{a}_1 = [1, 0, 0]'$, $\mathbf{a}_2 = [0, 1, 0]'$ y $\mathbf{a}_3 = [0, \cos(\alpha), \sin(\alpha)]'$ en la ecuación (5.14) se obtiene el siguiente SIPOF o campo vectorial \mathbf{E} dado como,

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_{41} = f_0(x,z) \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ 0 \\ -\sin(\alpha) \end{bmatrix} + f_1(y,z) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \\ + f_2(x,z) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + f_3(y,z) \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

El campo $\mathbf{E}(x,y,z)$ descrito en la ecuación (5.21) es generado por la superposición de ondas planas en el plano $z=0$, con estados de polarización lineal independiente como se muestra en la Fig. 5.3. Los vectores de propagación \mathbf{k}_0 , \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 y \mathbf{k}_3 de las ondas están dados por las ecuaciones (5.12) y (5.13), cada vector forma un ángulo α respecto al eje z .

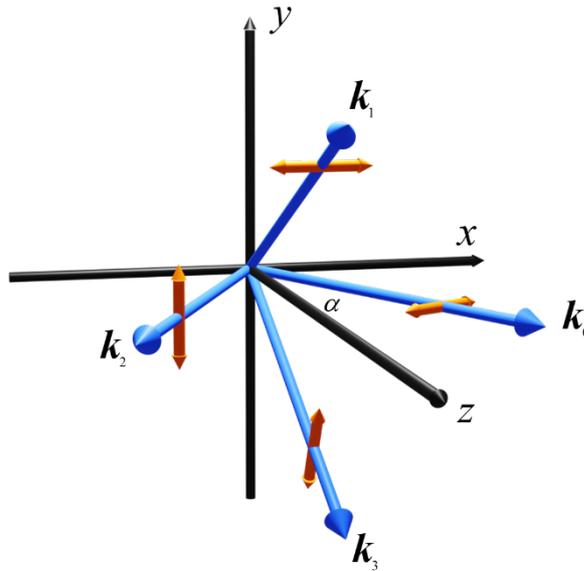


Figura 5.3. Superposición de ondas planas con polarización lineal independiente.

De acuerdo con la ecuación (2.38) la intensidad del campo $\mathbf{E}(x,y,z)$, omitiendo la constante multiplicativa $(1/2) n_0 c \epsilon_0$, es:

$$I = 4E_0^2 \left[1 + \frac{1}{2} \sin^2(\alpha) \sin\left(\frac{\pi}{\Lambda}(x+y)\right) \right]. \quad (5.22)$$

Para valores de $\alpha \leq 5^\circ$ la intensidad en (5.22) se puede expresar como:

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

$$I \approx 4E_0^2, \quad (5.23)$$

El campo en la ecuación (5.21) tiene tres componentes independientes, por lo tanto, la elipse de polarización del campo es tridimensional. Para visualizar cualitativamente las elipses de polarización en diferentes puntos sobre la zona de superposición se considera un ángulo pequeño $\alpha \leq 5^\circ$, de modo que la componente z del campo sea insignificante. Entonces podemos usar los vectores de Jones en el plano x-y para expresar las componentes del campo eléctrico. En la Figura 5.4, se muestran los vectores de polarización en la región de superposición en un área de 100x100 puntos. Donde observamos que los vectores dibujan trayectorias que representan estados de polarización lineal, circular y elíptico en el plano x-y.

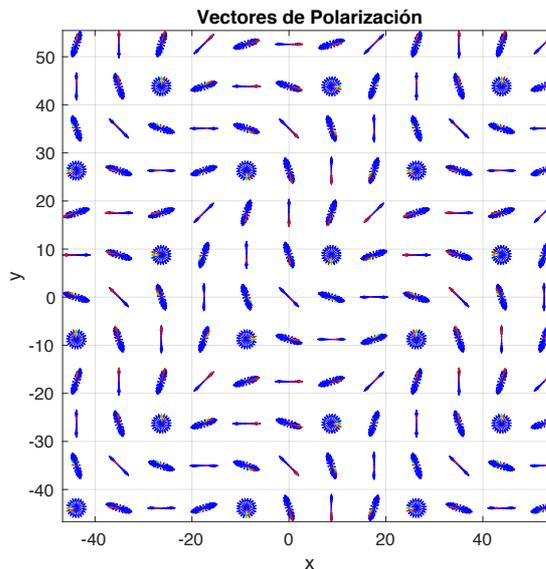


Figura 5.4. Distribución espacial de los vectores de polarización en el plano de superposición x-y de 4 ondas planas con polarización lineal independiente. El vector verde indica el inicio de la trayectoria del campo y el rojo el final de la trayectoria.

Nos interesa analizar la fuerza óptica generada en la zona de superposición. Por lo tanto, debemos calcular previamente la densidad de momento lineal y angular. Sustituyendo (5.21) en (5.6) obtenemos la densidad de momento lineal:

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

$$\mathbf{g}(x,y) = \frac{E_0^2}{c^2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \begin{bmatrix} 2 \sin(2\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (3y-x) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (y+x) + \frac{\pi}{4} \right] \\ 2 \sin(2\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (3y-x) - \frac{\pi}{4} \right] \cos \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (y+x) + \frac{\pi}{4} \right] \\ -4 \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

La componente z de densidad de momento angular de acuerdo con la ecuación (5.8) está dada como

$$j_z = xg_y(x,y) - yg_x(x,y), \quad (5.25)$$

donde $g_x(x,y)$ y $g_y(x,y)$ son componentes del vector de densidad de momento lineal expresado en la ecuación (5.24).

En la Figura 5.5(a), se muestra el patrón de polarización generado en la zona de superposición, los estados de polarización corresponden a las trayectorias dibujadas por los vectores en la Figura 5.4. El periodo espacial del patrón es de 70 pixeles. En la Figura 5.5(b), se observa el diagrama de la densidad de momento lineal en la misma zona de interferencia. Analizando ambas figuras, observamos que en las zonas donde existe polarización circular la densidad de momento lineal es cero, por lo tanto, la fuerza óptica producida en zonas donde existe polarización circular también es cero.

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

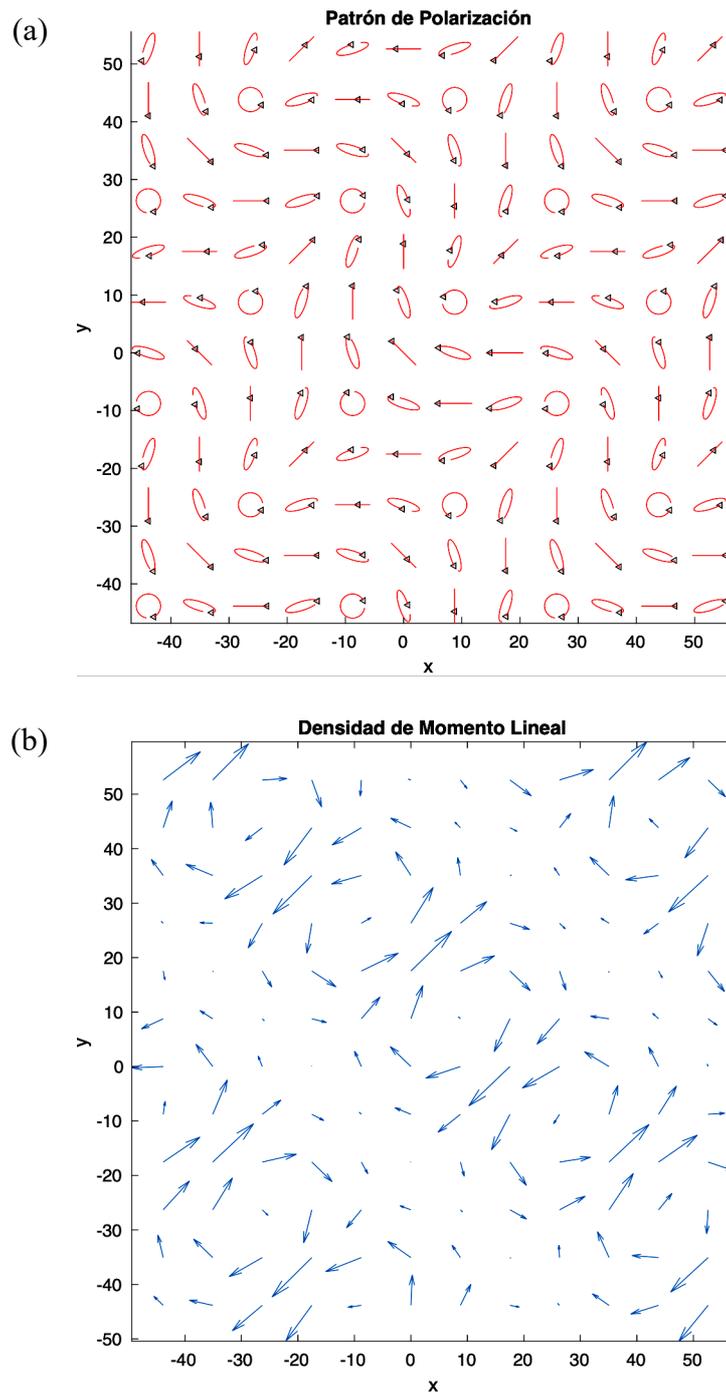


Figura 5.5. (a) Patrón de polarización y (b) diagrama de densidad de momento lineal y debido a la superposición de cuatro ondas con polarización lineal independiente.

Analizando la ecuación (5.24), observamos que la componente $g_x(0,0)=-1$ y la componente $g_y(0,0)=1$ por lo tanto, la fuerza en $F_x(0,0)\neq 0$ y $F_y(0,0)\neq 0$. El momento en $g_x(x, x/3+\Lambda/6+2\Lambda m/3)=0$, $g_x(x, -x-\Lambda/2-2\Lambda m)=0$, $g_y(x, -x+\Lambda/4+\Lambda m)=0$, y $g_y(x, -x/3+\Lambda/12+\Lambda m/3)=0$ entonces, $F_x(x, x/3+\Lambda/6+2\Lambda m/3)=0$, $F_x(x, -x-\Lambda/2-2\Lambda m)=0$, $F_y(x, -$

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

$x+\Lambda/4+\Lambda m)=0$ y $F_y(x, -x/3+\Lambda/12+\Lambda m/3)=0$, donde m pertenece a los enteros. La fuerza óptica en cualquier punto (x,y) que se genera debido al campo vectorial expresado en (5.21) se obtiene sustituyendo (5.24) en (5.29) como

$$F_{op}(x,y) = Q \frac{2E_0^2}{c} \begin{bmatrix} 2 \sin(2\alpha) \iint \sin \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (3y-x) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (y+x) + \frac{\pi}{4} \right] dx dy \\ 2 \sin(2\alpha) \iint \cos \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (3y-x) - \frac{\pi}{4} \right] \cos \left[\frac{\pi}{2\Lambda} (y+x) + \frac{\pi}{4} \right] dx dy \\ -4 \cos(\alpha) \iint dx dy \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

Usando las ecuaciones (5.10) y (5.25) encontramos una expresión para la torca dada como

$$\tau_{op} = \bar{z} Q' \frac{2}{c} \iint [xg_y - yg_x] dx dy, \quad (5.27)$$

donde Q y Q' son los parámetros de cantidad de momento lineal y angular transferido.

5.3.2. Fuerza óptica producida por un SIPOF generado por la superposición de ondas planas con polarización circular asimétrica

Reemplazando los vectores de polarización circular $\mathbf{a}_0=(1/2)^{1/2}[\cos(\alpha),i,-\sin(\alpha)]'$, $\mathbf{a}_1=(1/2)^{1/2}[1,i\cos(\alpha),-i\sin(\alpha)]'$, $\mathbf{a}_2=(1/2)^{1/2}[\cos(\alpha),-i, \sin(\alpha)]'$ y $\mathbf{a}_3=(1/2)^{1/2}[1,-i\cos(\alpha),-i\sin(\alpha)]'$ en la ecuación (5.14) se obtiene el siguiente SIPOF:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x,y,z) = \mathbf{E}_{41} = f_0(x,z) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ i \\ -\sin(\alpha) \end{bmatrix} + f_2(y,z) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i\cos(\alpha) \\ -i\sin(\alpha) \end{bmatrix} \dots \\ + f_2(x,z) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ -i \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} + f_3(y,z) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i\cos(\alpha) \\ -i\sin(\alpha) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5.28)$$

El SIPOF $\mathbf{E}(x,y,z)$ en (5.28), es el resultado de la superposición de ondas planas en el plano $z=0$, cuyas direcciones de propagación están determinadas por los vectores \mathbf{k}_0 , \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 y \mathbf{k}_3 , los cuales se definen en las ecuaciones (5.12) y (5.13). Estas ondas

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

presentan estados de polarización circular independiente, tal como se ilustra en la Figura 5.6.

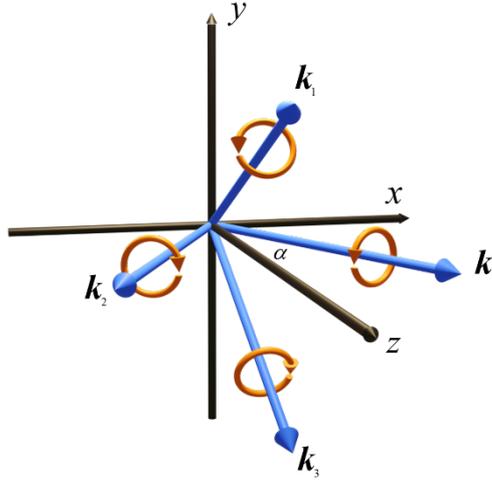


Figura 5.6. Superposición de ondas planas con polarización circular independiente.

La intensidad del campo $E(x, y, z=0)$ expresado en (5.28) de acuerdo con la ecuación (2.38) es

$$I = 4E_0^2 \left[1 + \sin^2(\alpha) \sin\left(\frac{\pi(x+y)}{\Lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi(y-x)}{\Lambda}\right) \right], \quad (5.29)$$

donde se omite la constante multiplicativa $(1/2) n_0 c \epsilon_0$. Observamos que cuando $\alpha \leq 5^\circ$ podemos expresar la intensidad como:

$$I \approx 4E_0^2, \quad (5.30)$$

El campo en (5.28) está representado por una elipse de polarización tridimensional. Para observar cualitativamente las elipses de polarización en diferentes puntos usamos aproximación paraxial, es decir $\alpha \leq 5^\circ$. De modo que podemos emplear los vectores de Jones en el plano x - y . En la Figura 5.7, se muestran los vectores de polarización en diferentes puntos del plano x - y , siguiendo trayectorias que representan estados de polarización lineal, circular y elíptica con un periodo espacial igual a 70 píxeles.

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

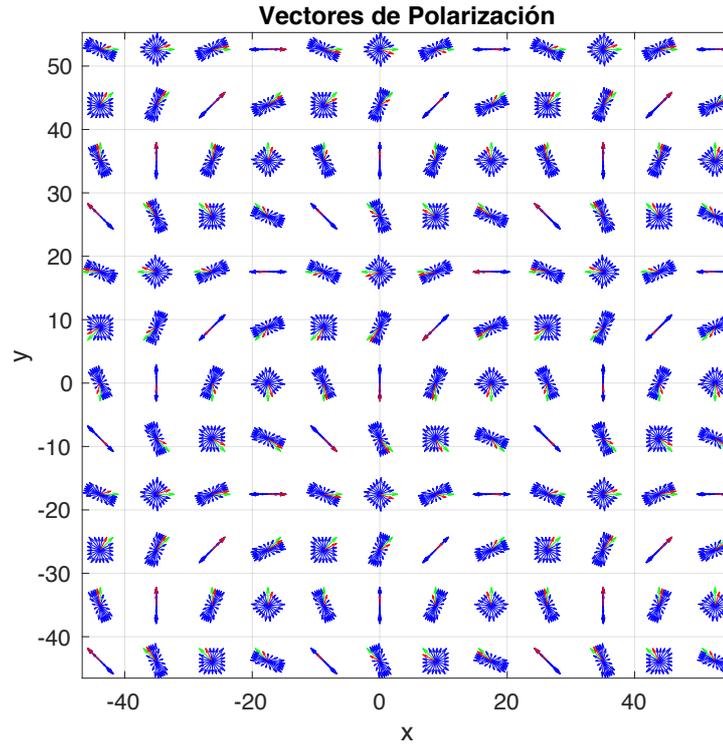


Figura 5.7. Distribución espacial de los vectores de polarización en el plano de superposición x - y de 4 ondas planas con polarización circular independiente. El vector verde indica el inicio de la trayectoria del campo y el rojo el final de la trayectoria.

La densidad de momento lineal está relacionada con el campo eléctrico y el campo magnético mediante la ecuación (5.6). Sustituyendo \mathbf{E} y \mathbf{H} dadas en (5.28) y (5.7) obtenemos,

$$\mathbf{g}(x,y) = \frac{E_0^2}{c^2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \begin{bmatrix} 4 \sin(\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{\Lambda} (y-x) \right] + 2 \sin(2\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{\Lambda} (y-x) \right] \\ 4 \sin(\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{\Lambda} (y-x) \right] + 2 \sin(2\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{\Lambda} (y-x) \right] \\ -4 \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

La densidad de momento angular se calcula usando la ecuación (5.8), y queda expresada como

$$j_z = \frac{2}{c^2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2 (x-y) \left[2 \sin(\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{\Lambda} (y-x) \right] + \sin(2\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{\Lambda} (y-x) \right] \right], \quad (5.32)$$

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

El cambio de momento lineal produce una fuerza óptica dada como

$$\mathbf{F}_{op}(x, y) = Q \frac{2E_0^2}{c} \begin{bmatrix} \frac{2\Lambda^2}{\pi^2} \left[2\sin(\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{\Lambda}(y-x) \right] + \sin(2\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{\Lambda}(y-x) \right] \right] \\ \frac{2\Lambda^2}{\pi^2} \left[2\sin(\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{\Lambda}(y-x) \right] + \sin(2\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{\Lambda}(y-x) \right] \right] \\ -4\cos(\alpha)xy \end{bmatrix}, \quad (5.33)$$

Empleando las ecuaciones (5.10) y (5.32) obtenemos la torca dada como

$$\begin{aligned} \tau_{op} = Q' \frac{2E_0^2}{c} \hat{z} \left[\iint 4x \sin(\alpha) \cos \left[\frac{\pi}{\Lambda}(y-x) \right] dx dy \dots \right. \\ \left. - \iint 2y \sin(2\alpha) \sin \left[\frac{\pi}{\Lambda}(y-x) \right] dx dy \right], \quad (5.34) \end{aligned}$$

donde Q y Q' son los parámetros de cantidad de momento lineal y angular transferidos a la partícula.

En la Figura 5.8(a), se muestra el patrón de polarización debido a la superposición de ondas planas con polarizaciones circulares independientes. La forma de las elipses de polarización corresponde a las trayectorias de los vectores en la Figura 5.7. En la Figura 5.8(b), se observa el diagrama de fuerzas en la zona de superposición debido al SIPOF en (5.28). Comparando ambas figuras observamos que la fuerza es nula en algunas zonas con estados de polarización elíptica. De acuerdo con la ecuación (5.33) las componentes de la fuerza $F_{op,x}$ y $F_{op,y}$ son cero cuando se cumple la condición

$$y = x + \frac{\Lambda}{\pi} \tan^{-1}[\cos(\alpha)] + m\Lambda. \quad (5.35)$$

donde m pertenece a los enteros.

5. Haces vectoriales implementados en pinzas ópticas

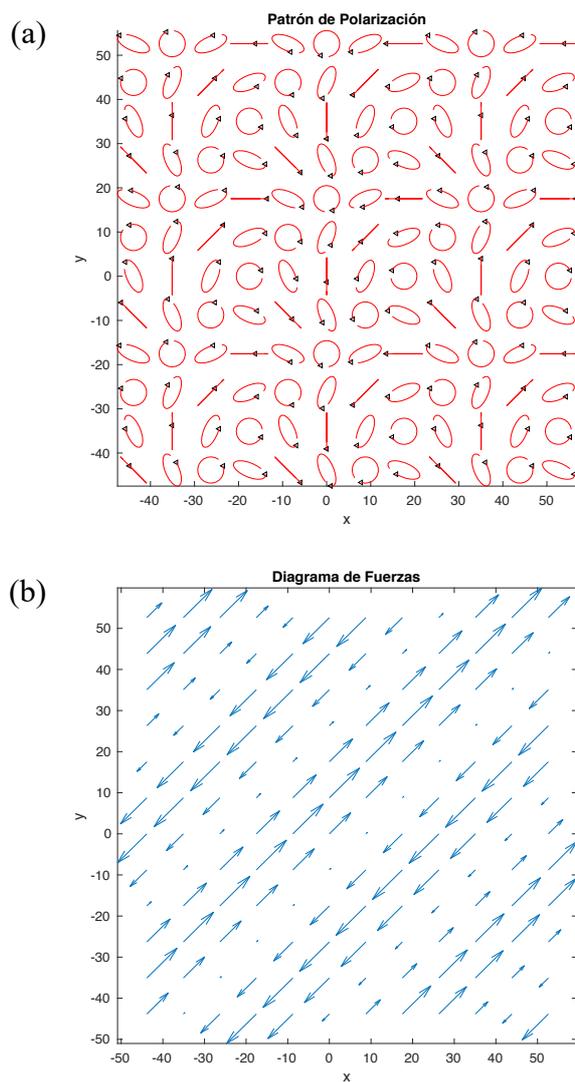


Figura 5.8. (a) Patrón de polarización y (b) diagrama de fuerzas debido a la superposición de cuatro ondas con polarización circular independiente.

Capítulo 6

Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

En este capítulo se presentan los resultados de la implementación experimental de pinzas ópticas con campos ópticos vectoriales. Estos campos se construyen por medio de hologramas de fase desplegados en LC-SLM, una doble transformada de Fourier placas retardadoras de media onda y un cuarto de onda, y un objetivo de microscopio. Los hologramas son generados por computadora con una función de fase de un campo óptico escalar construido a partir de la superposición de cuatro ondas planas.

6.1. Arreglo experimental

La Figura 6.1, muestra el arreglo experimental implementado para el atrapamiento óptico de partículas con un SIPOF. Un haz láser IR (900-1100nm) de fibra óptica con potencia máxima de 3 Watts y mínima de 1 Watt de potencia (usado con la potencia mínima), pasa a través de una placa lambda medios y un cubo divisor polarizado (CDP) horizontalmente, ambos con una transmisión de longitud de onda de 1064 nm. El haz polarizado horizontalmente es enfocado con un objetivo de microscopio (OM) y filtrado con un pinhole (FE) a la distancia focal del OM, el haz diverge hasta ser colimado por la lente L1 colocada a su distancia focal a partir del FE, el haz colimado incide sobre el LC-SLM a un ángulo aproximadamente de 3° para evitar efectos de polarización. El LC-SLM es usado para modular la fase del haz incidente mediante el despliegue de un SPH con $Q=4$ y $p=1$ enviados en niveles de grises a través de una PC. El haz modulado

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

pasa por un sistema $4f$ formado por las lentes $L2$ y $L3$. La lente $L2$ se usa para aplicar una transformada de Fourier al campo modulado por el SPH, el espectro de Fourier del campo modulado es obtenido a la distancia focal posterior de la lente $L2$, donde se coloca un filtro espacial. El filtro deja pasar la señal del campo que es proporcional a la transformada de Fourier del campo escalar utilizado para generar los SPHs. La polarización de los haces transmitidos por el filtro es modulada usando placas retardadoras $\lambda/2$ y $\lambda/4$. La placa $\lambda/2$ es colocada a 45° respecto al eje óptico sobre dos haces para cambiar el estado de polarización lineal horizontal a vertical de los haces. Mientras que la placa $\lambda/4$ es colocada a 45° respecto al eje óptico para cambiar el estado de polarización lineal de los cuatro haces a un estado de polarización circular. Los haces con polarización lineal horizontal después de pasar por la placa $\lambda/4$ tienen un estado de polarización circular derecha, y los haces con polarización lineal vertical después de pasar por esta placa tienen un estado de polarización circular izquierda. El haz vectorial o SIPOF es formado a la distancia focal posterior de la lente $L3$. El SIPOF es desviado con un cubo divisor (CCD) para ser introducido en un objetivo de microscopio (OM1 es de $40x$ con $NA=0.65$ ó $60x$ con $NA= 0.85$), colocado a 16 cm a partir de la posición donde el SIPOF es formado, el OM1 enfoca la luz sobre una muestra con partículas de cristal líquido E7 suspendidas en agua destilada. Para observar la manipulación de las partículas se utiliza lámpara LED, una cámara CCD colocada a 16 cm y un filtro colocado entre el CD y la cámara CCD.

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

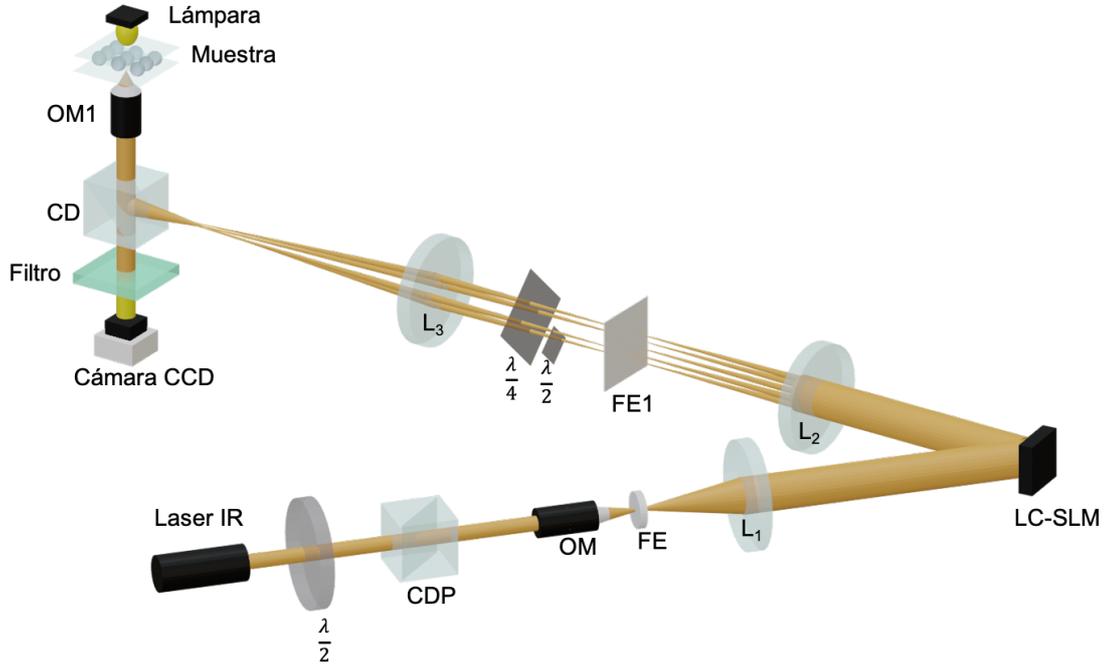


Figura 6.1. Arreglo experimental.

6.2. Resultados numéricos y experimentales de la generación de un SIPOF

El SIPOF o campo vectorial implementado en pinzas ópticas fue generado por la superposición de $Q=4$ ondas planas y una carga topológica $p=1$. La función que describe al SIPOF con estos parámetros según la ecuación (2.52) es,

$$s_{41}(r, \theta) = C \sum_{q=0}^3 \exp\left(i \frac{q\pi}{2}\right) \exp\left[i2\pi\rho_0 r \cos\left(\theta - \frac{q\pi}{2}\right)\right] \begin{bmatrix} J_{1q} \\ J_{2q} \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

donde $[J_{11}, J_{21}]' = [1, i]$, $[J_{12}, J_{22}]' = [1, i]$, $[J_{13}, J_{23}]' = [1, -i]$, $[J_{14}, J_{24}]' = [1, -i]$.

Para la generación experimental del SIPOF se implementó el holograma kinoform del NDOF $s_{41}(r, \theta)$ cuya amplitud es,

$$s_{41}(r, \theta) = C \sum_{q=0}^3 \exp\left(i \frac{q\pi}{2}\right) \exp\left[i2\pi\rho_0 r \cos\left(\theta - \frac{q\pi}{2}\right)\right]. \quad (6.2)$$

La función de transmitancia $h_{k(4,1)}(r, \theta)$ del holograma kinoform u holograma de fase se obtiene a partir de la fase del campo $s_{41}(r, \theta)$ (Figura 6.2(a)). El holograma

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

kinoform está delimitado por un soporte circular de radio $R=256\delta_x$, donde $\delta_x=8\mu\text{m}$ es el ancho del píxel del LC-SLM, tiene una frecuencia espacial de $\rho_0=3.65/R$ y toma valores de fase de $-\pi$ a π . Sin embargo, es necesario hacer un corrimiento de 2π a los valores de fase negativos del holograma antes de ser desplegado en el LC-SLM, ya que la curva de modulación de fase toma valores de 0 a 2π . Según el procedimiento explicado en la sección 3.4, se debe aplicar una transformada de Fourier a la función $h_{k(4,1)}(r,\theta)$, el módulo de esta función en el espacio de Fourier se muestra en la Figura 6.2(b). En esta imagen se observan zonas de intensidad puntuales, las zonas con mayor intensidad corresponden a la transformada de Fourier del campo $s_{41}(r,\theta)$ multiplicada por una constante positiva mientras que, las zonas con menor intensidad corresponden a la función error de modulación del holograma. En la Figura 6.2(c) se observa el filtraje espacial de los spots con mayor intensidad los cuales representan cuatro ondas planas en el espacio de Fourier. Los spots están distribuidos radialmente alrededor del eje óptico a una distancia de $r_0=\lambda F_2 \rho_0=1100\text{m}$ con $F_2=100\text{cm}$. El filtro que se utiliza consta de una pantalla de aluminio con cuatro perforaciones, el diámetro de cada perforación es de aproximadamente $500\mu\text{m}$.

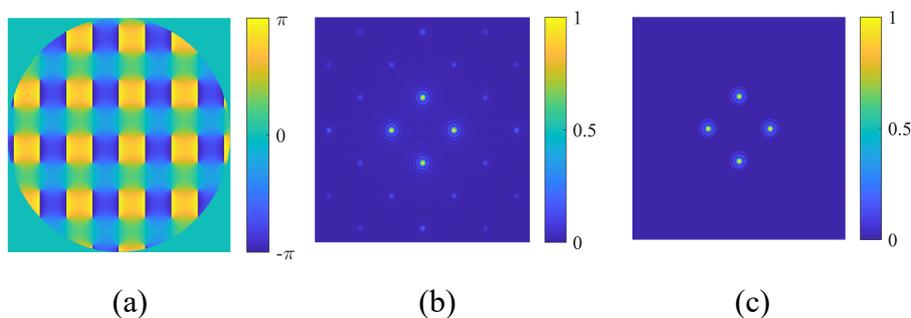


Figura 6.2. (a) Holograma kinoform del NDOF con parámetros ($Q=4$, $p=1$). (b) Espectro de Fourier del holograma con función de transmitancia $h_{k(4,1)}(r,\theta)$. (c) Filtraje espacial del espectro de Fourier de $h_{k(4,1)}(r,\theta)$ proporcional a la transformada de Fourier de $s_{41}(r,\theta)$.

La polarización de los spots filtrados usando el holograma $h_{k(4,1)}(r,\theta)$ es lineal horizontal, para obtener un SIPOF la polarización de los spots filtrados en el espacio de Fourier se modula independiente, los spots filtrados con subíndices $n=0,1$ son modulados con polarización circular derecha y los spots con subíndices $n=2,3$ son modulados con polarización circular izquierda (Figura 6.3(a)). La polarización de los spots se moduló utilizando placas retardadoras de $\lambda/2$ y $\lambda/4$. Las placas son cuadradas

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

con un área de 1cm^2 aproximadamente. La superposición de los spots polarizados genera un campo con intensidad uniforme igual $4E_0^2$ donde el valor de E_0^2 es normalizado a 1 (Figura 6.3(b)). En la Figura 6.3(c), se muestra la intensidad del campo vectorial obtenido de forma experimental.

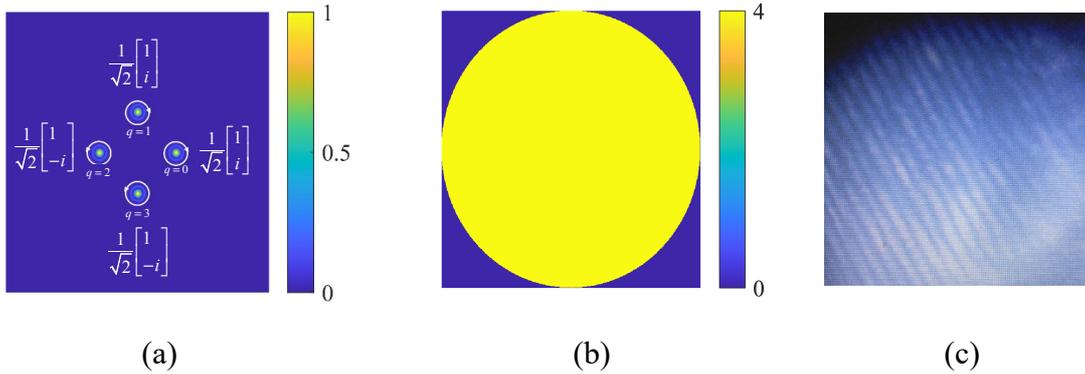


Figura 6.3. (a) Polarización de las ondas planas en el espacio de Fourier. (b) Intensidad del campo construido numéricamente. (c) Intensidad del campo construido experimentalmente.

6.3. Resultados de atrapamiento de partículas de N-LC con un SIPOF.

El campo $s_{41}(r, \theta)$ descrito en la ecuación (6.1), generado mediante holografía sintética, se implementó en el arreglo experimental de pinzas ópticas mostrado en la Figura 6.1, sobre una muestra de cristal líquido N-LC E7 diluido en agua destilada con índices de refracción aproximados de 1.63 y 1.33 respectivamente. La muestra es colocada entre dos sustratos de vidrio (un portaobjetos y un cubreobjetos) separados por espaciador circular de plástico de 100 micras aproximadamente, tiene un tiempo de vida de 30 minutos. La potencia a la entrada del objetivo de microscopio es de 88 mW.

Para la implementación del campo $s_{41}(r, \theta)$ como trampa óptica se emplearon 2 objetivos, un objetivo de 40x (NA=0.65) y un objetivo de microscopio de 60x (NA=0.85). La trampa se obtuvo con una dimensión de $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ aproximadamente y un periodo espacial del patrón de polarización $\Lambda \cong 7.8 \mu\text{m}$ para el objetivo de 40x.

En la Figura 6.4, se muestran los fotogramas de partículas de cristal líquido atrapadas en el SIPOF $s_{41}(r, \theta)$ en el plano x-y, con estados de polarización circular, lineal y elíptica. El campo vectorial es formado por la superposición de cuatro ondas

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

planas con estados de polarización asimétrica: circular izquierda y circular derecha. El tamaño de las partículas varía de 1 a 3 micras aproximadamente. Se observan ocho partículas atrapadas en el campo vectorial debido a las fuerzas ópticas $F_{op,x}$ y $F_{op,y}$. La fuerza óptica $F_{op,z}$ actúa en dirección del haz de propagación pero en menor magnitud que las fuerzas ópticas transversales. Las partículas de cristal líquido 1 y 2 se encuentran en zonas con polarización circular y rotan en sentidos opuestos debido a la transferencia de momento angular con una frecuencia 0.6 Hz y 1Hz respectivamente, cada partícula tiene un diámetro de 2 micras aproximadamente. La rotación de las partículas induce torcas ópticas $\tau_{op1} \neq 0$ y $\tau_{op2} \neq 0$ sobre las partículas 1 y 2 respectivamente. En los fotogramas, también se observan partículas estáticas, esto podría deberse a las fuerzas de Van Der Waals, estas fuerzas provocan que las partículas queden adheridas al vidrio. También podría deberse a que en la misma muestra se encuentran partículas de cristal líquido radiales y birrefringentes. El momento lineal puede transferirse a las partículas de cristal líquido radiales mientras momento angular puede transferirse a las partículas birrefringentes. Otra razón porque las partículas podrían no rotar se debe a que las partículas se encuentran en zonas con polarización lineal por lo tanto no hay transferencia de momento angular.

En la dinámica de atrapamiento de partículas además de las fuerzas ópticas también actúan otras fuerzas [31]: la fuerza de viscosidad $F_v = -6\pi\eta a u$, donde u es la velocidad lineal de la partícula, y la fuerza de elevación o fuerza de Magnus en el régimen de números pequeños de Reynolds $F_L = \pi a^3 \rho \Omega \times u$. Cuando una partícula rota, sobre esta se inducen una torca óptica τ_{op} y una torca de viscosidad τ_v , donde $\tau_v = -8\pi\eta a^3 \Omega$, a el radio de la partícula y η la viscosidad del fluido. Cuando la partícula alcanza una velocidad Ω constante, $\tau_{op} + \tau_v = 0$.

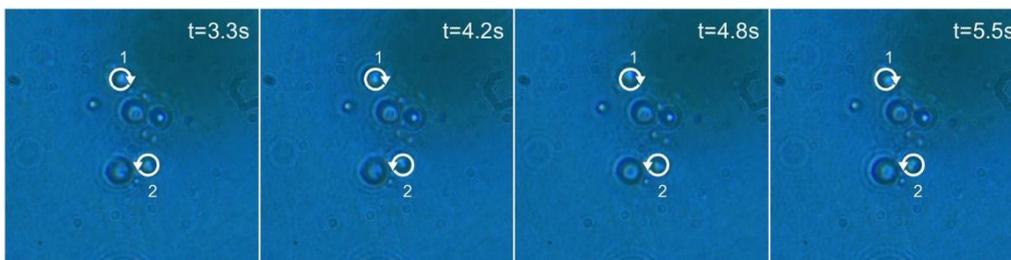


Figura 6.4. Partículas de cristal líquido con un diámetro de 2 micras aproximadamente, atrapadas en un SIPOF con un objetivo de microscopio de 40x.

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

En la Figura 6.5, se muestran fotogramas de otro escenario de partículas atrapadas en el SIPOF $s_{41}(r, \theta)$, los fotogramas muestran nueve partículas de cristal líquido atrapadas debido a las fuerzas ópticas $F_{op,x}$ y $F_{op,y}$ en (5.33). Las partículas 1 y 2 rotan en direcciones opuestas debido a la transferencia de momento angular, cuando las torcas τ_{op} y τ_v se equilibran las partículas rotan con una frecuencia de 0.3Hz y 0.4Hz, respectivamente, el diámetro de las partículas es de 3.5 micras aproximadamente.

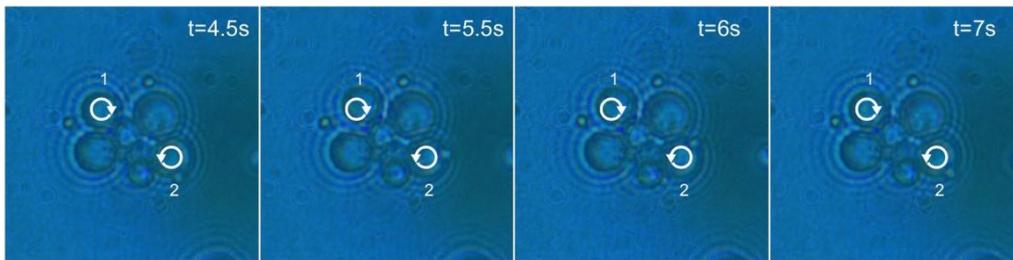


Figura 6.5. Partículas de cristal líquido con un diámetro aproximado de 3.5 micras, atrapadas en el SIPOF $s_{41}(r, \theta)$ con un objetivo de microscopio de 40x.

En la Figura 6.6, se muestran fotogramas de un nuevo escenario de partículas atrapadas en el SIPOF $s_{41}(r, \theta)$. Observamos que la partícula 3 gira en sentido de las manecillas del reloj y además sigue una trayectoria elíptica, esto se debe a que en un principio quedo atrapada en una zona con polarización circular o elíptica, ocasionando una transferencia de momento angular a la partícula. La posición de la partícula cambia debido a un flujo de corriente ambiental en esa zona. La trayectoria elíptica que sigue la partícula se debe a las componentes $F_{op,x}$ y $F_{op,y}$ de la fuerza óptica F_{op} en (5.33). La fuerza total en el plano transversal es perpendicular a la trayectoria de la partícula, depende de la posición de la partícula y cambia de magnitud y dirección dependiendo del estado de polarización en la trampa óptica (Figura 5.8). Sobre la partícula también actúa la fuerza de elevación F_L , su valor estimado es dos órdenes de magnitud menor que el valor máximo para F_{op} . Esta fuerza se origina a causa de una velocidad diferente del fluido en los lados opuestos de la partícula debido a los vórtices en el flujo ambiental o debido a la rotación de las partículas en el flujo de corte, actuando perpendicularmente a la velocidad de deslizamiento y en dirección contraria a la F_{op} . También observamos que dos partículas reciben transferencia de momento angular de

6. Resultados de atrapamiento óptico con SIPOFs

spin, provocando una rotación en dirección contraria a las manecillas del reloj después que las torcas τ_{op} y τ_v se equilibran sobre cada partícula. Las partículas 1, 2 y 3 giran con una frecuencia de 0.7Hz, 0.15Hz y 0.35Hz respectivamente con un diámetro de 3 y 4 micras.

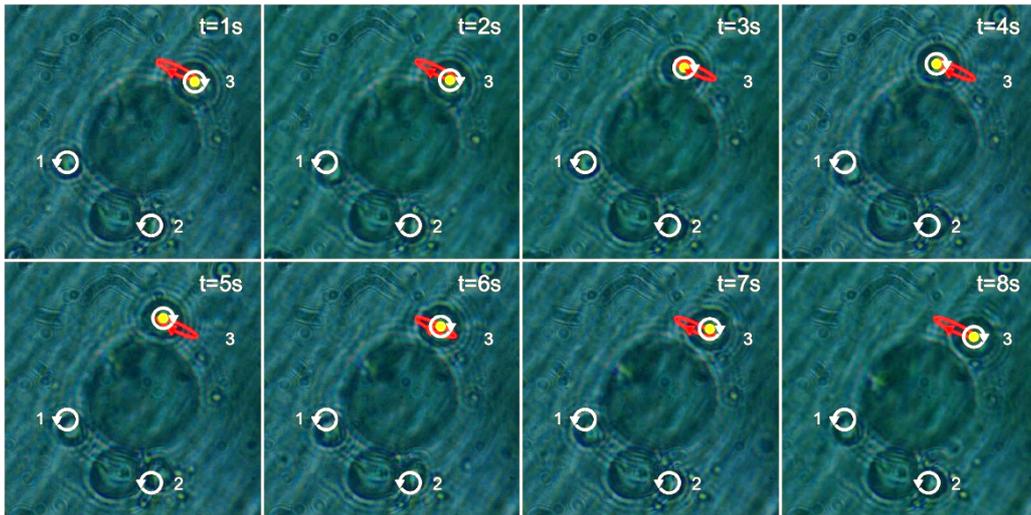


Figura 6.6. Partículas de cristal liquido atrapadas en el SIPOF $s_{41}(r,\theta)$ con un objetivo de microscopio de 60x.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis se presentó una técnica de captura óptica con un campo vectorial que posee intensidad aproximadamente constante y un patrón de polarización que varía espacialmente en el plano x-y. Para la implementación de esta trampa en el sistema de pinzas ópticas se usó el holograma kinoform de un NDOF. Con esta técnica de captura se obtuvieron fuerzas ópticas en tres dimensiones sobre partículas de cristal líquido E7.

Teóricamente se analizaron las fuerzas ópticas generadas por dos tipos de campos ópticos con polarización inhomogénea. El primer campo fue generado por la superposición de cuatro ondas planas con polarizaciones lineales asimétricas. El segundo campo fue generado por la superposición de cuatro ondas planas con estados de polarización circular asimétrica. Los estados de la polarización de los campos ópticos vectoriales con polarización inhomogénea se describieron matemáticamente en 3 dimensiones para el cálculo de fuerzas y torcas ópticas, las cuales se obtuvieron a partir de las densidades de momento lineal y angular de los campos ópticos. En ambos casos se obtuvieron fuerzas ópticas en tres dimensiones. El patrón de polarización en el plano de superposición se obtuvo usando el formalismo de Jones en aproximación paraxial. Se obtuvieron patrones de polarización periódicos bidimensionales que muestran estados de polarización lineal circular y elíptico. En la configuración experimental de pinzas ópticas se implementó el campo tipo 2.

El SIPOF tipo 2 se implementó usando el holograma kinoform del NDOF con parámetros ($Q=4$, $p=1$) en combinación con placas retardadoras y un sistema óptico 4f. Este holograma fue generado por computadora mediante la información de fase de la

Conclusiones

superposición de cuatro ondas planas desfasadas $\pi/2$ y posteriormente fue desplegado en un NIR LC-SLM iluminado con un láser IR. El uso del holograma kinoform permitió separar eficazmente los términos señal (ondas planas multiplicadas por una constante positiva) de los términos de ruido en el plano de Fourier mediante un filtraje espacial. La polarización de la señal filtrada se moduló experimentalmente con placas retardadoras de media onda y un cuarto de onda en el plano de Fourier de forma independiente. Se configuraron dos ondas con polarización circular derecha y dos ondas con polarización circular izquierda, generando una distribución asimétrica de los estados de polarización, lo que resultó en la generación de un SIPOF de alta calidad. El SIPOF generado fue introducido en el sistema de pinzas ópticas mediante un objetivo de microscopio de 40x y 60x.

El NIR LC-SLM utilizado en la configuración experimental fue previamente caracterizado mediante el efecto Talbot, empleando un láser en el rango infrarrojo (longitudes de onda entre 900 y 1100 nm) a un cuarto de la distancia de Talbot. Como resultado de esta caracterización, se obtuvo una curva de fase del NIR LC-SLM en función del nivel de gris, correspondiente a los valores de fase 0 , $\pi/2$, π , $3\pi/2$ y 2π . Los resultados de atrapamiento óptico con el SIPOF mostraron que la trampa óptica es capaz de transferir momento lineal y angular a las partículas de cristal líquido dependiendo de su dimensión y de la zona donde son atrapadas. La dinámica de las partículas mostro la evidencia de una distribución del patrón de polarización variable (lineal, circular y elíptica) en la zona de superposición, así como la evidencia de fuerzas ópticas en 3 dimensiones, una actúa en dirección de propagación del haz y dos fuerzas actúan en el plano transversal (plano de superposición).

Una ventaja notable del método propuesto para crear trampas ópticas con SIPOFs es que podemos introducir un cambio de fase relativo entre las ondas planas que generan a los SIPOFs. Esto significa que, con el mismo número de ondas planas, esto posible generar diferentes SIPOFs. Lo cual resulta favorable en trabajos futuros, dado que explotando la naturaleza vectorial de la luz se pueden crear trampas ópticas con diferentes patrones de polarización. Estas técnicas de atrapamiento tienen potenciales aplicaciones en el movimiento controlado de micro máquinas y flujos.

Bibliografía

1. A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, "Observation of a single- beam gradient force optical trap for dielectric particles," *Opt. Lett.* **11**, 288–290 (1986).
2. A. Ashkin, "History of optical trapping and manipulation of small-neutral particle, atoms, and molecules", *IEEE J. Sel. Top. Quantum Elec.* **6**, 841–856 (2000)
3. D. G. Grier, "A revolution in optical manipulation," *Nature* **424**, 810–816 (2003).
4. K. Dholakia and P. Zemanek, "Colloquium: Grippled by light: Optical binding," *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1767–1791 (2010).
5. O. M. Maragò, P. H. Jones, P. G. Gucciardi, G. Volpe, and A. C. Ferrari, "Optical trapping and manipulation of nanostructures," *Nat. Nanotech.* **8**, 807–819 (2013).
6. D. V. Petrov, "Raman spectroscopy of optically trapped particles," *J. Opt. A. Pure. Appl. Op.* **9**, S139 (2007).
7. I. A. Martínez, É. Roldán, L. Dinis, and R. Rica, "Colloidal heat engines: A review," *Soft Matter* **13**, 22–36 (2017).
8. J. Gieseler and J. Millen, "Levitated nanoparticles for microscopic thermodynamics: A review," *Entropy* **20**, 326 (2018).
9. R. M. Robertson-Anderson, "Optical tweezers microrheology: From the basics to advanced techniques and applications," *ACS Macro Lett.* **7**, 968–975 (2018).
10. F. M. Fazal and S. M. Block, "Optical tweezers study life under tension," *Nat. Photonics* **5**, 318–321 (2011).
11. J. Gieseler, J. Gomez-Solano, A. Magazzù, I. Castillo, L. Pérez-García, M. Gironella Torrent, X. Viader-Godoy, F. Ritort, G. Pesce, A. Arzola, K. Volke-Sepulveda, and G. Volpe, "Optical tweezers- from calibration to applications: a tutorial," *Adv. Opt. Photonics* **13**, 74–241 (2021).
12. D. L. Andrews, *Structured Light and Its Applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces* (Academic Press; 1st edition, 2008).
13. F. M. Dickey, T. E. Lizotte, S. C. Holswade, and D. L. Shealy, *Laser Beam Shaping Applications* (CRC Press, 2005).
14. M. Woerdemann, *Structured Light Fields: Applications in Optical Trapping, Manipulation, and Organisation* (Springer, 2013).
15. S. E. Skelton, M. Sergides, R. Saija, M. A. Iatì, O. M. Maragó, and P. H. Jones, "Trapping volume control in optical tweezers using cylindrical vector beams," *Opt. Lett.* **38**, 28-30 (2013)

Bibliografía

16. T. Stangner, T. Dahlberg, P. Svenmarker, J. Zakrisson, K. Wiklund, L. B. Oddershede, and M. Andersson, "Cooke-Triplet tweezers: more compact, robust, and efficient optical tweezers," *Opt. Lett.* **43**, 1990–1993 (2018).
17. B. R. Brown and A. W. Lohmann, "Complex Spatial Filtering with Binary Masks," *Appl. Opt.* **5**, 967–969 (1966)
18. K. Volke Sepúlveda, I. Ricárdez Vargas, R. Ramos García, Pinzas ópticas: las delicadas manos de la luz, *Ciencia (revista de la AMC)* **58** (4), 18-25 (2007).
19. V. Arrizon, G. Méndez, and D. Sánchez-de-la Llave, "Accurate encoding of arbitrary complex fields with amplitude-only liquid crystal spatial light modulators," *Opt. Express* **13**, 7913–7927 (2005).
20. A. Forbes, A. Dudley, and M. McLaren, "Creation and detection of optical modes with spatial light modulators," *Adv. Opt. Photon.* **8**, 200–227 (2016).
21. J. Curtis, B. Koss, and D. Grier, "Dynamic holographic optical tweezers," *Opt. Commun.* **207**, 169–175 (2002).
22. M. Padgett and R. Leonardo, "Holographic optical tweezers and their relevance to lab on chip devices," *Lab on a chip* **11**, 1196–205 (2011).
23. T. Čižmár, M. Mazilu, and K. Dholakia, "In situ wavefront correction and its application to micromanipulation," *Nat. Photonics* **4**, 388–394 (2010).
24. M. Woerdemann, C. Alpmann, M. Esseling, and C. Denz, "Advanced optical trapping by complex beam shaping," *Laser & Photonics Rev.* **7**, 839–854 (2013).
25. N. Bhebhe, P. A. C. Williams, C. Rosales-Guzmán, et al., "A vector holographic optical trap," *Sci. Rep.*, vol. 8, p. 17387, (2018).
26. A. Chowdhury, B. J. Ackerson, and N. A. Clark, "Laser-induced freezing," *Phys. Rev. Lett.* **55**, 833–836 (1985).
27. C. Bechinger, M. Brunner, and P. Leiderer, "Phase behavior of two-dimensional colloidal systems in the presence of periodic light fields," *Phys. Rev. Lett.* **86**, 930–933 (2001).
28. M. Michihata, T. Hayashi, and Y. Takaya, "Measurement of axial and transverse trapping stiffness of optical tweezers in air using a radially polarized beam," *Appl. Opt.* **48**, 6143–6151 (2009).
29. M. C. Zhong, L. Gong, D. Li, J. Zhou, Z. Wang, and Y.-M. Li, "Optical trapping of core-shell magnetic microparticles by cylindrical vector beams," *Appl. Phys. Lett.* **105**, 181112 (2014).
30. M. C. Alonso, U. Ruiz, D. S. de-la Llave, and V. Arrizon, "Generation of periodic and quasi-periodic two-dimensional non-diffractive beams with inhomogeneous polarization," *Appl. Opt.* **61**, 1017–1021 (2022).
31. G. Cipparrone, I. Ricardez-Vargas, P. Pagliusi, and C. Provenzano, "Polarization gradient: exploring an original route for optical trapping and manipulation," *Opt. Express* **18**, 6008–6013 (2010).
32. Y. Yang, Y. Ren, M. Chen, Y. Arita, and C. Rosales-Guzmán, "Optical trapping with structured light: A review," *Adv. Photonics* **3** (2021).
33. J. Masip, "Maxwell: la teoría electromagnética de la luz," *Arbor* **191**, a265 (2015).
34. B. E. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, (2nd ed. John Wiley & Sons, INC., 2007).
35. Grant R Fowles, "Introduction to Modern Optics", (Dover Publications, United States, 1975).
36. K. K. Sharma, *Optics, principles and applications*, (Academic Press, 2006).

Bibliografía

37. Born y E. Wolf. Principles of Optics, (Cambridge University Press, 1999).
38. S. V. Hum, "Radiance Lab. Universidad de Toronto. ECE422: Radio and Microwave Wireless System," (Nov. 20, 2023). [Enlace]. Disponible en: <https://www.waves.utoronto.ca/prof/svhum/ece422/notes/02-planewave.pdf>.
39. D. Malacara, Óptica básica, (3rd ed. México: Fondo de Cultura Económica, 2015).
40. E. Hecht, Optics, (4th ed. San Francisco: Addison Wesley, 2002).
41. R. D. Guenther, Modern Optics, (Wiley, 1990)
42. Q. Zhan, "Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications," Adv. Opt. Photon. 1, 1–57 (2009).
43. C. Rosales-Guzmán, B. Ndagano, and A. Forbes, "A review of complex vector light fields and their applications," J. Opt. 20, 123001 (2018).
44. C. Maurer-Grubinger, A. Jesacher, S. Fühapter, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Tailoring of arbitrary optical vector beams," New J. Phys. 9, 78 (2007).
45. E. J. Galvez, S. Khadka, W. H. Schubert, and S. Nomoto, "Poincaré-beam patterns produced by nonseparable superpositions of laguerre–gauss and polarization modes of light," Appl. Opt. 51, 2925–2934 (2012).
46. V. Arrizón, D. S. de-la Llave, G. Méndez, and U. Ruiz, "Efficient generation of periodic and quasi-periodic non-diffractive optical fields with phase holograms," Opt. Express 19, 10553–10562 (2011).
47. M. Liu, Y. Lei, L. Yu, X. Fang, Y. Ma, L. Liu, J. Zheng, and P. Gao, "Super-resolution optical microscopy using cylindrical vector beams," Nanophotonics 11, 3395–3420 (2022).
48. L. Kopf, J. R. D. Ruano, M. Hiekkamäki, T. Stolt, M. J. Huttunen, F. Bouchard, and R. Fickler, "Spectral vector beams for high-speed spectroscopic measurements," Optica 8, 930–935 (2021).
49. H. Moradi, V. Shahabadi, E. Madadi, E. Karimi, and F. Hajizadeh, "Efficient optical trapping with cylindrical vector beams," Opt. Express 27, 7266–7276 (2019).
50. G. Milione, T. A. Nguyen, J. Leach, D. A. Nolan, and R. R. Alfano, "Using the nonseparability of vector beams to encode information for optical communication," Opt. Lett. 40, 4887–4890 (2015).
51. B. Ndagano, I. Nape, M. A. Cox, C. Rosales-Guzman, and A. Forbes, "Creation and detection of vector vortex modes for classical and quantum communication," J. Light. Technol. 36, 292–301 (2018).
52. V. Parigi, V. D'Ambrosio, C. Arnold, "Storage and retrieval of vector beams of light in a multiple-degree-of-freedom quantum memory," Nature Communications, vol. 6, p. 7706, (2015).
53. K. Toyoda, K. Miyamoto, N. Aoki, R. Morita, and T. Omatsu, "Using optical vortex to control the chirality of twisted metal nanostructures," Nano letters 12, 3645–9 (2012).
54. R. Imai, N. Kanda, T. Higuchi, Z. Zheng, K. Konishi, and M. Kuwata-Gonokami, "Terahertz vector beam generation using segmented nonlinear optical crystals with threefold rotational symmetry," Opt. Express 20, 21896–21904 (2012).
55. D. Pohl, "Operation of a Ruby laser in the purely transverse electric mode TE₀₁," Appl. Phys. Lett. 20, 266–267 (1972).
56. J. F. Bisson, J. Li, K. Ueda, and Y. Senatsky, "Radially polarized ring and arc beams of a neodymium laser with an intra-cavity axicon," Opt. Express 14, 3304–3311 (2006).

Bibliografía

57. M. A. Ahmed, A. Voss, M. M. Vogel, and T. Graf, "Multilayer polarizing grating mirror used for the generation of radial polarization in yb:yag thin-disk lasers," *Opt. Lett.* 32, 3272–3274 (2007).
58. Q. Zhan and J. R. Leger, "Microellipsometer with radial symmetry," *Appl. Opt.* 41, 4630–4637 (2002).
59. V. G. Niziev, R. S. Chang, and A. V. Nesterov, "Generation of inhomogeneously polarized laser beams by use of a Sagnac interferometer," *Appl. Opt.* 45, 8393–8399 (2006).
60. B. Hao and J. Leger, "Experimental measurement of longitudinal component in the vicinity of focused radially polarized beam," *Opt. Express* 15, 3550–3556 (2007).
61. M. R. Beversluis, L. Novotny, and S. J. Stranick, "Programmable vector point-spread function engineering," *Opt. Express* 14, 2650–2656 (2006).
62. D. Gabor, "A New Microscope Principle, *Nature*", Vol. 161, p. 777, (1948).
63. A. W. Lohmann and D. P. Paris, "Binary Fraunhofer Holograms, Generated by Computer", *Appl. Opt.*, Vol. 6, pp. 1739-1748, (1967).
64. W. H. Lee, "Sampled fourier transform hologram generated by computer," *Appl. Opt.* 9, 639–643 (1970).
65. A. Vasara, J. Turunen, and A. T. Friberg, "Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms," *J. Opt. Soc. Am. A* 6, 1748–1754 (1989).
66. A. Jesacher and M. Ritsch-Marte, "Synthetic holography in microscopy: opportunities arising from advanced wavefront shaping," *Contemp. Phys.* 57, 46–59 (2016).
67. L. Bigue, "Cell-ell-oriented vs. point-oriented techniques in diffractive optical element design: towards a definitive comparison," In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, L. Mazuray, P. J. Rogers, and R. Wartmann, eds., *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series* 5249, 335–342 (2004).
68. V. Arrizon, U. Ruiz-Corona, R. Carrada, and L. González, "Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields," *J. Opt. Soc. Am. A* 24, 3500–3507 (2007).
69. R. Ponce, A. Serrano-Heredia, and V. Arrizon, "Simplified optimum phase-only configuration for a tnlcd," *Proc. SPIE - The Int. Soc. for Opt. Eng.* 5556 (2004).
70. L. B. Lesem, P. M. Hirsch, and J. A. Jordan, "Kinoform: A New Wavefront Reconstruction Device," *IBM Journal of Research and Development* 13, 150–155 (1969).
71. F. Wyrowski, "Upper bound of the diffraction efficiency of diffractive phase elements", *Opt. Lett.* 16, 1915–1917 (1991).
72. V. Arrizón, D. S. de-la Llave, and G. Méndez, "Holographic generation of a class of nondiffracting fields with optimum efficiency," *Opt. Lett.* 37, 2154–2156 (2012).
73. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3rd ed. (Roberts & Company, Publishers, 2005).
74. P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, (John Wiley & Sons Inc., 1999).
75. R. Li and L. Cao, "Progress in phase calibration for liquid crystal spatial light modulators," *Appl. Sci.* 9, 2012 (2019).
76. G. Lazarev, F. Kerbstadt, and J. Luberek, "High-resolution high-reflective LCOS spatial light modulator for beam manipulation beyond visible spectrum," (2017), p. 100900T.
77. H.F. Talbot, "Facts relating to optical science", No. IV. *Philos. Mag.*, 9:401-407, (1836).

Bibliografía

78. V. Arrizón and J. Ojeda-Castañeda, "Phase grating: Analytical formulas for the near field," *Microw. Opt. Technol. Lett.* 5, 483–486 (1992).
79. V. Arrizon, "Array illuminator with an arrangement of binary phase gratings," *Opt. Lett.* 18, 1205–1207 (1993).
80. A. Ashkin, "Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime", *Biophysical Journal* 61, 569-582 (1992).
81. Y. Harada and T. Asakura, "Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime", *Opt. Commun.* 124, 529-541 (1996).
82. Y. Roichman, B. Sun, Y. Roichman, J. Amato-Grill, and D. G. Grier, "Optical forces arising from phase gradients," *Phys. Rev. Lett.* 100(1), 013602 (2008).
83. Y. Jiang, H. Chen, J. Chen, J. Ng, and Z. Lin, "Poynting vector, orbital and spin momentum and angular momentum versus optical force and torque on arbitrary particle in generic optical fields," (2015).