



**INAOE**

# **Estrategia didáctica usando GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes del Cetmar 29**

por

**Ing. Zoila Leonor López Hernández**

Tesis sometida como requisito para  
obtener el grado de

**MAESTRA EN ENSEÑANZA DE CIENCIAS  
EXACTAS CON ESPECIALIDAD EN COMPUTACIÓN**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica**

agosto 2025

Tonantzintla, Puebla.

Dirigida por:

**Dr. Alfonso Garcés Báez**

**Dr. Aurelio López López**

©INAOE 2025

Derechos Reservados

La autora otorga al INAOE el permiso para reproducir y distribuir copias de esta tesis en su totalidad o en partes mencionando la fuente.



## **Dedicatoria**

Dedicado a mis estudiantes,  
con quienes, al enseñarles,  
he aprendido mucho más.

Me han enseñado que la inteligencia  
no se mide por los conocimientos acumulados,  
sino por la capacidad de compartirlos.

¡Gracias!

## **Agradecimiento**

Mi mayor gratitud al INAOE  
por darme la oportunidad de crecer profesionalmente  
y tener el privilegio de formarme  
en la Maestría en Enseñanza de Ciencias Exactas.

Experimentando en vida propia que:

«Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes»

— Sir Isaac Newton

## Resumen

La investigación sobre el aprendizaje de las funciones lineales continúa siendo un tema abordado desde múltiples enfoques, debido a que es un objeto matemático amplio y a las dificultades no superadas que presentan los estudiantes, incluso en niveles superiores como las ingenierías. Esta investigación se desarrolla en el contexto del Bachillerato Tecnológico CETMAR 29, donde el programa de estudios integra gradualmente las funciones lineales desde el primer semestre, esperando que se consolide su aprendizaje en el cuarto semestre. Sin embargo, la evidencia diagnóstica revela un bajo nivel de dominio, especialmente en el tratamiento y la conversión entre sus distintos registros de representación. El propósito de esta investigación fue implementar y evaluar una estrategia didáctica, mediante un libro digital elaborado en GeoGebra, con el fin de mejorar el aprendizaje de las funciones lineales, en particular en estudiantes con desempeño académico bajo. La metodología incluyó las fases de la ingeniería didáctica: el análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori, la cual permitió considerar los elementos multifactoriales que inciden en el proceso de aprendizaje. Además del análisis estadístico con prueba t de Student para muestras relacionadas. La investigación concluye que, al usar GeoGebra libro digital, en una estrategia desarrollada desde la Ingeniería Didáctica, los estudiantes mejoran en las conversiones desde el registro verbal hacia los demás registros de representación de las funciones lineales.

**Palabras clave:** Función lineal, Geogebra, Ingeniería Didáctica, registros de representación semiótica

## **Abstract**

Research concerning learning process on linear functions remains a topic addressed from multiple perspectives due to its broad mathematical object and the persistent difficulties students face, even at higher educational levels such as engineering. This research was conducted in the context of CETMAR 29 Technical High School, where the curriculum gradually introduces linear functions starting in the first semester, aiming for consolidated understanding by the fourth semester. However, diagnostic evidence reveals a low level of mastery, particularly in the handling and conversion between different registers of representation. The purpose of this study was to implement and evaluate a didactic strategy through a digital book developed in GeoGebra, with the aim of improving the learning of linear functions, especially among low-performing students. The methodology followed the phases of didactic engineering: preliminary analysis, a priori analysis, experimentation, and a posteriori analysis, allowing for the consideration of multifactorial elements involved in the learning process. A statistical analysis using the paired Student's t-test was also conducted. The research concludes that using the GeoGebra digital book, in a strategy developed by Didactic Engineering, students improve in conversions from verbal registers to other registers of representation of linear functions.

**Keywords:** Linear function, GeoGebra, Didactical Engineering, semiotic representation registers

## Índice

<b>1. Introducción</b> .....	1
<b>1.1. Antecedentes de la investigación</b> .....	2
<b>1.2. Planteamiento del problema</b> .....	4
<b>1.3. Delimitación del problema</b> .....	7
<b>1.4. Justificación</b> .....	8
<b>1.5. Objetivos de la investigación</b> .....	11
<b>1.6. Hipótesis</b> .....	11
<b>2. Marco Teórico</b> .....	12
<b>2.1. Ingeniería Didáctica como metodología</b> .....	12
<b>2.1.1. Beneficios de la Ingeniería Didáctica</b> .....	12
<b>2.2. Funciones lineales</b> .....	14
<b>2.2.1. Un concepto matemático con siglos de evolución</b> .....	14
<b>2.2.2. Definición y características</b> .....	16
<b>2.2.3. Diferentes formas de representación</b> .....	17
<b>2.2.4. Trascendencia de las funciones lineales en el Bachillerato Tecnológico</b> .....	18
<b>2.3. GeoGebra como libro digital</b> .....	19
<b>2.3.1. Definición</b> .....	19
<b>2.3.2. Su historia</b> .....	19
<b>2.3.3. GeoGebra frente a los desafíos actuales de la enseñanza matemática</b> .....	20
<b>3. Metodología</b> .....	21
<b>3.1. Enfoque y alcance de la Investigación</b> .....	21

<b>3.2. Diseño de la investigación</b> .....	22
<b>3.2.1. Variables de estudio</b> .....	22
<b>3.2.2. Ambiente de desarrollo y control de variables externas</b> .....	24
<b>3.2.3. Definición de la muestra</b> .....	24
<b>3.3. Propuesta de intervención con Ingeniería didáctica</b> .....	25
<b>3.4. Fases de la ingeniería didáctica</b> .....	25
<b>3.4.1. Fase 1: Análisis preliminar</b> .....	25
<b>3.4.1.1. Análisis del contexto del grupo de Prueba</b> .....	28
<b>3.4.2. Fase 2: Análisis a priori</b> .....	29
<b>3.4.2.1. Estrategia didáctica</b> .....	29
<b>3.4.2.1.1. Capítulo 1. Usa tu intuición para reconocer relaciones entre dos variables.</b> ..	36
<b>3.4.2.1.2. Capítulo 2. Conversión entre representaciones</b> .....	38
<b>3.4.2.1.3. Capítulo 3. Aplicación de funciones lineales en contexto</b> .....	43
<b>3.4.3. Fase 3: Experimentación</b> .....	44
<b>3.4.3.1. El contrato didáctico y preparación preliminar</b> .....	44
<b>3.4.3.2. Proceso de seguimiento y observación</b> .....	46
<b>3.4.3.2.1. Observaciones del tratamiento de la función lineal</b> .....	48
<b>3.4.3.2.2. Observaciones de la conversión entre representaciones</b> .....	49
<b>3.4.3.2.3. Observaciones sobre GeoGebra</b> .....	53
<b>3.4.3.2.4. Observaciones sobre los estudiantes</b> .....	55
<b>3.4.4. Fase 4: Análisis A posteriori y evaluación</b> .....	57
<b>4. Resultados</b> .....	61
<b>4.1 Resultados del objetivo específico 1</b> .....	61

<b>4.2 Resultados del objetivo específico 2</b> .....	63
<b>4.3 Resultados del objetivo específico 3</b> .....	64
<b>4.4 Resultados del objetivo específico 4</b> .....	67
<b>4.5 Resultados del objetivo general</b> .....	71
<b>5. Discusión</b> .....	73
<b>6. Conclusiones</b> .....	77
<b>Bibliografía</b> .....	81

## Lista de Tablas

<b>Tabla 1</b> Evolución del concepto de función .....	15
<b>Tabla 2</b> Variables de investigación y sus relaciones operativas .....	23
<b>Tabla 3</b> Lista de cotejo para evaluar el aprendizaje de las funciones lineales.....	35
<b>Tabla 4</b> Nivel I: Tratamiento de funciones lineales .....	68
<b>Tabla 5</b> Nivel II: Conversión entre al menos dos representaciones de funciones lineales .....	70
<b>Tabla 6</b> Resultados de la prueba <i>t</i> de Student para muestras relacionadas, Exploración inicial y final sobre funciones lineales.....	72

## Lista de Figuras

<i>Figura 1. Mapa mental de los Beneficios de la Ingeniería Didáctica .....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 2. Metáfora de las proyecciones .....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 3. Ingeniería didáctica como metodología para la estrategia didáctica con GeoGebra.....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 4. Esquema de análisis de una función lineal.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 5. Planeación por progresión .....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 6. Calendarización de la estrategia didáctica .....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 7. Tabla de contenidos del libro digital GeoGebra .....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 8. Ejemplo de conversión entre las diferentes representaciones de una función lineal.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 9. Actividad interactiva exploratoria: Gráfica del crecimiento del pez.....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 10. Tabla de contenidos del Capítulo 2: Conversión entre representaciones.....</i>	<i>38</i>
<i>Figura 11. Actividad: Tabular a algebraica.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 12. Actividad: Gráfica a algebraica .....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 13. Actividad: Algebraica a tabular .....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 14. Actividades contextualizadas del capítulo 3. ....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 15. Alumnos participando en la construcción del contrato didáctico.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 16. Construcción de acuerdos para el contrato didáctico .....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 17. Infografía Aprendiendo funciones lineales con GeoGebra.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 18. Vista del seguimiento docente en GeoGebra Classroom .....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 19. Exploración de los estudiantes con la gráfica interactiva de crecimiento de un pez.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 20. Respuestas de la actividad 28, correspondiente a la conversión tabular-algebraica.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 21. Respuestas de la actividad 43, correspondiente a la conversión tabular-algebraica.....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 22. Ejemplos de la conversión algebraica-gráfica. ....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 23. Conversión de representación gráfica a algebraica.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 24. Actividad 63.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 25. Actividad 55, conversión verbal a gráfico. ....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 26. Funcionamiento del libro digital GeoGebra en tiempo real.....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 27. Algunas opiniones de los estudiantes, sobre las funciones lineales.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 28. Algunas de las reflexiones finales de los estudiantes.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 29. Pregunta de selección múltiple: Selecciona los recursos que más te gustaron .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 30. Resultados de la encuesta de uso de GeoGebra .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 31. Resultados de la encuesta de uso de GeoGebra .....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 32. Comentarios finales de los estudiantes.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 33. Resultados de la exploración inicial para el Nivel I: Tratamiento.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 34. Resultados de la exploración inicial para el Nivel II: Conversión.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 35. Resultados de la exploración final para el Nivel I: Tratamiento.....</i>	<i>64</i>

<i>Figura 36. Resultados de la exploración final para el Nivel II .....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 37. Gráfica comparativa de exploración inicial y final, Nivel I, logro por estudiante .....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 38. Gráfica comparativa de exploración inicial y final, Nivel II, logro por estudiante.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 39. Análisis del desempeño de los estudiantes durante el segundo parcial.....</i>	<i>73</i>

## 1. Introducción

El tema de interés en esta investigación son las funciones lineales y las dificultades encontradas en su aprendizaje relacionadas con el tratamiento y conversión entre registros de representación (gráfica, tabular, algebraica y verbal). En el contexto del Bachillerato Tecnológico CETMAR 29, con especialidades técnicas como mecánica naval y acuicultura, el estudio de las funciones lineales se introduce desde el primer semestre, con la expectativa de que al llegar al cuarto semestre los estudiantes hayan alcanzado una comprensión sólida de este concepto. Sin embargo, diagnósticos aplicados al subsistema en el estado de Campeche evidenciaron que el 87.7% de los estudiantes se ubicó en el nivel I (dominio insuficiente) en la evaluación del desempeño del último grado de bachillerato en el campo de formación de matemáticas, la cual fue aplicada por el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA). Por lo que se propuso implementar y evaluar una estrategia didáctica mediante el uso de un libro digital interactivo elaborado en GeoGebra para mejorar el aprendizaje de las funciones lineales. Esta estrategia se estructuró bajo las fases metodológicas de la Ingeniería Didáctica de Artigue (2016).

Esta investigación se organiza de la siguiente manera: El capítulo 1 contiene la introducción y presenta antecedentes, planteamiento y delimitación del problema, justificación, objetivos e hipótesis. El capítulo 2, marco teórico, aborda la Ingeniería Didáctica como metodología, GeoGebra para la enseñanza y las funciones lineales. En el capítulo 3 se describe el diseño metodológico que se siguió para la elaboración de esta tesis, así como el proceso para su implementación, mientras que el capítulo 4 expone y analiza los resultados obtenidos mediante la estadística descriptiva. Seguidamente, el capítulo 5 presenta la discusión, las conclusiones y recomendaciones derivadas de esta investigación.

### **1.1. Antecedentes de la investigación**

El uso de la tecnología en la educación matemática ha llegado para potenciar y dinamizar las metodologías de enseñanza-aprendizaje de las funciones lineales. A continuación, se presentan investigaciones previas que abordan esta temática desde distintas perspectivas.

El estudio “Gamificación con GeoGebra: un estudio sobre el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes de bachillerato” (Rivera-Núñez et al. 2025) tuvo como propósito evaluar el impacto de una estrategia de gamificación basada en GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales. Los hallazgos reportaron una mejora significativa en el promedio de calificaciones, además de una mayor participación y comprensión de los conceptos abstractos. Se concluyó que la gamificación mediante GeoGebra representa una estrategia pedagógica eficaz en el contexto analizado.

En la investigación “La función lineal en la modelación de problemas cotidianos” se implementó el uso de GeoGebra con estudiantes de entre 18 y 25 años, quienes no tenían experiencia previa en el uso de herramientas tecnológicas. La estrategia incluyó guías interactivas para representar funciones lineales en contextos reales. Como resultado, Alzate (2023) reportó mejoras tanto en el desempeño académico como en la comprensión conceptual, además de una mayor motivación para resolver problemas aplicados.

Otro estudio relevante fue “The Effect of GeoGebra Software in Calculus for Mathematics Teacher Students” (Nongharnpituk, Yonwilad y Khansila, 2022), el cual documentó mejoras en el compromiso y motivación de los estudiantes después de participar en actividades basadas en recursos como GeoGebra con apoyos audiovisuales, fomentando así el desarrollo de habilidades del pensamiento de orden superior. Los resultados evidenciaron mejoras en habilidades importantes como la participación, la autoexploración, la visualización y la comprensión.

El estudio: “Eficacia de GeoGebra para el aprendizaje activo, el rendimiento y el interés de los estudiantes por aprender matemáticas” (Nzaramyimana, Mukandayambaje, Iyamuremye, Hakizumuremyi y Ukobizaba, 2021) se llevó a cabo con una muestra de 34 estudiantes de undécimo grado<sup>1</sup>. Esta investigación exploró la efectividad del recurso GeoGebra para mejorar el aprendizaje activo, así como el rendimiento y el interés de los estudiantes en el aprendizaje de funciones. Se aportaron evidencias como el aumento en el interés de los estudiantes por aprender, mayor motivación y confianza para explorar el recurso, incluso de forma autónoma, mostrando que GeoGebra favorece la exploración autónoma y comprensión profunda de los contenidos abordados debido a su cualidad dinámica e interactiva.

Asimismo, el estudio “The effectiveness of GeoGebra when teaching linear functions using the iPad”, desarrollado por Mudaly y Fletcher (2019) con estudiantes de noveno grado<sup>2</sup> en Sudáfrica, documentó en sus hallazgos una percepción positiva hacia el uso de este recurso, destacando su eficacia para facilitar la comprensión de funciones lineales de manera más interactiva.

Por otra parte, la investigación hecha por Ruiz, Ortiz y Páez (2023) se centró en abordar una problemática detectada: los programas de educación obsoletos para las ingenierías. En respuesta, los autores propusieron la modificación de metodologías y didácticas en el estudio “El concepto de función lineal mediado por el uso del GeoGebra para estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Arturo Velásquez Ortiz de Santa Fe de Antioquia”. Se destacaron tres aspectos: primero, que los estudiantes, a pesar de estar en un nivel de ingeniería, mostraban poco conocimiento del concepto de función lineal; segundo, presentaban una actitud desfavorable hacia el aprendizaje de objetos matemáticos; y tercero, el nulo uso de metodologías pedagógicas mediadas por tecnologías.

---

<sup>1</sup> Equivale al segundo grado de bachillerato en México.

<sup>2</sup> Equivale a tercer año de secundaria en México.

La investigación titulada “Coordinación de Registros de Representación en el Aprendizaje de la Función Lineal”, realizada por Soto, Herrera y Pereyra (2019), se fundamentó en la teoría del funcionamiento cognitivo del pensamiento de Raymond Duval. En el análisis hecho a estudiantes del tercer año de secundaria, mediante la implementación de actividades cognitivas de tratamiento y conversión entre diferentes registros semióticos, se encontraron dificultades de interpretación, tratamiento y conversión en las funciones lineales, las cuales limitaron la comprensión profunda del concepto.

Hernández (2023) abordó la teoría del tratamiento y conversión de registros de representación de acuerdo a Duval (1993) para favorecer la comprensión del concepto de función. Entre sus principales hallazgos se señalaron dificultades en el tratamiento del registro gráfico y el algebraico, y en la conversión entre los registros de representación verbal-tabular.

A diferencia de los estudios revisados, esta investigación adopta el enfoque de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2014) para diseñar una estrategia que se implemente a través de un material didáctico de libro digital en GeoGebra. Dicha estrategia didáctica integra actividades diseñadas con fundamento en la teoría de Duval (2016) orientadas a la exploración y práctica de la conversión entre distintos registros de representación de las funciones lineales, con la finalidad de contribuir a superar las dificultades identificadas en estudiantes del nivel bachillerato.

## **1.2. Planteamiento del problema**

En nuestro país, el nivel medio superior escolarizado comprende el bachillerato general, el bachillerato tecnológico y el profesional técnico, donde los estudiantes matriculados tienen edades que van desde los 15 hasta los 17 años. De acuerdo con Calderón, Vergara y Atilano (2023), en el

ciclo escolar 2022-2023 el índice de reprobación<sup>3</sup> para el nivel medio superior se situó en un 12.5%. En este sentido, resulta evidente que este índice no permite identificar las asignaturas con mayor índice de reprobación ni sus indicadores entre parcialidades en un semestre, lo que motivó la realización de estudios que permitan identificar las particularidades de cada contexto educativo, como es el caso del Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 29 (CETMAR 29), institución en la que se desarrolló la estrategia didáctica planteada en este trabajo.

Fundado el 2 de septiembre de 1984 en la isla de Ciudad del Carmen, Campeche, el CETMAR 29 ha ofertado desde entonces las carreras técnicas en Pesquerías, Alimentos, Acuicultura y Mecánica Naval. En 1991, se incorporó la carrera de Administración de Empresas, lo que permitió incrementar la matrícula a 91 estudiantes. En 2019, se integraron las carreras técnicas de Laboratorista Ambiental y Administración de MiPyME. A lo largo de estos años, el plantel ha atravesado diversos procesos de actualización, así como la implementación de diferentes planes y programas de estudio, adaptándose a las transformaciones que exige el sistema educativo nacional. En 2024, la institución celebró 40 años de servicio a la comunidad carmelita, siendo la única del municipio en ofertar carreras técnicas con enfoque en ciencias del mar. Actualmente, la matrícula es de 1,317 estudiantes, atendidos por 52 docentes y 20 trabajadores administrativos. Además, el plantel cuenta con 22 aulas, 2 laboratorios, taller de mecánica, taller de alimentos, taller de acuicultura, 2 canchas deportivas, cancha techada para usos múltiples, piscina semiolímpica, un área de enfermería, un área de orientación educativa y oficinas administrativas (control escolar, servicio social y becas, recursos humanos y financieros, dirección y subdirección). Adicionalmente, cuenta con un aula especial para el Centro de Atención para Estudiantes con Discapacidad (CAED). Bajo este contexto, y con base en los datos analizados en cada Consejo

---

<sup>3</sup> Número de alumnos que no lograron adquirir los conocimientos para aprobar un grado escolar, por cada 100 alumnos matriculados al final del ciclo escolar.

Técnico Académico (CTA) del plantel, se han identificado indicadores muy elevados de reprobación, alcanzando hasta un 65% en alumnos que cursan las asignaturas de matemáticas en cuarto semestre. A partir de la observación sistemática en la práctica docente, el diagnóstico de conocimientos previos evidencia, por una parte, que los estudiantes están acostumbrados a una matemática estática (e.g., calcular áreas y perímetros) y, por otra, el desconocimiento de los números reales, así como de su clasificación y propiedades. En el mismo sentido, durante el proceso de aprendizaje, los estudiantes no logran identificar cómo una magnitud varía en función de otra, o reconocer la constante de variación; tampoco diferencian entre tratamiento y conversión de los diferentes registros de representación que puede tener una función lineal.

En vista de lo anterior, resulta importante reconsiderar la manera en que lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones lineales, dado que los estudiantes no logran superar las dificultades mencionadas. La enseñanza de las matemáticas enfrenta desafíos significativos, especialmente en lo que respecta a la apropiación de conceptos abstractos por parte de los estudiantes (Alsina, 2020). Si bien los métodos tradicionales han sido durante mucho tiempo un pilar en la educación matemática, captar el interés de los estudiantes y promover una comprensión profunda de contenidos complejos constituye un reto importante. Sin embargo, en el contexto actual, el uso de la tecnología ofrece nuevas herramientas y posibilidades para abordar estas dificultades. Surge entonces la siguiente pregunta de investigación: ¿Puede la implementación de una estrategia didáctica, apoyada en el uso del libro digital GeoGebra, mejorar el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes del CETMAR 29?

### **1.3. Delimitación del problema**

Esta propuesta de estrategia didáctica se enfocó en reducir las deficiencias relacionadas con el objeto matemático de funciones lineales para mejorar el aprendizaje de los alumnos. Se propuso la práctica de la conversión entre al menos dos de sus diferentes registros de representación mediante el uso del material didáctico libro digital en GeoGebra.

Para la investigación se utilizó un diseño experimental con un enfoque cuantitativo y se desarrolló durante el segundo periodo del ciclo escolar 2024-2025, con la participación de 24 estudiantes que cursaban el cuarto semestre del bachillerato tecnológico en el CETMAR 29, ubicado en Ciudad del Carmen, Campeche. Esta isla forma parte del área natural protegida de la Laguna de Términos situada al sureste de México. Las principales actividades económicas de la región son la industria petrolera, el turismo y la pesca. Debido al contexto económico y social descrito, muchos de los estudiantes se forman con un perfil técnico en Mecánica Naval o Acuicultura.

Respecto al contexto del grupo, se detectó un 29.16% como estudiantes de Desempeño Académico Bajo (DAB). Se presentaron obstáculos como la ausencia de los estudiantes por enfermedades como varicela y epilepsia. Asimismo, surgieron cambios en la modalidad de clases, alternando entre presenciales y a distancia, por causas como lluvias o calor intenso. También se dieron suspensiones de clases muy frecuentes en el mes de mayo e impactaron directamente en el número de sesiones en que no se estuvo frente a grupo. En cuanto a la disponibilidad de recursos digitales, se dependió de los dispositivos personales de los estudiantes; no obstante, se contempló el uso de materiales impresos en caso de que algún estudiante no contara con un dispositivo.

#### **1.4. Justificación**

El panorama de la República Mexicana según los últimos resultados educativos publicados en el área de las matemáticas reveló niveles insuficientes de aprendizaje, de acuerdo con la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2023). Para el ciclo 2022-2023, solo el 42.7% de los estudiantes de primaria resolvió correctamente la evaluación diagnóstica de los aprendizajes en la asignatura de matemáticas. En educación secundaria, esta cifra descendió al 36.0 %. Mientras que, en el nivel medio superior, para el estado de Campeche, el último informe de resultados del PLANEA 2022 (véase apéndice A) reportó que el 87.7% de los estudiantes del subsistema se encontraba en el nivel I, el cual fue un indicador de un dominio insuficiente de los aprendizajes clave del currículo para el campo de formación de matemáticas (Secretaría de Educación del Gobierno del Estado de Campeche, Subsecretaría de Educación Media Superior y Superior, y la Unidad Estatal de Evaluación, 2022); esto anticipaba dificultades académicas para el futuro.

Este fue el contexto de muchos jóvenes que cursaron primaria, secundaria y bachillerato sin haber alcanzado un nivel aceptable de habilidades matemáticas. Muchos de estos jóvenes, con el deseo de continuar sus estudios en el nivel superior, se enfrentaron a la necesidad apremiante de fortalecer su base conceptual y procedimental a través de cursos adicionales, si aspiraban a ingresar y mantenerse en alguna institución de educación superior (López y Bedolla, 2020). Fue, por tanto, crucial lograr que los estudiantes recibieran un acompañamiento significativo para superar sus deficiencias en las habilidades matemáticas fundamentales, sin el agobio del destiempo y siendo atendidos durante el transcurso de sus estudios en el nivel medio superior.

En el caso específico del CETMAR 29, se identificaron altos índices de reprobación en las asignaturas de matemáticas, sobre todo en el cuarto semestre. Un contenido común abordado en estos semestres es el de funciones lineales; por ello se hizo la propuesta como tema de

investigación. También se observó que los alumnos que reprobaban constantemente presentaban un Desempeño Académico Bajo (DAB) debido a múltiples factores, dentro de los cuales se encontraron las barreras para el aprendizaje, entendidas como características, circunstancias, necesidades, intereses, capacidades, habilidades, estilos y ritmo de aprendizaje diversos (LGE, 2024, Artículo 64). Además, se consideraron parte de este conjunto de riesgo a los estudiantes con ausentismo, tratados como activos mientras no existiera una baja oficial.

En este sentido, durante las reuniones de Consejo Técnico Académico (CTA), una de las labores docentes era proponer estrategias para reducir los índices de reprobación, pero en cambio se recibían tareas atrasadas o se solicitaban trabajos extraordinarios para recuperar a los estudiantes DAB, propiciando así métodos rutinarios basados en costumbres y prácticas con poca innovación (Hitt, 2003). En este aspecto, Cuevas y Díaz (2014) afirman que estas estrategias no permiten explorar, ni determinar si el aprendizaje se alcanzó o no. En este contexto, resultó importante que el docente tomara en cuenta las dificultades de trabajar con estudiantes DAB para implementar estrategias didácticas de enseñanza innovadoras, teniendo en cuenta que estas debían ser diseñadas con una base metodológica iterativa y ajustable, lo que se solventó con la Ingeniería Didáctica a través de la aplicación de sus cuatro fases.

Desde la perspectiva anterior, ¿por qué los estudiantes DAB no superan el Nivel Insuficiente que señala la Secretaría de Educación de Campeche et al. (2022)? En opinión de Rodríguez (2024), los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje que pueden deberse a la educación o conocimientos previos, también en la dificultad para comprender conceptos básicos. Por su parte, Cuevas y Delgado (2016) enfatizan que no se prioriza el convenio entre docente y estudiante para establecer las representaciones semióticas. Mientras tanto, Tocto et al. (2023) señalan que no se establecen relaciones entre los diferentes sistemas de representación de funciones, y que el enfoque

de aprendizaje desarticulado se debe a que no se aplica el concepto de función en situaciones prácticas y cercanas a la realidad del estudiante.

Esta investigación abordó el aprendizaje de funciones lineales fomentando el aprendizaje intuitivo (Alsina, 2020) y la introducción gradual del concepto (Bressoud, Ghedamsi, Martínez-Luaces y Törner, 2016b), además de la conversión entre sus diferentes registros de representación (Duval, 2016). Se favoreció la exploración de las funciones lineales por medio de actividades interactivas dentro del libro digital de GeoGebra utilizando temáticas de la región, es decir, en el contexto de las ciencias del mar. Tomando en cuenta la aportación de los autores Campeón, Aldana y Villa (2018), este hecho permitió que los estudiantes asumieran la variación entre dos variables relacionadas como algo natural si se implementaba con temáticas de su contexto. De acuerdo con Campeón et al. (2018, p. 118-119), el estudiante puede aplicar estos conocimientos en gran diversidad de campos, permitiéndole:

Modelar algunos fenómenos, como los costos, compras, transferencias, cálculos de perímetros, pero sobre todo su aplicación en la vida cotidiana es en el sector empresarial, en el aspecto económico, en el uso de la oferta y la demanda, los cuales no solo se encuentran en contextos matemáticos sino también en contextos de las ciencias.

De acuerdo con las investigaciones previamente mencionadas, los hallazgos demostraron que GeoGebra aumenta el aprendizaje de contenidos matemáticos diversos. Auccahuallpa, Troya y Rodríguez (2022, p. 6) resaltan: “El uso de GeoGebra en el aula tiene beneficios en las clases de Matemática, ya que promueve la comprensión creativa y dinámica de conceptos, el desarrollo del pensamiento crítico-analítico, del razonamiento lógico-matemático y del razonamiento numérico”. Por tanto, para la implementación de la estrategia didáctica se eligió GeoGebra como material didáctico de libro digital, organizando videos y lecturas contextualizadas, preguntas, graficador y

tabulador; con todo esto, se presentó una opción diferente, dinámica y motivadora para el aprendizaje y la promoción de una regularización real del nivel de aprendizaje de funciones lineales. Con ello, se promovió que los estudiantes tuvieran mejores posibilidades de continuar con los aprendizajes subsecuentes en el NMS o, en su defecto, aplicarlos en su vida cotidiana o laboral.

### **1.5. Objetivos de la investigación**

Objetivo general

Implementar una estrategia didáctica, mediante el uso de un libro digital GeoGebra, para mejorar el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes del CETMAR 29.

Objetivos específicos

- Aplicar la exploración inicial al grupo de prueba para identificar los conocimientos previos sobre funciones lineales.
- Diseñar e implementar la estrategia didáctica en un libro digital de GeoGebra.
- Aplicar una exploración final al grupo de prueba para determinar los aprendizajes alcanzados sobre las funciones lineales.
- Comparar los resultados obtenidos en la exploración inicial y la exploración final, con la finalidad de estimar la mejora en el aprendizaje de funciones lineales.

### **1.6. Hipótesis**

**Hipótesis alterna ( $H_1$ ):**

Si se aplica una estrategia didáctica basada en la Ingeniería Didáctica, mediante el uso de un libro digital elaborado con GeoGebra, entonces se mejora significativamente el aprendizaje de funciones lineales en los estudiantes del CETMAR 29.

**Hipótesis nula ( $H_0$ ):**

El uso de una estrategia didáctica basada en Ingeniería Didáctica, mediante un libro digital elaborado con GeoGebra, no produce una mejora significativa en el aprendizaje de funciones lineales en los estudiantes del CETMAR 29.

## **2. Marco Teórico**

### **2.1. Ingeniería Didáctica como metodología**

La Ingeniería Didáctica se establece como una metodología específica dentro de la didáctica de las matemáticas propuesta por Artigue, Douady, Moreno y Gómez (1995), para facilitar la planificación, implementación y evaluación de propuestas pedagógicas de forma estructurada y que da apertura a una reflexión profunda. Más allá de los aproximamientos experimentales clásicos en los que, mediante análisis estadísticos, se comparan grupos, la Ingeniería Didáctica se presenta como un diseño iterativo de fases de análisis preliminar, concepción de situaciones, experimentación y evaluación, con una preeminencia por la validez interna del proceso. Este enfoque permite, de cierto modo, automatizar los procesos de enseñanza-aprendizaje y ofrece un marco flexible para la generación de situaciones adaptadas a contextos reales que se ajusten a las necesidades de aprendizaje del estudiante.

#### **2.1.1. Beneficios de la Ingeniería Didáctica**

*Figura 1.* Mapa mental de los Beneficios de la Ingeniería Didáctica



*Nota.* El mapa mental resume los principales beneficios de la Ingeniería Didáctica como metodología de la investigación usada dentro de la matemática educativa. Elaboración propia, adaptado de Artigue (2014)

La Ingeniería Didáctica ha demostrado su eficacia y beneficios en varios niveles educativos y áreas matemáticas. Tal es el caso de la investigación realizada por Alves, Camilo, Fontenele y Catarino(2021), quienes, al investigar las representaciones gráficas, algebraicas y numéricas por medio de la Ingeniería Didáctica, la resaltan como un valioso método de investigación aplicada que no se limita al diagnóstico de errores, sino que interviene constantemente (véase figura 1), donde se destaca la importancia de considerar la epistemología en la Ingeniería Didáctica, lo que permite, sobre todo a los docentes, subsanar concepciones erróneas que de otra forma no se podrían observar, mejorando así las prácticas pedagógicas.

Para el caso particular de este estudio, la propuesta de Ingeniería Didáctica es el eje en el cual se desarrolló la estrategia didáctica para la enseñanza de las funciones lineales. Su aplicación permitió observar simultáneamente, no solo los avances en términos de niveles con los tipos de representación usados (Godino, Batanero y Font, 2003), sino también el desarrollo del ambiente de aprendizaje a través del seguimiento natural del contrato didáctico como conjunto de reglas introducido por Brousseau (1997) y redefinido por Artigue (2014). Fue, por tanto, un puente entre la teoría didáctica y la práctica educativa que la Ingeniería Didáctica posibilitó llevar a la acción contenidos matemáticos como lo son las funciones lineales.

## **2.2. Funciones lineales**

### **2.2.1. Un concepto matemático con siglos de evolución**

El concepto de función merece una revisión detallada de su concepción, pues no está definido en un momento específico, sino que se fue formando con el tratamiento que se le dio durante los siglos de su evolución. En la Tabla 1 se presenta un resumen de la evolución del concepto de función realizado por Farfan y Garcia (2005). Se puede observar que tuvieron que converger los conocimientos de las tabulaciones, las bases de la simbología algebraica e identificar el concepto de variables para llevar a la noción formal de función durante el siglo XVII. Posteriormente, su evolución continúa hasta el siglo XX; por ejemplo, Spivak (1978, p. 49) expresó lo siguiente:

El concepto más importante de las matemáticas es el concepto de función. En casi todas las ramas de la matemática actual, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender, por lo tanto, que el concepto de función haya llegado a definirse con una gran generalidad.

**Tabla 1**

Evolución del concepto de función

ÉPOCA	AUTOR(ES)	CONCEPCIÓN	REPRESENTACIÓN PREDOMINANTE	IMPORTANCIA
<b>GRIEGOS Y BABILONIOS</b>		Buscaban la regularidad en las tabulaciones para generalizar las observaciones de fenómenos naturales	Tabulaciones intuitivas	Encontrar la regularidad de las tabulaciones para después intentar aritmetizar y generalizar tales observaciones
<b>EDAD MEDIA</b>	Heytesbury y Swineshead (Inglaterra) Oresme (1323-1382, Francia)	Teoría primitiva de funciones en la que ésta tenía que ver con la dependencia de una cantidad variable sobre otra	Bases de -Algebra de palabras -Geometría de gráficas	Se funden las bases de la noción de función asociando número y magnitud
<b>SIGLO XV-XVI</b>	Galileo	“Esencialmente se diferencia ente “variable” de una función e “incógnita” de una educación”. <sup>a</sup>	Se identifica el concepto de variable y variable independiente.	Se sientan las bases de la simbología algebraica.
<b>SIGLO XVII (REVOLUCIÓN MATEMÁTICA)</b>	Leibniz (Alemania) Newton (Inglaterra)	Fusión de número y magnitud	Se establece $x$ e $y$ como medio de dependencia entre dos cantidades	Cimientos de noción formal de función. Se habla por primera vez del término de función en el sentido de una expresión analítica.
<b>SIGLO XVIII</b>	Bernoulli Euler Leibnitz	-Función como noción analítica en fenómenos físicos o ideas infinitesimales de Leibnitz.	Bernoulli Euler propone la letra griega $f$ . Se establece $\langle\langle fx \rangle\rangle$ -Funciones discontinuas y mixtas	Se afirma con evidencias históricas que quien estructuró el Cálculo Leibniziano y lo organizó fue Leonard Euler.
<b>SIGLO XIX</b>	Cauchy(1827) Lobachevsky (1834) Dirichlet(1837) Riemann (1858)	Se emplea la función como la médula del análisis recién creado por Euler.	“Se describe a la función con la particularidad de ser una correspondencia de tipo muy general” (Ruiz, 1998).	El siglo XIX se encuentra caracterizado por diversas generalizaciones observadas
<b>SIGLO XX</b>	Dirichlet. Spivack Michael.	Uso pleno y exploración minuciosa del concepto basado formalmente en la noción general de función introducida por Dirichlet.	Uso y exploración de funciones en todas sus representaciones	“El concepto más importante de las matemáticas es el concepto de función. En casi todas las ramas de la matemática actual” Spivack (1978). Se exploro tanto que perdió su dinamismo

<b>SIGLO XXI</b>	No hay figura única	Se enfatiza su uso en contextos reales, modelación y sistemas dinámicos – nociones de función no determinista, en algunos contextos computacionales o de big data	Uso y exploración de funciones en todas sus representaciones	-Recupera su dinamismo gracias a la integración de tecnologías emergentes -Visión más flexible y contextualizada del concepto, vinculada con fenómenos reales -se continúan investigaciones
------------------	---------------------	---	--	---

*Fuente:* Elaboración y adaptación propia, basado en Farfán y García (2005).

### 2.2.2. Definición y características

El concepto de función es un objeto matemático, cuyo proceso didáctico de elaboración total se complejiza, debido a que posee múltiples formas de representación (gráficas, fórmulas, tablas, relaciones verbales y representación icónica) (Martinho et al., 2017). La definición intuitiva del concepto de función según Spivak (1974) requiere de una definición provisional para ilustrar la noción intuitiva de función: primero la definimos como una regla simple donde se asigna a cada uno de ciertos números reales un número real. Y en segundo orden se necesita introducir una notación. Quedando definido como  $f(x)$ , este símbolo se lee << f de x >>, significa que una variable y está en función de otra variable x.

Se define función lineal como:

La representación de la relación entre dos variables la podemos realizar a través de un enunciado de una situación problemática, una fórmula matemática o de una gráfica en el plano cartesiano. (Castillo, Correa y González, 2016).

La función lineal (Manfredi, 2007) se presenta en la forma general:

$$y=mx+b,$$

donde:

y es la variable dependiente

$x$  es la variable independiente

$m$  representa la pendiente o inclinación de la recta

$b$  representa el intercepto en el eje  $y$

Sus características son:

Dominio y codominio: Una función lineal puede abarcar todo el conjunto de números reales tanto en su dominio (extensión del eje  $x$ ), como en su codominio (extensión en el eje  $y$ ).

- Linealidad: su representación gráfica siempre será una línea recta, lo que visibiliza la existencia de una proporción constante entre las variables asociadas.
- Pendiente: Indica la inclinación ( $m$ ) de la recta. Si  $m > 0$ , la recta es creciente; si  $m < 0$ , es decreciente.
- Intercepto: el valor de  $b$  (intercepto  $Y$ ) es donde la línea cruza el eje  $Y$ .

### 2.2.3. Diferentes formas de representación

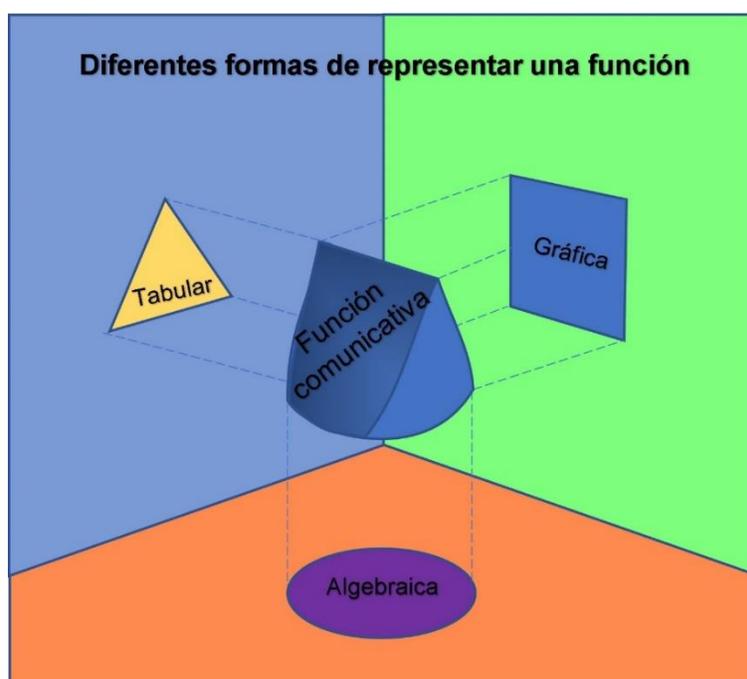
La noción básica de representación puede ser muy amplia, pero en lo que respecta a la adquisición del conocimiento matemático, Raymond Duval (2016, p. 61-62) la define como:

Pero las representaciones también pueden ser signos y sus asociaciones complejas, que se producen de acuerdo con reglas y que permiten la descripción de un sistema, un proceso, un conjunto de fenómenos. Allí las representaciones semióticas, incluido cualquier lenguaje, aparecen como herramientas comunes para producir nuevo conocimiento y no solo para comunicar cualquier representación mental particular.

La llamada conversión entre registros de representación se refiere a la capacidad del estudiante de ir de una manera de representar una función a otra, preservando su significado matemático. Para ilustrarlo a manera de metáfora, véase la figura 2, la cual representa cómo una descripción verbal

de la función lineal proporciona la información para representarla en otros registros como el algebraico, tabular o gráfico. Un ejemplo de esta conversión presentado por Duval (2016) es cuando los estudiantes pueden emparejar la gráfica con la ecuación expresada en las “variables”  $x$  e  $y$ ; muestran un mayor dominio conceptual en comparación con aquellos que resuelven ecuaciones algebraicas puras a partir de ejemplos aislados, valorando conceptualmente que el estudiante ha dominado una forma de representarla.

*Figura 2.* Metáfora de las proyecciones



*Fuente:* elaboración propia, basada en Duval (2016).

#### **2.2.4. Trascendencia de las funciones lineales en el Bachillerato Tecnológico**

Para el caso de la investigación en el CETMAR 29, la importancia del tema se ve reflejada en el programa de estudios vigente del recurso sociocognitivo Pensamiento Matemático (SEP, 2024, p. 11), donde se establece:

En el primer semestre, únicamente se espera del estudiantado la ubicación de puntos en el plano cartesiano para la descripción intuitiva de la correlación de dos variables cuantitativas (progresión 9). En el segundo semestre, se continúa trabajando sobre la relación directamente proporcional e inversamente proporcional entre dos variables (progresión 7) y funciones lineales y cuadráticas (progresión 12); en el tercer semestre, prácticamente en todo momento se trabaja con dichos objetos. En cuarto semestre se continúa con la aplicación de funciones tanto lineales como no lineales.

## **2.3. GeoGebra como libro digital**

### **2.3.1. Definición**

La definición de GeoGebra (2025), según la propia plataforma:

"Es un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo en un solo motor. Además, GeoGebra ofrece una plataforma en línea con más de 1 millón de recursos gratuitos para el aula creados por una comunidad multilingüe".

Estos recursos se pueden compartir fácilmente a través de la plataforma de colaboración

GeoGebra Classroom (2025) definida como:

"Plataforma virtual de seguimiento docente incluida en Geogebra, donde es posible monitorear el progreso de los estudiantes en tiempo real".

### **2.3.2. Su historia**

Su fundador, Marcus Hohenwarter, logró combinar las virtudes de los programas de geometría dinámica con las de los sistemas de cálculo simbólico. Conociendo el gran valor de estos recursos

para la enseñanza de las matemáticas, pudo descifrar la necesidad de los docentes al preferir recursos con interfaces menos rígidas; de esta forma surgió la idea de crear GeoGebra. Como el programa ganó popularidad en todo el mundo, muchos voluntarios se sumaron al proyecto, lo que permitió desarrollar nuevas funcionalidades, materiales didácticos interactivos y, por consecuencia natural, permitió que se tradujera a decenas de idiomas. (Vázquez *et al.*, 2021)

### **2.3.3. GeoGebra frente a los desafíos actuales de la enseñanza matemática**

El uso de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas cambió la forma en que los estudiantes pueden acceder al conocimiento, permitiendo exploraciones y prácticas. Una de las herramientas tecnológicas más relevantes para esta finalidad es GeoGebra, valiosa en el desarrollo de habilidades del pensamiento de orden superior (Nongharnpituk, *et al.*, 2022), gracias a que permite un análisis más visual e inmediato, a diferencia de las limitaciones de los materiales impresos.

La posibilidad de utilizar GeoGebra libro digital permitió organizar y gestionar los contenidos de aprendizaje, generando una estructura de capítulos con temáticas y actividades interactivas. Este formato facilitó la integración de múltiples recursos como videos, enlaces, simulaciones y ejercicios con retroalimentación inmediata, enriqueciendo la experiencia de aprendizaje. En el contexto del bachillerato tecnológico, donde se buscó fomentar el aprendizaje autónomo y las habilidades del pensamiento matemático, además de la capacidad para la resolución de problemas (Alzate, 2023), fue importante diseñar estrategias didácticas que, complementadas con materiales didácticos como el libro digital GeoGebra, respondieran a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes.

Desde la perspectiva didáctica, GeoGebra se estableció como un entorno de exploración e interacción de los estudiantes con los contenidos matemáticos para hacer inferencias sobre estos a través de la exploración directa de las funciones lineales con posibilidad de trazar gráficas de manera dinámica, ajustar los parámetros, identificar pendiente y ordenada al origen, identificar cómo varía con un deslizador y mirar todos estos cambios en vivo. La interactividad intrínseca a la aplicación permitió, para los estudiantes, una mayor percepción, incentivando así una exploración activa del contenido y su involucramiento en el proceso de construcción del conocimiento (Mudaly y Fletcher, 2019). Así mismo, la integración con plataformas de aprendizaje virtual como Google Classroom facilitó evaluar al momento el progreso de los estudiantes y organizar las actividades secuenciales, haciendo los ajustes necesarios para responder a las necesidades de aprendizaje del estudiante, sin que esto implicara gran inversión de tiempo de revisión para el docente.

### **3. Metodología**

#### **3.1. Enfoque y alcance de la Investigación**

La presente investigación fue enmarcada dentro del enfoque cuantitativo de tipo experimental. Ya que se implementó una estrategia didáctica para el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes del cuarto semestre del CETMAR 29, por medio del libro digital GeoGebra. A partir del enfoque cuantitativo, se establecieron las variables de investigación y sus relaciones operativas; la intervención fue diseñada conforme a las cuatro fases de la metodología de la Ingeniería Didáctica, para después realizar comparaciones estadísticas entre las observaciones previas y posteriores a la experimentación; especialmente se analizó cómo los estudiantes abordan el tratamiento y conversión entre sus distintas representaciones semióticas (gráfica, algebraica, tabular y verbal),

bajo el marco teórico planteado por Raymond Duval (2016). Por último, se aplicó una prueba t de Student para muestras relacionadas con cola a la derecha para estimar si existía una mejora significativa en el aprendizaje de funciones lineales tras la experimentación.

### **3.2. Diseño de la investigación**

Debido a las características de esta investigación, especialmente por la cantidad de estudiantes con DAB y sus diferentes diagnósticos que representan el 29.16% del grupo, se optó por usar un solo grupo de prueba. Se aplicó una evaluación inicial, la experimentación con la estrategia didáctica y, posteriormente, se realizó una evaluación final para observar los cambios producidos (Sampieri, 2018).

#### **3.2.1. Variables de estudio**

A continuación, se presentan las variables de estudio:

Variable independiente: GeoGebra libro digital para explorar, dar tratamiento y practicar la conversión entre las diferentes representaciones de la función lineal.

Variable independiente: Ingeniería Didáctica, para el diseño y aplicación de la estrategia didáctica mediante la aplicación en sus cuatro fases.

Variable dependiente: función lineal, su conversión entre al menos dos registros de representación (verbal, tabular, gráfica o algebraica).

La investigación partió del uso de la Ingeniería Didáctica (variable independiente) para el diseño e implementación de una estrategia basada en el uso de GeoGebra libro digital (variable independiente) para mejorar el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes del CETMAR 29.

Para esquematizar las variables de investigación se presenta la Tabla 2, que detalla la definición conceptual y operacional, así como las dimensiones e indicadores considerados.

**Tabla 2**  
Variables de investigación y sus relaciones operativas

Ingeniería didáctica como metodología			
(Variable independiente)			
DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES
<p>“La metodología de la ingeniería didáctica se caracteriza también, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada. [...], se ubica, en el registro de los estudios de caso y cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.” (Artigue <i>et al.</i>, 1995)</p>	<p>Diseño y aplicación de una estrategia didáctica mediante la metodología de ingeniería didáctica en sus cuatro fases, para aprender funciones lineales</p>	<p>-Fase 1: Análisis preliminar</p> <p>-Fase 2: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería</p> <p>-Fase 3: Experimentación</p> <p>-Fase 4: Análisis a posteriori y evaluación</p>	<p>-Análisis y contraste de resultados, identificación de mejoras o adaptaciones futuras</p>
Función lineal			
(Variable dependiente)			
DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES
<p>“Los diferentes conceptos de funciones han logrado que hoy en día se maneje terminología universal dentro del lenguaje matemático dando como resultado fórmulas y sus partes así como procedimientos específicos para la comprensión de la temática de funciones como; variables dependientes, variables independientes, pendiente, cortes, representación gráfica de una función en el plano cartesiano, función lineal, [...], término independiente y por supuesto tablas de valores para la representación gráfica de la función, sin dejar de lado la importancia la contextualización de saberes como mecanismo para fortalecer el pensamiento crítico.” (Muñoz <i>et al.</i>, 2021)</p>	<p>Tratamiento y conversión de las funciones lineales (Duval, 2016), evaluada a través del contraste de una exploración inicial y una final, bajo cumplimiento de una lista de cotejo que establece los indicadores del nivel de aprendizaje en que se encuentran los estudiantes.</p>	<p><b>Tratamiento de representaciones:</b> Capacidad de identificar y tratar las distintas representaciones de funciones lineales dentro de su mismo registro</p> <p><b>Conversión entre representaciones:</b> Nivel de habilidad para pasar de una representación a otra</p>	<p><b>-Nivel I:</b> Tratamiento de funciones lineales</p> <p><b>-Nivel II:</b> Conversión entre al menos dos representaciones de funciones lineales</p>
GeoGebra			
(Variable independiente)			
DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES
<p>Hernández <i>et al.</i> (2021, p.13): “El GeoGebra es un software con grandes potencialidades para desarrollar el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, tanto en condiciones de presencialidad como de la educación a distancia, ya que ofrece posibilidades para la elaboración de materiales didácticos digitales, los cuales pueden ser utilizados sin necesidad de una conexión a INTERNET. La posibilidad de usarlo tanto en computadoras como en tablets y móviles, le permite a profesores y alumnos hacer un uso eficiente de este recurso, a los primeros para la enseñanza, y, a los segundos, para el aprendizaje”.</p>	<p>Implementación de estrategia didáctica con los alumnos del cuarto semestre del CETMAR 29, usando GeoGebra como recurso de libro digital para explorar, dar tratamiento y practicar la conversión entre las diferentes representaciones de la función lineal.</p>	<p><b>Control:</b> Estructurar, monitorear y dar seguimiento a la estrategia didáctica</p> <p><b>Interactividad:</b> Explorar y manipular los elementos de la función lineal</p> <p><b>Visualización:</b> facilita el vínculo entre representaciones mediante la interfaz visual del software.</p> <p><b>Percepción</b> de los estudiantes sobre la utilidad de GeoGebra en su aprendizaje</p>	<p>-Encuesta sobre la experiencia de los estudiantes con GeoGebra libro digital</p>

Fuente: Elaboración y adaptación propia, basado en Tovar (2016).

### **3.2.2. Ambiente de desarrollo y control de variables externas**

Al inicio de la investigación se presentaron los oficios pertinentes a la dirección del plantel para solicitar la autorización correspondiente. Posteriormente, se elaboraron dos cartas de consentimiento: una que debía ser firmada por los padres o tutores para autorizar la participación de los estudiantes en la investigación y otra para otorgar el permiso de tomar evidencias fotográficas con el mismo propósito. La investigación se realizó desde los meses de febrero a mayo y durante cuatro horas de clases semanales, divididas en dos sesiones. El aula asignada contaba con pizarrón y acceso a préstamo de proyector en caso de necesitarse. Se identificaron las variables externas, como los diagnósticos de los estudiantes de DAB; si no se tomaban en cuenta, podían afectar los resultados del estudio. Además, las condiciones bajo las que se aplicaron los instrumentos fueron similares en cada ocasión, asegurando así un ambiente controlado. Para garantizar el acceso equitativo al material didáctico libro digital de GeoGebra, se verificó con anticipación que todos los dispositivos de los estudiantes tuvieran las características suficientes para la ejecución del libro digital GeoGebra. Previo a cada sesión se les recordaba llevar sus dispositivos personales (tablets o teléfonos móviles), con batería cargada y acceso a internet.

### **3.2.3. Definición de la muestra**

El estudio consideró como población a 440 estudiantes del cuarto semestre, turno matutino, en el CETMAR 29 y, para la selección de la muestra, se empleó un muestreo no probabilístico de tipo intencional, basado en criterios por conveniencia, ya que se hizo la experimentación con el grupo que fue asignado como carga académica del docente (véase apéndice B). La muestra quedó conformada por 24 estudiantes del cuarto semestre, grupo “A”, compuesto por 7 mujeres y 17 hombres, de la especialidad técnica en Mecánica Naval.

### 3.3. Propuesta de intervención con Ingeniería didáctica

La metodología usada para el diseño de estrategia fue la Ingeniería Didáctica, adoptando las cuatro fases definidas por la matemática y educadora francesa Michèle Artigue (1995, p. 46): análisis preliminar, diseño y análisis a priori de las situaciones; experimentación; y finalmente análisis a posteriori con evaluación de resultados. Para facilitar la comprensión de esta secuencia metodológica, se presenta el siguiente esquema de la figura 3:

**Figura 3.** Ingeniería didáctica como metodología para la estrategia didáctica con GeoGebra



Fuente: Elaboración propia, adaptado de García *et al.* (2019).

### 3.4. Fases de la ingeniería didáctica

#### 3.4.1. Fase 1: Análisis preliminar

Durante esta fase se investigó el desarrollo epistemológico del concepto de función, cuya evolución fue gradual desde los griegos y babilonios hasta la actualidad. La indagación de la

historia matemática se convirtió en un factor importante en la elaboración de la estrategia didáctica; esto permitió reconocer concepciones erróneas que aún persisten en la enseñanza y, por otra parte, se rescataron teorías validadas para facilitar el aprendizaje. Al respecto, Cuevas y Díaz (2014, p. 1) enfatizan: “Consideramos que un conocimiento de la historia evolutiva del concepto de función ayudará a juzgar si es difícil de aprender y, por supuesto, de enseñar”.

Aunque esta fase de la Ingeniería Didáctica, en lo que respecta al análisis de las concepciones previas del estudiante y el análisis de las funciones lineales a través de la historia, no fue directamente percibida por el estudiante, influyó en la manera en que se organizaron y presentaron los contenidos de las funciones lineales. En este apartado fue apropiado abordar las fuentes de incompreensión en el aprendizaje de las matemáticas, como lo menciona el investigador Raymond Duval (2016): “Cavar más hondo en las dificultades para poder analizar problemas de comprensión de los estudiantes de matemáticas” implica atender no solo los errores, sino también los procesos cognitivos involucrados.

Desde su enfoque, se distinguieron dos tipos de transformación de representaciones: el tratamiento y la conversión. El tratamiento consistió en trabajar dentro del mismo registro de representación, por ejemplo, trabajar una función lineal únicamente en su representación tabular. Si solo se realizaba el tratamiento, se obtendría una visión fragmentada de los contenidos de las funciones lineales.

Por otro lado, la conversión implicó establecer vínculos entre distintos registros, es decir, traducir la información de un registro a otro; e.g., convertir la expresión  $y=3x+1$  a su representación gráfica. Esta conversión suele ser una dificultad que muchos estudiantes no logran superar. Después de revisar estos aspectos teóricos, se procedió al reconocimiento del objeto matemático de estudio (véase figura 4).

Figura 4. Esquema de análisis de una función lineal

Objeto matemático: <b>Función lineal</b>				
Representación	Gráfica	Algebraica	Tabular	Escrita o verbal
<b>Función cognitiva</b>	Procesamiento de información	Simbólico discreto	Organización de información	Comunicación
<b>Registro</b>	<b>Gráfico</b> -Símbolos: Puntos, líneas, ejes cartesianos, paréntesis, operadores, números reales, etc. -Reglas: Inclínación, dirección de la pendiente, entre otros.	<b>Algebraico: <math>y=mx+b</math></b> -Símbolos: Variables x,y Coeficientes números reales racionales Operadores, etc. -Reglas: Sintaxis fija Simplificación Despeje, entre otros.	<b>Tabular</b> -Símbolos: pares ordenados (x,y), números discretos. -Reglas: correspondencia uno a uno entre columnas orden específico para x	<b>Escrito o lenguaje natural</b> - <b>Símbolos:</b> Verbos: multiplica, suma, aumenta, varía. Sustantivos: número, valor, entrada, salida. Números escritos Conectores lógicos: "por cada", "cuando" Correspondencia: "A cada x le corresponde un f(x)" Condicionales: "Cuando x aumenta en 1, f(x) aumenta en 2" - <b>Reglas:</b> sintaxis gramática, correspondencia al lenguaje algebraico, descripción de la variación.
<b>Tratamiento</b> (transformaciones dentro del mismo registro)	e.g. -Crear la gráfica -Reconocer cambios en sus elementos	e.g. -Simplificar la expresión algebraica -Cambiar su forma cuando no se encuentra en su forma general -Despejar variables	e.g. - Construir tabla de valores x e y -Organizar, completar o analizar valores	e.g. - Expresar verbalmente la relación funcional - Reformular, explicar o interpretar



**CONVERSIÓN**

La coordinación entre registros es el umbral de la comprensión matemática, haciendo visible de alguna manera el isomorfismo entre representaciones

Fuente: Elaboración propia, adaptado de Duval (2016).

Como siguiente rubro dentro de esta fase, se analizaron las concepciones de los estudiantes que ya aprendieron sobre funciones lineales. Para ello, se utilizó una muestra no probabilística de 29 estudiantes de sexto semestre, quienes voluntariamente accedieron a responder la prueba (véase apéndice C). De este primer acercamiento a la problemática del aprendizaje de funciones lineales, se obtuvieron elementos clave para orientar el diseño de la estrategia didáctica.

### ***3.4.1.1. Análisis del contexto del grupo de Prueba***

Este análisis se llevó a cabo con el apoyo del Departamento de Orientación Académica y Psicología, en dos ocasiones distintas. El primer acercamiento ocurrió durante una sesión del Consejo Técnico Escolar; el segundo, en una reunión específica para dialogar sobre los antecedentes del grupo.

Como observación grupal: Se registró una disminución en el número de estudiantes debido a diversos problemas conductuales. Inicialmente, el grupo estaba conformado por 33 estudiantes; sin embargo, en el semestre actual permanecen 24. Se tiene registro de que todos los maestros que han impartido clases al grupo generaron reportes grupales en el departamento de orientación educativa debido a múltiples incidencias, tanto académicas como conductuales.

En cuanto a las observaciones individuales: se identificó que el 29.16% del grupo son estudiantes con Desempeño Académico Bajo (DAB). A continuación, se describen de manera breve las posibles causas de su bajo desempeño, y por razones de privacidad se identificó a los estudiantes únicamente por su número de lista:

- Alumna #5: por causas relacionadas con problemas familiares.
- Alumno #6: con diagnóstico de Trastorno de Déficit de Atención (TDA) y depresión derivada de acoso escolar reciente.
- Alumna #7: diagnóstico de discapacidad motriz leve.
- Alumno #8: diagnóstico de epilepsia severa.
- Alumno #17: diagnóstico de retraso mental leve.
- Alumno #19: bajo rendimiento académico por causas familiares.
- Alumno # 24: ausentismo frecuente y problemas conductuales.

### **3.4.2. Fase 2: Análisis a priori**

Durante la fase de análisis a priori, se aplicó una exploración diagnóstica inicial al grupo de prueba integrado por 23 estudiantes del cuarto semestre de la carrera técnica en Mecánica Naval del CETMAR 29. Esta exploración se diseñó con base en la lista de cotejo que registra los indicadores para cada nivel de logro. El instrumento contempló dos niveles: para el Nivel I (tratamiento), se diseñaron 5 reactivos y para el Nivel II (conversión entre al menos dos representaciones), se diseñaron 6 reactivos conforme a la teoría propuesta por Duval (2016). La validación del instrumento se llevó a cabo mediante el juicio de expertos, solicitando la revisión a tres autoridades académicas del plantel, quienes también proporcionaron retroalimentación hasta lograr la versión final (véase apéndice E). Con base en los resultados obtenidos, se diseñó la estrategia didáctica.

#### ***3.4.2.1. Estrategia didáctica***

Con base en los resultados del análisis a priori, se propuso la adecuación de la planeación semestral (véase apéndice F), incorporando de manera formal la estrategia didáctica usando el libro digital GeoGebra. Las autoridades académicas correspondientes revisaron y validaron dicha planeación (véase figura 5) a través de la plataforma virtual de acompañamiento del subsistema DGETAyCM<sup>4</sup>.

También se elaboró un cronograma de actividades (véase figura 6), el cual sirvió como guía para organizar y ejecutar las sesiones didácticas que conformaron la intervención y la distribución de los tiempos de cada fase, lo que permitió un control sistemático del desarrollo de la investigación.

---

<sup>4</sup> Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar

Figura 5. Planeación por progresión

Planeación por Progresión en el MCEMS Ciclo Agosto 2024 - Enero 2025						
Plante: CETMAR 29						
A) IDENTIFICACIÓN						
Parcial: 1ro						
UAC	Docente(s)			Semana(s) en que se desarrolla la progresión:		
<b>Recursos Sociocognitivos:</b> <input type="checkbox"/> Pensamiento Matemático I, II o III <input checked="" type="checkbox"/> Temas selectos de matemáticas I, II o III <input type="checkbox"/> Lengua y Comunicación I, II o III <input type="checkbox"/> Conciencia Histórica I, II o III <input type="checkbox"/> Cultura Digital I o II	Elaborada: Individual	X	ING. ZOILA LEONOR LÓPEZ HERNÁNDEZ. ING. AARÓN ANTONIO VILLANUEVA PÉREZ ING. FERNANDO CRUZ SÁNCHEZ. ING. FRANCISCO HERNÁNDEZ GUZMÁN.	Fecha de inicio y de cierre: 03 al 14 de marzo de 2025		
	Colegiada			Semestre	Grupos	Horas de mediación docente
	4º	TODAS			4	1
B) INTENCIONES FORMATIVAS						
<b>Progresión:</b> 3. Analiza funciones lineales y no lineales en el contexto de la modelación de fenómenos de interés, como la dinámica de poblaciones, e incorpora las nociones de órbita, periodo y comportamiento caótico. Cuando analiza sistemas dinámicos discretos considera la conjetura de Collatz, para observar que la matemática es una ciencia viva que en ocasiones emplea la computación para generar evidencia a favor de ciertas afirmaciones.						
<b>Contenidos de la Progresión:</b> Funciones lineales y no lineales, sistemas dinámicos discretos y Conjetura de Collatz.						
<b>Categoría(s):</b> C1. Procedural. C3. Solución de problemas y modelación.						
<b>Subcategoría(s):</b> S1. Elementos aritmético – algebraico. S1. Uso de modelos.						
<b>Meta(s) de Aprendizaje:</b> C3M1 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.						
<b>Aprendizaje(s) de Trayectoria:</b> Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.						
		Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar				
<b>Apertura:</b>  Mediante el método inductivo, para iniciar la sesión el docente presenta un ejemplo concreto (imágenes con precios: hamburguesas, refrescos y papas). A partir de los datos de la imagen los alumnos identifican patrones y regularidades, también generalizan estos patrones para formular de manera intuitiva una función.  Posteriormente por medio de la técnica didáctica: exploración guiada por Tic, se proporciona al alumno el primer capítulo del libro de GeoGebra. -Capítulo 1. "Funciones con sentido: usa tu intuición para comprender funciones" En este capítulo se introduce intuitivamente el concepto de función. Mediante el aprendizaje situado se genera la exploración de situaciones diversas que requieren la identificación de variables relacionadas entre sí de manera lineal. <a href="https://www.geogebra.org/m/ms8x3bpe">https://www.geogebra.org/m/ms8x3bpe</a> Autor: Ing., Zoila Leonor López Hernández  Toca el momento de la intervención docente al concluir la sesión de apertura mediante la <b>Retroalimentación grupal:</b> Discusión en grupo sobre las funciones lineales y como se identificarían de otras funciones que no son lineales, tomando algunos ejemplos que el alumno genere para compartir en plenaria, el análisis de esos ejemplos permitirá el dialogo, aclarar dudas y generar nuevas preguntas que nos introduzcan a la siguiente parte de la sesión.  Se sugiere al alumno que durante su tiempo de estudio independiente analice los siguientes videos como preparación para la siguiente sesión: <a href="https://youtu.be/td8klhXdCtQ">https://youtu.be/td8klhXdCtQ</a> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=2RfYuidO4Dc">https://www.youtube.com/watch?v=2RfYuidO4Dc</a> , <a href="https://www.youtube.com/watch?v=HpcYW08Uq7g">https://www.youtube.com/watch?v=HpcYW08Uq7g</a> ,		120/60	Exploración Guiada por TIC	Actividad interactiva en GeoGebra	<b>Diagnóstica:</b> A <input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> H <input type="checkbox"/> <b>Instrumento:</b> R <input type="checkbox"/> LC <input type="checkbox"/> GO <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> Exa <input checked="" type="checkbox"/> Otro: _____ <b>Ponderación: 1 pt</b>	

Fuente: Elaboración propia (2025).

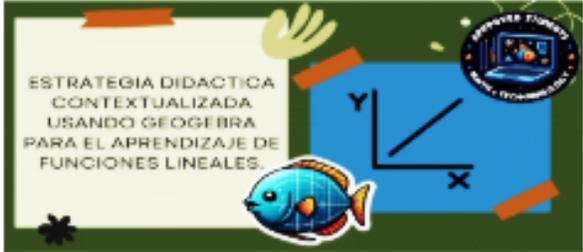
**Figura 6.** Calendarización de la estrategia didáctica

ACTIVIDADES	ENERO				FEBRERO				MARZO				ABRIL				MAYO			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
<b>Fase 1. Análisis Preliminar</b> Exploración del contexto escolar			■	■	■	■														
<b>Fase 2. Análisis a priori</b> Estudiantes del grupo de prueba resuelven a la exploración inicial							■	■												
Diseño y reajuste de la estrategia didáctica contextualizada			■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
<b>Fase 3. Experimentación</b> a) El grupo de prueba realiza el capítulo 1 de GeoGebra									■	■	■									
b) El grupo de prueba realiza el capítulo 2 de GeoGebra											■	■	■							
c) El grupo de prueba realiza el capítulo 3 de GeoGebra																	■	■	■	
<b>Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación</b> -El grupo de prueba resuelve la exploración final -Análisis de resultados y conclusiones																				■

Fuente: elaboración propia (2025)

La estrategia didáctica se dispuso en capítulos que fueron presentados de forma progresiva durante las sesiones en el aula (véase figura 7). Se fomentó la práctica del tratamiento y conversión entre registros de representación de la función lineal, con el propósito de que los estudiantes visualizaran y analizaran las características relevantes y significativas de las funciones lineales en diferentes situaciones afines a su contexto.

*Figura 7.* Tabla de contenidos del libro digital GeoGebra



ESTRATEGIA DIDACTICA  
CONTEXTUALIZADA  
USANDO GEOGEBRA  
PARA EL APRENDIZAJE DE  
FUNCIONES LINEALES.

Tabla de contenidos

Usa tu intuición para reconocer relaciones entre dos variables

- Reconoce relaciones entre variables
- Selección de las variables
- Gráfica de Crecimiento del pez

Conversión entre representaciones

- Verbal a algebraica
- verbal a tabular
- Tabular a gráfica
- Tabular a algebraica
- Gráfica a algebraica
- Algebraica a tabular

Aplicación de funciones en contexto

- Resortes
- Oferta y demanda
- Compara Gráficas

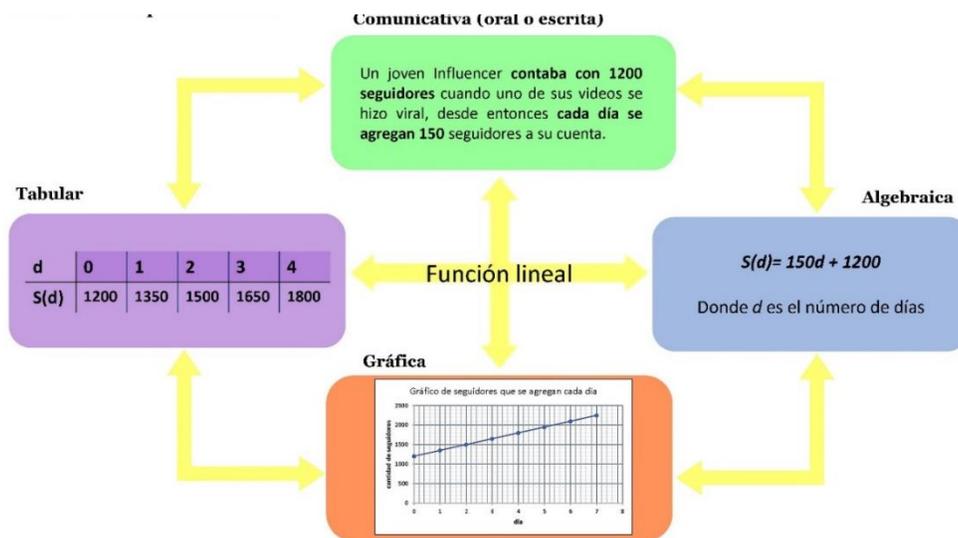
*Fuente:* Elaboración propia (2025)

Para el desarrollo de estos tres primeros capítulos, se consideró la perspectiva de Raymond Duval (2016, p. 92):

Cambiar el registro de representación es el umbral de la comprensión matemática para los aprendices en cada etapa del currículo. Ello depende de la coordinación de varios registros de representación y es solo en las matemáticas donde se requiere fuertemente la coordinación de registros. [...] El verdadero reto de la educación matemática consiste en desarrollar primero la capacidad de cambiar el registro de representación.

Es por ello que se promovió la conversión entre los diferentes registros de representación de una función lineal: numérica, algebraica, gráfica y comunicativa (verbal o escrita). Quienes participan en su proceso de enseñanza-aprendizaje deben transformar una representación en otra (véase figura 8), según la situación y el contexto (Martinho et al., 2017).

Figura 8. Ejemplo de conversión entre las diferentes representaciones de una función lineal



Nota: En la ilustración de las diferentes representaciones de una función lineal, los rectángulos enmarcan cada representación por tener características diferentes entre sí. Las flechas interrelacionan todas las representaciones, dándoles el mismo orden de importancia. Fuente: Elaboración propia. Basado en Duval (2016).

Mediante la adaptación de la teoría de Duval (2016, p.74-77):

Existen dos tipos de transformación de representaciones semióticas que son fuentes bien diferentes de dificultades recurrentes en el aprendizaje de las matemáticas: el tratamiento y la conversión. Los tratamientos son transformaciones de representaciones que ocurren dentro del mismo registro. Las conversiones son transformaciones de representación que consisten en cambiar un registro, y estas siempre requieren que se deban usar dos registros o incluso tres; por lo tanto, la conversión es más compleja que el tratamiento.

En función del objeto de estudio, se establecieron los siguientes niveles de aprendizaje:

**Nivel I (tratamiento):** El estudiante debe trabajar en un mismo registro de representación de la función lineal (numérica, algebraica, gráfica o verbal) y utilizar todos los elementos que la integran. Por ejemplo, identificar y manipular una función lineal en su forma algebraica.

**Nivel II (conversión):** El estudiante debe convertir al menos dos registros de representación de la función lineal. Dado que el objeto de estudio se conforma de cuatro diferentes representaciones, pueden generarse las siguientes conversiones entre representaciones:

- Verbal-algebraica
- Verbal-tabular
- Verbal-gráfica
- Algebraica-gráfica
- Algebraica-tabular
- Gráfica-tabular

La lista de cotejo con los indicadores para evaluar los dos primeros niveles de desempeño en el tratamiento y la conversión de registros de representación de funciones lineales se presenta en la siguiente tabla:

**Tabla 3**

Lista de cotejo para evaluar el aprendizaje de las funciones lineales

**NIVEL I: Tratamiento dentro de una representación**

No.	Indicador	Logrado (si/no)
1.1	<b>Conoce las diferentes formas de representación de una función</b>	
1.2	<b>Tratamiento de la representación algebraica (<math>y = mx + b</math>)</b> -Simplifica la expresión algebraica -Cambiar su forma cuando no se encuentra en su forma general -Despeja variables -Evalúa la función -Identifica la pendiente -Identifica la ordenada al origen	
1.3	<b>Tratamiento de la representación verbal</b> - Expresa verbalmente la relación funcional - Reconoce las variables -Reconoce la constante de variación dentro - Reformula, explica o interpreta	
1.4	<b>Tratamiento de la representación tabular</b> -Construye la tabla de valores x e y -Organiza, completa o analiza valores -Evalúa la función -Identifica la constante de variación	
1.5	<b>Tratamiento correcto de funciones lineales en su forma gráfica</b> -Crea la gráfica -Ubica la intersección con el eje y, -Lee e interpreta puntos específicos de la gráfica -Calcula la pendiente a partir de dos puntos	

*Nota.* Se considera que el estudiante se encuentra en este nivel cuando logra más de 3 indicadores

**NIVEL 2: Conversión entre al menos dos representaciones**

No.	Indicador	Logrado (si/no)
2.1	<b>Conversión verbal ↔ algebraica</b> -Reconoce el significado contextual de los coeficientes de la expresión algebraica -Formula un enunciado verbal que represente correctamente el comportamiento de la función	
2.2	<b>Conversión verbal ↔ tabular</b> -Identifica las variables implicadas -Determina el valor inicial, implícito o explícito -Reconoce la proporcionalidad o patrón -Determina la relación funcional a partir de los datos tabulados	
2.3	<b>Conversión forma verbal ↔ gráfica</b> -Comprende la relación funcional subyacente y representarla o asociarla visualmente -Interpreta visualmente una relación para expresarla en lenguaje natural	
2.4	<b>Conversión algebraica ↔ gráfica</b> -Comprende que en la expresión $y=mx+b$ , $m$ representa la pendiente y $b$ la intersección con el eje Y -Visualiza directamente cómo eso se manifiesta gráficamente en la inclinación y la posición de la recta	

**2.5 Conversión algebraica ↔ tabular**

- Interpreta una expresión algebraica como una regla de relación funcional entre dos variables
- Reconoce, a partir de una tabla dada, la razón de cambio y plantea la expresión algebraica que la modela

**2.6 Conversión gráfica ↔ tabular**

- Reconoce en la gráfica los valores para construir una tabla que refleje la relación funcional entre variables
- Construye o reconoce a partir de una tabla de valores, la gráfica que representa la misma relación funcional
- Explica la correspondencia entre los puntos de una gráfica y los pares ordenados representados en una tabla

*Nota.* Se considera que el estudiante se encuentra en este nivel cuando logra más de 3 indicadores

*Fuente:* Elaboración y adaptación propia

**3.4.2.1.1. Capítulo 1. Usa tu intuición para reconocer relaciones entre dos variables**

Este primer capítulo fue diseñado con pocas actividades, con el propósito de promover el análisis de las funciones lineales a partir de las intuiciones de los estudiantes. Además, sirvió como un espacio introductorio para que los estudiantes se familiarizaran con el uso y las herramientas del libro digital GeoGebra.

Como introducción, para dar punto de partida significativo y cercano a la realidad de los estudiantes, se presentó un video contextualizado sobre el crecimiento de los peces.

Posteriormente, se organizaron las siguientes secciones:

**Sección 1: "Reconoce la relación entre variables" (Apertura)**

En este apartado, se plantearon preguntas para que los estudiantes respondieran según sus conocimientos previos.

- ¿Qué entiendes por crecimiento de un pez?
- ¿Qué parámetros tomarías en cuenta para observar el crecimiento del pez? Anota todos los que creas.
- ¿Cómo crees que la longitud de un pez cambia?
- ¿Hasta qué medida dejarías crecer el pez?, ¿Tiene límite de crecimiento?

## Sección 2: "Selección de variables" (Desarrollo)

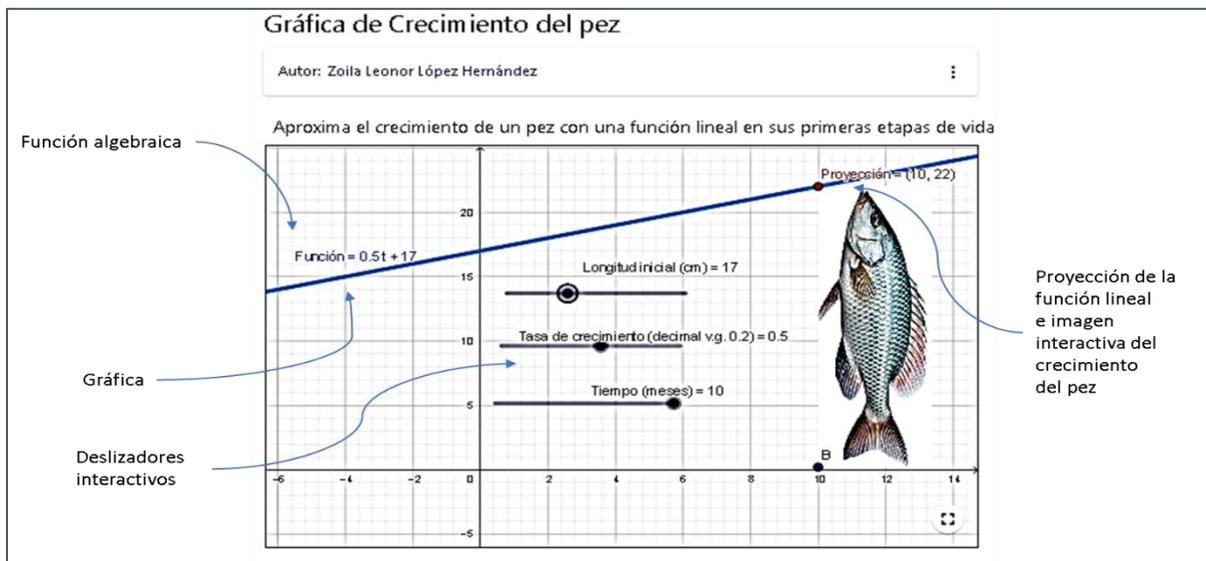
En esta sección, se puso a disposición de los estudiantes un tabulador, un graficador y una pizarra en blanco. Cada una de estas herramientas fue de uso libre, permitiendo que los estudiantes eligieran cuál utilizar, según su criterio. Aquí también debían seleccionar las variables que consideraran convenientes en la representación del crecimiento de un pez.

## Sección 3: "Gráfica de crecimiento del pez" (Cierre)

Para cerrar el capítulo, se introdujo el uso interactivo del graficador de GeoGebra (véase figura 9), con el cual los estudiantes pudieron experimentar con tres deslizadores básicos para explorar el comportamiento de una función lineal en su representación gráfica:

- Longitud: Permite explorar los cambios en los valores del intercepto del eje y.
- Tasa de crecimiento: Permite explorar cómo cambia la pendiente.
- Tiempo: Explora los cambios de la variable independiente, permitiendo observar su relación con la longitud.

**Figura 9.** Actividad interactiva exploratoria: Gráfica del crecimiento del pez



Fuente: diseño propio (2025)

### 3.4.2.1.2. Capítulo 2. Conversión entre representaciones

Por medio de las actividades de este capítulo se promovió la práctica de la conversión entre registros de representación de una función lineal (véase figura 10). Se utilizaron una variedad de recursos, tales como imágenes y videos generados con inteligencia artificial (IA), así como videos e imágenes propios de la región, además de textos, preguntas orientadoras, tablas, pizarra y el graficador de GeoGebra.

**Figura 10.** Tabla de contenidos del Capítulo 2: Conversión entre representaciones

Conversión entre representaciones



*Fuente:* diseño propio (2025)

Las actividades diseñadas se describen a continuación:

- **Conversión verbal-algebraica:** En este apartado se presentaron tres enunciados distintos a los estudiantes: dos contextualizados y uno sin contexto. El propósito fue que convirtieran del registro verbal al algebraico. Finalmente, se incluyó una pregunta para identificar cuál de los

enunciados les resultó más sencillo de entender, con el fin de valorar si la contextualización contribuyó en la comprensión de las actividades.

- **Conversión verbal-tabular:** La actividad se diseñó a partir de una situación contextualizada en el taller de Mecánica Naval. A través de preguntas orientadoras, indujo al estudiante a razonar sobre la situación planteada, con el objetivo de deducir relaciones entre variables, la constante de variación, etc., para posteriormente construir una representación tabular de los datos. Aquí se fomentó el fortalecimiento de la capacidad de extraer información cuantificable a partir de enunciados escritos.
- **Conversión tabular-gráfica:** Como introducción de esta actividad se presentó el video llamado: "El plano cartesiano"; este recurso se elaboró para que los estudiantes pudieran recordar los elementos y el manejo del sistema de coordenadas cartesianas. En cuanto al desarrollo de esta actividad, se presentó un ejercicio contextualizado sobre la cantidad de combustible consumido por el motor de un barco en función del tiempo. Aquí, los estudiantes debieron tomar como referencia una tabla de datos y emplear el graficador de GeoGebra para elaborar la gráfica correspondiente. Para el cierre de la actividad se establecieron una serie de preguntas orientadoras para fomentar deducciones sobre la relación de las variables analizadas. Para la conclusión, se fomentó la reflexión de la actividad pidiendo a los estudiantes su reflexión personal sobre lo que aprendieron.
- **Conversión tabular-algebraica:** La actividad comenzó con un video producido por inteligencia artificial para introducir el contexto del ejercicio (véase figura 11), que en este caso se situó en un emprendimiento muy habitual para los estudiantes, como lo es la venta de chicharrones ya preparados. Se presentó la información organizada en forma de tablas y se dirigió a los estudiantes por medio de varias preguntas orientadoras que les permitieran

deducir, por ejemplo, la constante de variación implicada. Este primer ejercicio tenía como propósito que el alumno se aproximara a la representación algebraica de la función analizada. Posteriormente, en un segundo ejercicio similar, se aumentó la complejidad; se introdujo un video contextualizado en la renta de servicios de paseo en la Laguna de Términos: En esta actividad se guio el análisis hacia la construcción de la pendiente y que, a partir de ella, los estudiantes estuvieran en posibilidad de deducir la forma algebraica de la función analizada.

Figura 11. Actividad: Tabular a algebraica

**GeoGebra**

### Tabular a algebraica

Autor: Zoila Leonor López Hernández

**Intro de tabular a grafica**  
zally lopez

0:00 / 0:26

En esta actividad interactiva utilizarás GeoGebra para explorar cómo una función lineal puede representarse tanto en su forma tabular como en su forma algebraica.

A través de tablas de valores, identificarás patrones en los cambios de las variables y descubrirás cómo estos patrones se traducen en la ecuación de la función lineal. Con esta práctica, podrás comprender mejor la relación entre los números en una tabla y la regla algebraica que los define.

X	f(X)
-2	-250
-1	-225
0	-200
1	-175
2	-150
3	-125
4	-100
5	-75
6	-50
7	-25
8	0
9	25
10	50
11	75
12	100
13	125
14	150
15	175
16	200
17	225
18	250
19	275
20	300

La botana de la niñez mexicana foto: kwilimón

De la tabla anterior, ¿qué observas en los valores de y cuando x aumenta en 1?

De acuerdo a la tabla, por la venta de 10 chicharrones se tiene un ingreso neto de 50 pesos. (10, 50) por la venta de 11 chicharrones se tiene un ingreso neto de 75 pesos. (11, 75) Entonces por la venta de cada chicharrón está ingresando:

Marca todas las que correspondan

A  50 pesos  
B  25 pesos  
C  75 pesos

REVISAR TU RESPUESTA (3)

Concluyendo entonces la cantidad que ingresa por cada chicharrón vendido, escribe como se representaría de forma algebraica esta situación.

REVISAR TU RESPUESTA

Recuerda también que Karla le invirtió 200 pesos al inicio de su emprendimiento. ¿Cómo afecta esto al ingreso neto de dinero que realmente tiene por la venta de los chicharrones?

REVISAR TU RESPUESTA

Tal vez te hallas aproximado a la estructura siguiente:

$f(x) = mx + b$

Fuente: Elaboración propia (2025)

- Conversión algebraica-gráfica:** La actividad fue contextualizada en los centros de anidación de la Laguna de Términos (véase figura 12), se presentó una gráfica que muestra el aumento de los nidos de tortugas marinas protegidas en comparación con los años que han pasado, y mediante preguntas orientadoras se guio la construcción de la representación algebraica: la pendiente (m), la intersección con el eje (b) y la variable independiente (x), hasta integrar la función en su forma  $y=mx+b$ .

Figura 12. Actividad: Gráfica a algebraica

The image shows a GeoGebra activity interface. On the left, there is a photograph of a sign for the 'Centro para la Conservación de las Tortugas Marinas Chekán' with a 'BIENVENIDOS' sign. Below the photo is a text block explaining that the number of protected turtle nests has increased at a constant rate over time. To the right of the photo is a line graph titled 'Gráfico del crecimiento de nidos de tortugas marinas protegidas por año'. The graph shows a linear increase from 115 nests in year 1 to 280 nests in year 12. Below the graph are several questions in Spanish asking for the slope, the y-intercept, and the meaning of the slope and x-intercept. The questions are: 'Calcula la diferencia de números de nidos entre el punto dos y el punto uno.', 'Calcula la diferencia de los años entre el punto dos y el punto uno.', 'ahora divide los resultados anteriores:', '¿Qué indica este resultado sobre el cambio en la cantidad de nidos protegidos al transcurrir cada año?', and '¿Cuál es la cantidad inicial de nidos protegidos cuando el monitoreo comenzó (es decir cuando x=0)?'. At the bottom, it says 'Dado que: x: años transcurridos'.

Fuente: elaboración propia (2025)

- Conversión algebraica-tabular:** Para practicar esta conversión, se presentó una situación contextualizada con los precios de la gasolina en la región de Campeche, incluyendo una

función modelada de la situación (véase figura 13). En las actividades realizadas previamente se presentaron coeficientes enteros, pero en este ejercicio se introdujeron coeficientes decimales. En las preguntas del desarrollo, se les pidió a los estudiantes interpretar cada uno de los elementos de la función; en este caso, el significado que tienen dentro del contexto, el valor de la pendiente (m) y de la constante (b). Se practicó la evaluación de funciones (a nivel de tratamiento) calculando los precios de la gasolina en años específicos. Como cierre, se proporcionó una tabla en la que se debían organizar estos resultados, culminando de esta manera con la construcción de la tabla de valores de la función lineal.

**Figura 13.** Actividad: Algebraica a tabular

**Algebraica a tabular**

Autor: Zoila Leonor López Hernández



En la región de Campeche, los precios de la gasolina han cambiado con el paso de los años. A través de un análisis de datos históricos, se obtuvo una fórmula que describe cómo varía el precio de la gasolina con el paso del tiempo.

Se ha obtenido la función que modela el precio de la gasolina regular en Campeche en relación con el año:

$$f(x) = 0.8446x + 19.80$$

Donde:  
 $x$  es el año. Iniciando desde el 2020  
 $f(x)$  es el precio de la gasolina en ese año

¿Qué significa la ecuación  $f(x) = 0.8446x + 19.80$ ?

El precio de la gasolina regular en 2025 será de aproximadamente \_\_\_\_\_ MXN por litro

Ahora, calcula el precio de la gasolina en los años 2021, 2022, 2023 y 2024, siguiendo el mismo proceso.

Construye una tabla para presentar los resultados

	A	B	C
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Diagrama de dispersión

Modelo de regresión

Ninguno

Si el precio de la gasolina sigue esta tendencia lineal, ¿qué predice para los próximos años? ¿Qué factores podrían influir en que esta tendencia cambie?

¿Qué aprendiste sobre las funciones lineales y su aplicación en el mundo real? ¿Qué significa que la función sea lineal en este contexto?

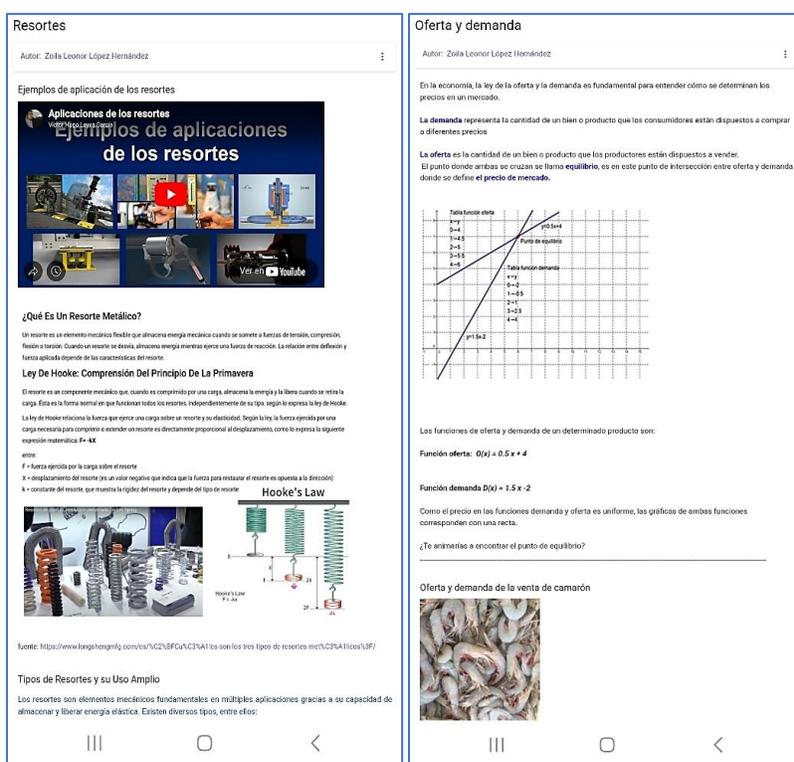
\*\*reflexiona sobre cómo otros factores (como la economía global, la política energética o el mercado del petróleo) podrían afectar el precio de la gasolina y si esta función seguirá siendo válida a largo plazo.

Fuente: elaboración propia (2025)

### 3.4.2.1.3. Capítulo 3. Aplicación de funciones lineales en contexto

Se diseñó este capítulo con dos temáticas contextualizadas. En los dos primeros ejercicios, se trabajó la ley de Hooke (véase figura 14). En el siguiente ejercicio, se abordó un tema de economía: la oferta y la demanda, enfocado en la venta de camarón, una de las principales actividades económicas de Ciudad del Carmen.

Figura 14. Actividades contextualizadas del capítulo 3.



Fuente: elaboración propia (2025)

Para abordar la Ley de Elasticidad de Hooke o elasticidad lineal, se presentó un video sobre la aplicación de los resortes y un texto informativo de los elementos que la componen. En el ejercicio propuesto, se representaron las características de dos resortes en forma de tablas. Estas se debían graficar por medio del graficador de GeoGebra, para posteriormente comparar sus inclinaciones.

Es en esta práctica donde se aumentó la complejidad usando un lenguaje más técnico que en los capítulos anteriores. Se pidió modelar la función de cada resorte e identificar las pendientes ( $m$ ), con lo cual se fomentó la conversión entre las cuatro representaciones de la función lineal, para analizar ambos resortes y seleccionar el más adecuado, de acuerdo a lo solicitado en el ejercicio. Finalmente, se les solicitó a los estudiantes redactar sus hallazgos, dándoles la posibilidad de escribirlos en texto o por medio de la pizarra digital.

En el ejercicio de economía relacionado con la oferta y la demanda, se introdujeron los conceptos básicos a través de un resumen escrito. Después, se presentó un ejercicio contextualizado con la venta de camarones, proporcionando dos funciones lineales en su representación algebraica, una función para la oferta y otra función para la demanda. En esta práctica se dio libertad a los estudiantes de decidir de qué manera resolver la problemática planteada para encontrar el punto de equilibrio entre la oferta y la demanda (por ejemplo, realizando evaluaciones y tabulación, realizando las gráficas y encontrando su punto de intersección, u otra opción desarrollada por los estudiantes).

En el cierre de este capítulo, se aumentó la complejidad de análisis mediante el comparativo de dos gráficas diferentes. El estudiante debía demostrar la capacidad de análisis necesaria para identificar las diferencias entre dos gráficos aparentemente similares, lo cual evidencia una condición cognitiva más profunda (Duval, 2016).

### **3.4.3. Fase 3: Experimentación**

#### ***3.4.3.1. El contrato didáctico y preparación preliminar***

En esta fase, fue fundamental iniciar con el establecimiento del contrato didáctico, en el que en conjunto estudiantes y docente acordaron las reglas para desarrollar la estrategia didáctica; al

mismo tiempo, este contrato estableció al estudiante como agente activo y responsable en su proceso de aprendizaje (véase figura 15). Durante la construcción del contrato didáctico, se designaron tres estudiantes como secretarios encargados de registrar los acuerdos (véase figura 16), los cuales fueron firmados por todos los participantes al finalizar la sesión. (véase apéndice D)

**Figura 15.** Alumnos participando en la construcción del contrato didáctico



**Figura 16.** Construcción de acuerdos para el contrato didáctico

Primer acuerdo: ¿Para qué se va a aprender funciones lineales?		
• Representarlas en una gráfica	• Calcular la pendiente	• Modelización lineal
• Análisis de datos	• Resolución de problemas	
• Trazar puntos	• Comparación de gráficas	
	• Entender información mediante gráficos	
Segundo acuerdo: ¿Qué estrategias y recursos se utilizarán?		
• Observando	• Haciendo ejercicios	• Sin exámenes
• Dibujando	• Realizando prácticas	• Uso de la tecnología
• Escuchando	• Repasos	
• Test		

Fuente: Elaboración propia (2025)

Posteriormente, se preparó el primer acercamiento de los estudiantes con la estrategia didáctica, compartiéndoles en formato digital la infografía “*Aprendiendo funciones lineales con GeoGebra: guía rápida para usar el libro digital interactivo*”. Mediante esta infografía (véase figura 17), se proporcionó el enlace a la plataforma de GeoGebra Classroom, con el cual los estudiantes pudieron acceder al material didáctico.

Figura 17. Infografía Aprendiendo funciones lineales con GeoGebra

**Aprendiendo Funciones Lineales con Geogebra**  
Guía rápida para usar el libro digital interactivo

**¿Qué es el libro digital de Geogebra?**  
Es un recurso interactivo en línea que combina texto, gráficas y actividades para ayudarte a comprender mejor las funciones lineales. Te permite manipular datos en tiempo real, observar cambios en gráficas, y resolver situaciones reales relacionadas con tu área profesional.

**¿Qué contiene este libro?**

- Exploraciones:** sencillas con ejemplos prácticos
- Actividades Interactivas:** Para aplicar lo aprendido, preguntas y espacios para compartir tus conclusiones
- Contenidos contextualizados:** Al área de perfil profesional y al entorno

**¿Cómo se usa?**

- Abre el enlace o escanea el código QR: <https://www.geogebra.org/classroom/ff8jpw63>
- Inicia sesión con una cuenta de correo
- Navega con las flechas  $\leftarrow \rightarrow$  entre páginas

Explora, visualiza los videos y lee con atención cada sección  
Mueve los deslizadores o puntos en las gráficas  
Responde las actividades propuestas  
Tus avances se guardan automáticamente y se les da seguimiento y retroalimentación por parte de tu docente

Fuente: Elaboración propia (2025)

### 3.4.3.2. Proceso de seguimiento y observación

En la fase de experimentación, se registraron todas las observaciones del desarrollo de la estrategia didáctica; en este caso, la observación se llevó a cabo mediante el uso de la herramienta GeoGebra Classroom utilizada para la gestión de las actividades de cada estudiante.

Durante las sesiones previas, se les recordó a los estudiantes la importancia de traer su dispositivo personal (tableta o teléfono celular). En ese momento, una estudiante comentó que no tenía celular, por lo que el docente le facilitó uno para trabajar durante dos sesiones. También se prepararon copias impresas del primer capítulo como medida adicional; sin embargo, en esta ocasión no fue necesario utilizarlas, ya que todos los estudiantes lograron iniciar sesión y trabajar con GeoGebra en línea.

A continuación, se presentan algunas evidencias del trabajo en la plataforma GeoGebra Classroom (véase figura 18 y 19), donde quedaron registrados los primeros acercamientos de los estudiantes al libro digital GeoGebra.

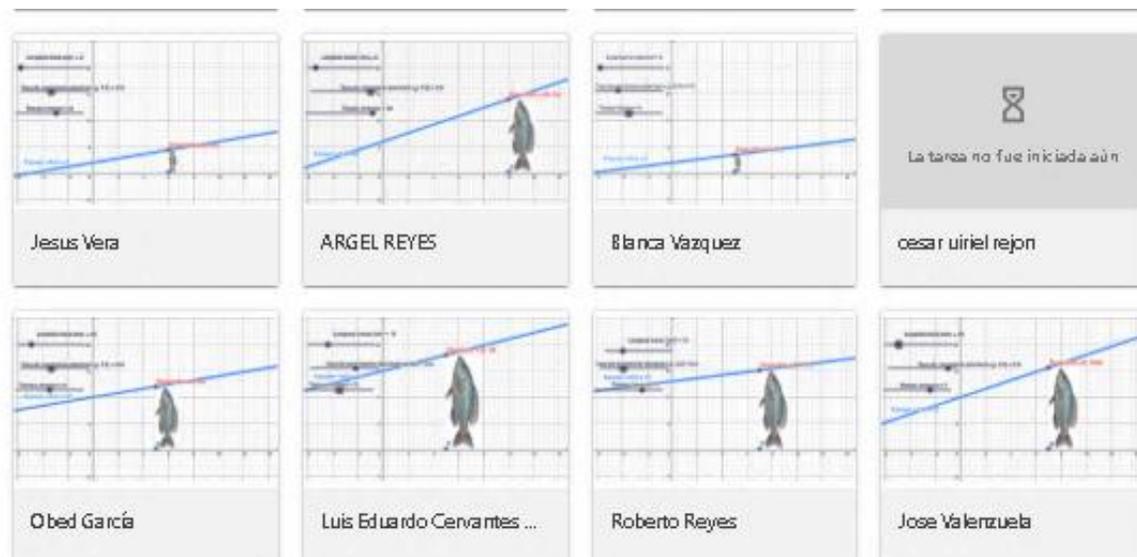
**Figura 18.** Vista del seguimiento docente en GeoGebra Classroom

Que va creciendo o influyendo su masa cada día en que vaya creciendo y cuando se esta desarrollando	Pues cuando un pez es bebé o pequeño se va haciendo más grande por alimentación y por genética tras el paso del tiempo	Que el pez crece su tamaño	Que al aumento de su tamaño y peso a lo largo del tiempo
Victor Manuel Garcés Morales	Ernesto Alonso Ortiz falcon	Luis Pozo	Erika Guadalupe Domínguez de la cruz
Se refiere al aumento del tamaño del pez y peso a lo largo del tiempo	Desarrollo de su cuerpo, como va creciendo poco a poco en su entorno	cuando sale de su huevo y empieza a desarrollarse y crecer	La masa que va agarrando el pez al alimentarse
Jairo moreno	Cesar Luis Solis moren	Juan Miguel Moreno Montuy	Jesus Vera
Pues se refiere que aumenta su tamaño por el paso del tiempo	Ps que crece mediante pasan los días, de igual manera los peces crecen por la alimentación.	Se entiende como el desarrollo de el animal, su crecimiento es vital para que pueda desarrollar su cuerpo, su mente, entre otras cosas.	como va aumentando su tamaño y su peso
ARGEL REYES	Blanca Vazquez	cesar uiriel rejon	Obed García

*Nota:* El desafío de este capítulo consistió en que los estudiantes identificaran múltiples variables implicadas en el crecimiento del pez, para luego seleccionar únicamente dos variables que pudieran ser utilizadas en la construcción de la función lineal.

*Fuente:* elaboración propia (2025)

**Figura 19.** Exploración de los estudiantes con la gráfica interactiva de crecimiento de un pez



*Fuente:* elaboración propia (2025)

### 3.4.3.2.1. Observaciones del tratamiento de la función lineal

En cuanto al registro de representación tabular, todos los estudiantes registraron adecuadamente los datos en la tabla y reconocieron los incrementos en las variables  $x$  e  $y$ . Sin embargo, expresaron dificultades para calcular la pendiente, situación que fue atendida de manera individual conforme lo solicitaban.

Respecto a las observaciones del tratamiento del registro gráfico, los estudiantes lograron formar pares coordinados a partir de la información proporcionada y reconocer la forma lineal de la gráfica. Para ese momento de la práctica, como previamente se habían resuelto las dudas

relacionadas con el cálculo de la pendiente, pudieron calcularla a partir de dos puntos dados de la gráfica. Además, ejercitaron la interpretación de las gráficas presentadas.

#### **3.4.3.2.2. Observaciones de la conversión entre representaciones**

Dado que las actividades de conversión entre dos registros de representaciones, cada vez más elaboradas, no ocurrieron espontáneamente, fue necesario realizar intervenciones que promovieran la utilización simultánea de diferentes representaciones. De igual forma, se continuó con el acompañamiento de los estudiantes que incidían en las mismas dificultades, las cuales se ubicaban dentro del Nivel I (tratamiento).

En las observaciones correspondientes a la conversión verbal-algebraica, participaron 23 de los 24 estudiantes, ya que uno no respondió la actividad; se identificó que el 87.5% respondió correctamente los tres ejercicios planteados. Respecto a la comprensión percibida, el 54.16% indicó que comprendió mejor con los ejercicios contextualizados, mientras que el 41.66% dijo comprender mejor los ejercicios sin contextualizar.

En la conversión verbal-tabular, 2 estudiantes no lograron completar la actividad, mientras que 6 la realizaron, pero con errores tales como intercambiar los datos en las columnas o dejar alguna de las columnas sin datos. Por otro lado, 15 estudiantes lo resolvieron correctamente, lo que representa el 66.56% del grupo.

Las observaciones correspondientes a la conversión gráfica-tabular muestran que cuatro de los estudiantes realizaron todas las preguntas iniciales de reflexión sobre el significado de los datos de una tabla, pero no lograron concluir la construcción de la gráfica.

En otro conjunto de actividades más complejas, se generaron dos tablas en un mismo plano cartesiano. Al utilizar el graficador de GeoGebra, el tiempo de graficado se redujo

significativamente. Asimismo, se minimizaron los errores relacionados con los cambios de escala e intercambios de los ejes. Estas actividades fueron concluidas satisfactoriamente por 17 estudiantes, lo cual representa el 70.83% del grupo.

En las actividades de conversión algebraica-tabular (véase figuras 20 y 21), los estudiantes, en un inicio, no reconocían la relación entre el punto de intersección con el eje y cuando  $x = 0$ . También requirieron apoyo adicional para comprender que podían encontrar la razón de cambio constante tomando cualquier par de puntos en la tabla o en la gráfica. Igualmente, presentaron dificultades para definir cuántas evaluaciones debían realizar con el fin de construir la gráfica correspondiente.

**Figura 20.** Respuestas de la actividad 28, correspondiente a la conversión tabular-algebraica

$f(x) = 200(x) - 3000$	$250x - 3000$	$f(x) = 250x - 3000$	$Y = 250x - 3000$
Jairo moreno	Cesar Luis Solis moren	Juan Miguel Moreno Montuy	Jesus Vera
$y = 250x - 300$	$f(x) = 250x - 3000$	$250x - 3000$	$f(x) = 250x - 3000$
ARGEL REYES	Blanca Vazquez	cesar uiriel rejon	Obed García

Fuente: elaboración propia (2025)

**Figura 21.** Respuestas de la actividad 43, correspondiente a la conversión tabular-algebraica

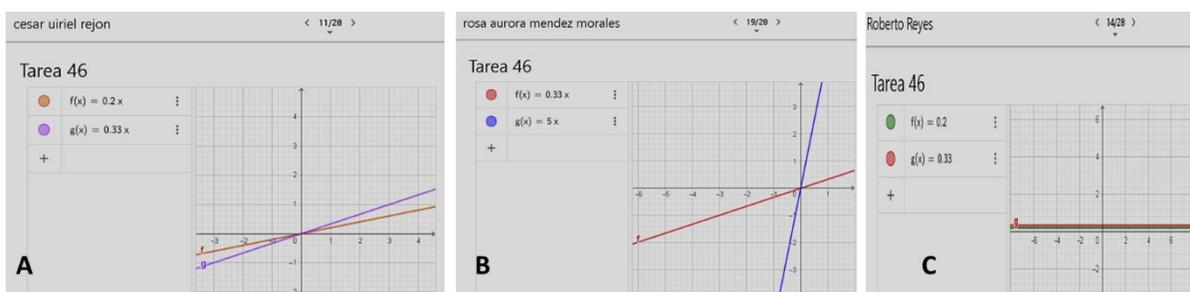
Perez Gomez Alondra Elizabeth			Juan Miguel Moreno Montuy			
Tarea 43			Tarea 43			
	A	B		A	B	C
1	2021	39.6	1	1	20.64	
2	2022	59.4	2	2	21.49	
3	2023	79.2	3	3	22.33	
4	2024	99	4	4	23.18	
5			5	anos	precio	
6			6			
7			7			
8						

Fuente: elaboración propia (2025)

En la conversión algebraica-gráfica, el uso del graficador (véase figura 22) representó una ventaja significativa, particularmente en la reducción del tiempo de construcción de la gráfica. En comparación con la construcción manual, que requería aproximadamente 30 minutos, la herramienta digital permite visualizar la gráfica de manera inmediata, lo que facilitó enfocar la práctica en el análisis e interpretación de la gráfica y su relación con los parámetros de la forma  $y=mx+b$  (véase figura 23).

El 50% de los estudiantes contestaron la actividad correctamente, pero los demás tuvieron algunas dificultades relacionadas con el uso correcto de la sintaxis al ingresar la función en GeoGebra.

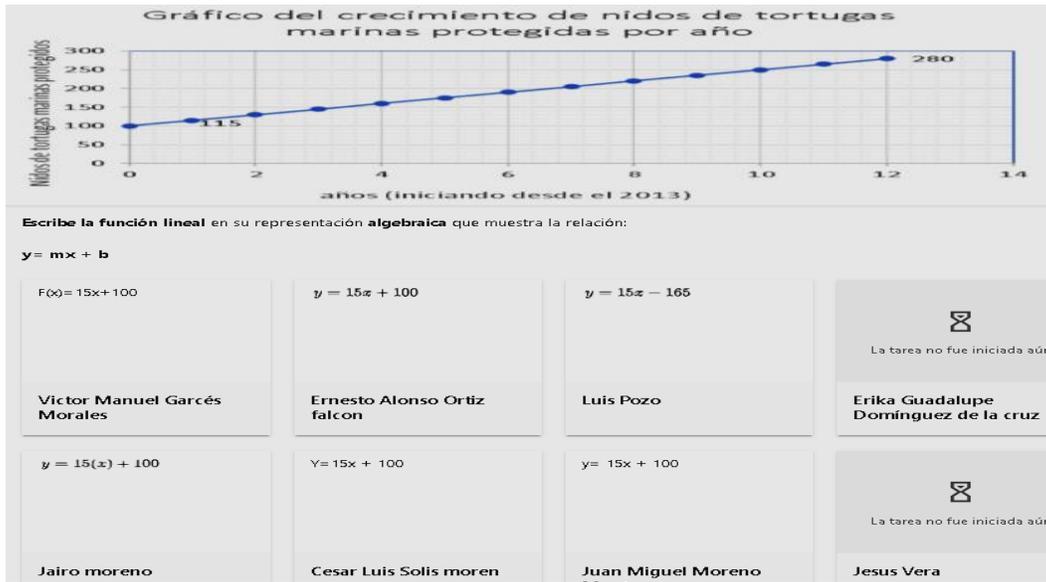
**Figura 22.** Ejemplos de la conversión algebraica-gráfica.



Nota. A) conversión correcta, B) Error de cálculo de la forma  $y=mx+b$ , y C) Error de sintaxis en GeoGebra

Fuente: elaboración propia (2025)

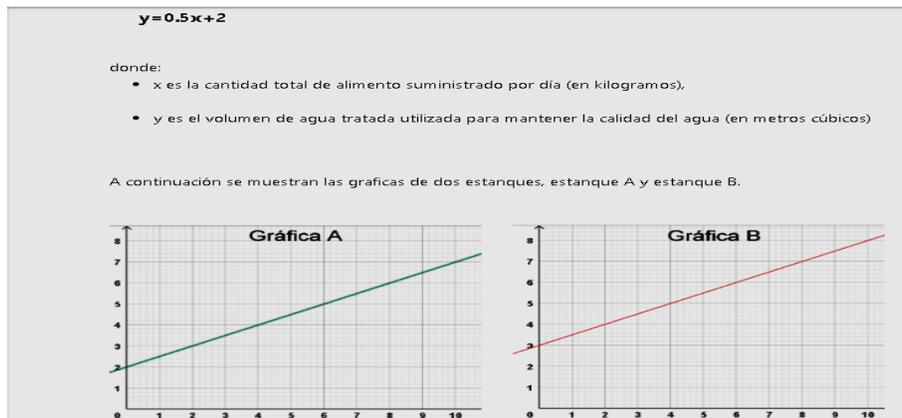
**Figura 23.** Conversión de representación gráfica a algebraica



Fuente: elaboración propia (2025)

En un segundo proceso de esta conversión que se enfocó más al análisis, se presentaron dos funciones (véase figura 24) para que los estudiantes compararan las diferencias y similitudes entre ellas; esto fue logrado correctamente por el 66.6 % de los estudiantes del grupo.

**Figura 24.** Actividad 63

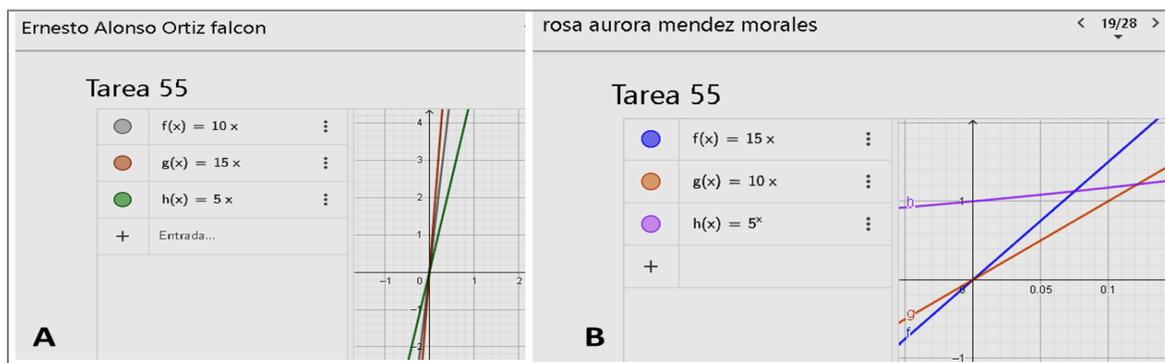


Fuente: elaboración propia (2025)

En la conversión de representación verbal a gráfica, se observó mayor dificultad de los estudiantes, ya que para pasar de una descripción verbal a su representación gráfica fue necesario utilizar una interpretación algebraica como intermediaria. Esto implicó traducir la constante elástica de un resorte, expresada en valores como 10, 15 y 5, a expresiones algebraicas como  $10x$ ,  $15x$  y  $5x$ , respectivamente. Por ello, la mayoría de los estudiantes requirió que se desarrollara la primera función como ejemplo. Realizando la actividad correctamente el 33.3% del grupo.

En cuanto a las dificultades con GeoGebra, estas solo se presentaron al momento de ingresar la función, específicamente en cuestión de la sintaxis. (ver figura 25 B).

**Figura 25.** Actividad 55, conversión verbal a gráfico.



*Nota.* El inciso A es ejecución correcta, mientras que el inciso B una ejecución incorrecta

*Fuente:* elaboración propia (2025)

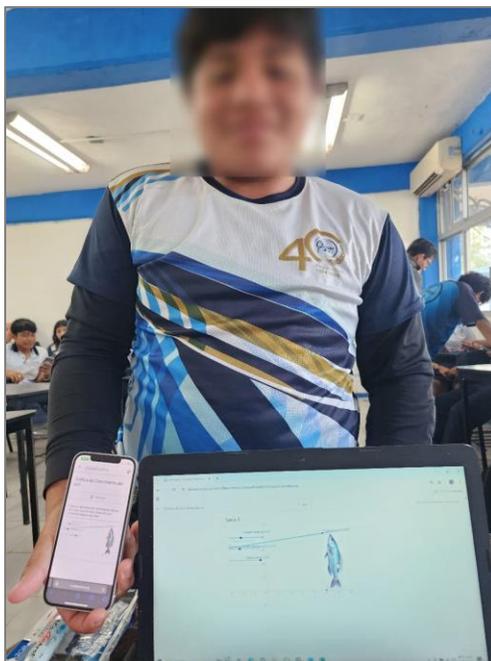
### 3.4.3.2.3. Observaciones sobre GeoGebra

En el registro de los estudiantes no se presentaron problemas de uso de la plataforma; lo que sucedió fue que los estudiantes ingresaban con una cuenta distinta, generando registro doble, o preferían no utilizar su correo y entraban como otro usuario. Esto impedía que sus avances se

visualizaran en la pantalla del docente, situación que debía estar constantemente monitoreada para evitar que continuaran haciendo lo mismo.

En cuanto al manejo de información escrita, la plataforma de ejecución del libro digital no presentó problemas, lo mismo que la herramienta de base de datos para registrar las tabulaciones. El ingreso de la función para visualizar su gráfica se dio muy bien, sin contratiempos. Los problemas de ejecución de la plataforma se registraron principalmente al momento de colocar los puntos coordenados en una gráfica, presentando interrupciones momentáneas o bloqueos. Para las imágenes y videos presentados, al igual que las preguntas, no se reportaron dificultades. En la pantalla de seguimiento del docente (véase figura 26), se podían ver en tiempo real las respuestas de los estudiantes; muchas de esas respuestas fueron leídas para compartir ideas diferentes con el grupo. Todas las herramientas disponibles para el seguimiento docente funcionaron sin problema alguno.

**Figura 26.** Funcionamiento del libro digital GeoGebra en tiempo real



#### 3.4.3.2.4. Observaciones sobre los estudiantes

Todos se mostraron interesados al utilizar el libro digital GeoGebra (véanse figuras 27 y 28); comentaban entre ellos sobre el contenido del tema e, incluso, se compartían conexión a internet cuando algún compañero tenía dificultades. Fueron colaborativos, siempre bajo la guía del docente. Incluso, tres estudiantes avanzaron de manera autónoma en casa, y también colaboraban en clase apoyando a sus compañeros.

Por otra parte, se registraron observaciones específicas sobre los estudiantes DAB, identificados inicialmente.

- Alumna #5 (por causas de problemas familiares): Mantuvo su mismo perfil, cerrado, nunca participativo, no permitió apoyo del docente. Registró un avance de 15 actividades de 63.
- Alumno #6, con diagnóstico de TDA y depresión postacoso escolar: Presentó muy buena disposición; incluso realizó algunos avances de manera autónoma en casa, los cuales recibieron seguimiento y retroalimentación, corrigiéndose algunas ejecuciones erróneas. Durante la experimentación no se evidenció el TDA del estudiante, ya que estuvo siempre muy concentrado en sus actividades, logrando concluir las todas.
- Alumna #7, con diagnóstico de discapacidad motriz leve: Cumplió todas sus actividades; su diagnóstico no impactó su desempeño en esta experimentación.
- Alumno #8, con diagnóstico de epilepsia severa: La situación del estudiante no permitió que asistiera a varias sesiones, pero cuando estuvo presente, fue sumamente dedicado y acertado en sus respuestas. Aunque completó 33 actividades de 63, demostró un excelente desempeño.
- Alumno #17, con diagnóstico de retraso mental leve: Demostró mucha dedicación e interés por las actividades. Cuando necesitaba despejar dudas, acudía al docente con mucha confianza. Completó todas las actividades.

- Alumno #19, con bajo desempeño académico por problemáticas familiares: no completó todas las actividades del libro digital, necesitaba retroalimentación constante, por lo que se le canalizó para asesorías.
- Alumno #24, con antecedentes de ausentismo y problemas conductuales: solo presentó dos sesiones y no terminó el primer capítulo del libro digital, registrando únicamente 16 de las 63 actividades. Esta situación fue notificada al Departamento de Orientación, donde indicaron que presenta el mismo desempeño en las demás asignaturas, por lo que se pronostica posible baja para el siguiente semestre.

Por otra parte, se observaron mayores dificultades en otros estudiantes no identificados inicialmente como DAB.

- Alumna #10: Completó las actividades del libro digital, pero se observó que tomaba las respuestas de sus compañeros, sin demostrar su propio desempeño.
- Alumno #16: Faltó varias semanas por motivo de varicela, pero al integrarse no tuvo problemas para utilizar el libro digital. Tuvo un desempeño académico bueno.
- Alumno #21: Mostró múltiples deficiencias, incluso desde el tratamiento de funciones lineales, además de distraerse fácilmente. Fue canalizado a asesorías individuales.

Todas las observaciones anteriores se tomaron en consideración como anticipos de las tendencias que se encontrarían en la siguiente fase de análisis a posteriori.

**Figura 27.** Algunas opiniones de los estudiantes, sobre las funciones lineales

Aprendí que las funciones lineales son útiles en la vida cotidiana	Las funciones lineales son herramientas útiles para resolver situaciones	se puede conseguir resultados de algunos problemas fácilmente
Jairo moreno	Cesar Luis Solis moren	Juan Miguel Moreno

Fuente: elaboración propia (2025)

**Figura 28.** Algunas de las reflexiones finales de los estudiantes

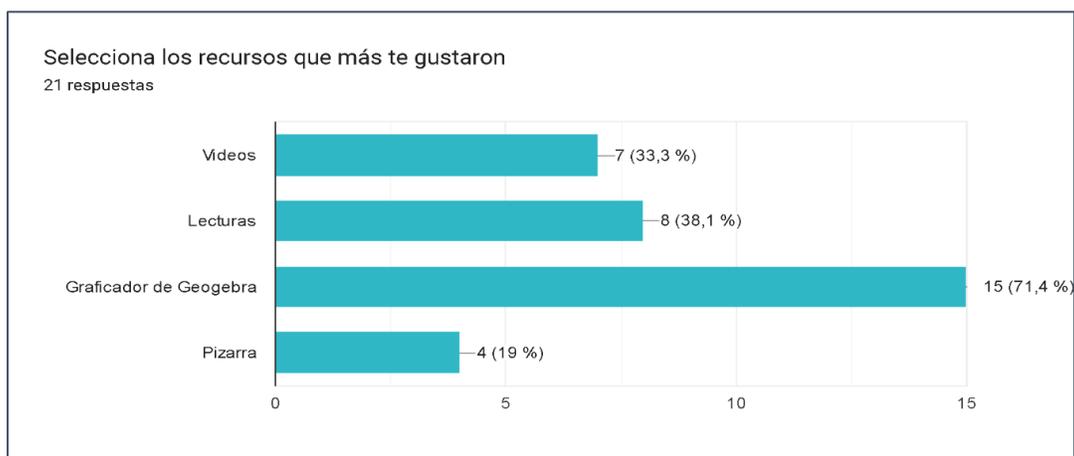
Escribe un breve párrafo donde reflexiones sobre lo siguiente:		
¿Qué habilidades matemáticas aplicaste para resolver el ejercicio?		
¿Qué nuevos conceptos aprendiste durante esta actividad?		
¿Qué parte del ejercicio fue más desafiante para ti? ¿Cómo enfrentaste esa dificultad?		
¿Crees que los principios de las funciones lineales tienen relevancia en tu vida cotidiana? ¿Por qué?		
Use multiplicaciones y divisiones, la verdad e aprendido pero aún me falta mucho que aprender en esta rama de matemáticas	Multiplicaciones Ah cómo usar geogebra Las gráficas	Durante este ejercicio apliqué habilidades como interpretación de gráficas, análisis de funciones lineales y uso de fórmulas físicas (Ley de Hooke). Aprendí cómo la
<b>Victor Manuel Garcés Morales</b>	<b>Ernesto Alonso Ortiz falcon</b>	<b>Luis Pozo</b>

*Fuente:* elaboración propia (2025)

#### 3.4.4. Fase 4: Análisis A posteriori y evaluación

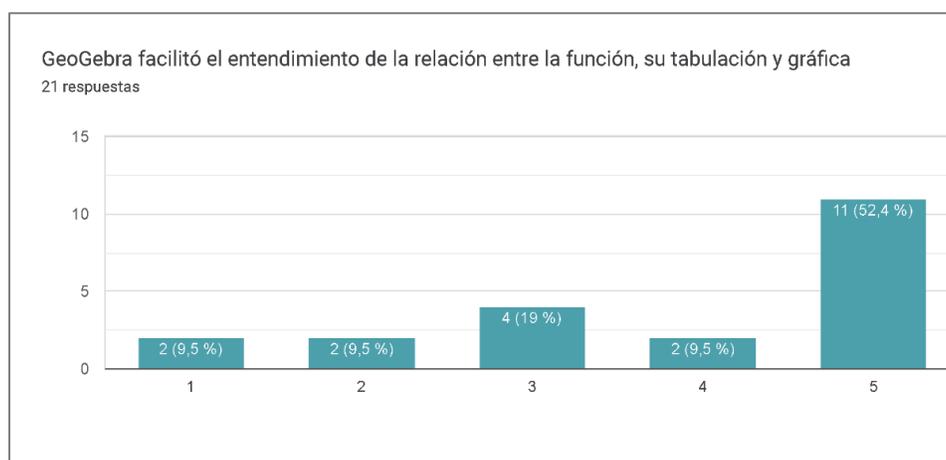
Al terminar la experimentación, se aplicó la exploración final (véase apéndice G), la cual fue diseñada y validada bajo los mismos términos que la exploración inicial. En este punto, se observó que, aunque el grupo se compuso de 24 estudiantes, uno de ellos no asistió durante todo el periodo de experimentación. Esta situación fue prevista inicialmente en la fase de análisis preliminar, donde se identificó al estudiante 24 (DAB) por ausentismo recurrente y problemas conductuales. El análisis comparativo entre las dos exploraciones debe abordarse en esta fase de la ingeniería didáctica. Sin embargo, para fines documentales de esta investigación, dicho análisis comparativo se trató en el capítulo de resultados.

Para evaluar la experiencia de uso de GeoGebra, se aplicó un cuestionario a los estudiantes compartido mediante Google Forms (véase apéndice I), con el propósito de recopilar sus percepciones y comentarios. A continuación, se presentan algunas de las respuestas de los estudiantes:

**Figura 29.** Pregunta de selección múltiple: Selecciona los recursos que más te gustaron

*Fuente:* elaboración propia (2025)

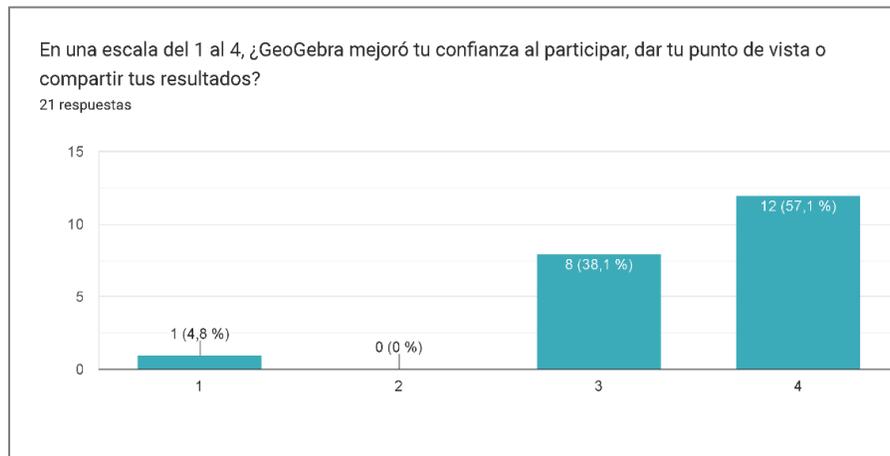
Del total de recursos incorporados en el libro digital GeoGebra, la herramienta preferida de los estudiantes fue el graficador de GeoGebra con un 71.4% , debido a su facilidad de uso y exploración de las funciones lineales (figura 29).

**Figura 30.** Resultados de la encuesta de uso de GeoGebra

*Fuente:* elaboración propia (2025)

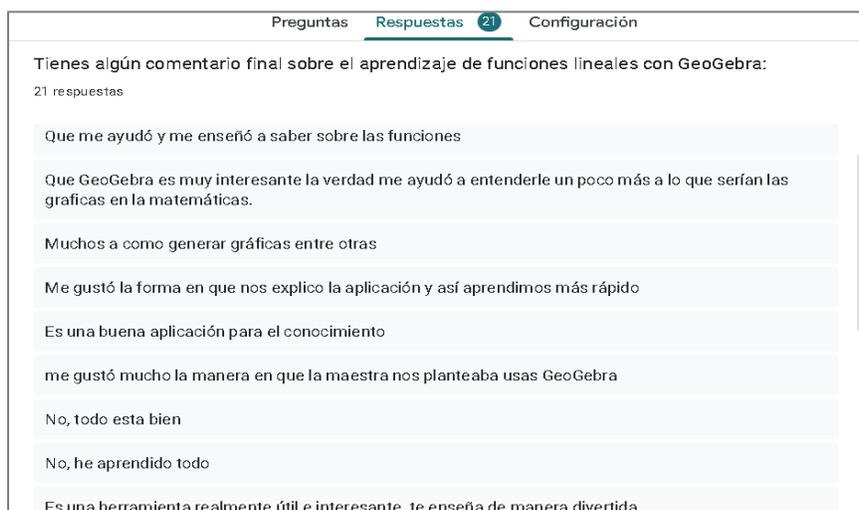
En una escala de 1 (totalmente en desacuerdo) a 5 (totalmente de acuerdo) 52.4 % de los estudiantes refirieron que GeoGebra facilitó su entendimiento de las funciones y su relación entre sus tabulaciones y gráficas (véase figura 30).

**Figura 31.** Resultados de la encuesta de uso de GeoGebra



*Fuente:* elaboración propia (2025)

En una escala del 1 (totalmente en desacuerdo) al 5 (totalmente de acuerdo), el 57.1 % de los estudiantes refirieron que GeoGebra mejoró su confianza al participar, dar su punto de vista o compartir sus resultados (véase figura 31 y 32).

**Figura 32.** Comentarios finales de los estudiantes

*Nota.* En la sección de preguntas abiertas se observó que los comentarios finales de los estudiantes fueron favorables

*Fuente:* elaboración propia (2025)

Dentro de los posibles ajustes para posteriores aplicaciones de la estrategia, se sugiere destinar un capítulo a cada tipo de conversión entre representaciones, lo que implicaría un total de 6 capítulos. Otro posible ajuste podría ser analizar la influencia del contexto en los ejercicios diseñados, debido a que, durante la ejecución de la misma conversión de representaciones, el cambio contextual en las actividades generó evidencia clara de su influencia en los resultados. Para este hecho en particular, se registró una variación en los porcentajes de logro, que oscilaron entre un 4.35% y un 78.26%.

Se evidenció una mejora en la eficiencia del uso del tiempo, ya que la construcción de gráficas en GeoGebra es inmediata; esto permitió dedicar más tiempo a la exploración y análisis de dichas gráficas, además de contar con una visualización inmediata de las respuestas de los estudiantes, incluidas sus gráficas interpretativas.

En cuanto a las limitaciones observadas, una de las principales continúa siendo la disponibilidad de recursos , puesto que el acceso a internet y el uso de dispositivos se garantizó por medio de cada estudiante y, en algunas ocasiones, por el docente.

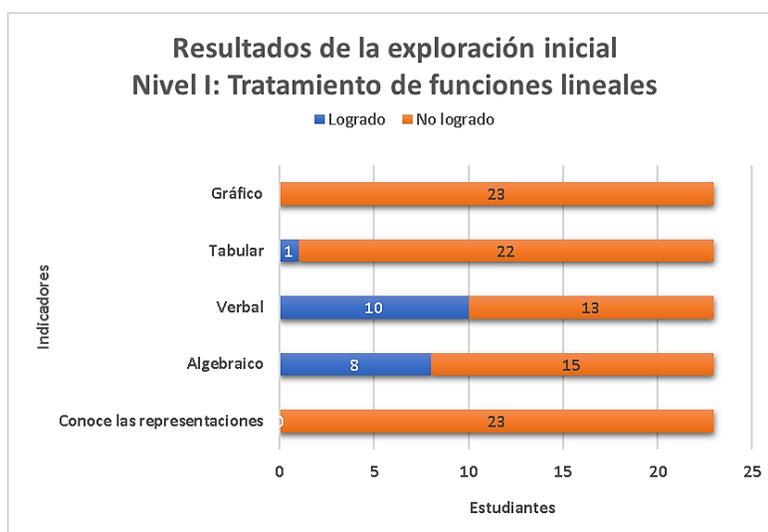
#### 4. Resultados

Esta sección de análisis de resultados se estructuró con base en los objetivos planteados en esta investigación; cada apartado expone las evidencias obtenidas en el proceso hacia el objetivo general.

##### 4.1 Resultados del objetivo específico 1

**Nivel I: tratamiento de funciones lineales.** Este nivel fue evaluado con un total de cinco reactivos o preguntas, uno por cada indicador señalado en la gráfica de la figura 33.

*Figura 33.* Resultados de la exploración inicial para el Nivel I: Tratamiento



*Fuente:* elaboración propia (2025)

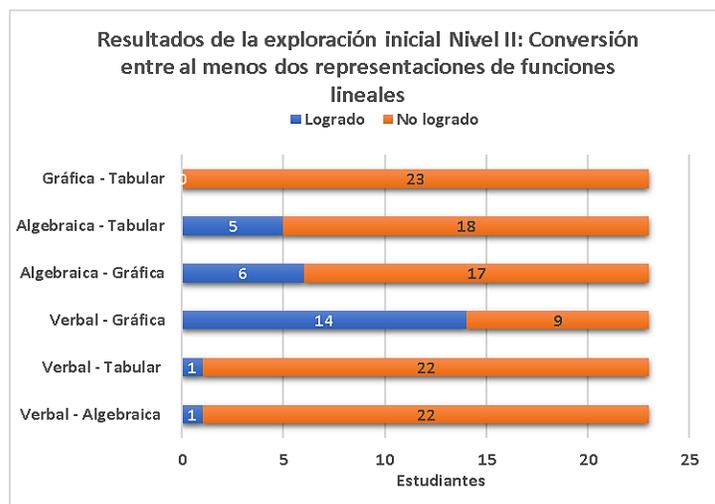
Se observó que el resultado más alto se obtuvo en el tratamiento de la representación verbal, resuelto correctamente por 10 de los 23 estudiantes, lo que indicó que fueron capaces de reconocer la relación funcional expresada de manera verbal. En el tratamiento de la representación algebraica, 8 de los 23 estudiantes identificaron adecuadamente la expresión que no correspondía a una función lineal. En contraste, solo un estudiante logró resolver correctamente el tratamiento de la representación tabular, construyendo la tabla de valores x e y. Por otro lado, el tratamiento gráfico no fue logrado por ninguno de los estudiantes. Se evidenció también un desconocimiento de los diferentes registros de representación de una función lineal, ya que el reactivo —conoce las representaciones— no fue contestado correctamente por ninguno de ellos.

El porcentaje de logro para el Nivel I fue del 16.5 % en la exploración inicial, lo que reveló que los estudiantes no poseían el conocimiento suficiente sobre el tratamiento de las funciones lineales.

**Nivel II: Conversión entre al menos dos registros de representación de las funciones lineales.**

La exploración inicial de este nivel se conformó por seis reactivos y sus resultados evidenciaron dificultades en 5 de los 6 tipos de conversión (véase figura 34).

**Figura 34.** Resultados de la exploración inicial para el Nivel II: Conversión



Fuente: elaboración propia (2025)

En la conversión verbal-algebraica, solo un estudiante logró reconocer de forma acertada la relación de la función lineal descrita en el enunciado y traducirla en la expresión algebraica correspondiente. Del mismo modo, solo un estudiante logró realizar adecuadamente la conversión verbal-tabular, ya que, a partir de la descripción verbal de una función lineal, organizó los datos interpretados en una tabla. En contraste, la conversión verbal-gráfica presentó mejores resultados: fue lograda por 14 de los 23 estudiantes, quienes pudieron identificar correctamente la gráfica que representaba la función lineal descrita verbalmente. En lo que respecta a la conversión algebraica-gráfica, 6 estudiantes de 23 lograron vincular la expresión  $y=mx+b$  con la representación gráfica de una función lineal dada. En la conversión algebraica-tabular, solo 5 estudiantes de 23 lograron reconocer, a partir de una tabla específica dada, la razón de cambio y lograron plantear la expresión algebraica correspondiente. Y, por último, en la conversión gráfica-tabular, ninguno de los estudiantes logró establecer correctamente la conversión entre una gráfica y su tabulación.

El porcentaje de logro para el Nivel II fue del 19.6 %, lo que indica que los estudiantes no tenían el conocimiento suficiente en la conversión entre los distintos registros de representación de las funciones lineales.

#### **4.2 Resultados del objetivo específico 2**

El diseño e implementación de la estrategia didáctica con el libro digital GeoGebra se desarrolló desde la fase 2 de la Ingeniería Didáctica, lo que permitió abordar la multiplicidad de factores que influyen en el proceso de aprendizaje, facilitando el reconocimiento de los saberes previos de los estudiantes y permitiendo detectar oportunamente a los estudiantes DAB.

Un aspecto a resaltar durante la fase de implementación fue el aporte proporcionado por GeoGebra Classroom, por medio del cual se agilizó la observación y el manejo documental. Con el monitoreo

en tiempo real, fue posible revisar los avances por contenido, tanto de manera grupal como individual. Aunque se registraron problemas técnicos, como errores de guardado de una pregunta en el caso de dos estudiantes, estos fueron atendidos y superados en el momento. En la última fase, se evaluaron los logros obtenidos tras la aplicación de la estrategia didáctica, para finalmente generar las conclusiones y detectar los posibles ajustes en posteriores aplicaciones de la estrategia.

### 4.3 Resultados del objetivo específico 3

Para aplicar la exploración final al grupo de prueba y determinar los aprendizajes alcanzados sobre las funciones lineales, se aplicó un instrumento diferente a la exploración inicial con la misma cantidad de reactivos, pero diseñado a partir de la misma lista de cotejo con los indicadores para cada nivel de desempeño propuesto por Duval (2016). El instrumento contempló dos niveles: para el Nivel I (tratamiento), se diseñaron 5 reactivos y para el Nivel II (conversión), se diseñaron 6 reactivos.

**Nivel I: tratamiento de funciones lineales.** Los resultados de la exploración final fueron procesados y representados por medio de los siguientes gráficos de barras apiladas de la figura 35.

*Figura 35.* Resultados de la exploración final para el Nivel I: Tratamiento



*Fuente:* elaboración propia (2025)

Se observó que, después de la experimentación con el libro digital GeoGebra, 18 de los 23 estudiantes dijeron conocer las cuatro formas de representación de una función lineal (verbal, algebraica, tabular y gráfica); así mismo, los 5 estudiantes restantes dijeron conocer solo tres de las cuatro formas de representación. Los resultados también dieron evidencia de una mejoría significativa en el tratamiento individual de las representaciones algebraica y tabular, con un total de 20 de 23 estudiantes que respondieron correctamente en ambas. Para la representación verbal, 13 estudiantes pudieron dar el tratamiento correcto. No obstante, la representación gráfica continuó en último lugar, ya que solo 7 estudiantes lograron realizar la gráfica de una función lineal.

**Nivel II: Conversión entre al menos dos registros de representación de las funciones lineales.**

En la conversión verbal-algebraica (véase figura 36), 21 de 23 estudiantes lograron reconocer correctamente la relación descrita en el enunciado y traducirla en la expresión algebraica correspondiente, este resultado sugiere que desarrollaron la habilidad de reconocer y ubicar correctamente los coeficientes de la expresión algebraica.

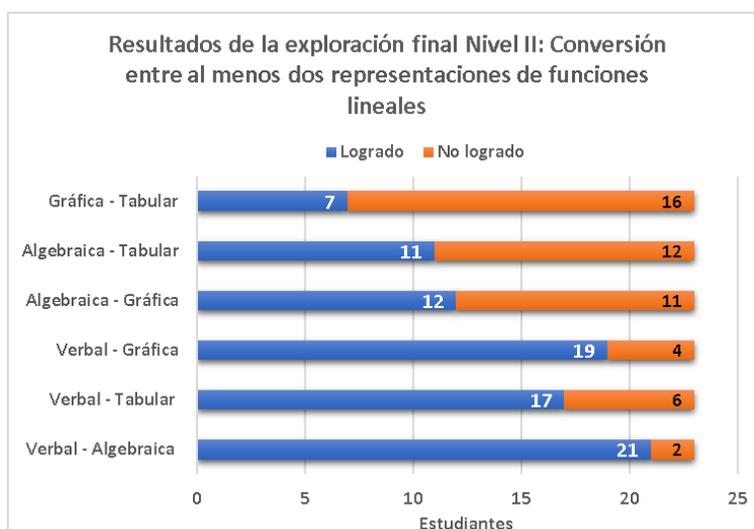
La conversión verbal-tabular fue lograda por 17 de 23 estudiantes que tabularon los datos interpretados a partir de la descripción verbal de una función lineal, lo que es indicativo de que, por medio del reconocimiento de la proporcionalidad o patrón, son capaces de organizar la información proporcionada en tablas.

Para la conversión verbal-gráfica, el reactivo correspondiente evaluó la comprensión de la relación entre una función en forma verbal y su asociación con la representación gráfica correspondiente, lo cual fue logrado por 19 de los 23 estudiantes. Dado que no se les solicitó a los estudiantes la construcción de la gráfica, sino su análisis, esto permitió un enfoque más interpretativo que procedural, lo cual podría explicar por qué un mayor número de estudiantes lograron establecer correctamente esta asociación.

En lo que respecta a la conversión algebraica-gráfica, se observó que 12 estudiantes formularon correctamente la expresión  $y=mx+b$  a partir de la gráfica de una función lineal dada. Los 11 estudiantes restantes, aunque aplicaron el procedimiento, presentaron dificultades o cometieron errores al momento de calcular los parámetros  $m$  (pendiente) y  $b$  (ordenada al origen) a partir de la gráfica proporcionada.

Por otra parte, dos de las conversiones no superaron la media del grupo. En la conversión algebraica-tabular, se observó que 11 estudiantes lograron reconocer, a partir de una tabla dada, la razón de cambio constante y plantear la correspondiente expresión algebraica, mientras que los 12 estudiantes restantes presentaron errores de tipo procedimental. En la conversión gráfica-tabular, solo 7 estudiantes lograron construir la gráfica de la función a partir de una tabla de valores, presentando dificultades en el trazado de la gráfica. Estos resultados sugirieron la necesidad de fortalecer el tratamiento tabular y gráfico, con el fin de reducir las dificultades en este segundo nivel de conversiones.

**Figura 36.** Resultados de la exploración final para el Nivel II

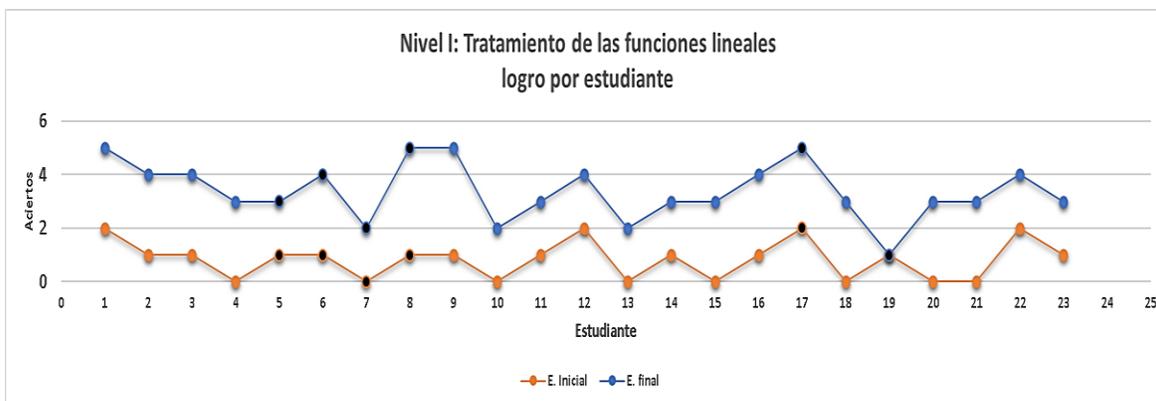


Fuente: elaboración propia (2025)

#### 4.4 Resultados del objetivo específico 4

Comparar los resultados obtenidos en la exploración inicial y la exploración final, con la finalidad de estimar la mejora en el aprendizaje de funciones lineales.

**Figura 37.** Gráfica comparativa de exploración inicial y final, Nivel I, logro por estudiante



Fuente: elaboración propia (2025)

**Análisis comparativo para el Nivel I: tratamiento.** Se pudo observar una mejora general en el desempeño del grupo en cuanto al tratamiento de las funciones lineales (véase figura 37), obteniendo un incremento promedio de 2.57 de un total de 5 aciertos en la comparativa de las dos exploraciones. En el caso de los estudiantes DAB, estos tuvieron un aumento promedio de 2.33 de un total de 5 aciertos en las comparativas. Los estudiantes 5, 6, 7, 8 y 17 DAB (señalados de color negro en la gráfica de la figura 37) dieron evidencia de mejora. Por el contrario, el estudiante 19 (DAB), aunque estuvo presente en las sesiones, recibió asesoría personalizada y realizó las actividades del libro digital, obtuvo solo un acierto en ambas exploraciones; lo que evidenció una menor capacidad cognitiva que el resto de sus compañeros. En conclusión, el 56.52 % de los estudiantes lograron el Nivel I: Tratamiento de funciones lineales.

En cuanto al logro de los indicadores correspondientes al Nivel I, presentados en la Tabla 4, se obtuvo un promedio general de logro del 67.8%, cumpliéndose satisfactoriamente con 4 de los 5 indicadores establecidos en la lista de cotejo diseñada para este nivel. El único indicador con un bajo porcentaje fue el tratamiento gráfico, con apenas un 30.4% de logro. Este resultado sugiere que, si bien GeoGebra demostró ser eficaz para la exploración de funciones, los estudiantes continuaron enfrentando dificultades al momento de realizar la construcción de la gráfica de una función lineal en papel, es decir, a Nivel I de tratamiento. Esta situación puede deberse a que no se promovió el desarrollo del trabajo manual de construcción de gráficas. No obstante, esta limitación no impidió que los estudiantes pudieran analizar adecuadamente las gráficas ya construidas, lo cual sí reflejó un avance significativo.

En el caso del tratamiento verbal, se observó que fue la representación con más alto porcentaje en la exploración inicial, pero después de la estrategia solo aumentó un 13%. Esto puede deberse a que la estrategia se diseñó para un Nivel II de conversiones, pero que inherentemente debía trabajar elementos que corresponden al Nivel I de tratamiento. Esto podría indicar que las prácticas no fueron las adecuadas para fortalecer el tratamiento o no fueron suficientes; inclusive podrían indicar que los estudiantes necesitaron asociar el tratamiento verbal con otras representaciones para tener una mayor comprensión del objeto de aprendizaje.

**Tabla 4**

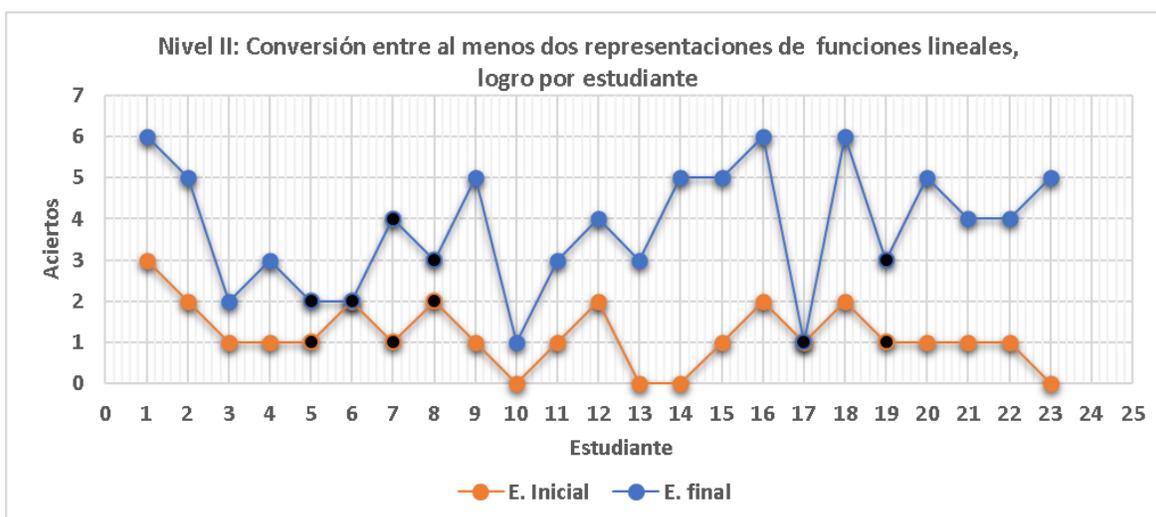
Nivel I: Tratamiento de funciones lineales

<b>Indicadores</b>	<b>Exploración inicial % correctos</b>	<b>Exploración final % correctos</b>
Conoce las 4 diferentes representaciones de una función lineal	0.0	78.3
Gráfica	0.0	30.4

Tabular	4.3	87.0
Verbal	43.5	56.5
Algebraica	34.8	87.0

Fuente: elaboración propia (2025)

Figura 38. Gráfica comparativa de exploración inicial y final, Nivel II, logro por estudiante



Fuente: elaboración propia (2025)

**Análisis comparativo del Nivel II: Conversión.** Se observa en la figura 38 la diferencia entre el desempeño de los estudiantes DAB (estudiantes 5, 6, 7, 8, 17 y 19 señalados en color negro en la gráfica) con el resto del grupo. Los datos obtenidos evidenciaron para los estudiantes DAB un incremento promedio de 1.17 aciertos, en contraste con el resto del grupo, que tuvo un aumento promedio de 3.1 de un total de 6 aciertos. Los estudiantes 6 y 17 DAB (con diagnóstico TDA y leve retraso mental, respectivamente) no evidenciaron ninguna mejora, lo que podría atribuirse a que la exploración del nivel II requirió una mayor capacidad cognitiva y a la falta de apoyo o retroalimentación, como la que se proporcionó durante la fase de experimentación.

Finalmente, el análisis encontró que el 56.52 % de los estudiantes lograron el Nivel II: Conversión entre al menos dos representaciones de funciones lineales.

En cuanto a los indicadores correspondientes al Nivel II, se obtuvo un promedio general de logro del 63%, cumpliéndose satisfactoriamente con 4 de los 6 indicadores establecidos en la lista de cotejo diseñada para este nivel. Estos datos se pueden apreciar en la Tabla 5.

Las conversiones verbal-algebraico, verbal-tabular y verbal-gráfico presentaron mejoras significativas, alcanzando hasta un 91.3 % de logro. Se encontró evidencia de que el tratamiento aislado de la representación verbal no fue suficiente para garantizar su aprendizaje; sin embargo, al complementarse con su conversión a otras representaciones, se observó una notable mejoría en el aprendizaje del objeto de estudio.

La conversión algebraica-tabular, aunque presentó un incremento en el porcentaje tras la aplicación de la estrategia, alcanzó únicamente un 47.8 %. Este resultado indicó que, si bien los estudiantes conocían los procedimientos a seguir, las dificultades se relacionaron con errores de cálculo. En el caso de la conversión algebraica-gráfica, se obtuvo un porcentaje de logro del 52.2%, lo que evidenció una afectación directa por las deficiencias observadas en el tratamiento del registro gráfico. Una situación similar se identificó en la conversión gráfica-tabular, la cual se mantuvo en el último lugar de los indicadores del nivel II, con apenas un 30.4% de logro. Este resultado fue consistente con el desempeño en el tratamiento gráfico (Nivel I), que también se ubicó en la posición más baja en términos de logro.

**Tabla 5**

Nivel II: Conversión entre al menos dos representaciones de funciones lineales

<b>Indicadores</b>	<b>Exploración inicial %</b>	<b>Exploración final %</b>
--------------------	--------------------------------------	------------------------------------

	correctos	correctos
Gráfica - Tabular	0.0	30.4
Algebraica - Tabular	21.7	47.8
Algebraica - Gráfica	26.1	52.2
Verbal - Gráfica	60.9	82.6
Verbal - Tabular	4.3	73.9
Verbal - Algebraica	4.3	91.3

*Fuente: elaboración propia (2025)*

Por lo tanto, se concluye para este objetivo específico lo siguiente: el porcentaje de logro para el Nivel I es del 67.8 %, mientras que en el Nivel II se alcanza el 63.0 %; lo que indica que, tras la implementación de la estrategia didáctica con GeoGebra, los estudiantes han mejorado significativamente en el aprendizaje de funciones lineales, con niveles de logro particularmente altos en las conversiones verbal-algebraica, verbal-gráfica y verbal-tabular.

#### **4.5 Resultados del objetivo general**

Para estimar si el objetivo general fue alcanzado, se aplicó una prueba t de Student para muestras relacionadas, considerando la prueba de una cola a la derecha. Este análisis estadístico presentado en la Tabla 6 reveló un incremento sustancial para el parámetro de la media de aciertos, que pasó de 1.91 en la exploración inicial a 7.17 en la exploración final, lo cual indica una mejora significativa en el aprendizaje de las funciones lineales en el grupo de prueba.

Asimismo, se observó en el parámetro de la varianza un aumento de 1.54 a 3.97, lo que sugiere posibles diferencias individuales en los niveles de aprendizaje de las funciones lineales.

En cuanto al coeficiente de correlación de Pearson ( $r=0.50$ ), el valor obtenido indica una relación moderada entre ambas exploraciones.

En relación al estadístico t ( $t=14.52$ ), este superó el valor crítico (1.72) para un nivel de significancia de  $\alpha=0.05$  con 22 grados de libertad, mientras que el valor p ( $p \approx 0.00000000000047$ ) es significativamente menor al umbral de rechazo.

Por lo tanto, la ( $H_0$ ): El uso de una estrategia didáctica basada en Ingeniería Didáctica, mediante un libro digital elaborado con GeoGebra, no produce una mejora significativa en el aprendizaje de funciones lineales en los estudiantes del CETMAR 29; se rechaza.

**Tabla 6**

Resultados de la prueba t de Student para muestras relacionadas, Exploración inicial y final sobre funciones lineales

<b>Prueba t de Student para medias de dos muestras relacionadas</b>		
	<i>Expl. inicial</i>	<i>Expl. final</i>
Media	1.91	7.17
Varianza	1.54	3.97
Observaciones	23	23
Coeficiente de correlación de Pearson	0.50	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	22	
Estadístico t	14.52	
P( $T \leq t$ ) una cola	0.00000000000047	
Valor crítico de t (una cola)	1.72	

*Fuente:* elaboración propia (2025)

Por otra parte, dentro del “Análisis del desempeño de los estudiantes durante el segundo parcial, a partir de la evaluación continua realizada, así como los índices de aprobación, reprobación, ausentismo y aprovechamiento” recabado durante el Consejo Técnico Académico del CETMAR29, llevado a cabo el día 30 de mayo del 2025, se registraron los siguientes resultados

correspondientes al cuarto semestre en la asignatura de matemáticas: el grupo de cuarto semestre de Mecánica Naval “C” registró el promedio grupal más alto (véase figura 39), así como el mayor porcentaje de aprobación (véase apéndice H). Este hecho representa un elemento clave para valorar cómo la implementación de la estrategia didáctica contribuyó en la mejora del desempeño académico grupal.

*Figura 39.* Análisis del desempeño de los estudiantes durante el segundo parcial

MATERIA	GRUPO	TOTAL ALUMNOS	AUSENTISMO	APROBADOS		REPROBADOS		PROMEDIO
				No.	%	No.	%	
<b>CUARTO SEMESTRE</b>								
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS I	MN A	34	0	29	85	5	15	6.94
	MN B	25	0	18	72	7	28	6.4
	MN C	24	0	22	91.7	2	8.3	8.5
	MiPyME A	28	0	25	89.2	3	10.8	7.8
	ARH A	37	0	25	67.5	12	32.5	6.8
	ARH B	31	0	21	67.7	10	32.3	7.5
	PIA A	36	0	20	55.5	16	44.5	6.7
	AC A	33	1	25	75.7	8	24.3	7.0
	LA A	35	0	31	88.5	4	11.5	7.5

*Fuente:* acta de Academia del 30 de mayo Cetmar 29 (2025)

### 5. Discusión

Según Raymond Duval (2016, p. 23), existen dos fuentes de incomprensión en el aprendizaje de las matemáticas que nunca se toman en cuenta por la mayoría de estudios de investigación y que se deben separar metodológicamente en las estrategias didácticas presentadas a los estudiantes: el tratamiento y la conversión entre representaciones de un objeto matemático. Esta teoría se puso a prueba en la presente investigación, desplegando, como lo dicta el autor, un mecanismo de observación que permita ver el tamaño de las dificultades vinculadas a la conversión de representaciones.

Al aplicar la exploración inicial al grupo de prueba con el propósito de identificar los conocimientos previos sobre funciones lineales, se observa que el tratamiento gráfico ocupa el último lugar en el nivel de logro. Este resultado coincide con lo reportado por Hernández (2023) en su investigación, al documentar un desconocimiento generalizado del plano cartesiano en sus estudiantes, además de fuertes deficiencias en la conversión entre registros de representación algebraico-tabular, aspecto que también se ubica en penúltimo lugar en esta exploración inicial. De manera similar, Ruíz *et al.* (2023) registran bajos niveles de logro en el tratamiento gráfico, al que denominan “ubicación geoespacial de las funciones lineales”.

En relación con el uso de las tecnologías, también se encuentran coincidencias con los hallazgos de Ruíz *et al.* (2023) y Alzate (2023), ya que se observa en contextos educativos propios que los estudiantes no han experimentado previamente el uso de las herramientas tecnológicas como GeoGebra aplicadas al aprendizaje de objetos matemáticos. Estos hallazgos evidencian la necesidad en el campo de la matemática educativa de generar más propuestas didácticas que fomenten la interacción de los estudiantes con la tecnología, con el fin de aportar materiales didácticos que los ayuden a superar dificultades de aprendizaje.

Asimismo, al igual que en el estudio de Soto *et al.* (2019), se identificaron dificultades significativas en la conversión entre registros de representación, particularmente entre los registros tabular-gráfico y gráfico-algebraico. Dichos autores plantearon que estas dificultades pueden reducirse con la práctica continua de la conversión entre registros de representación, apoyada por herramientas tecnológicas. Sin embargo, a diferencia de lo señalado por los autores, en este estudio se evidenció que las dificultades no se debían a que los estudiantes desconocían los procedimientos a seguir, sino a errores de cálculo cometidos durante su aplicación. En el caso específico de la conversión algebraica-gráfica, se observó una afectación directa atribuida a las deficiencias en el

tratamiento del registro gráfico. Otra diferencia de esta investigación con los autores mencionados es en el tratamiento verbal; mientras que en dicho estudio reportaron dificultades atribuibles a la posible falta de práctica en problemas planteados para el registro verbal, en esta investigación tanto el tratamiento como las conversiones que involucraron al registro verbal presentaron mejoras considerables.

Finalmente, un aporte relevante de esta investigación, que no se aborda con profundidad en otros estudios similares, corresponde a lo establecido por la LGE (2024), específicamente en el Artículo 64, el cual señala:

En la aplicación de esta Ley para atender a los educandos con características, circunstancias, necesidades, intereses, capacidades, habilidades, estilos y ritmo de aprendizaje diversos.[...] IV. Establecer un sistema de diagnóstico temprano y atención especializada para la eliminación de barreras para el aprendizaje y la participación. V. Garantizar la formación de todo el personal docente para que, en el ámbito de sus competencias, contribuyan a identificar y eliminar las barreras para el aprendizaje y la participación, y brinden los apoyos que las y los educandos requieran.

La detección y seguimiento de los estudiantes DAB, realizada con el apoyo del Departamento de Orientación Académica y Psicología, resultó fundamental para visualizar a quienes, en el contexto educativo estudiado, representan el 29.16% del total de estudiantes. Su identificación fue un elemento clave para el diseño e implementación de la estrategia didáctica desarrollada en el presente estudio.

En cuanto al diseño de la estrategia didáctica, la Ingeniería Didáctica de Artigue (2014) no se toma en cuenta en la mayoría de los estudios revisados, ya que tienden a utilizar GeoGebra únicamente como recurso tecnológico, y no como material didáctico que forma parte de una estrategia.

Entre las investigaciones que incorporan un enfoque pedagógico se encuentran Hernández (2023), quien promueve el tratamiento y conversión de funciones lineales por medio de la aplicación de una secuencia didáctica, además de Ruíz *et al.* (2023), quienes destacan la importancia de diseñar una unidad didáctica que permita reconocer falacias a las que recurren los estudiantes al aprender un nuevo concepto matemático y enfocarse en mitigarlas para lograr resultados favorables. En ambas investigaciones, al igual que en la presente, se evidencia la mejora en el aprendizaje de las funciones lineales cuando el uso de GeoGebra se enmarca dentro de una estrategia didáctica.

En la exploración final de los aprendizajes alcanzados sobre las funciones lineales, se tiene mucha afinidad con los resultados de Hernández (2023), ya que reporta un fuerte favorecimiento de la conversión desde el registro verbal hacia otros registros de representación. De igual forma, esta investigación arrojó porcentajes mayores al 73% de logro. También se presentan similitudes en los hallazgos de dificultades no superadas por los estudiantes en la conversión gráfico-algebraica; en comparación con la presente investigación, esta conversión apenas alcanzó un 52.2% de logro.

De la misma manera, dentro de los hallazgos de la exploración final, se coincide con Rivera-Núñez *et al.* (2025) en que, además del rendimiento, los estudiantes también mejoraron su capacidad de análisis, su disposición al aprendizaje y su autonomía, fortaleciendo una comprensión más profunda del concepto de función lineal.

En la comparativa de resultados pretest y posttest, se coincide con todos los estudios analizados, ya que todos reportaron una mejoría al contrastar resultados, ya sea medida por el promedio de las calificaciones u otros parámetros.

En el caso de la comparativa realizada por López (2018), este solo se menciona un hallazgo específico: la identificación de errores en el registro algebraico y numérico del concepto de función lineal. El autor solo se limita al tratamiento de las funciones lineales y no presenta hallazgos en

cuanto a la conversión entre representaciones. A diferencia, la presente investigación aborda de manera más profunda la práctica de la conversión entre representaciones y establece indicadores claros para definir la diferencia del tratamiento y la conversión entre diferentes representaciones. Con respecto al objetivo general, los resultados obtenidos muestran una mejora en el aprendizaje de las funciones lineales que se atribuye a la práctica de las conversiones entre al menos dos diferentes registros de representación de las funciones lineales que fue implementada con una estrategia didáctica y el uso del libro digital GeoGebra bajo las fases de la ingeniería didáctica (Artigue 2014).

Según la percepción de los propios estudiantes, su confianza al participar, dar sus puntos de vista o compartir sus resultados aumentó al usar el libro digital GeoGebra, lo que coincide con Ruíz *et al.* (2023), en que los estudiantes se motivaron y empezaron a tener un rol más activo en su aprendizaje. Rivera-Núñez *et al.* (2025) demuestran la motivación y participación activa como logros cualitativos relevantes en su investigación.

En conclusión, GeoGebra contribuye favorablemente en múltiples aspectos; el principal, como material didáctico que facilita la práctica de conversiones entre registros de representación de las funciones lineales; otro aspecto es el mejoramiento del ambiente de aprendizaje que propicia en los estudiantes y, por último, como una herramienta tecnológica que optimiza la gestión docente.

## 6. Conclusiones

Para la exploración inicial de funciones lineales realizada en esta investigación, se refleja un aprendizaje poco consolidado, ya que los porcentajes más altos se obtienen en el tratamiento del registro verbal con un 43.47% de logro y la conversión verbal-gráfica con un 60% de logro. Los demás tratamientos y conversiones se ubican en un rango de 0% y 34.7%. Estos porcentajes

justifican la necesidad de una intervención didáctica orientada a mejorar el aprendizaje de dicho objeto matemático.

Aunque se identificaron deficiencias a Nivel I (tratamiento), esta estrategia se enfocó en superar las deficiencias encontradas a Nivel II de conversiones. Esto se debe a que, mientras se realizan las prácticas de conversión entre dos registros de representación, de manera inherente se fortalece el tratamiento de cada registro abordado. Por otra parte, también se decidió abordar el Nivel II dado que los estudiantes del grupo de prueba cursaban el cuarto semestre y debían avanzar en los contenidos establecidos en el programa de estudios.

Se resalta también un hallazgo poco esperado, en los niveles de logro particularmente altos que se obtuvieron en las conversiones verbal-algebraica, verbal-gráfica y verbal-tabular, y no precisamente en las conversiones desde el registro gráfico hacia los demás registros de representación, como podría suponerse al emplear un graficador como GeoGebra. Esto podría deberse a que el libro digital GeoGebra incluye múltiples recursos como videos, lecturas, audios, pizarra, graficador, etc.; además, permite intervenciones por medio de preguntas orientadoras que promueven la deducción, así como preguntas para la reflexión final del estudiante.

Aunque GeoGebra es una herramienta potente por sí misma, el impacto que genera en el aprendizaje se maximiza cuando se inserta dentro de una metodología que le aporta estructura y sentido pedagógico, como lo es en este caso la Ingeniería Didáctica. Así, GeoGebra se convierte en un material didáctico significativo. Por lo tanto, debido a la robustez de esta estructura metodológica implementada, la estrategia didáctica fue evaluada por la autoridad correspondiente de la DGTAYCM como excelente, cubriendo 40 puntos sobre los 40 evaluados (véase apéndice F). De esta manera se garantiza que esta estrategia didáctica pueda implementarse posteriormente en los demás grupos del plantel.

Finalmente, en el cumplimiento del objetivo general, los resultados obtenidos permiten concluir con fundamento estadístico que las diferencias observadas entre la exploración inicial y final no son producto del azar, sino que reflejan el efecto positivo y significativo atribuible a la estrategia didáctica implementada usando el libro digital GeoGebra. En consecuencia, se determina que la intervención mejoró el aprendizaje de funciones lineales en los estudiantes del grupo de prueba.

### **Recomendaciones**

Al término de esta investigación se sugieren las siguientes recomendaciones a tomar en cuenta:

- Presentar a los estudiantes las distintas representaciones de una función lineal desde el inicio de la estrategia, lo cual amplía el panorama del estudiante y evita que se limite a abordar el objeto matemático de forma segmentada. Además de definir correctamente el tratamiento de las representaciones de una función lineal e identificar cuándo se aborda la conversión entre sus representaciones.
- En la implantación de la estrategia didáctica, es importante tener claro que GeoGebra (graficador) es una herramienta valiosa para la exploración y análisis de funciones lineales, pero no sustituye la práctica manual en la construcción de gráficas. Esta es una habilidad fundamental que los estudiantes de nivel medio superior deben fortalecer.
- El análisis comparativo en el mejoramiento del aprendizaje no debe medirse solo con metodologías cuantitativas comunes de una investigación experimental. Al tratarse de un estudio en el campo de la enseñanza de las matemáticas, se recomienda complementar dicho análisis con un enfoque cualitativo. La Ingeniería didáctica ofrece ambos análisis en sus cuatro fases, además de considerar factores contextuales, cognitivos y didácticos implicados en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

- Se recomienda el libro digital GeoGebra como material didáctico integrado a una metodología estructurada como la que ofrece la Ingeniería Didáctica. Esta combinación permite abordar de manera profunda las necesidades reales de los estudiantes en el aprendizaje de las funciones lineales. En particular, el uso del libro digital GeoGebra facilita y agiliza la práctica de conversiones entre diferentes representaciones de una función lineal, lo que crea las condiciones para que los estudiantes superen su nivel básico de tratamiento y avancen hacia procesos más complejos, como la conversión entre dos, tres o más representaciones de una función lineal.

## Bibliografía

- Alsina, Á. (2020). Cinco prácticas productivas para una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos. *Saber y Educar*, 2020, vol. 28, (pp. 1-13). Recuperado de: [032219.pdf](#)
- Alves, F. R. V., Camilo, A. M. D. S., Fontenele, F. C. F., y Catarino, P. M. M. C. (2021). Didactical engineering in the conception of a teaching situation originated from Brazil's SPAECE assessment with the support of the GeoGebra software. *Acta Didactica Napocensia*, 14(2), 7. Recuperado de: <https://doi.org/10.24193/adn.14.2.7>
- Artigue, M. (2014). Perspectives on design research: The case of didactical engineering. En A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods*, (pp. 467-496). Springer. Recuperado de: [Perspectives on design research: the case of didactical engineering](#)
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería Didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica. Recuperado de <https://repositorio.uniandes.edu.co/items/9664b65d-4131-4f77-970c-2b109c55334e>
- Auccahuallpa, F. R., Troya, V. R. I., y Rodríguez, R. D. I. (2022). Beneficios del uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Universidad, aprendizaje y retos de los objetivos del desarrollo sostenible*, (pp. 267-273). Recuperado de: <https://repositorio.unae.edu.ec/server/api/core/bitstreams/dc46c40a-54b7-494b-b51b-3188541510da/content>
- Alzate, L. E. N. (2023). Estudio de la función lineal en la modelación de situaciones problema a través del software GeoGebra. [Tesis de maestría, Universidad Católica de Manizales]. Repositorio Institucional-Universidad Católica de Manizales. Recuperado de: <https://repositorio.ucm.edu.co/handle/10839/4308>
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martínez-Luaces, V., y Törner, G. (2016a). Teaching and Learning of Calculus. *ICME-13 Topical Surveys*. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8>
- Calderón, A. M. A., Vergara, L. L. y Atilano, M. M. D. (2023). *Principales Cifras del Sistema Educativo Nacional 2022-2023*. Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa. Recuperado de:

- [https://www.planeacion.sep.gob.mx/Doc/estadistica\\_e\\_indicadores/principales\\_cifras/principales\\_cifras\\_2022\\_2023\\_bolsillo.pdf](https://www.planeacion.sep.gob.mx/Doc/estadistica_e_indicadores/principales_cifras/principales_cifras_2022_2023_bolsillo.pdf)
- Campeón, B. M. C., Aldana B. E., y Villa, O. J. A. (2018). Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. *Sophia*, 14(2), 115-126. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/journal/4137/413757194012/413757194012.pdf>
- Castillo, M., Correa, M., y González, K. (2016, 10 de agosto). Definición, dominio, rango y aplicaciones de funciones lineales. *Función de una variable real*. Recuperado de [funciondeunavariablereal.wordpress.com/2016/08/10/definiciondominio-rango-y-aplicaciones-de-funciones-lineales/](http://funciondeunavariablereal.wordpress.com/2016/08/10/definiciondominio-rango-y-aplicaciones-de-funciones-lineales/) Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2023). Evaluación diagnóstica del aprendizaje de las y los alumnos de educación básica 2022-2023. Informe de resultados.
- Cuevas, C. A., y Díaz, J. L. (2014). La historia de la matemática un factor imprescindible en la elaboración de una propuesta didáctica: El caso del concepto de función. *El Cálculo y su Enseñanza*, 5(1), 175–190. Cinvestav-IPN. Recuperado de: <https://doi.org/10.61174/recacym.v5i1.125>
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas, *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Recuperado de <https://core.ac.uk/reader/162043060>
- Farfán, R., y García, M. (2005). El concepto de función: un breve recorrido epistemológico. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 489-494. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/profile/Rosa-Farfan/publication/266369617\\_El\\_Concepto\\_de\\_Funcion\\_Un\\_Breve\\_Recorrido\\_Epistemologico/links/553015630cf27acb0de85303/El-Concepto-de-Funcion-Un-Breve-Recorrido-Epistemologico.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Rosa-Farfan/publication/266369617_El_Concepto_de_Funcion_Un_Breve_Recorrido_Epistemologico/links/553015630cf27acb0de85303/El-Concepto-de-Funcion-Un-Breve-Recorrido-Epistemologico.pdf)
- García, F. J., Barquero, B., Florensa, I., y Bosch, M. (2019). Diseño de tareas en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2019, 15, 75-94. Recuperado de: <https://ruja.ujaen.es/items/7169fc2b-1177-4730-adc4-5e07debbdab9>
- GeoGebra. (2025). ¿Qué es GeoGebra? Recuperado de: <https://www.GeoGebra.org/about?lang=es>

- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. *En Matemáticas y su didáctica para maestros: Manual para el estudiante*. Recuperado de: [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1\\_Fundamentos.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf)
- Hernández, M. del R. (2023). *Función lineal y sus registros de representación semiótica. Diseño de una secuencia didáctica para el nivel secundario*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas]. Repositorio Institucional Caxcán. Recuperado de: <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/handle/20.500.11845/3443>
- Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. (6.ªed.), McGraw-Hill.
- Herrera, L. H. (2023). Aplicación del ABP y m-learning como estrategias para el aprendizaje de la función lineal en el bachillerato. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*. Recuperado de: <http://www.ride.org.mx/index.php/RIDE/article/view/1437>
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Trabajo presentado en el XI Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. Recuperado de: [https://www.academia.edu/download/54484131/Dificultades\\_de\\_aprendizaje\\_del\\_calculo\\_FINAL\\_.pdf](https://www.academia.edu/download/54484131/Dificultades_de_aprendizaje_del_calculo_FINAL_.pdf)
- Lema, L. S.F., (2022). GeoGebra como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas del primer año de bachillerato. Recuperado de: <http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/9473/1/UNACH-EC-FCEHT-PCEINF-0006-2022.pdf>
- Ley General de Educación [Ley]. (7 de junio de 2024). México. Artículo 64.
- López, C., y Bedolla, C. L. P. (2020). El aprendizaje adaptativo para la regularización académica de estudiantes de nuevo ingreso: La experiencia en un curso remedial de matemáticas. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 74, 206–220. Recuperado de: <https://doi.org/10.21556/edutec.2020.74.1627>
- Manfredi, V. (2007). Funciones matemáticas, ¿para qué se utilizan?: La realidad de las funciones lineales. *Revista Argentina de Psicopedagogía*, 61, p. 9. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2779659.pdf>

- Mudaly, V., y Fletcher, T. (2019). The effectiveness of GeoGebra when teaching linear functions using the iPad. *Problems of Education in the 21st Century*, 77(1), 55–77. Recuperado de: <https://doi.org/10.33225/pec/19.77.55>
- Nongharnpituk, P., Yonwilad, W., y Khansila, P. (2022). The effect of GeoGebra software in calculus for mathematics teacher students. *Journal of Educational Issues*, 8(2), 755–770. Recuperado de: <https://doi.org/10.5296/jei.v8i2.20422>
- Nzaramyimana, E., Mukandayambaje, E., Iyamuremye, L., Hakizumuremyi, V., y Ukobizaba, F. (2021). Effectiveness of GeoGebra towards students' active learning, performance and interest to learn mathematics. *International Journal of Mathematics and Computer Research*, 9(10), 2423–2430. <https://doi.org/10.47191/ijmcr/v9i10.05>
- Otamendi, A., Belfer, K., Nesbit, J., y Leacock, T. (2002). Instrumento para la evaluación de objetos de aprendizaje (LORI\_ESP): Manual del usuario. Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía, España. Recuperado de: <https://vishub.org/officedocs/4102?locale=es>
- Rivera-Núñez, E. M., Hurtado-Aguay, W. E., Vera-Pisco, D. G., y Sornoza-Parrales, D. (2025). Gamificación con GeoGebra: Un estudio sobre el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes de bachillerato. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada Yachasun*, 9(16), 392–405. Recuperado de: <https://editorialibkn.com/index.php/Yachasun/article/view/608/1019>
- Rodríguez, M. N. C., Pérez, G. A., y Quero, M. O. N. (2024). Un acercamiento necesario a la formación de conceptos matemáticos. Mendive. *Revista de Educación*, 22(2), e3623. Recuperado de: <https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/3623>
- Rojano, T. (2014). El futuro de las tecnologías digitales en la educación matemática: Prospectiva a 30 años de investigación intensiva en el campo. Recuperado de: <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Esp-1-1.pdf>
- Rubio, H. M. J., y Berlanga, S. V. (2012). Cómo aplicar las pruebas paramétricas bivariadas t de Student y ANOVA en SPSS. Caso práctico. *REIRE, Revista d'Innovació i Recerca en Educació*, 5(2), 83–100. Recuperado de: <http://www.ub.edu/ice/reire.htm>
- Ruíz, J. P. S., Ortiz, C. E. P., y Páez, J. A. P. (2023). El concepto de función lineal mediado por el uso del GeoGebra para estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Arturo Velásquez Ortiz de Santa Fe de Antioquia. *Revista Avenir*, 7(2), 16–25.

- Secretaría de Educación del Gobierno del Estado de Campeche, Subsecretaría de Educación Media Superior y Superior, y Unidad Estatal de Evaluación. (2022, octubre). *Resultados PLANEA Educación Media Superior 2022*. Recuperado de: [https://media.educacioncampeche.gob.mx/file/file\\_16e0aea75cc7b411a8e73d7eb4b3c38.pdf](https://media.educacioncampeche.gob.mx/file/file_16e0aea75cc7b411a8e73d7eb4b3c38.pdf)
- Secretaría de Educación Pública. (2024). *Temas selectos de matemáticas I: Pensamiento matemático, ciencias y tecnología del siglo XXI (innovación)*. Subsecretaría de Educación Media Superior. Recuperado de: <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/PE%20TSM1%20230924.pdf>
- Soto, M., Herrera, C. G., y Pereyra, N. E. (2019). Coordinación de registros de representación en el aprendizaje de la función lineal. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 15(55).
- Tocto, M. J. S., Vivanco-Román, J., y Quizhpe, U. I. A. (2023). Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de pedagogía de las matemáticas y la física. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(2), 7225–7244. Recuperado de: [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v7i2.5864](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.5864)
- Tovar, L. A. R. (2016). Capítulo 6 La definición de variables o categorías de análisis. En L. A. R. Tovar, *¿Cómo hacer una tesis?* (pp. 107–118). Recuperado de: [https://www.edumargen.org/docs/curso43-11/unid02/complem05\\_02.pdf](https://www.edumargen.org/docs/curso43-11/unid02/complem05_02.pdf)

## Apéndice

### Apéndice A. Resultados Planea 2022 para el estado de Campeche



**GOBIERNO  
DE TODOS**



**SEDUC**  
GOBIERNO DEL ESTADO  
DE CAMPECHE

#### Matemáticas

#### Nivel de logro por Subsistema:

SUBSISTEMA	MATEMÁTICAS							
	I ALUMNOS	I%	II ALUMNOS	II%	III ALUMNOS	III%	IV ALUMNOS	IV%
BACHILLERATO ESTATAL	163	87.4	35	10.3	8	2.3	0	0.0
CECYTE	363	71.4	109	21.1	33	6.4	6	1.2
COBACH	846	72.8	242	21.4	51	4.4	16	1.4
CONALEP	201	91.5	19	7.8	1	0.4	1	0.4
DGB	63	86.3	10	13.7	0	0.0	0	0.0
EMSAD	362	82.1	68	14.4	12	2.3	5	1.2
PARTICULAR	353	68.3	128	20.7	52	7.4	30	3.6
TELEBACHILLERATO COMUNITARIO	132	84.5	20	13.9	3	1.6	0	0.0
<b>UEMSTAYCM</b>	<b>238</b>	<b>87.7</b>	<b>30</b>	<b>10.2</b>	<b>5</b>	<b>2.0</b>	<b>0</b>	<b>0.0</b>
UEMSTIS	311	77.8	75	19.3	11	2.7	1	0.3
UNIVERSIDADES AUTONOMAS ESTATALES	187	48.0	145	34.8	52	12.0	22	5.2
Total	3219	75.6	881	18.2	228	4.5	81	1.7

Apéndice B. Asignación de grupo y solicitud de autorización



**Educación**  
Secretaría de Educación Pública

**DGETAyCM**  
Subsecretaría de Educación Media Superior  
Dirección General de Educación Tecnológica  
Agropecuaria y Ciencias del Mar



Subsecretaría de Educación Media Superior  
Dirección General de Educación Tecnológica  
Agropecuaria y Ciencias del Mar  
Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 29  
"Pablo García y Montilla"  
C.C.T.04DCM0002S

Cd. del Carmen, Cam., a 14 de febrero de 2025

OFICIO No.: 104/2025  
DEPENDENCIA: CETMAR No. 29  
SECCIÓN: SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

**ASUNTO:** Asignación de Carga Académica

**Ing. Zoila Leonor López Hernández**  
Docente del Plantel  
Presente

Por este conducto se le comunica la carga académica que le ha sido asignada para impartir durante el periodo escolar FEBRERO – JULIO 2025, la cual se relaciona a continuación:

MATERIA	CARRERA	GRUPO	NO. DE GRUPOS	HORAS
TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS I	MECANICA NAVAL	C	1	4
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	MECANICA NAVAL	A, B, C	3	15
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS HUMANOS	A	1	5
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	PRODUCCIÓN INDUSTRIAL DE ALIMENTOS	A, B	2	10
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	ACUACULTURA	A	1	5
<b>TOTAL DE HORAS FRENTE A GRUPO</b>				<b>39</b>
TUTORÍA ACADÉMICA				1
<b>TOTAL DE HORAS FRENTE A GRUPO</b>				<b>40</b>

Sin otro particular, les envío un cordial saludo.

**Atentamente**



Mtra. Yamirley Carmen Caña Martínez  
Subdirectora Académica

C.c.p. Archivo





**2025**  
Año de  
La Mujer  
Indígena

Calle Central Oriente y Prolongación 3 Oriente C. P. 24129 Col. Puerto Pesquero  
Cd. del Carmen, Campeche Tel. 9383826823.  
camp.cetmar29direccion.@dgetaycm.sems.gob.

Ciudad del Carmen Campeche a 13 de enero de 2025

**ASUNTO:** El que se indica.

Mtro. Sergio Samuel Foster Varela

Dir. Cetmar 29

Al'n. Lic. Yamil del Carmen Caña Martínez  
Subdirectora Académica

La que suscribe **Ing. Zolla Leonor López Hernández** docente de esta institución y estudiante de la Maestría en Enseñanza de Ciencias Exactas del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) se dirige a usted de la manera más atenta para solicitarle me permita aplicar y llevar a cabo el proyecto de investigación "**Estrategia didáctica usando GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales en estudiantes del Cetmar 29**" con los alumnos del cuarto grado de mecánica naval "C".

Sin más por el momento le agradezco su atención.



ATENTAMENTE



  
Ing. Zolla Leonor López Hernández

Apéndice C. Resultados de la exploración del aprendizaje en alumnos de sexto semestre que ya aprendieron funciones

<b>Aspecto explorado</b>	<b>Alumnos que contestaron correctamente</b>	<b>Porcentaje</b>
Reconoce la definición formal de función	14	48.0
Identifica las cuatro representaciones de una función	0	00.0
Da tratamiento a funciones lineales en sus cuatro representaciones	9	31.0
Convierte dos representaciones de una función lineal	10	34.0
Convierte tres representaciones de una función lineal	9	31.0
Convierte cuatro representaciones de una función lineal	3	10.4
Evalúa una función partiendo de una situación contextualizada	18	62.0
<b>Total de estudiantes</b>	<b>29</b>	<b>100%</b>

*Fuente:* Elaboración propia (2025).

Apéndice D. Contrato didáctico

**Contrato didáctico**  
**Maestro-alumno-saber**

Ciudad del Carmen Campeche a 14 de febrero de 2025

Durante las clases de Temas Selectos de Matemáticas en el Cetmar 29, el cuarto semestre grupo "C" y la docente Zoila Leonor López Hernández, desarrollan el presente contrato didáctico como resultado de una lluvia de ideas realizada con todos los alumnos. Con la finalidad de establecer algunos acuerdos imprescindibles para llevar el aprendizaje de funciones lineales a buen término.

**Primer acuerdo: ¿Para qué se va aprender funciones lineales?**

- Representarlas en una gráfica
- Análisis de datos
- Trazar puntos
- Calcular la pendiente
- Resolución de problemas
- Comparación de gráficas
- Entender información mediante gráficas
- Modelización lineal

**Segundo acuerdo: ¿Qué estrategias y recursos se utilizarán?**

- Observando
- Dibujando
- Escuchando
- Test
- Haciendo ejercicios
- Realizando prácticas
- Repasos
- Sin exámenes
- Uso de la tecnología

**Tercer acuerdo: Roles y compromisos**

**Compromisos del docente:**

- Enseñar correctamente
- Realizar explicaciones de comprender
- Recibir tareas atrasadas
- No preguntar cuando se entregue la tarea

**Compromisos del grupo:**

- Trabajar
- Personalizarse de las actividades
- Estudiar
- Prestar atención
- Respetar al docente
- Participar

**Compromiso personal o individual:**

---

Armando L. Jaito M

Montuy

Luis Díaz

Zoila Leonor López Hernández  
Docente

Solis Moreno

César Luis

Pérez Gómez Elizabeth

Enika Dominguez

Bautista

Roberto Rojas C.

Jaya

Cesar

Blanca

Cesar

Neto

## Apéndice E. Exploración inicial

## CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS DEL MAR No. 29

Exploración inicial:  
funciones lineales**ESTIMADO PARTICIPANTE:**

*El siguiente cuestionario es un instrumento de análisis preliminar desarrollado por la Ing. Zoila Leonor López Hernández, docente del plantel y responsable de la investigación del aprendizaje de funciones lineales en el Cetmar 29. No se requiere datos personales del participante, solo su resolución fidedigna.*

*¡Muchas gracias por su valiosa participación!*

**Información de clasificación:**

**Año en curso:** \_\_\_\_\_ **Genero:** \_\_\_\_\_ **Edad:** \_\_\_\_\_ **Área Técnica:** \_\_\_\_\_ **Semestre** \_\_\_\_\_  
**Promedio del último año cursado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones:** Responde las siguientes preguntas distribuidas en niveles. Recuerda justificar tus respuestas. **Duración aproximada:** 50 minutos.

**1. Escribe las diferentes representaciones de una función lineal:****2. ¿Cuál de las siguientes formas representa la estructura de una función lineal?**

- a)  $f(x)=mx+b$
- b)  $f(x)=ax^2+bx+c$
- c)  $f(x)=a/x+b$
- d)  $f(x)=a \cdot b^x$

**3. ¿Cuál de las siguientes relaciones no describe una función lineal?**

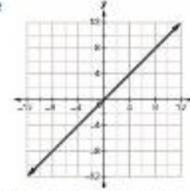
- a)  $f(x)= 2x$
- b)  $f(x)= 2x^3$
- b)  $f(x)= x+2$
- d)  $f(x)= x-2$

**4. ¿Cuál de los enunciados expresa una función lineal?**

- a) Cada persona tiene una Clave Única de Registro de población CURP
- b) El precio de una entrada al cine depende del día de la semana
- c) La venta de pescado a \$150 cada kilo
- d) La población de una colonia de bacterias crece exponencialmente cada hora

5. Relaciona la gráfica mostrada con la función correspondiente

- a)  $f(x)=x^2+1$
- b)  $f(x)=2/x$
- c)  $f(x)=x$
- d)  $f(x)=x^2$



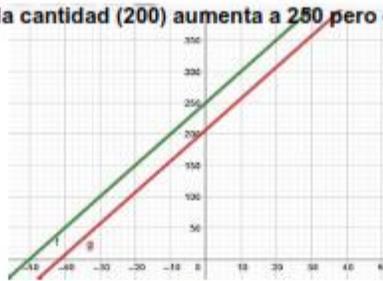
6. Dada la siguiente tabla: ¿Cuál es la función lineal que representa esta relación entre x e y?

- a)  $y=2xy$
- b)  $y=x+2$
- c)  $y=2x$
- d)  $y=x-2$

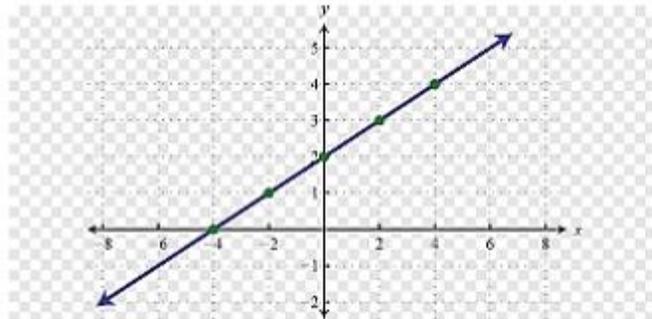
x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

7. Si en la función anterior la cantidad (200) aumenta a 250 pero el termino (5x) sigue igual, ¿Cuál es su gráfica?

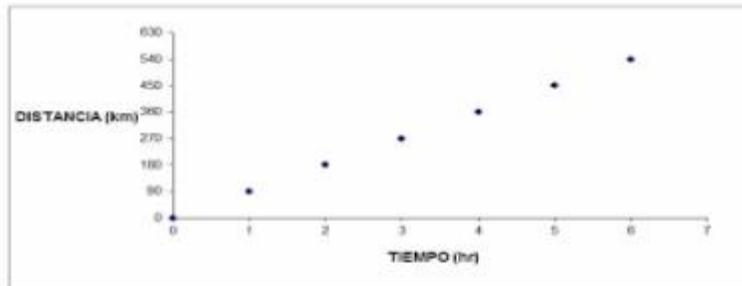
- a) f
- b) g



8. Dado el gráfico, encuentra su pendiente y ordenada al origen.



9. Dada la siguiente gráfica, escribe su función.



10. Una compañía cobra una tarifa fija de \$50 por sus servicios más \$10 por cada hora trabajada. Escribe la función lineal que modela esta situación.

Del ejercicio anterior, emplea la función modelada para elaborar su representación tabular.

11. Diseña la función que represente el crecimiento lineal de una población que aumenta en 200 personas por año, partiendo de una base de 5000 personas, después de escribir la función en la forma  $y=mx+b$ , elabora su tabla.

12. Diseña una situación del mundo real que pueda modelarse con una función lineal. Presenta el modelo de forma comunicativa (escrita)

13. Del mismo modelo anterior, escribe su función lineal en forma algebraica.

14. ¿Cómo quedaría la representación numérica o tabular del modelo anterior? Elabórala.

15. Traza la gráfica del modelo anterior.

Apéndice F. Planeación didáctica validada



**Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico e Infraestructura Dirección Académica**



**Lista de Cotejo para revisión de UAC a partir de Progresiones en el MCEMS**

UAC: **Recursos Sociocognitivos** Estado: **CAMPECHE** Plantel: **CETMAR 029**  
**Temas selectos de matemáticas I**  
 Progresión: **3** Periodo Escolar: **FEBRERO - JULIO 2025**  
 Planeación elaborada por: **LOPEZ HERNANDEZ ZOILA LEONOR** Parcial: **IRO** Fecha de revisión: **2025-05-30**

Criterios y elementos de la planeación por progresión didáctica	SI	NO	OBSERVACIONES
<b>Identificación:</b>			
1. Presenta datos del plantel, UAC, nombre del docente, semestre, parcial y grupo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2. Indica la semana y la fecha de inicio y término de la aplicación de la estrategia	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3. Determina el tiempo de mediación docente y de estudio independiente	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>Intenciones formativas</b>			
4. Indica la progresión y corresponde con la señalada en el programa de estudios	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
5. Indica los contenidos de la progresión señalada en el programa de estudios	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
6. Contiene la categoría y corresponde con las señaladas en el programa de estudios	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
7. Contiene subcategorías que corresponden con las que se señala en el programa de estudios	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
8. Indica la(s) meta(s) de aprendizaje de acuerdo con la progresión respectiva, señalada en el programa de estudios	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
9. Señala el aprendizaje de trayectoria que se indica en el programa de estudios	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>Transversalidad</b>			
10. Indica la UAC(s) y/o UA(s) y la(s) progresión(es) con la(s) que se relaciona para el desarrollo de la multidisciplinariedad	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
11. Indica la evidencia articuladora (producto/ desempeño/ conocimientos) que se genera con la multidisciplinariedad	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
12. Indica la UAC(s) y/o UA(s) y la(s) progresión(es) con las que se relaciona para el desarrollo de la Interdisciplinariedad / transdisciplinariedad del proyecto del PAEC (Proyecto Aula, Escuela y Comunidad)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
13. Indica la semana(s) en que se desarrolla la transversalidad con la(s) otra(s) UAC(s) y/o UA(s) y progresiones	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
14. Indica la evidencia articuladora (producto/ desempeño/ conocimientos) que se generará con la interdisciplinariedad / transdisciplinariedad del proyecto del PAEC	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>Metodología</b>			
15. Señala la metodología utilizada para el aprendizaje (Metodología(s) activas de aprendizaje: Aprendizaje basado en proyectos (ABP), Aprendizaje basado en investigación (ABI), Aprendizaje orientado a proyectos (AOP), Aprendizaje basado en servicios (APS), Juego de rol, aula invertida, gamificación, entre otras)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>Momentos didácticos</b>			

<b>En la apertura</b>		
16. Realiza actividades de encuadre, aplica evaluación diagnóstica, determina el tiempo en el que se llevará a cabo la actividad	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
17. Menciona las técnicas didácticas y/o dinámicas de aprendizaje que utiliza en la apertura	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
18. En la evaluación diagnóstica indica la evidencia (producto, desempeño y conocimiento) que recupera los conocimientos previos	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
19. Indica el agente que realiza la evaluación diagnóstica (saberes previos) y menciona el instrumento de evaluación	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
20. Realiza la retroalimentación a partir del resultado de la evaluación diagnóstica	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>En el desarrollo</b>		
21. Incluye actividades en las que se promueve la transversalidad con otras UAC y/o UA	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
22. Contribuyen las actividades al desarrollo de las progresiones, categorías y subcategorías para el logro de las metas de aprendizaje	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
23. Aplica la metodología activa de aprendizaje señalada anteriormente, que contribuya al logro de las metas de aprendizaje	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
24. Contextualiza los contenidos de acuerdo con las UAC	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
25. Menciona las técnicas didácticas y/o dinámicas de aprendizaje que utiliza en el desarrollo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
26. Indica las evidencias del desarrollo de las progresiones y del logro de las metas de aprendizaje reflejadas en producto, desempeño o conocimiento	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
27. Indica el agente que evalúa las evidencias de aprendizaje en la evaluación formativa	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
28. Menciona el instrumento y ponderación de la evaluación formativa	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
29. Señala la retroalimentación para fortalecer el logro de las metas de aprendizaje y los aprendizajes de trayectoria	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>En el cierre</b>		
30. Las actividades de cierre tienen relación con las de apertura y desarrollo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
31. Menciona las técnicas didácticas y/o dinámicas de aprendizaje que utiliza en el cierre	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
32. Indican las evidencias del desarrollo de las progresiones y del logro de las metas de aprendizaje reflejadas en producto, desempeño o conocimiento	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
33. Indica el agente que evalúa las evidencias de aprendizaje en la evaluación sumativa	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
34. Menciona el instrumento y ponderación de la evaluación sumativa	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
35. Realiza la retroalimentación para fortalecer el logro de las metas de aprendizaje y los aprendizajes de trayectoria	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>La Estrategia centrada en el aprendizaje</b>		
36. Incluye la dosificación del tiempo por actividades y momento didáctico.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
37. Considera las actividades de estudio independiente alineadas al desarrollo de las metas de aprendizaje y aprendizajes de trayectoria.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

38. Contiene actividades de enseñanza-aprendizaje que favorecen ambientes de aprendizaje colaborativo, integrador, autónomo, etc.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
39. Incluye actividades de autoevaluación.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
40. Incluye actividades de coevaluación.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
41. Incluye actividades de heteroevaluación.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>Herramientas didácticas</b>			
42. Menciona como apoyo para el proceso de aprendizaje de los estudiantes las fuentes de información (bibliografía básica y complementaria, fuentes electrónicas, entre otras)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
43. Menciona el equipo, los materiales y recursos didácticos que se utilizarán	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
44. Promueve el uso de las Tecnologías de la información, comunicación, conocimiento y aprendizaje digital (TICCAD) para fomentar la cultura digital	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>Los instrumentos de evaluación:</b>			
1. Incluyen los datos de identificación (Plantel, UAC, grupo, tipo de evaluación, período de evaluación)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
2. Incluyen las metas y aprendizajes de trayectoria que se evalúan	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
3. Los indicadores de evaluación se relacionan con el logro de las metas y aprendizajes de trayectoria reflejados en conocimientos, habilidades y experiencias	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
4. Incluye la ponderación de cada criterio de evaluación. (Es necesario considerar la ponderación dependiendo del grado de complejidad del criterio de aprendizaje)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
5. La ponderación de cada criterio de evaluación (ítems), permite evaluar de manera congruente el nivel de logro de las metas de aprendizaje.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	
6. Incluyen la escala de valoración del nivel de logro de las metas de aprendizaje. (Ejemplo: 10 a 8 = desarrolla de las metas de aprendizaje; 7 a 6 = en vías de desarrollo; y 5 o menos = aún no desarrolla las metas de aprendizaje), puede ser en porcentajes o puntos obtenidos	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	

**RESULTADO OBTENIDO:**

Valoración Planeación didáctica: **44 Excelente**

Valoración instrumentos: **6 Excelente**

Evaluó: **MARCIA LETICIA GONZÁLEZ VILLANUEVA**

Rango de valoración Planeación didáctica:	Excelente= 44-40, Muy bueno= 39-35, Bueno= 34-31, Suficiente= 30-26 y No suficiente= 25 o menos.
Rango de valoración instrumentos:	Excelente= 6, Muy bueno= 5, Bueno-Suficiente= 4, y No suficiente= 3 o menos.

## Apéndice G. Exploración final

## CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS DEL MAR No. 29

## Exploración final de funciones lineales

**ESTIMADO PARTICIPANTE:**

*Se solicita su participación en la exploración final después de haber realizado la estrategia didáctica contextualizada usando Geogebra para aprender funciones lineales. Dirigido por la Inq. Zoila Leonor López Hernández, docente del plantel y responsable de la investigación del aprendizaje de funciones lineales en el Cetmar 29. ¡Muchas gracias por su valiosa participación!*

Nombre: \_\_\_\_\_ Género: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_

Area Técnica: \_\_\_\_\_ Semestre \_\_\_\_\_

**Indicaciones:** Responde las siguientes preguntas distribuidas en niveles. Recuerda demostrar tus respuestas con los procedimientos que ocupes. **Duración aproximada:** 50 minutos.

1. Escribe las cuatro diferentes representaciones de una función lineal:

2. . "Por cada hora trabajada, un mecánico naval gana 150 pesos. Si no trabaja, no gana nada". ¿Qué elementos identificas en esta descripción verbal de una función lineal?

- a)  $m = \text{horas trabajadas}$ ,  $b = \text{ganancia}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 150$
- b)  $m = 150$ ,  $b = 0$ ,  $x = \text{ganancia}$ ,  $y = \text{horas trabajadas}$
- c)  $m = 0$ ,  $b = 150$ ,  $x = \text{horas trabajadas}$ ,  $y = \text{ganancia}$
- d)  $m = 150$ ,  $b = 0$ ,  $x = \text{horas trabajadas}$ ,  $y = \text{ganancia}$

3. Un motor fuera de borda consume combustible de manera constante. La siguiente tabla muestra la cantidad de litros de gasolina utilizados dependiendo del tiempo de uso continuo en horas:

Tiempo (h)	1	2	3	4
Combustible(l)	3	6	9	12

¿Cuántos litros de combustible se consumirán pasadas 6 horas?

- a) 13
- b) 15
- c) 17
- d) 18

4. Una lancha de vigilancia se desplaza en línea recta a velocidad constante. Su posición en kilómetros respecto al puerto se modela con la función:

$$y = 25x$$

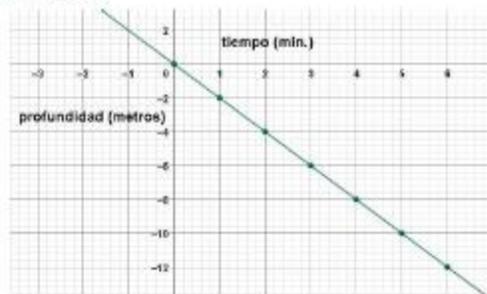
donde  $x$ : es el tiempo (h)

¿Cuántos kilómetros habrá recorrido después de 3.5 horas?

- a) 75 km
- b) 87.5 km
- c) 90 km
- d) 100 km



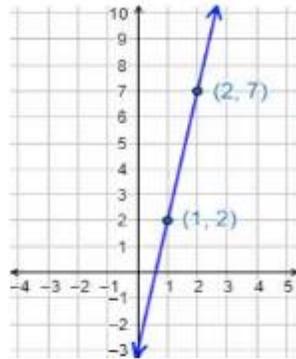
5. Observa la siguiente gráfica que representa la profundidad (en metros) a la que se encuentra un sensor en el mar en función del tiempo (en minutos).



¿Qué interpretación tiene la gráfica?

- a) El sensor sube y luego vuelve a bajar.
- b) El sensor se eleva 2 metros por minuto.
- c) El sensor desciende 2 metros por minuto.
- d) El sensor se mantiene a profundidad constante.

6. Dado el siguiente gráfico, encuentra su ecuación en la forma  $y=mx+b$ .



7. Los alumnos del Cetmar iniciaron el monitoreo de tortugas marinas Carey en la reserva de la Laguna de Términos en el año 2015 ( $t=0$ ) contando en ese momento con 100 tortugas Carey, y registrando un incremento constante de 200 tortugas por año. Escribe la función lineal que modela esta situación. ¿cuántas tortugas Carey habrá para el año 2025?



8. Un taller mecánico cobra una cuota base de \$200 por diagnóstico más \$150 por cada hora de reparación. Completa la tabla que muestra el costo total dependiendo del tiempo de trabajo:

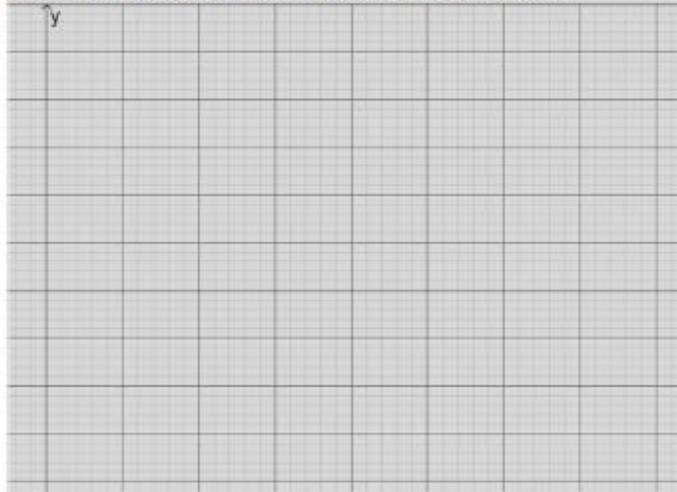
Tiempo (h)	1	2	3	4
Costo (\$)				

9. Durante la Feria del Mar en Ciudad del Carmen, un grupo de jóvenes emprendedores vende cocteles de camarón. Para participar, tuvieron que pagar una renta fija de \$300 por el puesto. Además, ganan \$60 por cada coctel vendido. Sus ingresos netos se modelan con la siguiente función lineal:

$$I(x)=60x-300$$



Traza la gráfica de la función en un plano cartesiano



10. Un grupo de estudiantes del CETMAR lleva el registro del crecimiento de tilapias en un sistema de recirculación acuícola. Obtienen los siguientes datos semanales del peso promedio por pez:

Tiempo (semana)	1	2	3	4
Peso promedio (g)	80	100	120	140

¿Cuál es la función que representa el crecimiento lineal del peso promedio del pez por semana?



11. Cada hora hago 3 pulseras. Ya tenía 2 cuando empecé. Quiero saber cuántas pulseras tendré después de algunas horas.

Tiempo (h)					
Cantidad de pulseras					

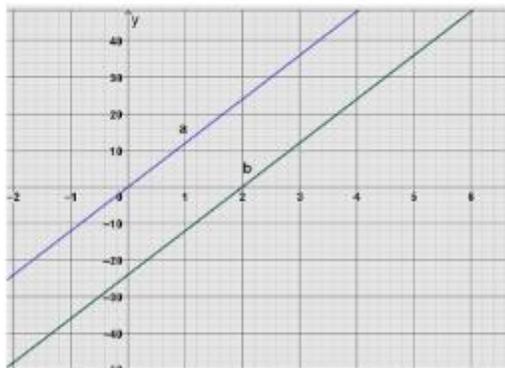
¿Cuál es la función lineal que representa la situación en la forma  $y=mx+b$ ?

12. Carlos, vende vasos de agua de jamaica en el malecón. Cada vaso lo vende en \$12 pesos, pero antes de comenzar a vender tuvo que pagar \$24 pesos por los ingredientes. Carlos anotó sus ganancias netas (ya con el descuento de los \$24) en la siguiente tabla:

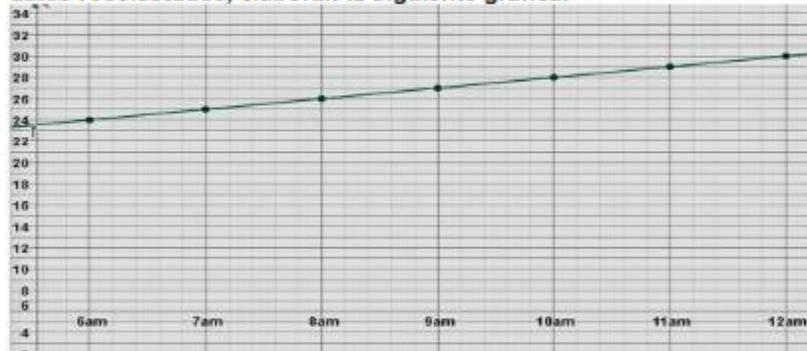
Vasos vendidos	0	1	2	3	4
Ganancia neta	-24	-12	0	12	24

¿Cuál es la función lineal que representa la situación en la forma  $y=mx+b$ ?

¿Cuál es la gráfica que representa la situación?. Marca con un círculo.



13. Estudiantes del CETMAR monitorean la temperatura del mar en una zona costera cercana a Ciudad del Carmen a lo largo del día. A partir de los datos recolectados, elaboran la siguiente gráfica:



Completa la siguiente tabla con los datos observados de la gráfica.

Hora del día					
Temperatura °C					

Escribe con tus propias palabras qué representa esta situación. ¿Qué pasa con la temperatura del mar a lo largo del día? ¿Es constante? ¿Sube o baja?

---

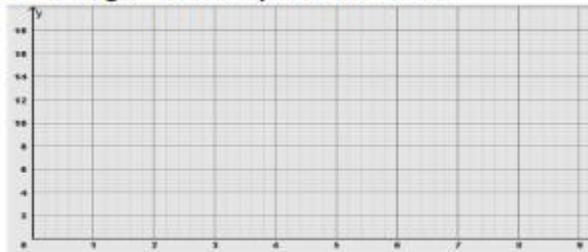


---

14. Durante una jornada de bienestar animal en Ciudad del Carmen, un grupo de estudiantes del CETMAR 29 apoya una campaña para adoptar perros callejeros. La función de la adopción de perros es la siguiente:  $y=2x+5$

Donde: x: número de días desde el inicio de la campaña  
 y: número total de perros que ya están en hogares

Traza la gráfica en un plano cartesiano



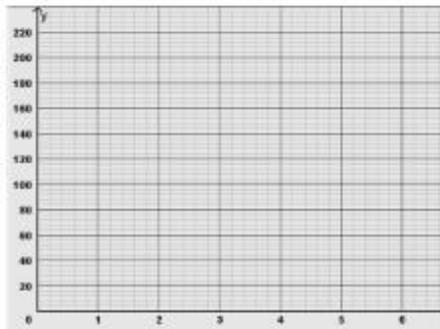
Describe con tus palabras qué representa esta situación. ¿Cuántos perros se adoptan cada día? ¿Cuántos había al inicio? ¿Qué nos permite predecir la gráfica?

15. Carlos, estudiante del CETMAR 29, instaló una app de control de tiempo en su celular para monitorear cuánto juega Free Fire durante las tardes. La app registra el tiempo acumulado cada día. Estos fueron los datos registrados durante la primera semana:

Día	1	2	3	4	5
Minutos en Free Fire	30	60	90	120	150

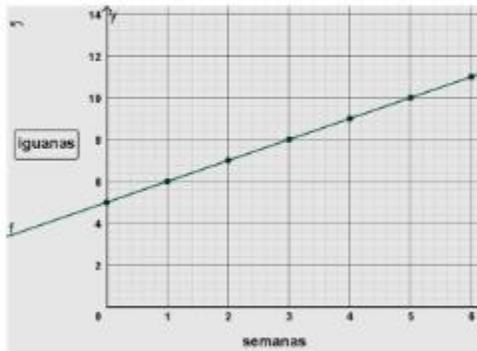
Escribe la ecuación de la función lineal en la forma:  $y=mx+b$

Dibuja la gráfica de la función en un plano cartesiano.



Escribe con tus palabras qué representa esta función.

16. Estudiantes del plantel observan la siguiente gráfica del número de iguanas observadas cada semana.



Realiza la tabulación de las iguanas observadas en el transcurso de las semanas.


Escribe la ecuación algebraica que representa esta situación en la forma:  $y=mx+b$

Explica con tus palabras qué representa esta función:

---

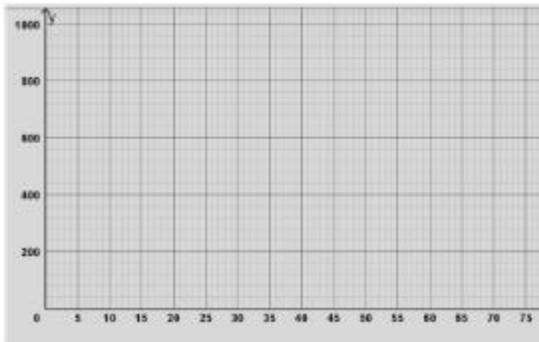
17. La siguiente función representa la ganancia total en pesos, por el emprendimiento de la venta de gomitas.

$$y=15x-90$$

Donde  $x$  es el número de bolsitas vendidas y  $y$  la ganancia neta (ingresos menos inversión inicial).

Elabora la tabla de la venta de gomitas y sus ganancias netas.


Traza la gráfica de la situación en el plano cartesiano.



Escribe con tus palabras qué representa esta función:



## Apendice I. Enlaces digitales

Infografico:

[https://www.canva.com/design/DAGj4F6-fjU/WArEWNuKgaZqZ04NKfo6\\_Q/watch?utm\\_content=DAGj4F6-fjU&utm\\_campaign=designshare&utm\\_medium=link2&utm\\_source=uniquelinks&utm\\_id=h0dc5dc22e4](https://www.canva.com/design/DAGj4F6-fjU/WArEWNuKgaZqZ04NKfo6_Q/watch?utm_content=DAGj4F6-fjU&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=uniquelinks&utm_id=h0dc5dc22e4)

Libro digital Geogebra:

<https://www.geogebra.org/m/ms8x3bpe>

Encuesta sobre el uso de Geogebra libro digital:

[https://docs.google.com/forms/d/1fThp\\_2zFjIRXDy04z6N1UFBiBaWTjG4Xj2euxe3ksWM/viewanalytics](https://docs.google.com/forms/d/1fThp_2zFjIRXDy04z6N1UFBiBaWTjG4Xj2euxe3ksWM/viewanalytics)