



**I
N
A
O
E**

Medición de perfiles utilizando técnicas de proyección de franjas

por

Ing. Marco Antonio Canchola Chávez

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS
EN LA ESPECIALIDAD DE
CIENCIAS ÓPTICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y
Electrónica**

Abril 2012

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Eduardo Tepichín Rodríguez

Investigador Titular del INAOE

Dra. Estela López Olazagasti

Investigador INAOE

© INAOE 2012

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y
distribuir copias en su totalidad o en
partes de esta tesis



Resumen

En este trabajo estamos interesados en las técnicas de luz estructurada. En particular nos enfocaremos en el desarrollo de dos técnicas, las cuales serán mostradas en este documento: el método de perfilometría por transformada de Fourier o Método de Takeda [16], y el método de desplazamiento de fase llamado Phase-Shifting [17], para el análisis de una superficie de referencia

Se describe el montaje experimental realizado en laboratorio, se lleva a cabo el desarrollo de un algoritmo para el desenvolvimiento de fase aplicado a ambos métodos y se propone un algoritmo para la implementación de un sistema semiautomático de generación, proyección de rejillas de Ronchi y adquisición de imágenes para llevar a cabo los métodos anteriormente mencionados.

Se presentan también los resultados preliminares obtenidos para la recuperación del perfil de un objeto de amplitud.

Abstract

In this work we are interested in the techniques of structured light. In particular we will focus on the development of two techniques, which will be shown in this document: the method of profilometry for transformed of Fourier or method of Takeda [16], and the method of phase-shift called phase-shifting [17], for a surface analysis of reference.

We describe the experimental setup in a laboratory, and propose two algorithms, one for the development phase applied to both methods and an algorithm for the implementation of a semiautomatic generation of Ronchi grid projection and image acquisition to take just the above methods.

Are also presented preliminary results obtained for the recovery of the profile of an amplitude object.

PREFACIO

Se desarrollará la metodología que se llevó a cabo para la realización de un sistema semiautomático de captura de imágenes y desenvolvimiento de fase que podrá realizar una reconstrucción de objetos en 3D así como la obtención del perfil de dichos objetos, para lograr nuestro objetivo, comenzaremos con la descripción de dos técnicas de proyección de franjas que se utilizarán en este trabajo.

Se dará una amplia explicación del montaje experimental realizado en el laboratorio que requiere el sistema antes mencionado.

Para controlar el sistema se creó una interfaz gráfica de usuario (GUIDE) implementada mediante MATLAB, y que permitirá el análisis semiautomático para ambas técnicas de reconstrucción tridimensional.

Los resultados de las pruebas obtenidos por el sistema y los comentarios finales del autor obtenidos a partir de dichos resultados se muestran en las secciones finales de este documento.

Hoy es el día en que mi vida comienza.
Hoy me convierto en un ciudadano del mundo.
Hoy me convierto en adulto.
A partir de hoy voy a tener que rendir cuentas a alguien más a parte de mí y de mi madre.
Hacerme responsable, no solo de mi vida.
A partir de hoy, tengo que ser responsable ante el mundo, ante el futuro.
A todas las posibilidades que la vida tiene por ofrecer.
A partir de hoy mi trabajo es entrar en el mundo con voluntad y listo.
¿Para qué? No lo sé para nada...Para todo.
Para hacer frente a la vida.
Para hacer frente al amor.
Para afrontar la responsabilidad y la posibilidad.
Hoy amigos míos es el día que mi vida comienza y yo por mi parte no puedo esperar.

Dedicatoria

Mi tesis la dedico con todo mi amor y cariño a ti DIOS que me diste la oportunidad de vivir y de regalarme una familia maravillosa. Con mucho cariño principalmente a mis padres que me dieron la vida y han estado conmigo en todo momento. Gracias por todo Papi y Mamá por darme una carrera para mi futuro y por creer en mí, aunque hemos pasado momentos difíciles siempre han estado apoyándome y brindándome todo su amor, por todo esto les agradezco de todo corazón el que estén conmigo a mi lado. A ti Mami Flor a pesar de que no estás aquí ahora en estos momentos conmigo, sé que tu alma si lo está y porque tuviste los mismos sueños que Yo te dedico con todo mi corazón mi tesis.

A mis tías y tíos Irma, Elsa, Lilia, Araceli, Mari, Antonio y Antonio Rodríguez gracias por estar conmigo, apoyarme siempre, y consentirme tanto, este trabajo que me llevo 2 años y medio hacerlo es para ustedes, solamente les estoy devolviendo lo que ustedes me dieron en un principio los quiero con todo mi corazón.

En especial a mi tía Irma que me enseñó que no necesito nada más que mis ganas y trabajar duro para alcanzar las estrellas. Primos, primas y sobrinitos, quisiera nombrarlos a cada uno de ustedes pero son muchos, pero eso no quiere decir que no me acuerde de cada uno, a todos los quiero mucho.

Jorge mi hermano, que te puedo decir, muchas gracias por estos quince años de conocernos y en los cuales hemos compartido tantas cosas, hemos pasado tanto que ahora estás conmigo en este día tan importante. Solo quiero darte las gracias por todo el apoyo que me has dado para continuar y seguir con mi camino y recuerda que eres muy importante para mí. "We ride together, we die together. Brothers for life"

A todos mis amigos Diego Carapia, Beto Zarco, Israel Montalvo, Layla, Mayra y Magy Tapia, Viviana, Gloria, Valeria, Ceci, Marcela, Luis Ayala, Edgar Orgaz, Valentin Sánchez, Cesar Gama, Jacobo ,Juan Jesús ,Nayelli Aleman, Oscar Rojas.

Y a mis profesores por confiar en mí, Dr. Eduardo Tepichín, Dra. Estela López Olazagasti por tenerme la paciencia necesaria, Dr. Carlos Treviño y Dr. David Sánchez de la Llave no tengo como agradecerles sus asesorías

Sin ustedes a mi lado no lo hubiera logrado, tantas desveladas sirvieron de algo y aquí está el fruto. Les agradezco a todos ustedes con toda mi alma.

Agradecimientos

Gracias a Dios por permitirme llegar hasta este momento tan importante de mi vida y lograr otra meta más en mi carrera.

Gracias a mis padres Angélica Canchola y Antonio Canchola por su cariño, comprensión y apoyo sin condiciones ni medida aun estando tan lejos de casa. Gracias por guiarme sobre el camino de la educación.

Gracias a mis hermanos, Flor, Fernanda, Lalo, Naomi, Karla, Karina, Maria José y Viridiana,

Gracias a mi hermano Jorge por tus comentarios, sugerencias y opiniones.

Gracias a mis asesores Dr. Eduardo Tepichín Rodríguez, Dra. Estela López Olazagasti por haber sugerido y dirigido esta tesis, por su disposición y ayuda brindadas además sé que les ha supuesto un sobreesfuerzo, ya que ha sido un trabajo sobreañadido al que diariamente tenían.

A los técnicos de laboratorio del grupo de investigación “Ciencias de la imagen y Física de la Visión” al cual pertenezco: Gustavo Ramírez-Zavaleta y Jorge M. Ibarra Galitzi por su ayuda y consejos durante el desarrollo de esta tesis.

Gracias mis sinodales Dr. David Sánchez de la Llave, Dr. Luis Raúl Berriel Valdós y Dra. Sandra Balderas Mata, por haber revisado este manuscrito y sus valiosos comentarios.

A CONACyT por la beca y el apoyo otorgado para la realización de estos estudios de posgrado, al proyecto número 98777 “ Perfiles corneales con asfericidad variable” por el apoyo brindado.

Gracias a mis amigos Sony Tecuatl (Mi peacito de cielo), Faby, Sergio, Juan Carlos y Chucho, por hacer que cada pedazo de tiempo fuera ameno. No voy a olvidar sus consejos, enseñanzas y ayuda durante el lapso de mi tesis.

Un especial agradecimiento para el M. en C. Javier Caldera. Gracias por tu amistad, apoyo, amor, regaños y los comentarios que me ayudaron a concluir esta tesis y seguir adelante.

Gracias a todos mis amigos que estuvieron conmigo y compartimos tantas aventuras, experiencias, desveladas y triunfos.

Gracias a cada uno por hacer que mi estancia en el INAOE fuera memorable.

Índice General.

Resumen	2
Abstract	2
Prefacio	3
Dedicatoria	5
Agradecimientos	6
Capítulo 1: Introducción	9
1.1 Tecnicas Por Contacto.....	9
1.2 Tecnicas Por No Contacto.....	14
Capítulo 2: Técnicas de Proyeccion de Franjas	24
2.1 Introducción.....	24
2.2 Perfilometria Por Método de Takeda.....	26
2.3 Perfilometria Por Desplazamiento de Fase (Phase-Shifting).....	32
2.4 Generación de la imagen de Fase.....	32
Capítulo 3: Desarrollo Experimental	34
3.1 Introducción.....	34
3.2 Adquisición de Imágenes.....	37
Capítulo 4: Rejillas Ronchi y Algoritmo de Desenvolvimiento	40
4.1 Rejillas Ronchi.....	40
4.2 Procesamiento de Imágenes.....	42
4.3 Desenvolvimiento de Fase.....	43
Capítulo 5: Interfaz Gráfica de Usuario (GUI)	49
5.1 Introducción.....	49
5.2 Ventanas del Sistema.....	50
Capítulo 6: Resultados Experimentales	57
6.1 Introducción.....	57
6.2 Objetos de Referencia.....	57

Capítulo 7: Conclusiones.....66

APÉNDICE A: Desarrollo Matematico (Método de Takeda).

APÉNDICE B: Desarrollo Matematico (Phase-Shifting).

APÉNDICE C: Ventanas (GUIDE).

Capítulo 1.- Introducción.

Hoy en día la recuperación y medición tridimensional de la forma de un objeto es de gran interés en diferentes aplicaciones, que pueden ser industriales [1], técnicas [2] o médicas [3,4].

La recuperación tridimensional antes mencionada, requiere la digitalización que permite la producción de un modelo virtual que reproduce el volumen, textura y color de un objeto real, ésta puede ser almacenada en un archivo de computadora para su posterior uso.

Las técnicas de digitalización en 3D se pueden dividir en dos tipos: de Contacto y No Contacto (Fig.1.1). A continuación describimos brevemente cada uno de estas técnicas.

1.1 Técnicas Por Contacto.

Los sistemas de adquisición de formas por contacto físico son aquellos que exploran la superficie de los objetos por medio de dispositivos que tienen contacto directo con la superficie a explorar. Alcanzan gran precisión y son usados frecuentemente en la industria.

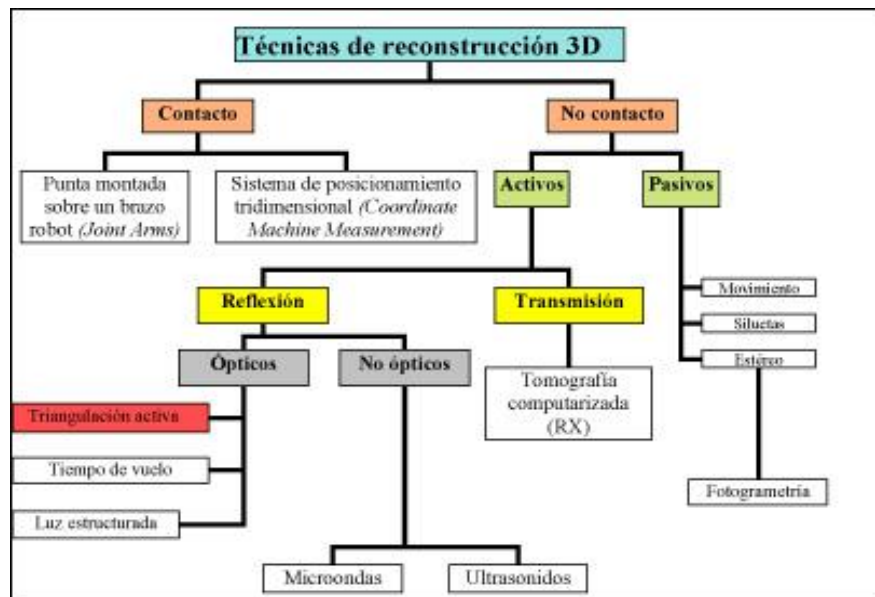


Figura 1.1- Tipos de Adquisición 3-D de Objetos (Rocchini, 2001)¹

¹Imagen tomada de: <http://www.todaysmachiningworld.com>

Uno de los sistemas más comunes de escaneo por contacto es el llamado Sistema de Posicionamiento Tridimensional o “Coordinate Machine Measurement” [6] (Ver Fig. 1.2). Este método de contacto consiste en una sonda por medio de la cual se obtienen mediciones referentes a la posición tridimensional de cientos de puntos sobre las superficies de las piezas. Las coordenadas X, Y, Z de cada punto medido son guardadas para procesarlas con software especializado [7]. Las mediciones obtenidas por este método de contacto pueden alcanzar gran precisión; por lo que su empleo generalmente es utilizado en la industria manufacturera en aplicaciones donde cada parte debe ajustar perfectamente.



Figura 1.2.- Sistema de posicionamiento tridimensional (Coordinate Machine Measurement)².

²Imagen tomada de: <http://www.todaysmachiningworld.com/how-it-works-%E2%80%93-beyond-calipers/>

Otra de las técnicas por contacto es la llamada de Punta montada sobre un brazo robot ó (Joint Arms), la cual se muestra en la Fig. 1.3. Esta técnica opera bajo el mismo principio de contacto de los Sistemas de Posicionamiento Tridimensional, con la diferencia que son dispositivos ligeros, fácilmente transportables, que se pueden montar sobre cualquier superficie rígida. Cuentan con articulaciones que permiten al operador girar la sonda de medición en cualquier dirección; y, además, tiene puntas exploratorias intercambiables que pueden ser utilizadas dependiendo de las características de la superficie del objeto.



Figura 1.3.- Técnica de digitalización de datos para la construcción de modelos 3D por contacto de Punta montada³

³Imagen tomada de: <http://www.deskeng.com/articles/aaaxyk.htm>

Estas ventajas hacen de los brazos robot herramientas de inspección versátiles. El procedimiento de captura de datos es relativamente fácil, ya que basta con tocar la superficie que se desea escanear con la sonda, hacer clic en el botón de grabación y pasar a la próxima medición. Con este dispositivo es posible recolectar los datos continuos de las mediciones [6], permitiendo capturar las coordenadas de una cantidad mayor de puntos (ver Fig. 1.4).

Sin embargo, uno de los problemas de los sistemas por contacto es el tiempo de escaneo que necesitan para recorrer el objeto de estudio punto por punto, lo cual los vuelve lentos en comparación con otros métodos.



Figura 1.4.- Escaneo por medio de punta exploratoria montada sobre un brazo robot (Joint Arms)⁴.

⁴Imagen tomada de: "Archivo Proyecto "Desarrollo de aplicaciones de computación en arqueología"

Otra desventaja de estas técnicas es que, al depender del contacto físico, puede llegar a causar daños o modificaciones a la superficie de los objetos y como existen aplicaciones donde la adquisición de formas es sobre objetos sumamente delicados, estos métodos por contacto serían inaceptables [5].

Por otro lado, además de las desventajas mencionadas anteriormente, se tiene el hecho de que las máquinas dependen de marcos rígidos, como se puede observar en la Fig. 1.2. No es recomendable utilizar esta técnica sobre piezas flexibles o frágiles debido a que podrían producir deformaciones o alteraciones sobre las mismas [6].

Una alternativa son las Técnicas de No contacto, en las cuales estamos particularmente interesados en esta tesis y que se describen a continuación.

1.2 Técnicas de No Contacto.

En el campo de las técnicas de no contacto existen diferentes ejemplos como: tomografía computarizada de rayos X [8], escáner láser [10] y fotogrametría [11]. Las cuales utilizan equipos que emiten cierto tipo de energía, por ejemplo luz o sonido, para examinar la superficie del objeto a escanear.

Estas técnicas se pueden subdividir en activas y pasivas. Las primeras consisten en técnicas que no emiten ninguna clase de radiación, pero se enfocan en detectar la reflejada en el ambiente como puede ser la luz visible. Las segundas son aquellas técnicas que se caracterizan por emitir alguna clase de radiación (luz, ultrasonido u ondas de radio). La medición de la forma del objeto se logra analizando la energía reflejada o transmitida por la superficie del objeto.

La característica principal de estas técnicas es la rapidez con la que se pueden obtener las mediciones requeridas de un objeto. Un ejemplo de técnica pasiva es la fotogrametría [12], la cual consiste en la creación de modelos tridimensionales a partir de la medición y análisis de las características geométricas de objetos representados en imágenes digitales de dos dimensiones. Emplea dos cámaras fotográficas un tanto apartadas apuntando al mismo objetivo. Analizando las

diferencias entre las tomas de las cámaras puede determinarse la distancia entre los lentes y el objeto en diferentes puntos de las imágenes.

El uso de esta tecnología ha tenido como objetivo la obtención de información topográfica con fines cartográficos. En el caso concreto de la arqueología se ha utilizado mayormente para la reconstrucción virtual de edificios y en el registro detallado de algunos elementos arquitectónicos.

Para su aplicación en este campo, se utiliza una variante llamada estereofotogrametría, que replica la capacidad del cerebro humano para recrear un modelo en tercera dimensión, basándose en lo que captan los ojos mediante la visión estereoscópica. De esta forma, cada ojo capta una imagen del mismo objeto con una pequeña variación en el ángulo desde que el objeto es observado. Una vez obtenidas ambas imágenes, el cerebro procesa la información de las dos perspectivas, encuentra los puntos en común y las diferencias entre estos, y los toma como referencia para asignarles una profundidad determinada. Con esa información se genera el modelo estereoscópico tridimensional.

La estereofotogrametría utiliza entonces una cámara que hará las veces del ojo humano, y en base a un patrón de desplazamiento, ya sea del objeto que se está registrando o de la cámara misma, se van obteniendo múltiples fotografías del elemento con una variación en el ángulo de observación.

Una vez obtenida la serie de imágenes, se seleccionan varios puntos de referencia, los cuales coinciden en cada fotografía, a través de dichos puntos se puede restituir la forma sin deformaciones usando un programa de cómputo, generalmente llamado restituidor [12].

El restituidor analizará mediante algoritmos matemáticos las variaciones entre los diferentes puntos en cada fotografía, lo que arrojará datos que serán interpretados como diferencias de profundidad de cada elemento común.

Al relacionar estas medidas de profundidad con las ya conocidas de distancia en relación al modelo (que puede ser variable) y la posición desde la cual se está registrando (ángulo de observación), se obtiene un sistema de coordenadas (X, Y, Z) para cada punto. El algoritmo matemático será aplicado un número determinado de veces para generar la relación entre los puntos registrados, lo que tendrá como resultado el modelo tridimensional del objeto, conformado por puntos líneas y polígonos.

Como ejemplo de esta técnica de fotogrametría tenemos la Fig. 1.5 donde la imagen de la izquierda muestra la selección de puntos de referencia de varias fotografías para la creación de una sola imagen [12]. Y la imagen de la derecha, ejemplifica el uso de la técnica de fotogrametría en el análisis de jeroglíficos de una columna para verlos en un plano bidimensional [6].



Figura 1.5.- Ejemplos de fotogrametría⁵.

⁵Imagen tomada de: <http://www.futuropasado.com/?p=493>

Otra de las técnicas de no contacto es la técnica de escáner 3D (tiempo de vuelo) que utiliza la luz de un láser para examinar la superficie del objeto que se quiere escanear, y por medio de un telémetro láser mide la distancia que hay entre el punto de salida del láser y la superficie del objeto [7], cronometrando el tiempo del viaje redondo de un pulso de luz. Debido a que el láser apunta su rayo en un rango horizontal es necesario apuntar el escáner sobre diferentes puntos del objeto para obtener mediciones de la superficie total del mismo y poder lograr un modelo tridimensional. La ventaja de estos escáneres es que pueden recopilar datos sobre mediciones a distancias muy lejanas, las cuales pueden llegar al rango de varios kilómetros [13]. Estas técnicas son muy útiles para realizar escaneos de grandes estructuras como pueden ser edificios o topografías geográficas (Fig. 1.6). Su desventaja se encuentra en el rango de precisión debido a que suele ser del orden de milímetros y no de micrómetros como en otras técnicas.

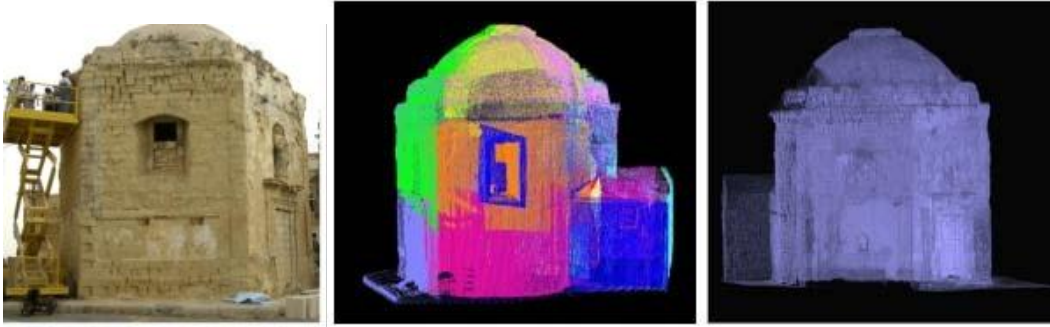


Figura 1.6.- Ejemplo de escáner láser 3D de tiempo de vuelo⁶.

⁶Imagen tomada de: Pires y Borg, 2008 en Handbook on the Use of Lasers in Conservation and Conservation Science

La técnica de escáner láser por medio del método de triangulación forma parte también de las técnicas denominadas de no contacto y es muy utilizada en la actualidad. Como su nombre lo indica, utiliza el principio de triangulación activa basado en la aplicación de un haz de luz por medio de un emisor láser sobre la superficie de la escena que examina (Fig. 1.7); posteriormente la luz reflejada del láser es captada por un sistema óptico (cámara digital), el cual a través de un sensor denominado dispositivo de acoplamiento por carga (CCD), que se encuentra dentro de la cámara, ubica las medidas de profundidad de la superficie inspeccionada como deformaciones de la luz láser [14].

Estas medidas son representadas en una señal de imagen digital que contiene información referente a las coordenadas X , Y , Z del conjunto de curvas de la superficie escaneada. El punto del láser sobre la superficie del objeto, la cámara y el emisor del láser forman un triángulo. Aunado a esto, el conocimiento de la distancia entre el emisor y la cámara permite aplicar el teorema de Pitágoras para

conocer la distancia entre el emisor del láser y la superficie escaneada logrando obtener mediciones precisas.

El empleo del emisor láser en este método es vital para la obtención de datos; ya que sus características de coherencia, resolución y monocromática hacen que su uso sea el más adecuado para la determinar las medidas de la superficie de los objetos a examinar.

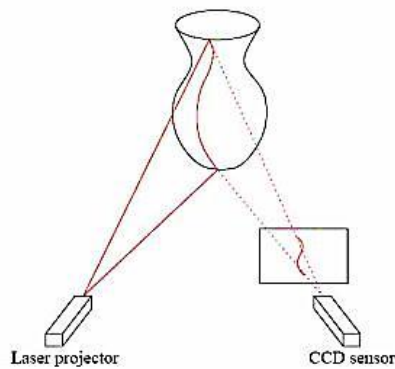


Figura 1.7.- Principio del método de triangulación⁷

⁷Imagen tomada de: Bernardi y Rushmeier, 2002:151

Los escáneres de triangulación utilizan un haz de luz láser, horizontal o vertical, que “barre” el objeto con una orientación perpendicular a esta línea en lugar de emitir un solo punto cada vez. De esta manera el proceso de adquisición de los datos es más veloz. Es importante mencionar que debido a las formas irregulares de los objetos escaneados es altamente probable que determinadas zonas la superficie del objeto se encuentren ocultas desde la posición del escaneo; haciéndolas invisibles para el recorrido del láser; por lo que dichas partes se denominan zonas oscuras [15].

Una vez obtenida la información, cada punto del modelo es referenciado de acuerdo al sistema de coordenadas X, Y, Z tomando un centro relativo al propio modelo. De igual manera se recupera información acerca del color de cada punto (basado en matrices con referencia RGB) y se genera la correspondiente relación entre la superficie y los atributos de color, que darán como resultado la visualización de la textura del modelo. Las tomas individuales (parciales) de los diferentes segmentos del objeto a escanear posteriormente deben unirse en los puntos concordantes (registro) para crear superficies de puntos que conformarán el modelo completo en 3D.

En ocasiones la relación de la textura con el modelo tridimensional no es exacta, por lo que se deben aplicar técnicas de modelado para hacer las correcciones pertinentes. La ventaja de este tipo de escáneres es su grado de precisión que puede llegar a ser del orden de los micrómetros [6].

El objetivo de ambas técnicas es la introducción de información geométrica en la iluminación para facilitar la extracción de la profundidad de la escena que se pretende digitalizar. Este tipo de escáneres proyectan una línea de luz en el objeto y miran la deformación de la luz provocada por la superficie del mismo con base a las diferentes distancias en las que incide la luz. Esto produce una imagen bidimensional, que al ser complementada con la información de la profundidad produce una referencia tridimensional de cada punto capturado.

La información de profundidad se adquiere del desplazamiento relativo de los diferentes puntos de la línea de luz. La ventaja de esta técnica de escaneo es que realiza mediciones de múltiples puntos a la vez, agilizando el tiempo de escaneo de objetos o muestras. Utilizar estas técnicas de escáneres 3D de luz estructurada requiere del procesamiento de múltiples imágenes para generar la escena completa, y el ángulo de captura servirá como referencia para establecer la ubicación espacial de los puntos concordantes. Éstas se generarán al desplazar la fuente de luz o al mover la escena de manera que el ángulo cambie. (Fig. 1.8)

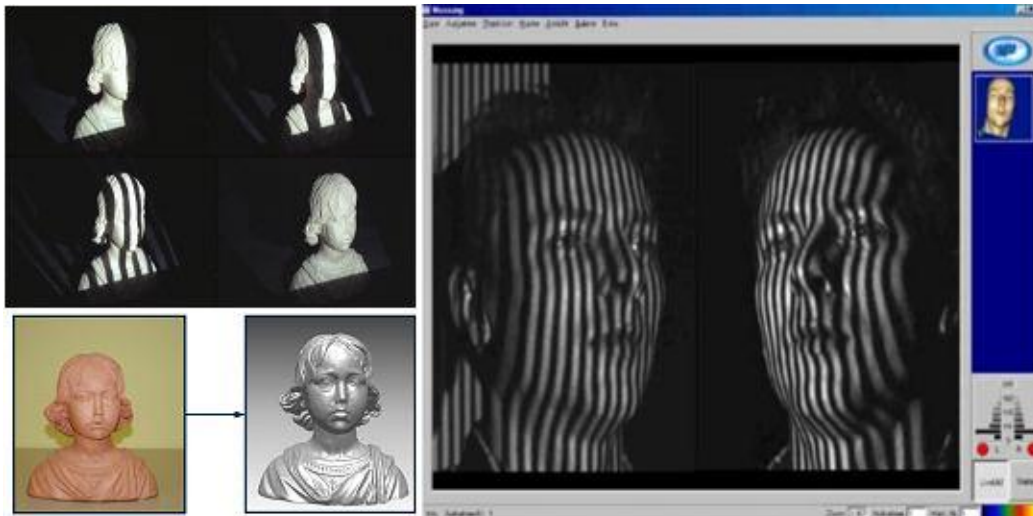


Figura 1.8.- Ejemplos del método de luz estructurada⁸.

⁸Imagen tomada de: <http://en.wikipedia.org/w/index.php?oldid=380912811>

Una variante de esta técnica es un método automático de medición de fase desarrollado por Mitsuo Takeda y Kazuhiro Mutoh a principios de los años 80's. Este método ha sido extensamente utilizado (Sarmiento et. al., Nicchiotti, Rocchini, etc.) y es base para muchos sistemas industriales como los desarrollados por Opton Japan, MiiC USA [5].

El montaje experimental usado la técnica de perfilometría por transformada de Fourier en es el mismo al de la técnica de desplazamiento de fase, pero en el caso de la primera, solo una imagen de rejilla es proyectada sobre la superficie del objeto, siendo después capturada por la cámara y procesada posteriormente en la computadora sin el uso de una tercera o cuarta imagen, lo que permite recopilar toda la información con una sola toma. Lo cual conlleva a una disminución en el tiempo de la adquisición de la reconstrucción virtual de la muestra.

En el grupo de investigación al que pertenezco, estamos interesados en la recuperación de perfiles de lentes oftálmicas. Para lograr esta meta comenzaremos primero con la recuperación de los perfiles de superficies de referencia, utilizando las técnicas de no contacto mencionadas anteriormente, en forma simultánea, utilizando los mismos datos experimentales.

Para ello, se desarrollará un sistema semiautomático que podrá realizar una reconstrucción de objetos en 3D así como la obtención del perfil de dichos objetos.

Para lograr nuestro objetivo, en el capítulo 2 se llevará a cabo la descripción de ambas técnicas de proyección de franjas que se utilizarán en este trabajo. Se desglosarán las ecuaciones que implican la obtención de la fase en ambas técnicas

En el capítulo 3, se hará una extensa explicación del montaje experimental realizado en el laboratorio para la obtención de las imágenes de fase. Se detallarán las características de los elementos usados en dicho montaje.

En el capítulo 4, se desarrollará la metodología que se llevó a cabo para la realización del sistema semiautomático de captura de imágenes y desenvolvimiento de fase.

La interfaz gráfica de usuario (GUIDE) desarrollada e implementada mediante MATLAB, así como el desarrollo experimental en el laboratorio que permitirá el análisis semiautomático para ambas técnicas de reconstrucción se describirán ampliamente en el capítulo 5.

Los resultados experimentales obtenidos utilizando el sistema desarrollado, tanto para el método de Takeda [16] como para el método de Phase Shifting aplicado a diferentes superficies de referencia serán mostrados en el capítulo 6 de este documento.

Finalmente en el capítulo 7, se darán a conocer los comentarios finales de este trabajo de tesis en forma de conclusiones a partir de los resultados obtenidos. Se darán a conocer los trabajos que se tienen pensado realizar a futuro tomando como base los objetivos cumplidos en este trabajo.

Capítulo 2.- TÉCNICAS DE PROYECCIÓN DE FRANJAS.

2.1 Introducción.

Como ya se mencionó, las técnicas perfilométricas utilizadas consisten en proyectar un patrón de franjas periódicas sobre la superficie del objeto. Luego, a partir de la imagen del objeto, se interpretan las deformaciones del sistema de franjas como variaciones topográficas de la superficie.

En este trabajo se presenta una herramienta semiautomática para determinar formas tridimensionales de objetos opacos, empleando de manera independiente el método propuesto por Takeda [16] y la técnica de corrimiento de fase (Phase-Shifting).

Los métodos aquí utilizados para la reconstrucción de objetos en 3D se basan en el uso de "Luz estructurada", es decir, la iluminación activa de la escena con el diseño de un patrón 2D de variación espacial periódica en 1D de perfil cuadrado, tal y como se muestra esquemáticamente en la Fig. 2.1

La variación espacial de la iluminación estructurada en 2D es generada también por el sistema aquí propuesto y enviada al objeto mediante el uso de un proyector multimedia.

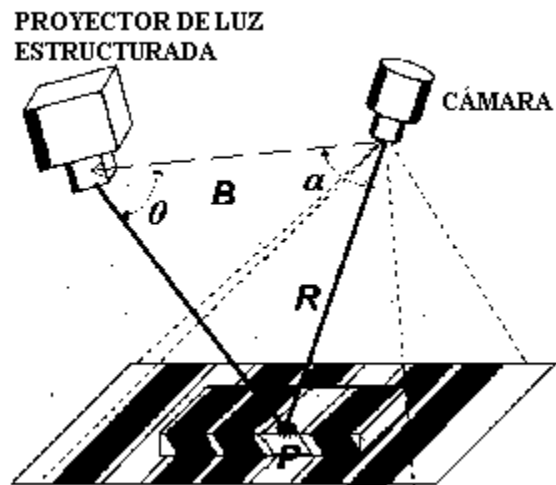


Figura 2.1.- Proyección de “Luz Estructurada”

Se utiliza una webcam, para adquirir una imagen de la escena bajo la iluminación de la luz estructurada. Si la escena es una superficie plana, sin ninguna variación, el patrón mostrado en la imagen resultante es similar a la del patrón de luz proyectado. Sin embargo, cuando la superficie de la escena no es plana, la forma geométrica de la superficie distorsiona el patrón de luz proyectado.

El principio de ambas técnicas de reconstrucción (Takeda – Phase-Shifting), consiste en extraer la forma de la superficie 3D basados en la información de la distorsión del patrón de luz proyectado al objeto (imagen de fase), dicha información puede ser calculada mediante el uso de varios principios de la luz estructurada y la implementación de un algoritmo en este trabajo para su desenvolvimiento.

Una adecuada selección del periodo de la rejilla a proyectar, de los ángulos de proyección y observación, así como también los valores de desplazamiento de fase, nos permiten obtener una mejor reconstrucción del objeto estudiado.

En este capítulo se describen matemáticamente tanto el método de Takeda [16], como el método de obtención de fase para el método Phase-Shifting.

2.2 Perfilometría Por Método de Takeda.

Como ya se mencionó, uno de los métodos seleccionados para esta tesis es el “Método de Takeda”, el cual se define se define como un método automático de medición basado en medición de fase. Fue desarrollado por Mitsuo Takeda y Kazuhiro Mutoh a principios de los años 80's. La esencia de esta técnica se puede explicar fácilmente en el espacio frecuencial, mediante la transformada de Fourier.

Con el fin de dar una explicación más clara en los procedimientos del método, se usará una representación en forma exponencial utilizada en la literatura, como la de Nicchiotti, Sarmiento, Williams [18,19] y no en forma de expansión de series de Fourier como la que propone Takeda [16].

Empezamos suponiendo que la imagen de una rejilla deformada por la topología de la superficie de referencia sobre la cual fue proyectada está dada por:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[2\pi f_o + \Phi(x, y)], \quad (2.1)$$

dónde:

$a(x, y)$ es la distribución no uniforme de la reflectividad sobre la superficie del objeto, $b(x, y)$, $\Phi(x, y)$ y f_o , son la intensidad, la fase y la frecuencia espacial de la rejilla (patrón de líneas ya deformadas), respectivamente.

La imagen de rejilla deformada dada por la Ec. 2.1 puede ser interpretada como múltiples señales moduladas en fase $\Phi(x, y)$, en amplitud $a(x, y)$ y con frecuencia espacial portadora f_o . Basados en que la fase posee información acerca de la forma tridimensional a medir, el problema es como separar $\Phi(x, y)$ del resto de la información.

Llevando la Ec. 2.1 a su representación exponencial tenemos que:

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{2\pi f_o} + c^*(x, y)e^{-2\pi f_o}, \quad (2.2)$$

en donde:

$$c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\Phi(x, y)}. \quad (2.3)$$

Calculando la transformada unidimensional de Fourier de la Ec. 2.2 para la variable de x , con y manteniéndose constante obtenemos:

$$G(u, v) = A(u, v) + C(u - u_0, v) + C^*(u + u_0, v), \quad (2.4)$$

en donde las letras mayúsculas representan el espectro de Fourier y f representa la frecuencia espacial en la dirección de x con y constante. La Ec. 2.4 tomará la forma genérica representada esquemáticamente en la Fig. 2.2.

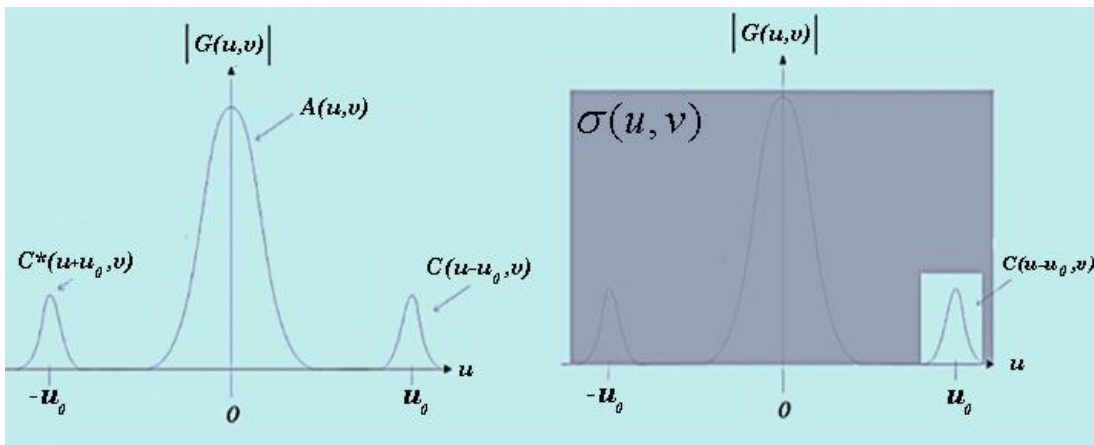


Figura 2.2.- Espectro espacial de Fourier de la imagen¹

Para separar el índice de reflectividad $a(x, y)$ y el conjugado de la primera componente armónica $c^*(x, y)$ se necesita pasar la señal por un filtro pasa-bandas el cual debe de estar centrado en f_0 . Para realizar lo anterior se utilizó un filtro ideal (máscara).

^{1 y 2} Imágenes tomadas de: J. Opt. Soc. Am./Vol. 72, No. 1/January 1982

La componente que se va a obtener, filtrándola de las demás, es el primer orden de la transformada de Fourier. Después del filtrado, la señal $C(f + f_0, y)$ se trasladará al origen para obtener $C(f, y)$. Lo que se ilustra en la Fig. 2.3:

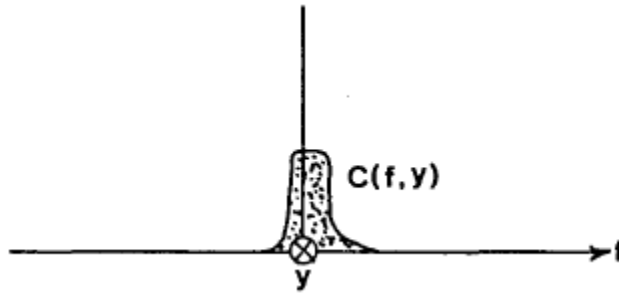


Figura 2.3.- Primer orden seleccionado y trasladado al origen².

Esto se logra a partir de una sencilla operación basada en una de las propiedades del teorema de la convolución:

$$F(f * g) = (F(f) \cdot (F(g))), \quad (2.5)$$

donde:

F denota la Transformada de Fourier de f .

Entonces para poder hacer dicho corrimiento se utiliza el siguiente procedimiento: primero se obtiene la transformada unidimensional de Fourier (FFT) de la señal filtrada, así como la FFT de una delta de Dirac centrada en $-f_0$; hecho esto se procede a multiplicar ambas transformadas, ahora se tiene que obtener la FFT inversa de la señal para poder enviar la señal al origen en el espectro espacial de

Fourier una vez más, esta transformada se realiza en una dimensión; es decir, se avanza en x mientras que y se mantiene como un parámetro constante, quedando así $\widehat{g}(x, y)$ cuya representación se puede observar en la Ec. 2.6.

$$\widehat{g}(x, y) = \frac{1}{2} \mathbf{b}(x, y) e^{i\Phi(x, y)} , \quad (2.6)$$

en donde $\widehat{g}(x, y)$ es la transformada inversa de Fourier de la información ya centrada y filtrada, (ver apéndice A).

En el caso de ejes ópticos cruzados, que fue el arreglo experimental utilizado para este trabajo y el cual se explicará en la sección 3.1 del capítulo 3, se realizan los mismos pasos para la imagen que solo contiene el fondo (plano de referencia) y así se obtiene:

$$\widehat{g}_0(x, y) = \frac{1}{2} \mathbf{b}(x, y) e^{i\Phi_0(x, y)} , \quad (2.7)$$

y se genera a partir de la multiplicación de la Ec. 2.6 y la Ec. 2.7, tomando en cuenta que se toma el complejo conjugado de la Ec. 2.7 una nueva señal:

$$\widehat{g}(x, y) \cdot \widehat{g}_0^*(x, y) = \left| \frac{1}{2} \mathbf{b}(x, y) \right|^2 e^{i\Delta\Phi(x, y)} , \quad (2.8)$$

en donde:

$$\Delta\Phi(x, y) = \Phi(x, y) - \Phi_0(x, y) . \quad (2.9)$$

Tomando en cuenta que la modulación de fase inicial $\Phi(x, y)$ para $h(x, y) = 0$ es ahora abstraída en la Ec. 2.9, da ahora solo la modulación de fase debido a la distribución de la altura del objeto.

De la información representada en la Ec.2.9 la única que interesa es la de fase $\Delta\Phi(x, y)$ ya que contienen los datos de profundidad del objeto.

En este trabajo debido a la facilidad con que puede transportarse esta notación al código correspondiente en el programa de cómputo para obtener la distribución de fase $\Delta\Phi(x, y)$ se propone el uso del método de arco-tangente de cuatro cuadrantes donde simplemente se toma la parte imaginaria y se desecha la parte real como lo marca la Ec. 2.10

$$\Delta\Phi(x, y) = \left(\frac{\text{Im}(\hat{g}(x, y) * \hat{g}_0(x, y))}{\text{RE}(\hat{g}(x, y) * \hat{g}_0(x, y))} \right) . \quad (2.10)$$

Al usar el método del arco-tangente para la obtención de la distribución de fase, los valores solo se encuentran definidos en $\pm\pi$, la distribución de la fase se dice que se encuentra envuelta en este rango y consecuentemente tiene discontinuidades con saltos de fase de 2π . La corrección de este problema o como es conocido ya en la literatura como el desenvolvimiento de fase, procedimiento que se explicará brevemente en la sección 4.3 del capítulo 4 de este documento.

2.3 Perfilometría por Desplazamiento de Fase (Phase-Shifting).

El primer método que desarrollaremos en este trabajo de tesis es el método de desplazamiento de fase o Phase-Shifting. En dicha técnica se reconstruye la información de la topografía de un objeto a partir de la deformación de un sistema periódico de franjas que son proyectadas sobre él.

El montaje experimental que se utilizó para implementar esta técnica es el mismo utilizado para la técnica del método de Takeda [16] y el cual será descrito más adelante. Las franjas se están generaron de manera artificial por medio del software diseñado en esta tesis. Las imágenes del objeto con las franjas proyectadas sobre la superficie se registra por medio de una webcam.

2.4. Generación de la imagen de fase.

Como ya se había descrito el registro digital de la imagen del objeto sobre el que se han proyectado franjas está representado matemáticamente por la Ec. 2.1. Sin embargo; para poder explicar el procedimiento de la generación de una imagen de fase, nos conviene reescribir la Ec. 2.1 como:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + \delta] , \quad (2.11)$$

donde:

δ es el valor de los desplazamientos en la fase de las franjas que se proyectan sobre la muestra.

La topografía de un objeto resulta ser directamente proporcional al término de fase $\Phi(x, y)$ que aparece en la Ec. 2.11. El procedimiento para poder hallar este término consiste en generar un sistema de ecuaciones que permita hallar las tres variables desconocidas: $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\Phi(x, y)$.

La técnica que emplearemos en este trabajo para despejar $\Phi(x, y)$ utiliza 4 registros con desplazamientos en δ que tienen los valores: $\delta_i = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$; es decir que se tienen las ecuaciones:

$$\begin{aligned} g_1(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y)], \\ g_2(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + \pi/2], \\ g_3(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + \pi], \\ g_4(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + 3\pi/2]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ahora la información de fase se obtiene al encontrar el argumento de la expresión compleja:

$$U(x, y) = I_1(x, y) - I_3(x, y) - i(I_4(x, y) - I_2(x, y)). \quad (2.13)$$

Esta se puede calcular realizando la siguiente operación entre las imágenes:

$$\Phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{[g_4(x, y) - g_2(x, y)]}{[g_1(x, y) - g_3(x, y)]}. \quad (2.14)$$

La deducción de la Ec. (2.14) se presenta desarrollada en el Apéndice B.

El número mínimo de imágenes necesarias para determinar $\Phi(x, y)$ son tres, pero una cuarta ayuda a reducir el error debido a un incorrecto desplazamiento de fase.

Sin embargo, los valores reales de fase no pueden ser extraídos directamente de la señal física debido a que dichos algoritmos modifican la señal de forma en que sus valores se encuentran en un rango de $\pm\pi$ radianes. Lo único que se puede obtener de los métodos mencionados es la fase envuelta.

Una vez habiendo calculado teóricamente las imágenes de fase en ambos métodos, se procedió a la obtención de dichas imágenes en el laboratorio, mediante un arreglo experimental de ejes ópticos cruzados el cual, ofrece la ventaja de poder ser utilizado para ambos métodos sin necesidad de hacer modificación alguna al montaje experimental dependiendo el método. La explicación de este arreglo experimental se desarrollara más a profundidad en el siguiente capítulo.

Capítulo 3.- Desarrollo Experimental.

3.1 Introducción.

La descripción del método de Takeda [16], se basa en el arreglo físico de los elementos que forman parte del mismo. Principalmente los elementos a los se hace mención son los siguientes: Proyector, cámara, cuerpo, plano de referencia

El arreglo físico usado en el caso de la perfilometría por transformada de Fourier, la imagen de rejilla proyectada sobre la superficie del objeto es puesta directamente sobre la computadora y procesada sin el uso de una segunda imagen.

Para los métodos desarrollados en este trabajo usaremos el arreglo de ejes ópticos cruzados mostrados en la Fig. 3.1. En este caso el eje óptico del proyector y el de la cámara inciden en el mismo plano y se intersecan en algún punto cerca del centro del objeto. Este arreglo es fácil de construir, ya que tanto el patrón de rejilla como el sensor óptico pueden ser colocados sobre el eje de la cámara y del proyector respectivamente.

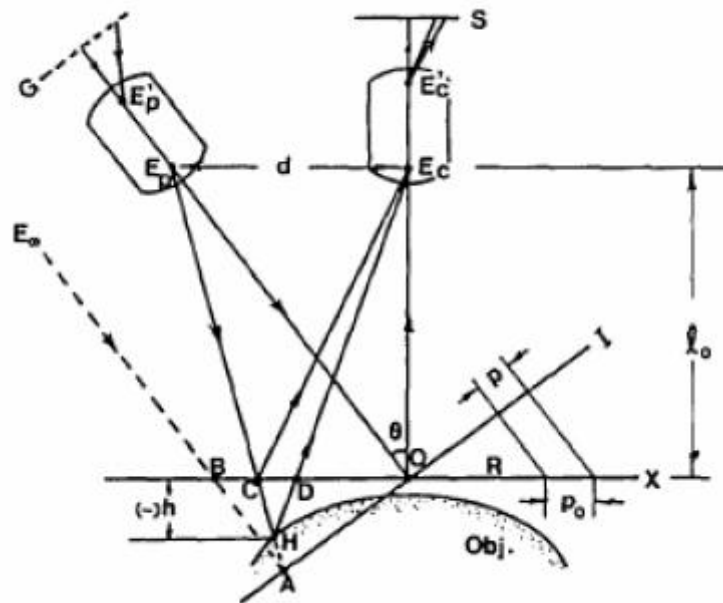


Figura 3.1 Diagrama de Arreglo Físico de ejes ópticos cruzados³

³ Imagen tomada de: Detección Espacial de Objetos, Emilio Lara Gomez UDLA 2008

Como la Figura 3.1 muestra, en la geometría de ejes ópticos cruzados, los ejes ópticos $E'_p E_p$ de los lentes del proyector, cruzan el otro eje óptico $E'_c E_c$ de los lentes de la cámara en el punto O en el plano de referencia R , el cual es un plano ficticio normal a $E'_c E_c$ y sirve como referencia de donde la altura del objeto $h(x,y)$ es medida.

La rejilla G tiene sus líneas normales al plano de la figura, y su imagen conjugada (con período p) es formada por los lentes del proyector en el plano I cruzando por el punto O . E'_p y E_p denotan, respectivamente, los centros de entrada y salida de las pupilas de los lentes del proyector.

Los lentes de la cámara, con centros de pupila de entrada y de salida E'_c y E_c , concentran la imagen del plano de referencia R en el plano del sensor S . E_p y E_c se encuentran ubicados a la misma distancia l_0 del plano R .

Cuando el objeto es un plano liso y uniforme sobre R , por ejemplo $h(x, y) = 0$. El eje x es escogido como en la figura y el eje y es normal al plano de la figura.

Los ángulos de los desfases en los métodos de Phase-shifting hasta ahora solo se han trabajado en radianes, y las dimensiones de las imágenes en píxeles, para realizar la conversión de píxeles de la altura de la reconstrucción a unidades métricas haremos uso de la Ec. 3.1.

$$h(x, y) = \frac{l_0 p_0 \frac{\Delta\phi(x, y)}{2\pi}}{\left[\frac{p_0 \Delta\phi(x, y)}{2\pi} \right] - d}, \quad (3.1)$$

en donde:

La altura del objeto $h(x, y)$ se define como positiva cuando se mide hacia delante del plano de referencia R . Obteniendo con esto, la métrica para poder adquirir las medidas reales de los perfiles de los objetos, a partir de sus reconstrucciones tridimensionales.

3.2 Adquisición de Imágenes.

Uno de los elementos físicos planteados en el artículo de Takeda [16] para la obtención de la Perfilometría por transformada de Fourier de un objeto, es el proyector del patrón de franjas. En el caso de este trabajo se adquirió un proyector ViewSonic's PJD6211 DLP®.

Se eligió dicho dispositivo debido a que es fácil de usar y que soporta la mayor cantidad de ruido en iluminación (luz del ambiente). Dichas pruebas fueron cualitativas, tomando en cuenta el color reflejado por los cuerpos y la calidad de las líneas vistas por el dispositivo CCD (Cámara).

Se probaron como elemento de adquisición distintas cámaras, que al igual que en el caso de los proyectores, se realizaron diferentes pruebas cualitativas para determinar qué cámara proveería la mejor resolución de adquisición.

Una de la cámaras con las que se realizaron las primeras pruebas fue una cámara Alpha 230 SONY®. Ésta presentó muy buen desempeño, ya que cuenta con zoom de 2X, y sus resolución de 10.2 Megapíxeles sobrepasan los requerimientos del algoritmo. El problema que presentó la cámara fue el del control, ya que para obtener una toma, era necesario oprimir el botón de disparo y no ofrecía la posibilidad de ser controlada desde la computadora, hecho que hacía más tardado el procedimiento de adquisición de las imágenes.

La cámara que finalmente es utilizada en este trabajo es una webcam HD de Microsoft®, (Ver Fig.3.2), ya que nos permite controlarla desde la PC, y la resolución de imágenes que proporciona son compatibles con las que maneja los algoritmos desarrollados.



Figura 3.2.- Cámara utilizada en el arreglo experimental

El arreglo proyector-objeto-cámara que se usó en el montaje de laboratorio para este trabajo de tesis se puede observar en la Fig. 3.3, colocando la cámara viendo hacia el objeto de manera que la rejilla de líneas proyectadas abarcará por completo toda la muestra.

El proyector es colocado sobre una placa de acrílico, proyectando la rejilla hacia el cuerpo de interés. Por consiguiente, como se muestra en la Fig. 3.3, el cuerpo se encuentra en el punto donde se cruzan los ejes ópticos tanto de la cámara como el del proyector.

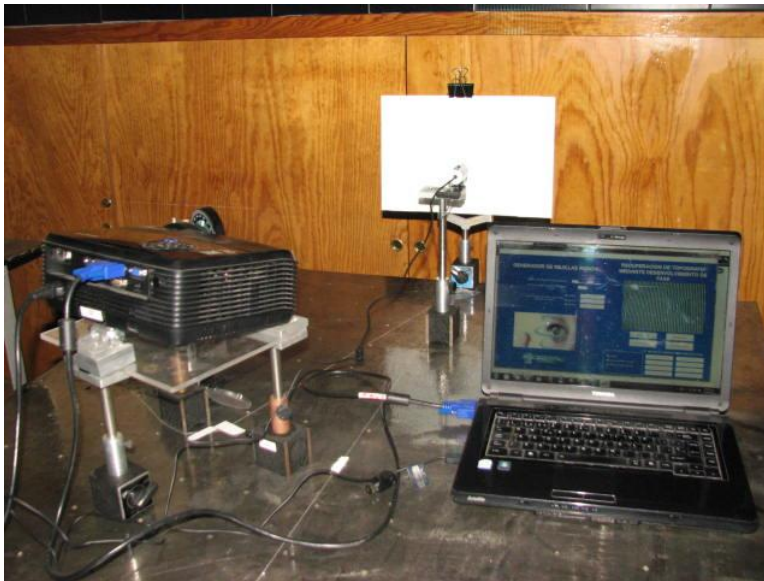


Figura 3.3 Montaje de laboratorio

Para el plano de referencia se utilizó un placa de vidrio, la cual fue cubierta con una hoja de papel de color blanco, esto con el objetivo de tener un mejor contraste de las franjas provenientes del proyector así como para obtener la mejor la rigidez posible de la superficie donde serían colocadas las muestras de estudio, pero

sobre todo para garantizar la perpendicularidad que debe de existir entre la dirección de observación de la cámara y el mismo plano de referencia.

Como ya se mencionó, una parte de este trabajo de tesis es el de llevar a cabo el diseño y programación de una GUIDE (Interfaz Gráfica de Usuario) para nuestro sistema semiautomático, la cual controlará el arreglo experimental que aquí ha sido descrito y cuyo funcionamiento se explicará en el siguiente capítulo.

Capítulo4.- Rejillas Ronchi y Algoritmo de Desenvolvimiento

4.1 Rejillas Ronchi.

Como ya se mencionó en los capítulos anteriores, el principio de los métodos de recuperación de superficies aquí presentados es la proyección de un patrón de luz estructurada. Dichos patrones son conocidos como Rejillas de Ronchi y son generados por el sistema para ser posteriormente proyectados.

Las rejillas de Ronchi consisten en bandas paralelas alternativamente transparentes y opacas [11]. La relación entre el ancho de la banda transparente y el periodo de la rejilla es conocido como la razón de apertura de la rejilla, para este trabajo estamos interesados en la medición de la deformación de las franjas negras por lo tanto usaremos una razón de apertura de $\frac{a_w}{\tau}$, (Ver Fig. 4.1) las rejillas son de gran importancia en las pruebas de superficies ópticas [12].

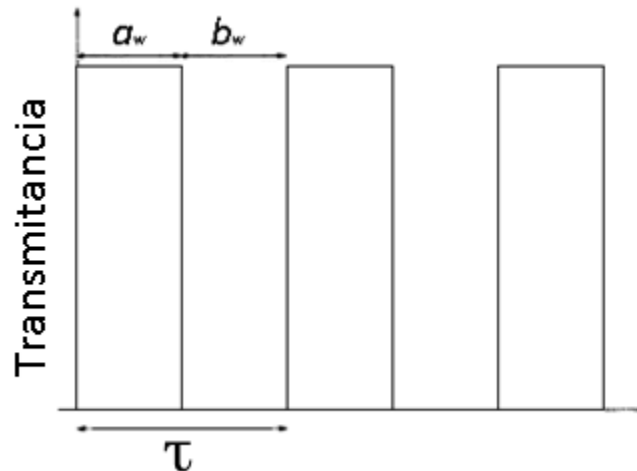


Figura 4.1.-Parametros descriptivos de una rejilla de Ronchi de periodo τ y con anchos de a_w y b_w

Estas estructuras periódicas binarias (u otras similares, tales como las placas zonales) tienen aplicaciones también como elementos difractivos en sistemas micro-óptico [13]. Las propiedades de muestreo han conducido, además, a ciertas aplicaciones para procesamiento de imágenes, basadas en el desplazamiento de tres o más rejillas de diferente periodo, cada una muestreando una misma imagen.

Lo primero que se hizo fue diseñar un algoritmo generador de rejillas tipo Ronchi con periodo y resolución variable, estos dos últimos datos son ingresados al sistema por el usuario siendo así una herramienta versátil, ya que para el método de Takeda [16] se genera una sola rejilla mientras que para el método de Phase-Shifting se generan tres o cuatro rejillas con sus respectivos desplazamientos de fase dependiendo el número de pasos que de desee. Un ejemplo de las rejillas generadas por el sistema se muestra en la Fig. 4.1

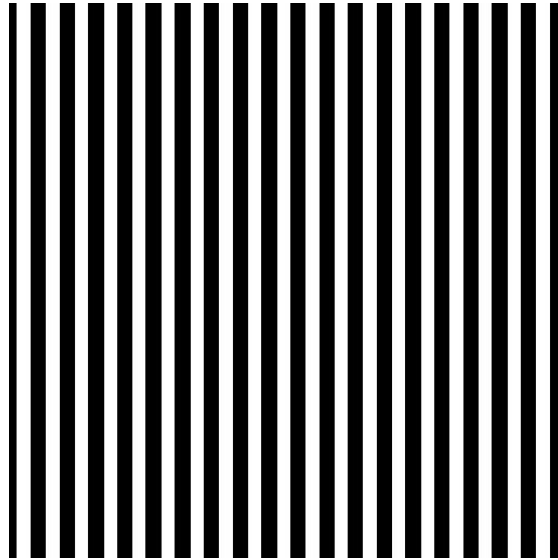


Figura 4.2.- Rejilla Ronchi generada por nuestro algoritmo

La resolución para la elaboración de las rejillas de Ronchi utilizadas en este trabajo fue de 1024 x 768 píxeles en general, ya que se tenía como objetivo igualar la resolución del sistema de proyección utilizado en el montaje experimental el cual se explicó en el capítulo anterior.

4.2 Procesamiento de Imágenes

Las imágenes, después de haber sido capturadas de manera digital, serán transmitidas a la computadora por medio de la interfase USB del dispositivo CCD. El formato en el que las imágenes son enviadas desde el dispositivo de adquisición es el de JPG de 8 bits en escala de grises con tamaño de: 640 x 480 píxeles.

MATLAB® es un ambiente de programación enfocado a las matemáticas. Su principio de operación se basa en el manejo de matrices de datos. Puesto que el formato BMP de imágenes digitales utiliza una sola matriz para almacenar sus datos y además el uso de escala de grises de 8 bits asegura que la matriz antes mencionada contenga en cada uno de sus registros solo el valor de intensidad de luz que le corresponde, permite que dicho formato sea el más indicado para poder importar y manipular las imágenes con este software. Véase Fig. 4.2

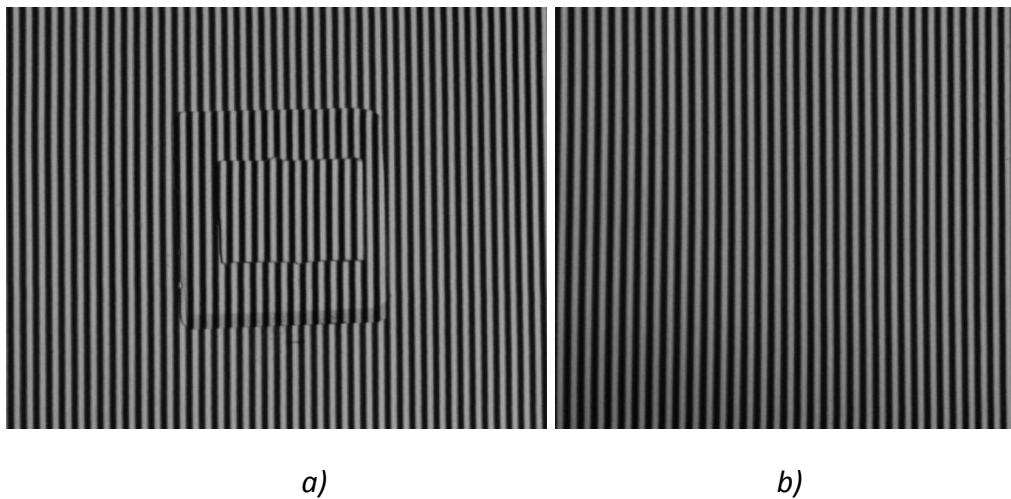


Figura.- 4.3 Imágenes adquiridas por el sistema a) Imagen recortada del cuerpo b) Imagen recortada del fondo, ambas en escala de grises y convertidas a .bmp

4.3 Desenvolvimiento de Fase

En este trabajo el desenvolvimiento de fase se realizó mediante un proceso computacional en donde una superficie ϕ fue reconstruida a partir de su llamada forma envuelta. En la ausencia de ruido $\Psi(x,y)$ es igual a $\phi(x) + 2\pi k(x)$, en

donde $k(x)$ es una función entera tal que $-\pi < \Psi < \pi$. En el uso de ambas técnicas perfilométricas, tanto para la de desplazamiento de fase (Phase-shifting) como para la de perfilometría por Transformada de Fourier (Método de takeda) se presenta el problema del desenvolvimiento de fase. El problema es que los valores reales de fase no pueden ser extraídos directamente de la señal física debido a que dichos algoritmos modifican la señal de forma en que sus valores se encuentran en un rango de $\pm\pi$ radianes. Lo único que se puede obtener de los métodos mencionados es la fase envuelta.

Como se mencionó anteriormente, la fase se encuentra limitada a valores entre $-\pi$ y π , y cuando ésta excede el valor dichos valores, la fase brinca a $-\pi$ y viceversa. Por cada salto negativo de 2π se necesita añadir 2π , mientras que por cada salto positivo se requiere restar 2π .

Para aclarar un poco más en que consiste el desenvolvimiento de fase a continuación se presenta un ejemplo:

Sea el vector x :

$$x = [\pi - 2.7925 - 2.4434 - 2.0943].$$

Entonces al ser π la primera entrada del vector x y no es mayor ni menor que 2π no se agrega ningún valor, no así con el valor de la segunda entrada del vector

que es -2.7925 , el cual es mayor que $-\pi$ se suma entonces 2π . Quedando así el vector $k(x)$:

$$\gamma(x) = [\pi \quad 3.4906 \quad 3.8397 \quad 4.1887],$$

en donde $k(x)$ es la función de desenvolvimiento de fase.

Si graficamos el vector x (ver Fig. 4.3) podemos observar los saltos que hay de un valor a otro que varían entre $-\pi$ y π .

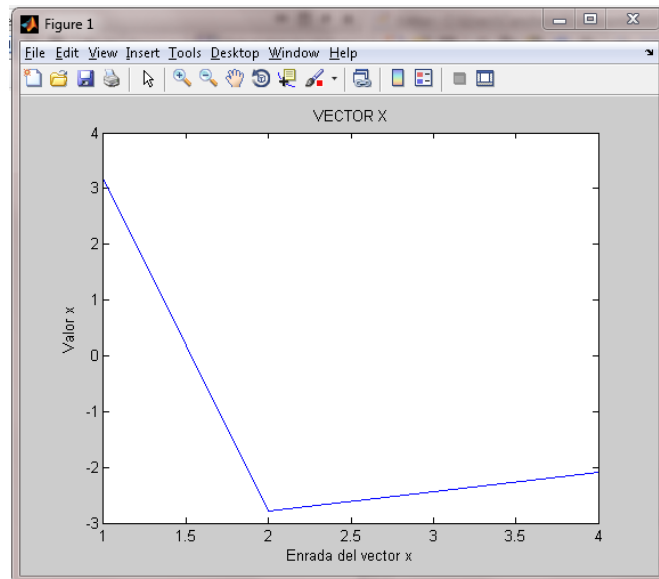


Figura 4.4.- Vector x

La Fig. 4.4 representa la gráfica de la función de desenvolvimiento $k(x)$ donde claramente se puede observar la eliminación de los saltos entre los datos del vector x .

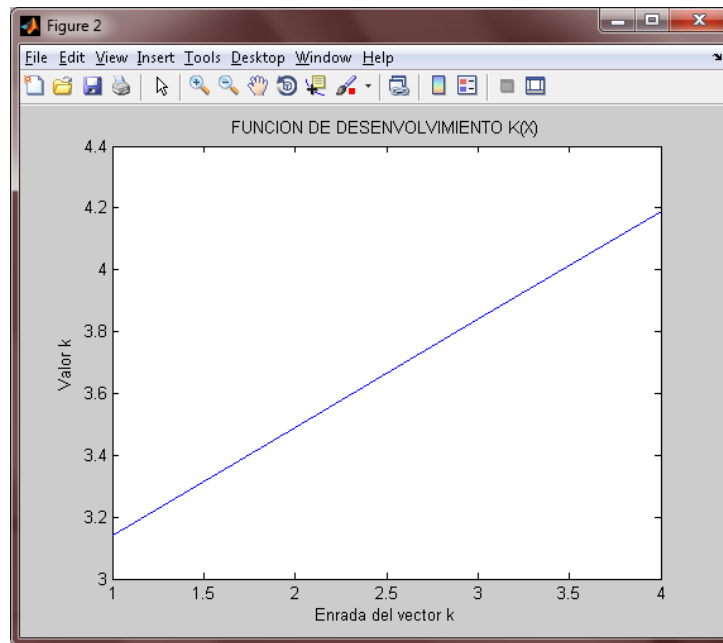


Figura 4.4.- Función de desenvolvimiento $k(x)$

El proceso de desenvolvimiento intenta proveer una estimación de la función de fase real Φ dada la función Ψ , algo que se convierte en un problema difícil. La relación entre Φ y Ψ es no lineal. Además, las aplicaciones interferométricas o de adquisición de imágenes usando una CCD procesan información del mundo real, por lo tanto, el ruido en la fase medida es inevitable y eso hace más difícil la tarea. Por el momento debido a la complejidad que implicaría en laboratorio no se propone ningún método de reducción de ruido en la fase.

Otro de los problemas que se presentan es el de poder distinguir entre envolturas de fase genuinas producidas por la función arco-tangente y saltos en la fase causados por discontinuidades del objeto.

El algoritmo de desenvolvimiento de fase en 2-D desarrollado en este trabajo se muestra esquemáticamente en la Fig. 4.5 y, básicamente, es como sigue: Se inicia con el primer pixel, y se compara con el primer pixel de la segunda fila mediante la función de Matlab ® llamada *unwrap*, si la diferencia entre el primero es igual o mayor a π entonces, se le suma o se le resta dependiendo del signo de la primera diferencia 2π , de no existir salto se continúa hasta encontrar alguno y se realiza el desenvolvimiento. A continuación se compara el primer pixel de la segunda fila con el primero de la tercera y así sucesivamente se repite dicha operación hasta terminar con la línea de información.

Al estar trabajando en 2-D se inicia el análisis en el primer pixel de la imagen pero ahora se repite el procedimiento anterior comparando los pixeles entre las columnas de la imagen hasta acabar de examinar todas las columnas de la imagen.

Una vez desarrollado el algoritmo para el desenvolvimiento de las imágenes de fase, se requiere una herramienta computacional que proporcione al usuario un entorno visual sencillo para permitir la interacción con el sistema. Dicha herramienta proporcionara mediante un conjunto de imágenes y objetos gráficos la información y acciones disponibles, esta interfaz será explicada a detalle en el capítulo siguiente.

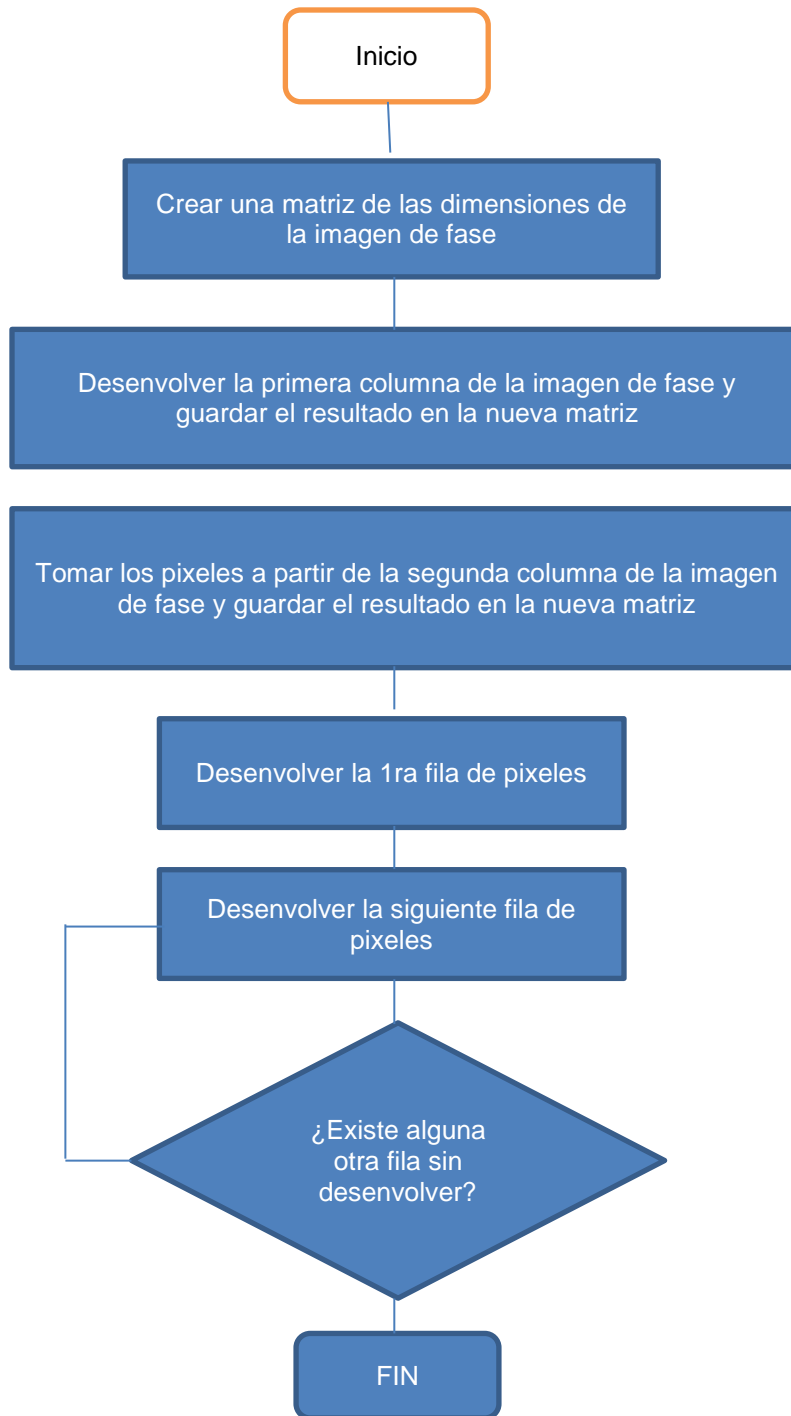


Figura 4.6.- Algoritmo de desenvolvimiento

Capítulo 5.- Interfaz Gráfica de Usuario.

5.1 Introducción.

En este capítulo describimos el desarrollo computacional, el cual usará una GUIDE, (Interfaz Gráfica de Usuario) la cual tiene la finalidad de que el sistema pueda ser utilizado por usuarios que no tengan conocimientos avanzados en el área de óptica y programación generando un entorno multimedia agradable y sencillo de utilizar.

Una aplicación GUIDE consta de dos archivos: *.m* y *.fig*. El archivo *.m* es el que contiene el código con las correspondencias de los botones de control de la interfaz y el archivo *.fig* contiene los elementos gráficos.

GUIDE (Graphical User Interfase Development Environment) es un entorno de programación visual disponible en MATLAB® diseñada para crear GUIs (Graphical User Interfaces) fácil y rápidamente dando auxiliando en el diseño y presentación de los controles de la interfaz para realizar y ejecutar programas que necesiten ingreso continuo de datos[17] la cual será utilizada en la realización de este trabajo, se eligió este programa debido a que es posible crear aplicaciones para Windows en muy poco tiempo, reduciendo la labor al grado de seleccionar, tirar, arrastrar y personalizar propiedades [18]. Tiene las características básicas de todos los programas visuales como Visual Basic o Visual C++.

5.2 Ventanas del Sistema.

La Fig.5.1 nos muestra una visión general de la distribución de nuestra interfaz gráfica lo que se busca con este ejemplo es mostrar simplemente la ubicación tanto de la imagen obtenida de la cámara CCD, así como de los diferentes botones con la que esta interfaz cuenta ya que fueron colocados para ser fácilmente ubicados por el usuario mientras dichos botones sean oprimidos obteniendo así un fácil manejo y control del sistema.



Figura 5.1.- Ilustración de la GUI implementada

La GUI se divide básicamente en dos partes. La primera Fig. 5.2, que se encuentra en la parte superior izquierda de la Fig. 5.1, consiste en un generador de rejillas de Ronchi, en el cual se solicita al usuario ingrese la resolución de la rejilla (Dimensiones en pixeles) así como el periodo de la misma.

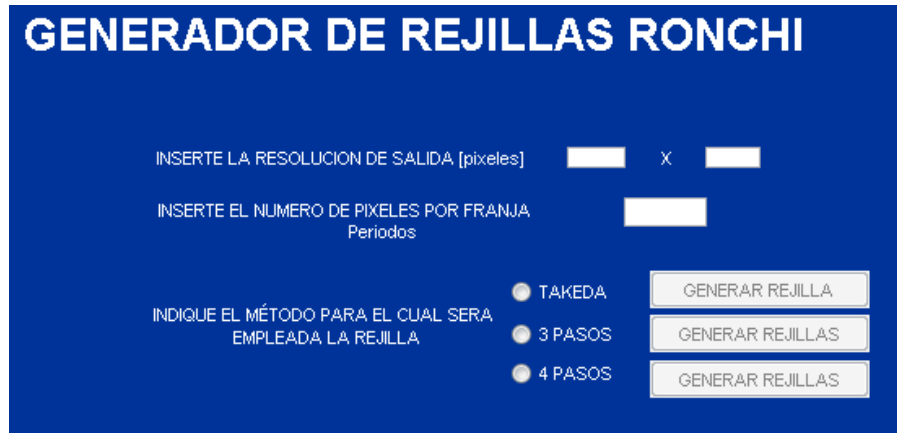


Figura 5.2.- Módulo de generador de rejillas Ronchi

A continuación se le pregunta al usuario ¿para qué técnica requiere usar la rejilla? Habiendo tres opciones. En la primera opción existe un radio-botón con la leyenda “Método de Takeda” que al ser seleccionado y posteriormente presionado el botón de generar rejilla, el programa guardara la rejilla en una carpeta específica para que posteriormente esta sea manipulada.

La segunda opción consta de un botón de selección con la leyenda “Phase-Shifting 3 Pasos” al igual que con el botón mencionado anteriormente de generar rejillas, al ser oprimido el programa procederá a generar y guardar tres rejillas con un desplazamiento de periodo de $2\pi/3$ en la misma carpeta específica.

Finalmente, la tercera opción es el botón de selección con la leyenda “Phase-Shifting 4 Pasos” y su correspondiente botón de generar rejillas, que al ser oprimido el programa generará y guardará cuatro rejillas con un desplazamiento de periodo de $\pi/2$ entre si en la misma carpeta especifica.

La segunda parte es el módulo de recuperación de topografía mediante desenvolvimiento de fase, como se muestra en la Figura 5.3 y corresponde a la parte superior derecha de la Figura 5.1. Este consta de una ventana de visualización, en donde se desplegara la imagen de video proveniente de la cámara.

Este módulo tiene como objetivo que el usuario tenga la capacidad de observar en tiempo real, y de cambiar las opciones de configuración de la imagen proveniente de la web cam como lo son: zoom, brillo, contraste.



Figura 5.3.- Módulo de Adquisición de Imágenes

Este módulo cuenta también con los siguientes cuatro botones Iniciar Video, Detener Video, Capturar Imagen, Procesar Imagen, cuya función se explica a continuación:

Iniciar Video.- Despliega la imagen de video adquirida desde la cámara en la ventana de visualización.

Iniciar Video.- Detiene la adquisición de video proveniente de la cámara.

Capturar Imagen.- Captura la imagen de la cámara de video. En caso de que la cámara se haya desconectado, se carga una imagen de error.

Procesar Imagen.- Abre la ventana de procesamiento de imagen correspondiente al método de desenvolvimiento seleccionado. Las ventanas se muestran en el Anexo C al final de este documento.

Finalmente en la parte inferior derecha Fig. 5.4, de este módulo se encuentra una sección donde el usuario selecciona el método mediante el cual desea obtener la reconstrucción del objeto.



Figura 5.4.- Selección de Método de reconstrucción

Al ser seleccionado el método por el usuario, automáticamente se habilitarán los botones requeridos para guardar las capturas tanto de las muestras como de los fondos, para el método de Takeda [16] se habilitan dos botones, uno para la muestra y otro para el fondo, para el método de Phase-Shifting de 3 pasos se habilitan seis botones, y los ocho botones en el caso de Phase-Shifting de 4 pasos.

Una vez seleccionado el método y guardado las imágenes la siguiente ventana que nos arroja el sistema es la de Calibración del Sistema (Fig 5.5). Este punto es en el que se obtienen las dimensiones físicas reales del objeto, aquí el valor de fase es convertido, ingresando los datos que nos pide el sistema en las casillas correspondientes.

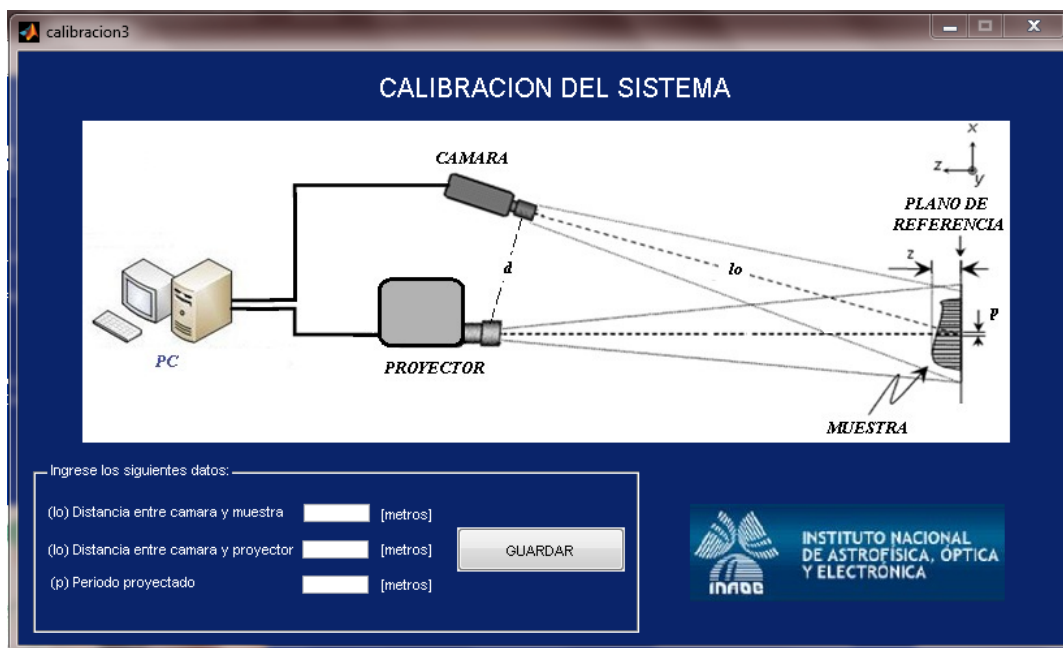


Figura 5.5.- Modulo de Calibración

Finalmente la última ventana que despliega el sistema desarrollado es la que se muestra en la Fig.5.6 que es la del método de Takeda [16], en la parte derecha de esta ventana se despliegan la imagen de la muestra, la imagen de fase de la muestra, la reconstrucción en 3D del objeto y finalmente el perfil transversal o longitudinal a la altura deseada según haya requerido el usuario a través de los botones circulares de selección, ubicados en la parte izquierda de la misma ventana.

Cabe señalar que cada método cuenta con una ventana similar a la aquí mostrada y mismas que pueden ser revisadas en el Apéndice C de este documento.

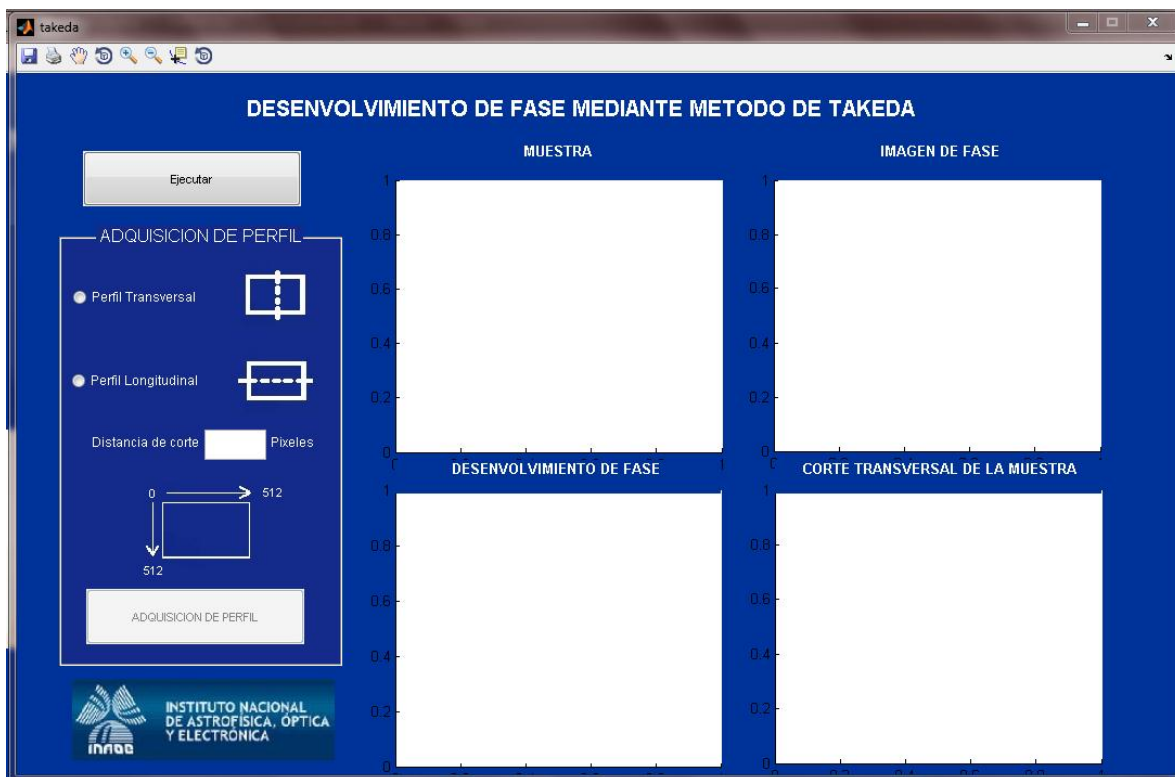


Figura 5.6.- Ventana de Método de Takeda

Para poner a prueba la efectividad y funcionalidad del sistema semiautomático de recuperación de perfiles aquí presentado, se tomó la decisión de fabricar dos objetos de referencia, los cuales serían previamente caracterizados para su posterior análisis con el sistema desarrollado.

La caracterización de los objetos de referencia así como los resultados arrojados en el laboratorio por el sistema semiautomático de desenvolvimiento de fase propuesto, serán presentados de forma extensa en el siguiente capítulo.

Capítulo 6.- Resultados Experimentales.

6.1 Introducción.

En la sección de introducción de este documento, se mencionó que el objetivo de esta tesis es la medición de perfiles. Para lograrlo, iniciamos revisando tanto la teoría y la matemática que involucran ambas técnicas de proyección de franjas, así como creando un algoritmo de desenvolvimiento de fase y una interfaz gráfica de usuario (GUI). En este capítulo mostramos los resultados experimentales obtenidos.

6.2 Objetos de Referencia.

Uno de los requerimientos necesarios para el uso del sistema semiautomático propuesto es caracterizarlo y calibrarlo. Para esto, usamos objeto de referencia conocidos. En este caso, usamos unas diminutas láminas delgadas de acero inoxidable que tienen marcado su espesor (ver Fig. 6.1) y que son utilizadas para medir pequeñas aberturas y son conocidas como galgas patrón o laines.



Figura 6.1.- Objetos de Referencia

Este conjunto de galgas o linternas vienen caracterizadas de fábrica, en la figura 6.2 presentamos (a) la de espesor máximo y (b) la de espesor mínimo. Cabe mencionar que estos objetos fueron seleccionados para que sus características no aumenten la generación de errores en la adquisición de imágenes, por ejemplo, que las dimensiones no sobrepasen los límites de la ventana de video, o que el exceso de sombras introduzca información errónea al algoritmo de desenvolvimiento.

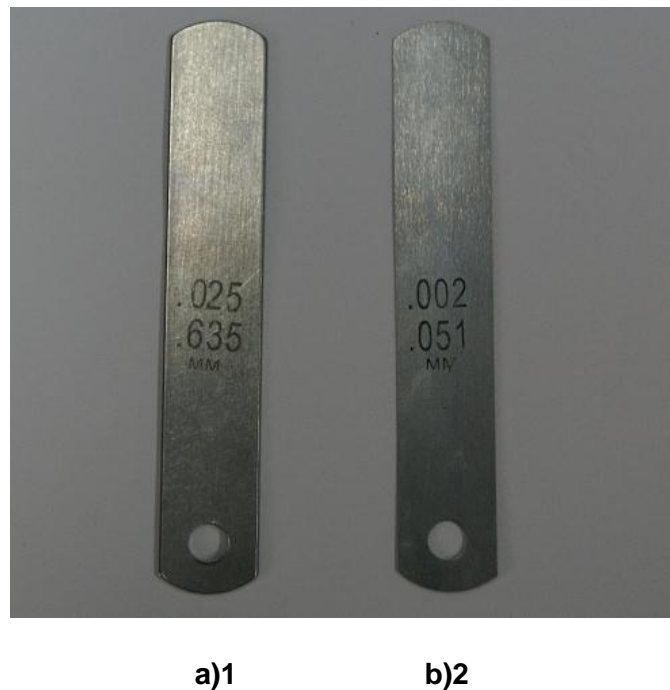


Figura.- 6.2 Dimensiones de Objetos de Referencia

El primer paso consiste en desenvolver el mapa de fase de nuestro plano de referencia. En la Fig. 6.3 se muestra el mapa de fases de un plano; como se puede observar, dicho plano se encuentra envuelto entre los ya mencionados valores de $\pm\pi$. Este plano será usado para probar la eficiencia del algoritmo de desenvolvimiento en nuestro sistema. Como se puede apreciar en la imagen inferior de la columna central en la figura 6.3, se obtuvo un excelente desenvolvimiento de la fase, mostrando que para el método de Takeda, nuestro algoritmo funciona correctamente.

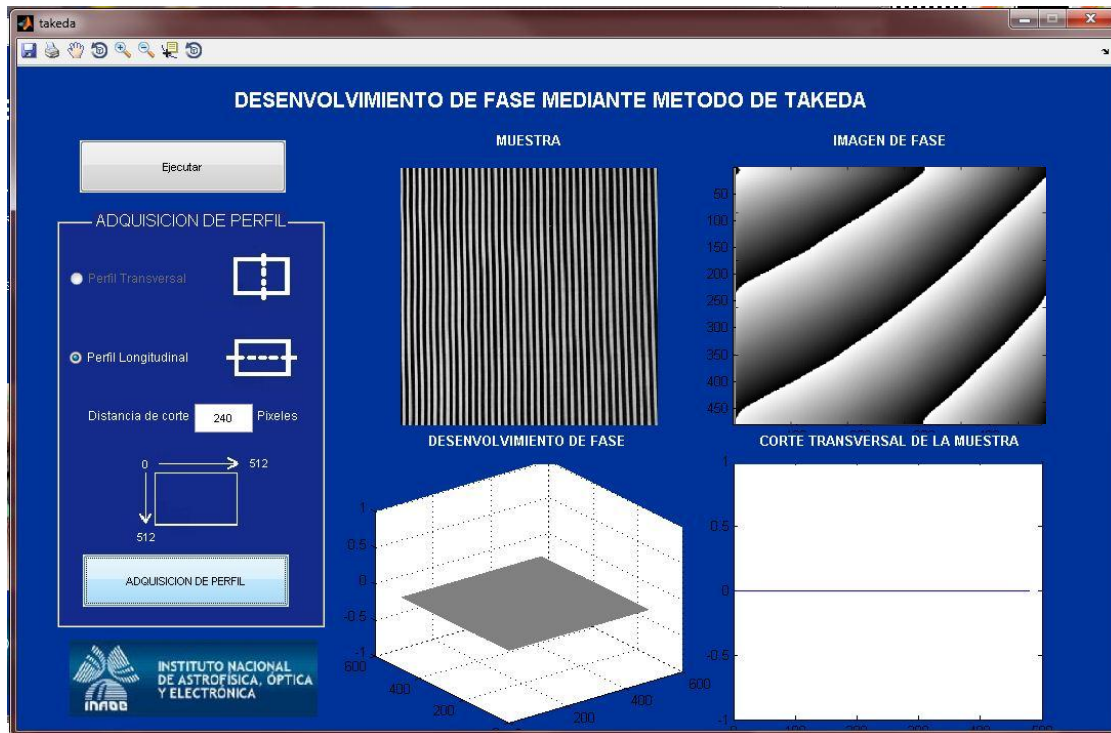


Figura.- 6.3.- Representación 3D del desenvolvimiento de fase de plano de referencia.

Otras pruebas realizadas se muestran en las Fig. 6.4 y Fig. 6.5. Los objetos que se usaron para estas pruebas fueron una rondana y una pieza de Foamy. Estas pruebas se realizaron para comprobar que el algoritmo puede reconstruir formas más complejas que un plano. En ambos casos se puede notar que, aún cuando existe una inclinación del plano de referencia, los resultados de la reconstrucción son exitosos. La inclinación que presenta el plano de referencia no afecta la reconstrucción y consideramos que se debe a un pequeño error en la perpendicularidad entre el plano y el sistema de proyección de franjas.

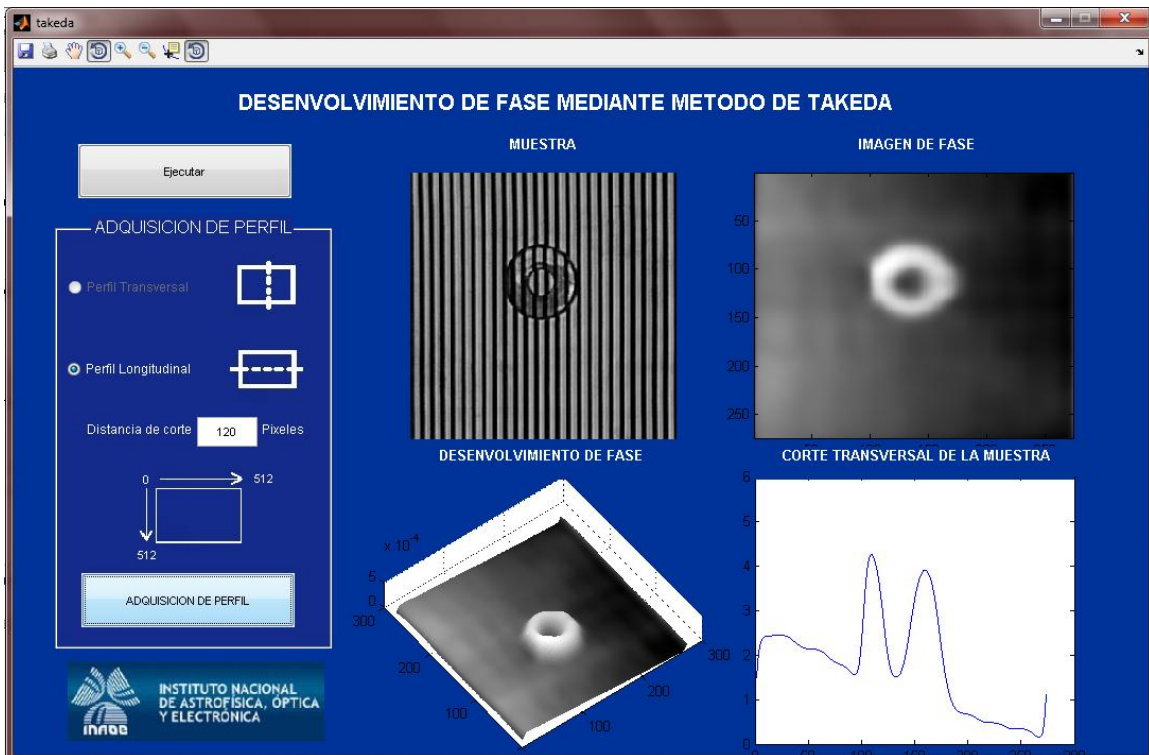


Figura.- 6.4.- Representación 3D del desenvolvimiento de fase de objeto de referencia 1

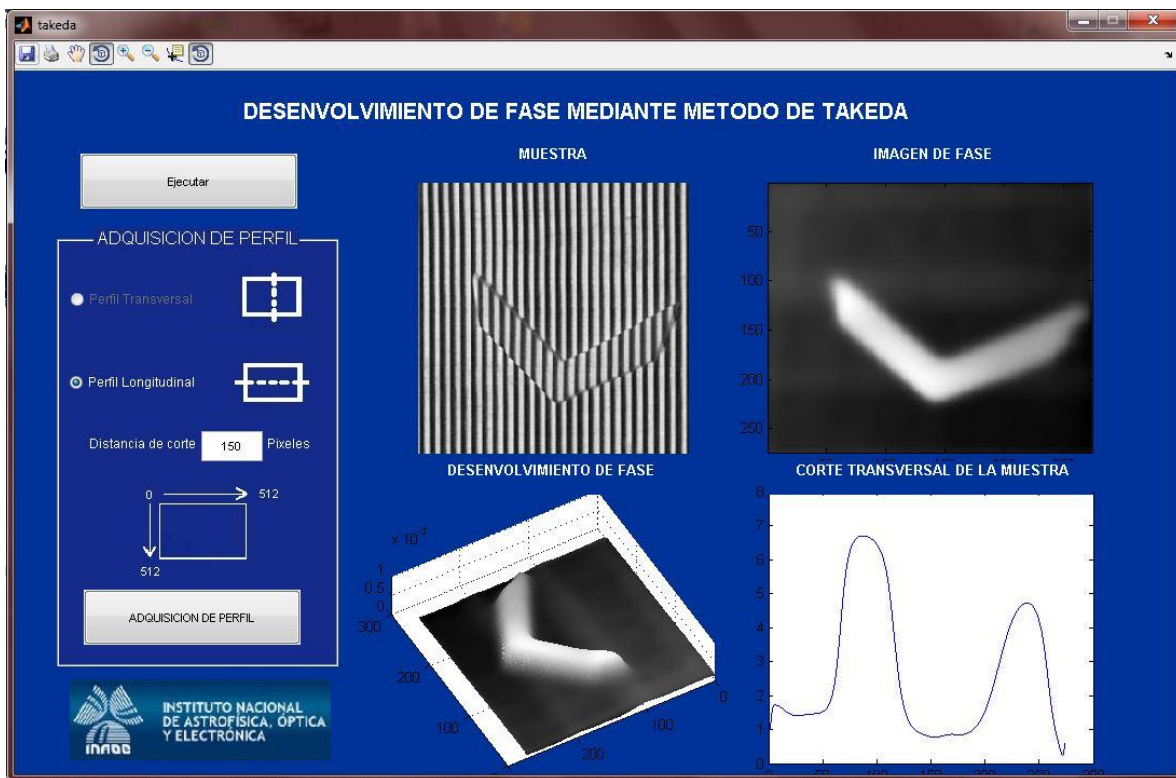
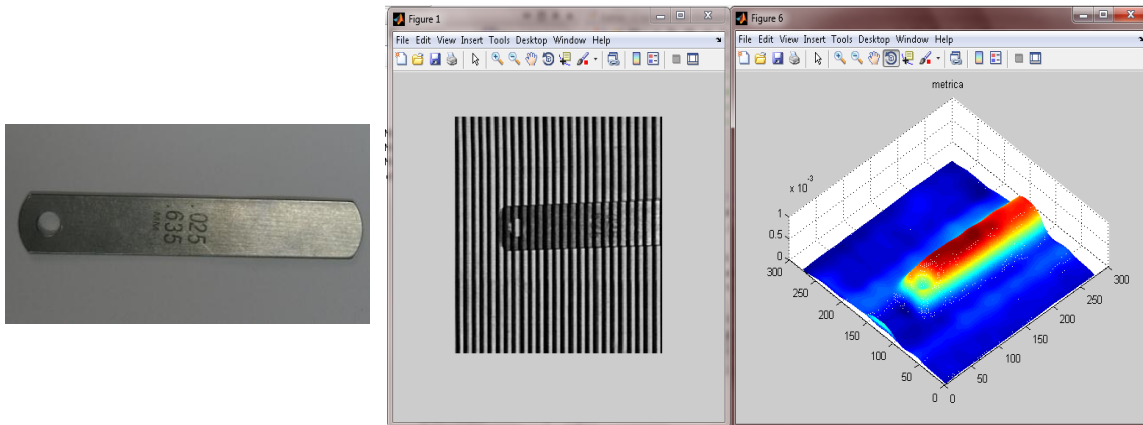


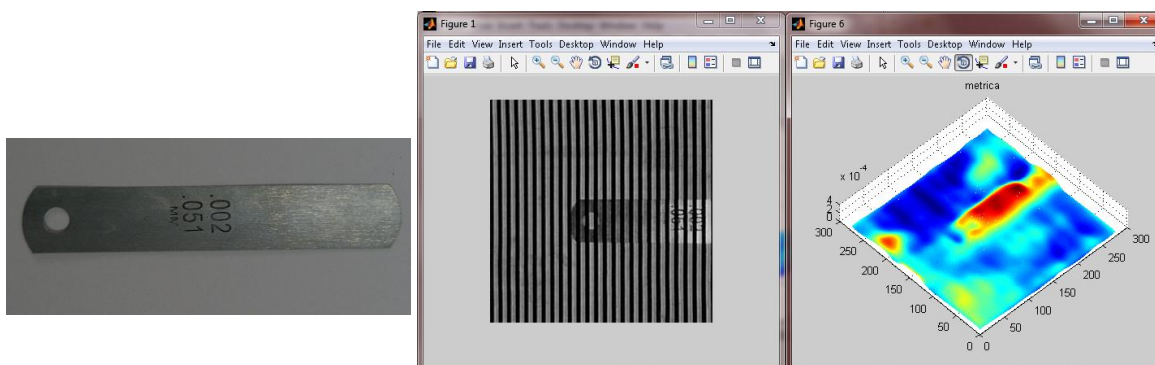
Figura.- 6.5.- Representación 3D del desenvolvimiento de una pieza de *Foamy*

A continuación procedimos con la reconstrucción de nuestros objetos de referencia. El primer objeto de referencia en ser reconstruido fue la lana de calibración SAE 025 (norma americana de clasificación de aceros y aleaciones), cuyo espesor proporcionado por el fabricante es de 0.635 mm. La figura 6.6 muestra los resultados obtenidos. Este objeto es el de mayor espesor del juego de lana utilizado.



a) b) c)
Figura 6.6.- Resultados obtenidos para objeto de Referencia 1
 a) Objeto original b) Proyección de franjas c) Reconstrucción 3D

El segundo objeto de referencia en ser reconstruido fue la lana de calibración SAE 002, de espesor 0.051 mm. Este objeto es el de menor espesor en el juego de lanas utilizado y la reconstrucción se muestra en la figura 6.7.



a) b) c)
Figura 6.7.- Resultados obtenidos para objeto de Referencia 2
 a) Objeto original b) Proyección de franjas c) Reconstrucción 3D

Como ya se había hecho mención anteriormente, en ambos casos existen zonas en las orillas que presentan algún error y esto puede deberse a variaciones en la iluminación en estos puntos. Para la mayoría de los casos, las orillas pueden ser ignoradas ya que la información será contenida más que nada en el centro de la imagen.

6.3 Métrica.

Para la obtención de las dimensiones físicas reales de los objetos, se usa la Ec. 3.1 en valores de altura reales. Con la finalidad de obtener la precisión de nuestro sistema, y debido a que el fabricante no indica el error en su medida, siendo un poco conservadores, hemos determinado que nuestro sistema de referencia tiene un error probable de media milésima de milímetro. Así que los valores de referencia son los mostrados en la segunda columna de la Tabla 1.

Los resultados obtenidos con nuestro sistema semiautomático se muestran en la tercera columna y nuestro error en la última columna de la Tabla 1.

Muestra	Medida de Referencia	Medida Obtenida por el sistema	Error
<u>Laina 1</u>	0.635 ± 0.005 mm	0.645 mm	1.7247%
<u>Laina 2</u>	0.051 ± 0.005 mm	0.0531 mm	4.2632%

Tabla 1.- Resultados cuantitativos del sistema

Nuestro sistema semiautomático es capaz de desenvolver formas muy simples, como lo son una pirámide de escalones circulares, un cuadrado con un orificio central e incluso una estrella como se muestra en las Fig. 6.9, Fig. 6.10 y Fig. 6.11 Podemos asegurar que nuestro sistema semiautomático es capaz de desenvolver en diferentes direcciones y detectar planos en diferentes niveles.

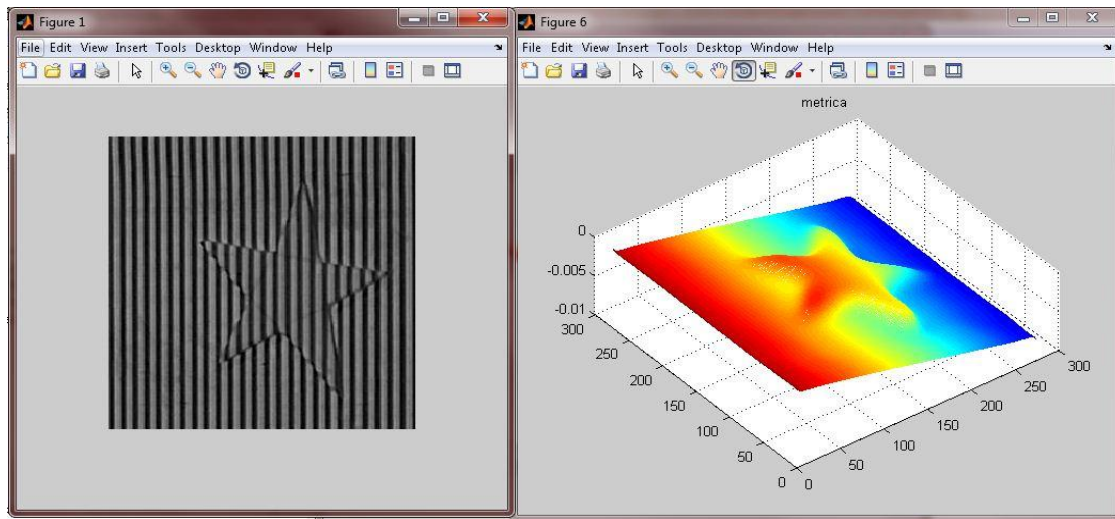


Figura 6.9.- Reconstrucción de la forma de una moneda de estrella de Foamy
a) Proyección de franjas b) Reconstrucción 3D

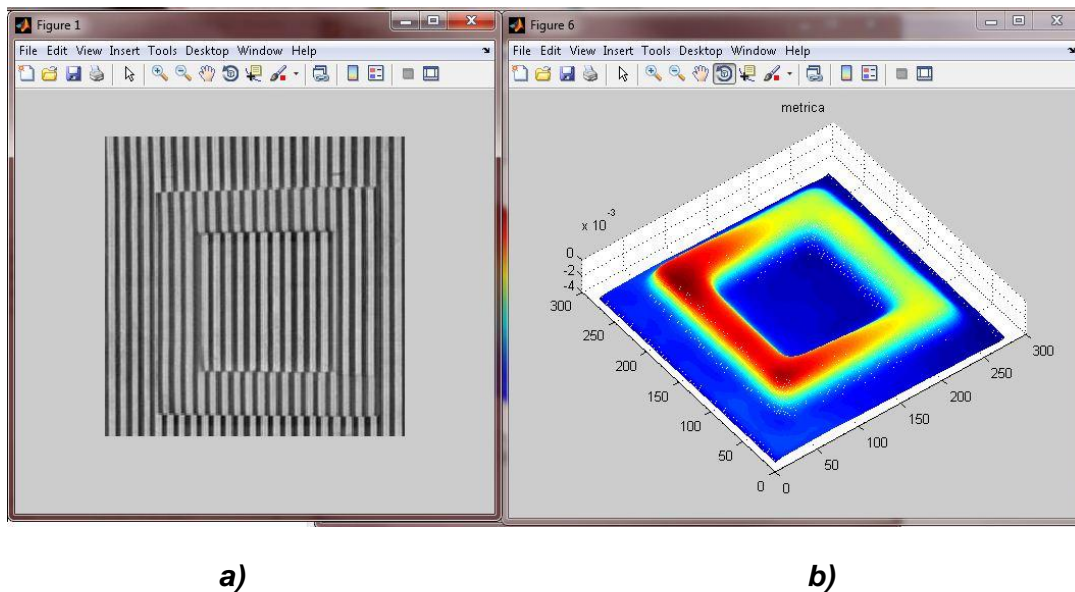
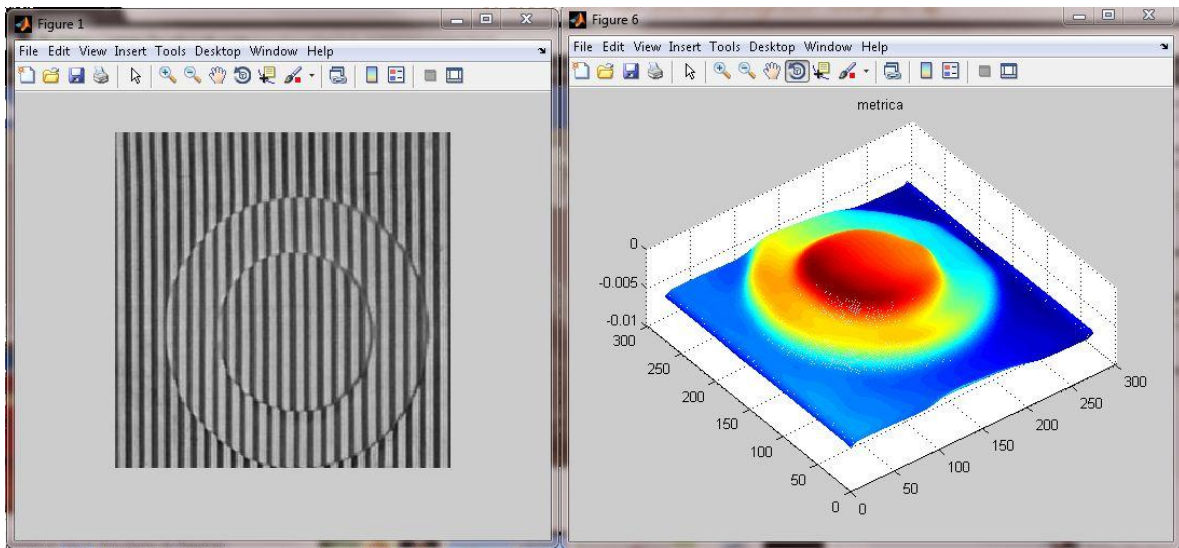


Figura 6.10.- Reconstrucción de la forma de cuadrado de Foamy
a) Proyección de franjas b) Reconstrucción 3D



a)

b)

**Figura 6.11.- Reconstrucción de la forma de una pirámide de escalones circulares
a) Proyección de franjas b) Reconstrucción 3D**

Con el fin de detectar fuentes de errores se realizaron distintas pruebas , por ejemplo se ubicó el proyector en diferentes posiciones respecto a la cámara:, abajo, a la derecha y a la izquierda, mientras el plano de referencia se mantenía fijo. Las únicas diferencias que se encontraron en estas pruebas fueron errores de perspectiva, cambios en la inclinación del plano de referencia, deformaciones ligeras en el objeto y cambio de posición de los errores por las sombras.

La obtención de objetos cuyas dimensiones provocaran demasiadas sombras, fue una limitante para este sistema ya que el algoritmo de desenvolvimiento solo puede desenvolver saltos minúsculos bien definidos del orden de milímetros, en casos más complejos algunos de esos saltos no están tan bien definidos, ya que estamos limitados a la resolución del proyector y por lo tanto al número de franjas que este pudiese proyectar.

Entonces dichos saltos no son detectados y son descartados como se puede observar en la Fig. 6.8 la cual muestra la reconstrucción de la forma de una moneda de 20 centavos más no así de su grabado.

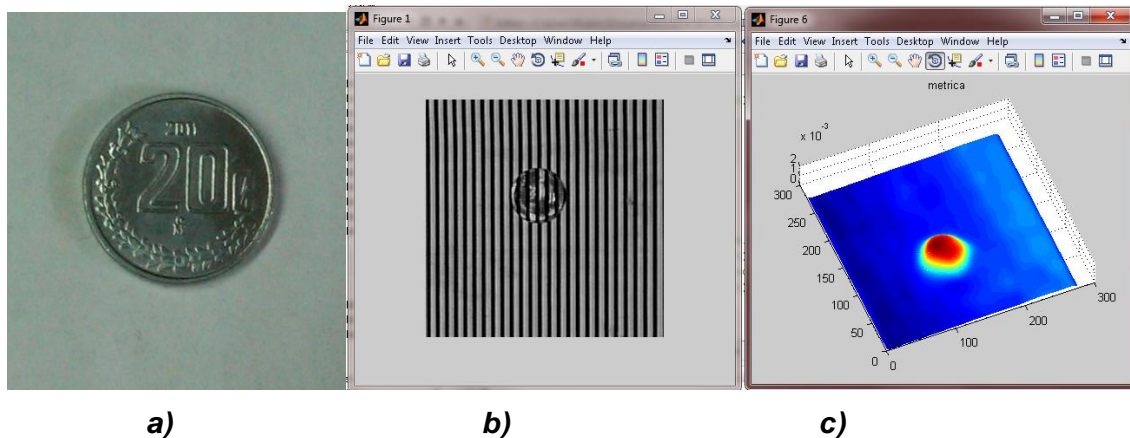


Figura 6.8.- Reconstrucción de la forma de una moneda de 20 centavos
a) Objeto original b) Proyección de franjas c) Reconstrucción 3D

Sin embargo, consideramos que con una mejora en la proyección y un aumento en la frecuencia del periodo de las franjas, la reconstrucción de la forma de una moneda de 20 centavos y su grabado serían reconstruidos por nuestro sistema semiautomático.

Como el objetivo de esta tesis fue realizar una reconstrucción de objetos en 3D así como la obtención del perfil de dichos objetos, usando una interfaz gráfica de usuario (GUIDE) implementada mediante MATLAB, y que permitirá el análisis semiautomático para las técnicas de reconstrucción tridimensional antes descrita. La reconstrucción de casos más complejos, como el grabado de una moneda, de momento queda descartada de este trabajo. Sin embargo, en un futuro, se contempla la posibilidad de mejorar el equipo de laboratorio para lograr este tipo de reconstrucciones. Finalmente las conclusiones logradas de este trabajo serán presentadas en el siguiente capítulo.

Capítulo 7.- Conclusiones.

Para poder lograr los objetivos y alcances de este trabajo de tesis, se realizó una exhaustiva recopilación y comprensión del estado del arte acerca de técnicas de contacto y no contacto para la obtención de reconstrucción tridimensional de objetos.

Una vez definidas las dos técnicas de reconstrucción a usarse durante este trabajo de tesis, se realizó el análisis matemático de cada una de las técnicas para la obtención de las imágenes de fase. Así como la obtención de la métrica, la cual nos permitió pasar de medidas en pixeles a medidas en el mundo real (sistema Internacional).

Para la obtención de los resultados de este trabajo, se llevó acabo el montaje experimental en el laboratorio, con el cual pudimos determinar algunas limitantes de nuestro sistema como lo era la misma alineación de proyector con respecto al plano de referencia y la cámara. Otro factor importante que concluimos derivado del arreglo experimental es la introducción de errores debido a problemas de iluminación los cuales generaban sombras que se traducían en reconstrucciones erróneas de los objetos. Comprobamos también una reducción de aproximadamente 50% del tiempo de generación de las reconstrucciones con respecto a los tiempos mencionados en la literatura.

Al inicio del trabajo una de las limitantes era la proyección de las rejillas, ya que eran generadas mediante un software de diseño (COREL®), proceso que llevaba bastante tiempo y solo se podía generar una rejilla a la vez. Motivo por el cual se desarrolló un algoritmo generador dinámico de rejillas tipo Ronchi de periodo y resolución variable, capaz de generar tanto una rejilla específica para el método

de Takeda así como el conjunto de rejillas con sus respectivos desplazamientos para los métodos de Phase Shifting de 3 y 4.

Uno de los objetivos secundarios de este trabajo, fue que el sistema semiautomático de reconstrucción pudiese ser utilizado de manera fácil e intuitiva por los técnicos del laboratorio. Esto nos llevó a la creación de una herramienta computacional la cual se diseñó y programó en MATLAB, y consiste en una GUIDE (Interfaz Gráfica de Usuario). Teniendo la versatilidad de poder manipular tanto el sistema de generación de rejillas como el de captura de imágenes y obviamente el de reconstrucción y obtención de los perfiles de los objetos de muestra, todo esto desplegando de una serie de ventanas las cuales muestran al usuario de forma amigable las acciones disponibles en el sistema mediante el uso de botones, esto sin tener que ingresar al código fuente del sistema previendo así alguna desconfiguración del sistema por parte del mismo usuario.

Los alcances de esta tesis fueron cubiertos, ya que mediante el uso del sistema semiautomático desarrollado, se obtuvieron las reconstrucciones de las topografías de superficies de referencia mediante 2 técnicas de proyección de franjas Phase-Shifting y Método de Takeda. Se obtuvieron las reconstrucciones de diferentes piezas así como la obtención de sus respectivos perfiles con una precisión del orden de 50 micras con un error del 4.5% lo que nos da una exactitud en un 95.5% del valor de la muestra.

Se propone que en un futuro se realice un estudio y desarrollo de un mejor algoritmo de desenvolvimiento para aumentar la calidad del sistema, así como la reconstrucción y obtención de perfiles de objetos de fase tal como lentes oftálmicas con ablación.

Capítulo 8.- Referencias.

- [1]. R.B.Rao ,S.C-Y.Lu, “Inverse engineering: A methodology for learning models to support engineering design”,Proc.of Ninth Conference on Artificial Intelligence for Applications,
- [2]. Amalia Martínez, J.A. Rayas, Sergio Vazquez, Alberto Jaramillo, “Analysis of secondary mirror mold topography to large millimeter telescope using fringe projection technique”, Fifth Symposium Optic sin Industry, Proc. of SPIE 6046 (SPIE, Bellingham,WAJanuary2006)60461X-1).
- [3]. Katia Genovese, “Mechanical characterization of hyper elastic materials with fringe projection and optimization techniques”, Opt.LasersEng.,Vol.44,2006,pp.423-442.
- [4]. M.A.Rosales, M.Juárez-Aubry, E.López-Olazagasti, J.Ibarra, E.Tepichín, “Anterior corneal profile with variable asphericity ”, Applied Optics,Vol.48,No.35,2009,pp.6594-6599.
- [5]Detección Espacial de Objetos, Emilio Lara Gomez UDLA 2008
- [6]http://remarq.ning.com/page/tecnicas-para-el-modelado-tridimensional-de-artefactos-arqueologi?commentId=3961257%3AComment%3A144276&xg_source=activity
- [7] Eleázar Jaramillo, Andrés; Flavio Prieto, Pierre Boulanger 2007 “Inspección de piezas 3D: Revisión de la literatura” en Revista Ingeniería e Investigación, diciembre, vol. 27, No. 003, Universidad Nacional de Colombia, pp. 118-126.
- [8] Colletta, B., Letouzey, J., Pinedo, R., Ballard, J.F., y Balé, P., 1991, Computerized X-ray tomography analysis of sandbox models: Examples of thin-skinned thrust systems: *Geology*, 19, 1063–1067, doi: 10.1130/0091-7613(1991) 0192.3.CO;2.
- [9] Wilkerson, M.S., Marshak, S., y Bosworth, W., 1992, Computerized tomographic analysis of displacement trajectories and three-dimensional fold geometry above oblique thrust ramps: *Geology*, 20, 439–442.
- [10] Persson, K., Garcia-Castellanos, D., y Sokoutis, D., 2004, River transport effects on compressional belts: First results from an integrated analogue-numerical model: *Journal of Geophysical Research*, 109, B01409, doi:10.1029/2002JB002274
- [11] Fischer, M. P., y Keating, D. P., 2005, Photogrammetric techniques for analyzing displacement, strain, and structural geometry in physical models: Application to the growth of monoclinial basement uplifts: *GSA Bulletin*, 117 (3-4), 369–382; doi: 10.1130/B25484.1.
- [12] Salinas González, F. Javier; Germán Roiba Pérez e Ignacio Merino Sepúlveda 1991 “Métodos de fotogrametría arquitectónica. Levantamiento de alzados del Templo de Debod”, Dpto. Ing. Cartográfica y Fotogrametría de la Universidad Politécnica de Madrid, España; en *Revista Internacional de Ciencias de la Tierra*, junio-julio. http://www.mappinginteractivo.com/plantilla-ante.asp?id_articulo=1284

[13]Vicedo, Jordi y Jordi Linares 2010 “Escaneado de objetos tridimensionales en el ITI”, en Revista del Instituto Tecnológico de Informática.<http://www.iti.es/media/about/docs/tic/14/articulo1.pdf>

[14]Cock, Juan Diego 2000 “El método de la triangulación aplicado en un escáner láser, para objetos tridimensionales” en Revista Universidad Eafit, octubre-diciembre, No. 120, Universidad Eafit, Medellín, Colombia, pp. 25-31

[15] Roy Mayer, Scientific Canadian: Invention and Innovation From Canada's National Research Council, Vancouver: Raincoast Books, 1999

[16] Mitsuo Takeda, Hideki Ina, and Seiji Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry," J. Opt. Soc. Am. 72, 156-160 (1982)

[17] Rincón, Oscar J.;Nicholls, John J.;Gaviria, Patricia Proyección de Franjas con Corrimiento de Fase: Aplicación a las Ciencias Forenses Bistua: Revista de la Facultad de Ciencias Básicas, Vol. 7, Núm. 2, julio-diciembre, 2009, pp. 1-8 Universidad de Pamplona Colombia

[18] Sarmiento, Valentín, Guillermo Baldwin, Andrés Flores. “Determinación de las dimensiones de objetos 3D Usando Luz Estructurada” Memoria Técnica del XII Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica Comunicaciones y Computadoras. Acapulco, 2002. Ed. Dr. Roberto Rosas Romero. 217 – 223.

[19] Nicchiotti G. “A system for 3D reconstruction and VRML conversion for virtual museums applications” Digital Signal Processing Proceedings, 1997. DSP 97., 1997 13th International Conference on ,Volume: 1 , 2-4 July 1997. 421 - 424.

Apéndice A

Se llevara a cabo el desarrollo matemático para el método propuesto por Takeda mencionado en el capítulo 2. La imagen de una rejilla deformada por la topología de la superficie sobre la cual fue proyectada está dada por:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_o x + \Phi(x, y)]. \quad (\text{A.1})$$

Dónde:

$a(x, y)$ es la distribución no uniforme de la reflectividad sobre la superficie del objeto. $b(x, y)$, $\Phi(x, y)$ y f_o , son la intensidad, la fase y la frecuencia espacial de la rejilla (patrón de líneas ya deformadas), respectivamente.

Expresando la Ec. 1 en su forma exponencial tenemos que:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \left[\frac{e^{i[2\pi f_o x + \Phi(x, y)]} + e^{-i[2\pi f_o x + \Phi(x, y)]}}{2} \right],$$

desarrollando las exponenciales:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \left[\frac{e^{2\pi f_o x} e^{i\Phi(x, y)} + e^{-2\pi f_o x} e^{-i\Phi(x, y)}}{2} \right].$$

factorizando el $\frac{1}{2}$ se tiene:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) [e^{2\pi f_o x} e^{i\Phi(x, y)} + e^{-2\pi f_o x} e^{-i\Phi(x, y)}],$$

sean:

$$c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) e^{i\Phi(x, y)},$$

$$c^*(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) e^{-i\Phi(x, y)},$$

Entonces:

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y) e^{2\pi f_o x} + c^*(x, y) e^{-2\pi f_o x}. \quad (\text{A.2})$$

Ahora se procede a obtener la transformada inversa de $C(f, y)$ con respecto a f obteniendo así $c(x, y)$ como se demuestra a continuación:

$$F^{-1}\{C(f, y)\} = c(x, y)$$

Esto es:

$$\hat{g}(x, y) = \hat{g}'(x, y)e^{iW_0n} = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\Phi(x, y)}.$$

Dónde:

$\hat{g}'(x, y)$ es la transformada inversa de Fourier de la información ya filtrada.

Apéndice B

Desarrollo matemático correspondiente al método de Phase-shifting de 3 pasos expuesto en el capítulo 2 de este trabajo. El registro digital de la imagen del objeto sobre el que se han proyectado franjas, se puede describir matemáticamente por medio de la expresión:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + \delta]. \quad (\text{B.1})$$

Despejando $\Phi(x, y)$ podemos obtener la información de la topografía del objeto, una manera es utilizando 3 registros con desplazamientos en δ que tienen valores de: $0, \frac{3\pi}{2}$ y $-\frac{3\pi}{2}$ es decir, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) - \frac{3\pi}{2}], \\ I_2(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y)], \\ I_3(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + \frac{3\pi}{2}], \end{aligned}$$

La información de fase se obtiene al encontrar el argumento de la expresión:

$$\Phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}[I_1(x, y) - I_3(x, y)]}{2 I_2(x, y) - [I_1(x, y) + I_3(x, y)]}$$

Como se verifica a continuación:

Sabiendo que:

$$\tan\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta}$$

Y que:

$$\cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \mp \text{sen}(a)\text{sen}(b)$$

$$e^{ix} = \cos(x) + i\text{sen}(x)$$

$$e^{-ix} = \cos(x) - i\text{sen}(x)$$

Aplicando estas propiedades a las ecuaciones (2.1) tenemos que:

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) - \frac{3\pi}{2}]$$

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)[\cos\Phi(x, y)\cos\left[-\frac{3\pi}{2}\right] + \text{sen}\Phi(x, y)\text{sen}\left[-\frac{3\pi}{2}\right]]$$

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)[\cos\Phi(x, y) + \frac{\sqrt{3}}{2} b(x, y)\text{sen}\Phi(x, y)]$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y)]$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y)[\cos\Phi(x, y)\cos[0] + \text{sen}\Phi(x, y)\text{sen}[0]]$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos\Phi(x, y)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[\Phi(x, y) + \frac{3\pi}{2}]$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y)[\cos\Phi(x, y)\cos\left[\frac{3\pi}{2}\right] + \text{sen}\Phi(x, y)\text{sen}\left[\frac{3\pi}{2}\right]]$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y)[\cos\Phi(x, y) - \frac{\sqrt{3}}{2} b(x, y)\text{sen}\Phi(x, y)]$$

Ahora:

$$\begin{aligned} 2 I_2(x, y) - [I_1(x, y) - I_3(x, y)] &= 2a(x, y) + 2b(x, y)\cos\Phi(x, y) - a(x, y) + \\ & b(x, y)[\cos\Phi(x, y) - \frac{\sqrt{3}}{2} b(x, y)\text{sen}\Phi(x, y)] - \\ & a(x, y) + b(x, y)[\cos\Phi(x, y) + \\ & \frac{\sqrt{3}}{2} b(x, y)\text{sen}\Phi(x, y)] \end{aligned}$$

$$2 I_2(x, y) - [I_1(x, y) - I_3(x, y)] = 3b(x, y)\cos\Phi(x, y)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3}[I_1(x, y) - I_3(x, y)] &= a(x, y) + \frac{B}{2}(x, y)\cos\Phi(x, y) + \frac{\sqrt{3}}{2} b(x, y)\text{sen}\Phi(x, y) - \\ & a(x, y) + \frac{B}{2}(x, y)\cos\Phi(x, y) + \frac{\sqrt{3}}{2} b(x, y)\text{sen}\Phi(x, y) \end{aligned}$$

$$\left(\sqrt{3} b(x, y) \operatorname{sen} \Phi(x, y)\right) \sqrt{3} = 3 b(x, y) \operatorname{sen} \Phi(x, y)$$

Entonces:

$$\tan \theta = \frac{3 b(x, y) \operatorname{sen} \Phi(x, y)}{3 b(x, y) \operatorname{cos} \Phi(x, y)} = \frac{\operatorname{sen} \Phi(x, y)}{\operatorname{cos} \Phi(x, y)}$$

Por lo tanto se comprueba que:

$$\Phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3} [I_1(x, y) - I_3(x, y)]}{2 I_2(x, y) - [I_1(x, y) + I_3(x, y)]} \quad (\text{B.2})$$

Apéndice C

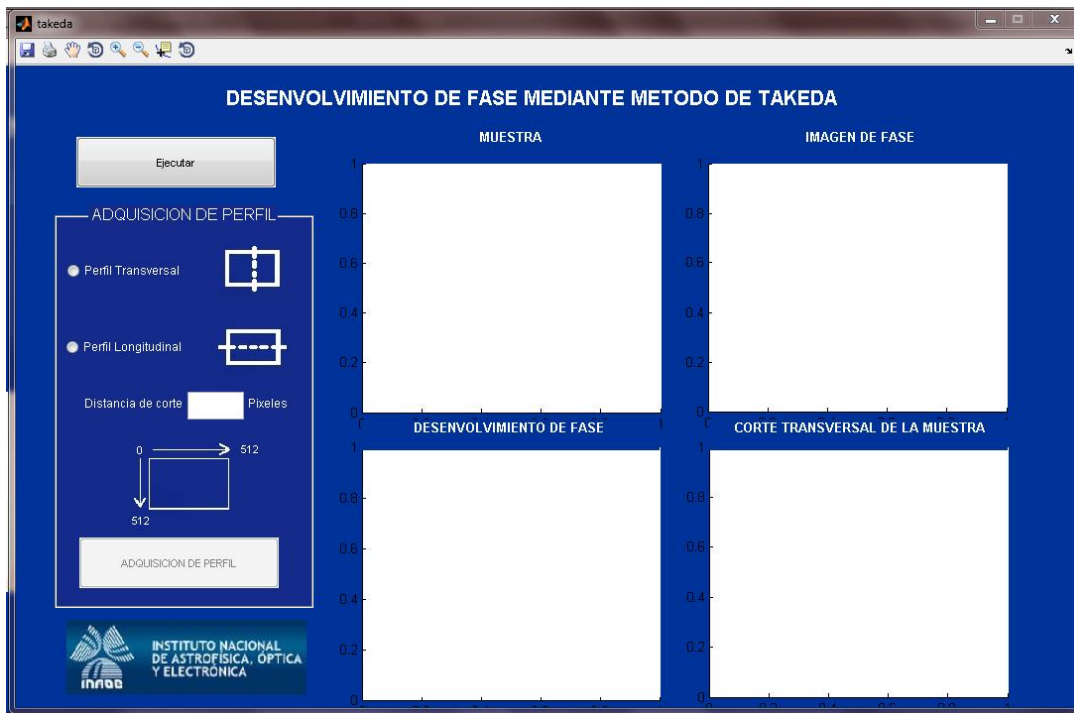


Figura 3.6.- Ventana de Método de Takeda



Figura 3.7.- Ventana del Método de Phase-Shifting 3 pasos



Figura 3.8.- Ventana del Método de Phase-Shifting 4 pasos