



**I
N
A
O
E**

**Diseño Conceptual de un Simulador de
Navegación Aeroespacial y Prototipo Inicial**

por

Serafín Chávez Barranco

Tesis sometida como requisito parcial
para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA
ESPECIALIDAD DE ELECTRÓNICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica,
Óptica y Electrónica**
Diciembre 2012
Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Rogerio Adrian Enríquez Caldera
Investigador Titular del INAOE

©INAOE 2012

Derechos reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias de esta tesis en su
totalidad o en partes mencionando la fuente.



Resumen

Desde hace algunas décadas la navegación aeroespacial ha sido clave para el desarrollo de las telecomunicaciones, la investigación científica, navegación geográfica, entre otras áreas. La investigación asociada a la navegación espacial requiere grandes recursos, por lo cual, recurrir a la simulación por computadora es una alternativa que ha mostrado ser bastante útil en varios campos de la ingeniería.

Se presenta el diseño conceptual de un simulador de navegación aeroespacial que contempla siete bloques generales: nave, lanzamiento, vuelo atmosférico, vuelo espacial orbital, vuelo espacial interplanetario, vuelo colectivo y reingreso. Este conjunto engloba los aspectos referentes al ciclo de vida de un satélite artificial o nave. El diseño parte de conceptos generales, los cuales se van desglosando para obtener elementos más simples siguiendo la metodología desarrollada por la *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) denominada *Work Breakdown Structure* (WBS).

Para mostrar la factibilidad del diseño, se desarrolló un prototipo inicial que contempla un vuelo espacial orbital y un vuelo en formación. El vuelo espacial orbital se refiere al caso en que se tiene un único satélite, en orbitando la Tierra, o bien, se encuentre realizando una transferencia orbital para llegar a su órbita final. Por otro lado, el vuelo en formación es un sistema de naves orbitando alrededor de la Tierra realizando una tarea en conjunto. De esto surge el concepto de órbita relativa, con lo cual pareciera como si un satélite orbitara alrededor del otro. En el prototipo desarrollado, se creó una interface con la cual el usuario puede modificar varios de los parámetros que intervienen en la misión: elegir el modelo, perturbaciones, cantidad de satélites, entre otros.

Abstract

For several decades the aerospace navigation has been key to the development of telecommunications, scientific research, geographic navigation, among other areas. The research associated with spatial navigation requires large resources, therefore, resort to computer simulation is an alternative that has proven quite useful in various fields of engineering.

Is presented the conceptual design of a navigation simulator that includes seven Aerospace General blocks: vehicle, launch, atmospheric flight, orbital spaceflight, interplanetary space flight, formation flying and re-entry. This set includes aspects related to the life cycle of an artificial satellite or a spacecraft. From the design of general concepts, are broken down for simpler elements following the methodology developed by the National Aeronautics and Space Administration (NASA) called Work Breakdown Structure (WBS).

To show the feasibility of the design, is developed an initial prototype that includes orbital space flight and formation flying. The orbital space flight refers to the case where you have a single satellite in Earth orbit, or is performing a transfer orbit to reach its final orbit. Furthermore, formation flying is a system of spacecrafts orbiting and performing a task as a whole. Here arises the relative orbit concept, which looks as if a satellite is orbiting around each other. In the prototype developed, is created an interface with which the user can change some of the parameters involved in the mission: choose the model, disturbances, number of satellites, among others.

Contenido

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivo.....	5
1.2 Organización de la tesis.....	6
CAPÍTULO 2 ANTECEDENTES Y TEORÍA.....	7
2.1 Estado del arte.....	7
2.2 Marco teórico	11
2.2.1 Sistema	11
2.2.2 Modelo.....	12
2.2.3 Simulación.....	16
2.2.4 Prototipo.....	20
CAPÍTULO 3 DISEÑO DEL SIMULADOR.....	23
3.1 Descripción general	23
3.2 Nave.....	27
3.3 Lanzamiento	31
3.4 Vuelo atmosférico	33
3.5 Vuelo espacial orbital.....	35
3.5.1 Determinación de órbita	36
3.5.2 Transferencia orbital.....	37
3.6 Vuelo espacial interplanetario	38
3.7 Vuelo colectivo.....	41
3.7.1 Vuelo en formación.....	41
3.7.1.1 Conceptos generales	41
3.7.1.2 Descripción de Movimiento relativo	45
3.7.1.3 Perturbaciones.....	53
3.7.1.4 Control	55
3.7.2 Encuentro	64
3.8 Retorno	68
CAPÍTULO 4 PROTOTIPO INICIAL	71
4.1 Identificación en el diseño general.....	71
4.2 Implementación y ejemplos.....	72
CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES	91
5.1 Trabajo futuro.....	93

APÉNDICE A	97
LISTA DE FIGURAS	109
LISTA DE TABLAS	111
BIBLIOGRAFÍA.....	113

Capítulo 1

Introducción

La ciencia espacial y sus aplicaciones desempeñan un papel fundamental en el desarrollo económico y social aportando competitividad industrial a los países que la desarrollan. Varias naciones han adoptado políticas en las áreas de la exploración espacial porque han visto las ventajas de incursionar en estas áreas, y la inversión hecha les ha redituado con creces. En fechas recientes se ha incrementado el número de países que han mostrado su avance tecnológico en el campo espacial, siendo China un buen ejemplo de esto, con el desarrollo de su sistema de satélites COMPASS, acoplamiento de módulos espaciales autónomos y otros tantos programas espaciales. Y no está por demás mencionar que varias naciones de América Latina han creado sus propios satélites y los tienen en operación. México no debería ser la excepción en este rubro.

La iniciativa privada desde hace años ha estado inmiscuida en diferentes aspectos de la investigación espacial. Así tenemos por ejemplo, empresas que se encargan de hacer vuelos espaciales comerciales y que se dedican a poner en órbita satélites de diferentes países, los cuales, ven los beneficios económicos de dejar en la iniciativa privada esta tarea. Otras empresas participan en el desarrollo de la tecnología empleada en las misiones hechas por cualquier agencia espacial del planeta.

Lo anterior muestra la gama de oportunidades que uno puede encontrar en la investigación espacial, aplicando ciencia, generando tecnología e innovando. Para dilucidar el área de estudio, se pueden emplear herramientas creadas para ese fin y en base al conocimiento de ellas, y a la experiencia ganada en su uso, generar mejoras. La experiencia en una determinada área de estudio, cuando es poca, se traduce como un atraso

cuando se compara con la experiencia de las potencias mundiales de esa área. Este atraso tecnológico debe subsanarse de alguna manera y no debe ser obstáculo al objetivo de innovar.

En un país, a la par de la innovación se encuentra la tarea de ser artífice de su propia tecnología, lo que se traduce en una independencia tecnológica de otras naciones, genera oportunidades de desarrollo, y en general, es un beneficio para la nación. Por lo anterior, es necesario hacerse de herramientas propias que permitan considerar aspectos que se han dejado en manos de terceros, y tomarlos como un apoyo para darse cuenta que estos conocimientos están al alcance de cualquiera.

El interés por el estudio del espacio exterior no ha sido ajeno al ambiente mexicano. En nuestro país existen grupos de investigación, en universidades y organizaciones que se han abocado a la tarea de contribuir en la industria aeroespacial de maneras específicas desde hace muchos años. En fechas recientes se creó la Agencia Espacial Mexicana (AEM) que pretende impulsar a todos aquellos grupos que quieran aportar sus esfuerzos y abre la puerta a nuevas oportunidades en el ambiente aeroespacial.

El poner un objeto en órbita y poder controlarlo, es decir, poder navegar al objeto, es una tarea ardua e interesante que ha sido tema de estudio por muchos años. Es conveniente mencionar que el concepto de “navegación aeroespacial” incluye más que el saber donde está un punto en el espacio. Se debe considerar que la navegación significa conducir de forma exitosa un vehículo, esto conlleva el cálculo de las trayectorias, su detección y seguimiento para poder hacer la comparación entre lo esperado y lo obtenido. Lo anterior implica que debe existir un control del sistema para la corrección de las diferencias que se puedan presentar.

Por otro lado, la cantidad de información relacionada con cualquiera de las diversas áreas que involucran la navegación aeroespacial es muy grande, y por ende, es necesario en pensar en un grupo interdisciplinario de trabajo que pueda ofrecer resultados. R. Enríquez y H. Harleston han propuesto [1]

la creación de un “Grupo Interdisciplinario” que trabaje en el ámbito de la navegación aeroespacial. Entre las personas que deben estar incluidas en este grupo se encuentran aquellas que tengan conocimientos en física, matemáticas, simulación por computadora, control, entre otras ramas.

Pero trabajar en cualquiera de los campos que puede abarcar la navegación aeroespacial implica experimentos y pruebas que resultan muy costosos, y que requeriría de un financiamiento de investigación extremadamente alto. Aquí es donde la simulación por computadora entra en escena como una opción a la experimentación. La simulación por computadora ha probado ser un instrumento muy versátil en diferentes áreas de la ingeniería. Si bien es cierto que solamente se obtienen resultados indirectos del sistema que se simula, su bajo costo y capacidad de variar parámetros del sistema, en comparación con la experimentación directa, hacen de la simulación una herramienta muy útil. Además, contar con un simulador, permite que más personas puedan tener acceso a pruebas y resultados cuando es necesario optimizar los recursos o se comienza a explorar un área. La simulación junto con los modelos evitan implementaciones complejas inútiles de una realidad de por sí, ya compleja.

La cantidad de temas relacionados a la navegación aeroespacial requiere un método de organizar y priorizar los temas. La manera de abordar un problema tan grande podría ser partir de lo general y llegar a casos particulares. Una herramienta que apoya en esta tarea es *Work Breakdown Structure* (WBS) [2], que se basa en una descomposición jerárquica (niveles) de una idea general y compleja. La idea se toma sin detalle, y se va profundizando en cada parte que la compone agregando detalle y siempre observando que una idea de mayor jerarquía es la suma de todas las ideas de menor jerarquía que la componen. Ya que siempre se busca solucionar un problema, WBS sirve de guía en la planificación y la elaboración necesarias para cumplir con el objetivo que el problema impone.

Esta tesis está relacionada con el diseño de un simulador que permita trabajar la navegación aeroespacial. Como se describe en capítulos posteriores, el diseño contempla el lanzamiento de una nave hasta la puesta en órbita de un vehículo espacial, del cual se hará el seguimiento de su trayectoria. También se ha considerado lo referente al encuentro entre naves e inclusive el reingreso final al planeta.

Igualmente se hace necesario hablar sobre la carga útil, que es al final de cuentas, lo que importa en una misión espacial. No es sorpresa para nadie que intereses económicos y científicos estén involucrados en cada misión que se planea. Así por ejemplo, las crecientes necesidades de comunicación requieren cada vez más y mejores satélites en órbita que cumplan funciones de telecomunicación; mientras que, debido a investigaciones científicas de diversas índoles se ponen en órbita cada año nuevos instrumentos de investigación. Las estructuras de estos satélites deberán soportar condiciones extremas, como por ejemplo, resistir cambios de temperatura de más de 250 °C. El problema relacionado con la vida útil de la carga también es crítico. Gracias a tecnologías modernas, muchas misiones han sobrepasado sus expectativas de vida aunque hay otras que sufren fallas que acortan su vida útil. Y así, pueden ser mencionados otros tantos aspectos que en la carga útil deben ser considerados.

Lo anterior requiere hacer mención de los diversos modelos físicos que simulen las condiciones atmosféricas de la Tierra y las condiciones del espacio exterior que en un momento pudieran afectar la trayectoria tanto de un satélite como el de una nave que lo transporta. La cantidad de fenómenos físicos involucrados puede generar confusiones, desestimar resultados o llevar a errores, dependiendo que modelo matemático se haya elegido para trabajar esos fenómenos físicos. Un ejemplo de esto lo es el campo gravitacional de la Tierra, donde una simple pero muy útil aproximación, emplea solamente un par de coeficientes para modelar la fuerza que experimenta el satélite debido a la atracción gravitacional, pero que

dependiendo de la misión, pueden llegarse a requerir hasta 400 pares de coeficientes o más.

El diseño de un simulador como el que se plantea, será tomado como la base para la creación de un prototipo e incursionar en la navegación aeroespacial. Ya que la información del simulador estará disponible, las mejoras por parte de terceros, son una posibilidad ventajosa. Aquí, se ha pensado que el prototipo inicial debiera comenzar con un modelo simple y posteriormente ir incrementando la complejidad del mismo hasta alcanzar los criterios de validación. La forma en que se realice este prototipo inicial va muy de la mano con la cantidad de recursos humanos y materiales con las que se cuenta, siendo un equipo de cómputo la herramienta más accesible en muchos casos.

Con esta investigación, en primera instancia se pretende llegar a aquellos sectores interesados en el tema de la navegación aeroespacial, con la dificultad matemática y modelos que ello implica, pero también se busca presentar ante personas que no están tan inmersas en estos tópicos o que simplemente deseen darse una idea de cómo sucede un evento de este tipo. Así mismo, se quiere dar un panorama general de cómo abordar el problema de la navegación aeroespacial y coadyuvar en el estudio de este problema.

1.1 Objetivo

El objetivo principal que se persigue en la tesis es el de hacer *el diseño de un simulador de navegación aeroespacial y realizar un prototipo inicial que contemple la sección referente a la navegación espacial de un satélite y de formaciones en vuelo.*

Cuando se menciona el diseño de un simulador de navegación, se necesita pensar en el conjunto de conocimientos y tareas que se deben contemplar para poder realizar un simulador. Por otro lado, un prototipo inicial debe entenderse como un primer desarrollo a partir de una sección del diseño general, y que sirve para mostrar cómo sacar provecho de dicho

diseño. Se entiende también que este prototipo no es definitivo y es susceptible a mejoras.

Como objetivos secundarios que la tesis persigue están los siguientes:

- Generar una interfaz de usuario para el prototipo inicial.
- Realizar la animación de la simulación con las condiciones que el usuario haya estipulado.
- Agregar ruido a aquellos modelos físicos que permitan un mayor acercamiento a la realidad.

1.2 Organización de la tesis

El Capítulo 1 es la introducción a la tesis. En el Capítulo 2, “Antecedentes y teoría, se da una descripción general del trabajo y se brinda una breve introducción a varios de los conceptos manejados en este documento como lo son la navegación aeroespacial, modelo, y prototipo, entre otros. También incluye el estado del arte y antecedentes.

El Capítulo 3, “Diseño del Simulador”, es la presentación del trabajo hecho en la tesis, y aborda la problemática del diseño del simulador, las consideraciones generales y la descripción en detalle de los puntos necesarios para el desarrollo del simulador de navegación aeroespacial.

La descripción del prototipo inicial que se realizó durante esta tesis se da en el Capítulo 4, “Prototipo inicial”, y muestra cómo es que, partiendo del diseño general del simulador, se eligió y trabajó una sección de este diseño. La tesis finaliza con el Capítulo 5, “Conclusiones”, presentando las conclusiones que este trabajo ha dejado, y planteando posibles proyectos que en un futuro podrían efectuarse.

En el apéndice se anexa información referente a la descripción del diseño y prototipo inicial. Por último, se enlista la bibliografía usada.

Capítulo 2

Antecedentes y teoría

Este capítulo tiene por objetivo presentar el estado del arte y una introducción teórica a los conceptos principales que se emplearan durante esta tesis. Dentro del estado del arte se hace alusión a distintos programas de cómputo que permiten realizar simulaciones en el campo aeroespacial. Después se presenta el marco teórico que trata de una manera general los conceptos relacionados con la simulación de un sistema.

2.1 Estado del arte

En la actualidad existen varias alternativas de trabajo en la simulación de navegación aeroespacial, ya sea que se adquiriera algún software comercial especializado en esa área, o bien, se desarrolle uno mediante lenguajes de programación. Distintas investigaciones conllevan a distintas necesidades, y es así como los usuarios en muchas ocasiones desean crear su propio simulador para la aplicación específica que están estudiando. Este enfoque desarrolla la capacidad autóctona. No obstante, los simuladores comerciales permiten corroborar los resultados y mejorar aspectos como las animaciones. A continuación se dará una descripción de algunos de los programas de simulación aeroespacial existentes.

El software *Satellite Tool Kit (STK)* de Analytical Graphics Inc¹. Es una de las más potentes herramientas de modelado, simulación y análisis de sistemas relacionados con el espacio, la defensa y sistemas inteligentes. Incluye diferentes componentes para poder trabajar vehículos en Tierra y el

¹ <http://www.agi.com/>

espacio: satélites, cohetes, naves espaciales, bases en Tierra, autos, aviones, entre otros; inclusive se puede modelar el ambiente ya sea terrestre o del espacio exterior. También contiene los componentes necesarios para trabajar los sistemas electrónicos de vehículos involucrados en el desarrollo de misiones, tales como los sistemas de comunicación y los sensores inerciales de las naves. Contiene opciones para la evaluación de desempeño de las simulaciones. Otra característica es su capacidad de poder visualizar objetos en 2D y 3D, y de igual manera, crear animaciones y simulaciones en tiempo real. En su sitio web (<http://www.agi.com/>) se encuentran otros recursos como animaciones libres y versiones de evaluación de algunos de sus programas. Desafortunadamente, no se trata de un software libre, por lo cual, hay que pagar una licencia. Otro inconveniente que algunos usuarios podrían encontrar, es que, hasta este momento, STK solamente trabaja bajo ambiente Microsoft Windows.

*ORBITER*¹ es un simulador de vuelo espacial completamente gratis. Permite hacer simulaciones en tiempo real con animaciones en 3D usando modelos de vuelo reales. Puede simular ambientes dentro de la atmósfera terrestre y fuera de esta. Cuenta con distintas aeronaves que permiten explorar el sistema solar, trabajar encuentros entre naves y otras acciones. Algunas de las naves que se encuentran en las bibliotecas de ORBITER son el transbordador espacial Atlantis, la Estación Espacial Internacional, un modelo del telescopio Hubble. El software se ha empleado como ayuda para la comprensión de conceptos y en general como herramienta de enseñanza.

*Kerbal Space Program (KSP)*² se trata de un simulador espacial gratuito. En lugar de buscar el máximo realismo, KSP intenta divertir simplificando la construcción y pilotaje de naves espaciales. Una desventaja que tiene el simulador es la limitación en componentes y escenarios.

¹ <http://orbit.medphys.ucl.ac.uk/>

² <http://kerbalspaceprogram.com/>

*SaVi – Satellite Constellation Visualisation*¹ es una herramienta que permite simular las órbitas de distintos satélites en 3D. Cuenta con información referente a constelaciones de satélites tales como Iridium y Globalstar. El software es gratis y de código libre.

La NASA² cuenta con varios simuladores gratuitos que permiten realizar múltiples tareas, a continuación se describen algunos de estos:

- *General Mission Analysis Tool (GMAT)* es un sistema desarrollado por la NASA en conjunto con la iniciativa privada para el análisis y optimización de trayectorias y misiones espaciales. Es un software completamente gratis y de código libre con la intención de que cualquier persona u organización pueda contribuir en esta área de la tecnología. A diferencia de otros simuladores, este cuenta con versiones para distintos sistemas operativos: Windows, Mac y Linux.
- *Eyes on the Solar System* es un simulador de vuelo espacial gratuito que permite al usuario viajar a través del sistema solar. Es desarrollado a partir de los datos reales de distintas misiones y agrega tecnología de videojuegos 3D creando un programa bastante interesante.
- *RocketModeler* es un simulador creado para analizar cómo es que un cohete vuela. Admite modificar decenas de parámetros como el tipo de combustible y las características del mismo, la carga útil del cohete y el cuerpo del cohete. Su última versión incluye cálculos con el coeficiente de arrastre.
- *RocketThrust Simulator* es un programa que permite estudiar cómo es que las toberas de un cohete influyen en el empuje. Se pueden cambiar distintos parámetros de las toberas, el combustible y otros elementos.

¹ <http://savi.sourceforge.net/>

² <http://www.nasa.gov/>

- *AtmosModeler Simulator* fue concebido para investigar cambios en la atmósfera de la Tierra y Marte. También muestra el efecto de los cambios de atmósfera en las variables aerodinámicas.

Por otro lado, hay gran variedad de videojuegos que permiten simulación de naves espaciales muy interesantes, por citar dos ejemplos están el *Microsoft Flight Simulator*¹, *Vega Strike*² y *Wing Commander*³. El *Microsoft Flight Simulator* es un simulador/juego de vuelo dentro de la atmósfera terrestre y su versión actual cuenta con más de 41 modelos de aeronaves. *Vega Strike* es un juego de simulación de vuelo espacial en primera persona, cuenta con la interesante característica de ser de código abierto y gratuito, con gráficos en 3D. *Wing Commander* es un juego de simulación espacial de ciencia ficción que creado en 1990 y ha tenido versiones posteriores.

Además de los programas comerciales que fueron creados específicamente para tareas relacionadas para el ámbito de la navegación aeroespacial, existen aquellos programas de propósito general, que pueden ser empleados en momentos específicos del diseño de una misión como en el diseño de piezas, el control, la animación, etcétera.

Entre estos programas se pueden mencionar:

- *MATLAB*⁴ y *Mathematica*⁵ que son software del tipo matemático con lenguajes propios.
- *Modelica*⁶ que es un lenguaje de programación orientada al modelado de sistemas complejos y cuenta con gran variedad de bibliotecas.
- *SolidWorks*⁷ es un CAD para modelado mecánico.

¹ <http://www.microsoft.com/games/flight/>

² <http://vegastrike.sourceforge.net/>

³ <http://www.wcsaga.com>

⁴ <http://www.mathworks.com/>

⁵ <http://www.wolfram.com/mathematica/>

⁶ <https://www.modelica.org/>

⁷ <http://www.solidworks.com/>

- *Autodesk Inventor*¹ es un software de modelado paramétrico de sólidos en 3D.
- *Autodesk Maya*² es un paquete para desarrollo de gráficos/animación.
- *OpenGL*³ es un estándar para la creación de aplicaciones con gráficos 2D y 3D, entre otras tantas opciones.

2.2 Marco teórico

La simulación junto con los modelos que se emplean, evitan tener que hacer copias complejas e inútiles de una realidad que ya es compleja, y permiten obtener resultados indirectos a nuestro problema de estudio. Se puede partir de ideas simples e ir incrementando su complejidad según las necesidades. Siempre que se piense en simulación, se debe tener un objetivo en mente. A continuación se comentará un poco sobre los conceptos de sistema, modelo simulación y prototipo.

2.2.1 Sistema

Un sistema se puede definir como el conjunto de elementos interconectados que cumplen un propósito. Si bien es cierto que existen diferentes definiciones de lo que es un sistema, según el autor que se consulte, el enunciado anterior destaca los puntos que tienen en común la mayoría de estas definiciones. Los sistemas interactúan con su entorno por medio de entradas (que alimentan al sistema) y salidas (que son las respuestas del sistema). Conocer el comportamiento de un sistema en el futuro es un objetivo primordial que se persigue en muchos casos [3] [4].

Los parámetros para clasificar sistemas también los hay en demasía y como en el caso de la definición de sistema, van de la mano con las

¹ <http://usa.autodesk.com/autodesk-inventor/>

² <http://usa.autodesk.com/maya/>

³ <http://www.opengl.org/>

necesidades del fenómeno que se trabajará. La siguiente es una manera de dividir a los sistemas que es útil en varios ámbitos de la ingeniería, y no implica que un sistema sólo caiga dentro de una sola categoría [3] [5]:

- Sistema de eventos discretos. Los estados del sistema cambian sólo en ciertos momentos del tiempo.
- Sistema continuo. Los estados del sistema cambian continuamente en cada instante del tiempo.
- Sistema de terminación. En el sistema existen puntos de inicio y terminación precisos y conocidos.
- Sistema de no terminación. El sistema carece de puntos de inicio y terminación
- Sistema no lineal. Son sistemas en los que el principio de superposición no se cumple.
- Sistema lineal. Son aquellos que cumplen el principio de superposición.
- Sistema distribuido. Las variables dependientes del sistema son dependientes de las coordenadas espaciales y del tiempo.
- Sistema concentrado. En estos sistemas las variables dependientes no son función de las coordenadas espaciales.
- Sistema estacionario. Los parámetros del sistema son constantes en el tiempo.
- Sistema variante en el tiempo. Los parámetros del sistema varían en el tiempo.

2.2.2 Modelo

Se puede pensar en un modelo como una representación abstracta de un sistema real pero que es más simple que este, y que es equivalente en todos los aspectos de interés [3] [6]. Otra definición de modelo es: “para un observador B, un objeto A^* es un modelo de un objeto A en la medida que B puede usar A^* para responder preguntas que le interesen acerca de A” [4].

Un modelo debe guardar consistencia en varios aspectos de su descripción: a) que tan específico o general se quiere ser, b) que tan cualitativo o cuantitativo se va a tratar, c) si este será discreto o continuo, d) si podrá ser trabajado analíticamente o numéricamente, y otros aspectos que pueden resultar en un buen modelo o un mal modelo [7].

El *mejor modelo* es función de las necesidades del problema y no necesariamente lo es el más complejo o el más simple [4]. Un modelo debe contener al menos las siguientes características [3] [8]:

- Tiene un objetivo.
- Tiene especificaciones.
- Se construye para ganar comprensión del sistema.
- Ayuda a resolver problemas.
- Para su construcción se consideran que aspectos del sistema son importantes y cuáles no.
- Emplea variables independientes como entradas y variables dependientes como salidas.
- Las variables y sus relaciones son las suposiciones del modelo.
- Intenta predecir el valor de una variable en algún tiempo futuro.
- Las conclusiones del modelo son las predicciones.
- Siempre se debe considerar el realismo contra la precisión del modelo e inclusive, se debe tomar en cuenta la generalidad del modelo.

Dentro de las especificaciones que se deben considerar al momento de realizar el modelo, se debe tomar en cuenta un grado de flexibilidad razonable para posibles condiciones que afecten al modelo. También está el aspecto de la fidelidad del modelo, es decir, la precisión de la representación del sistema real [9]. Puesto que el modelo tendrá algún fin dentro de algún proyecto, el aspecto económico no puede ser descuidado y es un factor determinante en la cantidad de recursos disponibles para el modelo.

En bastantes casos se estará interesado en tratar con modelos matemáticos, cuya definición no se aleja mucho de la definición de modelo, y se habla de una construcción matemática diseñada para estudiar un particular sistema del mundo real [8] [9] [10], pero ahora sus variables y su forma tienen un enfoque matemático: “Un modelo matemático es una tripleta (S, Q, M) donde S es un sistema, Q es un pregunta relacionada a S, y M es un conjunto de declaraciones matemáticas $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, que son usadas para responder Q” [4].

La Figura 2.1 muestra un diagrama que ayuda a entender donde se encuentra el modelo matemático dentro del estudio de un fenómeno del mundo real [9]. En dicho diagrama se presenta al modelo como una simplificación de datos del mundo real y que, después de un análisis, arroja conclusiones matemáticas que al ser interpretadas conducen a una predicción del sistema que se deseó modelar. Estas predicciones permiten realizar una comparación con el mundo real y de esta manera, obtener una verificación y determinar si nuestro modelo matemático es útil o no a las necesidades del problema que se tiene entre manos.

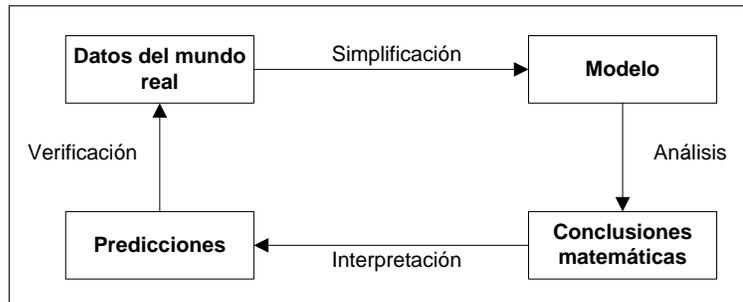


Figura 2.1: Flujo del proceso de modelado

En lo referente a la construcción de un modelo, no existe una serie de pasos reglamentarios para la construcción de este, pero varios autores dan un conjunto de consejos o pasos flexibles que pueden ayudar en su proceso como [3], [4], [8], [9] y [11]. La Tabla 2.1 proporciona dos ejemplos de estas recomendaciones. También es importante destacar que el desarrollo de un

modelo no es un proceso de una sola vez, sino que es iterativo, lo cual se muestra de manera simplificada en la Figura 2.1.

Proceso de modelado [4]	Esquema para la investigación de modelos complejos [11]
No es una ciencia es un arte	No es un esquema lineal sino una sugerencia de posibles pasos.
<p>→ Formular el problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué se quiere hacer? <p>→ Describir el modelo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hacer divisiones entre las variables importantes y las que no lo son • Hacer las relaciones entre variables <p>→ ¿Es de ayuda?</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿El modelo me permite obtener los datos necesarios? Si la respuesta es no, regresar a los pasos anteriores <p>→ Probar el modelo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hacer predicciones que puedan ser contrastadas con datos • El modelo se ajusta a la situación • No siempre se puede llevar a cabo 	<p>→ Definición</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definir el problema a resolver o la pregunta que se responderá • Definición de un sistema, esto es, parte de la realidad que pertenece al problema <p>→ Análisis del sistema</p> <ul style="list-style-type: none"> • Puede ser muy tardado • Revisión de literatura y trabajos previos • Interdisciplinario • Identificación de las partes del sistema que son relevantes para el problema <p>→ Modelado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo del modelo del sistema basado en los resultados del paso anterior. • Elección del software que ayudará. <p>→ Simulación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicación del modelo al problema • Derivación de una estrategia para resolver el problema <p>→ Validación</p> <ul style="list-style-type: none"> • La estrategia derivada en la simulación • Responde a la pregunta: ¿Resuelve el problema para el sistema real? • Comparación con datos experimentales (Literatura o experimentos)

Tabla 2.1: Construcción de un modelo

En lo que se refiere a los modelos matemáticos, existen aquellos que pueden ser identificados con algún fenómeno particular del mundo real y usado en su estudio, y aquellos que son construidos específicamente para estudiar un fenómeno especial.

En [4] y [6] se dan recomendaciones y características de lo que es un buen modelo, incluyendo la “regla dorada” del modelado: un modelo no tiene valor inherente en sí mismo. El valor de un modelo está basado enteramente sobre el grado en el cual soluciona para alguien del mundo real un problema.

2.2.3 Simulación

En una manera simple se puede definir a la simulación como la imitación de la operación de un proceso o sistema del mundo real en el tiempo, que tiene el objetivo de contestar preguntas o resolver problemas y en general, permite una mejor comprensión del proceso o sistema. La relación que tiene con los modelos, es que la simulación es una experimentación que se realiza sobre los modelos desarrollados del sistema que se desea simular, en otras palabras, la simulación es la experimentación con modelos [9] [12] [13] [14]. Algunas ocasiones, la simulación que considera el transcurrir del tiempo es llamada simulación dinámica en contra parte a la simulación estática en la cual el tiempo no es parte de la simulación.

El caso de la simulación por computadora no se trata solamente de programar y resolver ecuaciones del modelo del sistema, sino que se debe hacer ventajoso el modificar los propios modelos.

Dos son los aspectos que se deben considerar en una simulación por computadora [6] [14]:

- Los objetivos o la información de salida del estudio de simulación, es decir, qué información se entregará y cómo se presentará.
- Los datos de entrada o valores numéricos necesarios para determinar las salidas de la simulación (condiciones iniciales, datos determinísticos, datos probabilísticos).

La manera en que se pueden clasificar las simulaciones puede ser considerando el área de aplicación [3]: militares, medicina, entrenamiento, entretenimiento, etcétera. Además puede darse una clasificación a partir del nivel de simulación: virtuales, constructivas, analíticas [6]. Las simulaciones también pueden ser divididas en función del tiempo en continuas o discretas, de tiempo real o no, y en general la división puede depender en específico de uno o más parámetros de interés.

La simulación, junto con la experimentación, son las únicas técnicas para el análisis de sistemas. La simulación posee la virtud de atacar el problema directo de la ciencia (¿Qué pasa si?) y al problema inverso (¿Qué debo hacer para?) [6]. Las ventajas que trae la simulación en relación a la experimentación directa involucran [3] [12]:

- Un costo y consumo de tiempo menores
- Posibilidad de controlar las condiciones en las que se realizan los experimentos: elegir escenarios, expandir o comprimir el tiempo de simulación, etcétera
- La posibilidad de repetir una misma tarea sobre el sistema
- Mantener la seguridad en casos donde la experimentación real resulta peligrosa, complicada o hay condiciones extremas
- Trabajar sobre casos hipotéticos, diagnosticar problemas o identificar restricciones
- Sirve para la comunicación de información en el equipo de trabajo

Aunque se han dado varias razones de porque la simulación es preferible a la experimentación directa, también deben destacarse algunas desventajas como la gran cantidad de datos que se pueden necesitar para alimentar al simulador, el tiempo necesario para crear la simulación que en ocasiones podría ser excesivo e inclusive el costo de un simulador computacional podría ser elevado, entre otras.

Para llevar a cabo la simulación se requiere un modelo de simulación que permita manipular el modelo del sistema real, observar su comportamiento y

llegar a predecir el comportamiento del sistema real a partir del comportamiento del modelo simulado. El modelo de simulación tiene el propósito de estimar las distintas medidas de desempeño y todo aquel punto que sea de interés.

La Figura 2.2 muestra un ejemplo de un ciclo de desarrollo de una simulación con los pasos listados a continuación [6] [8] [14]:

1. Establecer el problema. Lo que la simulación estudiará. Se plantean los objetivos del proyecto, se definen los alcances y las limitaciones del mismo y las interfaces con el sistema externo.
2. Recolección de datos. Recopilación de la información del sistema y del ambiente de operación que será utilizada para los modelos.
3. Modelo conceptual. Es una descripción de lo que será alcanzado con el modelo de simulación que se construirá. Incluye los componentes (y su interacción) y los recursos necesarios para la simulación: cantidad de tiempo, número de personas, equipo para producir y operar, etcétera.
4. Diseño del modelo. Es la descripción detallada de la estructura necesaria para implementar los componentes, de una manera lógica y matemática. Incluye el detalle de los algoritmos que se emplearan.
5. Implementación del modelo de simulación. Uso de software de simulación o lenguaje de programación para implementar el modelo.
6. Verificación del modelo. Partiendo de las diferentes corridas del modelo de simulación, se espera llegar a hacer comparaciones con las predicciones que el modelo conceptual.
7. Validación del modelo. Se compara la salida del modelo verificado con la salida del sistema real. En otras palabras, la validación determina si el modelo conceptual cumple con las especificaciones del problema.
8. Acreditación. Determinación de si la simulación es aceptable para el propósito especificado.
9. Diseño de experimentos. Planear los experimentos de acuerdo a los objetivos de la simulación y obtener las respuestas esperadas.

10. Recolección de la información. Organización y almacenamiento de los datos que arroje la simulación.
11. Análisis de los resultados. Análisis estadístico e interpretación de los resultados de los pasos anteriores.
12. Documentación de los resultados y simulación.
13. Expansión del modelo. Consiste en tomar la información de los modelos que pueden ser útiles para trabajos posteriores.

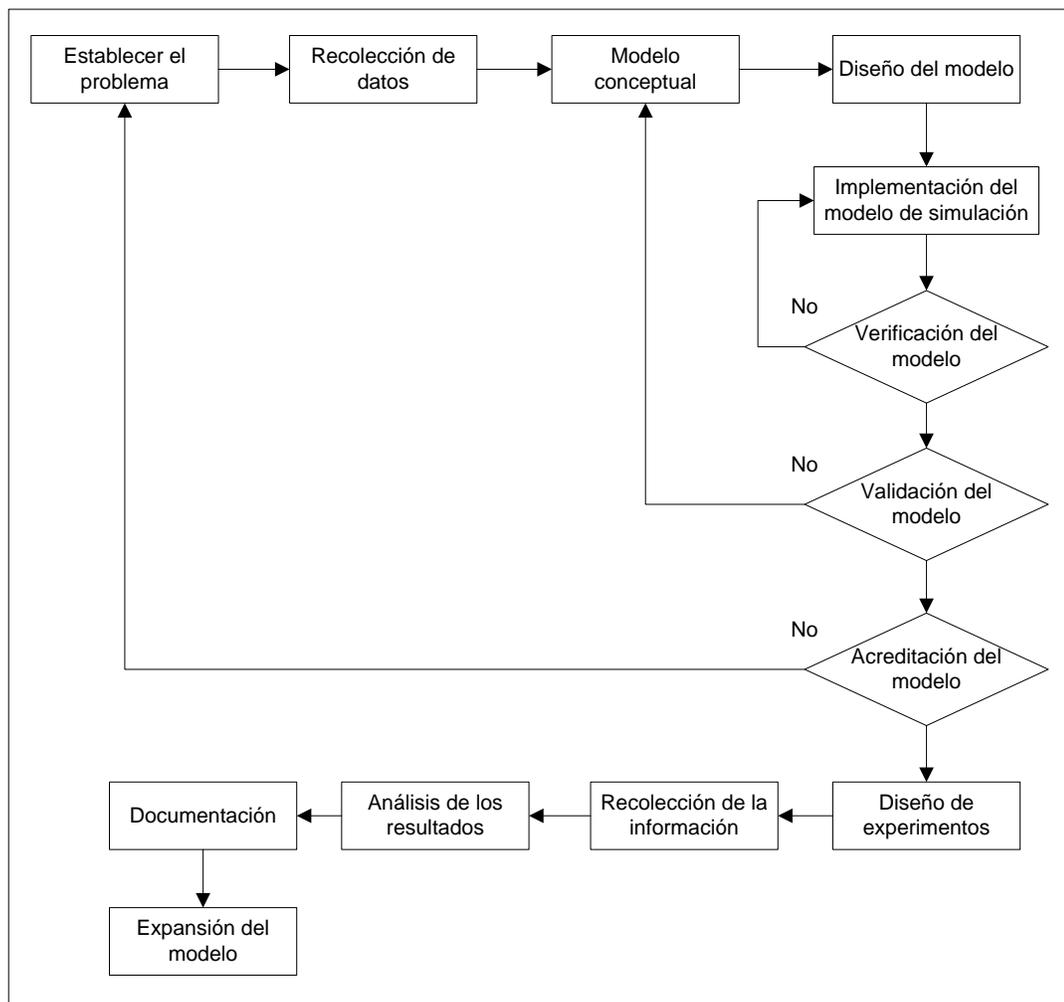


Figura 2.2: Desarrollo de una simulación

2.2.4 Prototipo

Un prototipo es un modelo de prueba del cual se necesita obtener información; es una aproximación de un producto en algún aspecto de interés. Un prototipo cuenta con las características de ser modificable fácilmente, de tener la capacidad de ser mejorado, de poder ser desarrollado en un periodo de tiempo relativamente corto y con un costo menor que el que resultaría de crear el producto final. Dependiendo del área de estudio, la definición de prototipo puede incluir otros aspectos [15] [16].

La manera en que se clasifican los prototipos es muy amplia dependiendo de las características que se traten; a continuación se da una clasificación general de prototipos [16]:

- Analíticos. No hay una construcción física del prototipo y son mucho más flexibles que los prototipos físicos, el ejemplo más claro de este tipo de prototipo es la simulación o prototipo virtual.
- Físicos. Hay algún tipo de construcción física del prototipo, por ejemplo, una maqueta.
- Completos. El prototipo considera todas las partes del sistema. Un ejemplo es el prototipo que se requerirá para probar un nuevo avión.
- Enfocados o locales. El prototipo da importancia a ciertas especificaciones del sistema.
- Reusable o evolutivo. El prototipo puede ser empleado más de una vez y puede llegarse a convertir en el producto final.
- Desechable. No es reutilizable y se emplea para aclarar los objetivos y comprender los requerimientos.

Los prototipos son útiles porque permiten a los diseñadores comunicar sus ideas, discutir sobre estas y proponer mejoras. Así mismo, apoya a los diseñadores en la evaluación de un producto, por ejemplo, determinar si es que se ha omitido alguna especificación o se han cometido errores. Además, es una manera de interactuar con el cliente o usuario al ser una herramienta para verificar qué tanto se están cumpliendo las expectativas del producto. De esto se desprende que un prototipo puede ser tan simple como un

conjunto de bosquejos sobre papel o tan complicado como un avión para pruebas de seguridad.

El ciclo de vida de un prototipo se muestra en la Figura 2.3. Los objetivos del prototipo deben ir encaminados tanto a las necesidades de un usuario final como a los requerimientos de validación del prototipo. La funcionalidad del prototipo tiene que ver con las tareas que debe cumplir el prototipo, las especificaciones de diseño y las expectativas del usuario. Establecer un buen nivel de aproximación del prototipo es vital para el cumplimiento de los objetivos [15].

Cabe resaltar que en el desarrollo del prototipo se puede hablar de prototipos evolutivos y prototipos desechables, según se mencionó anteriormente. En los prototipos evolutivos existe un prototipo inicial que se va reajustando o refinando hasta llegar a un escenario final que cumple con las necesidades del usuario. Los prototipos desechables tienen periodos de vida cortos y son útiles para encontrar problemas, aumentar requerimientos o quitar aspectos innecesarios y no se consideran como un escenario final.

La elección entre los prototipos evolutivos y los desechables está en función de que tan bien se conocen los requerimientos. Si los requerimientos son pobremente comprendidos un prototipo desechable es una buena opción. Si hay buen conocimiento de los requerimientos, el prototipo evolutivo podría ser una mejor alternativa.

La evaluación del prototipo se da en función de parámetros que los diseñadores se hayan propuesto, se deben identificar errores cometidos y las omisiones se deben considerar para la mejora. También se debe tener en cuenta que el hacer un prototipo es un proceso iterativo, por lo cual, es necesario también considerar en la planeación, cuantas veces se realizará este proceso y cuando detenerlo.

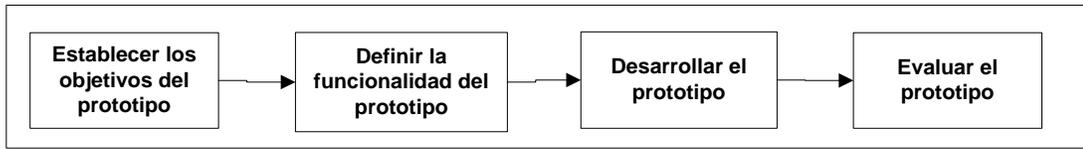


Figura 2.3: Ciclo de vida de un prototipo

Capítulo 3

Diseño del simulador

El crear un simulador de navegación aeroespacial es una tarea interdisciplinaria que debe considerar aspectos tan diversos como son: las características de la nave espacial, la carga útil, el control, la órbita, las comunicaciones con las bases en Tierra, el tipo de combustible, entre otros tantos. Todos estos tópicos pueden englobarse en *el análisis y diseño de la misión*.

Este capítulo tiene la intención de presentar los componentes del diseño de un simulador de navegación aeroespacial. Para ello, se hizo uso de la metodología (WBS), con la cual, se pudo hacer una descripción de los tópicos del diseño del simulador partiendo desde una estructura general hasta llegar a elementos más finos del diseño. El apéndice A da información referente a los diagramas de WBS del diseño y la nomenclatura empleada.

El capítulo comenzará presentando las consideraciones generales del diseño del simulador de navegación aeroespacial para después entrar en detalle en los tópicos específicos. Se enfatiza el trabajo en dos secciones claves para el prototipo inicial: el vuelo espacial orbital y vuelo en formación.

3.1 Descripción general

La etapa de diseño comprende una clasificación y un plan de trabajo. La clasificación de los temas relacionados con el simulador de navegación aeroespacial debe considerar etapas de desarrollo que puedan ser estudiadas con cierto grado de independencia.

El diagrama de la Figura 3.1 presenta la forma general del simulador de navegación aeroespacial. Por cuestiones de tamaño y comodidad, el

diagrama no se puede expandir completamente. No obstante, en el Apéndice A se encuentra más información relacionada con el mismo.

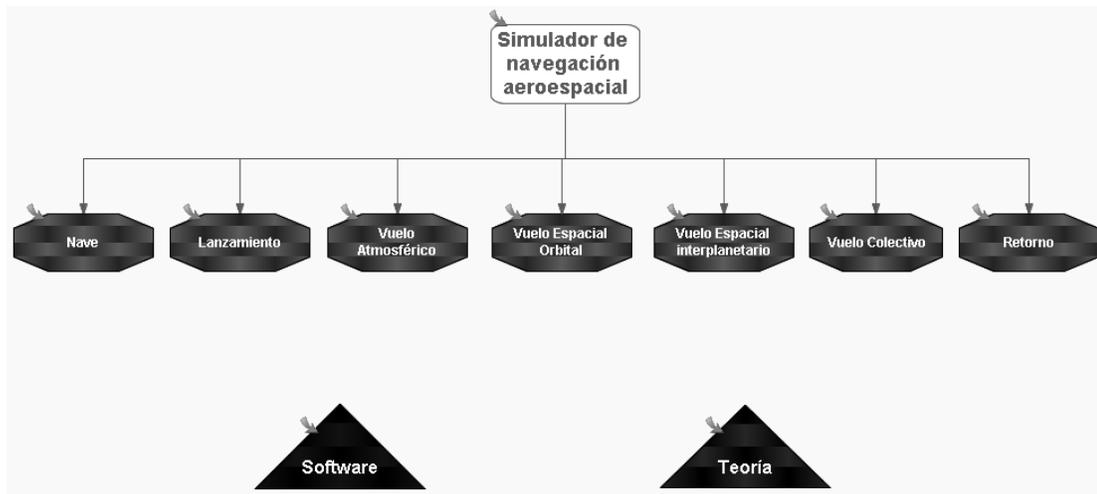


Figura 3.1: Diagrama del diseño general del simulador

En la Figura 3.1 se observa que el “Simulador de navegación aeroespacial” es el nivel 1, el más alto de la estructura. El nivel 2 se ha propuesto que contemple siete elementos, que además, son las partes principales del simulador de navegación aeroespacial:

- I. Nave. La estructura y los sistemas que intervienen en la construcción de una nave son tomados en cuenta en este primer bloque. El objetivo de la misión determina qué tipo de nave se empleará y la carga útil que ésta debe transportar.
- II. Lanzamiento. No cualquier lugar de la superficie terrestre sirve para ser un punto de lanzamiento. Por otro lado, hay varios aspectos de infraestructura en los que se debe de pensar como por ejemplo el calentamiento en la base de lanzamiento o las vibraciones debidas al transporte que en ella se presentan. Las consideraciones relacionadas con el lanzamiento de la nave espacial son abordados en esta sección.
- III. Vuelo atmosférico. El vuelo atmosférico se refiere a la parte del vuelo realizado a alturas donde la atmósfera terrestre es una variable vital y que debe ser modelada en las distintas ecuaciones de movimiento.

- IV. Vuelo espacial orbital. Cuando se tiene una nave orbitando en las cercanías de la Tierra en una órbita periódica o en una órbita transferencia se habla de vuelo espacial orbital. La altitud es tal que la atmósfera terrestre debe ser modelada de manera diferente que en el caso del vuelo atmosférico o inclusive puede despreciarse; no obstante, aparecen nuevas fuerzas que han de tratarse en las ecuaciones de movimiento.
- V. Vuelo espacial interplanetario. Esta sección es una extensión del vuelo espacial orbital, pero ahora no sólo se consideran órbitas alrededor de la Tierra, sino que se contemplan viajes en el sistema solar o incluso, en el futuro, algún sistema externo.
- VI. Vuelo colectivo. Cuando se tienen en órbita más de dos objetos en algún tipo de formación y trabajan mutuamente en una misión, se habla de vuelo en formación. Si la distancia entre estos objetos es relativamente corta o nula, se tiene un encuentro y acoplamiento entre naves. Tanto vuelo en formación como el encuentro son trabajados en esta sección.
- VII. Retorno. El retorno puede contemplarse cuando una nave ha finalizado su misión y requiere regresar a la Tierra, o bien, cuando la nave apenas comenzará su misión y debe posarse sobre la superficie de algún cuerpo celeste.

Así pues, la propuesta de dividir el diseño de navegador de esta manera atiende a la necesidad de que cada punto sea tratado en un principio, de una manera individual, sin la necesidad de agrupar con el resto de los elementos del diseño, pero que conforme se avanza en cada uno de ellos se van haciendo las interconexiones necesarias para tener un simulador completo.

Por otro lado, además de los temas principales relacionados con la navegación aeroespacial, están los aspectos de software y la teoría necesarios para el desarrollo del simulador:

- i. Software. Ya que se trata de un simulador por computadora, hay aspectos computacionales básicos que se deben de tratar para tener un diseño completo.
- ii. Teoría. Tópicos relacionados al estudio de la navegación aeroespacial; existen otros temas que son necesarios en el desarrollo del simulador, como fundamentos en física y matemáticas.

El diseño de un simulador para la navegación aeroespacial puede partir de los mismos principios que el diseño de misiones, las cuales comienzan con los objetivos generales y terminan en tareas específicas. Los *objetivos de la misión* se determinan mediante los requerimientos de los usuarios, así como de las restricciones financieras, tecnológicas y políticas [17].

Por otro lado, los *requerimientos de la misión*, surgen de los objetivos y son las especificaciones que se deben cumplir en la misión, por ejemplo, el desempeño, ciclo de vida de los sistemas, costos, la confiabilidad del equipo, etcétera. Los requerimientos de la misión se logran cuando se cumplen los *requerimientos de los sistemas* de los vehículos involucrados, de los sistemas en Tierra y de los sistemas de la carga útil. Cada uno de ellos tiene sus subsistemas asociados.

Además, las etapas de desarrollo de una misión son el ciclo de vida de los componentes que en ella intervienen [17] [18]:

- Fase A. Es la fase del análisis preliminar o viabilidad. Es un diseño conceptual que cumple con los requerimientos de la misión, y demuestra la viabilidad del proyecto. Se busca el mejor sistema posible dentro de las opciones con las que se cuente.
- Fase B. Llamada definición detallada. Se especifican los lineamientos técnicos, económicos y políticos de la misión, para obtener el mínimo de problemas en etapas posteriores.
- Fase C/D. Es la etapa más larga de todas y en ella se hace el desarrollo, la fabricación, integración y prueba de los sistemas. Esta fase tiene una revisión de diseño preliminar y una revisión de diseño

crítica, además incluye pruebas y simulaciones de los sistemas y termina con la fase de lanzamiento.

- Fase E. Comienza inmediatamente después del lanzamiento e involucra las operaciones de la misión como el mantenimiento de la órbita.

En las siguientes secciones de este capítulo se presentan más detalladamente las siete partes del diseño general del simulador del diagrama de la Figura 3.1.

3.2 Nave

Cuando se habla de la nave, realmente se está refiriendo a dos vehículos diferentes: el vehículo de lanzamiento y la nave espacial. El vehículo de lanzamiento es el medio por el cual se dejará la Tierra y se pondrá en el espacio a la nave espacial. La nave espacial se compone de la plataforma y la carga útil [19].

La carga útil es el objeto principal de la misión y es lo que se pretende poner en órbita junto con la plataforma. La carga útil puede ser uno o varios subsistemas con una tarea específica, por ejemplo, un radar. Por otro lado, la plataforma consiste de todos los subsistemas de la nave espacial que dan sustento a la carga útil [17]. También, es común utilizar el término de carga útil para referirse a toda la nave espacial.

Una de las principales tareas en el diseño del sistema de la nave espacial es identificar cuales aspectos de la misión (y que elementos del diseño) son más influyentes sobre el tipo de nave que puede satisfacer los requerimientos de la misión, y a estos se les llaman *controladores del diseño*.

Existe una gran variedad de sistemas y subsistemas dentro de una nave espacial; los subsistemas más comunes son [18] [19]:

- Estructura y mecanismos. Es la estructura física de la nave espacial en la que todos los otros componentes son montados, e inclusive,

considera la estructura requerida para acoplar a este vehículo con el vehículo de lanzamiento. También incluye los mecanismos para mover antenas, paneles solares, etc. Debe tenerse en cuenta que el ambiente espacial provoca distintos daños en la estructura de la nave que degradan las propiedades de los materiales y acortan su tiempo de vida.

- Potencia y distribución eléctrica. Son todos los componentes y equipos encargados de generar, almacenar y distribuir la energía eléctrica, e incluye los paneles solares y su control, baterías, convertidores de potencia, control de cargado de baterías, entre otros.
- Telemetría y comando. También llamado subsistema de comunicaciones, es la circuitería electrónica encargada de seguir, monitorear y comunicar a la nave con las estaciones en Tierra. Incluye transmisores, receptores, antenas, grabadoras, sensores, etcétera.
- Procesamiento de datos. Subsistema encargado de procesar y dar formato a la información generada en la nave espacial. Aquí se incluyen a las computadoras de abordo y equipo de apoyo.
- Navegación y control. Son los componentes para medir y controlar la posición y la orientación de la nave. Aquí se incluyen sensores de sol y Tierra, IMUs (“Inertial Measurement Units”), entre otros, así como la electrónica para procesar las señales de estos dispositivos.
- Propulsión. Es el subsistema encargado de cambiar la orientación, velocidad y giro de la nave. Se compone de cohetes de combustible líquido o sólido, u otra fuente de propulsión, así como de la infraestructura para operarlos. Los cohetes con combustible sólido se suelen usar para llevar al satélite o nave espacial a su órbita final. Los cohetes de combustible líquido se emplean para cambiar la orientación o hacer ajustes a la órbita.
- Control térmico. Es la infraestructura encargada de controlar la temperatura del resto de componentes de la nave espacial. Esto

incluye refrigerantes, capas aislantes, pinturas, el acabado de las superficies, etcétera.

- Sustentación de vida. Este subsistema es necesario en caso de misiones tripuladas y comprende los elementos necesarios para sustentar vida en la nave espacial. Esto incluye elementos para evitar el daño por radiación, sistemas para obtener oxígeno, almacenamiento de agua, entre otros.

En cuanto al vehículo de lanzamiento, siendo la interface principal con la nave espacial durante el lanzamiento, determina las dimensiones y masa de la nave espacial. En general, este vehículo de lanzamiento raramente es reusable [20].

Los sistemas que debe incluir un vehículo de lanzamiento son [21]:

- Etapas impulsoras o de propulsión. Proporcionan un alto empuje durante la primera etapa de vuelo y un empuje moderado en etapas posteriores. Incluyen los motores del cohete, tanques de combustible, bombas para el combustible, etcétera.
- Compartimiento de carga. Es el lugar donde se coloca la carga útil. Consiste de adaptadores para instalar la carga, y en caso de incluir varios vehículos espaciales, se debe adaptar un sistema multi-carga. También, este vehículo incluye envolturas que protejan a la carga.
- Control y navegación. Son sistemas completamente autónomos durante el vuelo.

Ahondando un poco más en la propulsión, debe decirse que tener etapas de propulsión separadas permite la optimización de cada una de ellas para cumplir las especificaciones de la misión, y además, son los únicos sistemas de empuje que tienen una aceleración continua durante todo su tiempo de trabajo [22]. Cada etapa impulsora contiene sus propios elementos, pero todas conservan la misma base [20] [21]:

- Estructura. Es el soporte de la etapa del cohete y puede incluir otros subsistemas, como la estructura inter-etapa.

- Propulsión. Incluye todos los elementos que contribuyen a la generación de empuje, por ejemplo, los motores.
- Alimentación. Sistema que lleva el combustible desde los tanques hacia los motores. Se puede dar por sistemas de presión o sistemas de bombeo.
- Presurización del tanque. Suministra gases a presión necesarios para hacer funcionar el sistema de alimentación.
- Almacenamiento. Son los tanques que almacenan el combustible. También incluye el sistema que comunica a los distintos tanques de combustible.
- Control de reacción. Es el sistema que proporciona una aceleración al momento de separar las etapas del cohete y cuando se suelta la carga útil. Emplea sistemas de gas caliente y gas frío.
- Energía eléctrica. Se trata de baterías que suministran energía eléctrica a otros sistemas como el de pirotecnia, el de telemetría, las bombas de aceite, etc.
- Aviónica. Incluye los sistemas de telemetría, computadoras a bordo del cohete, sistemas de control de orientación y posición.
- Separación de etapas. Es el sistema encargado de separar las etapas del cohete, que se inicia con el sistema de pirotécnica.
- Vector de empuje y actuadores. Es el sistema que controla la trayectoria de vuelo de los cohetes, la cual puede verse afectada por perturbaciones durante el ascenso.
- Control de válvulas. El sistema que permite operar las válvulas de otros sistemas como el sistema criogénico. Incluye un control neumático y uno eléctrico.

Con el fin de la era del transbordador espacial de la NASA¹, los cohetes son el único vehículo de lanzamiento con el que se trabaja actualmente. Hay varios fabricantes que brindan información sobre sus cohetes. Por ejemplo, Arianespace [20] es una compañía que se encarga de hacer lanzamientos desde hace varios años y que ofrece tres series de modelos de cohetes que varían en función del peso y tamaño de la carga que pueden llevar, y la distancia que alcanzan: las series Ariane 5, Soyuz y Vega. Una lista completa con varios fabricantes de cohetes e información más detallada de los mismos se puede encontrar en [23].

3.3 Lanzamiento

El lanzamiento o sistema de lanzamiento comprende el vehículo y la infraestructura en Tierra que coloca al vehículo espacial en órbita o en una trayectoria desde la cual la nave espacial podrá alcanzar la posición deseada.

A la etapa de lanzamiento le precede una etapa de pre-lanzamiento que comprende el diseño, fabricación y ensamble de componentes para la sección de la plataforma y la carga útil de la nave espacial, hasta que finalmente se integran al vehículo de lanzamiento [17].

Como se mencionó antes, debido a que ya existen cohetes comerciales, y su modificación implicaría altos costos, la carga útil es la que debe ser adaptada a los cohetes. Esto limita las posibilidades de lo que se puede abarcar en un solo lanzamiento, por lo cual, en ocasiones se deben hacer múltiples lanzamientos para completar la misión. Por otro lado, si la carga es pequeña, es común el lanzamiento de varias naves espaciales en un solo cohete, que pueden incluir nanosatélites o microsátélites que sirven como contrapesos. A este último tipo de lanzamiento se le conoce como “piggyback”.

¹ http://www.nasa.gov/mission_pages/shuttle/main/index.html

Los cohetes lanzadores se pueden clasificar de acuerdo a la carga que pueden llevar. Un lanzador pequeño puede llevar cargas de hasta 3000 kg y se usan principalmente para la colocación de cargas en órbitas bajas; un lanzador mediano soporta cargas entre 3000 y 6000 kg y puede alcanzar órbitas medias; y un lanzador de carga pesada soporta más de 6000 kg [21] y alcanzar la órbita geoestacionaria.

Durante el lanzamiento hay varias condiciones extremas que deben ser tomadas en cuenta, por ejemplo [17]:

- Altos niveles de ruido y de vibraciones
- Grandes campos acústicos debidos a los motores principales del vehículo de lanzamiento
- Altos niveles de aceleración durante el ascenso
- Golpes mecánicos debidos a la operación de pirotecnia de los cohetes
- Diferentes condiciones térmicas desde el laboratorio hasta el espacio
- Una rápida reducción de la presión ambiental
- Sacudidas aerodinámicas, habiendo dos principales, la primera ocurre al momento del despegue y la segunda durante el vuelo trans-sónico.

En lo que se refiere a la infraestructura en Tierra del sistema de lanzamiento, esta debe contener al menos los siguientes elementos [21]:

- Instalaciones para integración del vehículo de lanzamiento.
- Instalaciones para preparar la nave espacial.
- Plataforma de lanzamiento.
- Zona de lanzamiento.
- Instalaciones de control para el lanzador y la carga útil.
- Estación de seguimiento y telemetría.
- Sistemas de radar.
- Instalaciones para pronóstico del tiempo.
- Instalaciones para la producción de combustibles criogénicos.

Actualmente la gran mayoría de cohetes son lanzados desde la superficie de la Tierra, no obstante, hay algunos como el Pegasus XL¹ que se lanza desde un avión en vuelo. Los requerimientos de la misión darán forma a las especificaciones y tareas que se efectuaran en el sistema de lanzamiento. Por citar un ejemplo, existe una velocidad que los requerimientos de la misión exigen que se alcance, en caso contrario, no se podrá llegar a la órbita objetivo. El requerimiento de velocidad para el sistema de lanzamiento resulta principalmente de la diferencia de las velocidades inicial y final. La velocidad inicial se encuentra afectada por la rotación de la Tierra, la cual a su vez depende de la latitud geográfica del sitio de lanzamiento y de la dirección de la trayectoria. La velocidad terminal es la velocidad de la órbita objetivo. Así, el sistema de lanzamiento debe ser capaz de entregar una ganancia en velocidad para cumplir los requerimientos de velocidad. Esta ganancia incluye la masa de la carga, el número de secciones del vehículo de lanzamiento, el desempeño de la propulsión, la masa estructural y el combustible residual.

3.4 Vuelo atmosférico

El vuelo atmosférico al que se refiere aquí se vincula al movimiento que realiza el vehículo de lanzamiento dentro de la atmósfera terrestre. Tradicionalmente, el vuelo de cualquier nave se puede clasificar como vuelo atmosférico y vuelo espacial, dependiendo entre otras cosas, de la altura instantánea de la nave. No obstante, para vehículos de lanzamiento como los cohetes esta división desaparece, y puede decirse que hay un vuelo trans-atmosférico [24]. El vuelo trans-atmosférico dependerá de su entorno, por lo cual un estudio detallado de su atmósfera debe ser incluido en los modelos.

El vuelo atmosférico involucra la creación de fuerzas debido a la interacción de la atmósfera. Tales fuerzas pueden ser aerostáticas o

¹ <http://www.orbital.com/SpaceLaunch/Pegasus/>

aerodinámicas. Las primeras surgen cuando el vehículo es más ligero que su entorno, mientras que las fuerzas aerodinámicas son producto del movimiento de vehículo relativo a la atmósfera.

La aceleración de ascenso de un vehículo de lanzamiento es diferente a la de cualquier otro vehículo, debido principalmente a la rápida razón de pérdida de masa que el vehículo de lanzamiento experimenta. Un cohete puede alcanzar la órbita donde dejará a la carga útil en un tiempo menor al que le tomaría a un avión alcanzar su altura de crucero.

El ascenso curvo es el tipo de ascenso más común en el lanzamiento de cohetes. El efecto gravitacional y la rotación de la Tierra provocan que la trayectoria del cohete cambie desde un movimiento vertical en el lanzamiento a una trayectoria casi horizontal en el vuelo, a esto se le conoce como “gravity turn” [24].

En los primeros segundos de vuelo, el vehículo de lanzamiento debe mantener la vertical, tiempo en el que el vuelo es inestable debido a la velocidad de vuelo baja. Poco después, durante el ascenso, el ángulo de ataque se debe conservar pequeño, aún en presencia de perturbaciones. Esto se logra mediante un sistema de control de orientación y un sistema guía. El “gravity turn” inicia al apagar el sistema guía, lo que sucede tan pronto se alcanza una aceleración adecuada.

Por otro lado, la atmósfera es una delgada capa de gases que se aferra a la superficie de un planeta por atracción gravitacional. En cuanto al modelo de la atmósfera terrestre, los parámetros principales que se deben tener en cuenta son [25]:

- Densidad
- Dinámica de viscosidad
- Trayectoria libre media de las moléculas
- Temperatura absoluta
- Presión estática
- Humedad relativa

- Calor específico
- Composición química
- Velocidad del sonido

La atmósfera se modela generalmente como capas consecutivas que varían con la altura. En [26] se habla de perturbaciones que alteran la órbita de satélites y se mencionan algunos de los tantos modelos atmosféricos que existen.

3.5 Vuelo espacial orbital

Después de que la nave espacial es soltada por la nave de lanzamiento, comienza la fase de la misión en que se deben de realizar las operaciones necesarias para llevarla a su órbita final.

El objetivo de la misión determinará la manera en que la “spacecraft” o nave espacial se moverá alrededor de la Tierra, es decir, su órbita. Las telecomunicaciones, estudio del clima, navegación, geografía, evaluación de recursos naturales y uso de la Tierra, gestión de desastres naturales, astronomía y usos militares son las principales actividades que se realizan con naves espaciales o satélites orbitando la Tierra. De ahora en adelante, dado que el prototipo de este simulador está orientado a satélites, nos referiremos a la nave espacial como satélite.

Los modelos del movimiento de un satélite dependen mucho del nivel de precisión con el que se quiera trabajar, pero fundamentalmente están gobernados por la interacción gravitacional entre varios cuerpos. A todo esto se le conoce como mecánica orbital. La teoría mecánica involucra sistemas de referencia inerciales y no inerciales. Así mismo, las ecuaciones involucradas pueden ser no lineales, lineales o ecuaciones linealizadas.

Los distintos tipos de órbitas se clasifican mediante un parámetro orbital como la excentricidad, inclinación o la altura, no obstante, hay órbitas que debido a su importancia, han recibido un nombre específico [27] [28]:

- GEO (Órbita Geoestacionaria, “Geostationary Earth Orbit”)
- LEO (Órbita terrestre baja, “Low Earth Orbit”)
- MEO (Órbita terrestre media, “Medium height Earth Orbit”)
- HEO (Órbita altamente elíptica, “Highly Elliptical Orbit”)
- Órbita polar
- Órbita Molniya
- Órbita Tundra
- Órbita ecuatorial

La teoría matemática relacionada a los tópicos de navegación de objetos orbitando alrededor de la Tierra es más bien extensa, por lo que se han escrito un par de reportes técnicos que acompañan a esta tesis [26] y [29], y así, el lector interesado en ello encuentre la teoría básica de manera concreta. En los reportes se presenta el problema de los dos cuerpos, el cual es fundamental para el movimiento orbital, seguido por el estudio de órbitas con elementos orbitales. Posteriormente, se muestran las distintas perturbaciones que afectan a una nave orbitando la Tierra y se finaliza con una introducción a los distintos sistemas coordenados y sistemas de tiempo que se pueden llegar a requerirse dentro de una simulación.

En el resto de esta sección, se plantearán de forma breve algunos de los temas que se encuentran en los reportes técnicos.

3.5.1 Determinación de órbita

Existen varios métodos para la determinación de órbitas, los cuales se pueden clasificar de acuerdo a las entradas, salidas de los modelos y exactitud resultante, así se tienen [30] [31]:

- Determinación inicial de órbitas (IOD). También llamados métodos de determinación preliminar. Son los métodos de menor exactitud, pero son simples y forman la base de los otros dos tipos de métodos. No se

requieren estimaciones *a priori* y sus salidas son estimaciones de posición y velocidad del satélite que suelen emplear el problema de los dos cuerpos.

- Correcciones diferenciales por mínimos cuadrados (LS). Requieren una estimación *a priori*, por ejemplo, la obtenida por algún método IOD, y entregan una estimación refinada de la posición y velocidad.
- Procesamiento secuencial (SP). Generan salidas más exactas que los otros dos tipos de métodos. Requieren una estimación *a priori* y una matriz de covarianzas de error.

3.5.2 Transferencia orbital

La transferencia orbital es el proceso de llevar a un satélite o nave espacial desde una órbita inicial a una órbita final mediante una o varias órbitas de transferencia. El concepto de transferencia orbital está muy relacionado con el de maniobras orbitales, el cual es un término más general para referirse a las modificaciones de la órbita.

Para realizar una transferencia orbital se requiere un cambio de velocidad Δv en la velocidad v_i del satélite o nave. La forma más fácil de lograr el cambio es mediante una maniobra impulsiva, la cual se consigue cuando a v_i se le suma instantáneamente un Δv . En una maniobra impulsiva, la posición del objeto se considera que no cambia, sólo lo hace su velocidad. La cantidad de impulsos necesarios para lograr la órbita final dependerá: 1) del tiempo disponible para hacer la transferencia, 2) del combustible, 3) de si la transferencia es en el mismo plano orbital o no, 4) del objetivo de la misión, etcétera.

En una transferencia orbital, una mejor estimación del movimiento del objeto se logra tomando a la maniobra impulsiva como una perturbación en la ecuación del problema de los dos cuerpos [26]. Con lo anterior, si se planea

resolver dicha ecuación, se podrían considerar también transferencias de órbita con cambios de velocidad continuos en vez de impulsivos.

Una maniobra impulsiva no existe realmente, pero se puede conseguir una buena aproximación cuando cohetes de alto empuje son encendidos por periodos de tiempo cortos.

Hay una gran variedad de maniobras impulsivas para el cambio de órbita. Existen transferencias que solamente requieren modificaciones dentro del mismo plano orbital, mientras que otras necesitan un cambio de plano orbital. Estas últimas se suelen evitar, o al menos, se busca que el cambio de plano sea el mínimo, ya que se requiere más combustible que en el caso de transferencias en el mismo plano [28] [32].

Dentro de las transferencias de órbita que no requieren cambio de plano, están las transformaciones que rotan toda la órbita alrededor de su foco, o aquellas en que no se busca cambiar de órbita y solamente se necesita reajustar la posición dentro de la misma. También existen las transferencias que deben iniciar en algún punto arbitrario de la órbita inicial y llegar a la órbita final en otro punto arbitrario, situación que no siempre tiene solución, lo cual se agrava si no hay simetría entre las órbitas. Las órbitas circulares y elípticas acaparan mucho del interés en los movimientos orbitales [33] [34].

En recurrente que para llegar a la órbita final se necesiten aplicar consecutivamente varias técnicas, lo que incrementa el número de impulsos de velocidad que se aplicarán. La cantidad de combustible es uno de los factores más importantes a considerar al momento de evaluar que técnicas se desean ocupar. Otro factor es el tiempo, aunque este puede ser mucho más flexible.

3.6 Vuelo espacial interplanetario

El vuelo espacial interplanetario comprende el movimiento de una nave espacial a distancias al menos tan grandes como la que hay entre la Tierra y

la luna. El conjunto de misiones que se engloban en este tipo de vuelo espacial incluyen: i) transferencias de órbita a las cercanías de la luna y otros cuerpos del sistema solar, ii) órbitas lunares, iii) aterrizaje en planetas, iv) aproximación a cometas y asteroides, v) órbitas alrededor de otros cuerpos celestes, entre otros.

El vuelo interplanetario, al igual que el vuelo espacial orbital, se determina completamente por las condiciones iniciales, pero a diferencia de este, no hay una solución tan simple. Por ejemplo, un vehículo en una órbita Tierra-luna es un problema de cuatro cuerpos (sol, Tierra, luna, nave espacial), que no tiene una solución analítica [35].

No obstante, hay varios modelos analíticos que permiten una estimación preliminar de los requerimientos de la misión, por ejemplo [28] [35]:

- Uso del problema de dos cuerpos. Considerando un sistema satélite-Tierra-cuerpo, donde el cuerpo puede ser la luna, un planeta u otro objeto celeste, se toma la masa del cuerpo como despreciablemente pequeña, y así, la trayectoria del satélite es descrita por una sección cónica del problema de dos cuerpos sin perturbaciones relativa a la Tierra. Es algo semejante a lo que ocurre con dos satélites orbitando la Tierra, donde uno de ellos busca encontrarse con el otro y tiene masas despreciables.
- Aproximación por parches de cónicas. Se saca provecho de la esfera de influencia tanto de la Tierra, como del cuerpo celeste al que se desea llegar. En las cercanías de la Tierra, no se toma en cuenta la influencia del cuerpo celeste sobre el satélite, y se tiene un problema de dos cuerpos con la Tierra y el satélite. Cuando el satélite está cerca del cuerpo celeste objetivo, se desprecia el efecto de la Tierra y se tiene otro problema de dos cuerpos con el satélite y el cuerpo celeste. En caso de trayectorias largas, en las que hay influencia de varios cuerpos celestes antes de llegar al objetivo, con cada uno de ellos se

hace un problema de dos cuerpos. Al final se consigue una trayectoria que es un conjunto de secciones cónicas.

Una mejor aproximación se puede lograr considerando el problema de los tres cuerpos Tierra-satélite-cuerpo celeste, y dándole solución mediante algún método como la integral de Jacob [35].

Arriba se mencionó el concepto de esfera de influencia, el cual está muy relacionado con el término de esfera de gravitación y asistencia gravitacional que son explicados a continuación.

La esfera de gravitación es la región del espacio en la que dadas tres masas M , M_1 y M_2 tales que $M \ll M_1 \ll M_2$, la fuerza de atracción gravitacional de M_1 sobre M es mayor que la fuerza de atracción de M_2 sobre M [28]. Un ejemplo de esto es un sistema satélite-planeta-sol, donde el sol, aún siendo extremadamente masivo, ejerce menos atracción sobre el satélite cuando este se encuentra cerca del planeta

Por otro lado, si nuevamente se tiene tres cuerpos, pero las fuerzas de atracción se miden con respecto a uno de los cuerpos de mayor masa, por ejemplo M_1 , entonces, la región en la que la fuerza gravitacional que ejerce M sobre M_1 es mayor que la fuerza ejercida por M_2 sobre M_1 se le llama la esfera de influencia [28] [36]. El ejemplo de esto nuevamente es el sistema satélite-planeta-sol, en el que el satélite cercano al planeta, tiene como fuerza principal la atracción gravitacional del planeta, y la fuerza ejercida por el sol es más bien una perturbación.

La asistencia gravitacional es una consecuencia de la esfera de influencia y consiste en una pérdida o ganancia de energía en la órbita de la nave espacial, lo que se traduce como un cambio de velocidad de la nave tanto en magnitud como en dirección [37]. La velocidad en infinito V_∞ es la velocidad del vehículo en la esfera de influencia del planeta con respecto a las coordenadas del planeta.

En lo que respecta a las técnicas de transferencia, aplicando el enfoque del problema de dos cuerpos, se permite utilizar las mismas técnicas comentadas en la transferencia de órbita de satélites alrededor de la Tierra. La transferencia Hohmann, por ejemplo, requiere una cantidad de energía mínima para alcanzar el objetivo, no obstante el tiempo de la transferencia es largo. También se emplean transferencias no Hohmann y transferencias con trayectorias parabólicas o hiperbólicas, las cuales tienen un tiempo de transferencia menor.

3.7 Vuelo colectivo

Esta sección del diseño del simulador se refiere al problema de tener dos o más naves o satélites en vuelo espacial. La sección incluye lo relacionado tanto a vuelo en formación (“formation flying”) como al problema del encuentro y acoplamiento.

3.7.1 Vuelo en formación

Se puede entender vuelo en formación como un sistema que incluye dos o más naves espaciales con una infraestructura cooperativa para mediciones científicas, adquisición, procesamiento, análisis y distribución de datos y que además busca seguir o mantener una determinada separación relativa, orientación o posición entre las naves espaciales [38]. Para describir mejor el concepto de vuelo en formación, se tratarán cuatro temas principales: conceptos generales, movimiento relativo, perturbaciones y control.

3.7.1.1 Conceptos generales

Lo referente a la definición de vuelo en formación ya fue dada anteriormente, solamente resta mencionar que vuelo en formación entra dentro de la categoría de sistemas espaciales distribuidos. Un sistema espacial distribuido es un sistema de dos o más vehículos espaciales que

cuentan con una infraestructura cooperativa que les permite realizar una función específica [38] [39].

Será común utilizar el concepto de *distancia relativamente corta* en las siguientes secciones, término que se refiere a que la distancia entre dos objetos, sean satélites o naves es mucho menor que la distancia de uno de esos objetos con el origen del sistema inercial al que está referido el sistema espacial en su conjunto. En algunos casos, esa “distancia relativamente corta” tendrá una definición más clara, la cual será expuesta en su momento.

Por otro lado, la manera en que se puede clasificar una formación en vuelo es con respecto al criterio específico de la misión que va a desempeñar. Otra manera de clasificar está en función de la forma en que se relacionan las posiciones de las naves de la formación, y así se habla de cuatro tipos básicos [39]:

- Seguimiento de órbita. Aquí, cada nave o satélite de la formación es estudiada con su propia órbita en un marco de referencia inercial. Este enfoque es el mismo que se emplea cuando hay solamente un satélite orbitando a la Tierra. Tiene la ventaja de ser simple, no obstante, no aprovecha la virtud de que las naves se encuentran relativamente cerca.
- Líder/Seguidor. En estas formaciones, una nave *líder* tiene una órbita definida mientras que otra nave *seguidor* controla sus estados relativos al líder. Esta formación permite maniobras periódicas para mantener al líder en la posición deseada, sin embargo, la cantidad de combustible que requiere el seguidor es mayor que la necesaria para el líder.
- Jefe/Secundario. Se tiene una estructura virtual con un centro virtual donde se ajusta un conjunto de estados deseados de manera que se minimice el error de los estados dentro de la formación. El centro virtual sirve como origen de un marco de referencia y suele ser la posición de un satélite, alrededor al cual los otros satélites se mueven.

- Enjambre. Tipo de formación que posee la característica de ser fácilmente escalable en varios aspectos del diseño como las comunicaciones entre las naves, pero tiene problemas para un consumo óptimo de combustible y está sujeta a riesgos de colisión.

Marcos y sistemas

Más importante para el simulador son los *marcos de referencia* y *sistemas* coordinados con los que se trabajan las ecuaciones de movimiento. Cuando se trata el *vuelo espacial orbital*, es necesario hablar de distintos marcos de referencia. Uno de ellos es el sistema inercial centrado en la Tierra, el cual se requiere para vuelo en formación orbitando a la Tierra. La posición de cada satélite en la formación puede ser dada en las coordenadas de éste sistema inercial, no obstante, existen otras alternativas como la que se presenta enseguida.

Un marco de referencia muy importante para vuelo en formación es el marco Hill, el cual tiene su origen en alguno de los satélites de la formación o cualquier otro punto conveniente y es útil para referenciar uno o más satélites con respecto a ese origen. Si se trata de una formación tipo Jefe/Secundario, el origen de este marco de referencia se puede ubicar en el satélite o nave jefe, el plano fundamental es el plano del movimiento orbital del jefe, los ejes x y y están sobre el plano fundamental y se definen como [32]:

- Eje x : está en la dirección del radio vector del satélite que sirve como origen del sistema y está apuntando hacia afuera.
- Eje z : es normal al plano fundamental y tiene sentido positivo en la dirección del vector de momento angular del movimiento del jefe.
- Eje y : es perpendicular a x y z , y completa un sistema coordinado de mano derecha.

Se ha utilizada la convención de usar letras mayúsculas para nombrar los ejes unitarios del sistema inercial, mientras que para los ejes unitarios en el marco Hill se han de emplear minúsculas.

De la definición anterior del marco Hill, se entiende que es un sistema coordinado cartesiano que cambia su posición y orientación con respecto a un sistema inercial. La Figura 3.2 presenta el marco Hill para un satélite en un instante dado. Este marco también recibe el nombre de marco local vertical/local horizontal (LVLH), especialmente cuando la órbita del satélite al cual se le une el sistema de referencia tiene una excentricidad igual a cero.

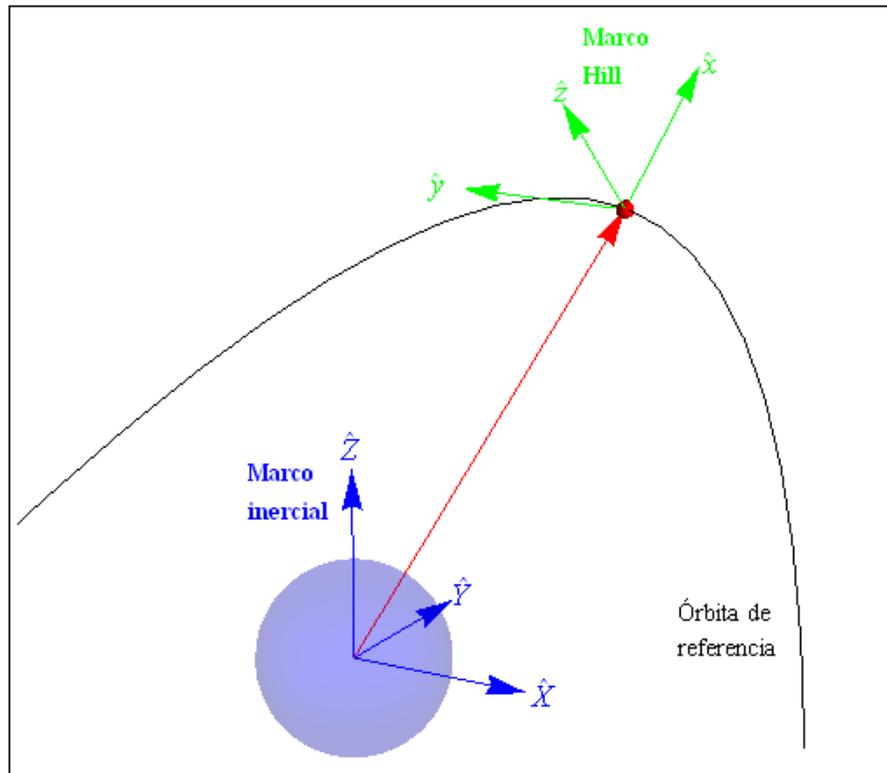


Figura 3.2: Marco Hill

En algunas ocasiones resulta conveniente colocar el marco de referencia no en el satélite jefe como hasta ahora se ha comentado, sino en uno de los satélites secundarios, en cuyo caso, el marco no se llama Hill sino marco centrado en el secundario.

Elementos orbitales

Los elementos orbitales se han tratado extensamente en [26]. La gran ventaja que tiene trabajar con elementos orbitales en lugar de los vectores de

posición y velocidad es que los elementos orbitales permiten obtener la forma de la órbita de un objeto sin necesidad de resolver un sistema de ecuaciones como ocurriría en un sistema cartesiano. Esta misma ventaja se retoma para trabajar el problema de movimiento relativo donde la distancia entre los objetos es corta, y se puede usar la diferencia de los elementos orbitales.

Para obtener la diferencia de elementos orbitales simplemente se le restan los valores de los elementos orbitales de la nave jefe a los elementos orbitales de la nave o satélite secundario [33]:

$$\delta\mathbf{eo} = \mathbf{eo}_d - \mathbf{eo}_c \quad 3.1$$

donde \mathbf{eo}_d y \mathbf{eo}_c son los vectores de elementos orbitales del satélite secundario y el satélite jefe, respectivamente.

Entonces, para hablar de una formación, se deberá presentar toda la información referente a la órbita del satélite jefe y para los satélites secundarios bastará con indicar la diferencia de elementos orbitales.

Siempre se buscará trabajar con elementos orbitales que sean no singulares para evitar problemas al momento de implementar las funciones en el equipo de cómputo, o en su defecto, emplear elementos orbitales que no presenten singularidades para la tarea que se piensa realizar. También se debe mencionar que, en lo general, se trabajará con elementos orbitales medios [26], por lo cual, en caso de tener elementos orbitales osculatrices se requiere algún procedimiento para su transformación a elementos orbitales medios.

3.7.1.2 Descripción de Movimiento relativo

Esta sección tratará sobre las ecuaciones que describen el movimiento relativo entre dos o más objetos en ausencia de perturbaciones. Se mostrarán varios modelos que pueden ser aplicables dentro del simulador.

Los modelos que se empleen para describir el movimiento relativo se pueden dividir por las variables que se emplearán en sus ecuaciones, ya sea

que usen vector de posición y de velocidad, o bien, vector de elementos orbitales, e inclusive, una combinación de ambos.

Sea que se trabaje con elementos orbitales o posición y velocidad, se pueden encontrar las relaciones para transformar de un conjunto a otro. Los marcos de referencia empleados en estos casos serán el marco Hill y el marco inercial, y se debe de contar con una técnica para transformar elementos entre ambos marcos.

Ecuaciones de movimiento relativo empleando coordenadas cartesianas

Cuando se desean obtener las ecuaciones de movimiento en el marco cartesiano Hill se debe considerar el problema de dos cuerpos sin perturbaciones y tener en cuenta que el vector de posición del satélite secundario se puede escribir como [33] [40]:

$$\mathbf{r}_d = \boldsymbol{\rho} + \mathbf{r}_c \quad 3.2$$

donde:

$\mathbf{r}_d = [X_d \ Y_d \ Z_d]^T$ es el vector de posición del satélite secundario en el marco de referencia inercial,

$\mathbf{r}_c = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ es el vector de posición del satélite jefe en el marco de referencia inercial. Es común quitar el subíndice “c” y sobreentender que se trata del satélite jefe, y

$\boldsymbol{\rho} = [x \ y \ z]^T$ es el vector de la posición relativa en el marco Hill del satélite secundario

Después de una correcta manipulación de términos y expresiones, se logra obtener un sistema de ecuaciones no lineales exactas para el movimiento relativo en el marco Hill, las cuales pueden ser expresadas genéricamente como funciones de la posición y la velocidad así como de la anomalía verdadera (f) [33] [39]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= g_1(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{f}) \\
 \dot{y} &= g_2(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{f}) \\
 \dot{z} &= g_3(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{f})
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

La forma completa de las ecuaciones 3.3 se puede encontrar en [26]. En las ecuaciones 3.3 resalta el hecho de que las funciones, aun siendo trabajadas sin elementos orbitales, dependerán de la razón de cambio con respecto al tiempo de la anomalía verdadera, lo cual se debe a que el vector de velocidad angular (necesario para obtener estas expresiones) del marco Hill con respecto al sistema inercial es función de \dot{f} . Esta anomalía verdadera es de la órbita del satélite o nave jefe.

La solución del sistema 3.3 nos brindará la posición y velocidad en cada instante de tiempo del satélite o nave en el marco Hill, para lo cual se hace uso de algún método numérico de solución.

Es común encontrar que los sistemas de ecuaciones, sean lineales o no, estén normalizados con respecto a la magnitud de \mathbf{r}_c , Esto también es cierto para las soluciones, que en algunos casos pueden ser analíticas.

Ecuaciones de movimiento lineales

Aunque el sistema 3.3 da una solución al problema de movimiento relativo en el marco Hill, en ocasiones resulta complicado su manejo, sin contar que no saca ventaja de la distancia relativamente corta entre los satélites.

Existen varios métodos que aprovechan la proximidad de los satélites o naves, permitiendo obtener sistemas lineales que inclusive tiene soluciones analíticas. A continuación se describirán varios de estos métodos.

Ecuaciones Clohessy-Wiltshire

Si en el sistema 3.3 se hace la suposición de que $\|\mathbf{r}_c\| \gg \|\mathbf{p}\|$ y además, se considera que la órbita del satélite jefe es circular ($e=0$), se consiguen un conjunto de ecuaciones lineales llamadas ecuaciones Clohessy-Wiltshire (CW) [41] [42]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \\ \dot{u}(t) \\ \dot{v}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \\ u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad 3.4$$

donde:

$\mathbf{x} = [x(t) \ y(t) \ z(t) \ u(t) \ v(t) \ w(t)]^T$ es el vector de estados e incluye posición (x, y, z) y velocidad (u, v, w) del satélite secundario en el marco Hill, y n es el movimiento medio de la órbita del satélite jefe

Como se aprecia en el sistema 3.4, la variable independiente es el tiempo. La solución de este sistema es analítica y se puede representar mediante una matriz de transición de estados:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \\ u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-3\cos(nt) & 0 & 0 & \frac{\sin(nt)}{n} & \frac{2(1-\cos nt)}{n} & 0 \\ 6(\sin(nt)-nt) & 1 & 0 & \frac{2\cos(nt)-2}{n} & \frac{4\sin(nt)-3nt}{n} & 0 \\ 0 & 0 & \cos(nt) & 0 & 0 & \frac{\sin(nt)}{n} \\ 3n\sin(nt) & 0 & 0 & \cos(nt) & 2\sin(nt) & 0 \\ 6n(\cos(nt)-1) & 0 & 0 & -2\sin(nt) & 4\cos(nt)-3 & 0 \\ 0 & 0 & -n\sin(nt) & 0 & 0 & \cos(nt) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix} \quad 3.5$$

Esta solución tiene la característica de ofrecer un movimiento limitado sólo cuando la siguiente restricción de las condiciones iniciales se cumple:

$$2nx_0 + y_0 = 0 \quad 3.6$$

Ecuaciones Tschauner-Hempel

Un conjunto de ecuaciones de movimiento relativo que son muy empleadas tienen como variable independiente a la anomalía verdadera y no al tiempo, son conocidas como las ecuaciones Tschauner-Hempel (TH). Con las ecuaciones TH, la órbita del satélite jefe ahora puede ser elíptica y no se limita a órbitas circulares como con las ecuaciones CW [43].

Se utiliza la notación $(\cdot)'$ y $(\cdot)''$ para indicar la primera y segunda derivada con respecto a la anomalía verdadera, respectivamente. Las ecuaciones con la anomalía verdadera como variable independiente se encuentran en el Reporte Técnico 1, y son función de la posición, la velocidad y la excentricidad [43]:

$$\begin{aligned}x'' &= g_1(x, y, z, x', y', z', e) \\y'' &= g_2(x, y, z, x', y', z', e) \\z'' &= g_3(x, y, z, x', y', z', e)\end{aligned}\tag{3.7}$$

donde:

e es la excentricidad de la órbita del satélite jefe mientras que (x, y, z) son variables normalizadas con respecto a $\|\mathbf{r}_c\|$.

Dada la simetría el sistema 3.7 se puede expandir en términos de los polinomios de Legendre, y al eliminar términos de orden 2 o superiores, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales [39] [43]:

$$\begin{bmatrix}x'' \\y'' \\z''\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & -2 & 0 \\2 & 0 & 0 \\0 & 0 & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}x' \\y' \\z'\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{3}{1+e\cos(f)} & 0 & 0 \\0 & 0 & 0 \\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \begin{bmatrix}x \\y \\z\end{bmatrix} = 0\tag{3.8}$$

Por otro lado, las condiciones para el movimiento restringido presentan dificultades que se suelen solventar aplicando técnicas empleadas en las matrices de transición de estados.

Matrices de transición de estado (MTE)

En la práctica, existen otros métodos creados para describir el movimiento relativo entre varios satélites o naves, algunos partiendo de las ecuaciones TH y otros usando elementos orbitales para obtener soluciones en el sistema cartesiano. A continuación se listan algunos de ellos:

- MTE de Carter. Da una solución analítica para las variables x , y y z de las ecuaciones TH y elimina la singularidad que se puede encontrar cuando la anomalía verdadera es múltiplo de π [44].
- MTE de Yamanaka y Ankersen. Propone otra solución a las ecuaciones TH que no presenta problemas de singularidades. La variable independiente sigue siendo la anomalía verdadera [45].
- MTE de Broucke. Presenta una forma de MTE usando la solución analítica del problema de los dos cuerpos. En este enfoque se expresan las variaciones del radio vector y la velocidad del jefe con respecto a los elementos orbitales [46].
- MTE de Lee, Cochran and Jo. El vector de estados cartesianos se define a partir de diferencia de elementos orbitales y las razones de cambio de estos. Nuevamente se tiene que resolver el problema de los dos cuerpos [47].

En [26] se presenta una solución analítica de las ecuaciones TH haciendo uso de la teoría de la MTE de Carter y la MTE de Yamanaka y Ankersen, que resulta más conveniente para la implementación en la simulación [43].

Las ecuaciones CW y las ecuaciones TH al igual que las MTE que de estas ecuaciones se desprenden, son una manera adecuada para describir el movimiento linealizado y además son útiles para determinar las condiciones iniciales de formaciones estables.

Ecuaciones de movimiento relativo empleando elementos orbitales

Otra manera de trabajar el problema de movimiento relativo en un marco Hill es considerando la diferencia entre los elementos orbitales la cual se definió en la ecuación 3.1. Los elementos orbitales utilizados en esta exposición serán un conjunto de elementos orbitales clásico.

Cuando se hace la suposición de que $\|\mathbf{r}\| \gg \|\mathbf{p}\|$ (el radio orbital es mucho mayor que la distancia entre satélites) se pueden obtener un conjunto de ecuaciones para la posición y velocidad en función de la diferencia de

elementos orbitales, en otras palabras, se hace un mapeo de diferencia de elementos orbitales a coordenadas cartesianas [43] [48]:

$$\begin{aligned}
 x &= \delta r \\
 y &= r(\delta\theta + \cos(i)\delta\Omega) \\
 z &= r(\sin(\theta)\delta i - \cos(\theta)\sin(i)\delta\Omega) \\
 u &= -\frac{V_r}{2a}\delta a + \frac{p-r}{rp}h\delta\theta + (V_t a q_1 + h \sin(\theta))\frac{\delta q_1}{p} + (V_t a q_2 - h \cos(\theta))\frac{\delta q_2}{p} \\
 v &= -\frac{3V_r}{2a}\delta a - V_r\delta\theta + (3V_t a q_1 + 2h \cos(\theta))\frac{\delta q_1}{p} + (3V_t a q_2 + 2h \sin(\theta))\frac{\delta q_2}{p} \\
 &\quad + V_r \cos(i)\delta\Omega \\
 w &= (V_t \cos(\theta) + V_r \sin(\theta))\delta i + (V_t \sin(\theta) - V_r \cos(\theta))\sin(i)\delta\Omega
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

donde:

h es la magnitud del momento angular de la órbita del jefe

$\theta = \omega + f$ es la latitud verdadera

$p, a, i, \Omega, \omega, f$, son los elementos orbitales de la órbita del jefe

δr es la variación del radio orbital

V_t y V_r son las velocidades tangencial y radial del jefe en el marco inercial

Las definiciones de $r, \delta r, V_t$ y V_r se pueden encontrar en [26].

Si todas las expresiones en el sistema 3.9 se dividen entre $\|\mathbf{r}\|$, y en las expresiones para u, v y w en lugar de diferenciarse con respecto al tiempo se derivan con respecto a la anomalía verdadera, se obtiene un conjunto de ecuaciones normalizadas y no dimensionales.

En muchos casos no es conveniente expresar las coordenadas cartesianas en función de la diferencia de la latitud verdadera o la anomalía verdadera. Entonces se puede emplear la diferencia de elementos orbitales clásicos para obtener un mapeo linealizado que permita encontrar las coordenadas de posición relativa [33]:

$$\begin{aligned}
x(f) &\approx \frac{r}{a} \delta a + \frac{ae \sin(f)}{\eta} \delta M - a \cos(f) \delta e \\
y(f) &\approx r \left(\frac{(1 + e \cos(f))^2 \delta M}{\eta^3} + \delta \omega + \frac{\sin(f)(2 + e \cos(f)) \delta e}{\eta^2} + \cos(i) \delta \Omega \right) \\
z(f) &\approx r(\sin(\theta) \delta i - \cos(\theta) \sin(i) \delta \Omega)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Estas expresiones son válidas para órbitas circulares y elípticas del satélite jefe, y se obtienen al sustituir las expresiones apropiadas de δf , δq_1 y δq_2 en función de la diferencia de los elementos orbitales clásicos. Las expresiones 3.10 pueden dividirse entre $\|\mathbf{r}\|$ para obtener un conjunto de ecuaciones sin dimensiones.

Si en las ecuaciones 3.10 la excentricidad es pequeña, se obtiene una aproximación que en ocasiones resulta útil:

$$\begin{aligned}
x(f) &\approx (1 - e \cos(f)) \delta a + \frac{ae \sin(f)}{\eta} \delta M - a \cos(f) \delta e \\
y(f) &\approx \frac{a}{\eta} (1 + e \cos(f)) \delta M + a(1 - e \cos(f)) \delta \omega + a \sin(f)(2 - e \cos(f)) \delta e \\
&\quad + a(1 - e \cos(f)) \cos(i) \delta \Omega \\
z(f) &\approx a(1 - e \cos(f)) (\sin(\theta) \delta i - \cos(\theta) \sin(i) \delta \Omega)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

En el caso en que la excentricidad del satélite jefe sea cero en el sistema 3.11, se obtiene un conjunto de ecuaciones de coordenadas relativas que sirven para obtener relaciones directas con las ecuaciones CW:

$$\begin{aligned}
x(f) &\approx \delta a - a \cos(f) \delta e \\
y(f) &\approx a \delta M + a \delta \omega + 2a \sin(f) \delta e + a \cos(i) \delta \Omega \\
z(f) &\approx a(\sin(\theta) \delta i - \cos(\theta) \sin(i) \delta \Omega)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Movimiento limitado con diferencia de elementos orbitales

Un aspecto muy importante para mantener el movimiento limitado está asociado con la energía de cada órbita, lo cual se aprecia en el periodo de la

órbita. Ya que el periodo orbital depende del semieje mayor, en términos de la diferencia de los elementos orbitales, la restricción para movimiento limitado es [39]:

$$\delta a = a_d - a_c = 0 \quad 3.13$$

Esta condición se debe cumplir en todo instante de tiempo para tener una trayectoria relativa cerrada. Aunque la expresión 3.13 resulta muy clara, es conveniente una relación en función de la posición y la velocidad iniciales que satisfaga dicha ecuación. Esta relación es [33]:

$$\begin{aligned} \delta a = & 2\alpha \left(2 + 3\alpha \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right) + 2 \frac{\alpha v^2}{\sigma} \right) x(t) + 2\alpha v \left(1 - 2\alpha \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right) + \frac{\alpha v^2}{\sigma} \right) y(t) \\ & + 2 \frac{\alpha^2 v \sigma}{V_t} \dot{x}(t) + \frac{2a}{V_t} \left(1 + 2\alpha \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right) + \frac{\alpha v^2}{\sigma} \right) \dot{y}(t) \end{aligned} \quad 3.14$$

donde:

$$\alpha = \frac{a}{r}, \quad v = \frac{V_r}{V_t}, \quad \sigma = \frac{r}{p}$$

Resta mencionar que la expresión 3.13 es válida tanto para órbitas elípticas como órbitas circulares del satélite jefe.

3.7.1.3 Perturbaciones

Las perturbaciones que pueden afectar a un conjunto de naves o satélites en vuelo son las mismas que se mencionan en [26], como la presión de radiación solar o la no esfericidad de la Tierra.

En ocasiones se pueden emplear las mismas técnicas para el análisis de las perturbaciones que se utilizan cuando solamente hay un satélite orbitando la Tierra. No obstante, si ya se cuenta con ecuaciones de movimiento relativo sin perturbaciones, se saca provecho de éstas al sólo agregar consideraciones sobre las fuerzas de perturbación a los resultados obtenidos con las ecuaciones sin perturbaciones.

Y como en el caso con un solo satélite orbitando alrededor de la Tierra, el efecto J2 debido a la no esfericidad terrestre es la perturbación más

significativa. No incluir esta perturbación en las simulaciones puede generar errores del orden de 20 a 40 km en una órbita relativa [39]. Siendo el efecto gravitacional el que más perturbación causa en la órbita relativa, se le debe poner más atención durante la simulación, no obstante existen otras perturbaciones que deberían ser tomadas en cuenta cuando la exactitud así lo requiera.

Perturbaciones debidas a la no esfericidad de la Tierra

Como se comenta en la sección de perturbaciones de [26], dentro de los miles de términos que comprenden el modelo del potencial gravitacional terrestre, es el término C_{20} o J_2 el que predomina, siendo al menos tres órdenes de magnitud mayor que cualquier otro término. De lo dicho en este párrafo se entiende el énfasis en estudiar sólo el efecto J_2 como perturbación del movimiento relativo.

Durante la obtención de las ecuaciones se debe tener cuidado con el número de términos del modelo gravitacional que se están empleando. Por ejemplo, si se está haciendo un mapeo de elementos orbitales osculatrices a elementos orbitales medios sólo considerando J_2 y J_3 , el resto de las operaciones donde se emplee el resultado de este mapeo tendrá que considerar sólo J_2 y J_3 .

Además, incluir términos del modelo gravitacional cuyo orden es distinto de cero (ej. C_{31} , C_{32}) complicará más el análisis en comparación al caso en que solo se introducen términos de orden igual a cero (ej. $C_{20} = J_2$, $C_{30} = J_3$).

Otras perturbaciones

Como se indicó al comienzo de esta sección, existen otras fuerzas de perturbación que afectan una formación de naves.

El arrastre atmosférico en una formación de satélites o naves no puede eliminarse sin alguna acción de control, aunque se puede ver que al tener naves o satélites iguales o muy parecidos la deriva entre las naves de la

formación se reduce, manteniendo la estructura virtual lo más intacta posible, aun cuando la formación como un todo se sigue afectando por el arrastre atmosférico.

El efecto gravitacional que tiene el sol, la luna y otros cuerpos celestes sobre un conjunto de naves es mínimo en comparación a la atracción terrestre siempre que dichas naves se encuentren dentro de la esfera de influencia terrestre. Si las naves tienen un radio orbital que entra en contacto con la esfera de influencia lunar, entonces será conveniente considerarla como una fuerza perturbadora en las ecuaciones de movimiento. Por otro lado, si la formación de naves no orbita alrededor de la Tierra, sino alrededor de otro cuerpo celeste, entonces, la atracción gravitacional de ese cuerpo es la que debe ser priorizada en las ecuaciones.

En lo referente a otros efectos como la radiación solar sobre las naves de la formación, su estudio puede realizarse de forma semejante a como se hace en el caso de un satélite.

3.7.1.4 Control

El control de vuelo en formación abarca el establecimiento de una órbita, su mantenimiento y la reconfiguración de órbitas relativas [39]. El concepto de reconfiguración se define como el proceso de llevar un satélite o nave de una órbita relativa inicial a una órbita relativa final. Es un mecanismo análogo a la transferencia orbital que se explicó con anterioridad. El mantenimiento de la órbita relativa, por otro lado, se refiere a la aplicación de un control que permita a la órbita mantener las características deseadas, las cuales se ven afectadas debido a las distintas perturbaciones que pueden sufrir los satélites.

El control, como sucede con las ecuaciones de movimiento, puede estudiarse a partir de un sistema cartesiano con la posición y velocidad, o bien, mediante elementos orbitales y sus diferencias, aunque también existen

métodos de control híbrido que emplean tanto elementos cartesianos como orbitales.

No hay restricción sobre que técnica de control a emplear, no obstante, hay varias opciones que ya han sido probadas en el área de vuelo en formación, de las cuales se mencionarán tres en los siguientes párrafos: función de Lyapunov, regulador cuadrático lineal, control usando funciones de Gauss.

Cálculo de error con elementos orbitales y cartesianos

La Figura 3.3 presenta un esquema de control con elementos orbitales medios [33]. Partiendo desde un espacio cartesiano, la posición y velocidad inerciales tanto del satélite jefe como del satélite secundario son transformadas a elementos orbitales osculatrices y posteriormente a elementos orbitales medios. Después, se calcula el estado deseado de los elementos medios del satélite secundario a través de la diferencia de elementos orbitales relativos al satélite jefe. Entonces, el error de seguimiento es la diferencia de los elementos orbitales medios deseados y los actuales.

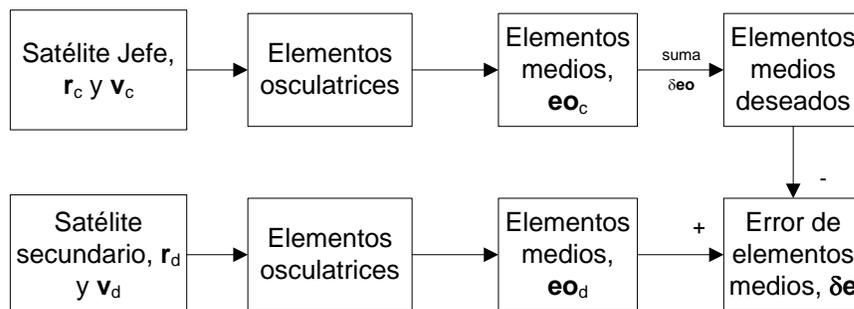


Figura 3.3: Cálculo de error con elementos orbitales

Si se desea hacer el cálculo del error de seguimiento en coordenadas cartesianas, se deben incluir algunos pasos adicionales en el diagrama de la Figura 3.3, los cuales se presentan en la Figura 3.4. Después de hacer la transformación de los vectores de posición y velocidad del satélite jefe a elementos orbitales osculatrices, se hace una transformación más para tener

elementos orbitales medios. Los vectores de posición y velocidad deseados se obtienen al agregar la diferencia de elementos orbitales del satélite secundario para posteriormente realizar la transformación inversa a coordenadas cartesianas de este estado deseado. El error será entonces la diferencia entre el estado deseado y el estado actual. Debe considerarse que las distintas transformaciones generan errores que se traducen en dificultades numéricas al momento de simular. Una solución podría ser no usar los estados actuales del satélite secundario cuando se calcule el error, en su lugar primero se mapean estos estados actuales a elementos orbitales medios y posteriormente se hace la transformación a coordenadas cartesianas para ahora sí, calcular el error.

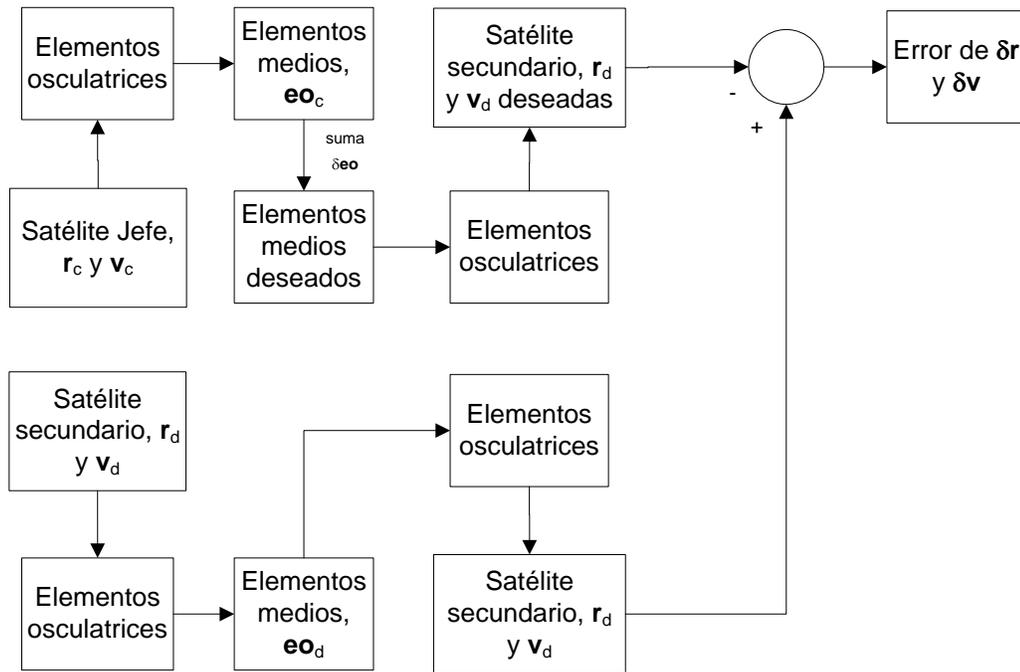


Figura 3.4: Cálculo de error de seguimiento en coordenadas cartesianas

Función de control de Lyapunov

El uso de funciones de control de Lyapunov (CLF) es un sistema de control continuo que se aplica a sistemas lineales y no lineales [49]. Empleando algún conjunto de ecuaciones de movimiento, por ejemplo, las

ecuaciones CW o las ecuaciones TH que son modelos lineales, e introduciendo algún efecto de no linealidad a dicho modelo, se pueden obtener resultados como los que se presentan a continuación.

El método CLF es ejemplificado utilizando las ecuaciones CW, agregándoles un efecto no lineal \mathbf{N} y una función de control \mathbf{u} , dando lugar a [39] [50]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_1\mathbf{x} + \mathbf{F}_2\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{N} + \mathbf{u} \quad 3.15$$

donde:

$\mathbf{x} = [x \quad y \quad z]^T$ es el vector de estados

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 3n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2n & 0 \\ -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A la solución de las ecuaciones CW sin perturbaciones, como se presentó en la ecuación 3.5 se le llamará \mathbf{x}_r , y por lo tanto, el error de seguimiento es $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_r$ el cual es referido para el satélite jefe. La función de Lyapunov está dada como:

$$V = \frac{1}{2}(n^2\mathbf{e}^T\mathbf{e} + \mathbf{e}^T\mathbf{e}) \quad 3.16$$

La ley de control que cancela el efecto no lineal y que genera un lazo cerrado estable para el mantenimiento de una formación es [39]:

$$\mathbf{u} = -(n^2 + \mathbf{F}_1)\mathbf{e} - \mathbf{N} - kn\dot{\mathbf{e}} \quad 3.17$$

donde:

k es una constante positiva que se puede seleccionar para alcanzar la velocidad de respuesta deseada.

Como un ejemplo especial, si se busca incluir el efecto J2 a las ecuaciones de movimiento en una trayectoria relativa con proyección circular

en el plano y-z del marco Hill, resulta conveniente manejar elementos orbitales. La CLF para este caso es:

$$V = \frac{1}{2}(\delta a - \delta a_{des})^2 \quad 3.18$$

donde:

δa es la condición en el semieje mayor

δa_{des} es la condición en el semieje mayor deseada

Empleando la ecuación 3.18 y la ecuación variacional de Gauss [51] para el semieje mayor en el marco de referencia del satélite secundario, se obtiene la ley de control [39]:

$$\frac{2a_1^2 p_1}{h_1 r_1} u_{y1} = -k(\delta a - \delta a_{des}) \quad 3.19$$

donde:

a_1 , p_1 , h_1 y r_1 son el semieje mayor, el semi-lado recto, el momento angular y la magnitud del radio vector del satélite secundario, respectivamente.

u_{y1} es la aceleración de control a lo largo de la trayectoria

Nótese que se han usado dos marcos de referencia distintos en las ecuaciones anteriores, por tanto habrán de hacerse las transformaciones correspondientes antes de realizar la simulación.

Cuando la ley de control como la de la ecuación 3.19 emplee elementos orbitales oscultrices, se habla de una ley de control de elementos oscultrices, o en caso de emplearse elementos orbitales medios, se dice que se trabaja con una ley de control de elementos medios.

Control empleando Regulador Cuadrático Lineal

Para emplear control con regulador cuadrático lineal (LQR) ya sea continuo o discreto, no existe ninguna restricción para ser aplicado a las ecuaciones linealizadas de movimiento relativo descritas anteriormente, no obstante, la práctica ha demostrado que los resultados obtenidos de esta manera no son eficientes en algunas situaciones, como sucede cuando se

desea trabajar la perturbación J2. En el caso continuo, se parte de un sistema dinámico lineal de la forma [49]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad 3.20$$

donde:

A y **B** son matrices con las dimensiones apropiadas.

Se busca una ley de control que permita mantener la formación de satélites o naves que sea función del error, que además haya minimizado algún índice de desempeño y tenga la forma:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad 3.21$$

donde:

$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}$ es la matriz de ganancia LQR

S satisface la ecuación algebraica de Riccati.

Si **S** es definida positiva, se obtiene un sistema que es estable a lazo cerrado:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} \quad 3.22$$

En [39] se presenta una modificación de las ecuaciones CW que es apropiada para aplicar LQR continuo y contempla la perturbación J2 en una órbita relativa con proyección circular en el plano y-z del marco Hill. El control de referencia que se obtiene para que el sistema descrito se mantenga en formación es:

$$\begin{aligned} u_{x_r} &= 0 \\ u_{y_r} &\approx -\rho(0)n\dot{\alpha} \cos(\bar{\lambda}(0) + \alpha(0) + (\dot{M} + \dot{\alpha})t) \\ u_{z_r} &\approx 2n(\dot{\omega} - \dot{\alpha})\rho(0) \sin(\bar{\lambda}(0) + \alpha(0) + (\dot{M} + \dot{\alpha})t) \\ &\quad + 2\rho(0)kns\sin(\bar{i})^2 \cos(\alpha(0))\sin(\bar{\lambda}) \end{aligned} \quad 3.23$$

El vector de error $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_r$ debe satisfacer:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\dot{M}^2 & 0 & 0 & 0 & 2\dot{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\dot{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{M}^2 - 2n\dot{\omega} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{e} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y - u_{y_r} \\ u_z - u_{z_r} \end{bmatrix} \quad 3.24$$

Las expresiones para u_x , u_y , u_z (aceleraciones de control del satélite jefe) y cualquier otro factor de las ecuaciones 3.23 y 3.24 se encuentran en [26].

La ley de control para mantener la formación de un conjunto de naves se determina en términos del error como [49]:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{e} \quad 3.25$$

El LQR discreto es una formulación discretizada del LQR continuo, que por supuesto tiene su índice de desempeño, el cual, también debe ser minimizado. La ecuación de estados en el i -ésimo instante de tiempo tiene la forma:

$$\mathbf{x}(i+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(i) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(i) \quad 3.26$$

donde:

$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}\Delta t}$ es la versión discreta de la matriz \mathbf{A}

$\mathbf{B}_d = e^{\mathbf{B}\Delta t}$ es la versión discreta de la matriz \mathbf{B}

Δt es el tiempo de muestreo

Y se puede obtener una ley de control [49]:

$$\mathbf{u}(i) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(i) \quad 3.27$$

donde:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_d^T \mathbf{S}$$

El ejemplo LQR continuo presentado en la ecuación 3.25 tendría una contraparte discreta:

$$\mathbf{u}(i) = -\mathbf{K}(\mathbf{x}(i) - \mathbf{x}_r(i)) \quad 3.28$$

donde $\mathbf{x}_r(i)$ es la trayectoria de referencia muestreada

Control impulsivo usando las ecuaciones de Gauss

Empleando las ecuaciones variacionales de Gauss [26] y la deriva secular debida a J2 de elementos orbitales medios, se pueden tener ecuaciones para el movimiento medio dadas por [33]:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{eo}) = \mathbf{A}(\mathbf{eo}) + \mathbf{B}(\mathbf{eo})\mathbf{u} \quad 3.29$$

donde:

$$\mathbf{eo} = [a \quad e \quad i \quad \Omega \quad \omega \quad M]^T$$

$$\mathbf{u} = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T$$

$\mathbf{A}(\mathbf{eo})$ es la matriz formada por las derivas de los elementos orbitales medios debidas a J2

$\mathbf{B}(\mathbf{eo})$ es la matriz formada por las ecuaciones variacionales de Gauss y permite calcular el cambio en los elementos orbitales osculatrices debidas al vector de control \mathbf{u} . Las matrices $\mathbf{A}(\mathbf{eo})$ y $\mathbf{B}(\mathbf{eo})$ se encuentran en [26].

La idea de este control impulsivo consiste en hacer cambios instantáneos en la diferencia de elementos orbitales de tal manera que los criterios para el establecimiento de una formación se cumplan.

El número de impulsos ($\Delta\mathbf{v}$) necesarios, la magnitud y dirección de ellos suelen ser parámetros libres para buscar la optimización, mientras que el tiempo entre impulsos es una restricción que el usuario asigna. Además, sobre la cantidad de impulsos que hay que aplicar, no suelen ser más que el número de elementos orbitales, es decir, seis. No obstante, control con dos, tres o cuatro impulsos es común [33].

Un ejemplo de control de dos impulsos para reconfiguración se presenta en [52], donde se va de una órbita relativa con proyección circular en el plano y-z a otra órbita también de proyección circular pero con un radio distinto:

$$\begin{aligned} x_r &= 0.5\rho \sin(\theta(t) + \alpha(t)) + \delta a \\ y_r &= \rho \cos(\theta(t) + \alpha(t)) \\ x_r &= \rho \sin(\theta(t) + \alpha(t)) \end{aligned} \quad 3.30$$

Se emplea un conjunto ecuaciones variacionales de Gauss, en el marco Hill, con aproximación de primer orden válido para una formación de naves con órbita de referencia circular para el conjunto de elementos orbitales clásico:

$$\begin{aligned}
\delta a &\approx \frac{2}{n} \Delta v_y \\
\delta \lambda &\approx -2 \sqrt{\frac{a}{\mu}} \Delta v_x - \sqrt{\frac{a}{\mu}} \sin(\theta) \cot(i) \Delta v_z \\
\delta i &\approx \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cos(\theta) \Delta v_z \\
\delta q_1 &\approx \sqrt{\frac{a}{\mu}} \sin(\theta) \Delta v_x + 2 \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cos(\theta) \Delta v_y \\
\delta q_2 &\approx -\sqrt{\frac{a}{\mu}} \cos(\theta) \Delta v_x + 2 \sqrt{\frac{a}{\mu}} \sin(\theta) \Delta v_y \\
\delta \Omega &\approx \sqrt{\frac{a}{\mu}} \frac{\sin(\theta)}{\sin(i)} \Delta v_z
\end{aligned} \tag{3.31}$$

donde μ es la constante gravitacional de la Tierra

Los dos impulsos propuestos en [52] deben ser aplicados al satélite secundario para lograr la reconfiguración tienen las componentes:

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{v}_1 &= [\Delta v_{x_1} \quad \Delta v_{y_1} \quad \Delta v_{z_1}]^T = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \left[-\frac{\sqrt{\delta q_1^2 + \delta q_2^2}}{2} \quad 0 \quad \sqrt{\delta i^2 + \delta \Omega^2 \sin(i)^2} \right]^T \\
\Delta \mathbf{v}_2 &= [\Delta v_{x_2} \quad \Delta v_{y_2} \quad \Delta v_{z_2}]^T = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \left[\frac{\sqrt{\delta q_1^2 + \delta q_2^2}}{2} \quad 0 \quad 0 \right]^T
\end{aligned} \tag{3.32}$$

donde:

$$\delta i(t) = \frac{\rho}{a} \cos(\alpha(t))$$

$$\delta q_1(t) = -\frac{\rho}{2a} \sin(\alpha(t))$$

$$\delta q_2(t) = -\frac{\rho}{2a} \cos(\alpha(t))$$

$$\delta\Omega(t) = -\frac{\rho \sin(\alpha(t))}{a \sin(i)}$$

$$\delta\lambda(t) = -\delta\Omega(t) \cos(i)$$

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha t$$

$$\alpha = k[\sin(i) \cos(\alpha(0))]^2$$

$\alpha(0)$ es el ángulo de fase inicial deseado

La separación en el ángulo de latitud (θ) entre el primer y el segundo impulso debe ser de π para que se logre la reconfiguración.

Consumo de combustible

Hay dos criterios de desempeño empleados para el problema de transferencia de consumo de combustible eficiente [39]:

1. Si cada impulso se considera que se hace por un solo propulsor, el índice de desempeño para una maniobra de N impulsos es:

$$\mathfrak{J} = \sum_{j=1}^N \|\Delta \mathbf{v}_j\| = \sum_{j=1}^N \sqrt{\Delta v_{x_j}^2 + \Delta v_{y_j}^2 + \Delta v_{z_j}^2} \quad 3.33$$

2. Si la magnitud de cada impulso es representada como $\Delta v = \Delta v^+ - \Delta v^-$ con las restricciones:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \Delta v^+ \leq \Delta v_{\max} \\ 0 &\leq \Delta v^- \leq \Delta v_{\max} \end{aligned} \quad 3.34$$

siendo Δv_{\max} la magnitud máxima de un impulso. Entonces el índice de desempeño para N impulsos es:

$$\mathfrak{J} = \sum_{j=1}^N \sqrt{\Delta v_{x_j}^+ + \Delta v_{x_j}^- + \Delta v_{y_j}^+ + \Delta v_{y_j}^- + \Delta v_{z_j}^+ + \Delta v_{z_j}^-} \quad 3.35$$

3.7.2 Encuentro

El encuentro espacial (“space rendezvous”, en ingles) se refiere al conjunto de maniobras orbitales y trayectorias controladas que permiten a un vehículo espacial, el cazador, ser llevado a la proximidad de otro vehículo

espacial, el objetivo, sin que necesariamente haya acoplamiento entre ellos, aunque en muchas ocasiones ése es el objetivo. El acoplamiento o atraque (“docking or berthing”, en ingles) es la etapa final de una maniobra de encuentro y se da cuando dos vehículos espaciales entran en contacto [32] [53].

La diferencia entre el acoplamiento y el atraque, es que en el acoplamiento el vehículo objetivo controla parte de las maniobras del vehículo cazador cuando están a punto de unirse, mientras que en el atraque esto no sucede y hay algún otro mecanismo para la unión, como un brazo robot. Por otro lado, para el acoplamiento la exactitud necesaria debe ser mucho mayor que la necesaria para un atrancamiento [54].

La finalidad de un encuentro/acoplamiento puede ser para el reabastecimiento de suministros al vehículo objetivo, para dar mantenimiento o reequipamiento, para cambio de tripulación, o inclusive, como se mencionó anteriormente, para completar una misión que no se pudo completar en un solo lanzamiento, debido a limitaciones del cohete de lanzamiento [54].

Las etapas principales de una misión de encuentro son [53] [55]:

- Lanzamiento y ajuste de órbita
- Reducción de fase
- Encuentro de rango lejano
- Encuentro de rango cercano
- Emparejamiento o unión
- Separación

Las etapas que comprende el encuentro se pueden ver como una combinación de vuelo espacial orbital y vuelo en formación. El movimiento del cazador se estudia en un marco inercial en las etapas de lanzamiento y ajuste orbital, no obstante, con forme el cazador se acerque al objetivo y se entre a una primera etapa de encuentro el estudio se realiza en un marco local al objetivo, por ejemplo el marco Hill, del cual ya se ha hablado anteriormente. Así, durante la etapa de ajuste orbital, muchas de las

maniobras se basan en mediciones de navegación absoluta ya sea del vehículo cazador o de las estaciones en Tierra, mientras que en la etapa de encuentro las mediciones del rango y dirección del cazador son relativas a la nave objetivo.

Al final de la etapa de lanzamiento, el vehículo cazador debió haber sido llevado a una órbita estable en el plano orbital del objetivo (o casi igual), y eventualmente los otros elementos orbitales serán igualados. Además, el cazador debe ajustar sus sistemas para poder operar.

El cazador está ahora en una órbita similar a la del objetivo y con un ángulo de fase arbitrario y retrasado con respecto a la del objetivo. La Figura 3.5 muestra la fase o “homing” de una nave objetivo y una nave cazador. La fase es el ángulo entre los radios vectores del cazador y el objetivo, en el marco inercial, una vez que estos se encuentran sobre el mismo plano orbital [32] [53].

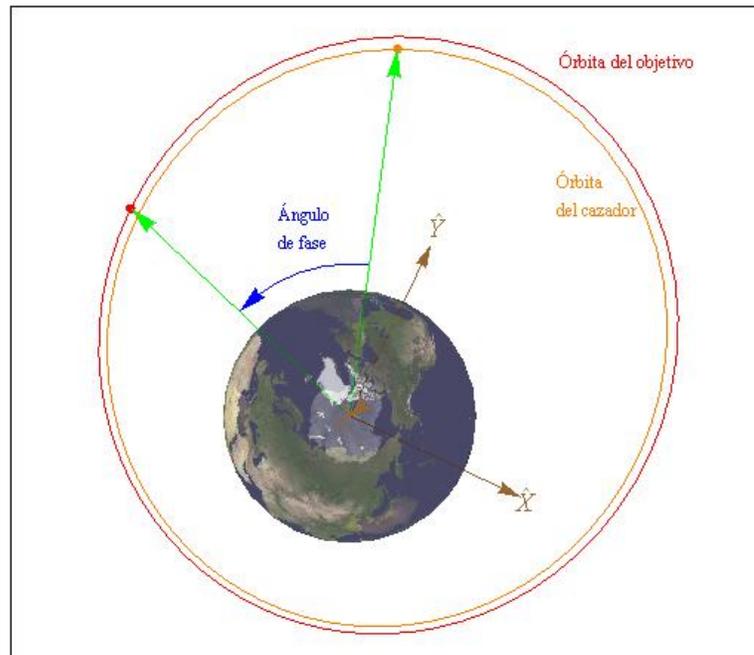


Figura 3.5: Ángulo de fase

Se busca reducir el ángulo de fase entre el cazador y el objetivo, además se lleva a cabo una eliminación gradual de la distancia, y en caso de haber

errores en la inclinación o ascensión recta (“Right Ascension Ascending Node”, RAAN) del cazador también se deben hacer las correcciones adecuadas. La eliminación gradual de distancia se termina (y con ello la etapa de reducción de fase) cuando se ha llegado a una de dos instancias [53]:

- Un *punto inicial de objetivo*. Es un estado (posición y velocidad) deseado en las cercanías del objetivo. La localización del punto inicial del objetivo dependerá, entre otras cosas, del puerto de acoplamiento, la dirección de acoplamiento y la infraestructura para el encuentro inicial.
- Una *compuerta de entrada*. No es más que un rango de posiciones y velocidades deseado en las cercanías del objetivo.

De la explicación anterior se entiende que un punto inicial o una compuerta de entrada da lugar a una primera etapa de encuentro, llamado encuentro de *rango lejano* y tiene la finalidad de alcanzar las condiciones deseadas en posición, velocidad, y velocidad angular del cazador, así como de buscar una sincronización acorde a los requerimientos de la misión para el encuentro de *rango cercano*, y es aquí donde la comunicación entre cazador y objetivo suele iniciar. La sincronización, al igual que el resto de las etapas, pueden requerir de flexibilidad en el tiempo, lo cual se consigue, por ejemplo, haciendo orbitar al cazador alrededor del objetivo hasta que una condición se cumpla [53].

En la etapa de *encuentro cercano* el cazador reduce la distancia al objetivo y alcanza las condiciones necesarias para la trayectoria final hacia él. Se requiere gran exactitud en la navegación. Debido a la cercanía entre cazador y objetivo, toma vital importancia diseñar trayectorias que no representen un riesgo de colisión. Además, en esta etapa se logran las condiciones para el acoplamiento o atrancamiento, en cuanto a posición, velocidad y orientación de las naves.

Para el arribo, se suelen emplear las trayectorias en línea recta o semirrectas (formada por varias trayectorias rectas cortas). Las trayectorias rectas son preferibles para naves con sistemas de control automático, mientras que las semirrectas se emplean cuando hay control humano

La última etapa, el emparejamiento, comienza cuando se está en el rango de recepción del vehículo objetivo y la interface captura está lista. Un sistema de emparejamiento debe cumplir con las siguientes tareas [53] [54]:

- Lograr la captura
- Atenuar el movimiento relativo residual entre las naves
- Hacer que las interfaces encajen
- Lograr una conexión estructural rígida
- Lograr una conexión hermética entre las naves
- Establecer conexión de datos, energía y otros suplementos

Una etapa adicional que deben completar muchas de las misiones de encuentro es la etapa de separación, la cual incluye el reinicio del sistema de guía y control de navegación y otros sistemas, así como la desconexión de las estructuras. El proceso de separación se suele realizar con varios impulsos de bajo valor que lleven al vehículo que se separa a una zona segura donde pueda hacer maniobras más arriesgadas sin afectar al vehículo que se queda.

3.8 Retorno

La etapa de retorno o re-ingreso se refiere al proceso en que la nave espacial regresa a la Tierra, o bien, cuando la “spacecraft” se posa en la superficie de otro cuerpo celeste.

Una manera de clasificar las misiones de re-ingreso es en función de si el cuerpo celeste al que se quiere llegar tiene o no una atmósfera. Esto genera dos escenarios que impactan de manera significativa el método a utilizar para posarse sobre la superficie del cuerpo celeste [56].

Para re-ingreso de naves espaciales a cuerpos celestes con atmósfera el problema esencial de la dinámica está relacionado con el modelado de los efectos aerodinámicos inducidos por el flujo alrededor de la nave. Hay dos etapas básicas: la entrada a la atmósfera del cuerpo celeste y el descenso a través de la atmósfera. Los modelos más simples asumen que la resistencia atmosférica es la única fuerza aerodinámica aplicada sobre la nave, y que actúa anti-paralelo a su vector de velocidad. Además, los re-ingresos de las naves espaciales son rotacionalmente simétricos y pasivos, en el sentido de que no pueden hacer cambios deliberadamente en su trayectoria

Cuando no se consideran modelos gravitacionales, la trayectoria de ingreso a la atmósfera es recta y el ángulo de trayectoria de vuelo de la nave espacial es constante. Para cada cuerpo o planeta al que se intenta re-ingresar existe un ángulo de trayectoria de vuelo que ofrece la máxima desaceleración. Los modelos más simples para calcular esta desaceleración son función solamente de la altura de la nave espacial y no de la resistencia atmosférica ni de la masa de la nave. La realidad es mucho más complicada, la atmósfera no es estática ni isotérmica. Además, la variabilidad espacial y temporal de la atmósfera no es bien conocida en muchas ocasiones [56].

Otro aspecto a considerar es el calor generado el momento de entrar en contacto con la atmósfera, el cual es más que suficiente para destruir a la nave. La composición de la atmósfera, la trayectoria de entrada y la velocidad de ingreso son determinantes en el calor producido por la energía cinética de la nave. Los modelos simples para calcular la razón de calentamiento consideran solamente el calentamiento por convección [57].

En lo que respecta al descenso a través de la atmósfera, su duración se determina mediante la razón instantánea de descenso, la cual a su vez, depende del peso de la nave y la resistencia atmosférica, con todas las complicaciones que ello implica. La razón de descenso se puede modificar por mecanismos en la nave, el más conocido son los paracaídas, aunque

también se pueden agregar elementos que al momento del descenso se desplieguen, aumentando la sección transversal del satélite [56].

Por otro lado, cuando el cuerpo objetivo no tiene atmósfera hay dos estrategias típicas de llegada: desde una órbita cerrada alrededor del objetivo, o bien, desde una trayectoria hiperbólica o casi lineal.

En cuerpos sin atmósfera la manera eficiente para realizar el descenso de la nave espacial, desde el punto de vista del empuje, requiere que se anule completamente la componente horizontal de la velocidad al comienzo de la caída con un cambio de velocidad y después, justo arriba de la superficie se aplique otro cambio de velocidad que elimine la componente vertical de velocidad. No obstante, en la práctica, el enfoque usual es anular cualquier componente horizontal y vertical de la velocidad que sea significativa a una altura nominal elevada, y si se cuenta con los motores adecuados, el vehículo se programa para descender a una razón constante hasta llegar a otra altura nominal cerca de la superficie, en donde se ha reducido la velocidad drásticamente, y entonces, se apagan los motores y se deja al vehículo en caída libre [56].

El lugar de aterrizaje determinará los requerimientos de la capacidad de empuje, si por ejemplo, se requiere un descenso suave, la razón empuje a peso deberá ser mayor a la unidad.

Cuando el cuerpo sin atmósfera es pequeño, como en el caso de un asteroide, el descenso es más fácil, ya que se requieren cambios de velocidad y empujes pequeños. Sin embargo, la trayectoria para llegar a la etapa de descenso puede ser bastante complicada debida a los movimientos del cuerpo y requerir cambios de dirección grandes.

Hay misiones que no terminan con el posicionamiento de la nave espacial sobre la superficie de otro cuerpo celeste, sino que aun se requieren regresar a la Tierra, por lo cual podría haber dos re-ingresos en la misma misión.

Capítulo 4

Prototipo inicial

En el capítulo anterior se trató el diseño general del simulador de navegación aeroespacial, con lo que se puede apreciar la tarea titánica que significaría construir un simulador con todas las características que se comentaron, por lo cual, un prototipo inicial puede comenzar por considerar solamente algunos de los elementos del diagrama presentado en la Figura 3.1.

En este capítulo se presenta el prototipo inicial del simulador de navegación aeroespacial que comprende el vuelo espacial orbital y vuelo en formación.

Se comenzará por identificar las áreas del diseño general que son de interés para la construcción de este prototipo inicial y posteriormente, mediante ejemplos, describir algunas de las operaciones que se pueden realizar con este prototipo.

4.1 Identificación en el diseño general

Como fue mencionado antes, el vuelo espacial orbital se refiere al estudio con una sola nave orbitando alrededor de la Tierra, sea en una órbita periódica o en una órbita de transferencia, mientras que vuelo en formación trata de un conjunto de naves espaciales que trabajan en conjunto.

En el Apéndice A se presentan los diagramas extendidos de las secciones de *vuelo espacial orbital* y *vuelo en formación* del diagrama de la Figura 3.1 y que muestran los elementos considerados en el prototipo inicial. La información relacionada a estos diagramas se encuentra distribuida en las

secciones 3.5 y 3.7 y los reportes técnicos que acompañan a este documento.

Salvo las perturbaciones distintas a J2 de los diagramas de la Figura A 10 y la Figura A 15, así como algunas técnicas de control de la Figura A 16, el resto de los elementos fueron considerados para el prototipo inicial.

Esta situación nos coloca en una etapa de la misión en que, de alguna manera, se ha alcanzado una órbita alrededor de la Tierra, sea la órbita final o una de transferencia, y la nave espacial, que por lo general será referida como un satélite, se encuentra bajo la perturbación J2.

Para el caso de vuelo en formación no se tiene limitaciones en cuanto al número de satélites secundarios ni la estructura virtual que ellos pueden adoptar, esta estructura virtual, está determinada por la diferencia de elementos orbitales de cada satélite.

4.2 Implementación y ejemplos

El prototipo inicial fue implementado en el software *Mathematica 8* de *Wolfram*¹. Se crearon un conjunto de bibliotecas que contienen funciones para:

- Estimaciones de órbitas
- Transferencias de órbita mediante distintos métodos
- Transformaciones entre elementos orbitales y vectores de posición-velocidad
- Transformaciones entre distintos sistemas coordenados
- Obtención de Julian Date y su derivados
- Control de establecimiento en órbitas relativas
- Transformación entre elementos orbitales medios y oscultrices en presencia de perturbación J2

¹ <http://www.wolfram.com/mathematica/>

- Cálculo de potencial gravitacional terrestre
- Trazo de órbitas alrededor de la Tierra
- Gráficos de posición y velocidad
- Trabajar con diferencia de elementos orbitales

Ejemplo #1

Como primer ejemplo se considera un satélite que orbita alrededor de la Tierra; se toman los elementos orbitales del satélite SOYUZ-TMA 6M cuyas TLE (“Two Line Element Set”) son:

```
1 38871U 12058A 12302.47383102 .00017031 00000-0 29195-3 0 126
2 38871 051.6480 179.2942 0016625 218.2343 153.8273 15.51173722 766
```

de donde se obtiene los elementos orbitales:

a	23131.9	km
e	0.0016625	
i	51.648	deg
Ω	179.294	deg
ω	218.234	deg
M	153.827	deg
f	153.911	deg
T	34997.2	sec

Tabla 4.1: Elementos orbitales, ej. #1

La Figura 4.1 muestra la órbita alrededor de la Tierra del satélite SOYUZ tras una simulación de 1 día y 6 horas. Como era de esperarse (debido a la excentricidad) se trata de una órbita casi circular con una inclinación notoria.

La Figura 4.2 presenta la posición, en cada eje, del satélite durante el lapso de simulación. Debe notarse que la simulación no incluye la perturbación de J2, por lo cual se obtiene un movimiento sin desplazamientos.

Por último, la Figura 4.3 muestra la proyección en Tierra del movimiento del satélite, cuando se ha incluido la perturbación J2.

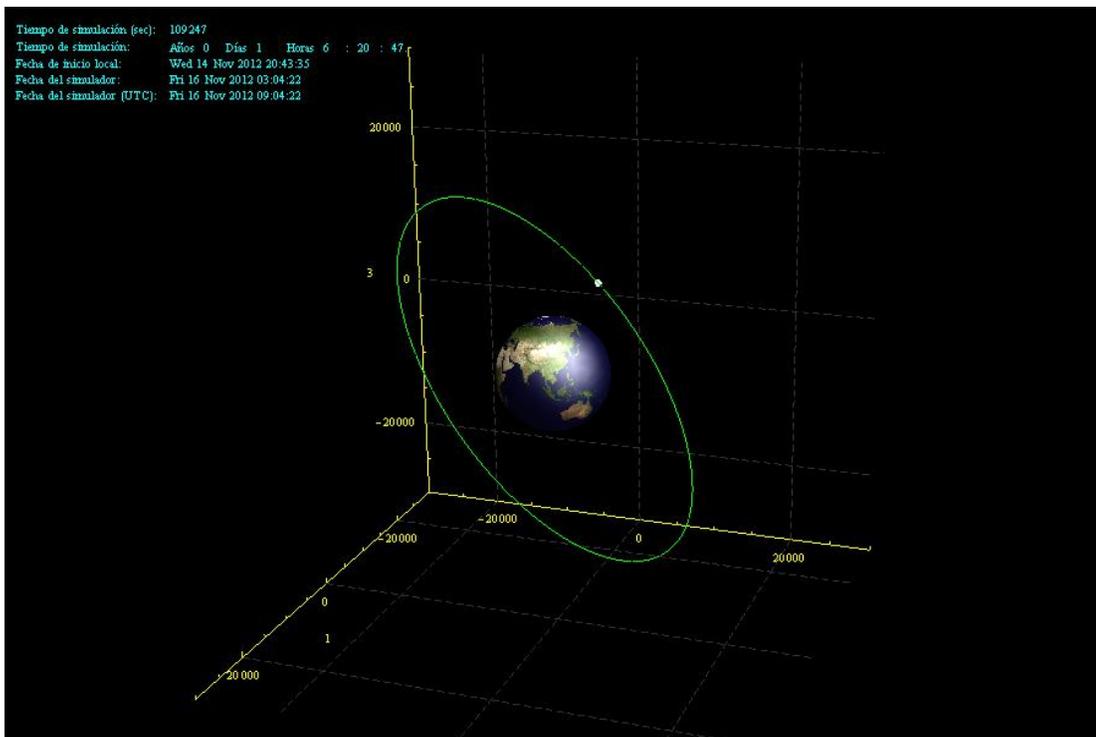


Figura 4.1: Órbita alrededor de la Tierra, eje. #1

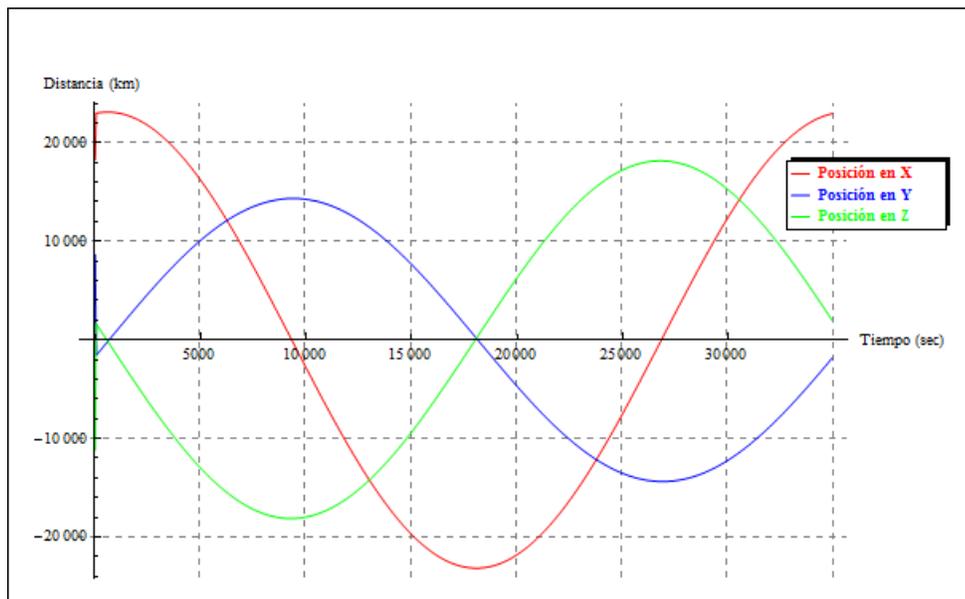


Figura 4.2: Posición del satélite, ej. #1

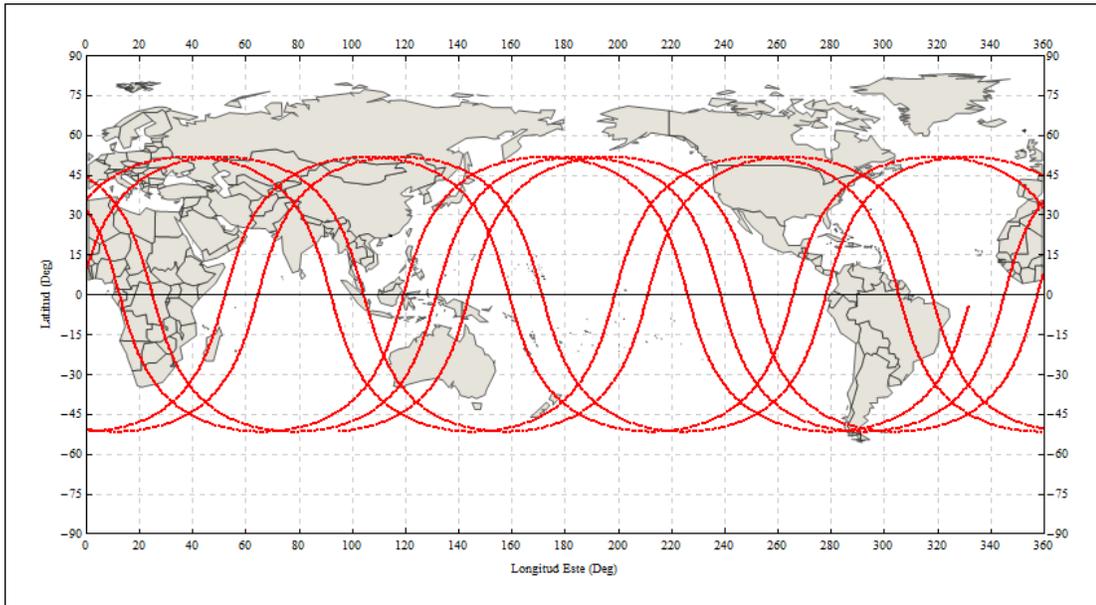


Figura 4.3: Ground track del satélite, ej. #1

Ejemplo #2

Este es un ejemplo de vuelo en formación que concibe un satélite jefe y un secundario. Los elementos orbitales medios del satélite jefe y la diferencia de elementos orbitales del satélite secundario se muestran en la Tabla 4.2 y Tabla 4.3, respectivamente. Así mismo, se podrían emplear los elementos orbitales oscultrices de la Tabla 4.4 y aplicar el algoritmo para la transformación entre elementos orbitales medios y oscultrices que se implementó en el prototipo.

a	7555	km
e	0.03	
i	48	deg
Ω	20	deg
ω	10	deg
M	0	deg
f	0	deg
T	6535.26	sec

Tabla 4.2: Elementos orbitales medios del satélite jefe, ej. 2

δa	0	km
δe	0.00095316	
δi	0.006	deg
$\delta \Omega$	0.1	deg
$\delta \omega$	0.1	deg
δM	-0.1	deg
δf	0	deg

Tabla 4.3: Diferencia de elementos orbitales del secundario, ej. 2

a	7560.07	km
e	0.0307497	
i	48.0161	deg
Ω	20.0079	deg
ω	-349.867	deg
M	359.871	deg
f	359.863	deg
T	6541.84	sec

Tabla 4.4: Elementos orbitales oscultrices del satélite jefe, ej. 2

La Figura 4.4 deja ver la órbita del satélite jefe en un marco inercial, y como era de esperarse, la órbita es prácticamente circular.

La simulación se realizó por dos métodos: por medio de las ecuaciones TH y por el método de Cowell al considerar la perturbación J2.

La Figura 4.5 muestra la órbita relativa del satélite secundario alrededor del satélite jefe. El resultado se obtuvo mediante las ecuaciones TH. Se aprecia una órbita cerrada, como es de esperarse para el movimiento sin perturbaciones.

En La Figura 4.6 se ve la posición del satélite secundario de la misma simulación hecha por un tiempo de 30 periodos (del movimiento del satélite jefe en el marco inercial), y no se observa desplazamiento en ninguno de los ejes que indique que el satélite secundario presente fluctuaciones en su órbita.

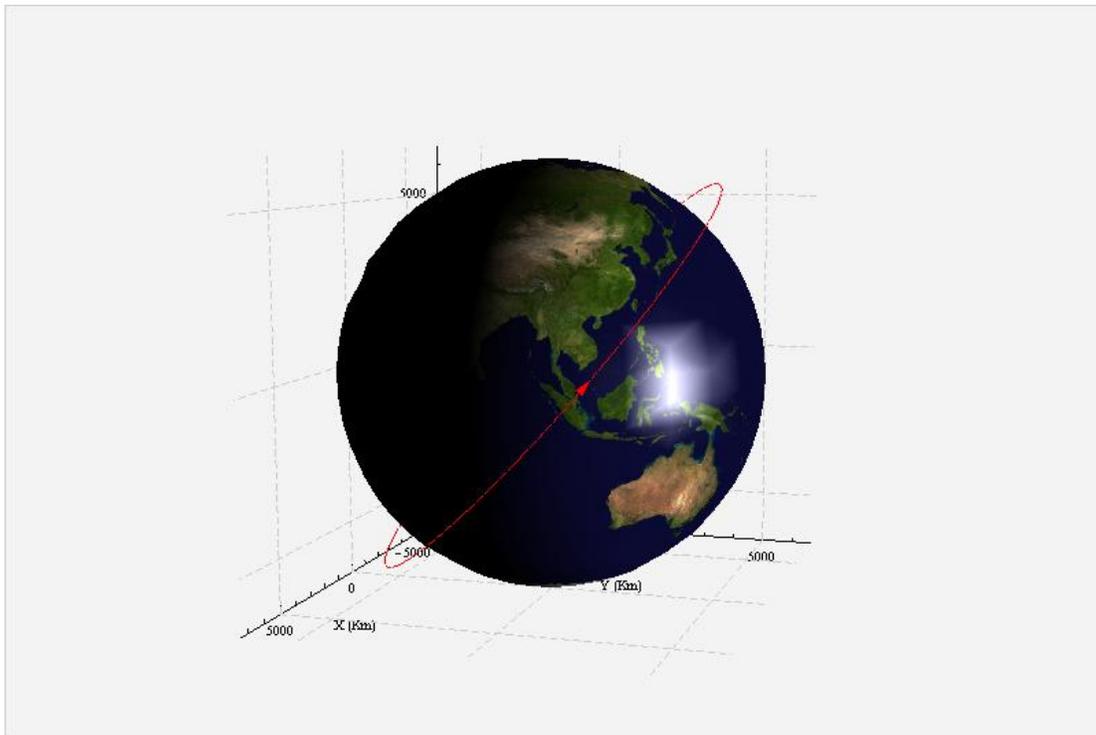


Figura 4.4: Órbita del satélite jefe en sistema inercial para el ejemplo #2

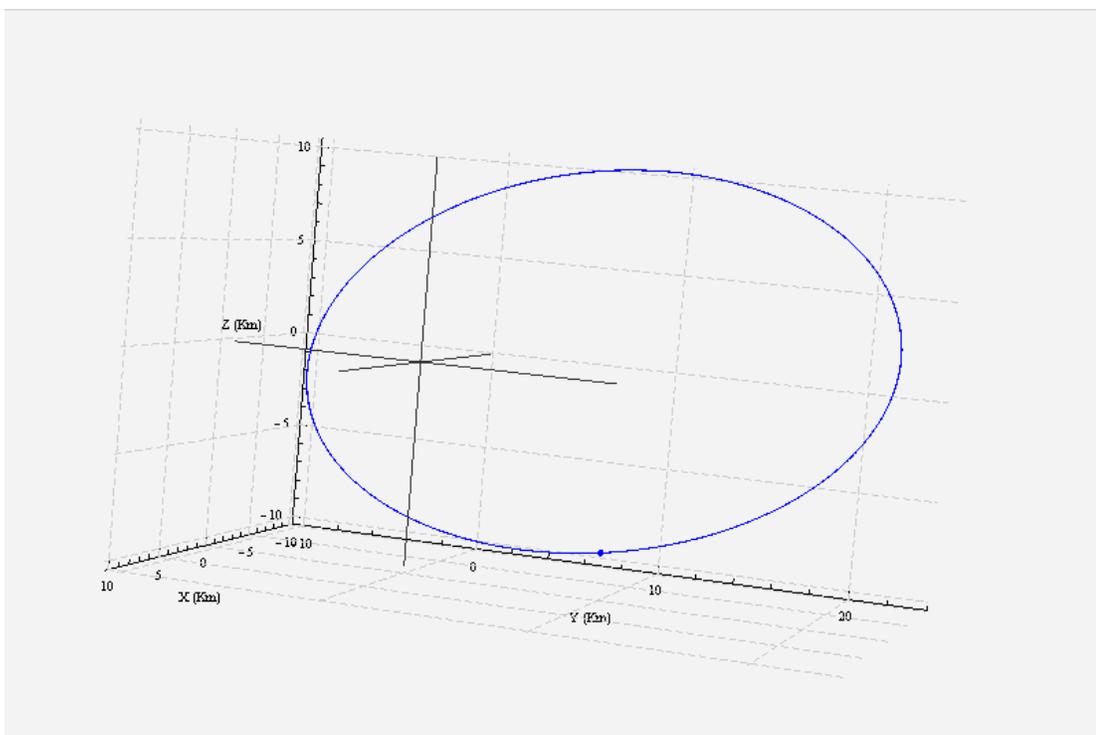


Figura 4.5: Órbita obtenida por ecuaciones TH, ej. #2

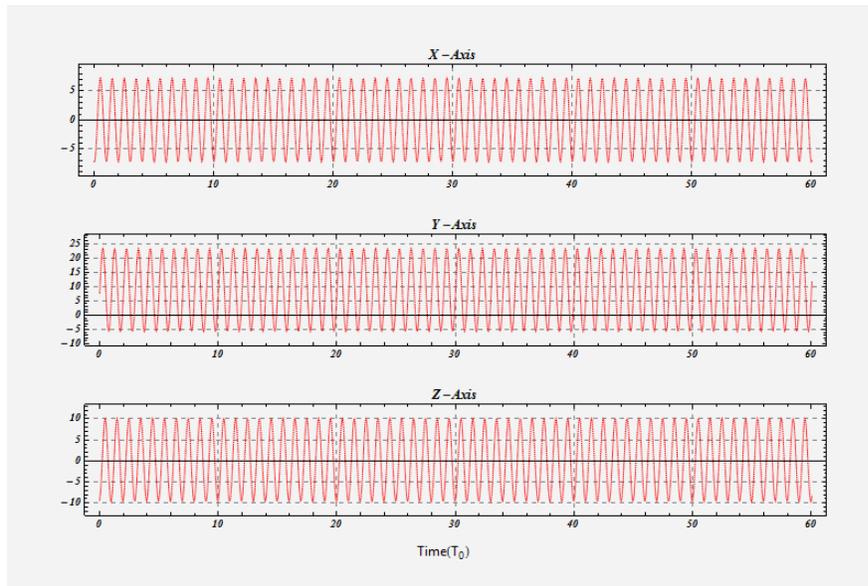


Figura 4.6: Posición satélite secundario obtenida por ec. TH, ej. #2

En el caso del movimiento afectado por el achatamiento terrestre, la Figura 4.7 muestra la simulación durante 10 periodos, e indica que existe un desplazamiento de la órbita relativa. Más aún, la Figura 4.8 nos permite observar que tras 60 revoluciones del satélite jefe alrededor de la Tierra, el movimiento en la dirección del eje y ha sido más afectada que en los otros dos ejes.

Por último, aun cuando la excentricidad es cercana a cero, pero no lo es, el uso de las ecuaciones CW en la simulación de este ejemplo no es una opción, lo cual demuestra la Figura 4.9, donde los resultados con las ecuaciones CW se presentan en línea punteada e indican, erróneamente, que hay un término secular.

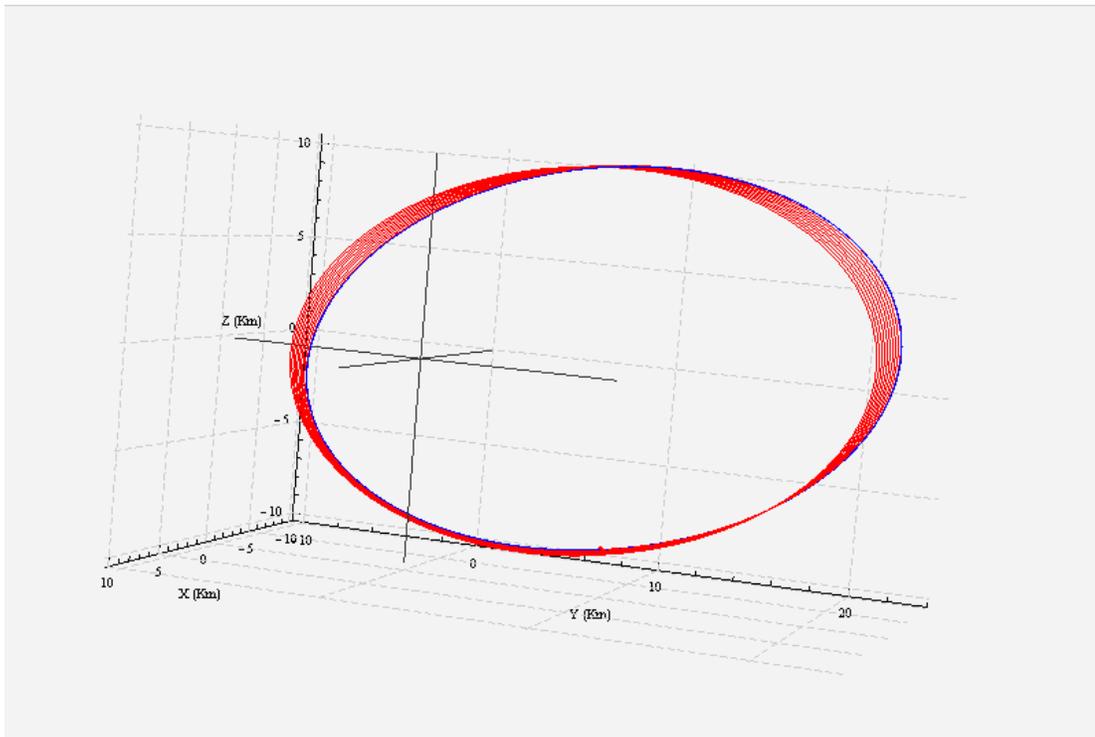


Figura 4.7: Órbita con perturbaciones, ej. #2

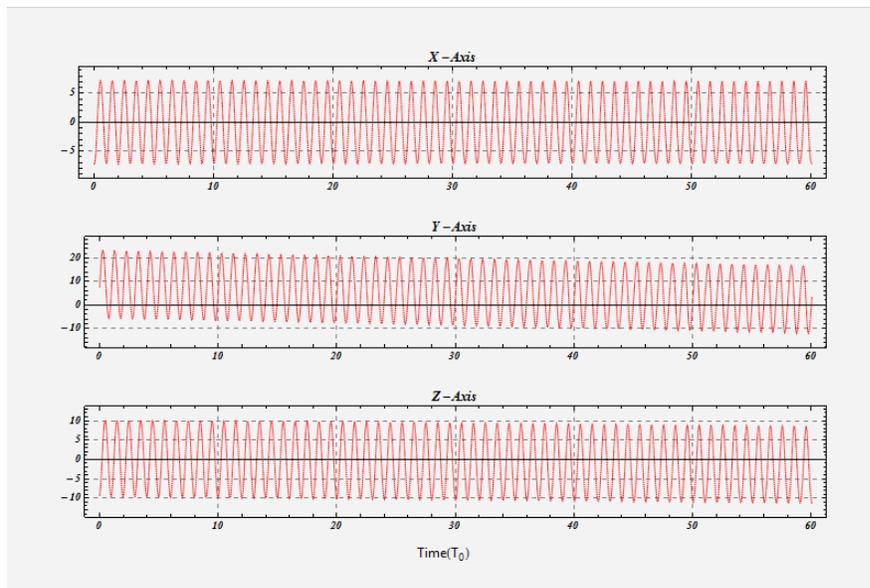


Figura 4.8: Posición satélite secundario con perturbaciones, ej. #2

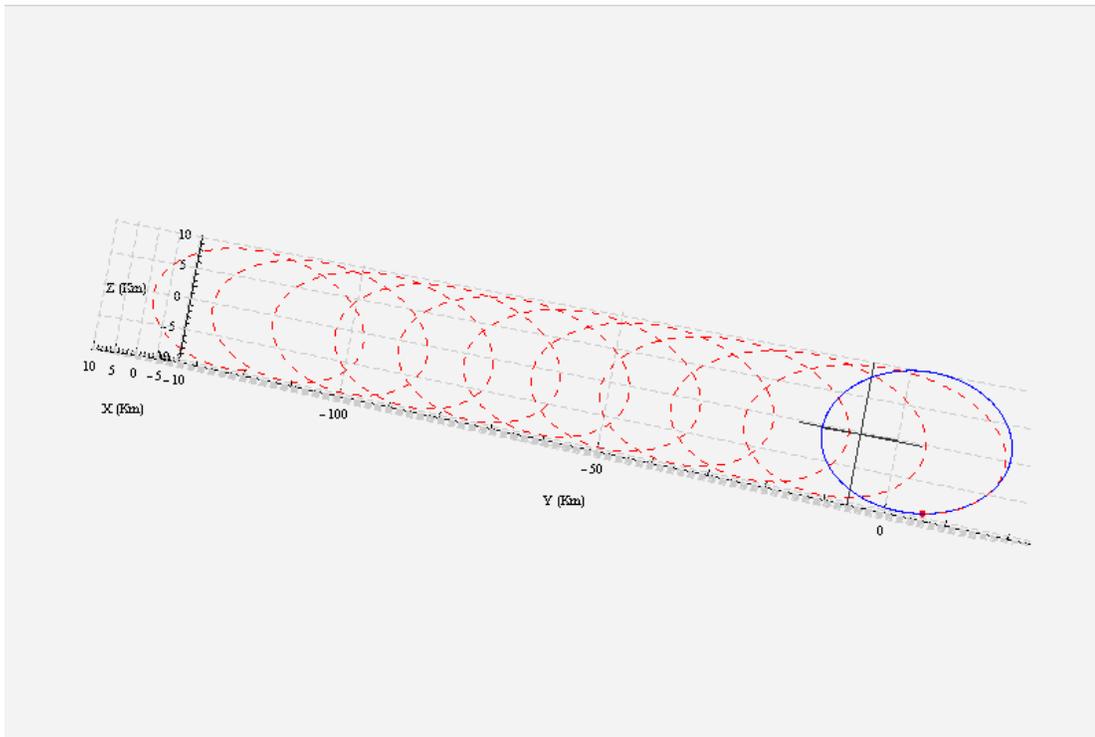


Figura 4.9: Órbita obtenida por ecuaciones CW, ej. #2

Ejemplo #3

Los datos de este ejemplo son tomados de la “Magnetospheric Multiscale Mission” (MMS) de la NASA. Esta misión consiste de una formación de cuatro satélites formando un tetraedro de 10 km de arista. La órbita inercial de los satélites es de alta excentricidad ($e=0.81$), lo cual se traduce en dificultades de las naves para mantener la formación, por lo cual en ocasiones los satélites estarán más separados, caerán en el mismo plano, o simplemente, no formarán un tetraedro.

El origen del sistema Hill puede ubicarse en alguno de los satélites y a partir de este, los otros tres satélites se pueden posicionar mediante la su diferencia de elementos orbitales. Los elementos orbitales del satélite jefe en el marco inercial son:

a	42095	km
e	0.81818	
i	28.5	deg
Ω	357.857	deg
ω	298.2253	deg
M	180	deg
f	180	deg
T	6535.26	sec

Tabla 4.5: Elementos orbitales medios, ej. 3

Por otro lado, las diferencias de elementos orbitales de los otros tres satélites son:

Satélite	#1	#2	#3	
δa	-0.040175	-0.052664	-0.040977	km
δe	-0.0001944	-0.0002528	-0.0001629	
δi	-0.001593	-0.001636	0.006257	deg
$\delta \Omega$	-0.00201	-0.00109	0.0135	deg
$\delta \omega$	-0.0095	0.01031	-0.01275	deg
δM	0.02838	-0.02553	0.00014	deg

Tabla 4.6: Diferencia de elementos orbitales, ej. 3

La Figura 4.10 muestra la órbita del satélite jefe en un marco inercial, donde se puede observar la gran excentricidad de la órbita. Se realizó la simulación con tres métodos: mediante diferencia de elementos orbitales (ecuaciones 3.9), mediante la aproximación con diferencia de elementos orbitales (ecuaciones 3.10) y una más incluyendo la perturbación J2 y aplicando el método de Cowell.

En la Figura 4.11 se muestra la órbita relativa de cada uno de los satélites en el marco Hill obtenida mediante diferencia de elementos orbitales. Conforme transcurra el tiempo, se aprecia que los satélites no conservarán la formación de tetraedro, lo cual es enfatizado por la Figura 4.12, la Figura 4.13 y la Figura 4.14 al mostrar las posiciones de cada uno de los satélites en cada dirección del marco Hill.

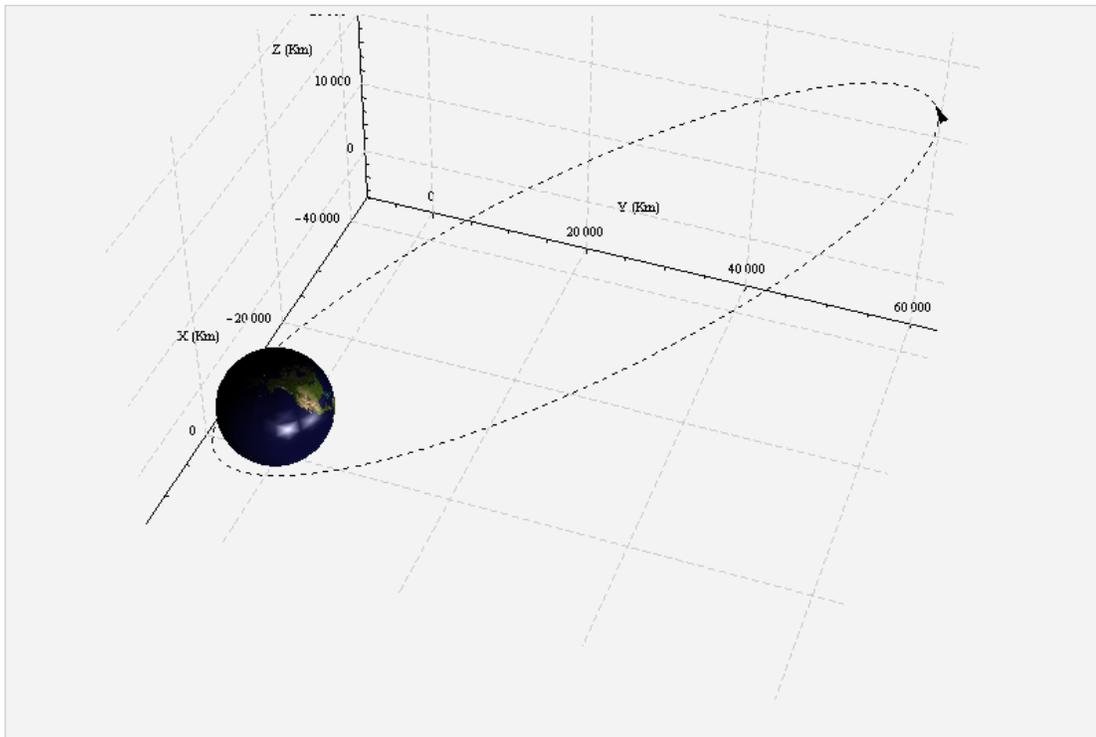


Figura 4.10: Órbita del satélite jefe en sistema inercial para el ejemplo #3

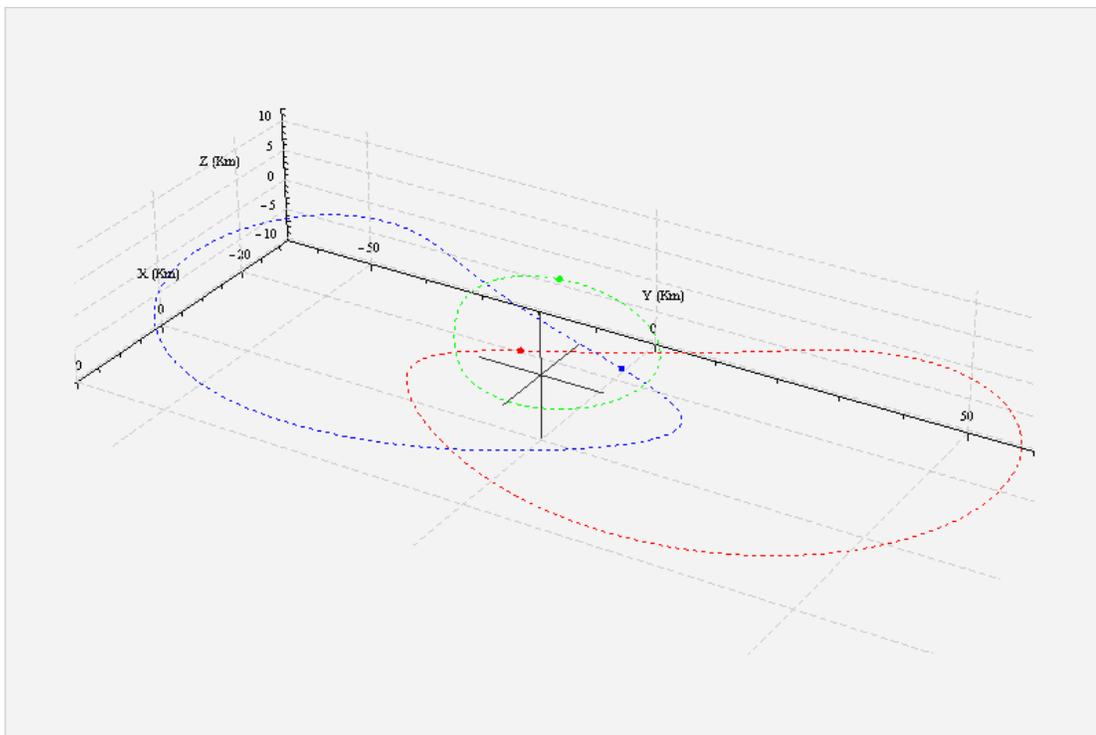


Figura 4.11: Órbitas obtenidas por diferencia de e.o., ej. #3

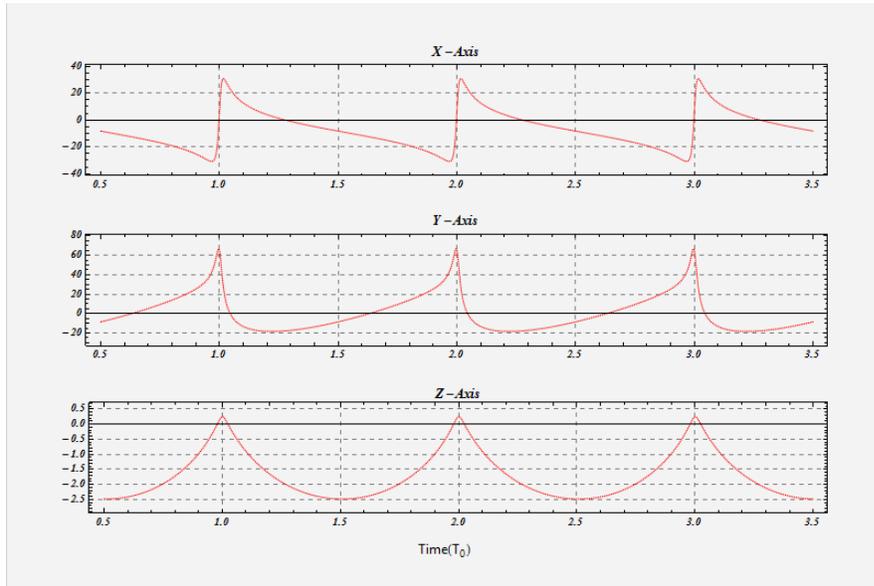


Figura 4.12: Posición satélite #1 obtenida por diferencia de e.o., ej. #3

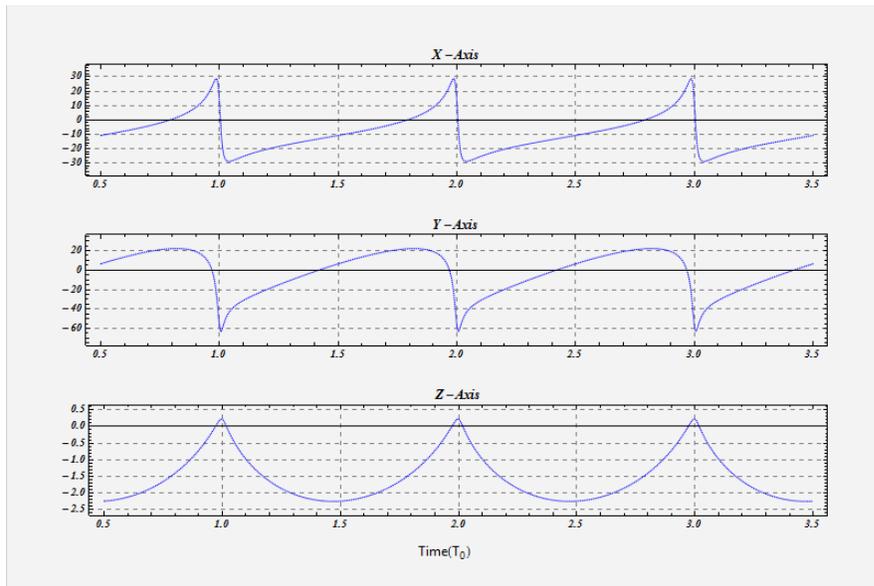


Figura 4.13: Posición satélite #2 obtenida por diferencia de e.o., ej. #3

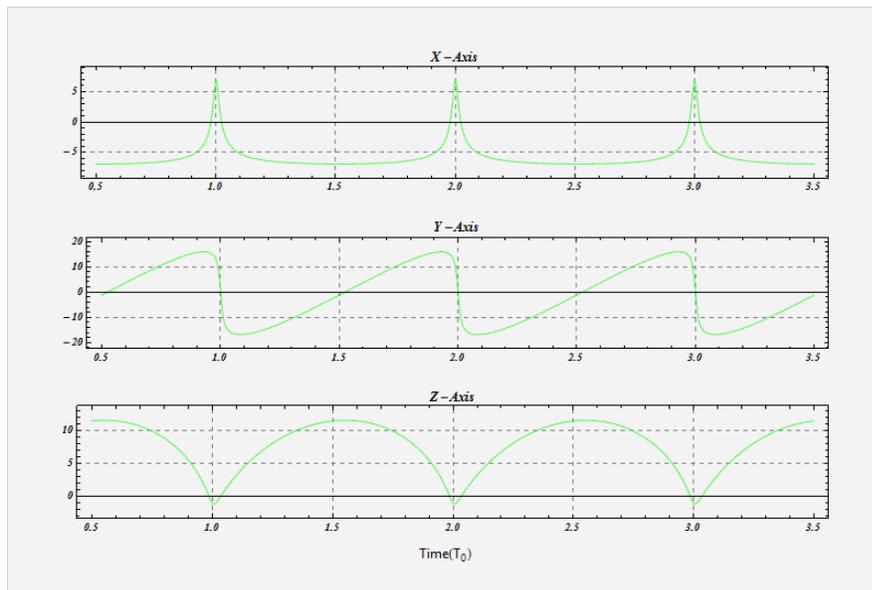


Figura 4.14: Posición satélite #3 obtenida por diferencia de e.o., ej. #3

Por otro lado, la Figura 4.15 muestra las órbitas relativas obtenidas por la aproximación con diferencia de elementos orbitales. La Figura 4.16, la Figura 4.17 y la Figura 4.18 muestran la posición de cada satélite en el marco Hill. De los resultados obtenidos, se observa que las simulaciones hechas con diferencia de elementos orbitales y la aproximación, arrojan resultados prácticamente idénticos, justificando el uso de de la aproximación para evitar exceso de cómputo.

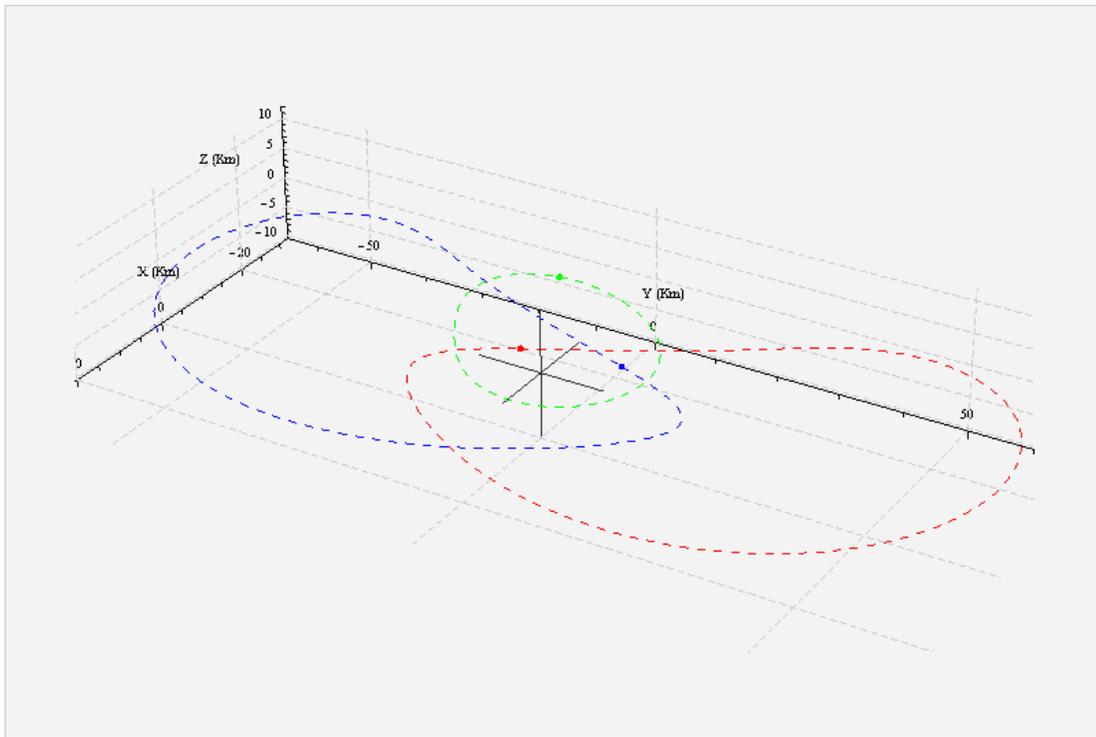


Figura 4.15: Órbitas obtenidas por diferencia de e.o. aprox., ejemplo #3

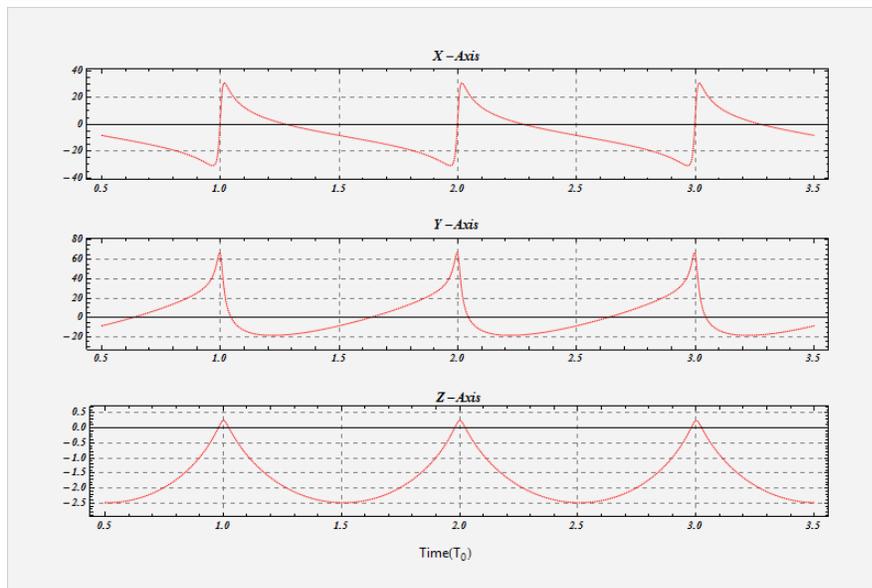


Figura 4.16: Pos. satélite #1 obtenida por diferencia de e.o. aprox., ej. #3

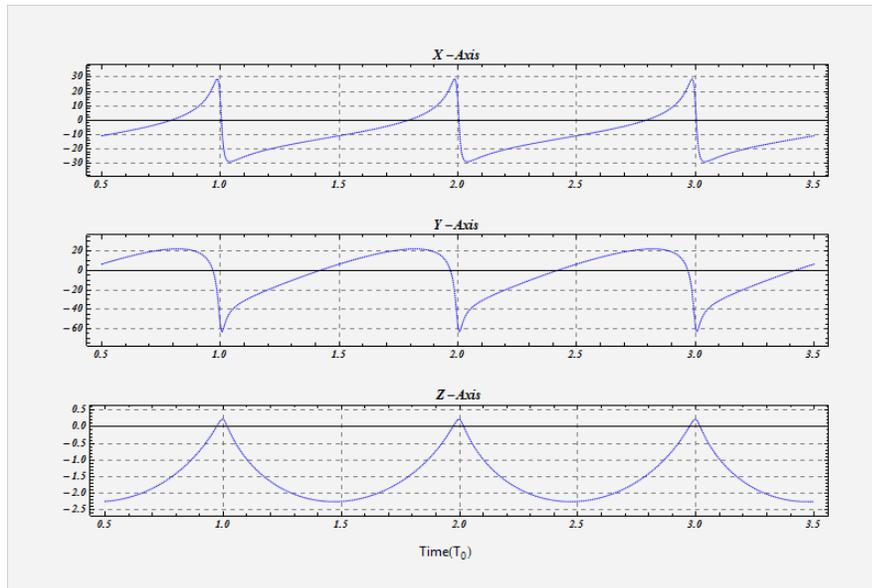


Figura 4.17: Pos. satélite #2 obtenida por diferencia de e.o. aprox., ej. #3

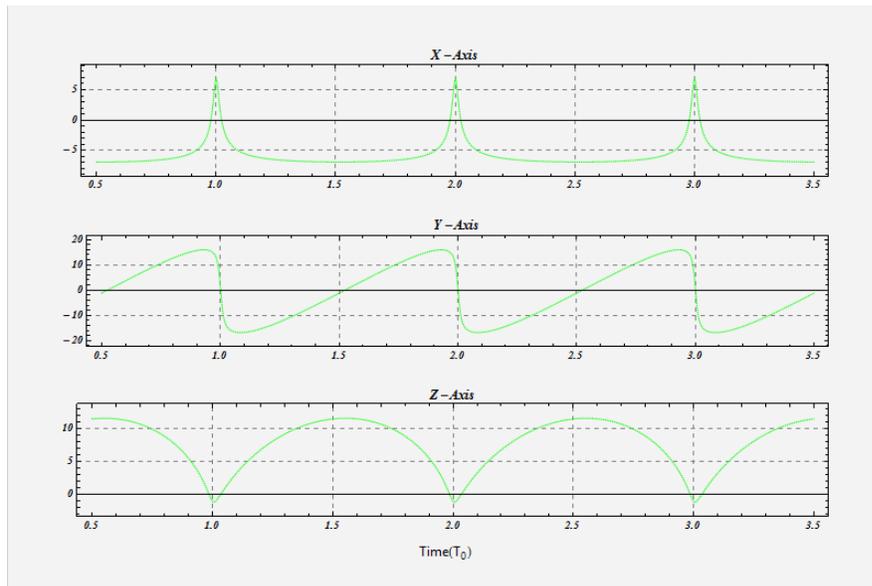


Figura 4.18: Pos. satélite #3 obtenida por diferencia de e.o. aprox., ej. #3

En lo que respecta al movimiento relativo con la perturbación J_2 , en la Figura 4.19 se aprecia que la formación se encuentra con más complicaciones para mantener la forma de tetraedro, ya que con sólo tres periodos (del satélite jefe en el marco inercial), las órbitas relativas ya

presenten un desplazamiento. La Figura 4.20, Figura 4.21 y Figura 4.22 corroboran lo dicho anteriormente, ya que se puede apreciar que después de 20 periodos del satélite jefe, ya hay desvíos de más de 10 km.

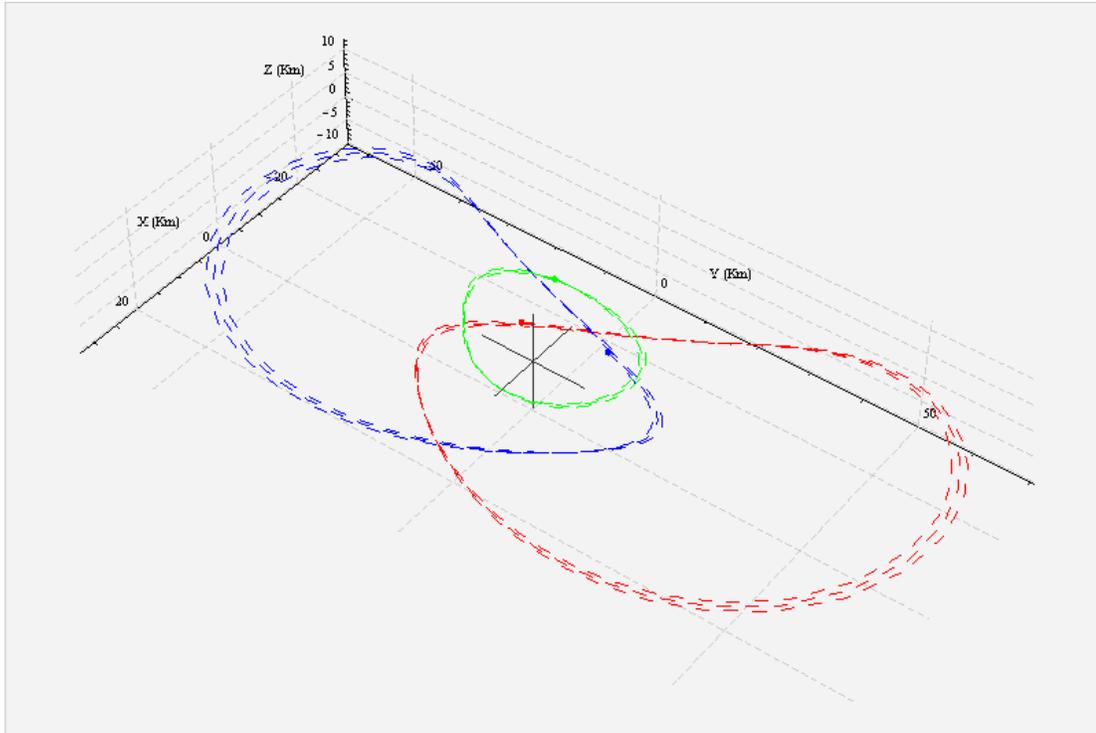


Figura 4.19: Órbitas obtenidas con movimiento perturbado, ej. #3

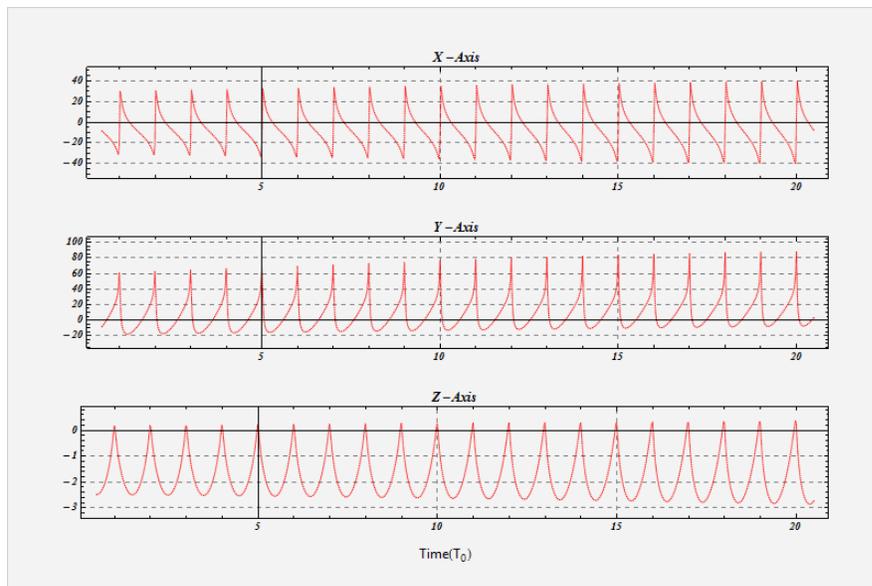


Figura 4.20: Posición satélite #1 movimiento con perturbaciones, ej. #3

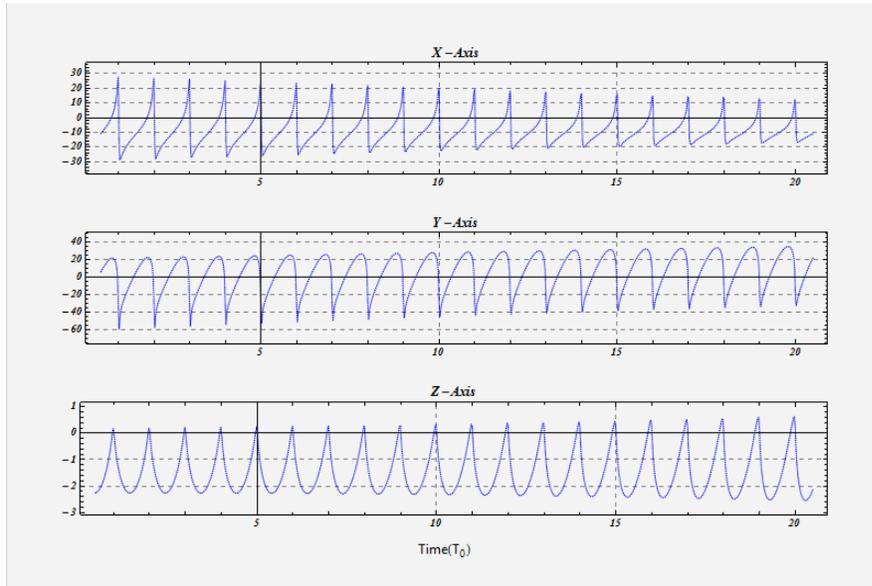


Figura 4.21: Posición satélite #2 movimiento con perturbaciones, ej. #3

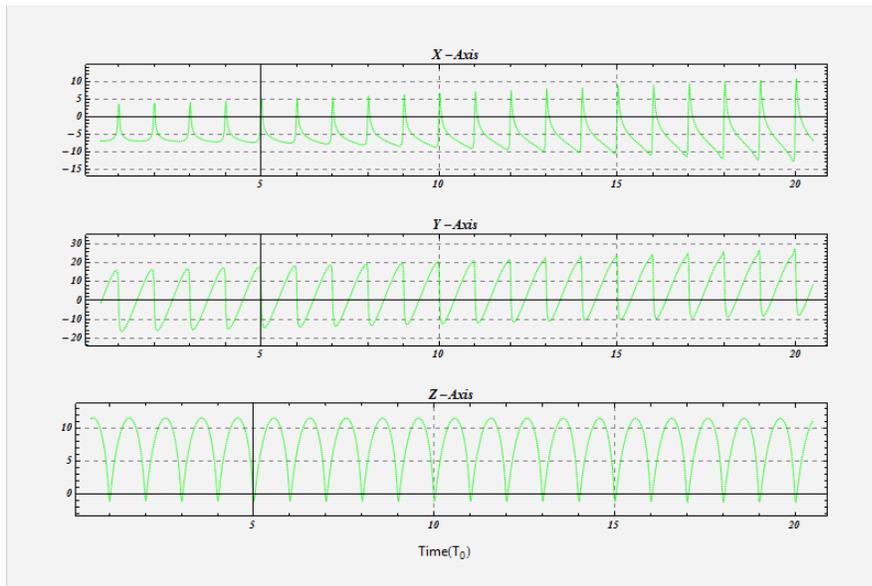


Figura 4.22: Posición satélite #3 movimiento con perturbaciones, ej. #3

Ejemplo #4

Este ejemplo muestra la herramienta incluida dentro del prototipo que realiza la transformación entre los sistemas ECI y ECEF definidos por la

IERS¹, el “Geocentric Celestial Reference System” (GCRS) y el “International Terrestrial Reference System” (ITRS).

El objetivo es encontrar la matriz de transformación entre estos sistemas dada en el Reporte Técnico [26]. La herramienta permite encontrar esta matriz de transformación mediante el enfoque basado en CIO y el enfoque clásico.

La herramienta es alimentada con la fecha UTC y datos adicionales: diferencia de segundos entre UT1 y UTC, segundos de brinco entre TAI y UTC, coordenada polar (x_p, y_p) , así como las correcciones de polo celeste δx y δy .

La Figura 4.23 es una captura de la ventana de la herramienta con un ejemplo. En la imagen se aprecia que la matriz de transformación se obtiene mediante dos métodos basados en CIO y uno más basado en el método clásico [58], [59], [60] y [61]. La salida del programa también incluye información referente al “Julian Date” UTC y TT.

Las tres matrices de transformación difieren entre sí, debido a que cada modelo tiene un diferente grado de precisión. Además, en el caso de la primera matriz basada en CIO, es un método aproximado creado con el objetivo de facilitar las operaciones.

En [60] se encuentra el mismo ejemplo realizado aquí, y muestra que las matrices basadas en el enfoque CIO se aproximan más al valor obtenido con el software SOFA².

¹ <http://www.iers.org>

² <http://www.iausofa.org/>

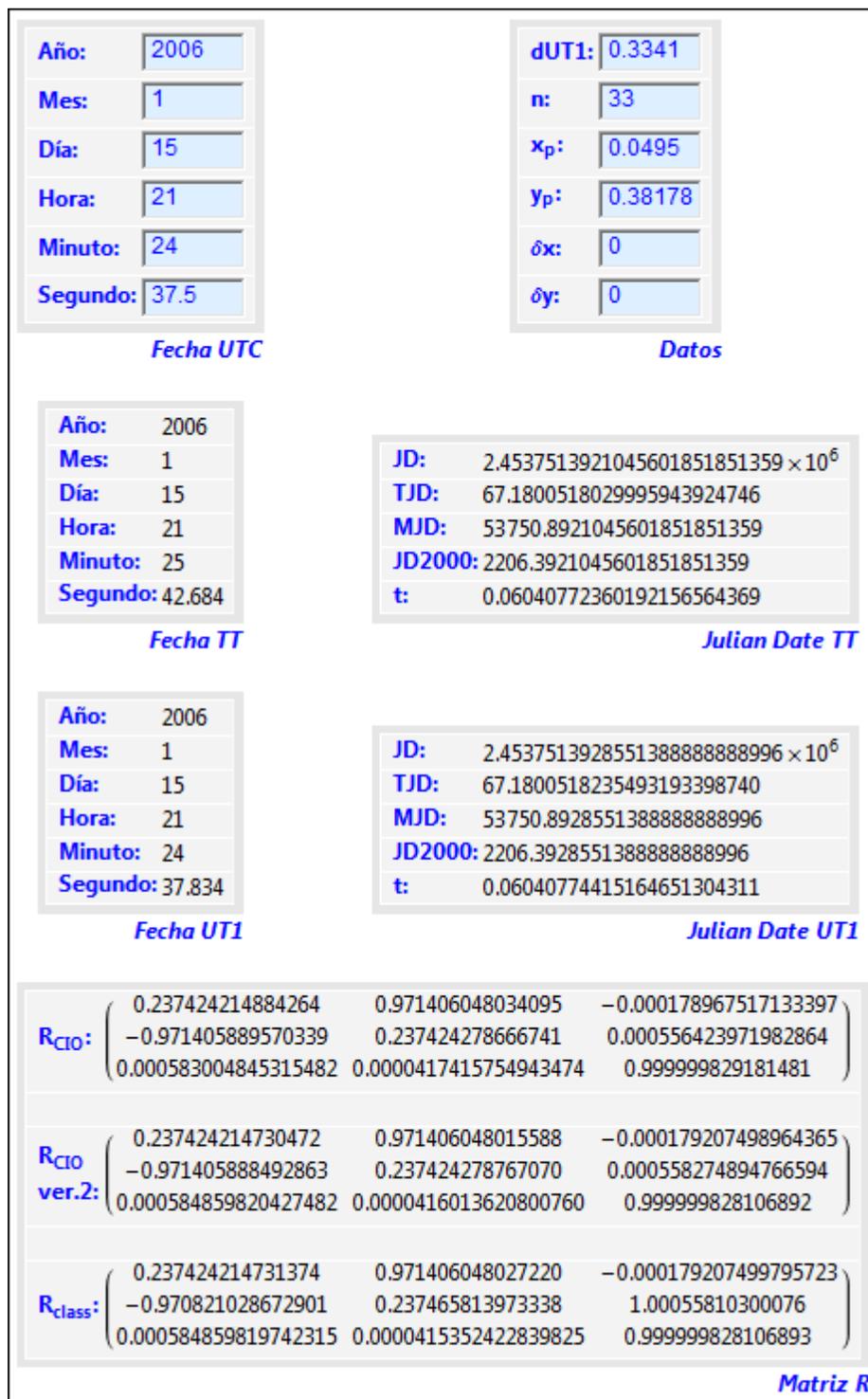


Figura 4.23: Matriz de transformación GCRS a TIRS

Capítulo 5

Conclusiones

El diseño conceptual desarrollado permite ser una guía para la elaboración de un prototipo inicial de navegación aeroespacial, al crear siete secciones principales de estudio: nave, despegue, vuelo atmosférico, vuelo espacial orbital, vuelo interplanetario, vuelo colectivo y retorno.

El diseño hecho abre la posibilidad a prototipos futuros que contemplen mejoras en el diseño actual o nuevos prototipos para las secciones no tratadas aquí.

Se desarrolló un prototipo de simulador de navegación aeroespacial que incluyó las secciones de vuelo espacial orbital y la parte de vuelo en formación del vuelo colectivo. La estructura del diseño del simulador permitió que se pudiera trabajar a la par ambas secciones sin provocar perjuicio una a la otra. El prototipo fue creado mediante el software Mathematica 8 de Wolfram, utilizando su lenguaje de programación.

El prototipo de simulador se estructuró con funciones que se fueron interconectando para lograr esta primera versión de prototipo. Las funciones pueden ser trabajadas individualmente, lo que serviría para obtener resultados intermedios a los mostrados en la interfaz final. Esto también resulta útil al momento en que se necesitan hacer actualizaciones y/o correcciones en los modelos. Un ejemplo de esto es la transformación ITRS-CGRS donde la matriz final de rotación se genera del producto de matrices generadas por otras funciones cuyos parámetros se deben actualizar cada vez que hay una nueva definición de estos.

La sección de vuelo espacial orbital, que contempla un elemento orbitando alrededor de la Tierra. Algunas de las características de la implementación de esta sección son:

- Manejo de distintos conjuntos de elementos orbitales, útiles para diversas tareas que se implementaron o pueden implementar.
- Ecuación de movimiento kepleriano sin perturbaciones y con perturbación J2.
- Funciones capaces de trabajar con la perturbación J2 por ejemplo, el mapeo entre elementos orbitales de osculantriz y medios.
- Incorporación de métodos de determinación preliminar de órbitas: Gauss, Gibbs, Problema de Lambert.
- Transferencia de órbita por distintos métodos: Hohmann, bi-elíptico, cambio de plano.
- Ecuaciones de movimiento rotacional del satélite

En lo relacionado a la sección de vuelo en formación algunos aspectos implementados fueron:

- Ecuaciones de movimiento relativo tanto lineales como no lineales en coordenadas cartesianas.
- Ecuaciones de movimiento relativo usando diferencia de elementos orbitales.
- Perturbación causada por J2.
- Control impulsivo y control LQR para reconfiguración de formaciones.
- Consideraciones sobre el consumo de combustible.

Así mismo, se debieron realizar funciones que desempeñaran otras tareas, por ejemplo, el cálculo de distintas cantidades de “Julian Date” o transformaciones entre sistemas de referencia. Por ejemplo, se implementó la transformación entre el sistema cuasi-inercial ITRS y el sistema fijo a la Tierra GCRS como se presenta en [62], incluyendo las principales alteraciones, como la precesión de la eclíptica, la precesión en oblicuidad, la

precesión de longitud, las nutaciones en longitud y en oblicuidad, entre otras. Se programó tanto la matriz clásica de transformación como la matriz basada en CIO.

La única fuerza de perturbación que se tomó en cuenta en la mayoría de las simulaciones fue la debida al achatamiento de la Tierra: el coeficiente gravitacional J_2 . Siendo al menos tres órdenes de magnitud mayor que cualquier otra perturbación, resulta ser una buena aproximación para muchas estimaciones iniciales.

En lo referente al software utilizado, el prototipo reveló la flexibilidad del programa para implementar y vincular funciones. No obstante, mostró ser útil solamente para crear animaciones de bajo nivel, ya que el costo computacional que se pagaba por agregar nuevos elementos a la simulación era alto, lo que provocó que se optara por simulaciones con visualización simple.

La interface para el usuario ofrece información tanto visual como tabulada, con oportunidad de exportar datos a otros programas. Y en la búsqueda de no saturar de información cálculos intermedios no son accesibles al usuario.

Se entiende que el desarrollo de un simulador como el presentado aquí debería contar con un grupo de trabajo que permita la especialización en los distintos tópicos, que logre algoritmos eficientes para implementar modelos, personal encargado de hacer atractivo el simulador, etcétera. Este ha sido un primer intento (prototipo) por crear una herramienta que sirva para difundir el conocimiento referente a la navegación aeroespacial.

5.1 Trabajo futuro

En lo referente al prototipo inicial realizado, existen varios aspectos que pueden ser llevados un paso más adelante, entre los que destacan:

- Implementación de otras fuerzas de perturbación. En una primera instancia podrían contemplarse la resistencia atmosférica para satélites con órbita cercana a la Tierra, así como la presión de radiación solar, e inclusive, contemplar más elementos del modelo geopotencial terrestre. Una segunda etapa puede tratar otro conjunto de perturbaciones de menor magnitud como las distintas radiaciones provocadas por la Tierra, el efecto de tercer cuerpo debido al sol y la luna, entre otros.
- Desarrollo de algoritmos más eficientes para implementación de perturbaciones. La gran cantidad de fuentes de perturbación ofrece simulaciones más cercanas a la realidad, no obstante, el precio computacional que se paga puede llegar a ser alto. Además, si se piensa en simulación en tiempo real, no se puede tener el lujo de perder tiempo en el cómputo.
- La determinación preliminar de órbitas debe ser enriquecida con métodos más sofisticados que refinen y optimicen la determinación orbital. Estos modelos deben tomar en cuenta perturbaciones y ser robustos ante problemas de divergencia y tipo de órbita.
- Modelos de control tanto en posición como en orientación para el caso de un solo satélite y de formaciones en vuelo.
- La visualización de resultados es un aspecto a tomar en cuenta en un segundo prototipo. Una animación más sofisticada de la simulación vuelve más atractiva a la interface, facilita la comprensión, y en general, crea un mejor ambiente de trabajo con el simulador.
- Generar un conjunto de satélites de prueba, con los cuales se puedan experimentar las distintas partes del simulador.

Viendo el diseño general del simulador, resulta claro que el paso a seguir sería entrar en detalle en las otras secciones y crear un prototipo inicial para ellas. Una buena idea sería comenzar con el “vuelo espacial interplanetario” y terminar “vuelo colectivo” ya que estas dos ocupan varias ideas del

prototipo hecho en este trabajo. Esto deja cuatro secciones del diseño general para una tercera etapa, en la cual, “lanzamiento” y “vuelo atmosférico” podrían considerarse primero.

Apéndice A

Diagramas WBS

A.1 Nomenclatura

Para facilitar la lectura de los distintos diagramas que aparecen, se ha creado una nomenclatura que permite determinar el nivel de algún concepto dentro de la organización. La Figura A 1 muestra los estilos gráficos que se le han dado a cada nivel dentro de la estructura.

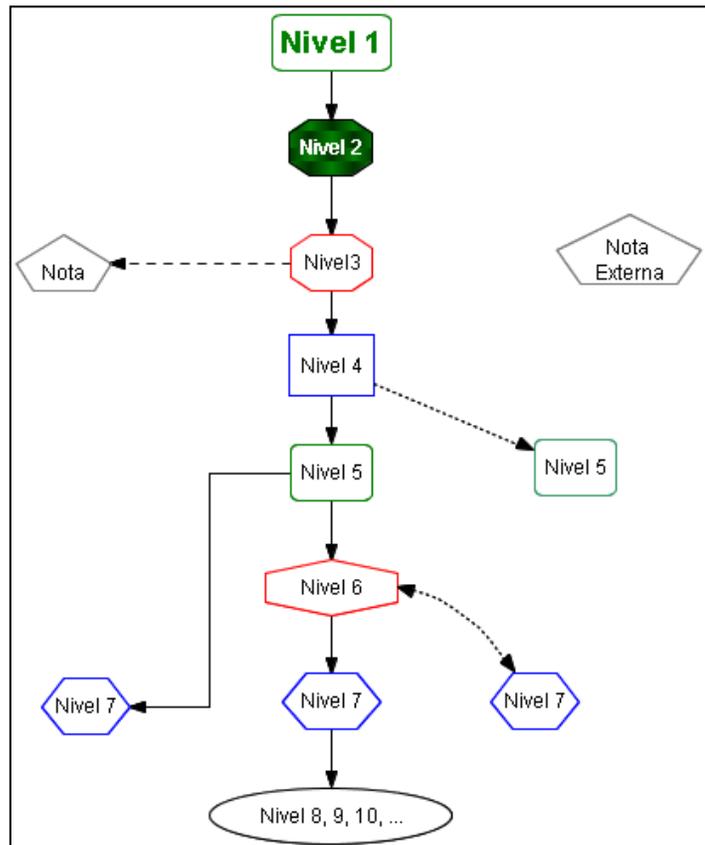


Figura A 1: Nomenclatura de diagramas

Los primeros 7 niveles tienen características definidas en cuanto a forma y color del elemento. Los niveles 8, 9 e inferiores tienen el mismo estilo y será la descripción dentro del texto y las relaciones con otros niveles lo que permita determinar su ubicación en la estructura. La posición espacial no determina el nivel, aunque en muchos casos se tiene que el nivel inferior está por debajo del nivel superior, no es una regla que se cumple siempre, y es cuando la nomenclatura expuesta ayudará en la lectura de los diagramas.

La manera en que se relacionan los niveles también se indica en la Figura A 1. Una relación de un nivel superior a un nivel inferior preferentemente se hará con una flecha continua, aunque en algunas ocasiones puede emplearse algún tipo de flecha punteada. Existe también la posibilidad de flechas con doble sentido.

En caso de ser necesario, también se pueden incluir comentarios separados del diagrama, o en caso de querer enfatizar alguna relación.

En el Capítulo 3 se presentó el diseño general del simulador de navegación aeroespacial. El diagrama del diseño general se exhibe nuevamente en la Figura A 2 por comodidad.

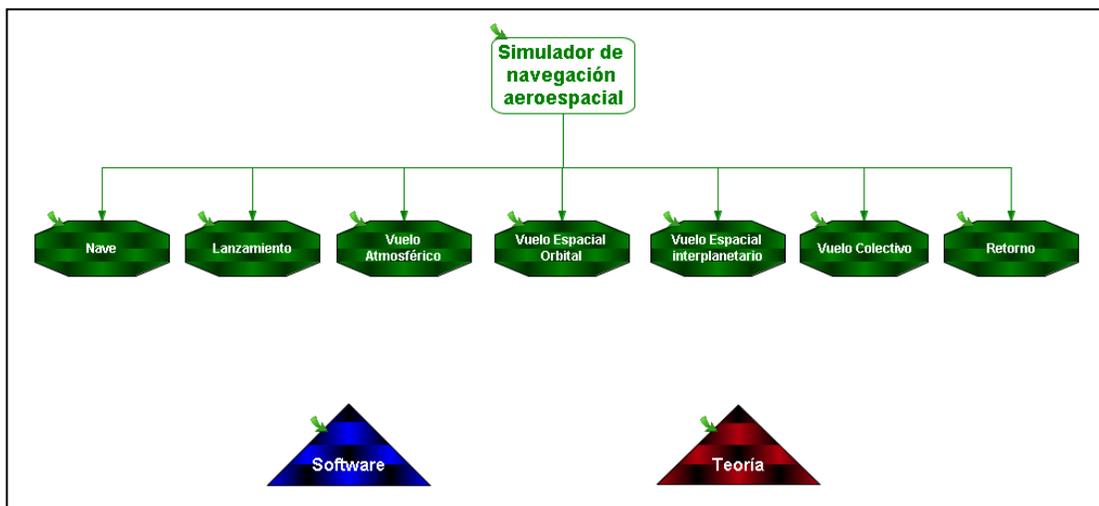


Figura A 2: Diagrama del diseño general del simulador

Debido al prototipo inicial comentado en el Capítulo 4, se puso mayor atención en las secciones de vuelo espacial orbital y vuelo en formación, cuyos diagramas extendidos se presentan en este apéndice.

A.2 Vuelo espacial orbital

Los diagramas relacionados al vuelo espacial orbital se presentan de la Figura A 3 a la Figura A 10. La información de estos diagramas se encuentra vinculada a la sección 3.5 Vuelo espacial orbital.

En la Figura A 3 está el diagrama de la sección de vuelo espacial orbital, el cual, comprende siete elementos en su nivel 3.

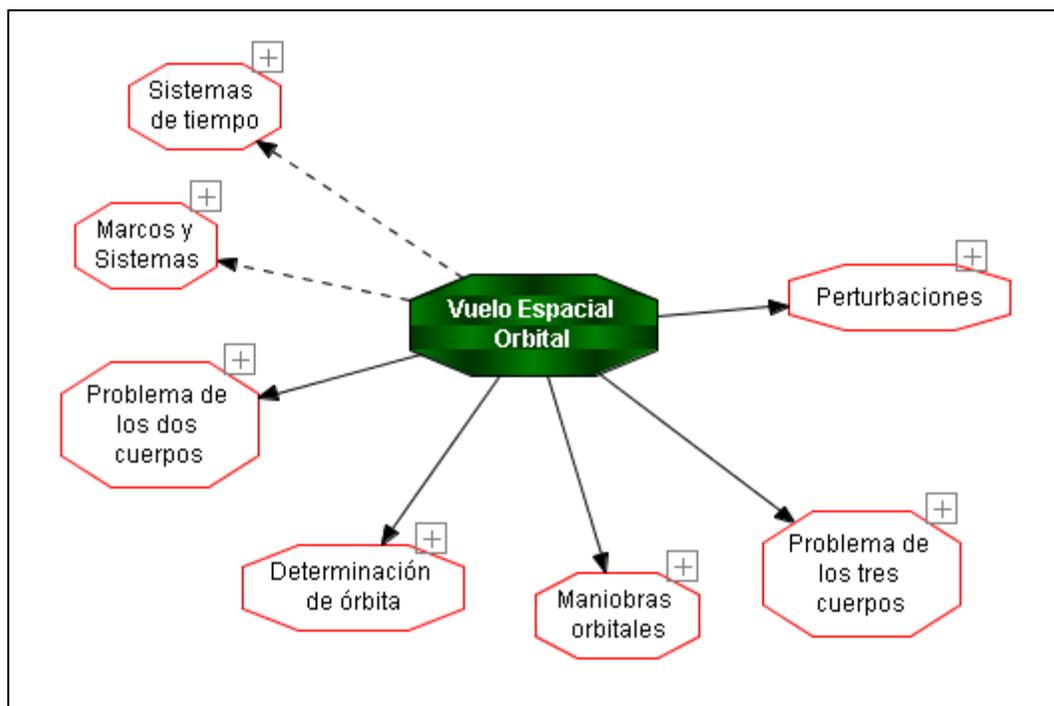


Figura A 3: Diagrama de vuelo espacial orbital

Cada uno de los elementos del nivel 3 de la sección de vuelo espacial orbital cuenta con su propio diagrama extendido:

- Sistemas de tiempo, Figura A 4

- Marcos y sistemas, Figura A 5
- Problema de los dos cuerpos, Figura A 6
- Determinación de órbita, Figura A 7
- Maniobras orbitales, Figura A 8
- Problema de los tres cuerpos, Figura A 9
- Perturbaciones, Figura A 10

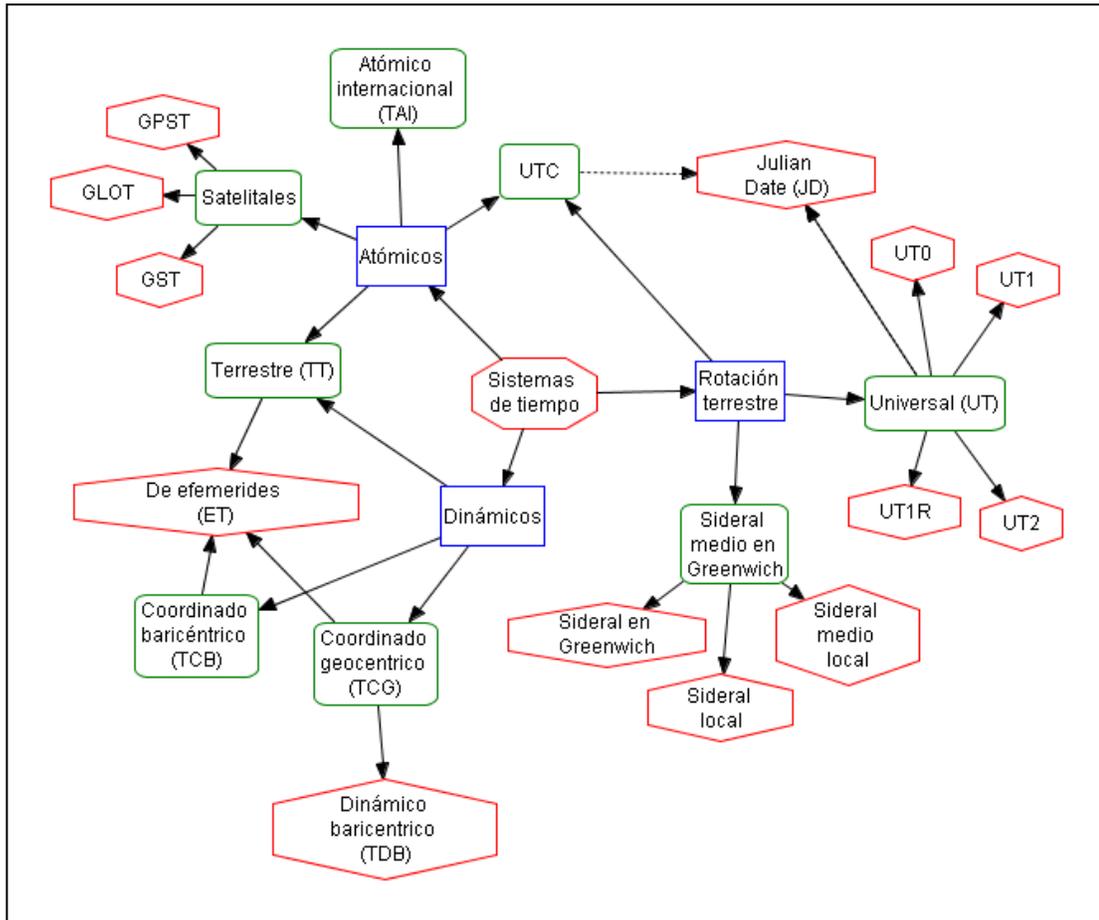


Figura A 4: Sistemas de tiempo

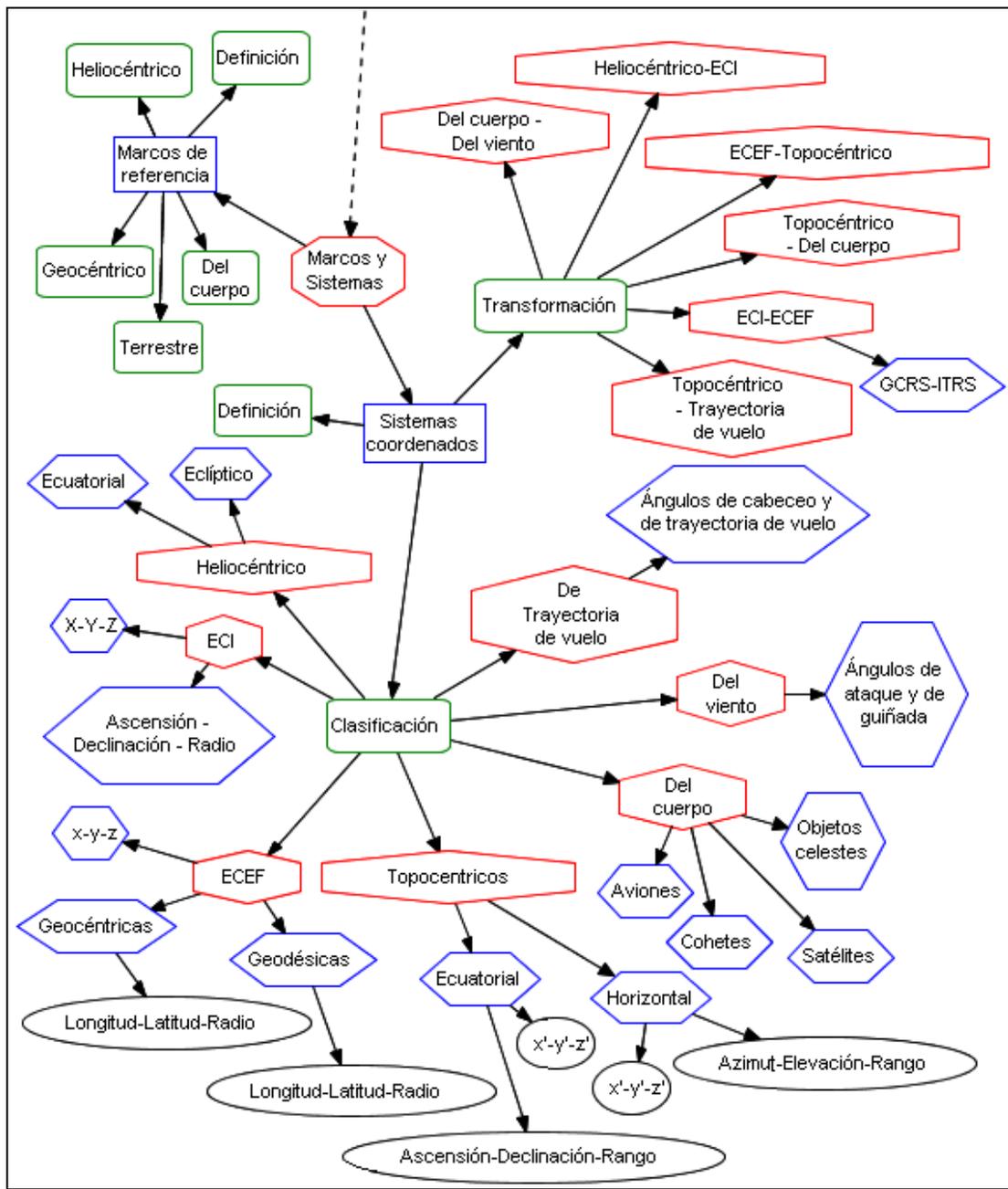


Figura A 5: Sistemas coordenados y marcos de referencia

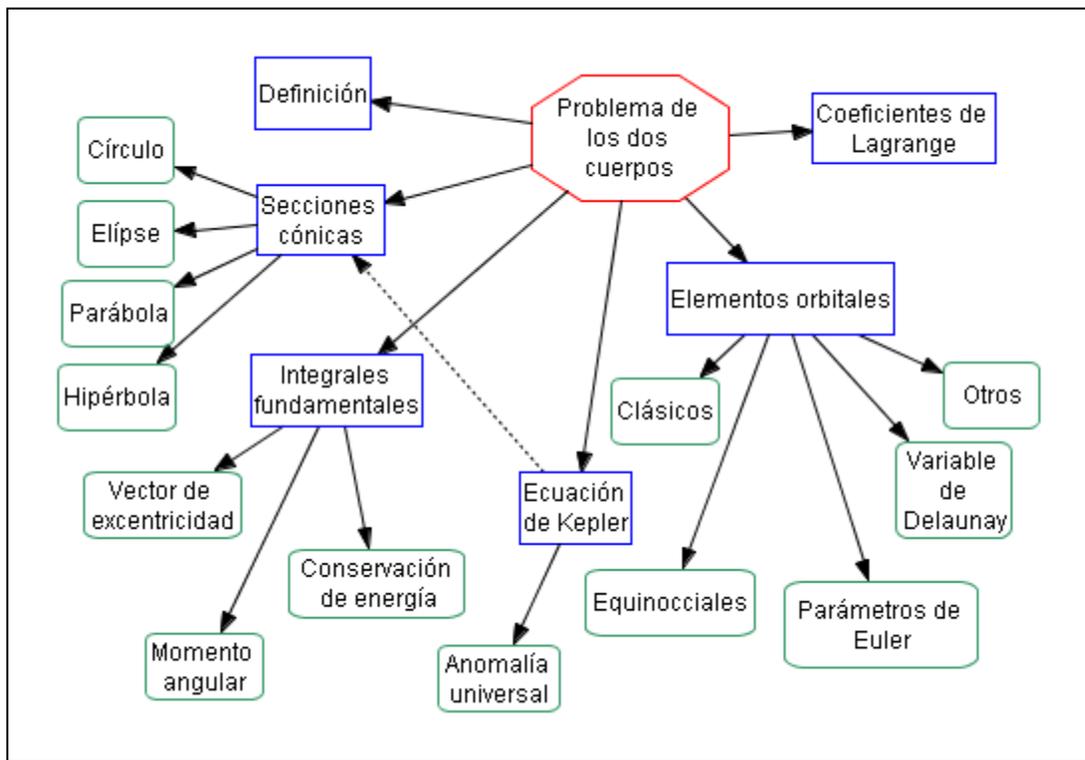


Figura A 6: Problema de los dos cuerpos

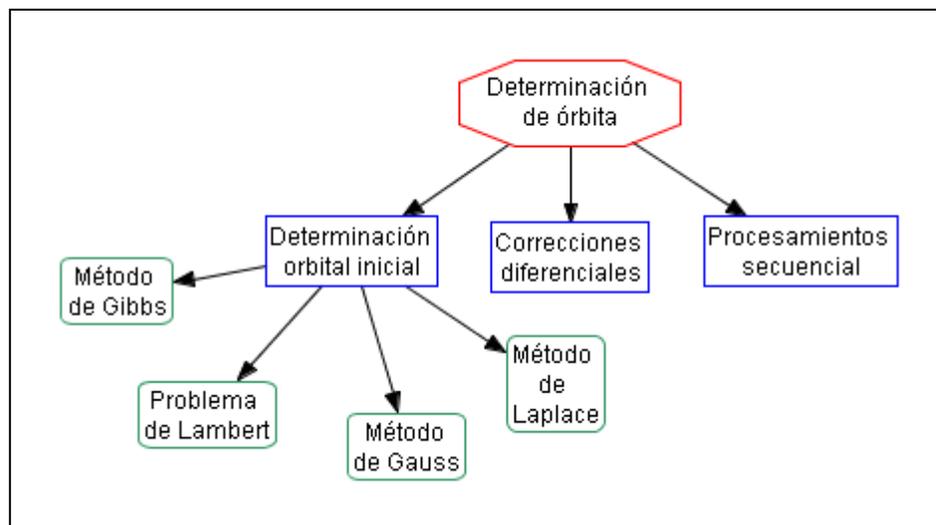


Figura A 7: Determinación de órbita

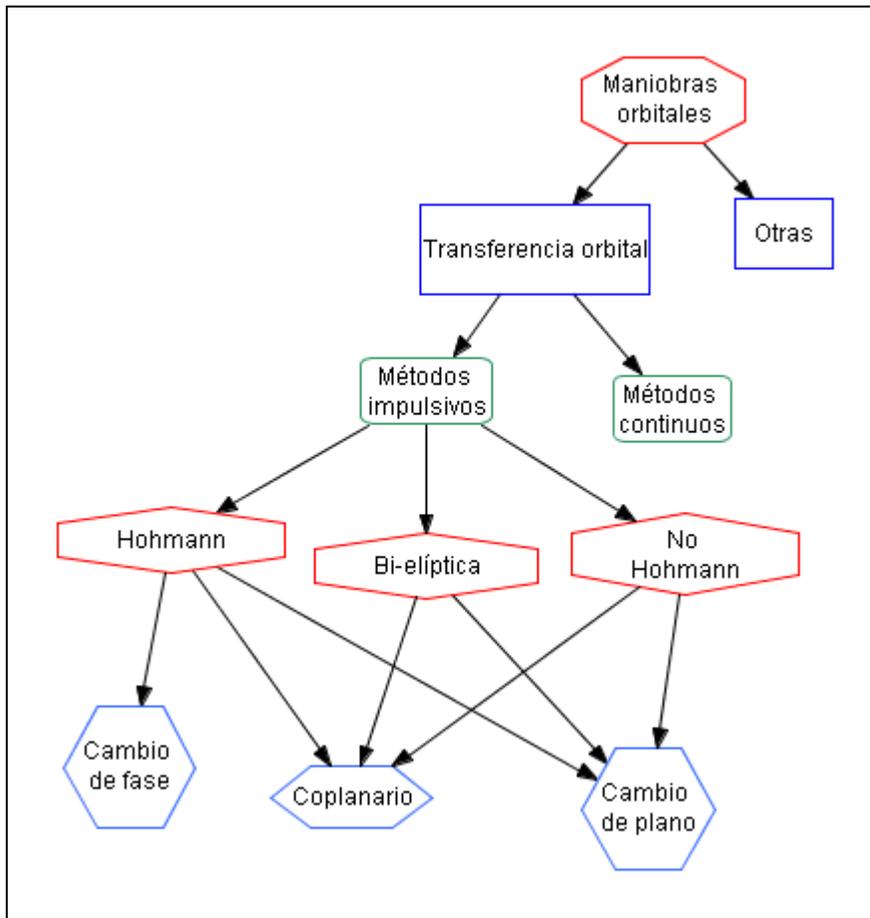


Figura A 8: Transferencia orbital

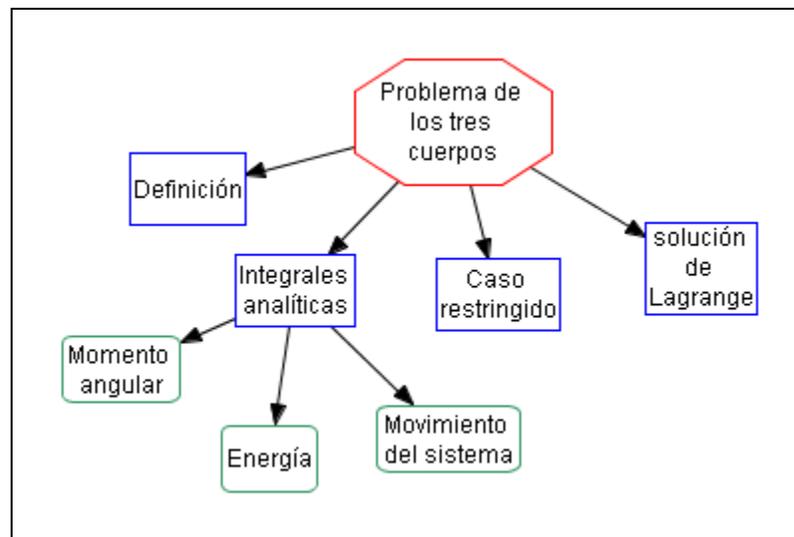


Figura A 9: Problema de los tres cuerpos

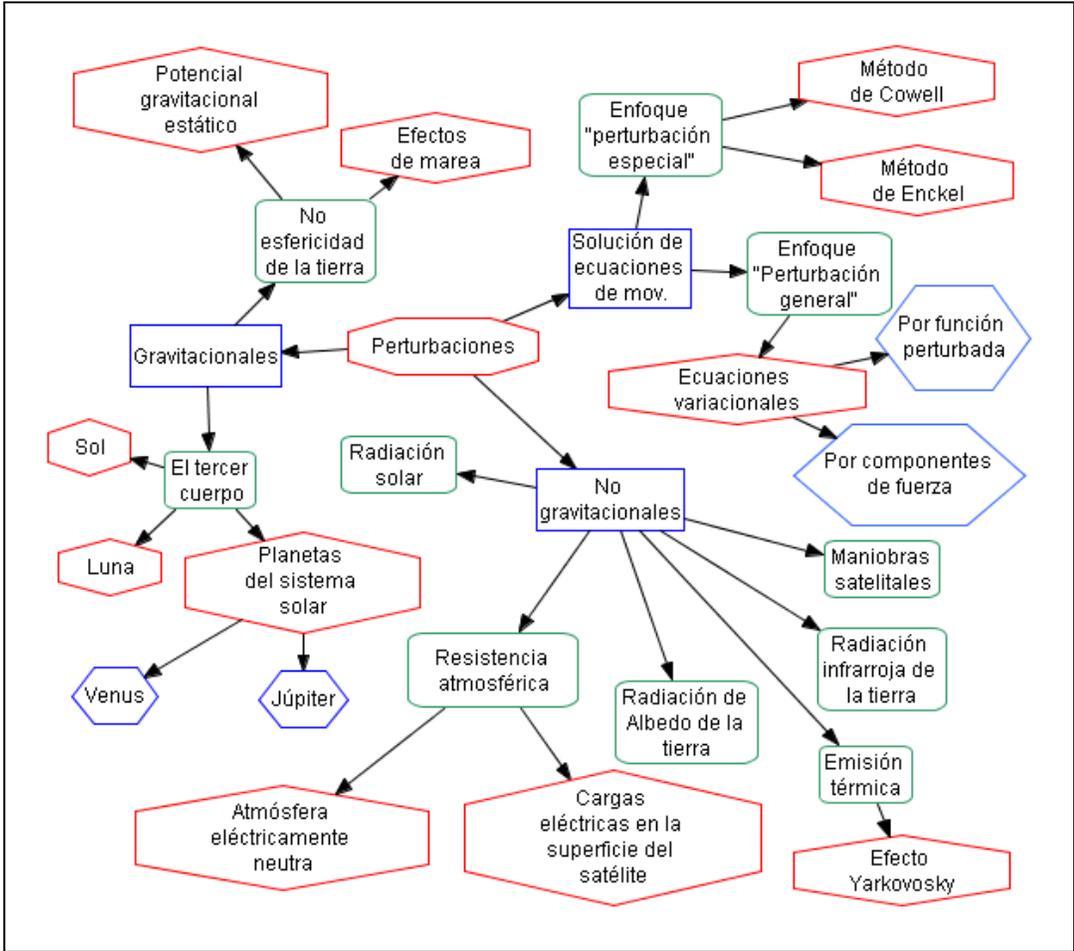


Figura A 10: Perturbaciones

A.3 Vuelo en formación (Formation flying)

Como se mencionó anteriormente, vuelo en formación es parte del vuelo espacial colectivo, como se muestra en la Figura A 11.

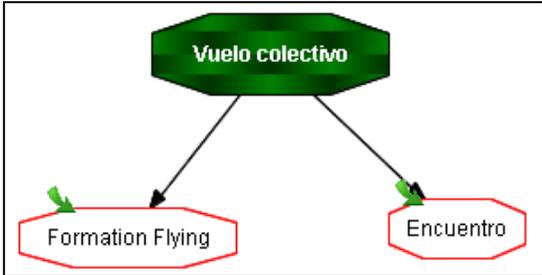


Figura A 11: Diagrama de vuelo colectivo

La sección de vuelo en formación comprende cuatro elementos de nivel 4, como se indica en la Figura A 12. La información relacionada a estos niveles se encuentra en el apartado 3.7.1 Vuelo en formación, y los diagramas extendidos van desde la Figura A 13 a la Figura A 16.

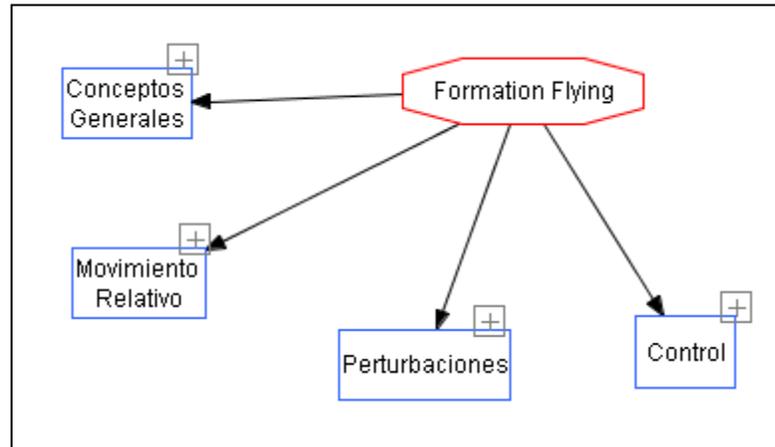


Figura A 12: Diagrama de Vuelo en formación

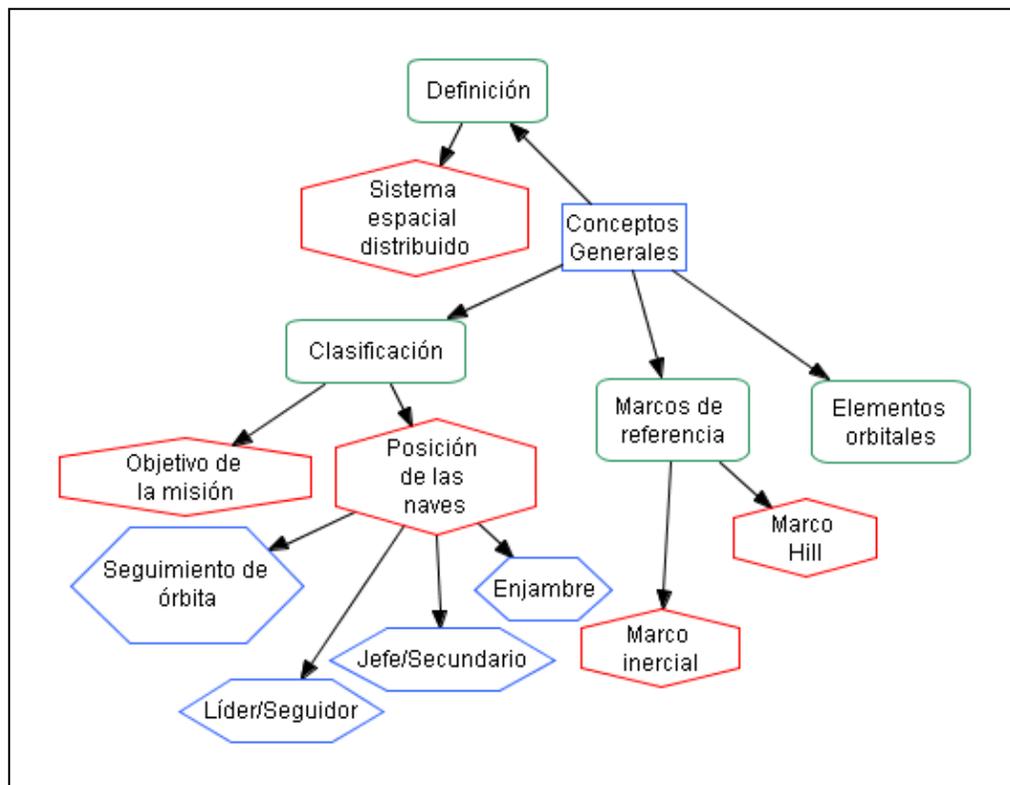


Figura A 13: Conceptos generales de Vuelo en formación

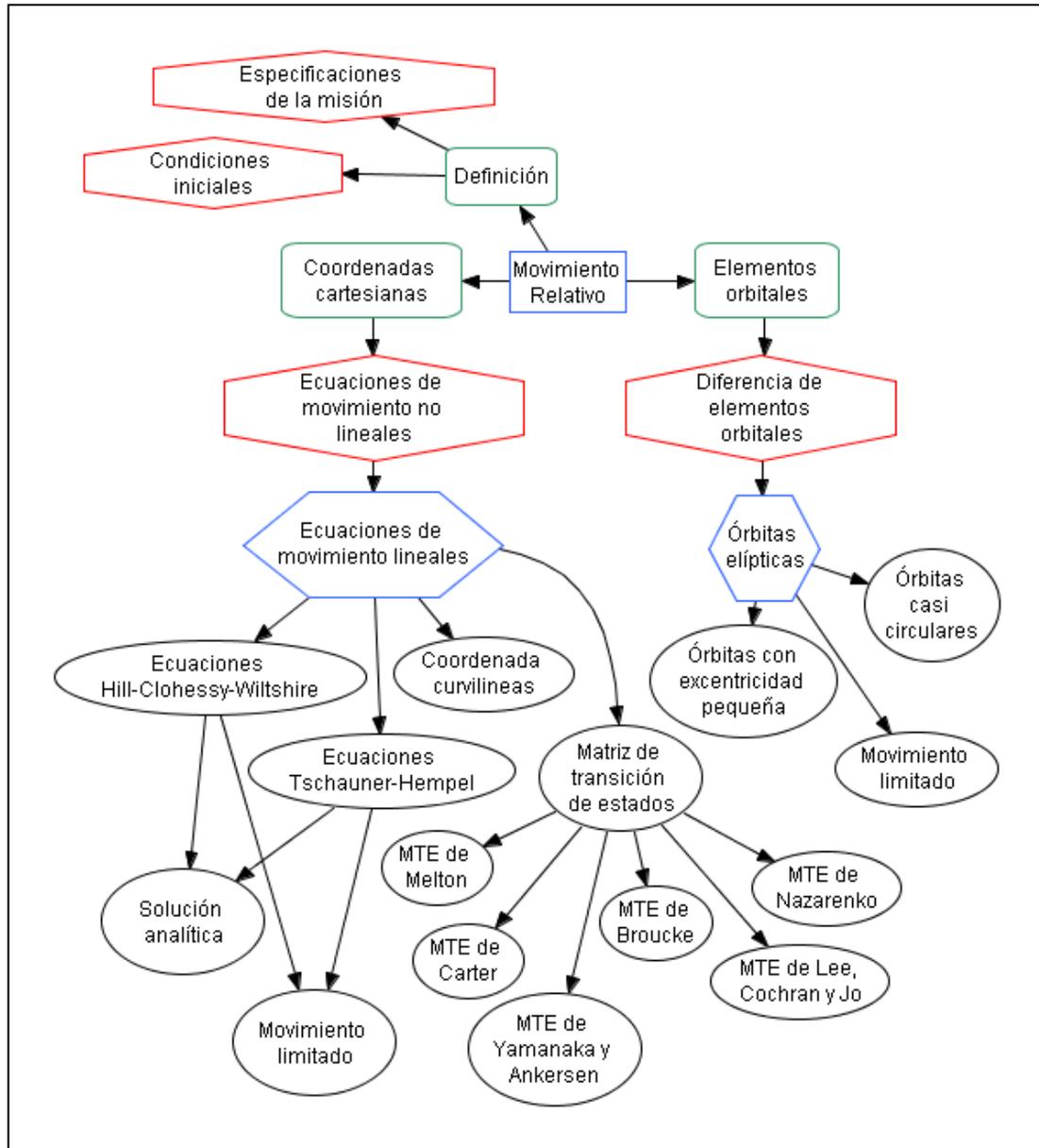


Figura A 14: Movimiento relativo de satélites

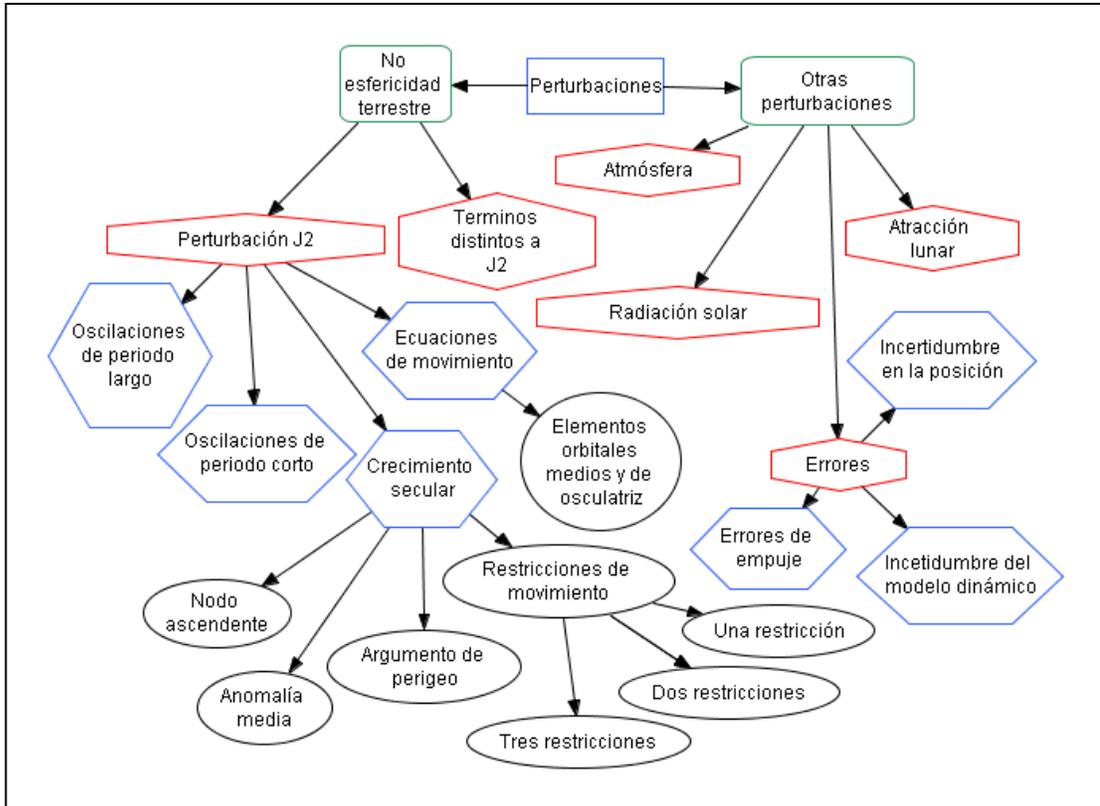


Figura A 15: Perturbaciones en Vuelo en formación

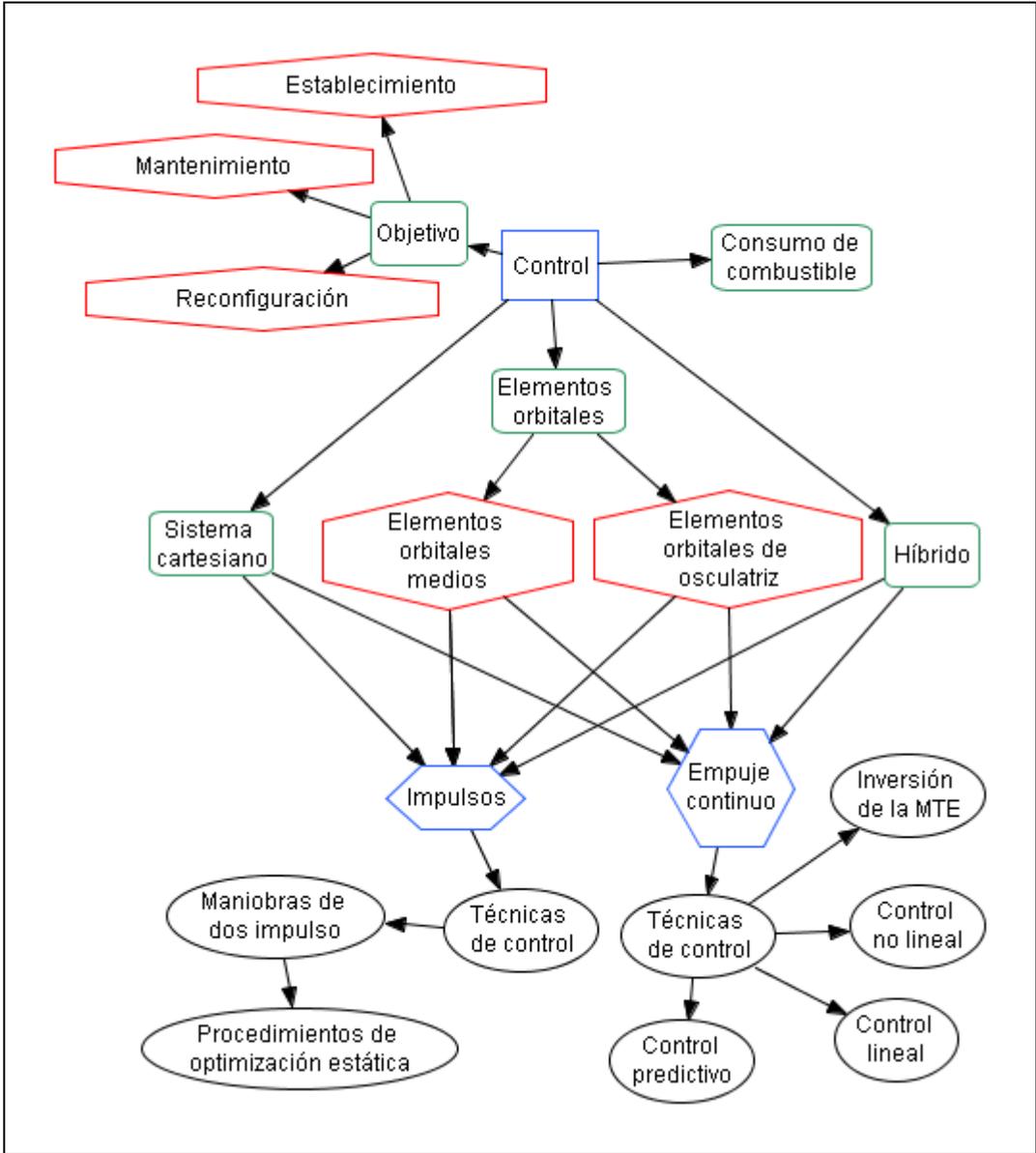


Figura A 16: Control en Vuelo en formación

Lista de figuras

Figura 2.1: Flujo del proceso de modelado	14
Figura 2.2: Desarrollo de una simulación.....	20
Figura 2.3: Ciclo de vida de un prototipo	22
Figura 3.1: Diagrama del diseño general del simulador	24
Figura 3.2: Marco Hill.....	44
Figura 3.3: Cálculo de error con elementos orbitales.....	56
Figura 3.4: Cálculo de error de seguimiento en coordenadas cartesianas ...	57
Figura 3.5: Ángulo de fase.....	66
Figura 4.1: Órbita alrededor de la Tierra, eje. #1	74
Figura 4.2: Posición del satélite, ej. #1	74
Figura 4.3: Ground track del satélite, ej. #1	75
Figura 4.4: Órbita del satélite jefe en sistema inercial para el ejemplo #2	77
Figura 4.5: Órbita obtenida por ecuaciones TH, ej. #2.....	77
Figura 4.6: Posición satélite secundario obtenida por ec. TH, ej. #2	78
Figura 4.7: Órbita con perturbaciones, ej. #2	79
Figura 4.8: Posición satélite secundario con perturbaciones, ej. #2	79
Figura 4.9: Órbita obtenida por ecuaciones CW, ej. #2	80
Figura 4.10: Órbita del satélite jefe en sistema inercial para el ejemplo #3 ..	82
Figura 4.11: Órbitas obtenidas por diferencia de e.o., ej. #3.....	82
Figura 4.12: Posición satélite #1 obtenida por diferencia de e.o., ej. #3	83
Figura 4.13: Posición satélite #2 obtenida por diferencia de e.o., ej. #3	83
Figura 4.14: Posición satélite #3 obtenida por diferencia de e.o., ej. #3	84
Figura 4.15: Órbitas obtenidas por diferencia de e.o. aprox., ejemplo #3.....	85
Figura 4.16: Pos. satélite #1 obtenida por diferencia de e.o. aprox., ej. #3 ..	85
Figura 4.17: Pos. satélite #2 obtenida por diferencia de e.o. aprox., ej. #3 ..	86
Figura 4.18: Pos. satélite #3 obtenida por diferencia de e.o. aprox., ej. #3 ..	86
Figura 4.19: Órbitas obtenidas con movimiento perturbado, ej. #3.....	87
Figura 4.20: Posición satélite #1 movimiento con perturbaciones, ej. #3.....	87
Figura 4.21: Posición satélite #2 movimiento con perturbaciones, ej. #3.....	88
Figura 4.22: Posición satélite #3 movimiento con perturbaciones, ej. #3.....	88
Figura 4.23: Matriz de transformación GCRS a TIRS	90
Figura A 1: Nomenclatura de diagramas.....	97
Figura A 2: Diagrama del diseño general del simulador	98
Figura A 3: Diagrama de vuelo espacial orbital.....	99
Figura A 4: Sistemas de tiempo	100
Figura A 5: Sistemas coordenados y marcos de referencia.....	101
Figura A 6: Problema de los dos cuerpos	102
Figura A 7: Determinación de órbita	102

Figura A 8: Transferencia orbital.....	103
Figura A 9: Problema de los tres cuerpos.....	103
Figura A 10: Perturbaciones	104
Figura A 11: Diagrama de vuelo colectivo.....	104
Figura A 12: Diagrama de Vuelo en formación	105
Figura A 13: Conceptos generales de Vuelo en formación.....	105
Figura A 14: Movimiento relativo de satélites.....	106
Figura A 15: Perturbaciones en Vuelo en formación.....	107
Figura A 16: Control en Vuelo en formación	108

Lista de tablas

Tabla 2.1: Construcción de un modelo	16
Tabla 4.1: Elementos orbitales, ej. #1	73
Tabla 4.2: Elementos orbitales medios del satélite jefe, ej. 2.....	75
Tabla 4.3: Diferencia de elementos orbitales del secundario, ej. 2	76
Tabla 4.4: Elementos orbitales osculatrices del satélite jefe, ej. 2	76
Tabla 4.5: Elementos orbitales medios, ej. 3	81
Tabla 4.6: Diferencia de elementos orbitales, ej. 3	81

Bibliografía

- [1] R. Enríquez and H. Harleston, "Navegación aero-espacial: Física, Simulación, Detección y Control", presented at *Foro de consulta: Investigación Científica y Tecnológica de la Agencia Espacial Mexicana*, Ensenada, Baja California, Mexico, 2011.
- [2] J. Chapman. (2007, February) Principle Based Project Management. [Online]. Available: <http://www.hyperhot.com/project.htm>
- [3] J. A. Sokolowski and C. M. Banks, *Principles of Modeling and Simulation, A multidisciplinary Approach*. USA: John Wiley & Sons, 2009.
- [4] K. Velten, *Mathematical Modeling and Simulation, Introduction for Scientists and Engineers*. Germany: Wiley-VCH, 2009.
- [5] B. Kulakowski, J. Gardner, and J. L. Shearer, *Dynamic Modeling and Control of Engineering Systems*. USA: Cambridge University Press, 2007.
- [6] J. Uparrela, "Apuntes Básicos para el Desarrollo de un Simulación de Navegación y Maniobras de un Buque de Guerra", Colombia, Anteproyecto para la Investigación e implementación 2005.
- [7] N. Gershenfeld, *The Nature of Mathematical Modeling*. UK: Cambridge University Press, 1999.
- [8] E. A. Bender, *An Introduction to Mathematical Modeling*. USA: John Wiley & Sons, 1978.
- [9] F. R. Giordano, M. D. Weir, and W. P. Fox, *A First Course in Mathematical Modeling*. USA: Thomson Learning, 2003.
- [10] V. P. Singh, *System Modeling and Simulation*. India: New Age International Publishers, 2009.
- [11] J. M. Garrido, *Object Oriented Simulation: A Modeling and Programming Perspective*. USA: Springer, 2009.
- [12] S. Robinson, *Simulation: The Practice of Model Development and Use*. USA: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [13] G. Korn, *Advanced Dynamic-System Simulation*. USA: John Wiley & Sons, 2007.
- [14] C. A. Chung, *Simulation Modeling Handbook: a Practical Approach*. USA: CRS Press LCC, 2004.
- [15] I. Sommerville, *Software Engineering*. USA: Pearson Education Limited, 2001.
- [16] F. L. Liou, *Rapid Prototyping and Engineering Applications*. USA: CRC Press, 2008.
- [17] P. Fortescue, J. Stark, and G. Swinerd, *Spacecraft Systems Engineering*. England: John Wiley & Sons, 2003.
- [18] C. D. Brown, *Elements of Spacecraft Design*. USA: AIAA Education Series, 2002.
- [19] D. G. Gilmore, *Spacecraft Thermal Control Handbook, vol. I*. USA: The Aerospace Corporation, 2002.
- [20] Arianespace. (2012) Arianespace. [Online]. Available: <http://www.arianespace.com/index/index.asp>
- [21] W. Ley, K. Wittmann, and W. Hallmann, *Handbook of Space Technology*. Singapore:

John Wiley and Sons, 2009.

- [22] W. J. Larson and J. R. Wertz, *Space Mission Analysis and Design*. USA: Microcosm Press and Kluwer Academic Publishers, 2005.
- [23] Gunter Dirk Krebs. (2012, November) Gunter's Space Page. [Online]. Available: <http://space.skyrocket.de/index.html>
- [24] A. Tewari, *Atmospheric and Space Flight Dynamics*. USA: Birkhauser Boston, 2007.
- [25] P. Gallais, *Atmospheric Re-entry Vehicle Mechanics*. Germany: Springer, 2007.
- [26] S. Chavez-Barranco, R. Enríquez-Caldera, and S. and Guichard-Romero, J. Camacho Lara, "Reporte Técnico: Navegación Aeroespacial", Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla, 2012.
- [27] G. Beutler, *Methods of Celestial Mechanics, Vol. 1*. Germany: Springer, 2005.
- [28] V. A. Chobotov, *Orbital Mechanics*. USA: AIAA Education Series, 2002.
- [29] S. Chavez-Barranco, R. Enríquez-Caldera, and S. and Guichard-Romero, J. Camacho Lara, "Reporte Técnico: Mecánica Orbital", Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla, 2012.
- [30] O. Montenbruck and E. Gill, *Satellite Orbits, Models, Methods and Applications*. Germany: Springer, 2001.
- [31] J. R. Wright, "Optimal Orbital Determination", presented at *AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting*, San Antonio, TX, USA, 2002, pp. 1-12.
- [32] H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*, 2nd ed. USA: Elsevier, 2009.
- [33] H. Schaub and J. L. Junkins, *Analytical Mechanics of Space Systems*. USA: AIAA Education Series, 2003.
- [34] C. Marchal, J. P. Marec, and C. B. Winn, "Synthesis of the Analytical Results on Optimal Transfer Between Keplerian Orbits", presented at *18th Congress of the International Astronautical Federation*, Belgrade, 1967.
- [35] A. E. Roy, *Orbital Motion*. UK: IOP Publishing, 2005.
- [36] G. A. Chebotarev, "Gravitational Spheres of the Major Planets, Moon and Sun", *Soviet Astronomy*, vol. 7, no. 5, pp. 618-622, April 1964.
- [37] J. A. Van Allen, "Gravitational assist in celestial mechanics - a tutorial", American Association of Physics Teachers, USA, 2003.
- [38] J. Leitner. (2002, April) Mission Concepts, Systems, Engineering, and Technology Development. [Online]. Available: http://ses.gsfc.nasa.gov/ses_data_2002/020402_Leitner_DSS.pdf
- [39] K. T. Alfriend, S. R. Vadali, P. Gurfil, J. P. How, and L. S. Breger, *Spacecraft Formation Flying: Dynamics, Control and Navigation*. USA: Elsevier, 2010.
- [40] S. R. Ploen, D. P. Scharf, F. Y. Hadaegh, and A.B. Acikmese, "Dynamics of Earth Orbiting Formations", presented at *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Rhode Island, August 2004.
- [41] D. Mishne, "Guidance Law for the Reconfiguration of Satellite Formation, in the Presence of Measurement Errors", *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 123, pp. 429-444, 2006.
- [42] C. Sabol, R. Burns, and C. A. McLaughlin, "Satellite Formation Flying Design and Evolution", *Journal of Spacecraft and Rocket*, vol. 38, no. 2, pp. 270-278, March 2001.

- [43] P. Sengupta, "Dynamics and Control of Satellite Relative Motion in a Central Gravitational Field", Texas A&M University, USA, PhD thesis 2006.
- [44] T. H. Carter, "State Transition Matrices for Terminal Rendezvous Studies: Brief Survey and New Examples", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 1, pp. 148-155, January 1998.
- [45] K. Yamanaka and F. Ankersen, "New State Transition Matrix for Relative Motion on an Arbitrary Elliptical Orbit", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, no. 1, pp. 60-66, January 2002.
- [46] R. A. Broucke, "Solution of the Elliptic Rendezvous Problem with the Time as Independent Variable", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 26, no. 4, pp. 615-621, July 2003.
- [47] D. Lee, J. E. Cochran, and J. H. Lo, "Solutions to the Variational Equations for Relative Motion of Satellites", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 30, no. 3, pp. 669-678, 2007.
- [48] C. W. T. Roscoe, S. R. Vadali, and K. T. Alfriend, "Design of Satellite Formations in Orbits of High Eccentricity with Performance Constraints Specified Over a Region of Interest", *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 139, pp. 145-162, May 2011.
- [49] F. Lewis and V. Syrmos, *Optimal Control*. USA: John Wiley and Sons, 1995.
- [50] P. Sengupta and S. R. Vadali, "Satellite Orbit Transfer and Formation Reconfiguration via an Attitude Control Analog", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, no. 6, pp. 1200-1209, November 2005.
- [51] B. J. Naasz, "Classical Element Feedback Control for Spacecraft Orbital Maneuvers", Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, Master Thesis 2002.
- [52] S. S. Vaddi, K. T. Alfriend, S. R. Vadali, and P. Sengupta, "Formation Establishment and Reconfiguration Using Impulsive Control", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, no. 2, pp. 262-268, March 2005.
- [53] W. Fehse, *Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*. USA: Cambridge University Press, 2003.
- [54] American Institute of Aeronautics and Astronautics, "Guide to the Serviceable Spacecraft Grasping/Berthing/Docking Interfaces", American Institute of Aeronautics and Astronautics, USA, AIAA G-056-1992, 1993.
- [55] J. R. Wertz and R. Bell, "Autonomous Rendezvous and Docking Technologie - Status and Prospects", presented at *Autonomous Rendezvous and Docking Technologies*, Florida, 2003, pp. 1-11.
- [56] A. Ball, J. Garry, R. Lorenz, and V. Kerzhanovich, *Planetary Landers and Entry Probes*. USA: Cambridge University Press, 2007.
- [57] M. D. Griffin and J. R. French, *Space Vehicle Design*. USA: AIAA Education Series, 2004.
- [58] N. Capitaine, M. Folgueira, and J. Souchay, "Earth rotation based on the celestial coordinates of the celestial intermediate pole. I. The dynamical equations", *Astronomy and Astrophysics*, vol. 445, pp. 347-360, January 2006.
- [59] N. Capitaine, P. T. Wallace, and J. Chapront, "Expressions for IAU 2000 Precession Quantities", *Astronomy and Astrophysics*, vol. 412, pp. 567-586, 2003.
- [60] P. T. Wallace and N. Capitaine, "Precession-Nutation Procedures Consistent with IAU 2006 Resolutions", *Astronomy and Astrophysics*, vol. 459, pp. 981-985, December 2006.

- [61] P. T. Wallace and N. Capitaine, "Erratum: Precession-Nutation Procedures Consistent with IAU 2006 Resolutions", *Astronomy and Astrophysics*, vol. 464, pp. 793-793, March 2007.
- [62] G. Petit and B. Luzum, "IERS Conventions (2010)", IERS, Frankfurt, Tech. Rep. 36, 2010.
- [63] R. T. Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*. USA: AIAA Education Series, 1999.
- [64] A. Milani and G. Gronchi, *Theory of Orbit Determination*. USA: Cambridge University Press, 2010.
- [65] R. C. Engels and J. L. Junkins, "The Gravity-Perturbed Lambert Problem: A KS Variation of Parameters Approach", *Celestial Mechanics*, vol. 24, pp. 3-21, May 1981.
- [66] M. Schweiger. (2012) Orbiter Space Flight Simulator. [Online]. Available: <http://orbit.medphys.ucl.ac.uk/>
- [67] Microsoft Corporation. (2012) Microsoft Flight. [Online]. Available: <http://www.microsoft.com/games/flight/>
- [68] Squad. (2012) Kerbal Space Program. [Online]. Available: <http://kerbalspaceprogram.com/>
- [69] SaVi Project. (2012) Satellite Constellation Visualisation. [Online]. Available: <http://savi.sourceforge.net/>
- [70] National Aeronautics and Space Administration. (2012) NASA. [Online]. Available: <http://www.nasa.gov/>
- [71] Origin. (2012) Wing Commander Saga. [Online]. Available: <http://www.wcsaga.com>
- [72] Vega Strike Project. (2007) Vega Strike. [Online]. Available: <http://vegastrike.sourceforge.net/>
- [73] C. Weiland, *Computational Space Flight Mechanics*. Germany: Springer, 2010.
- [74] D. Brouwer, "Solution of the Problem of Artificial Satellite Theory without Drag", *Astronomical Journal*, vol. 64, no. 1274, pp. 378-396, November 1959.
- [75] G. Xu, *Orbits*. Germany: Springer, 2008.
- [76] S. R. Vadali, "Model for Linearized Satellite Relative Motion About a J2-Perturbed Mean Circular Orbit", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 32, no. 5, pp. 1687-1691, September 2009.
- [77] D. W. Gim and K. T. Alfriend, "The State Transition Matrix of Relative Motion for the Perturbed Non-Circular Reference Orbit", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 26, no. 6, pp. 956-971, February 2003.
- [78] K. Furusawa and T. Hayakawa, "Impulsive Transfer of Elliptical Orbits for Consensus of Two Spacecraft with Conservation of System Areal Velocity", presented at *19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Budapest, Hungary, 2010, pp. 1743-1748.
- [79] H. B. Bosch, "Characteristic Velocity Requirements for Intraorbital Phasing and Interorbital Transfer Missions", NASA, USA, NASA-CR-108986, 1969.
- [80] Analytical Graphics Inc. (2012) STK. [Online]. Available: <http://www.agi.com/>