



INAOE

Generación de haces estructurados para manipulación de micropartículas

por el

M. en C. Rafael Páez López

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

**DOCTORADO EN CIENCIAS EN LA
ESPECIALIDAD DE ÓPTICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y
Electrónica**

Supervisada por:

Dr. Rubén Ramos García

Dr. Víctor Manuel Arrizón Peña

INAOE

FEBRERO 2017

Tonantzintla, Puebla

©INAOE 2017

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias en su totalidad, o
en partes, de esta tesis



Dedicatoria

A mi familia, especialmente a mi **madre**.

Por su amor, confianza y comprensión en cada día, por enseñarme lo que no se aprende en los libros; y que gracias a sus palabras de aliento he crecido como persona; quién me ha enseñado que en el sinuoso camino de la vida sólo se trasciende con coraje, pasión y sacrificio. Por su apoyo incondicional, les doy gracias por ayudarme a cumplir mis objetivos como persona y como estudiante.

A mis **profesores**.

Que han compartido generosamente sus conocimientos.

A mis **amigos y compañeros de estudio**.

Por brindarme su amistad y apoyo moral.

Agradecimientos.

A los **Dres. Rubén Ramos García y Víctor Manuel Arrizón Peña.**

Por la confianza que han puesto en mí, por sus enseñanzas, y su apoyo en el ámbito académico.

Al **INAOE** y a **CONACYT.**

Por la oportunidad que me ha dado de crecer profesionalmente, por abrirme los ojos a un mundo de preparación para el futuro.

A mis sinodales los **Dres. Ulises Ruiz Corona, Karen Patricia Volke Sepúlveda, Rosario Guadalupe Porras Aguilar, Julio César Ramírez San Juan y Víctor Ruiz Cortés.**

Quienes con sus comentarios y observaciones han hecho de éste un mejor trabajo.

A mis **compañeros y amigos del INAOE.**

Quienes me acompañaron en esta travesía.

Resumen.

En este trabajo se presenta un método para generar de manera eficiente campos ópticos escalares y vectoriales, tanto teórica como experimentalmente, así como su aplicación en la manipulación de micropartículas suspendidas en agua. Estos campos son generados utilizando hologramas sintéticos de fase, los cuales ofrecen una alta eficiencia y calidad de reconstrucción. Los hologramas son implementados experimentalmente usando un modulador espacial de luz basado en tecnología de cristal líquido.

Adicionalmente se muestra la creación de haces de luz estructurados, como vórtices ópticos, de manera dinámica, que pueden ser utilizados para manipular múltiples partículas al mismo tiempo. En este contexto, se mostró que al utilizar este método la luz es capaz de transferir eficientemente momento angular orbital, provocando que las partículas roten.

Abstract.

Here we present a method to generate efficiently scalar and vector optical fields, both theoretically and experimentally, as well as their application in optical manipulation of microparticles suspended in water. These fields are generated using synthetic phase holography, which offers high efficiency and quality of reconstruction. The holograms are implemented experimentally using a spatial light modulator based on liquid crystal technology.

Additionally, we show the reconstruction of structured optical beams, such as optical vortices, which can be used to manipulate multiple microparticles at the same time. In this context, it was shown that using this method the light is able to efficiently transfer orbital angular momentum, causing the particles to rotate.

Índice general

1. Introducción.	1
1.1. Motivación del trabajo.	4
1.2. Objetivos y estructura de la tesis.	5
2. Introducción a la teoría de campos ópticos.	7
2.1. Las ecuaciones de Maxwell.	8
2.2. La ecuación de Helmholtz.	10
2.3. La polarización de la luz.	12
2.3.1. Vectores de Jones.	14
2.4. Solución a la ecuación de Helmholtz.	16
2.4.1. Coordenadas cartesianas: Ondas planas.	16
2.4.2. Coordenadas cilíndricas: Ondas Bessel.	18
2.4.3. Coordenadas elípticas: Haces Mathieu.	20
2.4.4. Coordenadas parabólicas: Haces Weber.	22
2.5. Teoría de haces vectoriales.	23
2.5.1. Análisis matemático de haces vectoriales.	25
3. Holografía sintética mediante el SLM.	29
3.1. Construcción de trampas ópticas extendidas.	30
3.1.1. Arreglo convencional de pinzas ópticas holográficas.	31

3.2. Generación de campos ópticos usando SLM.	34
3.3. Funcionamiento del SLM de fase.	36
3.4. Generación de campos ópticos vectoriales mediante SPH.	38
3.4.1. Codificación de haces adifraccionales vectoriales.	40
4. Generación experimental de campos ópticos vectoriales mediante el SLM.	42
4.1. Codificación de haces vectoriales.	43
4.2. Arreglo experimental.	47
4.2.1. Caracterización del SLM.	47
4.2.2. Simulación de haces vectoriales.	53
4.3. Generación experimental de los haces vectoriales.	58
5. Manipulación de partículas utilizando vórtices anulares óptimos.	63
5.1. El vórtice perfecto.	64
5.2. Comparación de vórtices anulares.	65
5.3. Manipulación de micropartículas con vórtices anulares.	70
5.4. Análisis de las partículas capturadas.	73
6. Conclusiones.	76
6.0.1. Trabajo a futuro.	77
Apéndice A	79
A.1. Potenciales escalares y vectoriales	79
A.2. Estados circularmente polarizados	81

Capítulo 1

Introducción.

Las pinzas ópticas fueron iniciadas por Ashkin y sus colaboradores a inicios de los 80's [1], utilizando la fuerza gradiente de un haz láser fuertemente enfocado para crear un pozo de potencial, tal que cualquier partícula dieléctrica cercana experimenta una fuerza de atracción hacia la zona donde el haz se enfocaba. En competencia con la fuerza gradiente se encuentra la fuerza por presión de radiación, la cual actúa en la misma dirección en que se propaga la luz, y por supuesto, la fuerza de gravedad. Para partículas de escala micrométrica, un sólo haz fuertemente enfocado puede producir una fuerza gradiente mucho mayor que las fuerzas mencionadas anteriormente, y por tanto, suficiente para crear una trampa 3D.

La fuerza de asimiento proviene de la refracción de la luz al incidir en la partícula microscópica. De manera implícita, esta refracción es un redireccionamiento del momento lineal de la luz y por tanto una fuerza de reacción actúa sobre la partícula [2]. El efecto de la fuerza de reacción es la que lleva la partícula hacia la zona donde se enfoca el haz, donde se minimiza la desviación de la luz. Además del momento lineal, la luz también puede llevar consigo momento angular, éste

puede ser momento angular de espín, el cual depende de la polarización de la luz; o también puede ser momento orbital angular, el cual dependerá de la estructura del frente de onda del haz. Así como la transferencia de momento lineal de la luz a una partícula resulta en una trampa óptica, también es posible la transferencia de momento angular de la luz a la partícula, resultando en rotación. De aquí han surgido aplicaciones utilizando este fenómeno en áreas como biología y en el estudio de microfluidos [3].

Desde entonces se ha experimentado una revolución en el entendimiento del electromagnetismo y su expansión a diversas aplicaciones en el campo de la fotónica. El concepto de difracción y el momento angular de la luz han hecho surgir un gran número de temas interesantes en los últimos años [4]. Además de esto, se han implementado técnicas en las que es posible alterar el perfil de intensidad transversal, la fase y la propagación de un haz de luz [5–7], con lo que se han tenido grandes resultados en el área de manipulación óptica.

La habilidad de cambiar la fase y la amplitud de la luz con la que se realiza atrapamiento trajo consigo nuevas oportunidades en el área, incluyendo la habilidad de realizar separación de partículas, hacerlas rotar y mejorar considerablemente la calidad de las trampas ópticas para experimentos biofísicos y el entendimiento de la interacción de suspensiones coloidales con redes fotónicas [8–12].

En la práctica, la implementación de transformadores de la forma del haz se ha convertido en una nueva ciencia en el campo de atrapamiento de partículas. Entre las diferentes técnicas se ha utilizado la litografía para la fabricación de componentes ópticos delgados que permiten cambiar la forma de haces de luz [13, 14]. Elementos ópticos equivalentes a lentes cónicas, conocidos como axicones, han permitido acceder a haces adifraccionales [15]. Arreglos de múltiples spots o de trampas en forma de línea se han generado utilizando

tecnología acusto-óptica, espejos manejados por un galvanómetro o arreglos interferométricos [16]. La tecnología acusto-óptica ha sido uno de los métodos más utilizados en biología para la creación de trampas de uno o dos puntos para estudios cuantitativos o para la rotación de moléculas, o de sistemas con dimensiones macromoleculares [17].

La holografía ofrece métodos que son potencialmente más versátiles que la tecnología acusto-óptica, introducida por Dennis Gabor en 1948 [18], donde un frente de onda incidente es modificado, mediante un dispositivo llamado holograma, tanto en amplitud como en fase dando lugar a un campo estructurado de luz tridimensional. Podemos encontrar los hologramas convencionales y los hologramas sintéticos o generados por computadora CGH (por sus siglas en inglés Computer Generated Hologram).

La holografía sintética consiste en un proceso de formación de imágenes a partir de procesos de codificación y reconstrucción de campos ópticos arbitrarios complejos [19]. A diferencia de la holografía óptica convencional, en la cual se requiere de un proceso interferométrico entre una onda de referencia y una onda objeto con la información del campo a codificar, en la holografía sintética se logra ahorrar este proceso mediante la codificación matemática del campo deseado para después ser desplegado en un SLM, el cual es iluminado con una onda de referencia para generar el campo deseado [20]. Por ende, la ventaja de un holograma sintético es que puede ser generado utilizando programas numéricos y nos brinda la libertad de modificarlo fácilmente o de generar campos ópticos dinámicos.

Actualmente la mayoría de los sistemas de asimiento holográfico está basada en los moduladores espaciales de luz (SLM) colocados en el plano focal anterior del objetivo de microscopio. En esta posición el SLM actúa de manera similar

que un espejo deformable para transformar un haz de luz incidente en un patrón previamente codificado, el cual es introducido en el objetivo de microscopio que enfoca en el plano donde está la muestra. Esto permite diseñar trampas con diversas características y formas que abren camino a nuevos estudios científicos, considerando que esta tecnología puede ser explotada en el futuro.

1.1. Motivación del trabajo.

La generación de campos ópticos complejos arbitrarios es importante debido a sus aplicaciones en diferentes ramas de la óptica [5]. En este caso, la holografía resulta conveniente para construir campos ópticos mediante hologramas sintéticos. En este trabajo se realiza una investigación sobre los hologramas sintéticos de fase (SPH), los cuales se describirán más adelante, éstos proveen una alta eficiencia y además pueden ser implementados utilizando un SLM. En la literatura se encuentran diferentes métodos holográficos para codificar el campo óptico deseado en un holograma de fase [19], sin embargo, el propósito aquí es reconstruir los campos ópticos con la mayor calidad posible.

Por otra parte, recientemente los vórtices ópticos y los haces vectoriales VB (por sus siglas en inglés Vector Beams), han atraído gran interés en el campo de la Óptica, porque poseen propiedades únicas tales como la transferencia de momento angular orbital y de espín [21]. Estas propiedades son ampliamente usadas en diversas aplicaciones tales como la manipulación de micropartículas [22], óptica no lineal [23], entre otras. Varios métodos de generación han sido propuestos entre ellos están los que emplean el SLM. Sin embargo, la inestabilidad, la complejidad, la baja eficiencia resultan ser las principales desventajas de tales métodos.

1.2. Objetivos y estructura de la tesis.

Este trabajo pretende alcanzar como objetivos principales: La generación de campos ópticos arbitrarios mediante hologramas sintéticos de fase que proporcionen una eficiente reconstrucción implementándolos con un SLM, y la reconstrucción de campos ópticos vectoriales altamente estables y con alta energía para poder aplicarlos en un arreglo de pinzas ópticas. Particularmente, se hace un enfoque en la generación de haces vectoriales mediante la superposición de haces escalares utilizando su kinoformo, el cual posee una eficiencia máxima de difracción. Esta propuesta es general en el sentido de que se puede codificar cualquier haz vectorial con el que se quiera trabajar.

Además, otro objetivo de este trabajo es la generación de vórtices anulares que tengan la propiedad de mantener su radio constante mientras se modifica su carga topológica, cuidando que experimentalmente alcancen un pico máximo de intensidad lo que garantiza una transferencia óptica de momento angular a las partículas capturadas. Con lo que se espera que al analizar el comportamiento de las partículas se logre obtener mejores resultados que en trabajos reportados previamente.

Esta tesis se organiza de la siguiente manera: En el capítulo 2 se proporciona una descripción general de los conceptos básicos empleados a lo largo de esta tesis. El capítulo inicia con las ecuaciones de Maxwell y la ecuación de onda dando paso a la definición de campos ópticos vectoriales. Haciendo una breve discusión acerca del análisis matemático para la generación de estos haces vectoriales. En el capítulo 3 se presenta el arreglo convencional de pinzas ópticas holográficas, la generación de campos ópticos mediante el SLM y el papel que el modulador juega en este tipo de arreglos. Finalizando con la codificación que se requiere para poder generar los haces vectoriales. En

el capítulo 4, se presenta la implementación de los hologramas propuestos. Se describe el montaje experimental usado para la generación de los haces vectoriales y se muestra el método de caracterización del SLM de fase para obtener la modulación de fase que provee dicho dispositivo. En este mismo capítulo se presenta una comparación numérica-experimental de algunos de los campos ópticos generados para mostrar la calidad de reconstrucción y eficiencia.

En el capítulo 5 se muestra la generación vórtices ópticos anulares. Este capítulo inicia con la comparación de vórtices propuestos previos a este trabajo, mostrando que el perfil de intensidad del vórtice propuesto es superior en intensidad y forma. Seguido de la descripción de la configuración experimental que se utilizó para su construcción y su implementación en pinzas ópticas. Finalizando con el análisis de las rotaciones de las partículas capturadas. Por último, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones y los posibles proyectos de investigación a desarrollar en el futuro.

Capítulo 2

Introducción a la teoría de campos ópticos.

En este capítulo se presentan los fundamentos básicos de los campos ópticos presentados en este trabajo. Dando un breve resumen de las ecuaciones de Maxwell y la solución a la ecuación de onda.

La luz ha jugado un rol muy importante en muchos de los descubrimientos de la ciencia. Desde los inicios de la civilización, la luz proveniente de estrellas, otros planetas y lunas que llegaban a ojos de científicos daba información suficiente para descifrar el comportamiento y la composición de estos cuerpos celestes. Es por eso que con el paso de los años dispositivos como los telescopios han sido inventados. La óptica en sí, comprende una de las ramas de la ciencia más antiguas, utilizando la información de tales observaciones ópticas, grandes personajes como Kepler y Newton desarrollaron la teoría de mecánica clásica.

El fenómeno de radiación de cuerpo negro fue el que eventualmente dio paso al desarrollo de la mecánica cuántica. Cuando Einstein derivó la teoría de

relatividad especial, la velocidad de la luz tuvo un papel importante en esta teoría. Aunque éstos son sólo algunos ejemplos de cómo la luz ha ayudado a incrementar el entendimiento en otros campos de la física, también se encuentran casos en los que se aprende más acerca de la luz en sí. Fue entonces cuando James Clerk Maxwell unificó la electricidad y el magnetismo, dando como resultado un conjunto de ecuaciones que proporcionan uno de los fundamentos teóricos del conocimiento en óptica, en términos que se puede analizar el comportamiento (clásico) de la luz. Además de ser parte de la base de la electrodinámica cuántica, la cual describe la interacción de la luz con la materia. Es por ésto que se inicia discutiendo acerca del comportamiento de la luz utilizando las ecuaciones de Maxwell.

2.1. Las ecuaciones de Maxwell.

Además de demostrar que la radiación electromagnética se propaga en el espacio de forma que las ondas del campo eléctrico y magnético sean ortogonales entre sí, la ecuación de onda puede encontrarse a partir de las ecuaciones de Maxwell, por lo cual estas ecuaciones constituyen una base para el estudio de la propagación de cualquier onda electromagnética. Éstas describen el comportamiento del vector eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} del campo en función de su posición \vec{r} y el tiempo t . En el espacio libre, las ecuaciones de Maxwell en las unidades MKS pueden expresarse de la siguiente manera,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \partial_t \vec{H}, \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 \partial_t \vec{E}, \quad (2.4)$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío, μ es la permeabilidad magnética en el vacío, $\partial_t = \partial/\partial t$, ∇ es el operador definido por,

$$\vec{\nabla} = \partial_x \hat{x} + \partial_y \hat{y} + \partial_z \hat{z}. \quad (2.5)$$

Además se considera que se está trabajando con variables vectoriales, es decir,

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}, \quad (2.6)$$

con $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ representando los vectores unitarios ortogonales en el espacio tridimensional. Las ecuaciones de Maxwell a menudo se encuentran en términos de sólo \vec{E} y \vec{B} , y se les llama simplemente como el campo eléctrico y el campo magnético, respectivamente. Estos campos toman sentido físico cuando se estudian como campos vectoriales reales, además de que es más conveniente, puesto que se omite trabajar con campos vectoriales con valores complejos. Otra simplificación que puede realizarse surge debido a la linealidad de los campos, uno puede hacer la separación de las variables espaciales y temporales para expresar éstos como una combinación lineal de campos monocromáticos, es decir, de una sola frecuencia, en términos de su transformada inversa de Fourier. Estas simplificaciones dan lugar a las siguientes ecuaciones,

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}(x, y, z) \exp(i\omega t) \right\}, \quad (2.7)$$

donde $\vec{E}(x, y, z)$ representa sólo la parte espacial del campo. De igual manera se puede aplicar al campo magnético

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{H}(x, y, z) \exp(i\omega t) \right\}. \quad (2.8)$$

Tomando en cuenta ésto, las ecuaciones de Maxwell se pueden reescribir como,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \quad (2.9)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0, \quad (2.10)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu_0\vec{H}, \quad (2.11)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega\epsilon\vec{E}. \quad (2.12)$$

Con lo que puede omitirse la dependencia del tiempo para estas ecuaciones.

2.2. La ecuación de Helmholtz.

A partir de las ecuaciones de Maxwell es posible deducir la ecuación de onda en ausencia de cargas y corrientes en el medio. Esta ecuación puede ser obtenida al aplicar un rotacional a la ecuación 2.3 y eliminando la dependencia temporal del campo magnético \vec{H} utilizando la ecuación 2.4. Lo que da como resultado que

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu_0\epsilon\partial_t^2\vec{E} = 0. \quad (2.13)$$

Utilizando la identidad $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2\vec{A}$, y sustituyendo la ecuación 2.1 se obtiene que

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} - \mu_0\epsilon\partial_t^2\vec{E} = 0. \quad (2.14)$$

Esta ecuación tiene la forma de una ecuación de onda con una velocidad de propagación dada por

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon}}. \quad (2.15)$$

En el vacío, $\epsilon = \epsilon_0$ y el resultado de la velocidad de onda se convierte en la velocidad de la luz en el vacío

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}. \quad (2.16)$$

En un medio dieléctrico, la velocidad de la luz se vería reducida por el índice de refracción del medio $n = \epsilon/\epsilon_0$ como

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 n^2 \epsilon_0}} = \frac{c}{n}. \quad (2.17)$$

Así, se podría escribir la ecuación de onda 2.14 para un medio dieléctrico de la siguiente manera

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \partial_t^2 \vec{E} = 0. \quad (2.18)$$

Se puede realizar un procedimiento similar para obtener esta misma expresión para el campo magnético \vec{B} . Además se puede trabajar con la forma simplificada de las ecuaciones 2.9 a 2.12 para obtener una expresión idéntica pero reemplazando la derivada temporal por un término lineal en el campo eléctrico,

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \epsilon \vec{E} = 0. \quad (2.19)$$

La frecuencia angular ω se relaciona con la velocidad de la luz por $c = \omega/k$, donde $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda en el vacío. Finalmente utilizando estas ecuaciones podemos escribir la ecuación 2.18 tal que

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + n^2 k^2 \vec{E} = 0. \quad (2.20)$$

A esta ecuación se le conoce como la *ecuación de Helmholtz*. La ecuación equivalente para el campo magnético se obtiene de la misma manera al trabajar con la ecuación 2.12. Las soluciones a esta ecuación representan campos tridimensionales para ondas electromagnéticas en un medio dieléctrico. De manera más general podemos expresar esta ecuación como

$$\vec{\nabla}^2 \vec{U} + n^2 k^2 \vec{U} = 0. \quad (2.21)$$

2.3. La polarización de la luz.

Como ya se ha mencionado, la luz puede ser descrita como una onda electromagnética. La vibración de los campos que la conforman, el campo eléctrico (\vec{E}) y magnético (\vec{B}) es puramente transversal en relación a su dirección de propagación y éstos a su vez son ortogonales entre sí. La polarización de la luz se refiere al plano de vibración en el que el campo eléctrico de una onda electromagnética está oscilando. Al considerarse una onda electromagnética plana con frecuencia ω viajando en la dirección z , su campo eléctrico puede escribirse como

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}(x, y) \cos [i(kz - \omega t)], \quad (2.22)$$

donde $\vec{E}(x, y) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$ es un vector que describe la polarización de la onda al trazarse para cada posición en z en función del tiempo. Definiendo a $E_x = E_{0x} \exp(i\phi_x)$ y $E_y = E_{0y} \exp(i\phi_y)$, y sustituyendo se obtiene que

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t + \phi_x), \quad (2.23)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi_y), \quad (2.24)$$

donde x y y se refiere a las componentes del vector el campo eléctrico $\vec{E}(z, t)$. De estas últimas ecuaciones se puede llegar a

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 - 2 \cos \phi \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} = \sin^2 \phi, \quad (2.25)$$

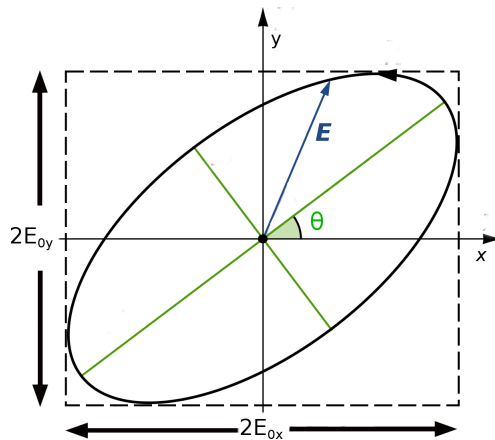


Figura 2.1: Esquema de la elipse de polarización.

donde $\phi = \phi_y - \phi_x$ describe la diferencia de fase. Conforme se propaga la onda, el vector de campo eléctrico rotaría sobre el plano $x - y$ trazando una elipse conocida como *elipse de polarización* (ver figura 2.1). La orientación y forma de esta elipse estarán determinadas por la diferencia de fase ϕ y la razón E_{0x}/E_{0y} , respectivamente, lo que también proporcionará información sobre el estado de la polarización de la onda. El ángulo θ puede definirse en términos de los parámetros de la elipse de polarización como

$$\tan 2\theta = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos \delta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad (2.26)$$

Para el caso en el que $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y $\phi = \pm\pi/2$, la ecuación 2.25 se reduce a que

$$(E_x)^2 + (E_y)^2 = E_0^2, \quad (2.27)$$

lo cual indica que la onda cuenta con una polarización circular. Si en esta ecuación se considera que una de sus componentes sea igual a cero (por ejemplo, la componente en x), por ende la luz se encontrará polarizada linealmente en la dirección de la otra componente (en la dirección de y). Otro

caso en que se tendría polarización lineal sería si la diferencia de fase en la ecuación 2.25 sea cero o múltiplo de π .

2.3.1. Vectores de Jones.

Para facilitar la representación de un estado de polarización de una onda electromagnética, Clark Jones [24], desarrolló una notación conocida como vectores de Jones. Ya se ha dicho que para una onda plana las componentes de su campo óptico pueden representarse como

$$E_x(z, t) = E_{0x} \exp[i(kz - \omega t + \phi_x)], \quad (2.28)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \exp[i(kz - \omega t + \phi_y)], \quad (2.29)$$

omitiendo el factor de propagación $\exp[i(kz - \omega t)]$, las ecuaciones quedan como

$$E_x(z, t) = E_{0x} \exp(i\phi_x), \quad (2.30)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \exp(i\phi_y), \quad (2.31)$$

estas ecuaciones pueden ser reescritas dentro de una matriz columna de 2×1

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \exp(i\phi_x) \\ E_{0y} \exp(i\phi_y) \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

al cual se le conoce como vector de Jones. En este vector las cantidades E_{0x} y E_{0y} son reales, los argumentos imaginarios en las exponenciales es lo que origina que E_x y E_y sean complejas. En la figura 2.2 se muestran algunos vectores de Jones y sus correspondientes estados de polarización tomando en cuenta que la intensidad está normalizada tal que $|E_x|^2 + |E_y|^2 = 1$ y la fase de la componente $\phi_x = 0$.

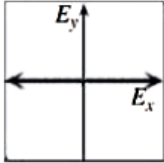
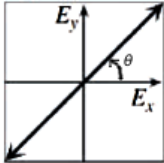
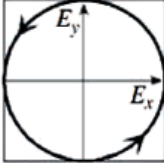
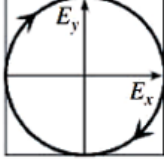
Polarización	Vector J	Gráfica
Onda polarizada linealmente en dirección del eje x	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Onda polarizada linealmente a un ángulo θ con respecto al eje x	$\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$	
Onda con polarización circular a la izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	
Onda con polarización circular a la derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	

Figura 2.2: Ejemplo de los vectores de Jones.

De los vectores de Jones para polarización circular es posible construir la siguiente base ortonormal:

$$\hat{e}_{\pm} = \frac{\hat{e}_x \pm i\hat{e}_y}{\sqrt{2}}, \quad \hat{e}_z = \hat{e}_z. \quad (2.33)$$

Y viceversa:

$$\hat{e}_x = \frac{\hat{e}_+ + \hat{e}_-}{\sqrt{2}}, \quad \hat{e}_y = \frac{\hat{e}_+ - \hat{e}_-}{i\sqrt{2}}, \quad \hat{e}_z = \hat{e}_z. \quad (2.34)$$

La cual es la base con la que se formula la teoría para la generación de haces vectoriales que se detalla a continuación.

2.4. Solución a la ecuación de Helmholtz.

A menudo se hace referencia a las soluciones de la ecuación de Helmholtz como un modo y se pueden obtener múltiples soluciones a la ecuación dependiendo del sistema de coordenadas y ciertas condiciones de frontera específicas [25]. Es por eso que uno puede encontrar una solución a conveniencia de la elección del sistema de coordenadas. En este trabajo se consideran sólo algunos casos, donde el sistema de coordenadas es cartesiano, cilíndrico, elíptico y parabólico y se presentan las soluciones generales sin imponer condiciones de frontera.

2.4.1. Coordenadas cartesianas: Ondas planas.

El caso más sencillo para resolver la ecuación de Helmholtz es utilizando el sistema de coordenadas cartesiano. El operador laplaciano en este sistema está dado por

$$\vec{\nabla}^2 \vec{U} = \partial_x^2 \vec{U} + \partial_y^2 \vec{U} + \partial_z^2 \vec{U}. \quad (2.35)$$

Utilizando el método de separación de variables en el cual se asume que la solución a la ecuación tiene la forma $\vec{U}(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$. Se sustituye en la ecuación de Helmholtz y se divide entre $\vec{U}(x, y, z)$ para obtener que

$$\frac{\partial_x^2 X(x)}{X(x)} + \frac{\partial_y^2 Y(y)}{Y(y)} + \frac{\partial_z^2 Z(z)}{Z(z)} + k^2 = 0. \quad (2.36)$$

Aquí se considera la solución en el vacío, para el cual $n = 1$. Tenemos que los primeros tres términos son sólo dependientes de x , y , y z , respectivamente, por lo que se deduce que cada término de la ecuación debe ser igual a una constante para que se pueda satisfacer esa relación. Además, a estas constantes sumadas junto con el valor de k^2 debe dar como resultado un cero. Se considera que los

términos de la ecuación 2.36 pueden ser reemplazados por

$$\frac{\partial_x^2 X(x)}{X(x)} = -k_x^2, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial_y^2 Y(y)}{Y(y)} = -k_y^2, \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial_z^2 Z(z)}{Z(z)} = -k_z^2, \quad (2.39)$$

respectivamente, lo cual debe cumplir que

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. \quad (2.40)$$

Nótese que no necesariamente las tres constantes deben ser negativas. Se puede proponer una solución a las ecuaciones diferenciales asociadas con cada una de las tres coordenadas del sistema cartesiano como

$$X(x) = \exp(-ik_x x), \quad (2.41)$$

$$Y(y) = \exp(-ik_y y), \quad (2.42)$$

$$Z(z) = \exp(-ik_z z). \quad (2.43)$$

La solución general ahora bien puede ser reconstruida a partir de las soluciones para cada coordenada espacial. Lo que deja que

$$\vec{U}(x, y, z) = \vec{U}(\vec{r}) = \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (2.44)$$

Donde el argumento presenta un producto punto del vector de posición,

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}, \quad (2.45)$$

con el vector de propagación,

$$\vec{k} = k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z}, \quad (2.46)$$

el cual denota la dirección de propagación. La magnitud de un vector está dado por la raíz cuadrada del producto punto de sí mismo. Al calcular la magnitud del vector de propagación se recupera el número de onda

$$\sqrt{\vec{k} \cdot \vec{k}} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = k. \quad (2.47)$$

En este caso, se puede expresar el vector $\vec{k} = k\hat{k}$, donde \hat{k} es el vector unitario que apunta en la dirección de propagación. La ecuación general de la ecuación de Helmholtz puede expresarse como un campo dependiente del tiempo, para ésto sólo debe multiplicarse por el factor temporal, así se tiene que

$$\vec{U}(\vec{x}, t) = \exp \left[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x}) \right]. \quad (2.48)$$

Esta última expresión representa una onda plana propagandose en la dirección positiva del vector k .

2.4.2. Coordenadas cilíndricas: Ondas Bessel.

Los haces Bessel surgen como solución a la ecuación de Helmholtz en coordenadas polares (r, θ) , como se muestra en la figura 2.3 [33]. Desde su aparición en 1987, han despertado gran interés debido a sus propiedades de adifraccionalidad y autoreconstrucción. Dichas propiedades tienen aplicaciones interesantes tales como el asimiento y manipulación de micropartículas y átomos [34].

En el sistema de coordenadas cilíndricas el laplaciano de la ecuación de Helmholtz está dado por

$$\vec{\nabla}^2 \vec{U} = \partial_\rho^2 \vec{U} + \frac{1}{\rho} \partial_\rho \vec{U} + \frac{1}{\rho^2} \partial_\phi^2 \vec{U} + \partial_z^2 \vec{U}. \quad (2.49)$$

Utilizando el método de separación de variables, se propone que

$$\vec{U}(\rho, \phi, z) = R(\rho)P(\phi)Z(z). \quad (2.50)$$

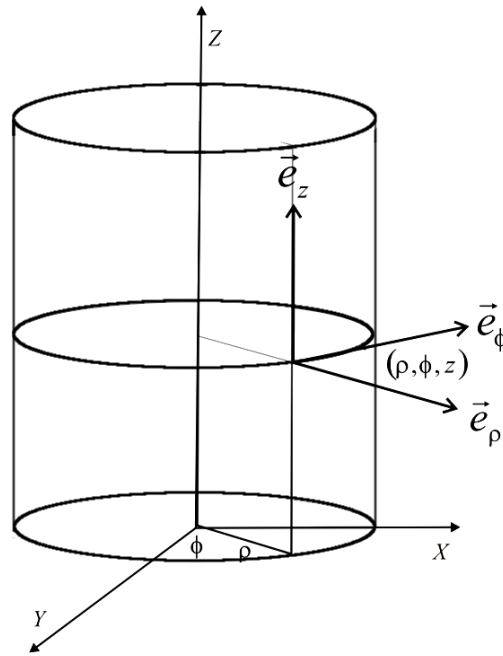


Figura 2.3: Esquema representativo de las coordenadas circulares cilíndricas.

Las ecuaciones diferenciales desacopladas están dadas por [26]

$$0 = \partial_\rho^2 R(\rho) + \frac{1}{\rho} \partial_\rho R(\rho) + \left(k^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) R(\rho), \quad (2.51)$$

$$0 = \partial_\phi^2 P(\phi) + m^2 P(\phi), \quad (2.52)$$

$$0 = \partial_z^2 Z(z) + \beta^2 Z(z), \quad (2.53)$$

donde las constantes β^2 y m^2 están relacionadas con los términos dependientes de z y ϕ , respectivamente. La solución de estas ecuaciones diferenciales está

expresada como [27]

$$R(\rho) = J_m\left(\rho\sqrt{k^2 - \beta^2}\right), \quad (2.54)$$

$$P(\phi) = \exp(im\phi), \quad (2.55)$$

$$Z(z) = \exp(-i\beta z), \quad (2.56)$$

donde $J_m(\cdot)$ es la función de Bessel de primer tipo de orden m . Así, la solución general para un campo electromagnético en coordenadas cilíndricas puede escribirse como

$$\vec{U}(\rho, \phi, z) = J_m(\rho k_t) \exp(im\phi) \exp(-i\beta z), \quad (2.57)$$

donde $k_t = \sqrt{k^2 - \beta^2}$.

2.4.3. Coordenadas elípticas: Haces Mathieu.

Los haces Mathieu surgen como una nueva familia de haces adifraccionales, los cuales comprenden soluciones exactas a la ecuación de onda en coordenadas elípticas (ξ, η, z) (figura 2.4). Sin embargo la física de los haces Mathieu también está basado en la superposición de un arreglo de ondas planas, de las cuales, sus vectores de onda caen en un cono [28].

La ecuación de Helmholtz en coordenadas elípticas está descrita como [28]

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{f^2 k_t^2}{2} (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] U_t(\xi, \eta, z) = 0. \quad (2.58)$$

Recurriendo nuevamente a la técnica de separación de variables, se asume la solución de la forma

$$\vec{U}(\xi, \eta, z) = R(\xi)\Theta(\eta)Z(z). \quad (2.59)$$

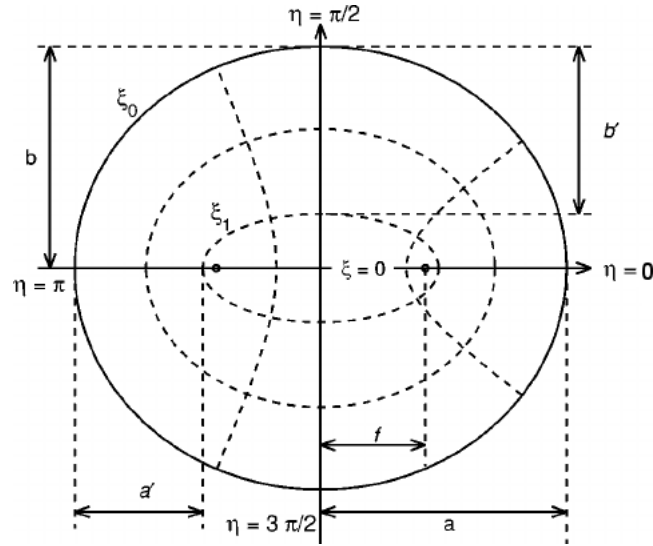


Figura 2.4: Esquema representativo de las coordenadas elípticas cilíndricas [29].

Las soluciones desacopladas que se obtienen al sustituir \vec{U} en la ecuación 2.58 son [29]

$$\left[\frac{d^2}{d\xi^2} - (a - 2q \cosh 2\xi) \right] R(\xi) = 0, \quad (2.60)$$

$$\left[\frac{d^2}{d\eta^2} - (a - 2q \cosh 2\eta) \right] \Theta(\eta) = 0, \quad (2.61)$$

$$Z(z) = \exp(-i\beta z), \quad (2.62)$$

donde a es una constante, q es un parámetro relacionado con la elipticidad de la onda, relacionado por $q = \frac{f^2}{4}(k^2 - k_z^2)$. A las ecuaciones 2.60 y 2.61 se conocen como la ecuación radial de Mathieu y la ecuación angular de Mathieu, respectivamente [30]. De aquí recibe el nombre este haz que satisface la ecuación de onda en este sistema de coordenadas. De manera general, se puede escribir la solución a la ecuación de onda en coordenadas elípticas como

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = R(\xi)\Theta(\eta) \exp(ik_z z - wt). \quad (2.63)$$

Esta solución representa la distribución del campo transversal $R(\xi)\Theta(\eta)$ propagándose en la dirección z con una velocidad dada por $v = \omega/k_z$.

2.4.4. Coordenadas parabólicas: Haces Weber.

De la misma manera, los haces Weber entran dentro de las familias de soluciones a la ecuación de Helmholtz en los sistemas de coordenadas cilíndricas, parabólicas en este caso (figura 2.5), los cuales también adquieren propiedades que pueden ser utilizadas para la manipulación de materia a diferentes escalas [31], como son la transferencia de momento lineal y momento angular.

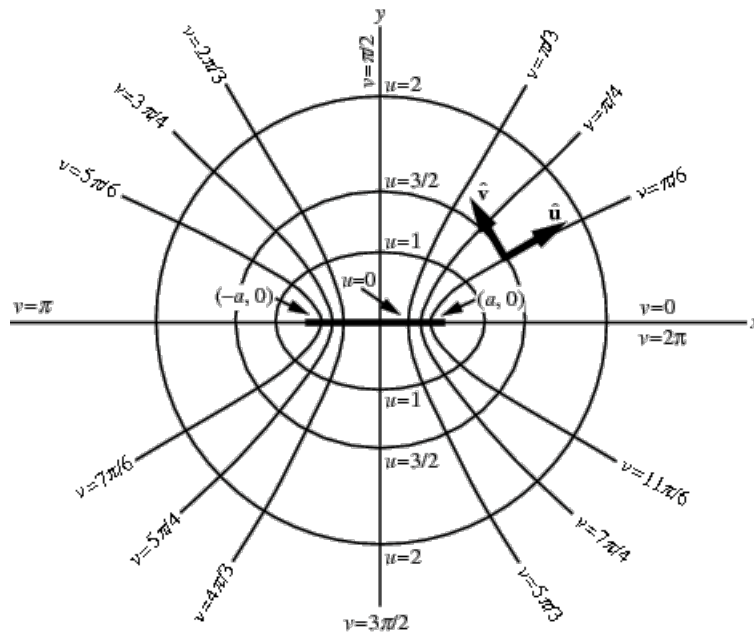


Figura 2.5: Esquema representativo de las coordenadas parabólicas cilíndricas [32].

El procedimiento es similar para resolver la ecuación de Helmholtz en coordena-

das parabólicas, la cual en este sistema se escribe como

$$\frac{1}{\mu^2 + \nu^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial \nu^2} \right) + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0. \quad (2.64)$$

Se propone que $E(\mu, \nu, z) = R(\mu)\Phi(\nu)Z(z)$, que al sustituir, desarrollar las derivadas y separando las variables se llega a que [31]

$$\frac{d^2 R}{d\mu^2} + (k_t^2 \mu^2 - 2k_t a)R = 0, \quad (2.65)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\nu^2} + (k_t^2 \nu^2 - 2k_t a)\Phi = 0, \quad (2.66)$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + k_z^2 Z = 0. \quad (2.67)$$

Las soluciones a las ecuaciones 2.65 y 2.66 pueden ser determinadas por las ecuaciones diferenciales Weber, también llamadas ecuaciones diferenciales parabólicas cilíndricas. Se puede construir la solución a la ecuación de Helmholtz en este sistema, quedando que

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = R(\mu)\Phi(\nu) \exp(ik_z z - wt). \quad (2.68)$$

La cual describe una onda viajera con un perfil transversal parabólico.

2.5. Teoría de haces vectoriales.

De acuerdo a la teoría ondulatoria de la luz, la radiación electromagnética se propaga en forma de ondas vectoriales acopladas, las cuales corresponden a los campos eléctrico y magnético. Sin embargo, a pesar de la naturaleza vectorial de la radiación electromagnética, de un tratamiento escalar de los fenómenos de propagación e interacción con los objetos, se obtiene como resultado una excelente aproximación de teoría electromagnética que los fundamenta. Desde

el punto de vista escalar, un campo óptico monocromático se encuentra descrito como una función escalar compleja que depende únicamente de la posición $\vec{r} = (x, y, z)$ y del tiempo t . Sin embargo, para describir completamente la propagación de la luz, también es necesario describir su estado de polarización. De aquí surge el interés por realizar un análisis más completo de las ondas electromagnéticas, surgiendo los denominados haces vectoriales.

Los haces vectoriales han atraído un interés significativo debido a sus propiedades únicas, como la presencia de una componente longitudinal cuando se enfoca fuertemente, a su vez la capacidad de enfocarse en un punto por debajo del límite de difracción, también poseen tanto momento angular orbital como momento angular de espín los cuales son utilizables en áreas como microscopía de alta resolución, pinzas ópticas y comunicaciones, entre otras [33–37]. A diferencia de los haces escalares, este tipo de haces poseen una inhomogeneidad en la distribución de su polarización en su frente de onda, como por ejemplo, existen haces Bessel que pueden tener una polarización radial o azimutal [35, 38]. En general, estos haces se encuentran al resolver las ecuaciones de Maxwell en el espacio libre [39]. Así, pueden desarrollarse para encontrar haces Bessel, Mathieu, Weber con diferentes estados de polarización.

Por otra parte, para su generación se han propuesto diversos métodos [40–44], sin embargo, en el contexto de la holografía sintética es donde se han logrado los mejores resultados. El método que actualmente permite generarlo con mayor eficiencia incluye el uso de un modulador espacial de luz (SLM, por sus siglas en inglés) [42–44]. En este tipo de arreglos, el SLM transforma un haz incidente en dos haces escalares previamente diseñados con polarizaciones ortogonales, los cuales son superpuestos para generar el haz vectorial correspondiente.

En trabajos previos [45] se propuso la generación de haces Bessel vectoriales

utilizando hologramas de amplitud generados computacionalmente, infortunadamente, este tipo de hologramas desplegaban una estructura binaria en el SLM ocasionando una baja eficiencia en su generación. Fue hasta que los autores en [44] propusieron un método interesante para producir haces vectoriales arbitrarios mediante un arreglo interferométrico de camino común. A pesar de que su arreglo experimental era muy estable, al utilizar un SLM de amplitud hacía que su eficiencia no fuera buena. Es por eso que se presenta el caso en el que para una generación con alta eficiencia es conveniente utilizar hologramas de fase. De acuerdo con [46], se muestra que los hologramas de fase permiten controlar la superposición de haces escalares de distintos ordenes y que el haz vectorial resultante posee una alta calidad. Sin embargo, el método de codificación utilizado no permite obtener una buena eficiencia de difracción lo cual dificultaría aplicar los campos generados en manipulación de partículas [47], por ejemplo.

2.5.1. Análisis matemático de haces vectoriales.

En esta sección se muestra la matemática para llegar a las ecuaciones que se codificaran con la información de los haces vectoriales. En general, cualquier solución a la ecuación de onda puede tener la forma separable $\vec{\Psi}(\vec{r}, t) = \exp[i(k_z z \pm \omega t)]\psi(q_1, q_2)$, donde (q_1, q_2) se refieren a las coordenadas transversales en cualquier sistema de coordenadas cilíndrico, como es el caso de las ondas planas en el sistema cartesiano (x, y, z) , los haces Bessel en el sistema circular cilíndrico (ρ, ϕ, z) , haces Mathieu (u, v, z) en el sistema elíptico cilíndrico, o el caso de los haces Weber (ξ, η, z) en el sistema parabólico cilíndrico [39]. En estos ejemplos, cada una de estas ondas posee una base ortonormal con componentes separables transversales de la forma $\psi(q_1, q_2) = Q_1(q_1)Q_2(q_2)$ propagándose en la dirección del eje z .

Por otro lado, el análisis para las soluciones de Maxwell sólo es bien conocido para las ondas planas. Aunque ya en trabajos recientes se ha hecho el análisis para haces Bessel [38, 40], incluso existe el reporte de haces Bessel-Gauss vectoriales [48], los cuales corresponden a una versión de haces vectoriales utilizando una aproximación paraxial y se convierten en haces invariantes a la propagación en el límite donde la cintura del haz gaussiano es infinitamente grande. En este trabajo se construyen soluciones a las ecuaciones de Maxwell para los campos Bessel, Mathieu y Weber vectoriales.

Partiendo de la propagación de un campo óptico el cual debe satisfacer las ecuaciones de Maxwell, se puede relacionar su campo eléctrico y magnético como el rotacional del otro, como se vio en la sección 2.2, de la siguiente manera,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu\vec{H}(\vec{r}), \quad (2.69)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) = -i\omega\epsilon\vec{E}(\vec{r}). \quad (2.70)$$

Asumiendo que la dependencia temporal tiene la forma $\exp(i\omega t)$. Al desacoplar estas ecuaciones, al tomar sus respectivos rotacionales, se llega a la ecuación de Helmholtz para cada campo,

$$\left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right) \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = 0, \quad (2.71)$$

donde $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$, y $\omega^2/c^2 = k^2 = k_t^2 + k_z^2$, haciendo la distinción entre el vector de propagación transversal k_t y el longitudinal k_z .

Se comienza por construir una solución para la ecuación de Helmholtz partiendo de campos vectoriales arbitrarios que cumplan con las siguientes condiciones [49]:

$$\vec{M}(\vec{r}) = \nabla \times [\hat{a}\Psi(\vec{r})], \quad (2.72)$$

$$\vec{N}(\vec{r}) = \frac{1}{k}\nabla \times \vec{M}, \quad (2.73)$$

donde \hat{a} es un vector unitario constante, $\Psi(\vec{r})$ es una solución escalar dada a la ecuación de Helmholtz. Considerando que son campos sinusoidales y que son ortonormales entre sí, también debe cumplirse que

$$\vec{M}(\vec{r}) = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{N}. \quad (2.74)$$

Suponiendo que un campo que satisfaga la solución vectorial de las ecuaciones de Maxwell puede escribirse como una superposición lineal de la base \vec{M} y \vec{N} , es decir,

$$\vec{E}(r) = c\vec{M}(\vec{r}) + d\vec{N}(\vec{r}) \quad (2.75)$$

$$\vec{H}(r) = -\frac{ik}{\omega\mu} [c\vec{N}(\vec{r}) + d\vec{M}(\vec{r})], \quad (2.76)$$

donde c y d son constantes. Para cada selección de vector unitario \hat{a} en cualquier coordenada cilíndrica quedaría que

$$\Psi(\vec{r}, t) = Q_1(q_1)Q_2(q_2) \exp[i(k_z z - \omega t)], \quad (2.77)$$

donde las variables Q hacen referencia a la separabilidad del campo transversal de las soluciones a la ecuación de Helmholtz, como se mostró en la sección anterior. Primero se define que los campos vectoriales \vec{M} y \vec{N} son generados utilizando la selección en que $\hat{a} = \hat{e}_z$. Siguiendo el trabajo de Karen Volke et al. [39], que un haz adifraccional puede escribirse de la forma $\Phi(\vec{r}) = \varphi(q_1, q_2) \exp(ik_z z)$, las ecuaciones 2.72 y 2.73 se convierten en

$$\vec{M}(\vec{r}) = \left[\hat{e}_1 \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial q_2} - \hat{e}_2 \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial q_1} \right] \varphi(q_1, q_2) \exp[ik_z z], \quad (2.78)$$

$$\vec{N}(\vec{r}) = \frac{1}{k} [ik_z \nabla_{\perp} + k_t^2 i \hat{e}_z] \varphi(q_1, q_2) \exp[ik_z z]. \quad (2.79)$$

donde $h_i = h_i(q_1, q_2)$, con $i = 1, 2$, denota los respectivos factores de escala según las coordenadas cilíndricas que se estén empleando. Una vez llegado a

este resultado se puede hacer la elección en que $c = 1$ y $d = 0$, así que los campos eléctricos y magnéticos quedarían del siguiente modo

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}), \quad (2.80)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = -\frac{ik}{\omega\mu} \vec{N}(\vec{r}). \quad (2.81)$$

Al reescribir las ecuaciones 2.78 y 2.79 en la base de polarización circular $(\hat{e}_+, \hat{e}_-, \hat{e}_z)$, utilizando las expresiones en el apéndice A.1, se tiene que

$$\vec{E}^{TE}(r, \theta, z) = ik_t [\Psi_+(r, \theta)\hat{e}_- - \Psi_-(r, \theta)\hat{e}_+] \exp(ik_z z), \quad (2.82)$$

$$\vec{E}^{TM}(r, \theta, z) = ik_t \frac{ik_z}{k} [\Psi_-(r, \theta)\hat{e}_+ - \Psi_+(r, \theta)\hat{e}_- - i\frac{k_t^2}{k_z} \Psi(r, \theta)\hat{e}_z] \exp(ik_z z). \quad (2.83)$$

donde (r, θ) son las coordenadas cilíndricas, k_t y k_z son las componentes del vector de propagación transversal y longitudinal, respectivamente, y están relacionadas por el número de onda k como $k^2 = k_t^2 + k_z^2$. En este trabajo se emplearon haces adifraccionales representados por $\Psi_{\pm}(r, \theta)$ que pueden ser dados por

$$\Psi_{\pm}(r, t) = \frac{1}{\sqrt{2k_t}} \exp(\pm i\theta) \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial q_1} \pm \frac{1}{ih_2} \frac{\partial}{\partial q_2} \right) \Psi(r, \theta), \quad (2.84)$$

donde $\Psi(r, \theta)$ es un haz escalar adifraccional arbitrario.

Capítulo 3

Holografía sintética mediante el SLM.

En este capítulo se hace una revisión del uso del modulador espacial de luz (SLM) para desplegar hologramas sintéticos reconfigurables capaces de transformar un haz de luz.

A lo largo de los últimos años se han empleado diversas técnicas para manipular uno o dos objetos microscópicos al mismo tiempo por un tiempo determinado, pero el enfoque de este trabajo está en proponer nuevos métodos para crear arreglos de trampas ópticas capaces de manipular grandes cantidades de partículas a la vez. Asegurando que este tipo de arreglos sean fáciles de reproducir y que tengan una posible aplicación en áreas como la biología y la medicina. Por ejemplo, en estudios biológicos se realizan estudios célula por célula para estudiar sus características físicas cuando, en lugar de tratar con un par de células aisladas del resto, se podría trabajar con un conjunto más grande. En este caso, el uso de un arreglo de trampas ópticas puede ser de gran utilidad.

En algunas de estas trampas, la magnitud de las de las fuerzas está en función del tamaño de la partícula [50], lo cual significa que es posible variar los parámetros de este tamiz óptico que interactúe con una fuerza diferente según la partícula que se quiera manipular con la luz o sencillamente para no hacer que interactúe con la luz [51]. Por tanto, es posible llevar a cabo una clasificación óptica de suspensiones biológicas o coloidales [52], para realizar una selectividad asociada a los tamaños con este tipo de tecnología [53].

Además, mientras la intensidad del láser que conforma la totalidad de la trampa puede ser, significativamente, menor o una fracción que llega a cada célula biológica de lo que se utiliza en un arreglo convencional de pinzas ópticas, así la trampa óptica realiza relativamente menor esfuerzo a cada una de las células atrapadas [54]. Aquí se han estudiado el movimiento de muestras coloidales a través de trampas ópticas estáticas y dinámicas [55, 56]. Incluso se han hecho distintos usos de estas trampas para analizar las velocidades de distintos microfluidos [57, 58].

También existen estudios donde se analiza la formación de cepas de bacterias, con diferente información genética [59]; aquí las trampas ópticas son utilizadas para medir la fuerza que se genera entre cada bacteria conforme las aproximan entre sí puesto que no se había probado la capacidad de unión entre las bacterias. De hecho, hay una gran variedad de problemas de cuerpos que son tratables utilizando trampas ópticas [60–63].

3.1. Construcción de trampas ópticas extendidas.

Se han mencionado sólo unas pocas razones por las cuales se genera interés en construir arreglos de trampas ópticas extendidas. Ciertamente, este es un campo

de estudio del cual pueden derivarse muchas nuevas aplicaciones conforme pasan los años. La tarea es, entonces, describir en detalle las técnicas que se proponen para la generación, dinámica, de arreglos de trampas ópticas. Para ésto, debe recalcarse que se recurre a técnicas de holografía, lo que permite dar forma a un frente de onda de luz que conformará la trampa óptica.

La mayoría de los experimentos que tratan manipulación óptica utilizan un solo haz fuertemente enfocado [1], conocido como pinza óptica, lo que se describirá brevemente a continuación. Los detalles más destacables en la realización de pinzas ópticas pueden encontrarse reportados por Neuman y Block [64], pero para el propósito de este trabajo es suficiente con mencionar que en pinzas ópticas un láser es fuertemente enfocado, lo cual produce un gradiente muy fuerte en el campo óptico dentro de la región que rodea el punto focal, y una fuerza gradiente es asociada con el medio en esa región.

En esta técnica se llegan a hacer uso de arreglos alternativos para el atrapamiento. Por ejemplo, para nanopartículas metálicas y para partículas transparentes con un índice de refracción mucho mayor que el del medio, la presión de radiación es más significativa. Es por eso que para estos experimentos se prefiere que el haz de iluminación se contra propague para realizar pinzas ópticas [65,66]. Mientras que normalmente la presión de radiación tiende a pegar las partículas contra el sustrato, en este arreglo alternativo la presión de radiación tiene un rol que es de utilidad para levitar las partículas [2].

3.1.1. Arreglo convencional de pinzas ópticas holográficas.

En la figura 3.1 se muestra un esquema representativo de un arreglo convencional de pinzas ópticas utilizando holografía generada por computadora. Se tie-

ne un láser expandido con un telescopio para que el spot abarque la zona del elemento holográfico, el cual está desplegado en un modulador espacial de luz (SLM) de reflexión, aunque también se utilizan de transmisión o algún otro elemento óptico difractivo. El tamaño de la iluminación del haz gaussiano estará comprometido entre la eficiencia de difracción y la resolución del holograma. Es decir, entre mayor sea el el “spot”, mejor se aprovechará el área del SLM lo que resulta en una mayor resolución en el patrón de intensidad resultante en el plano de atrapamiento. Y si el haz que incide en el SLM es muy grande, puede generar pérdidas al abarcar más del área activa en el SLM.

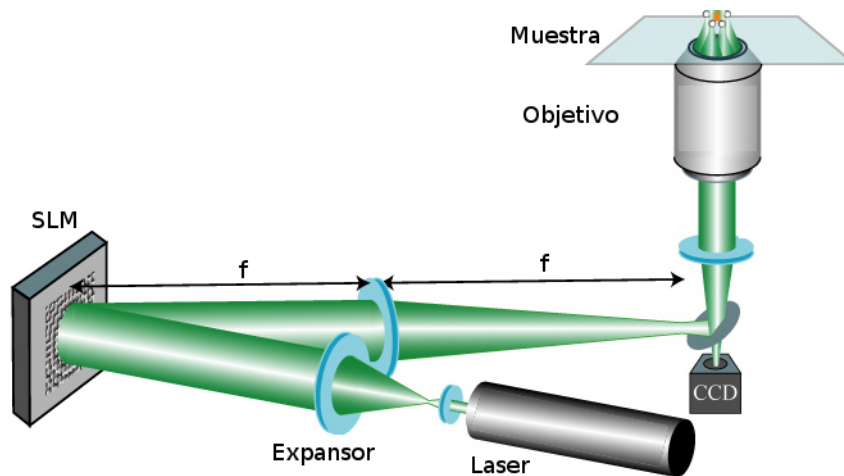


Figura 3.1: Esquema del arreglo convencional para pinzas ópticas utilizando un SLM [67].

Es importante lograr que el diámetro del haz coincida lo mejor posible con el área del holograma en el SLM para aprovechar de mejor manera la distribución de intensidad que está utilizando. Seguido del SLM, se recomienda añadir a la configuración del arreglo un telescopio para asegurar que el tamaño del “spot” sea el apropiado para cubrir el área de entrada del objetivo de microscopio en el arreglo de pinzas ópticas.

En la práctica, las dos lentes que comprenden este segundo telescopio están separadas por una distancia equivalente a la suma de sus distancias focales, lo que se conoce como un arreglo 4-f; el SLM se posiciona separado de la primera lente de ese telescopio, la lente transformadora de Fourier, a la distancia focal de esa lente, y la segunda lente en el telescopio es separada por su propia distancia focal a la apertura del objetivo de microscopio. De esta manera, el telescopio cumple con ajustar el diámetro del haz de entrada para llenar la pupila de entrada del objetivo de microscopio.

En pinzas ópticas, la fuerza del gradiente del campo a lo largo de la dirección de propagación es producida por los rayos en la periferia del haz fuertemente enfocado y no por los rayos que se encuentran en el eje óptico. Es esta la razón por la que es esencial utilizar un objetivo de microscopio que posea una alta apertura numérica(NA). Cabe mencionar que originalmente en los métodos de atrapamiento holográfico no requerían de un DOE proyectado en el plano focal del objetivo de microscopio. Fournier et al. [68, 69] utilizaban hologramas de fase binarios iluminados con una onda plana, por difracción de Fresnel, se generan auto imágenes de las rejillas en planos que se posicionan periódicamente a lo largo de la dirección de propagación (un fenómeno conocido como el efecto Talbot). En 1995, se hicieron observaciones de esferas con 3 micras de diámetro fuertemente atrapadas en estos planos de Talbot [52]. Fue en 1998 que Fournier propuso utilizar un modulador espacial de luz reprogramable para obtener diferentes campos ópticos que fueran monitoreados fácilmente.

La manipulación óptica de partículas mediante la holografía ha sido utilizada para formar grandes estructuras periódicas para formar redes. Una de las primeras incursiones en este método [50] utiliza un DOE que toma el conjugado del plano imagen en lugar del plano de Fourier. Esto resulta en una convergencia de haces múltiples en un determinado volumen, asociado a la formación de un patrón

de interferencia. Con este arreglo se pretende producir arreglos de trampas 3D en una región de la muestra [56]. El control de las propiedades de un haz en el espacio de Fourier puede permitir la creación de campos ópticos dinámicos con el beneficio de construir trampas con diferentes simetrías y que poseen flexibilidad, además de alta precisión para el posicionamiento de la trampa [70].

Fue también en 1995, que el grupo de investigación de Dunlop [71] produjo hologramas modulando la fase de un campo para convertir un arreglo de pinzas ópticas convencional en trampas capaces de transmitir momento angular orbital. Este método ha atraído el interés de diversos grupos de investigación debido a que puede implementarse fácilmente mediante técnicas para generar trampas holográficas. En el arreglo mostrado en la figura 3.1 se proyecta el holograma en el plano focal del objetivo de microscopio. Algunos experimentos de este tipo se llevaron a cabo a principios del año 2000 [72, 73] para generar hologramas con modulación de fase, donde sólo se necesitaba tomar la transformada de Fourier para determinar el holograma apropiado.

3.2. Generación de campos ópticos usando SLM.

En los últimos años, se ha implementado en diferentes áreas de investigación el uso del SLM, ya que a diferencia de otros dispositivos, éste cuenta con una alta versatilidad y flexibilidad para poder desplegar lo que se conoce como hologramas sintéticos [74], dando lugar a que pueda utilizarse en una variedad de aplicaciones dentro de la óptica como en comunicaciones [75], manipulación de partículas [3, 76, 77], microscopía [46, 78, 79], procesamiento de información óptica [80, 81], entre otras.

Por otra parte, es posible distinguir tres tipos de hologramas sintéticos:

hologramas de amplitud y hologramas de fase, o que posean tanto amplitud y fase [82]. Los primeros son los que mediante una función únicamente de amplitud codifica los valores de una función; éstos requieren de un modulador que trabaje en amplitud, el cual a grande rasgos funciona absorbiendo parte de la luz incidente. De manera similar, un holograma sintético de fase (SPH) tiene función de transmitancia únicamente de fase. Estos hologramas pueden ofrecer una alta eficiencia, debido a que al emplear un modulador de fase la luz no es absorbida; y la habilidad de ser dinámicos en su reconstrucción, permitiendo que se aproveche en mayor medida la luz incidente comparado con un SLM de sólo amplitud, o con otras técnicas de holografía convencional utilizando placas de fase.

Actualmente, los dispositivos LCD especialmente fabricados para desarrollar aplicaciones de SLM en este campo, cuentan con diferentes especificaciones en cuanto al rango de modulación, resolución, velocidad, por lo que, comercialmente se encuentran disponibles por varias compañías como son Meadowlark, Holoeye, Hamamatsu, entre otras. El SLM de sólo fase es una estructura bidimensional de píxeles, cada píxel contiene encapsuladas moléculas de cristal líquido. Estas moléculas pueden ser representadas con forma elipsoidal además de ser birrefringentes con un índice de refracción extraordinario n_e y un índice ordinario n_o [83]. La orientación de los índices de refracción extraordinarios de las moléculas (llamados como *ejes directores*) varía según un estímulo eléctrico, provocando que roten dependiendo de la cantidad de voltaje aplicado a cada píxel.

En óptica se aprovecha de manera que al cambiar la orientación de las moléculas de cristal líquido sobre su eje, también se modifica la diferencia de camino óptico que induce cada píxel. La luz al incidir en el modulador cambia su velocidad de propagación mientras viaja por cada píxel, dando lugar a una variación o

modulación de fase. La ventaja de estos dispositivos es que permiten realizar una modulación que hace posible generar diferentes campos dinámicos con gran facilidad.

La calidad y la eficiencia de la construcción de haces dinámicos utilizando el SLM depende en gran medida del método de codificación que se esté empleando en la generación del holograma de fase. Además de que su implementación en un arreglo experimental debe contar con una gran estabilidad y con el mínimo de elementos ópticos posibles para garantizar que no se tengan grandes pérdidas de energía por absorción, y para poder ofrecer una alta calidad y eficiencia en la construcción de campos ópticos. La ventaja de trabajar con el SLM es que permite cambiar fácilmente los hologramas implementados sin alterar el arreglo experimental, simplemente cambiando los parámetros del campo óptico desde el código utilizado para la generación del holograma.

3.3. Funcionamiento del SLM de fase.

Este tipo de SLM utiliza una capa homogénea de cristal líquido en la cual las moléculas se encuentran alineadas de forma paralela unas con otras. Por lo que, este dispositivo actúa como una placa retardadora de fase como se muestra en la figura 3.2. A estas celdas se les aplica un voltaje, el cual provoca que las moléculas que se encuentran en el interior de cada uno de los píxeles se inclinen un ángulo α en dirección al campo aplicado, modificando así el índice de refracción extraordinario. Por lo que si el SLM es iluminado con un haz linealmente polarizado orientado paralelamente al eje director de las moléculas, el estado de polarización del haz incidente no cambia pero produce un retraso

de fase dado por

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d [n_e(\alpha) - n_o(\alpha)] dz, \quad (3.1)$$

donde λ es la longitud de onda de la fuente de iluminación, z es el grosor de la capa de cristal líquido y $n_e(\alpha(V))$ debe cumplir que

$$\frac{1}{n_e^2(\alpha)} = \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2(\alpha)} + \frac{\cos^2 \alpha}{n_e^2(\alpha)}. \quad (3.2)$$

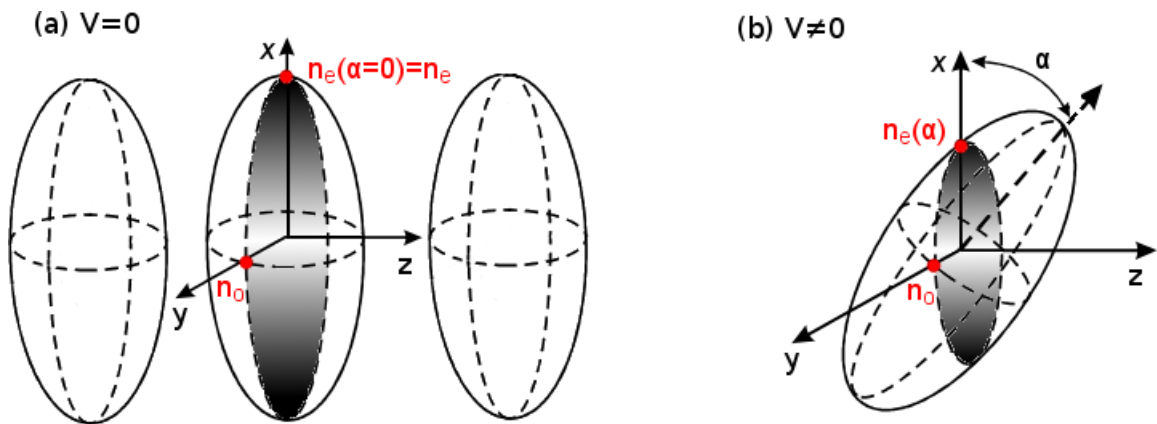


Figura 3.2: Funcionamiento del SLM.

De acuerdo con la ecuación 3.1, a cierta cantidad de voltaje aplicado a las celdas del SLM le corresponde un retraso de fase debido a la reorientación de las moléculas de cristal líquido dentro de cada píxel. En la práctica, el nivel de voltaje es traducido por una interfaz entre el modulador y el ordenador como escalas de gris en una imagen. Se recurre a un método que se describe más adelante para la caracterización del SLM en el que se encuentra la correspondencia entre los 255 niveles de gris y el valor de fase que introduce al campo óptico de entrada.

3.4. Generación de campos ópticos vectoriales mediante SPH.

El propósito de un holograma sintético de fase es la generación de un campo óptico complejo arbitrario [19]. Este campo óptico puede ser representado como:

$$s(x, y) = a(x, y) \exp[i\phi(x, y)], \quad (3.3)$$

donde $a(x, y)$ es la amplitud del campo y puede tomar valores en el intervalo $[0, 1]$, la función $\phi(x, y)$ es la fase del campo y se encuentra dentro del dominio $[-\pi, \pi]$. Con esto se deduce que los valores posible para la función $s(x, y)$ se encuentran dentro de un círculo de radio unitario centrado en el origen del campo complejo. El objetivo de utilizar un holograma sintético de fase es codificar la función $s(x, y)$, la cual tendrá un modulo de transmitancia igual a uno.

La función de transmitancia de un SPH se puede expresar como una función que depende explícitamente de la amplitud y de la fase del campo complejo a codificar, es decir,

$$h(x, y) = \exp \{i\Psi [a(x, y), \phi(x, y)]\}, \quad (3.4)$$

donde $\Psi [a(x, y), \phi(x, y)]$ es la función de modulación de fase del holograma que se encuentra dentro de un conjunto de funciones capaces de codificar el campo complejo $s(x, y)$ ó término señal. En general, puede haber un gran número de funciones que puedan modular la transmitancia deseada del holograma de la siguiente manera,

$$h(x, y) = s(x, y) + cn(x, y), \quad (3.5)$$

donde $cn(x, y)$ se refiere al ruido codificado que puede deberse a errores en la modulación. Por lo que deben considerarse ciertas restricciones relacionadas

con la capacidad del aislamiento del término señal, puesto que el método utilizado en este trabajo para obtener una buena calidad en la reconstrucción de $s(x, y)$ consiste en aplicar un filtro espacial en el espacio de Fourier. Considere que $S(u, v)$ y $CN(u, v)$ son los dominios en los que se encuentran las transformadas de Fourier de los campos $s(x, y)$ y $cn(x, y)$ codificados en el modulador. Para poder recuperar a $s(x, y)$ a partir de su espectro, estas dos señales deben estar separadas para poder aplicar un filtro que elimine lo mayor posible del ruido codificado. Esta condición es llamada condición de filtraje espacial, la cual se ilustra en la figura 3.3 [19].

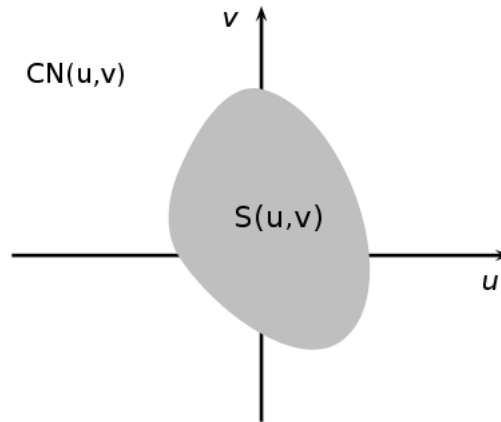


Figura 3.3: Condición para el filtraje espacial, en el plano de Fourier, $S(u, v)$, siendo la transformadora de Fourier del término señal debe estar separado de $CN(u, v)$, que es el ruido codificado en el holograma.

En [84] se propone un holograma que puede construirse únicamente a partir de la propia fase del campo complejo a codificar $s(x, y)$, en el cual queda que $\Psi[a(x, y), \phi(x, y)] = \phi(x, y)$, a este holograma se le denomina kinoformo. La ventaja de este tipo de holograma es su alta eficiencia de difracción dentro de los hologramas sintéticos de fase [85].

3.4.1. Codificación de haces adifraccionales vectoriales.

Los haces adifraccionales surgen como una solución a la ecuación de Helmholtz y varían según las coordenadas transversales con las que se esté trabajando, por ejemplo, para los haces Bessel se tienen las coordenadas circulares cilíndricas (r, θ, z) . Desde su descubrimiento por Durnin [86] se ha despertado interés por sus propiedades de adifraccionalidad y autoreconstrucción, además de su implementación en áreas como pinzas y manipulación óptica de micropartículas [87]. Recientemente se han propuesto diversos métodos de generación para este tipo de campos mediante métodos holográficos y difractivos [87–89]. Sin embargo, no se ha alcanzado una eficiencia aceptable por lo que no ha sido posible su aplicación en las ramas mencionadas.

Para evaluar el desempeño de un holograma se utiliza la eficiencia de difracción η , la cual puede ser calculada como [19]:

$$\eta = \beta^2 \eta_0, \quad (3.6)$$

$$\eta_0 = \frac{1}{\pi R^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R |f(r, \theta)|^2 r dr d\theta, \quad (3.7)$$

donde se asume que una pupila circular de radio R limita el campo óptico. Dentro del contexto de la holografía sintética la eficiencia máxima de difracción η_{max} que un holograma puede alcanzar está relacionada con la máxima ganancia en amplitud β_{max} dada por [85]

$$\beta_{max} = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R |f(r, \theta)| r dr d\theta}{\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R |f(r, \theta)|^2 r dr d\theta}. \quad (3.8)$$

El holograma de fase satisface esta condición cuando la fase $\Phi(r, \theta)$ es igual a la fase del haz $f(r, \theta)$, es decir, cuando el holograma de fase se convierte en el kinoformo de la función $f(r, \theta)$ [85, 90].

Recientemente se ha mostrado que el espectro de Fourier de un haz adifraccional arbitrario y su ruido codificado no se superponen cuando se utiliza el kinoformo para codificar el haz [91], por lo que facilita la generación de un haz adifraccional consiguiendo una eficiencia máxima de difracción al filtrar el espectro del ruido codificado en el plano de Fourier.

Capítulo 4

Generación experimental de campos ópticos vectoriales mediante el SLM.

En este capítulo se muestra analítica y experimentalmente la generación de haces vectoriales considerando una fuente monocromática en diferentes sistemas de coordenadas.

Maurer et. al. [92] demostraron que con un SLM de sólo fase se pueden construir arreglos interferométricos en donde se puede superponer de manera controlada haces escalares con parámetros variables (ver figura 4.1). El esquema de la figura 4.1 representa el arreglo experimental utilizado para hacer que el haz de entrada se divida mediante un prisma de Wollaston en dos haces con estados de polarización ortogonales entre sí. Los haces divididos poseen la misma intensidad y son expandidos para que posteriormente incidan en un SLM donde se despliega el holograma de dos rejillas de fase adyacentes. Justo antes de incidir en el modulador se coloca en el camino de uno de los haces una placa

retardadora de media longitud de onda (HP) para que ambos haces tengan el mismo estado de polarización y permita que se module su fase de igual manera con el SLM. Es esta misma placa la que luego de reflejarse los haces hace que vuelvan a tener polarización ortogonal entre sí.

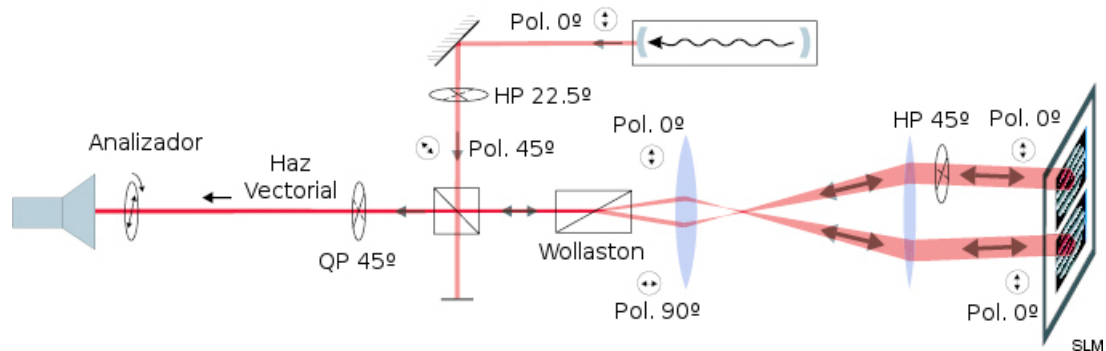


Figura 4.1: Esquema del arreglo experimental para generar campos ópticos arbitrarios propuesto por Maurer et al. [92].

En el trayecto de regreso los haces vuelven a encontrarse con el prisma de Wollaston que ocasiona que se superpongan y se combinen formando haces vectoriales a la salida del arreglo experimental. Sin embargo, los haces generados mediante este método reportan una baja eficiencia lo que ocasiona que este método sea poco práctico para ciertas aplicaciones como para la manipulación de partículas, entre otras.

4.1. Codificación de haces vectoriales.

En este trabajo se propone utilizar la integral de Witteraker para expresar de manera más general a un haz escalar adifraccional $\Psi(r, \theta)$, es decir, [93]

$$\Psi(r, \theta) = \frac{1}{k_t} \int_{-\pi}^{\pi} A(\phi) \exp[ik_t r \cos(\phi - \theta)] d\phi. \quad (4.1)$$

La expresión para el haz $\Psi(r, \theta)$ puede ser vista como el inverso de la transformada de Fourier en coordenadas cilíndricas de

$$\tilde{\Psi}(\rho, \phi) = \frac{(2\pi)^2}{k_t \rho} A(\phi) \delta(\rho - k_t), \quad (4.2)$$

donde $\delta(\cdot)$ es una delta de Dirac, k_t es la componente transversal del vector de propagación, y $A(\phi)$ es el espectro angular del haz. La selección de $A(\phi)$ será de acuerdo a la distribución de intensidad deseada. Al sustituir la ecuación 4.1 en 2.84 se tiene la siguiente relación:

$$\Psi_{\pm}(r, \theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp(\pm i\phi) A(\phi) \exp[ik_t r \cos(\phi - \theta)] d\phi. \quad (4.3)$$

La selección de $A(\phi)$ depende de la distribución transversal deseada para $\Psi(r, \theta)$. Para los haces Bessel, Mathieu y Weber estas distribuciones son respectivamente: $A(\phi) = \exp(in\phi)$; $A(\phi) = ce_m(\phi, q) + ise_m(\phi, q)$, donde $ce_m(\phi, q)$ y $se_m(\phi, q)$ son los n-órdenes de las funciones Mathieu con elipticidad q ; y $A(\phi) = \tan^{\mu}(\phi/2)H(\sin\phi)/\sqrt{\sin\phi}$, donde μ es un parámetro de valor real, y $H(\cdot)$ es la función de Heaviside [31, 86, 94–96].

Para ilustrar los modos TE y TM se utilizan los siguientes ejemplos. Se asume que los vectores escalares $\Psi(q_1, q_2)$ están limitados por una pupila circular de radio $R = 2048\mu m$, además de usar el plano $z=0$. En primer lugar se considera un haz vectorial Bessel de orden cero, el cual se obtiene cuando $A(\phi) = 1$, en este caso, $\Psi_{\pm}(r, \theta)$ se convierte en el primer orden de los haces Bessel, es decir,

$$\Psi_{\pm}(r, \theta) = 2i\pi J_1(k_t r) \exp(\pm i\theta). \quad (4.4)$$

Se considera que el haz vectorial pasa a través de un polarizador lineal que tiene un ángulo φ con respecto al eje horizontal. Por tanto la salida del polarizador lineal estaría dado por

$$\Psi(r, \theta) = [\Psi_+(r, \theta) \exp(-i\phi) - \Psi_-(r, \theta) \exp(i\phi)] [\cos\varphi \hat{e}_x + \sin\varphi \hat{e}_y]. \quad (4.5)$$

La figura 4.2 muestra la magnitud de los haces correspondientes para $\varphi = 0, \pi/4, \pi/2, \text{ y } 3\pi/4$, respectivamente.

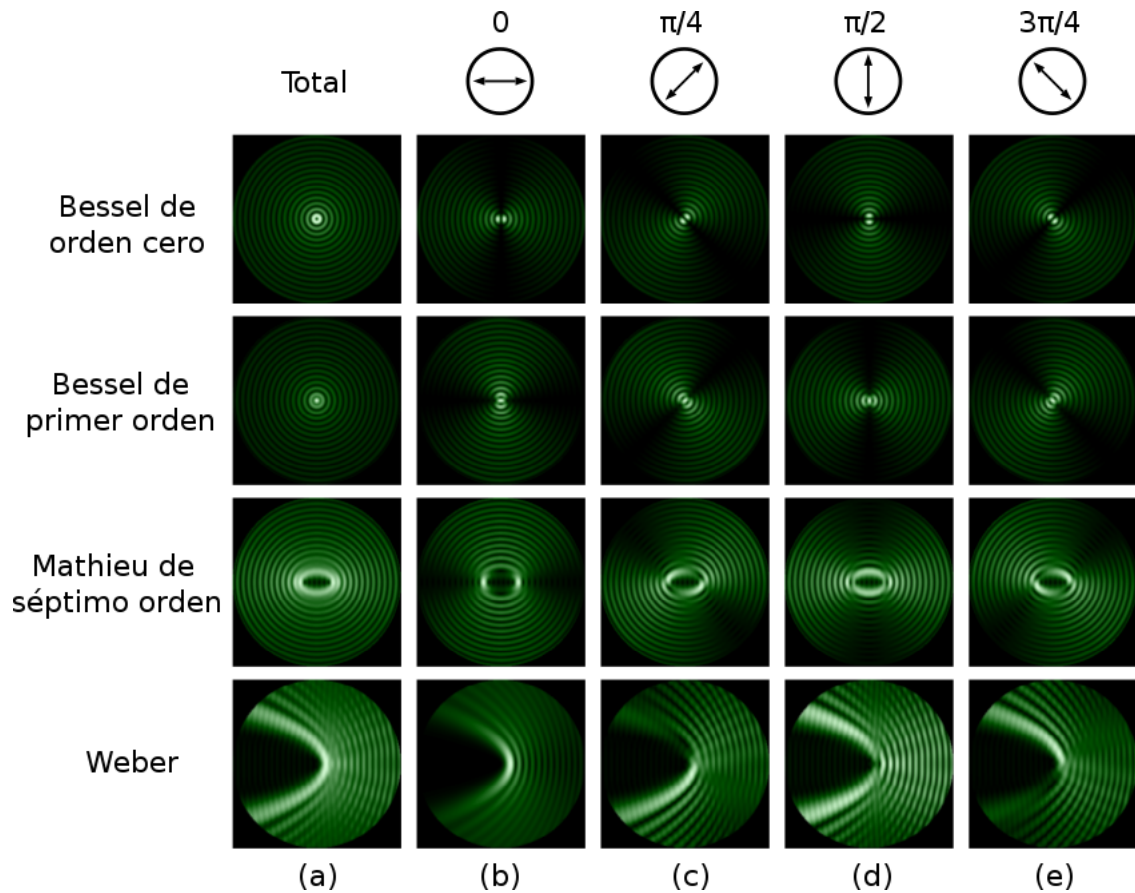


Figura 4.2: Ejemplos de haces vectoriales utilizando su solución analítica. La primera fila muestra un haz Bessel de orden cero, mientras que la segunda muestra un haz Bessel de primer orden. En la tercera y cuarta fila se muestra un haz Mathieu y un haz Weber.

Como segundo ejemplo se toma un haz vectorial Bessel de primer orden al hacer $A(\phi) = \exp(i\phi)$, quedando $\Psi_+(r, \theta) = -2\pi J_2(k_t r) \exp(i2\theta)$ y $\Psi_-(r, \theta) = 2\pi J_0(k_t r)$. La magnitud del campo \vec{E}^{TE} de este haz se muestra en (a) de la segunda columna de la figura 4.2. De la misma manera en (b), (c) y (d) se muestra, respectivamente, la

magnitud del campo $\Psi_+(r, \theta) \exp(-i\phi) - \Psi_-(r, \theta) \exp(i\phi)$ utilizando un analizador a $\phi = 0, \pi/4, \pi/2$ y $3\pi/4$.

Un tercer ejemplo es un haz vectorial Mathieu de séptimo orden. En este caso, la función $A(\phi)$ está valuada como $A(\phi) = ce_7(\phi, 17) + ise_7(\phi, 17)$, donde $ce_7(\phi, 17)$ y $se_7(\phi, 17)$ son las funciones angulares Mathieu de séptimo orden con un parámetro de elipticidad $q = 17$. Las magnitudes resultantes están desplegadas en la tercera columna de la figura 4.2. Como ejemplo final, se considera un haz vectorial Weber con un parámetro $\mu = 4$. Las magnitudes correspondientes del haz se muestran en la cuarta columna de la figura 4.2. Estos resultados son obtenidos simulando los frentes de onda para los haces Bessel, Mathieu y Weber.

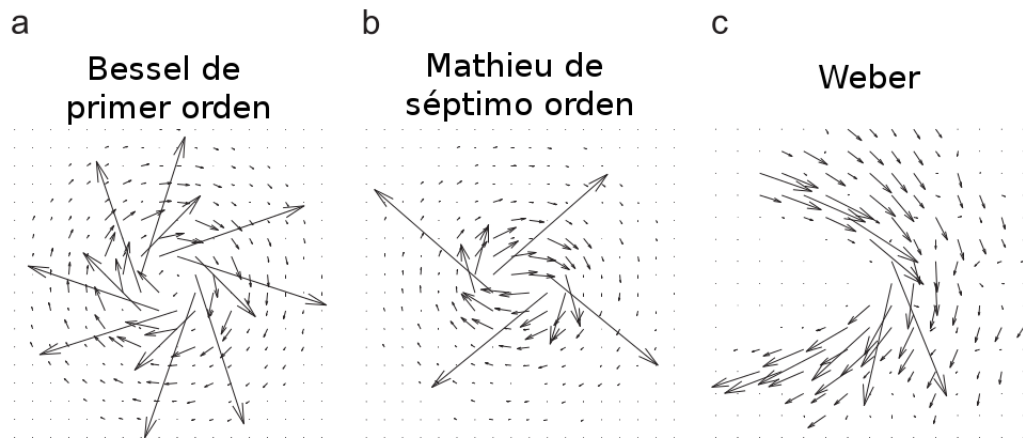


Figura 4.3: Componente transversal de los vectores de Poynting para los haces vectoriales. (a) Haz Bessel de primer orden, (b) haz vectorial Mathieu de séptimo orden, y (c) haz vectorial Weber

Para entender mejor el significado de estos resultados se considera el frente de onda de cada haz sin hacerlo pasar por un analizador y se grafican las componentes transversales del vector de Poynting de los haces vectoriales en la figura anterior. Estas componentes transversales están asociada al

momento orbital angular que lleva consigo cada haz [39]. En estas simulaciones puede observarse claramente que los haces cuentan con una polarización inhomogénea. La figura 4.3 muestra un diagrama de los vectores de polarización para los haces Bessel, Mathieu y Weber. Este tipo de haces permitiría la transferencia de momento angular de spin a partículas que sean sensibles a estos gradientes de polarización como son las partículas birrefringentes, resultando en una rotación sobre su propio eje.

4.2. Arreglo experimental.

4.2.1. Caracterización del SLM.

En este trabajo, el modulador espacial de luz es el elemento fundamental para la generación de campos ópticos complejos desplegando los SPHs. Este dispositivo fue adquirido al iniciar este proyecto, así que se desconocía la curva de modulación del SLM, es decir, la dependencia que existe entre el nivel de gris de un holograma desplegado en la pantalla del modulador y la diferencia de camino óptico que se induce, por lo que requirió su caracterización para la longitud de onda del láser que se utilizó como fuente de iluminación.

En este caso, el SLM empleado está formado por un conjunto de píxeles que contienen moléculas de cristal líquido dispuestas paralelamente una con otra, en su estado de reposo el eje director de las moléculas posee la misma orientación en el ancho de una celda d . Cada una de estas celdas actúa como un cristal birrefringente con su índice de refracción ordinario n_0 y su índice de refracción extraordinario n_e .

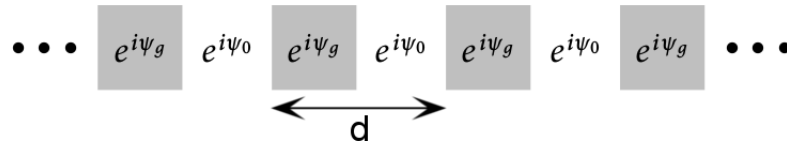


Figura 4.4: Transmitancia de la rejilla utilizada para la caracterización del SLM.

El método utilizado en el desarrollo de este trabajo se basa en la teoría de difracción y consiste en medir el orden cero del patrón de difracción producido por una rejilla binaria de fase unidimensional con valores $\exp(i\Psi_0)$ que sería el valor de referencia y $\exp(i\Psi_g)$ con valores variables (ver figura 4.4). Es sabido [97] que una rejilla de este tipo genera un patrón de difracción igual a su transmitancia a cierta distancia, conocida como distancia de Talbot, como se muestra en la siguiente figura.

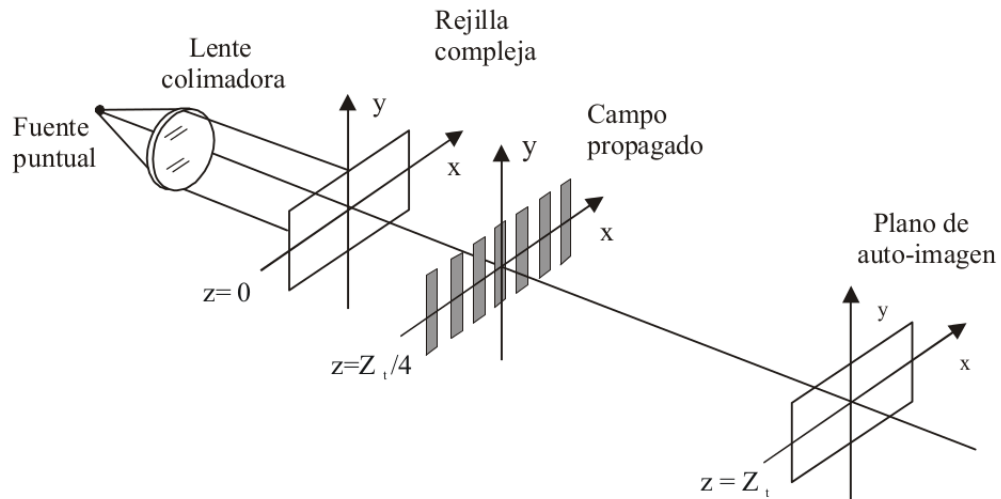


Figura 4.5: Representación esquemática del efecto de autoimagen de Talbot [98].

La función de la rejilla $t(x)$ es una función periódica, con un periodo d , que puede representarse mediante una serie de Fourier.

$$t(x) = \sum C_n \exp i2\pi(n/d)x, \quad (4.6)$$

donde,

$$C_n = \frac{1}{d} F\{t_0\}|_{u_0=n/d}. \quad (4.7)$$

La función t_0 define la celda básica que conforma la rejilla, es decir,

$$t_0(x) = \begin{cases} e^{i\Psi_0}, & -d/2 \leq x \leq 0, \\ e^{i\Psi_g}, & 0 \leq x \leq d/2. \end{cases} \quad (4.8)$$

Ahora bien, cuando se analiza la propagación de esta rejilla a una distancia z , definiendo el factor de propagación como $F_p = e^{ikz} e^{i\pi\lambda z(u^2)}$, se tiene que

$$t_z(x) = t(x) \otimes F_p(x), \quad (4.9)$$

$$F\{t_z(x)\} = \tilde{T}_z(u) = \tilde{t}(u)F_p(u), \quad (4.10)$$

Calculando $\tilde{t}(u) = \sum C_n \delta(u - n/d)$, sustituyendo

$$\tilde{T}_z(u) = e^{ikz} \sum C_n \delta(u - n/d) e^{-i\pi\lambda z(u^2)}, \quad (4.11)$$

$$\tilde{T}_z(u) = e^{ikz} \sum C_n \delta(u - n/d) e^{-i\pi\lambda z(n/d)^2}, \quad (4.12)$$

Dando como resultado que

$$t_z(x) = e^{ikz} \sum C_n e^{i2\pi(n/d)x} e^{-i\pi\lambda z(n/d)^2}. \quad (4.13)$$

Al propagarse una distancia $z_T = \frac{2d^2}{\lambda} n$, ocurre el efecto de autoimagen, es decir, $t_{z_T}(x) = t(x)$. Analizando el patrón de difracción a un cuarto de la distancia de Talbot ($z = z_T/4 = d^2/2\lambda$), la transmitancia del campo propagado está dado por

$$t_{z_T/4}(x) = e^{ikz} \sum C_n e^{i2\pi(n/d)x} e^{in^2\pi/2}. \quad (4.14)$$

Reescribiendo la ecuación anterior de la forma

$$t_{z_T/4}(x) = \sum C_{2n} e^{i2\pi(2n/d)x} - i \sum C_{2n+1} e^{i2\pi[(2n+1)/d]x}. \quad (4.15)$$

Se puede notar que la expresión anterior corresponde a la función de transmitancia de la rejilla original desplazada por un valor constante, por tanto

$$t_{z_T/4}(x) = \frac{1}{2}t(x)[1 - i] + \frac{1}{2}t(x - d/2)[1 + i], \quad (4.16)$$

$$t_{z_T/4}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\pi/4} [t(x) + e^{i\pi/2}t(x - d/2)]. \quad (4.17)$$

Finalmente se llega a que la transmitancia en $z = z_T/4$ es

$$t_{z_T/4}(x) = t(x) + it(x - d/2). \quad (4.18)$$

Lo que esquemáticamente se puede representar como una superposición de rejillas tal como en la siguiente figura,

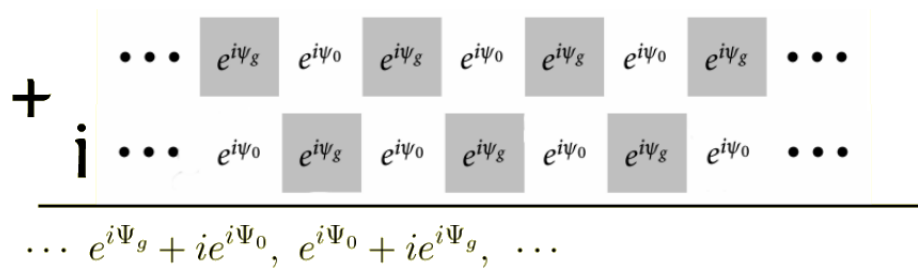


Figura 4.6: Representación esquemática de la superposición de rejillas a un cuarto de la distancia de Talbot.

De la figura 4.6 se deduce que la amplitud de cada franja de la rejilla toma el valor correspondiente a la suma dada como

$$a_1 = e^{i\Psi_0 + ie^{i\Psi_g}}, \quad (4.19)$$

$$a_2 = e^{i\Psi_g + ie^{i\Psi_0}}. \quad (4.20)$$

Donde, a_1 y a_2 son las amplitudes de cada franja de la rejilla binaria. Sin embargo,

experimentalmente se hace medición de intensidades, haciendo el cálculo

$$I_1 = a_1 a_1^* = 2 - 2\text{sen}(\Psi_g - \Psi_0), \quad (4.21)$$

$$I_2 = a_2 a_2^* = 2 + 2\text{sen}(\Psi_g - \Psi_0) \quad (4.22)$$

Por lo que se puede relacionar el nivel de intensidades con los niveles de gris en las rejillas haciendo la relación entre la medición de intensidades con el nivel de contraste a través de la siguiente ecuación.

$$V = \frac{I_2 - I_1}{I_1 + I_2} = \text{sen}(\Psi_g - \Psi_0). \quad (4.23)$$

Dado que puede variarse en saltos de 0 a cierto nivel de gris g a Ψ_g , se puede obtener el valor de fase correspondiente para cada nivel de gris. La curva de modulación para el SLM de la compañía Holoeye obtenida experimentalmente utilizando el método descrito anteriormente para una fuente de luz láser Nd:YAG ($\lambda = 533\text{nm}$), se presenta en la figura 4.8. Esta curva alcanza un rango de modulación de 0 a 2π utilizando aproximadamente 130 valores de gris, eso quiere decir que para una modulación continua en el SLM sólo fue necesario cuantizar la función a 130 niveles de gris.

Para la caracterización del SLM se crearon rejillas y se desplegaron en el SLM como las que se muestran en la figura 4.7(a), de las cuales sólo se trabajó con la región central, puesto que se notó que es donde el SLM presenta una mejor respuesta y debido a que es el área principal donde se desplegarían los hologramas sintéticos de fase. Para evaluar la intensidad se hizo el análisis promediando el valor de intensidad de todas las franjas creando máscaras como la que se muestra en figura 4.7(b).

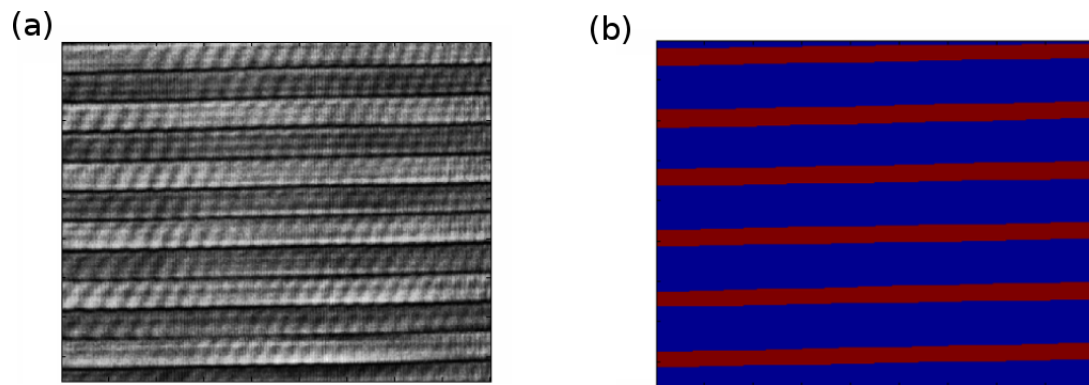


Figura 4.7: Rejilla capturada con la CCD y máscara utilizada para la caracterización del SLM.

Una vez obtenida la información, se trabajó con los valores de todas las rejillas, haciendo un total de 51 rejillas debido a que se trabajó con saltos de 5 en nivel de gris, para tener una medición más precisa sobre la curva de modulación. Una vez que se relaciona los valores de contraste de las rejillas con los valores de fase que se inducen en el SLM, se obtiene la siguiente curva.

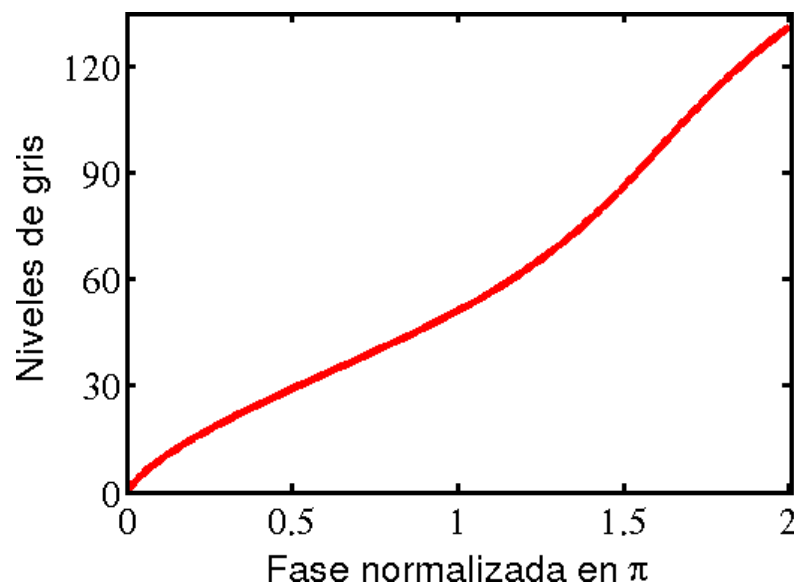


Figura 4.8: Curva de modulación del SLM.

Es importante remarcar que la curva de modulación de la figura 4.8 depende explícitamente de la longitud de onda con la que se esté trabajando, por lo que esta curva sólo es válida para $\lambda = 533\text{nm}$. El despliegue de los hologramas de fase requiere de una transformación de los valores de fase del mismo a niveles de gris. Esta asignación para los SPHs se realiza píxel por píxel mediante un código computacional que traduce los valores de fase en escalas de gris, dando como resultado una imagen en escala de grises del holograma que se desea desplegar.

4.2.2. Simulación de haces vectoriales.

El objetivo en este trabajo es codificar los haces escalares $\Psi(r, \theta)$ utilizando el kinoformo, que ofrece una eficiencia relativamente alta (mayor al 60%) [99]. Para codificar el haz vectorial tenemos que $f(r, \theta) = a[\exp(i2\pi u_0 x)\Psi_+(r, \theta) - \exp(-i2\pi u_0 x)\Psi_-(r, \theta)]$, donde a es una constante de normalización tal que $0 \leq |f(r, \theta)| \leq 1$, x es la coordenada rectangular y la exponencial que lleva el termino $\exp(\pm i2\pi u_0 x)$ permite la separación espacial de los haces $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta)$ en el plano de Fourier. Esto quiere decir que la transformada de Fourier de $f(r, \theta)$, $F(\rho, \varphi)$, consiste de dos deltas anulares de radio k_t , centradas en $\pm 2\pi u_0$, y modulada por $\exp(\pm i\varphi)A(\varphi)$. También se selecciona que $2\pi u_0 > k_t$ para asegurar la completa separación del espectro del campo óptico $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta)$ en el plano de Fourier.

A pesar de utilizar el kinoformo para codificar el campo $f(r, \theta)$ puede notarse que el espectro de Fourier del ruido se superpone con el campo generado, es por eso que se puede aplicar un filtro binario en el plano de Fourier para removerlo, como puede verse en la figura 4.9.

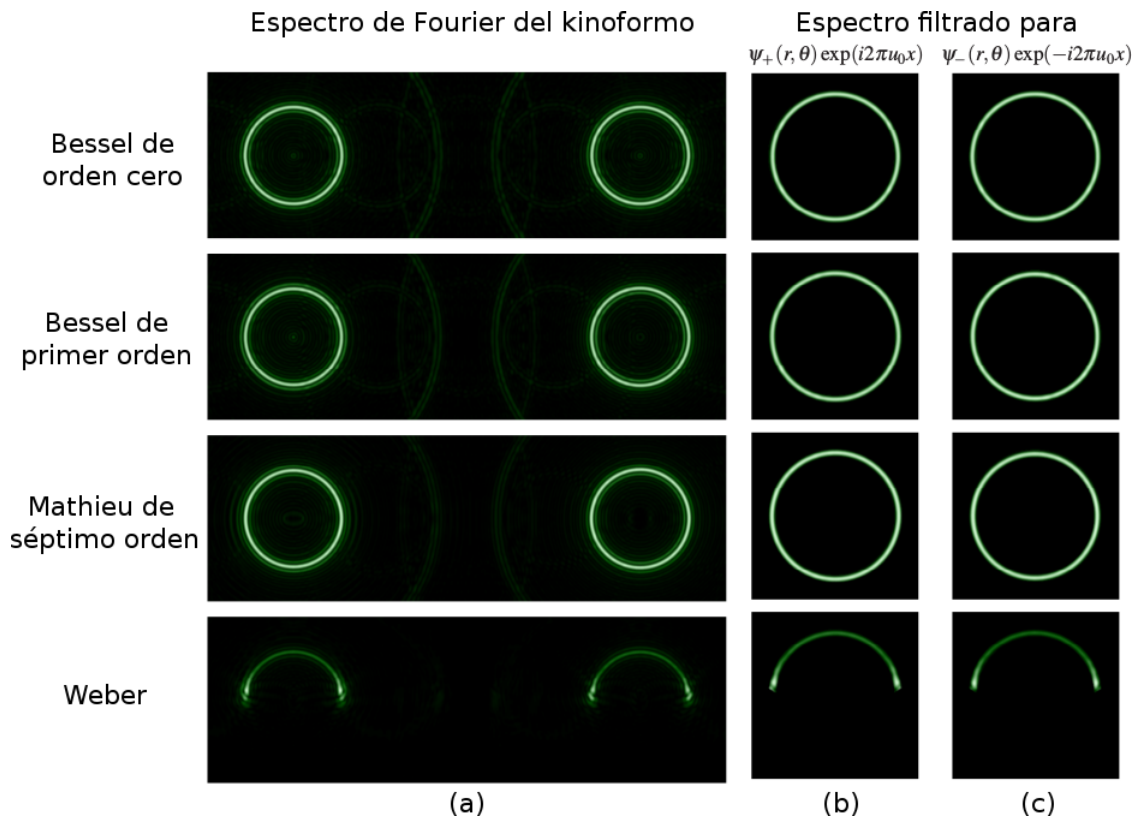


Figura 4.9: Espectros de Fourier para los kinoformos correspondientes. Se muestran los espectros para el haz Bessel orden cero, Bessel de primer orden, haz Mathieu y el haz Weber en la primera, segunda, tercera y cuarta fila, respectivamente. (a) Espectro de Fourier del kinoformo, (b) y (c) los espectros filtrados para $\Psi_{\pm} \exp(-i2\pi u_0 x)$.

Computacionalmente se utilizaron los valores $u_0 = \Delta u/6,35$, donde $\Delta u = 1/\delta_x$ y $\delta_x = 8\mu m$, los cuales son valores obtenidos del modulador que se detallarán un poco más adelante. Se ilustra la generación numérica de los campos $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta)$ considerando los siguientes casos en la ecuación 4.3 $A(\phi) = 1$, $A(\phi) = \exp(i\phi)$, $A(\phi) = ce_7(\phi, 17) + ise_7(\phi, 17)$, y $A(\phi) = \tan^{4i}(\phi/2)H(\sin\phi)/\sqrt{\sin\phi}$ con $k_t = 23 \times 10^3 \text{ rad}/m$, es decir, el haz Bessel de orden cero, el haz Bessel de primer orden, un haz Mathieu de séptimo orden y un haz Weber. Se asume que el radio

R de la pupila circular tiene $2048\mu m$ y $u_0 = \Delta u/6,35$, dado que se ha demostrado que con esos valores se garantiza una buena separación entre los órdenes de difracción para evitar que interfieran entre sí [100].

El espectro de Fourier del kinoformo correspondiente se muestra en la figura 4.9. La primera y la segunda columna de la figura 4.9 muestran a los haces Bessel de orden cero y de primer orden, respectivamente, mientras que la tercera y cuarta columna ilustran el espectro de Fourier para el kinoformo de los haces Mathieu y Weber. En el inciso (a) se puede observar que el espectro de Fourier de los haces $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta) \exp(\pm i2\pi u_0 x)$ están completamente separados y el aliasing entre los haces codificados y el ruido puede ser despreciado.

Un filtro binario es aplicado para obtener el espectro deseado, de esta manera en la figura 4.9(b) se muestran los espectros filtrados para $\Psi_{+}(r, \theta) \exp(i2\pi u_0 x)$ mientras que en 4.9(c) se encuentran los espectros filtrados para $-\Psi_{-}(r, \theta) \exp(-i2\pi u_0 x)$. Una vez filtrados estos espectros utilizando un filtro espacial binario quedan los campos generados $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta) \exp(\pm i2\pi u_0 x)$, que al remover la exponencial portadora se obtendría el campo deseado $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta)$.

Utilizando el kinoformo de los haces adifraccionales $\pm\Psi_{\pm}(r, \theta)$ se generan los campo TE para los haces vectoriales, mostrados en la figura 4.10. La magnitud de los haces vectoriales TE para el haz Bessel de orden cero es mostrado en la primera fila de la figura 4.10. Además, en los incisos (b), (c), (d), y (e) de la primera columna muestran, respectivamente, las magnitudes de los haces $[\Psi_{+}(r, \theta) \exp(-i\phi) - \Psi_{-}(r, \theta) \exp(i\phi)]$ para $\phi = 0, \pi/4, \pi/2$, y $3\pi/4$, los cuales son obtenidos después de atravesar un analizador.

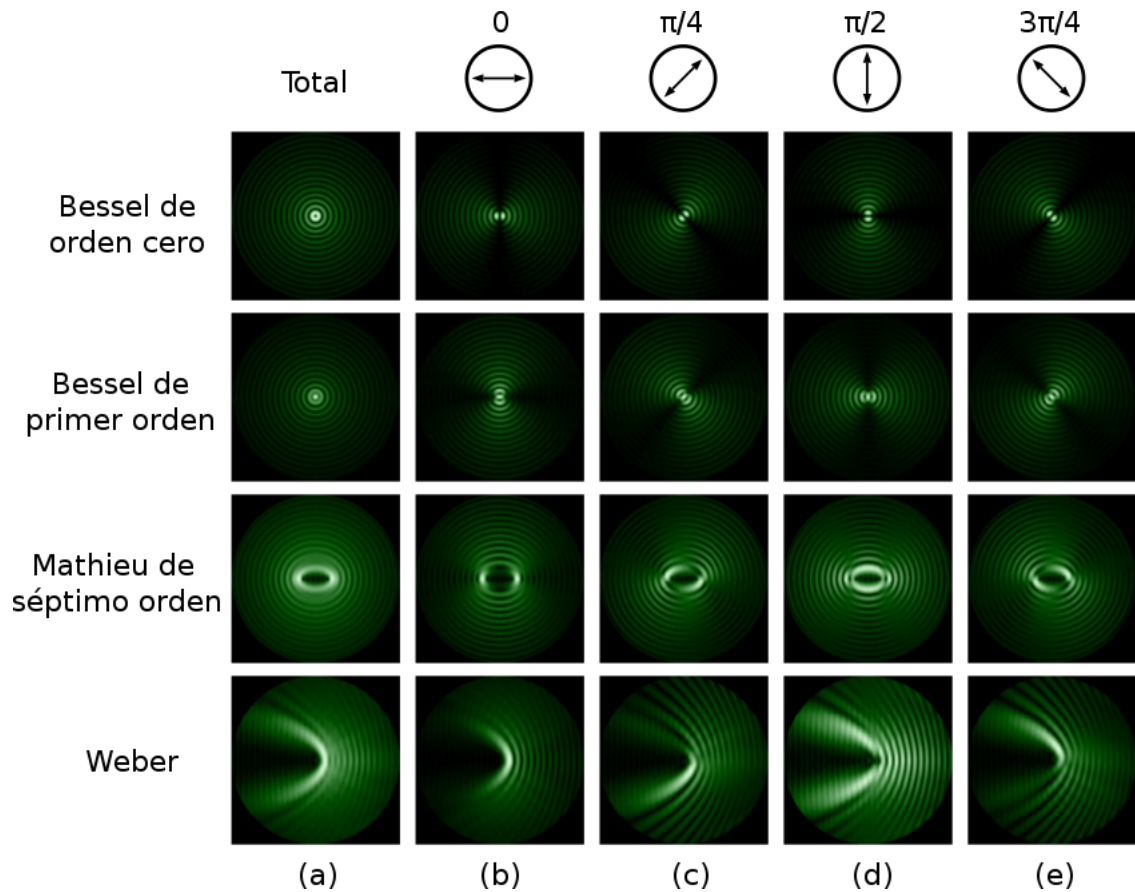


Figura 4.10: Simulación de los haces vectoriales reconstruidos utilizando su kinoformo. Se muestra el haz Bessel orden cero, Bessel de primer orden, haz Mathieu y el haz Weber en la primera, segunda, tercera y cuarta fila, respectivamente. A partir de la segunda fila se muestra la captura del haz tomada después de atravesar un analizador rotado en $\phi = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$.

De manera similar, la segunda, tercera y cuarta fila muestra los campos resultantes para los haces tipo Bessel de primer orden, los haces Mathieu de séptimo orden y los haces Weber, respectivamente. Para la generación de los campos ópticos, se ha despreciado el aliasing producido por la pupila circular, este aliasing causa una pequeña distorsión en los bordes de los haces generados

como se muestra en la figura 4.9. Al comparar con los resultados mostrados en las figuras 4.2, se puede concluir que utilizando el kinoformo se tiene un holograma de fase altamente eficiente para poder generar haces vectoriales. La generación experimental de estos haces se detalla más adelante.

Finalmente, se realizó el cómputo para calcular la eficiencia difractiva de los campos generados. Los valores correspondientes para los haces Bessel de orden cero, para los Bessel de primer orden, para los haces Mathieu y Weber son 59.2 %, 59.5 %, 68.8 % y 67.9 %. Con el propósito de comparar resultados, de igual forma se realizó el computo para las eficiencias de difracción con los métodos propuestos en [101–103], donde el haz $f(r, \theta)$ está codificado en el orden cero de difracción para el caso propuesto en [101], y en el primer orden de difracción en [102, 103]. La tabla 4.1 muestra los valores obtenidos con estos distintos métodos.

De la tabla 4.1 puede notarse que las eficiencias de difracción correspondientes utilizando los métodos descritos en [101–103] para generar los haces vectoriales están por debajo del 8 %, esto quiere decir que el ruido codificado toma más del 90 % de la luz difractada por el holograma. Por otro lado, utilizando el método del kinoformo, se tiene una eficiencia que ronda por el 60 % de la luz utilizada para la reconstrucción de los haces $\Psi_{\pm}(r, \theta)$.

Tabla 4.1: Eficiencias de difracción para diferentes hologramas de fase.

$f(r, \theta)$	$\eta(\%)$ (kinoformo)	$\eta(\%)$ [101]	$\eta(\%)$ [102]	$\eta(\%)$ [103]
Bessel orden cero	59.2	2.0	2.0	0.7
Bessel primer orden	59.5	2.7	2.7	0.9
Mathieu séptimo orden	68.8	6.8 %	6.8	2.3
Weber	67.9	8.0	8.0	2.7

4.3. Generación experimental de los haces vectoriales.

A continuación se detalla la generación experimental de los haces adifraccionales tipo Bessel, Mathieu y Weber utilizando el método de kinoformo para construir $\Psi_{\pm}(r, \theta)$ con una alta eficiencia de difracción. El arreglo está compuesto por un sistema 4-f, el cual implementa una doble transformada de Fourier con distancias de $f_1 = f_2 = 75\text{cm}$, y por un sistema interferométrico de camino común, en donde se superponen los haces $\Psi_{\pm}(r, \theta)$ con polarización circular ortogonal como se muestra en la figura 4.11.

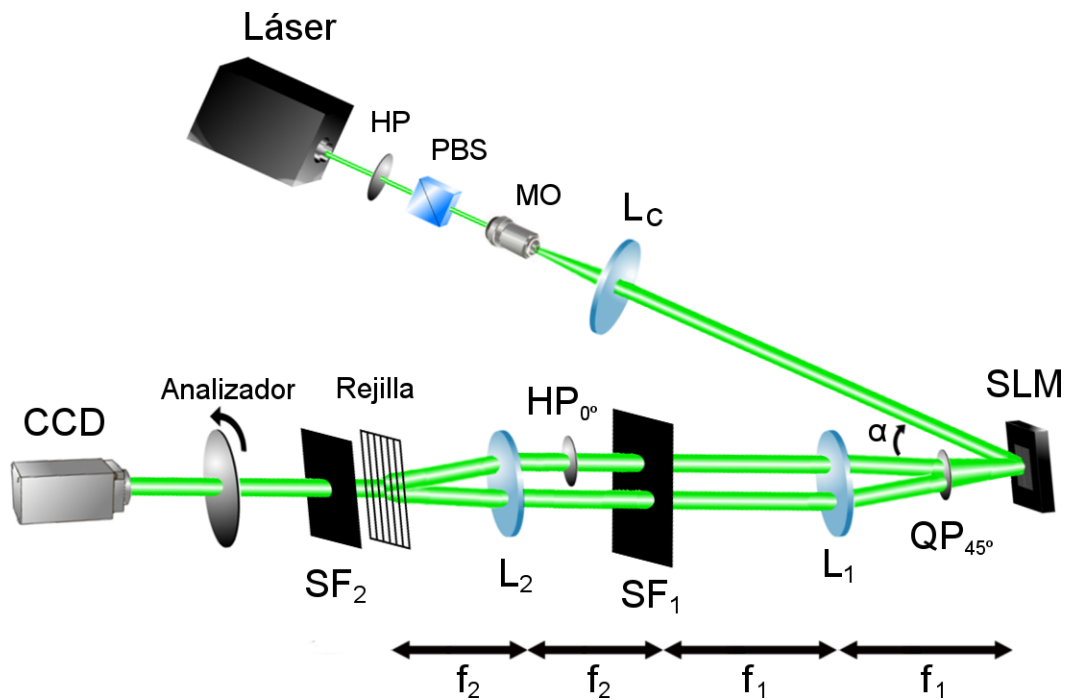


Figura 4.11: Arreglo experimental para la generación de haces vectoriales.

Se utiliza un modulador espacial de luz de cristal líquido de sólo fase, píxelado con una resolución de 1080×1920 y un pitch de $\delta_x = 8\mu\text{m}$ de la marca Holoeye

Pluto Photonics, este modulador nos permite trabajar en un rango de 2π radianes utilizando luz láser que se encuentre dentro del rango del espectro visible. Se codifica el kinoformo dentro de un círculo con radio de 256 píxeles, es decir, $R = 2048\mu m$. El SLM se colocó de manera que el haz incidiera de manera oblicua tal que la iluminación fuera cuasi-normal, es decir, el ángulo de incidencia $\alpha < 10^\circ$.

El modulador es iluminado con un haz láser de Nd:YAG con perfil gaussiano de $\lambda = 532nm$ cuya intensidad es controlada por una placa retardadora de media longitud de onda y un divisor de haz polarizado, el haz es expandido, filtrado y colimado por la lente L_c . En la pantalla del modulador se despliegan los hologramas sintéticos de fase para producir los campos ópticos descritos anteriormente, ejemplos de estos hologramas se muestran en la figura 4.12.

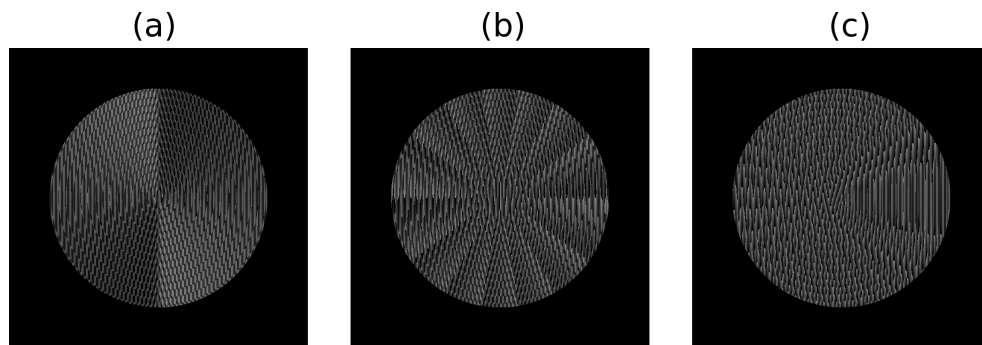


Figura 4.12: Hologramas sintéticos de fase utilizados para la generación de haces vectoriales (a) Bessel de primer orden, (b) Mathieu y (c) Weber.

A la salida del LC-SLM, el haz linealmente polarizado se transforma en un haz con polarización circular derecha utilizando un retardador de un cuarto de longitud de onda (QP). El espectro de Fourier del kinoformo se obtiene en el plano focal de la lente transformadora (L_1), en donde se encuentra el espectro de los campos complejos $\Psi_{\pm} \exp(\pm i2\pi u_0 x)$, los cuales son filtrados por un filtro

espacial binario (SF_1) colocado en el plano focal de la lente L_1 . El SF_1 está conformado por una placa de vidrio cubierta por una delgada capa de titanio a la que se le ha desprendido con ataque químico la zona donde atravesaría el espectro de Fourier de los haces $\Psi_{\pm} \exp(\pm i2\pi u_0 x)$.

Inmediatamente después del filtro espacial se coloca una placa retardadora de media longitud de onda (HP) en el camino de uno de los haces generados con la finalidad de convertir su polarización en circular izquierda. Los haces reconstruidos $\pm \Psi_{\pm}(r, \theta) \exp(\pm i2\pi u_0 x)$ son obtenidos en el plano focal de la segunda lente transformadora L_2 , donde se coloca una rejilla de Ronchi para recombinarlos. El periodo τ de la rejilla de Ronchi es igual a 500 líneas/in, lo cual coincide con el periodo de la fase portadora u_0 , que sería, $\tau = 1/u_0$. Por lo tanto, considerando el ancho de banda del SLM, $\Delta u = 1/\delta_x$, la frecuencia portadora u_0 sería igual a $\Delta u/6,35$. Como la rejilla produce múltiples copias desplazadas de los haces que la atraviesan, un segundo filtro binario (SF_2) es colocado para seleccionar sólo una de ellas, la cual cuenta con la intensidad más alta.

Por último, la imagen del haz vectorial generado se forma con una tercera lente (L_3) en el plano donde una cámara CCD es colocada para registrar las distribuciones de intensidad. Justo antes de la CCD, un polarizador lineal está posicionado con la finalidad de analizar las diferentes distribuciones de intensidad transmitidas por el haz vectorial al variar el ángulo de polarización. Con este arreglo experimental (figura 4.11), se generan los haces vectoriales TE mostrados en la figura 4.13.

La primera columna muestra las intensidades correspondientes para los haces vectoriales del haz Bessel de orden cero. El inciso (a) muestra las intensidades totales del haz vectorial (sin utilizar analizador), mientras que los incisos (b), (c), (d), (e) ilustran las intensidades resultantes una vez que el analizador se

coloca orientado en los ángulos 0 , $\pi/4$, $\pi/2$ y $3\pi/4$ de su eje de polarización. Similarmente, la segunda, tercera y cuarta columna proveen detalles de las intensidades para los haces Bessel de primer orden, haces Mathieu de séptimo orden con $q = 17$, y haces Weber con $\mu = 4$, respectivamente. Puede notarse que los resultados experimentales concuerdan con las simulaciones numéricas mostradas en las figuras 4.2 y 4.10.

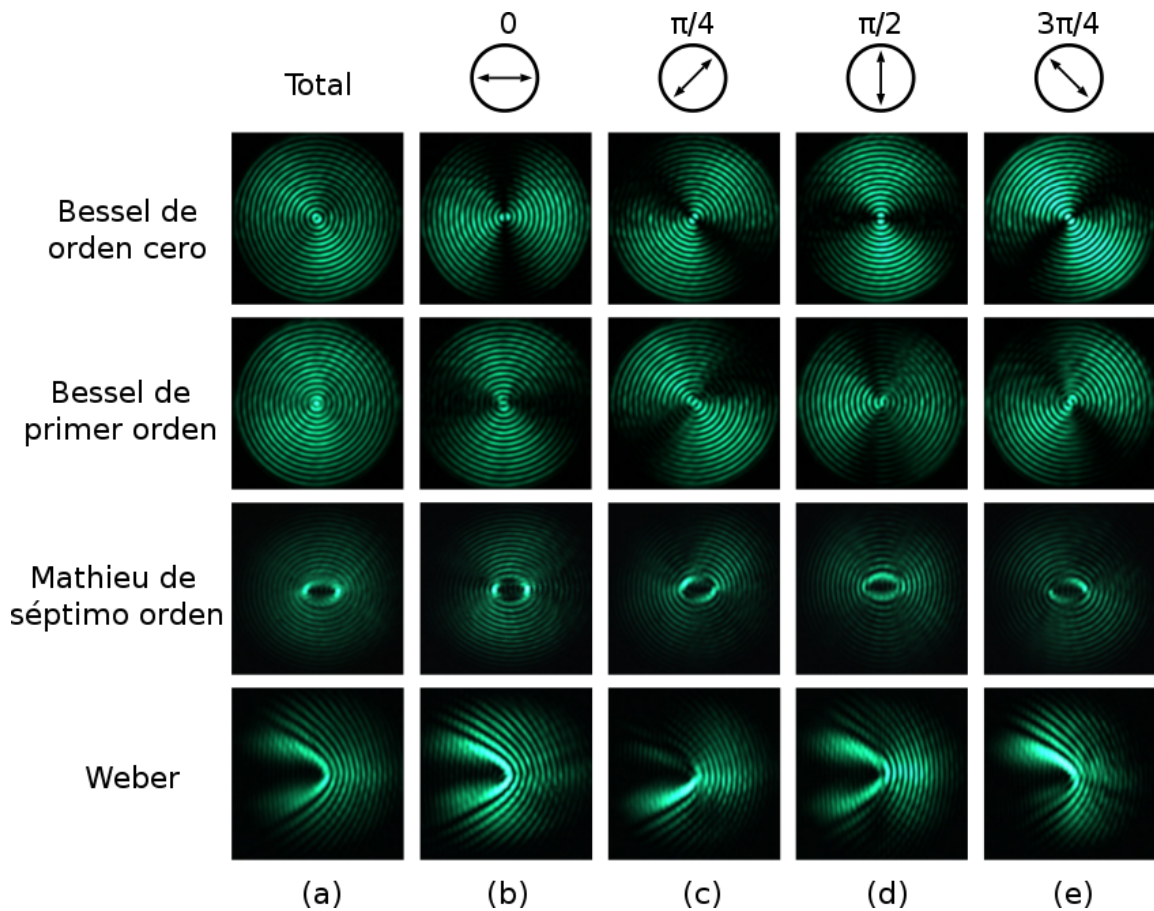


Figura 4.13: Haces vectoriales generados experimentalmente.

A pesar de la reconstrucción con alta eficiencia de los campos vectoriales en este trabajo, la cantidad de componentes ópticos necesarios para obtenerlos es relativamente grande, lo que ocasiona que al final del trayecto de la

luz en el arreglo experimental, donde se ubica la cámara CCD, los haces vectoriales presenten muchas pérdidas de energía. La eficiencia obtenida al final de la configuración de todo el experimento es alrededor de un 2%. Para fines de manipulación óptica, este resultado es deficiente puesto que la intensidad de los haces no es suficiente para llevar a cabo el atrapamiento de micropartículas. Sin embargo, se ha desarrollado una técnica que permite generar sus correspondientes haces escalares con alta eficiencia, por lo que se planteó realizar la manipulación de partículas acoplado este arreglo con un sistema de pinzas ópticas.

Capítulo 5

Manipulación de partículas utilizando vórtices anulares óptimos.

En los últimos años se han desarrollado técnicas para realizar manipulación de micropartículas utilizando haces estructurados de luz, tal como el haz Bessel [35, 104, 105], haces Mathieu [106], haces Airy [107, 108], y vórtices de luz [109–111], entre otros. Ésto ha atraído la atención de varios grupos de investigación debido a la capacidad de transferir el momento lineal y momento angular (OAM) que puede traer consigo un campo óptico. Últimamente se ha desarrollado una estructura óptica que permite la transferencia de OAM con una alta eficiencia denominada vórtice anular (AVB), para ello se han hecho varias aproximaciones para la generación de este tipo de haces utilizando placas de fase [112, 113], espejos deformables [114, 115] y el SLM [116–118]. En el capítulo anterior se demostró la capacidad de generar haces escalares con alta eficiencia utilizando un SLM, por lo que se dispone a utilizar campos ópticos escalares para

estudiar la interacción del momento angular con micropartículas capturadas.

Kishan Dholakia et al. [119] emplearon un axicón para crear una dona delgada de luz sin carga topológica, la cual utilizó para iluminar un SLM, donde se desplegaba un holograma con saltos de fase graduales a lo largo de un círculo para controlar dinámicamente la carga topológica de la dona de luz sin afectar el diámetro del vórtice. Sin embargo, en este tipo de arreglo difícilmente se podría modificar el ancho y el radio de la dona sin agregar por lo menos otro elemento óptico, como por ejemplo una lente. Además, las imperfecciones en el axicón y los errores de modulación de fase en el SLM afectan de manera negativa la calidad del perfil del vórtice, por lo que mencionan que es necesario utilizar una corrección adicional digital para lograr evitar los llamados “hot spots” que son las zonas donde el anillo tiene inhomogeneidades ocasionando que las partículas capturadas no roten de manera continua.

5.1. El vórtice perfecto.

En el trabajo de García-García et al. [120] se introduce el concepto de “vórtice perfecto”, el cual en teoría es un vórtice anular infinitamente delgado al cual se le puede atribuir una carga topológica arbitraria sin afectar el grosor o el radio del vórtice. Sin embargo, un anillo con estas características, experimentalmente sólo puede crearse con una aproximación física de este vórtice perfecto. En la búsqueda por encontrar una aproximación óptima que sea físicamente realizable del vórtice perfecto, Arrizón et al. [118, 121], proponen el uso de un elemento de fase difractivo que transforme un haz simétrico radialmente, como podría ser un haz gaussiano, en un vórtice de carga topológica q con un pico de intensidad máximo.

En el presente trabajo se hace la distinción de que este pico máximo de intensidad en los vórtices de luz trae consigo como consecuencia una transferencia óptima de momento angular a las micropartículas capturadas. La transmitancia de dicha placa de fase corresponde al kinoformo de un haz Bessel (BBK), el mismo descrito en la sección anterior que corresponde a la fase de un haz Bessel de orden q . A continuación se presenta la generación de un vórtice anular utilizando el BBK, el cual es iluminado con un haz gaussiano y se demuestra la capacidad de transferencia de momento angular a micropartículas. Se muestra tanto teórica como experimentalmente las características de los vórtices generados además de la medición de las velocidades de rotación alcanzadas por las partículas capturadas por estos campos ópticos. La densidad de momento angular orbital que provee un campo linealmente polarizado de la forma $E(r, \theta) = A(r) \exp(iq\theta)$, considerando la aproximación paraxial, está dado como [122]:

$$j_z = \frac{\epsilon_0}{2\omega} q |A(r)|^2, \quad (5.1)$$

donde ϵ_0 es la constante dieléctrica, ω es la frecuencia del campo, y q es el orden de la carga topológica. Como puede notarse en la ecuación 5.1, la densidad de OAM tiene un comportamiento lineal con respecto a la intensidad del campo, $|A(r)|^2$, y la carga topológica, q . Por lo tanto, es muy importante emplear campos con alta intensidad para lograr una eficiente transferencia de OAM.

5.2. Comparación de vórtices anulares.

Con fines de comparación se simularon vórtices anulares utilizando el BBK junto con otros métodos reportados, como el vórtice convencional (VB) y el ya mencionado axicón helicoidal (HA). La transmitancia de fase de estos elementos

puede ser expresado por la ecuación genérica

$$\rho(r, \theta) = f(r) \exp(iq\theta), \quad (5.2)$$

donde el factor radial $f(r)$ toma la forma

$$\begin{aligned} f_{VB}(r) &= 1, \\ f_{HA}(r) &= \exp(i2\pi\rho_0 r), \\ f_{BBK}(r) &= \text{sgn}\{J_q(2\pi\rho_0 r)\}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

para un vórtice convencional, un axicón helicoidal, y un BBK, respectivamente. En la ecuación 5.3, “sgn” se refiere al operador signo, J_q denota la función de Bessel de primer tipo de orden q , y ρ_0 es la frecuencia radial, este último parámetro permite controlar el radio del vórtice.

Considerando que para la generación de estos vórtices se iluminó con un haz gaussiano, $G(r) = \exp(-r^2/\omega_0^2)$, donde ω_0 es la cintura del haz. El campo transmitido por el elemento de fase definido en la ecuación 5.2 estaría dado por $G(r)f(r) \exp(iq\theta)$ y la amplitud compleja del vórtice anular, obtenida a partir de la transformada de Fourier del campo, está expresada como $S(\rho, \phi) = F(\rho) \exp(iq\phi)$, donde el factor radial es [118]

$$F(\rho) = 2\pi \int_0^\infty r f(r) \exp(-r^2/\omega_0^2) J_q(2\pi\rho r) dr, \quad (5.4)$$

la cual representa la transformada de Hankel de orden q de la función $f(r) \exp(-r^2/\omega_0^2)$.

El perfil radial de los vórtices anulares es calculado con la ecuación 5.4 al reemplazar $f(r)$ con la transmitancia radial de cualquier elemento de la ecuación 5.3. Un hecho importante es que el máximo valor posible de la intensidad $|F(\rho_0)|^2$,

para un radio dado ρ_0 , ocurre cuando $f(r)$ está dado por la transmitancia radial del BBK [118]

$$f_{BBK}(r) = \text{sgn} \{ J_q(2\pi\rho_0 r) \}. \quad (5.5)$$

De acuerdo con la ecuación 5.1, el vórtice anular con pico de intensidad óptimo dado por el BBK corresponde a una capacidad óptima para la transferencia de OAM a las partículas atrapadas.

Para ilustrar y comparar las características de los tres elementos descritos por la ecuación 5.3, se simulan los perfiles de intensidad transversales de algunos vórtices anulares, asumiendo que son iluminados por un haz gaussiano. Tales perfiles, dados por $|F(\rho)|^2$, fueron computados con la ecuación 5.4 para un rango de valores de ρ . En el caso de los VB, se obtuvieron los perfiles transversales de un vórtice anular, representado en la figura 5.1, para cargas topológicas de $q = 1$ y $q = 7$. Las gráficas de intensidad en este caso son normalizadas con respecto al pico de intensidad de un vórtice anular con carga $q = 1$.

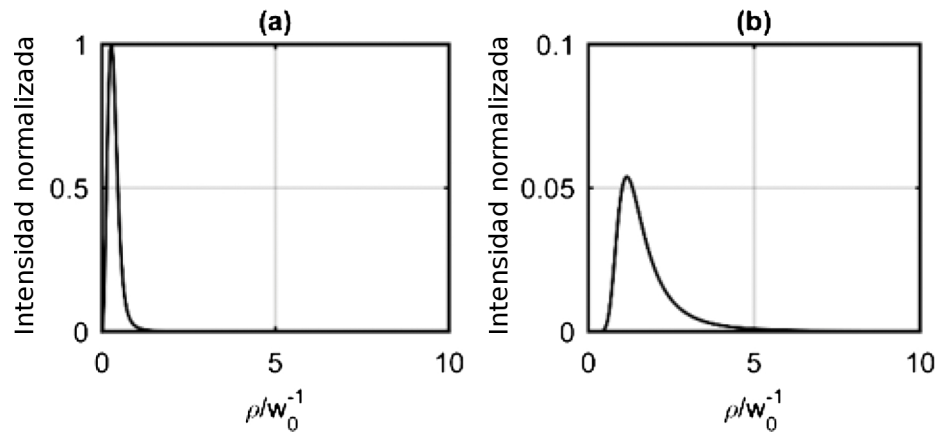


Figura 5.1: Perfil transversal normalizado de los AVBs del vórtice convencional con carga topológica de (a) $q = 1$ y (b) $q = 7$.

Como puede notarse en la figura 5.1, el radio de un vórtice anular generado

por un VB está determinado por la carga topológica q . Por otro lado, también alcanza a distinguirse en este caso que si la carga topológica se incrementa, el pico de intensidad decrece significativamente, y el ancho del perfil de intensidad aumenta volviéndose altamente asimétrico. Este comportamiento es un atributo no deseado para realizar pruebas de transferencia de OAM.

De acuerdo con la ecuación 5.3, para obtener el vórtice anular con un axicón helicoidal y un BBK, es necesario especificar la frecuencia radial ρ_0 . Para la simulación, se relaciona este parámetro con el radio del haz ω_0 como $\rho_0 = 6/\omega_0$. La figura 5.2 muestra los perfiles de intensidad del vórtice anular con carga topológica $q = 1$, $q = 7$, y $q = 12$. En la figura 5.2, la columna de la izquierda corresponde a los del BBK (figuras 5.2(a), (c) y (e)), y la de la derecha a los del HA (figuras 5.2(b), (d) y (f)). Para cada valor de q , las intensidades han sido normalizadas con respecto a los picos de intensidad obtenidos para el BBK.

Puede notarse claramente en las gráficas de la figura 5.2 que el radio de los vórtices anulares generados por los HAs y los BBKs corresponden a la frecuencia radial ρ_0 . Sin embargo, en la columna derecha de la figura anterior, puede verse que, cuando q se incrementa, los perfiles de intensidad de los vórtices anulares generados mediante los HAs se vuelven asimétricos, como en el caso de los VB, y sufren un pequeño corrimiento con respecto a ρ_0 . En cambio, para el caso de los BBKs, los perfiles de intensidad y el radio de los vórtices anulares permanecen casi constantes para diferentes cargas topológicas.

Otras de las características destacables de los vórtices anulares generados con BBK es su alta simetría y la propiedad de tener una anchura muy estrecha. Por tanto, el BBK es el elemento que posee las mejores características para generar un vórtice anular óptimo, el cual ofrece una notable ventaja para la transferencia de OAM a micropartículas.

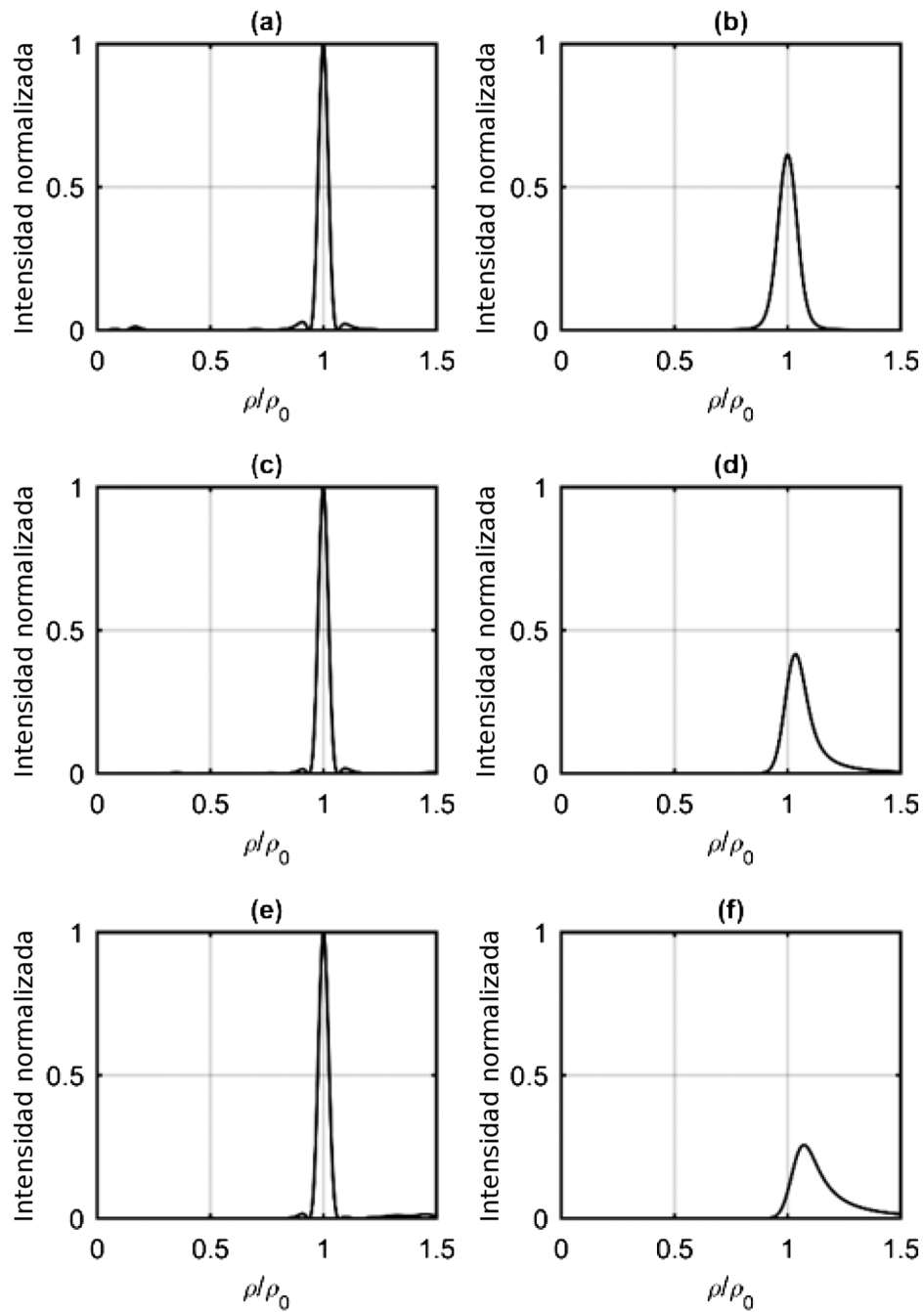


Figura 5.2: Perfil transversal normalizado de los AVBs del BBK (columna izquierda) y del HA (columna derecha) con cargas topológicas de (a), (b) $q = 1$; (c), (d) $q = 7$; y (e), (f) $q = 12$.

5.3. Manipulación de micropartículas con vórtices anulares.

Para la demostración experimental de la transferencia de OAM sólo se consideró el caso del BBK, puesto que los otros caso ya han sido reportados en otros trabajos [110, 119]. El arreglo experimental consta de un laser polarizado de Nd:YAG (Klasech, $\lambda = 532 \text{ nm}$, 1 W) como fuente de luz, una placa retardadora de media longitud de onda (HWP) junto con un divisor de haz polarizado fueron utilizados para controlar la intensidad del láser con la que se deseaba trabajar (ver figura 5.3). Para expandir el haz del láser, un objetivo de microscopio (MO) junto con un filtro espacial (FS) y una lente L_1 ($f = 15 \text{ cm}$) fueron utilizados, con ésto se aseguró la colimación del haz para iluminar homogéneamente la pantalla del SLM (Holoeye PLUTO), donde el holograma del BBK fue desplegado.

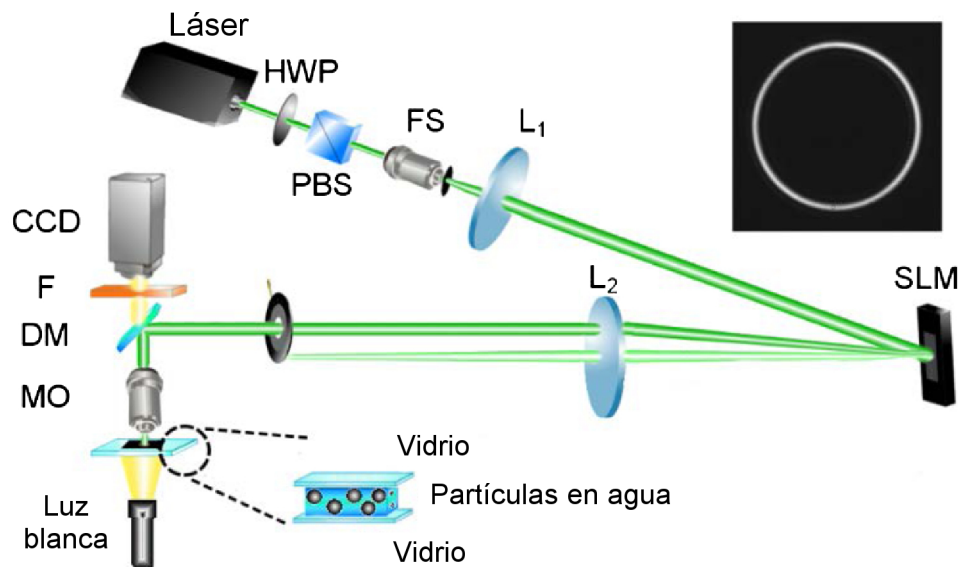


Figura 5.3: (a) Arreglo experimental utilizado para la manipulación de micropartículas utilizando un AVB óptico. (b) Captura del AVB proyectado en la muestra.

Para evitar el ruido causado por la luz no modulada del orden cero que se refleja en el SLM, el holograma del BBK fue codificado junto con una rejilla de fase lineal causando que el campo se genere fuera del origen. La frecuencia espacial de tal rejilla corresponde a $1/6$ del ancho de banda del SLM. Una lente L_2 ($f = 75$ cm), colocada a la misma distancia del modulador que su distancia focal, realiza la transformada de Fourier para obtener el vórtice anular en su plano focal anterior, y utilizando un diafragma de anchura variable, el campo generado es filtrado.

Para llevar a cabo la manipulación de partículas, se montó un sistema típico de pinzas ópticas, el cual está compuesto por un espejo dicróico (DM), un segundo objetivo de microscopio (MO), una lámpara blanca, un filtro (F), y una cámara CCD; que fue utilizado para proyectar el vórtice anular sobre la muestra. La muestra consiste en una suspensión coloidal de micropartículas de poliestireno con 3 micras de diámetro en agua. La muestra fue colocada entre dos portaobjetos de vidrio separados por un espaciador de plástico de 100 micras.

El ancho del haz gaussiano que iluminaba el plano del SLM era aproximadamente de $\omega_0 = 2,5$ mm, y la frecuencia radial empleada en el computo de la transmitancia del BBK estuvo dada por $\rho = \beta/\omega_0$ con (a) $\beta = 1$ y (b) $\beta = 2$. En la figura 5.3 se muestra el vórtice anular generado experimentalmente en el plano de la muestra cuando $\rho_0 = 2/\omega_0$ (0.8 mm^{-1}). Como puede observarse, el vórtice anular generado muestra una distribución de intensidad muy uniforme, por tanto permite evitar tener que aplicar técnicas de corrección digital adicionales.

Cuando la muestra es iluminada con el haz anular, las partículas cercanas al vórtice eran atrapadas y una vez que el anillo se llenaba formando un collar, las partículas comenzaban a rotar uniformemente, dando evidencia de la transferencia de OAM. La figura 5.4 muestra las partículas atrapadas dentro

del vórtice anular generado, con $\beta = 1$ y $\beta = 2$, los cuales corresponden a un vórtice con un radio aproximado de 5 y de $10\mu\text{m}$, respectivamente. Las flechas en las figuras indican la dirección de rotación de las micropartículas debido a la influencia del signo de la carga topológica.

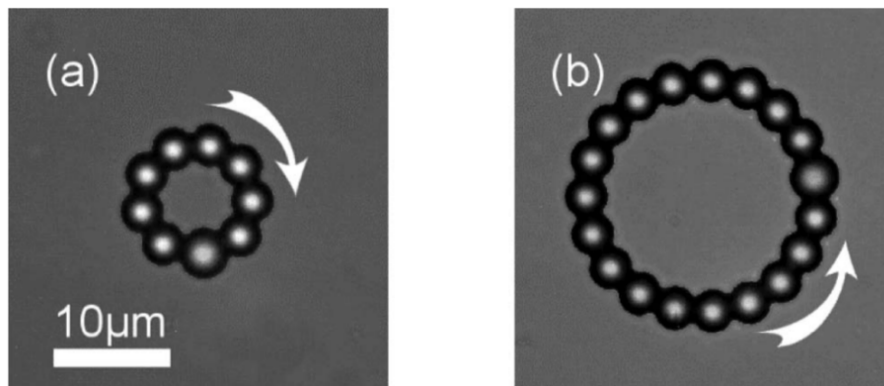


Figura 5.4: Imagen de las partículas de poliestireno con $3\mu\text{m}$ de diámetro atrapadas en un AVB con diferente radio, utilizando carga topológica (a) negativa y (b) positiva. La potencia del haz incidente contaba con 320mW.

La ventaja que se destaca de este método es que permite cambiar dinámicamente los parámetros de la trampa óptica, es decir, se puede variar fácilmente la intensidad, el radio, y la carga topológica del vórtice anular al cambiar el holograma desplegado en el SLM. Para esto simplemente se requiere de unos cambios menores en el código donde se está programando el campo óptico. Posteriormente se hizo un análisis del comportamiento y la medición de las velocidades de las partículas al cambiar estos parámetros.

5.4. Análisis de las partículas capturadas.

En la figura 5.5 puede verse representada la gráfica de la frecuencia de rotación de las partículas en el anillo contra la carga topológica del vórtice con un radio de $R \approx 5\mu\text{m}$ (círculos), y $R \approx 10\mu\text{m}$ (triángulos) utilizando una potencia constante de $P = 200\text{mW}$. Se puede observar que, de acuerdo con la ecuación 5.1, los resultados presentan un comportamiento lineal (la línea sólida corresponde al ajuste lineal de los datos experimentales). Para un vórtice anular de radio mayor, la razón de rotación disminuye (triángulos); ésto es de esperarse debido a que la intensidad total de campo óptico se distribuye sobre todo el anillo.

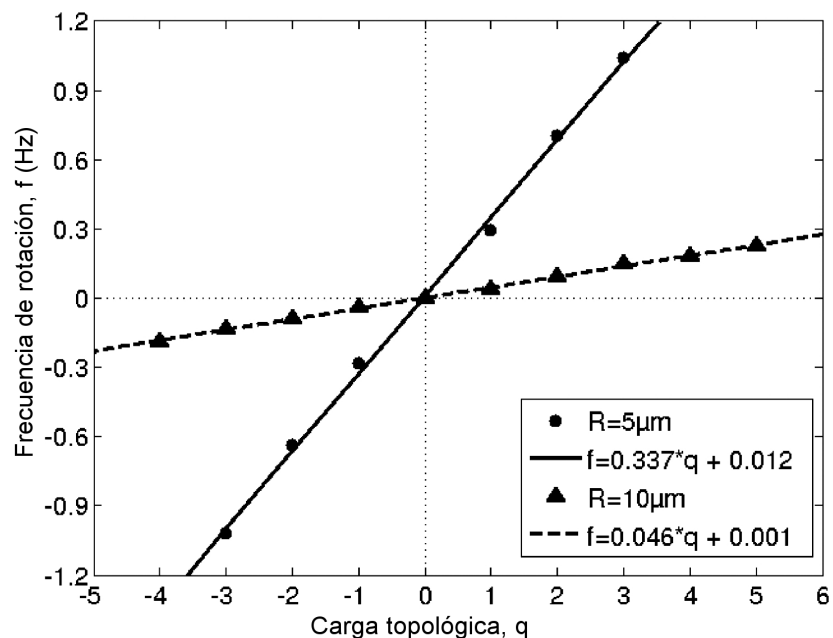


Figura 5.5: Frecuencia de rotación de las partículas utilizando diferentes valores de carga topológica para un AVB con radio $R \approx 5\mu\text{m}$ (círculos) y $R \approx 10\mu\text{m}$ (triángulos). La línea sólida representa el ajuste lineal de los datos experimentales.

En [115], la razón de rotación es de $\sim 1\text{ Hz}$, alcanzada utilizando una carga topológica mucho mayor ($q \sim 30$) y una potencia más grande, lo que enfatiza la eficiencia del método propuesto en este trabajo para experimentos de transferencia de OAM.

La figura 5.6 muestra los resultados de la frecuencia de rotación contra la potencia del haz que incidía en la muestra para un vórtice de radio constante $R \approx 5\mu\text{m}$ y una carga topológica de $q = 5$. En este caso, también se observa un comportamiento lineal que concuerda con la ecuación 5.1, por tanto se validan estas predicciones teóricas. Cabe mencionarse que para conseguir una rotación constante de las partículas, la limpieza del sustrato también tuvo un papel fundamental. Para ésto se utilizó un proceso de desgrasado y de limpieza utilizando la sustancia Hellmanex III.

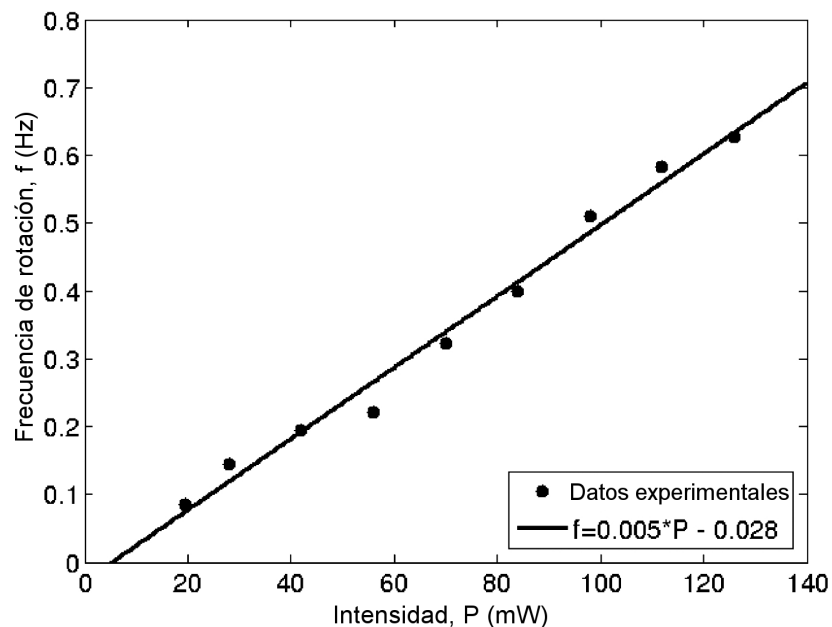


Figura 5.6: Frecuencia de rotación de las micropartículas en función de la intensidad del haz de entrada con $R \approx 5\mu\text{m}$. La línea sólida representa el ajuste lineal de los datos experimentales.

Puesto que la cámara CCD con la que se registraron los vídeos no es de alta velocidad (8 fps), el análisis para frecuencias de rotación más grandes ($q > 6$) o con potencias mayores ($> 200\text{mW}$) no fue posible, pero extrapolando los resultados obtenidos posiblemente se podrían alcanzar velocidades alrededor de los 10Hz para un vórtice de $5\mu\text{m}$ de radio con una carga topológica de 30.

En resumen, se ha mostrado un método eficiente para la generación de vórtices anulares empleando únicamente una placa de fase: el kinoformo de un haz Bessel de orden q . Este elemento de fase transforma un haz gaussiano en un vórtice anular con un radio y carga topológica determinada que proporciona un pico de intensidad máxima, convirtiéndose así en un vórtice anular óptimo para la transferencia de OAM a micropartículas. Remarcando el hecho de que no necesita ningún método de corrección adicional para mejorar la calidad del perfil transversal del campo óptico.

La generación de este tipo de vórtices demostró la invariancia de su radio con respecto a su carga topológica, lo que ofrece una gran ventaja en la transferencia de OAM a micropartículas. Se demostró que al utilizar partículas de poliestireno de $3\mu\text{m}$ se alcanzaron frecuencias de rotación alrededor de ~ 1.2 Hz con una potencia de $P = 200\text{mW}$, lo cual es un resultado 10 veces mayor en velocidad utilizando una tercera parte de energía en trabajos reportados previamente [123].

Capítulo 6

Conclusiones.

En este trabajo se ha demostrado una técnica para generar haces estructurados de gran calidad utilizando un arreglo interferométrico utilizando hologramas sintéticos de fase desplegados en un modulador espacial de luz. Es de gran importancia realizar una buena calibración y alineación de la configuración experimental para la obtención de campos ópticos de alta calidad. La importancia de este trabajo es la codificación de familias de haces adifraccionales en diferentes sistemas de coordenadas con una alta eficiencia como son los haces Bessel, Mathieu y Weber, que ya han sido bien estudiadas anteriormente.

De manera similar, se presentó que en la codificación se utilizó el kinoformo de los haces escalares $\Psi_{\pm}(r, \theta)$, debido a que este método de codificación provee una eficiencia de difracción muy alta comparada con otros métodos de codificación, como ya se ha mencionado. Para la reconstrucción de haces vectoriales, se demostró la generación y síntesis de campos con alta eficiencia, debido a que los términos de ruido lograron aislarse de los términos señal al ser implementados con un SLM. El arreglo óptico empleó un sistema 4-f y un interferómetro de camino común. El kinoformo es implementado en el SLM de

sólo fase, el cual es colocado a la entrada de un sistema 4-f, con la finalidad de realizar un filtraje espacial en el primer plano de Fourier para aislar el ruido del campo que se quiere reconstruir.

Para demostrar la efectividad de este método, se generaron haces Bessel vectoriales, así como los Mathieu y Weber, tanto numérica como experimentalmente. Puesto que la configuración experimental para la generación de haces vectoriales es muy grande, la intensidad registrada al final del trayecto de la luz no era suficiente para llevar a cabo la manipulación de partículas, por lo que se optó por emplear sus respectivas versiones de haces escalares en un sistema típico de pinzas ópticas.

Una vez que se rediseñó el arreglo experimental, se reconstruyó la transformada de Fourier de un haz Bessel para ser utilizada como un vórtice anular con la capacidad de modificar el valor de su carga topológica sin afectar el grosor o el diámetro del anillo. Además, este tipo de vórtice alcanza un pico máximo de intensidad por lo que se lograba una transferencia óptima de momento angular orbital a micropartículas. Cabe destacar que el vórtice generado contaba con una calidad y eficiencia muy alta puesto que no necesitaba correcciones adicionales para mejorar la calidad de su perfil de intensidad, y que en las pruebas realizadas se logró alcanzar velocidades de rotación mucho mayores que en otros trabajos reportados previamente.

6.0.1. Trabajo a futuro.

Debido a que el trayecto de la luz dentro del arreglo interferométrico para reconstruir los haces vectoriales es largo y atraviesa varias componentes ópticas,

se van acumulando grandes pérdidas al obtener el campo deseado, es por eso que no fue posible llevar a cabo la manipulación de micropartículas utilizando este tipo de haz. El reto es diseñar una configuración experimental en la cual el número de componentes ópticas utilizadas sea el menor posible, o bien, se plantea hacer uso de placas retardadoras especiales, como las llamadas placas S, capaces de transformar un haz con polarización lineal en un haz con polarización radial o azimutal.

Una vez logrado ésto, el siguiente paso sería estudiar la interacción de los haces vectoriales con partículas capturadas, esperando que se llegue a notar la transferencia de momento angular de espín debido a los gradientes de polarización que traen consigo este tipo de campos ópticos. Además de experimentar con la generación de campos vectoriales que posean otras simetrías diferentes reportadas hasta el momento.

Apéndice A

A.1. Potenciales escalares y vectoriales

En general, cualquier solución a la ecuación de onda de la forma separable:

$$\vec{\Psi} = \psi(q_1, q_2) \exp i(k_z z - \omega t). \quad (1)$$

Donde la amplitud es dependiente de coordenadas cilíndricas transversales, representa un campo óptico invariante a la propagación. Como son las ondas planas (x, y, z) , circulares cilíndricas (ρ, φ, z) , elípticas cilíndricas (u, v, z) , y parabólicas (ξ, η, z) .

$$\psi(q_1, q_2) = Q_1(q_1)Q_2(q_2). \quad (2)$$

Se propone construir una solución a la ecuación de Helmholtz partiendo de campos arbitrarios que cumplan que:

$$\vec{M}(\vec{r}) = \nabla \times [\hat{a}\Psi(\vec{r})], \quad (3)$$

$$\vec{N}(\vec{r}) = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M}. \quad (4)$$

Al desarrollar estas expresiones pueden verse como

$$\vec{M} = \nabla \times [\hat{a}\Psi(\vec{r})] = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \Psi_s(\vec{r}) \end{vmatrix}, \quad (5)$$

$$= \left[\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial y} - \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial x} \right] \Phi(\vec{\rho}) \exp(ik_z z), \quad (6)$$

$$= \left[\hat{e}_1 \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial q_2} - \hat{e}_2 \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial q_1} \right] \Phi(q_1, q_2) \exp(ik_z z). \quad (7)$$

$$\vec{N} = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M} = \frac{1}{k} \nabla \times (\nabla \times \vec{a}\Psi(\vec{r})), \quad (8)$$

$$= \frac{1}{k} [\nabla(\nabla \cdot \vec{a}\Psi(\vec{r})) - \nabla^2 \vec{a}\Psi(\vec{r})], \quad (9)$$

$$= \frac{1}{k} \left[\nabla \left(\frac{\partial}{\partial z} \Psi(\vec{r}) \right) - \hat{e}_z \nabla^2 \Psi(\vec{r}) \right]. \quad (10)$$

Tomando que $\Psi(\vec{r}) = \Phi(\vec{\rho}) \exp i(k_z z)$,

$$\vec{N} = \frac{1}{k} \left[\nabla \left(\frac{\partial}{\partial z} \Psi(\vec{r}) \right) - \hat{e}_z \nabla^2 \Psi(\vec{r}) \right], \quad (11)$$

$$= \frac{1}{k} \left[\nabla_T \left(\frac{\partial}{\partial z} \Psi(\vec{r}) \right) + \hat{e}_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Psi(\vec{r}) - \hat{e}_z (\nabla_T^2 + \nabla_z^2) \Psi(\vec{r}) \right], \quad (12)$$

$$= \frac{1}{k} \left[\nabla_T \left(\frac{\partial}{\partial z} \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \right) + \hat{e}_z k_T^2 \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \right], \quad (13)$$

$$= \frac{1}{k} \left[\nabla_T (ik_z \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z)) + \hat{e}_z k_T^2 \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \right], \quad (14)$$

$$= \frac{1}{k} \left[\nabla_T (ik_z \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z)) + \hat{e}_z k_T^2 \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \right], \quad (15)$$

$$= \frac{1}{k} [ik_z \nabla_T + k_T^2 \hat{e}_z] \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z), \quad (16)$$

$$\vec{N} = \frac{1}{k} [ik_z \nabla_T + k_T^2 \hat{e}_z] \Phi_s(q_1, q_2) \exp(ik_z z). \quad (17)$$

A.2. Estados circularmente polarizados

Dados los vectores de Jones:

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Para la polarización circular izquierda y polarización circular derecha, respectivamente, se puede construir la siguiente base

$$\hat{e}_{\pm} = \frac{\hat{e}_x \pm i\hat{e}_y}{\sqrt{2}}, \quad \hat{e}_z = \hat{e}_z. \quad (20)$$

Y viceversa:

$$\hat{e}_x = \frac{\hat{e}_+ + \hat{e}_-}{\sqrt{2}}, \quad \hat{e}_y = \frac{\hat{e}_+ - \hat{e}_-}{i\sqrt{2}}, \quad \hat{e}_z = \hat{e}_z. \quad (21)$$

Lo que permite escribir cualquier vector $\vec{V} = V_x\hat{e}_x + V_y\hat{e}_y + V_z\hat{e}_z$, en términos de esta base ortonormal, es decir,

$$\vec{V} = V_x \left(\frac{\hat{e}_+ + \hat{e}_-}{\sqrt{2}} \right) + V_y \left(\frac{\hat{e}_+ - \hat{e}_-}{i\sqrt{2}} \right) + V_z\hat{e}_z, \quad (22)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{e}_+(V_x - iV_y) + \hat{e}_-(V_x + iV_y)] + V_z\hat{e}_z, \quad (23)$$

$$= \hat{e}_+ V_- + \hat{e}_- V_+ + V_z\hat{e}_z, \quad (24)$$

En donde $V_{\pm} = \frac{V_x \pm iV_y}{\sqrt{2}}$. Calculando el gradiente de dicho vector, se tiene que

$$\nabla \vec{V} = \hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} \vec{V} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \vec{V} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \vec{V}, \quad (25)$$

$$= \left(\frac{\hat{e}_+ + \hat{e}_-}{\sqrt{2}} \right) \frac{\partial}{\partial x} \vec{V} + \left(\frac{\hat{e}_+ - \hat{e}_-}{i\sqrt{2}} \right) \frac{\partial}{\partial y} \vec{V} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \vec{V}, \quad (26)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{e}_+ \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \vec{V} + \hat{e}_- \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \vec{V} \right] + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \vec{V}, \quad (27)$$

$$= \hat{e}_+ k_T \hat{U}^- \vec{V} + \hat{e}_- k_T \hat{U}^+ \vec{V} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \vec{V}. \quad (28)$$

Donde se define el operador $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \pm i \frac{\partial}{\partial y} \right) \equiv k_T \hat{U}^\pm$.

En el método utilizado, para este trabajo, se utiliza esta base para la generación experimental de haces vectoriales, por lo que se reescriben los vectores \vec{M} y \vec{N} de la siguiente manera,

$$\vec{M} = \left[\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial y} - \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial x} \right] \Phi_s(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \quad (29)$$

$$= \left[\left(\frac{\hat{e}_+ + \hat{e}_-}{\sqrt{2}} \right) \frac{\partial}{\partial y} - \left(\frac{\hat{e}_+ - \hat{e}_-}{i\sqrt{2}} \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] \Phi(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \quad (30)$$

$$= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{e}_+ \left(\frac{\partial}{\partial y} + i \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{e}_- \left(\frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \Phi(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \quad (31)$$

$$= \left[\frac{i}{\sqrt{2}} \hat{e}_+ \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{i}{\sqrt{2}} \hat{e}_- \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] \Phi(\vec{\rho}) \exp(ik_z z) \quad (32)$$

$$\vec{M} = ik_T \left[\hat{e}_+ \hat{U}^- - \hat{e}_- \hat{U}^+ \right] \Phi(\vec{\rho}) \exp(ik_z z). \quad (33)$$

$$\vec{N} = \frac{1}{k} \left[ik_z \nabla_T + k_T^2 \hat{e}_z \right] \Phi(\rho) \exp(ik_z z) \quad (34)$$

$$= \frac{ik_z}{k} \left[\hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{k_T^2}{ik_z} \hat{e}_z \right] \Phi(\rho) \exp(ik_z z) \quad (35)$$

$$= \frac{ik_z}{k} \left[\left(\frac{\hat{e}_+ + \hat{e}_-}{\sqrt{2}} \right) \frac{\partial}{\partial x} + \left(\frac{\hat{e}_+ - \hat{e}_-}{i\sqrt{2}} \right) \frac{\partial}{\partial y} - i \frac{k_T^2}{k_z} \hat{e}_z \right] \Phi(\rho) \exp(ik_z z) \quad (36)$$

$$= \frac{ik_z}{k} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{e}_+ \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{e}_- \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) - i \frac{k_T^2}{k_z} \hat{e}_z \right] \Phi(\rho) \exp(ik_z z) \quad (37)$$

$$\vec{N} = ik_T \frac{k_z}{k} \left[\hat{e}_+ \hat{U}^- - \hat{e}_- \hat{U}^+ - i \frac{k_T}{k_z} \hat{e}_z \right] \Phi(\vec{\rho}) \exp(ik_z z). \quad (38)$$

Una vez que se tienen estas ecuaciones se puede llegar a la expresión general para la generación de haces vectoriales utilizando como base los vectores de Jones para polarización circular, nos queda que la ecuación $\vec{E} = c\vec{M} + d\vec{N}$, puede escribirse como

$$\vec{E} = \left\{ ik_T c [\hat{e}_+ \hat{U}^- - \hat{e}_- \hat{U}^+] + idk_T \frac{k_z}{k} \left[\hat{e}_+ \hat{U}^- + \hat{e}_- \hat{U}^+ - i \frac{k_T}{k_z} \hat{e}_z \right] \right\} \Psi(\vec{r}) \quad (39)$$

$$= \left\{ \left[ick_T \hat{U}^- + idk_T \frac{k_z}{k} \hat{U}^- \right] \hat{e}_+ + \left[-ick_T \hat{U}^+ + idk_T \frac{k_z}{k} \hat{U}^+ \right] \hat{e}_- + d \frac{k_T^2}{k} \hat{e}_z \right\} \Psi(\vec{r}) \quad (40)$$

$$\vec{E} = \left\{ \left[ick_T + idk_T \frac{k_z}{k} \right] \hat{U}^- \hat{e}_+ + \left[-ick_T + idk_T \frac{k_z}{k} \right] \hat{U}^+ \hat{e}_- + d \frac{k_T^2}{k} \hat{e}_z \right\} \Psi(\vec{r}). \quad (41)$$

En donde c y d son constantes, y la función $\Psi(\vec{r})$ representa la solución escalar a la ecuación de Helmholtz.

Índice de figuras

2.1. Esquema de la elipse de polarización.	13
2.2. Ejemplo de los vectores de Jones.	15
2.3. Esquema representativo de las coordenadas circulares cilíndricas.	19
2.4. Esquema representativo de las coordenadas elípticas cilíndricas [29].	21
2.5. Esquema representativo de las coordenadas parabólicas cilíndricas [32].	22
3.1. Esquema del arreglo convencional para pinzas ópticas utilizando un SLM [67].	32
3.2. Funcionamiento del SLM.	37
3.3. Condición para el filtraje espacial, en el plano de Fourier, $S(u, v)$, siendo la transformadora de Fourier del término señal debe estar separado de $CN(u, v)$, que es el ruido codificado en el holograma.	39
4.1. Esquema del arreglo experimental para generar campos ópticos arbitrarios propuesto por Maurer et al. [92].	43
4.2. Ejemplos de haces vectoriales utilizando su solución analítica. La primera fila muestra un haz Bessel de orden cero, mientras que la segunda muestra un haz Bessel de primer orden. En la tercera y cuarta fila se muestra un haz Mathieu y un haz Weber.	45

4.3. Componente transversal de los vectores de Poynting para los haces vectoriales. (a) Haz Bessel de primer orden, (b) haz vectorial Mathieu de séptimo orden, y (c) haz vectorial Weber 46

4.4. Transmitancia de la rejilla utilizada para la caracterización del SLM. 48

4.5. 48

4.6. Representación esquemática de la superposición de rejillas a un cuarto de la distancia de Talbot. 50

4.7. Rejilla capturada con la CCD y máscara utilizada para la caracterización del SLM. 52

4.8. Curva de modulación del SLM. 52

4.9. Espectros de Fourier para los kinoformas correspondientes. Se muestran los espectros para el haz Bessel orden cero, Bessel de primer orden, haz Mathieu y el haz Weber en la primera, segunda, tercera y cuarta fila, respectivamente. (a) Espectro de Fourier del kinoformo, (b) y (c) los espectros filtrados para $\Psi_{\pm} \exp(-i2\pi u_0 x)$. . 54

4.10. Simulación de los haces vectoriales reconstruidos utilizando su kinoformo. Se muestra el haz Bessel orden cero, Bessel de primer orden, haz Mathieu y el haz Weber en la primera, segunda, tercera y cuarta fila, respectivamente. A partir de la segunda fila se muestra la captura del haz tomada después de atravesar un analizador rotado en $\phi = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ 56

4.11. Arreglo experimental para la generación de haces vectoriales. . . 58

4.12. Hologramas sintéticos de fase utilizados para la generación de haces vectoriales (a) Bessel de primer orden, (b) Mathieu y (c) Weber. 59

4.13. Haces vectoriales generados experimentalmente. 61

5.1. Perfil transversal normalizado de los AVBs del vórtice convencional con carga topológica de (a) $q = 1$ y (b) $q = 7$ 67

5.2. Perfil transversal normalizado de los AVBs del BBK (columna izquierda) y del HA (columna derecha) con cargas topológicas de (a), (b) $q = 1$; (c), (d) $q = 7$; y (e), (f) $q = 12$ 69

5.3. (a) Arreglo experimental utilizado para la manipulación de micropartículas utilizando un AVB óptimo. (b) Captura del AVB proyectado en la muestra. 70

5.4. Imagen de las partículas de poliestireno con $3\mu\text{m}$ de diámetro atrapadas en un AVB con diferente radio, utilizando carga topológica (a) negativa y (b) positiva. La potencia del haz incidente contaba con 320mW. 72

5.5. Frecuencia de rotación de las partículas utilizando diferentes valores de carga topológica para un AVB con radio $R \approx 5\mu\text{m}$ (círculos) y $R \approx 10\mu\text{m}$ (triángulos). La línea sólida representa el ajuste lineal de los datos experimentales. 73

5.6. Frecuencia de rotación de las micropartículas en función de la intensidad del haz de entrada con $R \approx 5\mu\text{m}$. La línea sólida representa el ajuste lineal de los datos experimentales. 74

Bibliografía

- [1] Ashkin A, Dziedzic J, Bjorkholm J, Chu S. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics letters*. 1986;11(5):288–290.
- [2] Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical review letters*. 1970;24(4):156.
- [3] Grier DG. *A revolution in optical manipulation*. *Nature*. 2003;424(6950):810–816.
- [4] Andrews DL, Babiker M. *The angular momentum of light*. Cambridge University Press; 2012.
- [5] Andrews DL. *Structured light and its applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces*. Academic Press; 2011.
- [6] Dickey FM, Lizotte TE, Holswade SC, Shealy DL. *Laser beam shaping applications*. CRC Press; 2005.
- [7] Woerdemann M. *Structured Light Fields: Applications in Optical Trapping, Manipulation, and Organisation*. Springer Science & Business Media; 2012.

- [8] Chowdhury A, Ackerson BJ, Clark NA. Laser-induced freezing. *Physical review letters*. 1985;55(8):833.
- [9] Bechinger C, Brunner M, Leiderer P. Phase behavior of two-dimensional colloidal systems in the presence of periodic light fields. *Physical review letters*. 2001;86(5):930.
- [10] Brunner M, Bechinger C. Phase behavior of colloidal molecular crystals on triangular light lattices. *Physical review letters*. 2002;88(24):248302.
- [11] Reichhardt C, Olson C. Novel colloidal crystalline states on two-dimensional periodic substrates. *Physical review letters*. 2002;88(24):248301.
- [12] Mangold K, Leiderer P, Bechinger C. Phase transitions of colloidal monolayers in periodic pinning arrays. *Physical review letters*. 2003;90(15):158302.
- [13] Jain K, Dunn TJ, Hoffman JM. Seamless, maskless lithography system using spatial light modulator. Google Patents; 2001. US Patent 6,312,134.
- [14] Kim KR, Yi J, Cho SH, Kang NH, Cho MW, Shin BS, et al. SLM-based maskless lithography for TFT-LCD. *Applied Surface Science*. 2009;255(18):7835–7840.
- [15] Scott G, McArdle N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon. *Optical Engineering*. 1992;31(12):2640–2643.
- [16] Sasaki K, Koshioka M, Misawa H, Kitamura N, Masuhara H. Laser-scanning micromanipulation and spatial patterning of fine particles. *Japanese journal of applied physics*. 1991;30(5B):L907.

- [17] Dholakia K, Čižmár T. Shaping the future of manipulation. *Nature Photonics*. 2011;5(6):335–342.
- [18] Gabor D, et al. A new microscopic principle. *Nature*. 1948;161(4098):777–778.
- [19] Arrizón V, Ruiz U, Carrada R, González LA. *Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields*. *JOSA A*. 2007;24(11):3500–3507.
- [20] Jesacher A, Maurer C, Schwaighofer A, Bernet S, Ritsch-Marte M. *Near-perfect hologram reconstruction with a spatial light modulator*. *Optics Express*. 2008;16(4):2597–2603.
- [21] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Advances in Optics and Photonics*. 2009;1(1):1–57.
- [22] Zhan Q. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization. *Optics express*. 2004;12(15):3377–3382.
- [23] Bouhelier A, Beversluis M, Hartschuh A, Novotny L. Near-field second-harmonic generation induced by local field enhancement. *Physical review letters*. 2003;90(1):013903.
- [24] Goldstein DH. *Polarized light*. CRC Press; 2016.
- [25] Morse PM, Feshbach H, et al. *Methods of theoretical physics*. vol. 1. McGraw-Hill New York; 1953.
- [26] Chávez-Cerda S. A new approach to Bessel beams. *journal of modern optics*. 1999;46(6):923–930.
- [27] Hernández-Nolasco JA. *Familias de campos ondulatorios fundamentales de la ecuación de Helmholtz en sistemas de coordenadas curvillíneas*

ortogonales; 2006.

- [28] Gutiérrez-Vega JC, Iturbe-Castillo M, Chávez-Cerda S. *Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams*. Optics letters. 2000;25(20):1493–1495.
- [29] Gutiérrez-Vega J, Iturbe-Castillo M, Ramírez G, Tepichin E, Rodríguez-Dagnino R, Chávez-Cerda S, et al. *Experimental demonstration of optical Mathieu beams*. Optics Communications. 2001;195(1):35–40.
- [30] Gutiérrez-Vega JC, Rodríguez-Dagnino R, Meneses-Nava M, Chávez-Cerda S. *Mathieu functions, a visual approach*. American Journal of Physics. 2003;71(3):233–242.
- [31] Bandres MA, Gutiérrez-Vega JC, Chávez-Cerda S. *Parabolic nondiffracting optical wave fields*. Optics letters. 2004;29(1):44–46.
- [32] Moon P, Spencer DE. *Field theory handbook: including coordinate systems, differential equations and their solutions*. Springer; 2012.
- [33] Lerman GM, Stern L, Levy U. *Generation and tight focusing of hybridly polarized vector beams*. Optics express. 2010;18(26):27650–27657.
- [34] Zhan Q. *Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications*. Advances in Optics and Photonics. 2009;1(1):1–57.
- [35] Volke-Sepulveda K, Garcés-Chávez V, Chávez-Cerda S, Arlt J, Dholakia K. *Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam*. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics. 2002;4(2):S82.
- [36] Yao AM, Padgett MJ. *Orbital angular momentum: origins, behavior and applications*. Advances in Optics and Photonics. 2011;3(2):161–204.

- [37] Tamburini F, Mari E, Sponselli A, Thidé B, Bianchini A, Romanato F. *Encoding many channels on the same frequency through radio vorticity: first experimental test*. New Journal of Physics. 2012;14(3):033001.
- [38] Ornigotti M, Aiello A. *Radially and azimuthally polarized nonparaxial Bessel beams made simple*. Optics express. 2013;21(13):15530–15537.
- [39] Volke-Sepulveda K, Ley-Koo E. *General construction and connections of vector propagation invariant optical fields: TE and TM modes and polarization states*. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. 2006;8(10):867.
- [40] Dudley A, Li Y, Mhlanga T, Escuti M, Forbes A. *Generating and measuring nondiffracting vector Bessel beams*. Optics letters. 2013;38(17):3429–3432.
- [41] Bomzon Z, Biener G, Kleiner V, Hasman E. *Radially and azimuthally polarized beams generated by space-variant dielectric subwavelength gratings*. Optics letters. 2002;27(5):285–287.
- [42] Lin J, Genevet P, Kats MA, Antoniou N, Capasso F. *Nanostructured holograms for broadband manipulation of vector beams*. Nano letters. 2013;13(9):4269–4274.
- [43] Neil MA, Massoumian F, Juškaitis R, Wilson T. *Method for the generation of arbitrary complex vector wave fronts*. Optics letters. 2002;27(21):1929–1931.
- [44] Wang XL, Ding J, Ni WJ, Guo CS, Wang HT. *Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement*. Optics letters. 2007;32(24):3549–3551.

- [45] Flores-Pérez A, Hernández-Hernández J, Jáuregui R, Volke-Sepúlveda K. *Experimental generation and analysis of first-order TE and TM Bessel modes in free space*. Optics letters. 2006;31(11):1732–1734.
- [46] Maurer C, Jesacher A, Bernet S, Ritsch-Marte M. *What spatial light modulators can do for optical microscopy*. Laser & Photonics Reviews. 2011;5(1):81–101.
- [47] He H, Heckenberg N, Rubinsztein-Dunlop H. *Optical particle trapping with higher-order doughnut beams produced using high efficiency computer generated holograms*. Journal of Modern Optics. 1995;42(1):217–223.
- [48] Greene PL, Hall DG. *Properties and diffraction of vector Bessel–Gauss beams*. JOSA A. 1998;15(12):3020–3027.
- [49] Stratton JA. *Electromagnetic theory*. John Wiley & Sons; 2007.
- [50] MacDonald M, Spalding G, Dholakia K. *Microfluidic sorting in an optical lattice*. Nature. 2003;426(6965):421–424.
- [51] Mu W, Li Z, Luan L, Spalding G, Wang G, Ketterson JB. *Force measurement on microspheres in an optical standing wave*. JOSA B. 2008;25(5):763–767.
- [52] Schonbrun E, Piestun R, Jordan P, Cooper J, Wulff KD, Courtial J, et al. *3D interferometric optical tweezers using a single spatial light modulator*. Optics express. 2005;13(10):3777–3786.
- [53] Pelton M, Ladavac K, Grier DG. *Transport and fractionation in periodic potential-energy landscapes*. Physical Review E. 2004;70(3):031108.
- [54] MacDonald M, Neale S, Paterson L, Richies A, Dholakia K, Spalding G. *Cell cytometry with a light touch: sorting microscopic matter with an*

- optical lattice. *Journal of biological regulators and homeostatic agents*. 2003;18(2):200–205.
- [55] Smith RL, Spalding G, Neale S, Dholakia K, MacDonald M. Colloidal traffic in static and dynamic optical lattices. In: *SPIE Optics+ Photonics*. International Society for Optics and Photonics; 2006. p. 63262N–63262N.
- [56] Smith RL, Spalding G, Dholakia K, MacDonald M. Colloidal sorting in dynamic optical lattices. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2007;9(8):S134.
- [57] Di Leonardo R, Leach J, Mushfique H, Cooper J, Ruocco G, Padgett M. Multipoint holographic optical velocimetry in microfluidic systems. *Physical review letters*. 2006;96(13):134502.
- [58] Terray A, Oakey J, Marr DW. Microfluidic control using colloidal devices. *Science*. 2002;296(5574):1841–1844.
- [59] Ericsson M, Hanstorp D, Hagberg P, Enger J, Nyström T. Sorting out bacterial viability with optical tweezers. *Journal of bacteriology*. 2000;182(19):5551–5555.
- [60] Bechinger C, Brunner M, Leiderer P. Phase behavior of two-dimensional colloidal systems in the presence of periodic light fields. *Physical review letters*. 2001;86(5):930.
- [61] Brunner M, Bechinger C. Phase behavior of colloidal molecular crystals on triangular light lattices. *Physical review letters*. 2002;88(24):248302.
- [62] Reichhardt C, Olson C. Novel colloidal crystalline states on two-dimensional periodic substrates. *Physical review letters*. 2002;88(24):248301.

- [63] Mangold K, Leiderer P, Bechinger C. Phase transitions of colloidal monolayers in periodic pinning arrays. *Physical review letters*. 2003;90(15):158302.
- [64] Neuman KC, Block SM. Optical trapping. *Review of scientific instruments*. 2004;75(9):2787–2809.
- [65] Horst Avd. High-refractive index particles in counter-propagating optical tweezers-manipulation and forces. 2006;.
- [66] van der Horst A, van Oostrum PD, Moroz A, van Blaaderen A, Dogterom M. High trapping forces for high-refractive index particles trapped in dynamic arrays of counterpropagating optical tweezers. *Applied optics*. 2008;47(17):3196–3202.
- [67] Whyte G, Gibson G, Leach J, Padgett M, Robert D, Miles M. An optical trapped microhand for manipulating micron-sized objects. *Optics express*. 2006;14(25):12497–12502.
- [68] Fournier JMR, Burns MM, Golovchenko JA. Writing diffractive structures by optical trapping. In: *IS&T/SPIE's Symposium on Electronic Imaging: Science & Technology*. International Society for Optics and Photonics; 1995. p. 101–111.
- [69] Mennerat-Robilliard C, Boiron D, Fournier J, Aradian A, Horak P, Grynberg G. Cooling cesium atoms in a Talbot lattice. *EPL (Europhysics Letters)*. 1998;44(4):442.
- [70] Schmitz C, Spatz J, Curtis J. High-precision steering of multiple holographic optical traps. *Optics express*. 2005;13(21):8678–8685.
- [71] He H, Friese M, Heckenberg N, Rubinsztein-Dunlop H. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam

- with a phase singularity. *Physical Review Letters*. 1995;75(5):826.
- [72] Dufresne ER, Spalding GC, Dearing MT, Sheets SA, Grier DG. Computer-generated holographic optical tweezer arrays. *Review of Scientific Instruments*. 2001;72(3):1810–1816.
- [73] Curtis JE, Koss BA, Grier DG. Dynamic holographic optical tweezers. *Optics Communications*. 2002;207(1):169–175.
- [74] Arrizón V. *Improved double-phase computer-generated holograms implemented with phase-modulation devices*. *Optics letters*. 2002;27(8):595–597.
- [75] Efron U. *Spatial light modulator technology: materials, devices, and applications*. vol. 47. CRC Press; 1994.
- [76] Liesener J, Reicherter M, Haist T, Tiziani H. *Multi-functional optical tweezers using computer-generated holograms*. *Optics Communications*. 2000;185(1):77–82.
- [77] Dholakia K, Čižmár T. *Shaping the future of manipulation*. *Nature Photonics*. 2011;5(6):335–342.
- [78] Nikolenko V, Peterka DS, Araya R, Woodruff A, Yuste R. *Spatial light modulator microscopy*. *Cold Spring Harbor Protocols*. 2013;2013(12):500.
- [79] Nikolenko V, Watson BO, Araya R, Woodruff A, Peterka DS, Yuste R. *SLM Microscopy: scanless two-photon imaging and photostimulation using spatial light modulators*. *Frontiers in neural circuits*. 2008;2:5.
- [80] Cutrona L, Leith E, Palermo C, Porcello L. *Optical data processing and filtering systems*. *IRE Transactions on Information Theory*. 1960;6(3):386–400.

- [81] Goodman J. *Analog optical information processing*. Introduction to Fourier optics. 1996;p. 217–294.
- [82] Tricoles G. Computer generated holograms: an historical review. *Applied optics*. 1987;26(20):4351–4360.
- [83] Davis JA, McNamara DE, Cottrell DM, Sonehara T. Two-dimensional polarization encoding with a phase-only liquid-crystal spatial light modulator. *Applied Optics*. 2000;39(10):1549–1554.
- [84] Lesem L, Hirsch P, Jordan J. *The kinoform: a new wavefront reconstruction device*. *IBM Journal of Research and Development*. 1969;13(2):150–155.
- [85] Wyrowski F. *Upper bound of the diffraction efficiency of diffractive phase elements*. *Optics letters*. 1991;16(24):1915–1917.
- [86] Durnin J. *Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory*. *JOSA A*. 1987;4(4):651–654.
- [87] McGloin D, Dholakia K. *Bessel beams: diffraction in a new light*. *Contemporary Physics*. 2005;46(1):15–28.
- [88] Vasara A, Turunen J, Friberg AT. *Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms*. *JOSA A*. 1989;6(11):1748–1754.
- [89] Arlt J, Dholakia K. *Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon*. *Optics Communications*. 2000;177(1):297–301.
- [90] Méndez G, Fernandez-Vazquez A. *Generation of an arbitrary nondiffractive optical field with upper bound diffraction efficiency: Theory and experimental generation of Parabolic fields*. *Optics Communications*. 2013;309:175–179.

- [91] Fernandez-Vazquez A, Méndez G. *On the generation of optical fields satisfying the upper bound diffraction efficiency using phase holograms*. Optics Communications. 2013;301:46–51.
- [92] Maurer C, Jesacher A, Fürhapter S, Bernet S, Ritsch-Marte M. *Tailoring of arbitrary optical vector beams*. New Journal of Physics. 2007;9(3):78.
- [93] Whittaker ET. *A Course of Modern Analysis: An Introduction to the General Theory of Infinite Series and of Analytic Functions, with an Account of the Principal Transcendental Functions*. University Press; 1902.
- [94] Miller Jr W. *Symmetry and separation of variables*. 1977;.
- [95] Chávez-Cerda S, Gutiérrez-Vega J, New G. *Elliptic vortices of electromagnetic wave fields*. Optics Letters. 2001;26(22):1803–1805.
- [96] Rodríguez-Lara B. *Normalization of optical Weber waves and Weber-Gauss beams*. JOSA A. 2010;27(2):327–332.
- [97] Arrizón V. *Array illuminator with an arrangement of binary phase gratings*. Optics letters. 1993;18(15):1205–1207.
- [98] Vázquez-Olivos M. *Caracterización de una Pantalla de Cristal Líquido Nemático como modulador de fase*; 2006.
- [99] Arrizón V, Sánchez-De-La-Llave D, Méndez G. *Holographic generation of a class of nondiffracting fields with optimum efficiency*. Optics letters. 2012;37(11):2154–2156.
- [100] Arrizón V, Ruiz U, Mendez G, Apolinar-Iribe A. *Zero order synthetic hologram with a sinusoidal phase carrier for generation of multiple beams*. Optics express. 2009;17(4):2663–2669.

- [101] Kirk JP, Jones AL. *Phase-only complex-valued spatial filter*. JOSA. 1971;61(8):1023–1028.
- [102] Davis JA, Cottrell DM, Campos J, Yzuel MJ, Moreno I. *Encoding amplitude information onto phase-only filters*. Applied optics. 1999;38(23):5004–5013.
- [103] Arrizón V, de-la Llave DS, Méndez G, Ruiz U. *Efficient generation of periodic and quasi-periodic non-diffractive optical fields with phase holograms*. Optics express. 2011;19(11):10553–10562.
- [104] Tao S, Lee W, Yuan XC. *Dynamic optical manipulation with a higher-order fractional Bessel beam generated from a spatial light modulator*. Optics letters. 2003;28(20):1867–1869.
- [105] Khonina S, Kotlyar V, Skidanov R, Soifer V, Jefimovs K, Simonen J, et al. *Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements*. Journal of Modern optics. 2004;51(14):2167–2184.
- [106] Lóxpez-Mariscal C, Gutiérrez-Vega JC, Milne G, Dholakia K. *Orbital angular momentum transfer in helical Mathieu beams*. Optics express. 2006;14(9):4182–4187.
- [107] Christodoulides DN. *Optical trapping: riding along an Airy beam*. Nature Photonics. 2008;2(11):652–653.
- [108] Zheng Z, Zhang BF, Chen H, Ding J, Wang HT. *Optical trapping with focused Airy beams*. Applied optics. 2011;50(1):43–49.
- [109] Gahagan K, Swartzlander G. *Optical vortex trapping of particles*. Optics Letters. 1996;21(11):827–829.

- [110] Cojoc D, Garbin V, Ferrari E, Businaro L, Romanato F, Di Fabrizio E. *Laser trapping and micro-manipulation using optical vortices*. *Microelectronic Engineering*. 2005;78:125–131.
- [111] Shvedov VG, Rode AV, Izdebskaya YV, Desyatnikov AS, Krolikowski W, Kivshar YS. *Giant optical manipulation*. *Physical review letters*. 2010;105(11):118103.
- [112] Polyanskii P, Fel'de K. *Static holographic phase conjugation of vortex beams*. *Optics and Spectroscopy*. 2005;98(6):913–918.
- [113] Jabir M, Chaitanya NA, Aadhi A, Samanta G. *Generation of “perfect” vortex of variable size and its effect in angular spectrum of the down-converted photons*. *Scientific reports*. 2016;6.
- [114] Tyson RK, Scipioni M, Viegas J. *Generation of an optical vortex with a segmented deformable mirror*. *Applied optics*. 2008;47(33):6300–6306.
- [115] Chen Y, Fang ZX, Ren YX, Gong L, Lu RD. *Generation and characterization of a perfect vortex beam with a large topological charge through a digital micromirror device*. *Applied Optics*. 2015;54(27):8030–8035.
- [116] Ostrovsky AS, Rickenstorff-Parrao C, Arrizón V. *Generation of the “perfect” optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator*. *Optics letters*. 2013;38(4):534–536.
- [117] Vaity P, Rusch L. *Perfect vortex beam: Fourier transformation of a Bessel beam*. *Optics letters*. 2015;40(4):597–600.
- [118] Arrizón V, Ruiz U, Sánchez-de-la Llave D, Mellado-Villaseñor G, Ostrovsky AS. *Optimum generation of annular vortices using phase diffractive optical elements*. *Optics letters*. 2015;40(7):1173–1176.

- [119] Chen M, Mazilu M, Arita Y, Wright EM, Dholakia K. *Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam*. Optics letters. 2013;38(22):4919–4922.
- [120] García-García J, Rickenstorff-Parrao C, Ramos-García R, Arrizón V, Ostrovsky AS. *Simple technique for generating the perfect optical vortex*. Optics letters. 2014;39(18):5305–5308.
- [121] Arrizón V, Ruiz U, Aguirre-Olivas D, Mellado-Villaseñor G. *Optimal focusing of a beam in a ring vortex*. Optics Communications. 2015;356:170–174.
- [122] Allen L, Padgett M. *The Poynting vector in Laguerre–Gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density*. Optics Communications. 2000;184(1):67–71.
- [123] Chen M, Mazilu M, Arita Y, Wright EM, Dholakia K. *Optical trapping with a perfect vortex beam*. In: SPIE NanoScience+ Engineering. International Society for Optics and Photonics; 2014. p. 91640K–91640K.