

## Desarrollo de un Arreglo Compacto para Pruebas de Superficies Ópticas Usando un Interferómetro de Difracción por Punto

por

### Pedro Cebrian Xochihuila

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de

#### MAESTRO EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD DE ÓPTICA

en el

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica Marzo 2009 Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez, INAOE Dr. Fermín S. Granados Agustín, INAOE

©INAOE 2009 Derechos reservados El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias de esta tesis en su totalidad

o en partes

#### RESUMEN

La principal ventaja que presenta un interferómetro de trayectoria común es poder medir las diferencias de camino óptico directamente sin óptica auxiliar. Un interferómetro de este tipo es el interferómetro de difracción por punto (IDP), el cual es un simple instrumento en donde después de pasar por una placa semitransparente el frente de onda de referencia y el frente de onda bajo prueba recorren caminos iguales, es por esto que es insensible a vibraciones mecánicas ó variaciones de temperatura, siendo esta una gran ventaja respecto a los interferómetros de trayectorias separadas. La principal componente del IDP, es una placa de vidrio semitransparente fabricada con el depósito de una película delgada de Aluminio (o cualquier otro material metálico), dejando una discontinuidad en forma de micro-orificio circular. Una vez obtenida esta placa semitransparente, la colocamos en el plano imagen del sistema bajo prueba, entonces pasa el frente onda bajo prueba de forma atenuada y al mismo tiempo el micro-orificio difracta creando el frente de onda de referencia que es esférico y la superposición de estos dos frentes de onda nos da lo que bien conocemos como el patrón de interferencia. En este trabajo de tesis hacemos la construcción de un IDP compacto, con el fin de que tengamos un instrumento portátil para evaluar la calidad óptica de componentes o sistemas ópticos completos.

#### AGRADECIMIENTOS

#### A MIS ASESORES:

#### Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez y Dr. Fermín S. Granados Agustín

Por todo el apoyo incondicional que me dieron en todo momento para llevar acabo este trabajo de tesis.

#### A MIS SINODALES:

#### Dr. Alberto Jaramillo Nuñez, Dr. José Rufino Díaz Uribe y Dra. Perla C. García Flores

Por su valioso tiempo brindado en la revisión, sugerencias y comentarios para mejorar este trabajo de tesis.

#### A CONACyT:

Por la beca económica otorgada para llevar a buen término los estudios de Maestría, ya que sin esta no hubiera sido posible la realización de esta tesis.

#### A INAOE:

Por otorgarme todas las facilidades de realizar mis estudios de Maestría.

#### DEDICATORIA

A mis Hijos

#### Cristian y Tonatiuh

Por ser los más grandes amores de mi vida y aunque no esten presentes, son mi motivo de superación.

A mi esposa

#### María Guadalupe Mani Medina

Por todo el amor, apoyo y aliento brindado en nuestra vida.

A mis padres

#### Agustín Cebrian Tepale y Zenaida Xochihuila Valdez

Por su apoyo, cariño y confianza que siempre me han dado incondicionalmente.

#### **GRACIAS !!!**

## Índice general

1.	Aná	lisis experimental y teórico del interferómetro de difracción por punto	1
	1.1.	Introducción	1
	1.2.	Interferómetro de difracción por punto (IDP)	2
		1.2.1. Descripción del IDP	2
		1.2.2. Principio de funcionamiento del IDP	3
		1.2.3. Análisis teórico del IDP	4
		1.2.4. La visibilidad del patrón de interferencia del IDP	13
2.	Dise	ño del IDP	15
	2.1.	Diseño mecánico del sistema	15
	2.2.	Filtros espaciales	17
	2.3.	Determinación de la longitud focal de la lente 1	20
		2.3.1. Apertura numérica	20
		2.3.2. Determinación de la distancia focal	21
	2.4.	Diseño de un doblete acromático	23
		2.4.1. Prisma de visión directa y acromático	23
		2.4.2. Diseño doblete acromático	23
3.	Dise	ño de las componentes ópticas del IDP con un programa comercial	26

	3.1.	Diseño	de un doblete acromático	26
	3.2.	Diseñc	del triplete acromático	30
4.	Rest	ıltados		36
	4.1.	Evalua	ción de la calidad de las componentes ópticas del IDP	36
		4.1.1.	Resultados del primer doblete acromático	37
		4.1.2.	Resultados del segundo doblete	39
		4.1.3.	Resultados del primer triplete	41
		4.1.4.	Resultados del segundo triplete	43
	4.2.	Evalua	ción de la calidad óptica de una superficie bajo prueba	45
		4.2.1.	Calidad de la superficie bajo prueba usando el primer triplete en	
			el IDP	46
		4.2.2.	Calidad de la superficie bajo prueba usando el segundo triplete en	
			el IDP	49
		4.2.3.	Análisis de las aberraciones de la superficie bajo prueba con el	
			ZYGO	51
	4.3.	Contri	bución de los errores del IDP	54
5.	Con	clusion	es	56

## Capítulo 1

## Análisis experimental y teórico del interferómetro de difracción por punto

#### 1.1. Introducción

Existen diferentes tipos de interferómetros, los cuales, se pueden clasificar como interferómetros de divisíon del frente de onda e interferómetros de división de amplitud. Pero también se pueden clasificar como interferómetros en donde los frentes de onda recorren trayectorias separadas a partir de un punto común y al final se vuelven a reunir para así poder interferir, y donde los frentes de onda que producen la interferencia, recorren la misma trayectoria en todo momento.

Cuando aplicamos una prueba interferométrica a alguna componente o sistema óptico, básicamente estamos comparando dos frentes de onda. Uno de de ellos es el frente de onda de referencia y el otro es el frente de onda de prueba, el cual puede tener diferencias respecto al de referencia, y que dan como resultado el fenómeno de interferencia, a través de lo que se denomina como patrón de interferencia.

El interferómetro de difracción por punto (IDP), fué propuesto por Linnik (1933) [1],

para probar sistemas ópticos. Lo describió como una placa semitransparente, con un pequeño orificio de forma circular, la cual se coloca en el plano imagen del sistema bajo prueba. Este orificio circular da lugar a una onda esférica de referencia que se genera por difracción y que posteriormente se suma a la onda aberrada que se transmite a través de la placa semitransparente y de esta forma se produce la interferencia entre ambas ondas.

El objetivo de esta tesis es diseñar un interferómetro compacto de difracción por punto con el fin de tener un instrumento que pueda medir de forma cualitativa y cuantitativa la calidad óptica de superficies o sistemas completos. Elegimos este tipo de interferómetro ya que presenta ciertas ventajas con respecto a otros, una de ellas es que por ser de trayectorias comunes es insensible a vibraciones mecánicas y variaciones de temperatura, otra ventaja es que, el número de elementos que se necesitan son básicamente la fuente de luz y la placa del IDP, por lo tanto, evita la contribución de información errónea debido a los defectos ópticos de los elementos que integran el interferómetro, en el análisis de la componente o sistema bajo prueba. Sin embargo, existen problemas de visibilidad como se mostrará más adelante, con algunas propuestas para mejorarla.

#### 1.2. Interferómetro de difracción por punto (IDP)

#### 1.2.1. Descripción del IDP

A diferencia de los demás interferómetros, el IDP se caracteriza básicamente por un elemento que consiste de una placa delgada de vidrio, sobre la cual se deposita una película delgada de metal (Oro, Plata, Aluminio, etc.), en nuestro caso aluminio, de tal manera que nos quede una pequeña discontinuidad en forma de micro-orificio circular, a través del cual se va a transmitir la mayor parte de la luz de una sección del frente de onda proveniente del elemento o sistema óptico bajo prueba. Esta placa se coloca en el plano



Figura 1.1: Principio de Funcionamiento del IDP

focal del elemento o sistema óptico que se desea probar, para hacer el análisis [2], como se muestra en la Figura1.1

#### 1.2.2. Principio de funcionamiento del IDP

El funcionamiento de este interferómetro (Figura 1.1), consiste en hacer incidir un haz de luz colimada a la superficie o sistema bajo prueba, ésto a su vez nos va a generar frentes de onda aberrados producidos por los defectos de la superficie o sistema óptico. Por otra parte en el plano focal del sistema se forma una imagen conocida como el patrón de Airy.

Cerca de donde se forma esta imagen puntual, colocamos la placa semitransparente, de manera que el micro-orificio coincida con la imagen puntual de la superficie bajo prueba. La función del micro-orificio es generar por difracción un frente de onda esférico, el cual utilizaremos como frente de onda de referencia. Por otro lado, el frente de onda aberrado va a pasar por otra zona a través de la placa semitransparente, atenuándose debido a la presencia de la película de aluminio que se depositó sobre la placa de vidrio.

Inmediatamente después de la placa semitransparente podemos ver el patrón de inter-

Pedro Cebrian Xochihuila

ferencia generado por el frente de onda de referencia y el frente de onda bajo prueba. Este patrón podemos observarlo colocando una pantalla o un detector despues de la placa, y se puede afirmar que son franjas de interferencia no localizadas.

Cuando las amplitudes de las ondas que interfieren son iguales, de acuerdo a la teoría [3], obtenemos la máxima visibilidad de las franjas; entonces, la función de la película metálica depositada en la placa de vidrio, es disminuir la amplitud de la onda de prueba que logra pasar a través de ella, para igualarla con la amplitud de la onda de referencia generada por el micro-orificio.

En el caso de un sistema limitado por difracción, la irradiancia en la imagen de la fuente puntual, se representa matemáticamente por la función *bsinc*,

$$I(x) = \left|Bsinc(x)\right|^2,\tag{1.1}$$

donde  $J_1$ , es la función Bessel de primer orden, y el argumento x, está relacionado con el punto del plano imagen.

Si físicamente sobre dicho patrón de irradiancia se coloca la placa semitransparente, de manera que el orificio coincida con un máximo secundario, y si la transmitancia es adecuada, se podrá obtener en el plano de observación, un patrón de franjas con visibilidad aceptable, debido a la interferencia de de la onda de prueba y la onda de referencia.

#### 1.2.3. Análisis teórico del IDP

Haciendo uso de la teoría de Kirchoff-Sommerfeld y siguiendo el análisis de Leopoldo A. F. Ortiz [4], el campo electromagnético de una onda quedará especificado por un escalar complejo, con una representación analítica, dada por

$$U(x,y) = A(x,y) \exp(j\Phi(x,y)), \qquad (1.2)$$



Figura 1.2: Representación de los planos que se utilizan para el análisis teórico del IDP

donde A(x, y), representa la amplitud, y  $\Phi(x, y)$  la fase de la onda, respectivamente.

En la figura (1.2) tenemos tres planos, los cuales representan: el plano de la pupila de salida del sistema, el plano imagen y el plano de observación.

Del plano  $(X_0, Y_0)$ , sale una onda cuyo plano focal paraxial se encuentra en el plano  $(X_1, Y_1)$ , el cual se encuentra a una distancia  $z_1$  del plano de la pupila. En el plano imagen  $(X_1, Y_1)$  colocamos nuestra placa semitransparente, que dará lugar al patrón de interferencia, el cual observaremos en el plano  $(X_2, Y_2)$ , que se encuentra a una distancia  $z'_1$ .

Por razones de simetría supondremos que  $z_1 = z_1'$ , ademas se hace la convención, de que las coordenadas z de puntos colocados a la izquierda de la placa son negativos mientras que las de los puntos a la derecha son positivos.

Es de interés conocer el campo complejo, en el plano de interferencia, en función de las características de la placa dada por  $m(x_1, y_1)$ , y de las características del campo complejo en la pupila de salida del sistema.

Dado  $U_0(x_0, y_0)$  en la pupila de salida del sistema, para conocer el campo complejo

 $U_1(x_1, y_1)$ , en un plano inmediatamente anterior a la placa, se utilizará la expresión de difracción de Fresnel, aplicada al campo en la pupila. El campo  $U'_1(x_1, y_1)$  en un plano inmediatamente posterior a la placa, estará dado por el producto de  $U_1(x_1, y_1)m(x_1, y_1)$ . Finalmente, para conocer el campo, en el plano de interferencia, aplicamos nuevamente la expresión de difracción de Fresnel a  $U'_1(x_1, y_1)$ .

Si una onda esférica perfecta, sale del sistema bajo prueba, bajo ciertas aproximaciones, se encuentra una expresión para la visibilidad, en función de las características de la placa y de su posición en plano imagen.

De acuerdo con Koliopoulos (1978), la función que describe a la placa semitransparente de un IDP, está dada por,

$$m(x_1, y_1) = t_b + (1 - t_b) \operatorname{circ} \left[ \frac{(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2}{d} \right]^{1/2},$$
(1.3)

donde  $t_b$ , representa la transmitancia de la película metálica, y la función

$$\operatorname{circ}\left[\frac{(x_1-a)^2 + (y_1-b)^2}{d}\right]^{1/2} = \begin{cases} 1, & \operatorname{si}(x_1-a)^2 + (y_1-b)^2 \le (d/2)^2\\ 0, & \operatorname{de otra forma} \end{cases}$$
(1.4)

representa al micro-orificio con diámetro d, (a, b) es el punto alrededor del cual se centra.

Deacuerdo con esta definición, cuando  $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 \le (d/2)^2$ , se tiene que  $m(x_1, y_1) = 1$ , y cuando  $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 > (d/2)^2$ , se tiene que  $m(x_1, y_1) = t_b$  como se muestra en la figura (1.3).

Si se supone una onda de la forma

$$U_0(x_0, y_0) = \operatorname{circ}\left[\frac{(x_0^2 + y_0^2)^{1/2}}{D}\right] \exp\left[jkW(x_0, y_0)\right] \exp\left[-\frac{jk}{2z_1}(x_0^2 + y_0^2)\right]$$
(1.5)

Pedro Cebrian Xochihuila



Figura 1.3: Representación del IDP en dos dimensiones

donde D es el diámetro de la abertura y  $W(x_0, y_0)$  representa las variaciones de camino óptico de la onda de prueba respecto a la onda esférica de referencia que converge en un punto a la distancia  $z_1$ .

De acuerdo a lo anterior, el campo en el plano inmediatamente anterior a la placa, es,

$$U_{1}(x_{1}, y_{1}) = \frac{exp\left[\frac{jk}{2z_{1}}(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})\right]}{jkz_{1}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{circ}\left[\frac{(x_{0}^{2} + y_{0}^{2})^{1/2}}{D}\right] \\ \exp\left[jkW(x_{0}, y_{0})\right] \exp\left[-\frac{jk}{z_{1}}(x_{0}x_{1} + y_{0}y_{1})\right] \mathrm{d}x_{0}\mathrm{d}y_{0}$$
(1.6)

y en un plano inmediatamente posterior a la placa se tiene,

$$U_1'(x_1, y_1) = m(x_1, y_1)U_1(x_1, y_1).$$
(1.7)

Sustituyendo las ecuaciones (1.3) y (1.6) en la ecuación (1.7), y aplicando a esta última la expresión de difracción de Fresnel, se obtiene el campo complejo en el plano de observación, el cual está dado por,

$$U_2(x_2, y_2) = U_{21}(x_2, y_2) + U_{22}(x_2, y_2),$$
(1.8)

donde

$$U_{21}(x_2, y_2) = \frac{\exp\left[\frac{jk}{2z_1'}(x_2^2 + y_2^2)\right]}{j\lambda z_1'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (1 - t_b) U_1(x_1, y_1)$$
$$\exp\left[\frac{jk}{2z_1'}(x_1^2 + y_1^2)\right] \operatorname{circ}\left[\frac{(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2}{d}\right]$$
$$\exp\left[-\frac{jk}{z_1'}(x_1 x_2 + y_1 y_2)\right] dx_1 dy_1 \tag{1.9}$$

у

$$U_{22}(x_2, y_2) = \frac{\exp\left[\frac{jk}{2z'_1}(x_2^2 + y_2^2)\right]}{j\lambda z'_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_b U_1(x_1, y_1) \\ \exp\left[\frac{jk}{2z'_1}(x_1^2 + y_1^2)\right] \\ \exp\left[-\frac{jk}{z'_1}(x_1x_2 + y_1y_2)\right] dx_1 dy_1.$$
(1.10)

La ecuación (1.9), no tiene solución analítica , excepto en el caso ideal (aproximando a una delta de Dirac, a la función que describe el micro-orificio), y en tal caso se tiene

$$U_{21}(x_2, y_2) = \frac{(1-t_b)}{\lambda^2 z_1 z_1'} \exp\left[\frac{jk}{2z_1'} (x_2^2 + y_2^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_1(x_1, y_1) \\ \delta(x_1 - a, y_1 - b) \exp\left[\frac{jk}{2z_1'} (x_1^2 + y_1^2)\right] \\ \exp\left[-\frac{jk}{z_1'} (x_1 x_2 + y_1 y_2)\right] dx_1 dy_1,$$
(1.11)

o bien

$$U_{21}(x_2, y_2) = \frac{(1-t_b)}{\lambda^2 z_1 z_1'} \exp\left\{\frac{jk}{2z_1'} \left[ (x_2 - a)^2 + (y_2 - b)^2 \right] \right\} U_1(a, b),$$
(1.12)

Pedro Cebrian Xochihuila

8

que indica una onda esférica desplazada lateralmente del origen cuya amplitud depende, del valor que la función  $U_1(x_1, y_1)$  tome en cada punto de colocación del microorificio en la placa.

Para encontrar la solución a la ecuación (1.10), se sustituye la ecuación (1.6), de tal forma que tenemos,

$$U_{22}(x_{2}, y_{2}) = \frac{\exp\left[\frac{jk}{2z_{1}'}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})\right]}{j\lambda z_{1}'} \left(\frac{t_{b}}{j\lambda z_{1}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{circ}\left[\frac{(x_{0}^{2} + y_{0}^{2})^{1/2}}{D}\right]$$
$$\exp\left[jkW(x_{0}, y_{0})\right] \exp\left[\frac{jk}{2}\left(\frac{1}{z_{1}} + \frac{1}{z_{1}'}\right)(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})\right]$$
$$\exp\left\{-jk\left[x_{1}\left(\frac{x_{0}}{z_{1}} + \frac{x_{2}}{z_{1}'}\right)\right]$$
$$+y_{1}\left(\frac{y_{0}}{z_{1}} + \frac{y_{2}}{z_{1}'}\right)\right]\right\} dx_{0} dy_{0} dx_{1} dy_{1}, \qquad (1.13)$$

Pero como  $z_1 = z'_1$ , entonces

$$U_{22}(x_{2}, y_{2}) = \frac{\exp\left[\frac{jk}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})\right]}{(\lambda z_{1})^{2}}t_{b}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{circ}\left[\frac{(x_{0}^{2} + y_{0}^{2})^{1/2}}{D}\right] \exp\left[jkW(x_{0}, y_{0})\right] dx_{0} dy_{0}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{jk}{z_{1}}\left[x_{1}(x_{0} - x_{2}) + y_{1}(y_{0} - y_{2})\right]\right\} dx_{1} dy_{1}; \qquad (1.14)$$

dado que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{jk}{z_1} \Big[x_1(x_0 - x_2) + y_1(y_0 - y_2)\Big]\right\} dx_1 dy_1 = (\lambda z_1)^2 \delta(x_0 - x_2, y_0 - y_2),$$
(1.15)

se tiene

Pedro Cebrian Xochihuila

$$U_{22}(x_2, y_2) = t_b \exp\left[-\frac{jk}{2z_1}(x_2 + y_2)\right] \operatorname{circ}\left[\frac{(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}}{D}\right] \exp[jkW(x_2, y_2)].$$
(1.16)

Entonces, para el caso ideal

$$U_{2}(x_{2}, y_{2}) = t_{b} \exp\left[\frac{jk}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})\right] \operatorname{circ}\left[\frac{(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}}{D}\right] \exp\left[jkW(x_{2}, y_{2})\right] \\ + \left(\frac{1 - t_{b}}{z_{1}}\right) \exp\left\{\frac{jk}{2z_{1}}\left[(x_{2} - a)^{2} + (y_{2} - b)^{2}\right]\right\} U_{1}(a, b), \quad (1.17)$$

es decir, se tiene en el plano de interferencia, la suma de dos ondas, una de ellas con la información de las aberraciones, indicadas como la fase, y la amplitud que depende de la transmitancia de la placa, la otra, es una onda esférica perfecta, desplazada lateralmente del eje óptico. A diferencia del fenómeno de interferencia en que la irradiancia de cada uno de los dos haces puede igualarse de una forma directa, en el caso del IDP es necesario establecer condiciones entre la transmitancia, posición y dimensiones del micro-orificio de la placa del IDP para lograr la igualdad en los dos frentes de onda.

Ahora consideremos otro caso, el cual se asemeja más a la realidad, es decir, cuando el micro-orifio tiene un tamaño finito. Sin embargo, para hacer menos complejo el problema, haremos una aproximación del mismo tipo que en el caso anterior; es decir, cuando la variación en fase y amplitud del campo complejo  $U_1(x_1, y_1)$ , dentro de los límites del orificio es casi cero. En tal caso, la ecuación (1.11), tendra ahora como solución

$$U_{21}(x_2, y_2) = \frac{(1-t_b)}{(\lambda z_1)^2} \exp\left\{\frac{jk}{2z_1} \left[(x_2-a)^2 + (y_2-b)^2\right]\right\} U_1(a,b)(\frac{\pi d^2}{4}) \\ \frac{2J_1\left[\frac{kd}{2z_1}(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kd}{2z_1}(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}\right]},$$
(1.18)

que indica una onda esférica desplazada lateralmente, pero ahora la amplitud, depende de la función *bsinc* 

Pedro Cebrian Xochihuila

$$\frac{2J_1\left[\frac{kd}{2z_1}(x_2^2+y_2^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kd}{2z_1}(x_2^2+y_2^2)^{1/2}\right]}.$$
(1.19)

Ahora bien, si consideramos el caso de un sistema limitado por difracción,  $W(x_0, y_0) = 0$ , se tiene que

$$U_1(a,b) = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \frac{2J_1\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2 + b^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2 + b^2)^{1/2}\right]},$$
(1.20)

entonces

$$U_{21}(x_2, y_2) = (1 - t_b) \frac{(\pi dD)^2}{(4\lambda z_1)^2} \exp\left\{\frac{jk}{2z_1} \left[(x_2 - a)^2 + (y_2 - b)^2\right]\right\} \\ \left\{\frac{2J_1\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2 + b^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2 + b^2)^{1/2}\right]}\right\} \left\{\frac{2J_1\left[\frac{kd}{2z_1}(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kd}{2z_1}(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}\right]}\right\}.$$
 (1.21)

Para este caso, el campo  $U_2$ , puede ser obtenido a partir de las ecuaciones (1.16) y (1.21). Por lo tanto

$$U_{2}(x_{2}, y_{2}) = t_{b} \exp\left[\frac{jk}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})\right] \operatorname{circ}\left[\frac{(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}}{D}\right] \\ + (1 - t_{b})\frac{(\pi dD)^{2}}{(4\lambda z_{1})^{2}} \exp\left\{\frac{jk}{2z_{1}}\left[(x_{2} - a)^{2} + (y_{2} - b)^{2}\right]\right\} \\ \left\{\frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}\right\} \left\{\frac{2J_{1}\left[\frac{kd}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}\right\}.$$
 (1.22)

Esta última ecuación, permite calcular la irradiancia en el plano de observación, dada por

$$I(x_2, y_2) = \left| U_2(x_2, y_2) \right|^2.$$
(1.23)

11

Entonces, dentro del campo de visión, donde  $x_2^2 + y_2^2 = (D/2)^2$  se tiene

$$I(X_{2}, y_{2}) = t_{b}^{2} + (1 - t_{b})^{2} \left(\frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}}\right)^{4} \left\{ \frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]} \right\}^{2} \left\{ \frac{2J_{1}\left[\frac{kd}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kd}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}\right]} \right\}^{2} + 2t_{b}(1 - t_{b})\left(\frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}}\right)^{2} \left\{ \frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]} \right\} \left\{ \frac{2J_{1}\left[\frac{kd}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kd}{2z_{1}}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})^{1/2}\right]} \right\} \cos\left[\frac{k}{z_{1}}(ax_{2} + by_{2})\right],$$

$$(1.24)$$

En esta expresión, se observa la dependencia que tiene la irradiancia del valor que en cada punto toma la ecución (1.19), pero esta función a su vez esta ligada con el diámetro del micro-orificio; si este es muy pequeño, la función varia muy poco dentro del campo de visión y se puede considerar un valor constante promedio, de manera que la ecuación (1.24) se reduce a

$$I(X_{2}, y_{2}) = t_{b}^{2} + (1 - t_{b})^{2} \left(\frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}}\right)^{4} \left\{ \frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]} \right\}^{2} + 2t_{b}(1 - t_{b}) \left(\frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}}\right)^{2} \left\{ \frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2} + b^{2})^{1/2}\right]} \right\} \cos\left[\frac{k}{z_{1}}(ax_{2} + by_{2})\right],$$
(1.25)

De la ecuación (1.25), se analizan los siguientes casos: a = b = 0;  $a \neq 0$ , b = 0;  $a = 0, b \neq 0$ ;  $a \neq 0, b \neq 0$ .

 Para el caso en que a = b = 0, se observará el campo uniformemente iluminado, ya que se tiene la suma de dos ondas con el mismo radio de curvatura y un mismo origen.

Pedro Cebrian Xochihuila

• Para  $a \neq 0, b = 0$ , se tiene

$$I(x_{2}, y_{2}) = t_{b}^{2} + (1 - t_{b})^{2} \left[ \frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}} \right]^{4} \left[ \frac{2J_{1}(\frac{kDa}{2z_{1}})}{(\frac{kDa}{2z_{1}})} \right]^{2} + 2t_{b}(1 - t_{b}) \left[ \frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}} \right]^{2} \left[ \frac{2J_{1}(\frac{kDa}{2z_{1}})}{(\frac{kDa}{2z_{1}})} \right] \cos(kax_{2}/z_{1}), \quad (1.26)$$

lo cual indica, la presencia de franjas rectas debido a la interferecia, paralelas al eje Y, y cuyo número depende del desplazamiento que se le da a nuetra placa.

- Para a = 0, b ≠ 0, Igual que en el caso anterior, se obsevarán franjas rectas, pero ahora estas serán paralelas al eje X.
- Para a ≠ 0, b ≠ 0, Las franjas aparecen con una inclinación, la cual depende, de los valores que toman a y b.

#### 1.2.4. La visibilidad del patrón de interferencia del IDP

La calidad de las franjas de un patrón de interferencia esta en función de su *visibilidad*, la cual a su vez depende de otros parámetros que acontinuación describiremos.

La visibilidad o contraste de las franjas del patrón de interferencia se define como

$$\mathcal{V} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},\tag{1.27}$$

donde  $I_{max}$  es valor máximo de irradiancia, e  $I_{min}$  es el valor de mínimo de irradiancia [5].

De manera que si consideramos la ecuación 1.24 para analizar la irradiancia, tenemos el producto de una función *bsinc* con una función *coseno*, cuyos argumentos depende del punto de observación y esto complica los cálculos debido a la variación de ambas funciones. Para el caso en que  $d \ll D$ , la variación de estas funciones en la ecuación 1.19, es muy pequeña dentro del campo de visión, una variación del 5 % respecto al máximo principal. Si d = 0.3 veces el radio del Disco de Airy, entonces se tiene que

$$\mathcal{V} = \frac{2t_b(1-t_b) \left[\frac{\pi dD}{4\lambda z_1}\right]^2 \left[\frac{2J_1\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2+b^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2+b^2)^{1/2}\right]}\right]}{t_b^2 + (1-t_b)^2 \left[\frac{\pi dD}{4\lambda z_1}\right]^4 \left[\frac{2J_1\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2+b^2)^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_1}(a^2+b^2)^{1/2}\right]}\right]^2}.$$
(1.28)

Esta expresión, permite calcular aproximadamente la visibilidad, la cual esta en función de la transmitancia, diámetro del micro-orificio y de la posición del mismo.

En base al análisis de *Koliopoulos*, *et al* (1978), es importante encontrar la relación que tiene la transmitancia con respecto al díametro del micro-orificio, asi como de su posición el plano imagen, para poder obtener la máxima visibilidad, que es  $\mathcal{V} = 1$ . Esto permite asociar a cada micro-orificio y posición del mismo, con una transmitancia dada, para poder observar franjas de alto contraste.

Considerando que  $\mathcal{V} = 1$ , de la ecuación 1.28 tenemos que

$$t_{b} = \frac{\left[\frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}}\right]^{2} \left[\frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2}+b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2}+b^{2})^{1/2}\right]}\right]}{1 + \left[\frac{\pi dD}{4\lambda z_{1}}\right]^{2} \left[\frac{2J_{1}\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2}+b^{2})^{1/2}\right]}{\left[\frac{kD}{2z_{1}}(a^{2}+b^{2})^{1/2}\right]}\right]},$$
(1.29)

esta expresión significa, que asociado a cada orificio y el máximo secundario elegido para posicionarlo, existe una transmitancia óptima, que permite observar franjas de interferencia, con visibilidad máxima.

## Capítulo 2

## Diseño del IDP

#### 2.1. Diseño mecánico del sistema

En la siguiente figura (Figura 2.1), se muestra un esquema del arreglo, el cual va a estar constituido por los siguientes elementos,

- 1. Diodo láser de He-Ne ( $\lambda = 632 \ nm$ ).
- 2. Objetivo de microscopio de 10 x.
- 3. Micro-orificio de 20  $\mu m$ .
- 4. Diafragma.
- 5. Lente 1 (para colimar).
- 6. Cubo divisor de haz.
- 7. Lente 2 (de referencia).
- 8. Polarizador.



Figura 2.1: Arreglo experimental que se desea desarrollar

- 9. Lente 3 (para enfocar).
- 10. Placa del IDP.
- 11. CCD.

A su vez éste va a estar constituido por los siguientes sistemas, sistema de colimación: conformado por los elementos 1, 2, 3, 4 y 5; sistema formador de imagen: constituido por los elementos 6, 7, 8 y 9; y el sistema de captura: consiste de los elementos 10 y 11.

Para lograr que este interferómetro sea compacto, se ha propuesto usar un diodo laser, lentes con un diámetro de 25,4mm y un cubo divisor de 25,4mm. Respecto a la lente (elemento 7 de la lista), se diseñarán tres lentes con distinta longitud focal, esto es con el fin de que nuestro intrumento sea más general, es decir que podamos probar superficies ópticas con diferentes número F/#.

#### 2.2. Filtros espaciales

Los filtros espaciales (figura 2.2), se usan para eliminar las fluctuaciones de la intensidad en el perfil del haz de un laser, lo cual mejora la resolución. Estas variaciones de la intensidad son debidas a la dispersión generada por defectos ópticos, y las partículas que hay en el aire o en las superficies ópticas de lentes, prismas o espejos. A este tipo de variaciones se les denomina *ruido espacial*.



Figura 2.2: Filtrado espacial de un haz

El perfil ideal I(r), del haz Gaussiano de un láser (figura 2.3), es alterado por las fluctuaciones de la intensidad  $\delta I$ , causadas por el esparcimiento.  $\delta I$  varía rápidamente sobre el promedio de la distancia  $d_n$ , la cual es mucho más pequeña que el radio del haz a. La distancia  $d_n$  es conocida como *el promedio de longitud de onda espacial del ruido del haz*.

Entonces tenemos que la intensidad del perfil del haz Gaussiano es,

$$I(r) = I_0 \exp\left[-2(r/a)^2\right],$$
(2.1)

donde

$$I_0 = \frac{2P_t}{\pi a^2},\tag{2.2}$$

17



Figura 2.3: Perfil de haz de un láser

por lo tanto

$$I_{real} = I(r) + \Delta I_{ruido}, \tag{2.3}$$

donde *a* es el radio del haz en  $I_0 \exp(-2)$ ,  $P_t$  es el poder total del láser y  $d_n$  es el promedio de la longitud de onda de las variaciones de la intensidad debido al ruido.

Cuando un haz Gaussiano es enfocado por una lente positiva con longitud focal f, la imagen en el plano focal (the Optical Power Spectrum OPS) será una imagen invertida de las longitudes de onda espaciales presentes en el haz. Si las longitudes de onda de ruido  $d_n$  son cortas, aparecerá en un radio anular  $f\lambda/d_n$  centrado en el eje óptico.

Entonces se tiene que la intensidad del perfil del haz es:

$$I(\hat{r}) = \hat{I}_0 \exp\left[\left(\frac{\hat{r}}{\hat{a}}\right)^2\right],\tag{2.4}$$

siendo



Figura 2.4: Perfil de la intensidad del haz, cuando las longitudes de onda del ruido son cortas

$$\hat{a} = \frac{F\lambda}{\pi a},\tag{2.5}$$

donde f es la longitud focal de la lente del objetivo,  $\lambda$  la longitud de onda del láser,  $\hat{r}$  es el radio de distancia dentro del OPS y a es el radio de OPS Gaussiano (ver figura 2.4).

Un pinhole centrado en eje, puede bloquear el ruido no deseado y al mismo tiempo deja pasar la mayor energía del láser. La fracción de la potencia que pasa a través del pinhole de diámetro D es,

$$\frac{P(D)}{\text{Potencia} \quad \text{total}} = 1 - \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi a D}{\lambda f}\right)^2\right],\tag{2.6}$$

y la mínima longitud de onda de ruido transmitida es,

$$d_{n(\min)} = 2\frac{F\lambda}{D}.$$
(2.7)

Se recomienda usar un pinhole de diámetro  $D_{\rm opt},$  el cual es



Figura 2.5: Energía transmitida por el pinhole

$$D_{\rm opt} = \frac{F\lambda}{a},\tag{2.8}$$

Esta última ecuación permite que pase el 99.3 % de el total de la energía del haz y a la misma vez, bloquea longitudes espaciales más pequeñas que 2a, del diámetro del haz inicial. Entonces  $d_n$  es siempre mucho más pequeño que el diámetro del haz y así el haz filtrado es muy aproximado a un perfil ideal (ver figura 2.5).

En base a la ecuación (2.8), hacemos los cálculos respectivos para disitintos objetivos de microscopio y de esta manera obtenemos el diámetro preciso del pinhole para cada uno de ellos ( ver tabla 2.1).

#### 2.3. Determinación de la longitud focal de la lente 1

#### 2.3.1. Apertura numérica

La apertura numérica (NA), es originalmente un valor definido por Abbe para objetivos de microscopio y condensadores. Este está dado por

Amplificación	Apertura Numérica (NA)	Longitud Focal (mm)	Diámetro del Pinhole (µm)
5x	0.10	25.4	32.14
10x	0.25	16.5	20.79
20x	0.40	9.0	11.34
40x	0.65	4.5	5.67
60x	0.85	2.9	3.65

Tabla 2.1: Diámetro del pinhole que debe usarse para el objetivo de microscopio elegido

$$NA = n\sin(\alpha),\tag{2.9}$$

donde  $\alpha$  es la mitad del ángulo del cono de luz formado por el objetivo, n representa el índice de refracción del medio en que se encuentra sumergido el objetivo (en nuestro caso como es aire n = 1), como se muestra en la figura (2.6)



Figura 2.6: Objetivo de microscopio

#### 2.3.2. Determinación de la distancia focal

Ahora bien, para determinar la distancia focal f de la lente 1 (elemento 5), nos ayudamos de la figura (2.7) para hacer el análisis matemático siguiente.



Figura 2.7: Determinacion de la distancia focal de la lente colimadora

Sabemos que

$$\tan(\alpha) = \frac{h/2}{f},\tag{2.10}$$

despejando f, tenemos que

$$f = \frac{h/2}{\tan(\alpha)}.\tag{2.11}$$

Por otro lado, de la ecuación (2.9) tenemos

$$\alpha = \arcsin(\text{NA}), \tag{2.12}$$

y sustituyendo este resultado en la ecuación (2.11), tenemos finalmente que

$$f = \frac{h/2}{\tan[\arcsin(\text{NA})]},$$
(2.13)

de esta última ecuación, fijamos h = 25,4mm y hacemos los cálculos correspondientes para encontrar el valor de f para los distintos objetivos de microscopio, esto lo hacemos con el fin de obtener la distancia focal ideal de la lente 1 (lente colimadora), para cualquier objetivo de microscopio que se requiera utilizar. Los resultados que se obtienen se muestran en la tabla (2.2)

Pedro Cebrian Xochihuila

Amplificación del objetivo	Distancia focal de la Lente 1
5x	126.363 mm
10x	49.186 mm
20x	29.099 mm
40x	14.847 mm
60x	7.870 mm

Tabla 2.2: Distancias focales de la lente 1 para distintos objetivos

#### 2.4. Diseño de un doblete acromático

Elegimos que nuestra lente 1 (elemento 5), sea un doblete acromático, esto es con el fin de eliminar la aberración esférica y al mismo tiempo la aberración cromática. En nuestro interferómetro utilizamos un diodo láser de He-Ne, pero la idea también de diseñar un doblete acromático es por si se desea utilizar luz blanca o cualquier otro color como fuente de luz.

#### 2.4.1. Prisma de visión directa y acromático

Es posible combinar dos (o más) prismas de materiales distintos de tal modo que no haya desviación para un rayo de una longitud de onda elegida, mientras que subsiste una dispersión del espectro en conjunto. Tal dispositivo (figura 2.8 a), se denomina *PrismadeVisinDirecta*. Asimismo pueden combinarse dos prismas de forma que la dispersión de uno quede compensada por la del otro, aunque no la desviación. Un prisma compuesto de este tipo se denomina *PrismaAcromtico* (figura 2.8 b).

#### 2.4.2. Diseño doblete acromático

Está compuesto por dos lentes delgadas en contacto, de vidrios diferentes y que tiene igual distancia focal para dos colores definidos (Usualmente en los extremos del espec-



Figura 2.8: a) Prisma de visión directa, b) Prisma acromático

tro visible; comunmente se usan la línea roja C 656.27nm y línea azul 486.13nm). La aberración cromática de una de las lentes compensa la aberración cromática de la otra. Supongamos que los vidrios utilizados son el *flint* y el *crown* y las longitudes de onda para las cuales ha de acromatizarse la distancia focal son  $\lambda_F$  y  $\lambda_C$ . Las magnitudes acentuadas se refieren a la lente *flint* y las no acentuadas a la *crown*, además,  $f_0$  es la distancia focal del doblete. Para dos lentes delgadas en contacto tenemos que:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_2'}\right),$$
(2.14)

para simplificar, hacemos:

$$K = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{2.15}$$

у

$$K' = \left(\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2}\right).$$
 (2.16)

Entonces

$$\frac{1}{f_0} = (n-1)K + (n'-1)K'.$$
(2.17)

Pero si  $f_0$  (o  $1/f_0$ ) ha de tener el mismo valor para las longitudes de onda  $\lambda_F$  y  $\lambda_C$ ,

$$K(n_F - 1) + K'(n'_F - 1) = K(n_C - 1) + K'(n'_C - 1).$$
(2.18)

Pedro Cebrian Xochihuila

24

Efectuando operaciones y simplificando, esta ecuación se reduce a

$$\frac{K}{K'} = -\frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C}.$$
(2.19)

Las distancias focales de los componentes para la longitud de onda intermedia  $\lambda_D$  son:

$$\frac{1}{f_D} = (n_D - 1)K, \quad \frac{1}{f'_D} = (n'_D - 1)K', \tag{2.20}$$

es decir

$$\frac{K}{K'} = \frac{n'_D - 1}{n_D - 1} \frac{f'_D}{f_D}.$$
(2.21)

Al igualar ambas expresiones de K/K', se obtiene:

$$\frac{f'_D}{f_D} = -\frac{n'_F - n'_C}{n'_D - 1} \div \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = -\frac{\omega'}{\omega},\tag{2.22}$$

siendo  $\omega$  y  $\omega'$  los poderes dispersivos de los vidrios *crown* y *flint*. Esto es, la razón de las distancias focales de los componentes (para la longitud de onda  $\lambda_D$ ) sería igual a la razón de los poderes dispersivos con signo negativo. Obsérvese que como  $\omega$  y  $\omega'$  son positivos, la razón de las distancias focales es necesariamente negativa. Entonces, el doblete debe estar formado por una lente convergente y otra divergente [6].

## Capítulo 3

## Diseño de las componentes ópticas del IDP con un programa comercial

#### 3.1. Diseño de un doblete acromático

Ahora bien, para nuestro diseño, nosotros vamos a utilizar los vidrios F2 y BK7 debido a que son los más comerciales, los cuales tienen las siguientes características [7].

Vidrio	$\upsilon_d$	n <sub>C</sub>	n <sub>D</sub>	$\mathbf{n}_{\mathbf{F}}$
BK7	64.1	1.51385	1.51633	1.52190
F2	36.3	1.61502	1.62004	1.63212

Tabla 3.1: Características de los vidrios F2 y BK7

Hacemos el cálculo del poder dispersivo para el vidrio BK7, esto es

$$\omega_{BK7} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1,52190 - 1,51385}{1,51633 - 1} = 0,015590804,$$
(3.1)

y para el vidrio F2 tenemos,

$$\omega_{F2} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1,63212 - 1,61502}{1,62004 - 1} = 0,027578865.$$
(3.2)

Esto quiere decir que el vidrio BK7 es el convergente y el F2 divergente. Con estos datos hacemos el diseño de nuestro doblete en el programa "DOBLETE" [8], y obtenemos los siguientes resultados:

Si usamos un objetivo de microscopio de 5x, como ya hemos calculado (ver tabla 2.2), nuestro doblete debe tener una distancia focal igual a f = 126,363 mm y los resultados en el programa de diseño son:



Figura 3.1: a) Resultados del diseño del doblete cuando usamos un objetivo 5X. b) Esquema.

• utilizando un objetivo de microscopio de 10X, la distancia focal ideal de nuestro doblete deberá ser de f = 49,186. Pero con estos datos no podemos diseñar en el programa porque para los espesores obtenidos las superficies se cruzan. Entonces tenemos que modificar esta distancia focal ideal, proponiendo, varias de ellas hasta encontrar la más adecuada de tal forma que no se crucen los radios de curvatura y que a su vez no se aleje tanto de la distancia focal ideal. La distancia focal que cumple con estas dos condiciones en el programa es f = 100 mm, y diseño queda de la siguiente forma:



Figura 3.2: a) Resultados del diseño del doblete usando un objetivo 10X. b) Esquema.

Para el caso de un objetivo de microscopio de 20X, la distancia ideal del doblete debe ser de f = 29,099. Pero tampoco podemos hacer el diseño porque para los espesores obtenidos las superficies se cruzan. Entonces la distancia focal a la que se puede impedir este cruzamiento es f = 55 mm con el siguiente diseño:



Figura 3.3: a)Resultados del diseño del doblete usando un objetivo 20X. b) Esquema.

Ahora bien, nos conviene diseñar un doblete con una distancia focal f muy corta, debido a que queremos tener un IDP compacto, pero esto no implica que sea el más adecuado. Entonces, deacuerdo con los resultados anteriores: No usaremos un objetivo de microscopio de 5x debido a que el doblete necesita tener una una distancia focal fgrande, tampoco usaremos uno de 20x puesto que la distancia focal ideal del doblete fue modificada y ademas se desperdicia parte del cono de luz.

Por tanto, usaremos un objetivo de microscopio de 10x puesto que la distancia focal del doblete obtenida con el programa no difiere en gran parte de la ideal, y la parte del cono de luz que se pierde es menor en comparación a usar un objetivo de 20x.

Una vez obtenido el diseño del doblete en el programa DOBLETE, tomamos los datos y los metemos en el programa comercial de diseño ZEMAX. En este programa fijamos la longitud focal del doblete f = 100mm, la longitud de onda  $\lambda = 632$ nm, los tipos de vidrios BK7 y F2 y por último el diámetro de abertura del doblete D = 25,4mm. Las variables del diseño de las que depende fuertemente el diseño son: los radios de curvatura de ambas lentes y los espesores axiales. El diseño más óptimo que se logró obtener con el programa ZEMAX es el siguente (Tabla 3.2)

🖟 Lens Data Editor 📃 🔲 🔀										X	
	Surf:Type	Comment	Radius		Thickness		Glass	Т	Semi-Diameter	Τ	^
OBJ	Standard		Infinity		Infinity				0.00000	٦	
STO	Standard		54.245220	v	5.00000		F2		12.700000	Τ	
2	Standard		25.513301	v	10.00000		BK7	Т	12.102845	Τ	
3	Standard		-191.753813	v	91.632615	М			11.692277	Τ	
IMA	Standard		Infinity						0.009811		~
2										5	

Tabla 3.2: Se muestran los datos del diseño más óptimo para el doblete con f=100 mm

en donde la aberración transversal, la DCO y el frente de onda quedan de la siguiente manera (Figura 3.4)

Hasta aquí hemos logrado diseñar los elementos 5 de nuestro interferómetro compacto (Fugura 2.1), el cual nos va a colimar el haz expandido por el objetivo de microscopio y aprovechamos este diseño para constriuir el elemento 9, puesto que este sólo es para enfocar nuevamente el haz que trae información de las aberraciones del sistema bajo prueba a la placa del IDP. Pero nos falta el diseño del elemento 7 de nuestro interferómetro, el cual haremos en la siguiente sección

Pedro Cebrian Xochihuila



Figura 3.4: *a*)*Gráfica de la aberración transversal, b*) *Gráfica del DCO, c*)*Gráfica del frente de onda.* 

#### 3.2. Diseño del triplete acromático

La idea fundamental de diseñar un triplete es debido a que con este elemento podemos disminuir más las aberraciones tanto longitudinal como cromática, logrando con esto, que la información recopilada por nuestro triplete no altere la información de la calidad óptica del sistema bajo prueba. Ahora bien, diseñaremos tres tripletes con distintos F/# (número F), esto es con el fin de que nuestro Interferómetro compacto pueda cubrir una amplia gama de radios de curvatura de las superficies bajo prueba. Los propuestos son: F/# = 0.5, F/# = 3.3 y F/# = 6. Como ya sabemos el F/# se define de la siguiente manera

$$F/\# = \frac{f}{D},\tag{3.3}$$

donde f es la longitud focal efectiva de la componente o sistema y D es el díametro de la misma, que en nuestro caso D = 25.4mm. Entonces haciendo el respectivo despeje tenemos que

$$f = (F/\#)(D),$$
 (3.4)

sustituyendo valores en esta última ecuación, tenemos que las distancias focales de los tripletes deberán ser de: 12.7mm, 83.82mm y 152.4mm.

Para la contrucción de los tripletes, los tipos de vidrio que utilizaremos son: F2,BK7y S - FSL5, esto se debe a que los dos son los más comerciales y principalmente por que son los que tenemos a la mano en este momento en el taller de óptica de este instituto, ademas ya conocemos las caracteristicas del primero y el segundo (Ver tabla3.1) y las características del vidrio S - FSL5 son:  $n_d = 1.487$  y  $\nu_d = 70.2$ , esto lo hace ser más convergente que el BK7, lo cual nos conviene para dismiuir más las aberraciones en comparación con el doblete.

Con estos datos que tenemos, nos vamos directamente al a diseñar en el programa comercial de diseño ZEMAX, puesto que ya tenemos el diseño del doblete acromático constituido por los vidrios F2 y BK7, a este le adicionamos una tercera lente de virdrio S - FSL5 y comenzamos a variar nuevamente los radios de curvatura y los espesores axiales hasta encontrar en diseño óptimo que tenga el mínimo de aberraciones, Y lo re-

Pedro Cebrian Xochihuila

sultados obteidos son los siguentes;

- 1. Para el triplete con distancia focal f = 12.7mm no se puede hacer tal diseño, como era de esperarse, debido a que converge o diverge (sugún el caso) demasiado rápido y los valores de las constantes que le damos (tipos de vidrio y diámetro) no le son suficientes y se indefine el diseño
- 2. En el caso del triplete con distancia focal f = 83.8mm, el diseño sí se puede hacer, y los resultados son los siguietes (Tabla 3.3),

<b>GH</b> Le	Image: Contract and the second sec									X	
	Surf:Type	Comment	Radius		Thickness		Glass		Semi-Diameter		^
OBJ	Standard		Infinity		Infinity				0.00000		
STO	Standard		42.160336	v	10.00000		F2		12.700000		i -
2	Standard		19.869929	v	10.00000		BK7		11.320537		i –
3	Standard		-243.576176	v	10.00000		S-FSL5		10.805092		i -
4	Standard		-206.618495	v	65.167921	М			9.951226		İ.
IMA	Standard		Infinity						0.017867		~
<											

Tabla 3.3: Se muestran los datos del diseño más óptimo para el triplete con f=83.8 mm

en donde se logra obtener un  $RMS = \lambda/4$  y un pico valle  $PV = \lambda/1.4$ 



Figura 3.5: *a*)*Gráfica de la aberración transversal, b*) *Gráfica del DCO, c*)*Gráfica del frente de onda.* 

3. Por último para el triplete con f = 152.4mm tambien se puede hacer el diseño, obteniendo los siguientes resultados (Tabla 3.4),

<b>CH</b> Le Edit	Edit Solves Options Help									X	
	Surf:Type	Comment	Radius		Thickness		Glass		Semi-Diameter	٦	^
OBJ	Standard		Infinity		Infinity				0.00000		
STO	Standard		52.000000		10.00000		F2		12.700000	7	i
2	Standard		26.50000		11.236035	v	BK7		11.639830		ĺ I
3	Standard		276.385806	V	10.00000		S-FSL5		11.027555		i I
4	Standard		237.555117	v	123.413890	М			10.322670		
IMA	Standard		Infinity						0.023661		~
<										>	:

Tabla 3.4: Datos del diseño más óptimo para el triplete con f=152.4 mm

con un  $RMS = \lambda/15$  y un pico valle  $PV = \lambda/4,6$ 

Estos son los diseños de las componentes ópticas que se llevaron a cabo en el programa comercial de diseño ZEMAX, y como podemos apreciar de las gráficas y figuras, el triplete con longitud focal f = 152.4mm es el que tiene una mejor calidad debido a que converge más lento.

Haciendo los cálculos adecuados, y si usamos el triplete con longitud focal f = 83.8mm, nuestro interferómetro tendra en total un  $RMS_T = \lambda/2$  y un pico valle total  $PV_T = \lambda$ . Pero si en lugar del triplete anterior usamos el de f = 152.4, entonces tendremos un  $RMS_T = \lambda/3$  y un  $PV_T = \lambda$  en nuestro interferómetro.



Figura 3.6: *a*)*Gráfica de la aberración transversal, b*) *Gráfica del DCO, c*)*Gráfica del frente de onda.* 

### Capítulo 4

## Resultados

# 4.1. Evaluación de la calidad de las componentes ópticas del IDP

Con los datos que se obtuvieron en el programa comercial de diseño ZEMAX, se fabricaron las componentes ópticas en el taller de óptica, dicha fabricación lleva un largo tiempo debido a que cada componente requiere de una serie de procesos, de los cuales no vamos a hacer énfasis en su descripción. Lo que realmente es de interés para nosotros es evaluar la calidad óptica de los elementos una vez concluida su fabricación.

Para la evaluación de la calidad óptica de los dobletes y tripletes acromáticos procedemos de la siguiente manera, en el taller de óptica se cuenta con un interferómetro comercial ZYGO con el cual se evalúan las superficies ópticas que se fabrican en él. Para evaluar nuestras componentes ópticas, montamos un arreglo experimental (Figura 4.1), el cual consiste de un Interferómetro comercial ZYGO conectado a una PC y éste a su vez tiene una esfera de referencia f/3,3 que es con la que vamos a comparar nuestro dobletes y tripletes, posteriormente alineamos nuestro doblete o triplete con la esfera de referencia



Figura 4.1: Arreglo experimental para evaluar la calidad de las componentes ópticas

del ZYGO de tal manera que los focos tanto del doblete (o triplete) como de la esfera de referencia coincidan, y por último colocamos un espejo plano detras de la componente óptica que vamos a analizar con el fin de que regrese el haz con información de la misma hacia dentro del ZYGO y éste a su vez nos dé la información del doblete en la PC por medio de un interferograma, el cual posteriormente analizamos en APEX (programa comercial de diseño), y obtenemos las aberraciones de tercer orden, interferograma sintético y frente de onda de nuestro doblete o triplete segun el caso.

#### 4.1.1. Resultados del primer doblete acromático

Ambos dobletes acromáticos que diseñamos tienen una longitud focal f = 100mm, pero como es de esperarse, la calidad de estos varía debido a cuestiones técnicas en su fabricación. Para el caso de nuestro primer doblete, se obtuvo con el ZYGO el siguiente interferograma(Figura 4.2), el cual se analizó en APEX y se obtuvo la siguiente información (Figura 4.3),



Figura 4.2: Interferograma obtenido al probar el primer doblete acromático.



Figura 4.3: *Resultados del primer doblete a*) *Localización de franjas, b*)*Aberraciones de tercer orden, c*) *Interferograma sintético y d*) *Frente de onda.* 

#### 4.1.2. Resultados del segundo doblete

Al analizar nuestro segundo doblete con el ZYGO, también obtuvimos su interferograma (Figura 4.4), en el que se puede apreciar una diferencia con respecto al interferograma del primer doblete como era de esperarse, como ya habiamos mencionado, estas diferencias se dan por cuestiones técnicas en fabricación de los mismos. Hacemos el mismo



Figura 4.4: Interferograma obtenido al probar el segundo doblete acromático.

procedimiento como en el caso del primero, analizamos este interferograma en APEX para obtener la información del mismo, la cual se muestra en la siguiente figura (Figura 4.5),



Figura 4.5: Resultados del segundo doblete a) Localización de franjas, b) Aberraciones de tercer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda

#### 4.1.3. Resultados del primer triplete

De manera semejante, como en el caso de los dobletes, analizamos los tripletes, obteniendo en primer lugar el interferograma (Figura 4.8) del primer triplete que tiene una distancia focal f = 83,82mm,



Figura 4.6: Interferograma obtenido al probar el primer triplete acromático.

que posteriormente se analiza de igual forma con el programa APEX obteniendo el siguiente resultado (Figura 4.9)



Figura 4.7: *Resultados del primer triplete a*) *Localización de franjas, b*) *Aberraciones de tercer orden, c*) *Interferograma sintético y d*) *Frente de onda* 

#### 4.1.4. Resultados del segundo triplete

Procedemos de igual forma, obtenemos el interferograma (Figura 4.6) del segundo triplete que tiene una distancia focal f = 152,4mm,



Figura 4.8: Interferograma obtenido al probar el segundo triplete acromático.

que posteriormente también analizamos en APEX obteniendo la siguiente información (Figura 4.9)



Figura 4.9: Resultados del segundo triplete a) Localización de franjas, b) Aberraciones de tercer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda

## 4.2. Evaluación de la calidad óptica de una superficie bajo prueba

En la sección anterior evaluamos la calidad óptica de cada elemento por separado, pero en esta sección evaluaremos la calidad de una superficie bajo prueba, utilizando en el IDP las componentes ópticas (dobletes y tripletes) ya evaluadas. Para esto construimos en el laboratorio de intrumentación de este instituto el siguiente arreglo (Figura 4.10), en



Figura 4.10: Interferómetro Compacto de Difracción por Punto

el cual podemos observar el sistema de colimación (elementos, 1 diodo láser de He-Ne, 2 objetivo de microscopio de 10x, 3 pinhole de  $20m\mu$ , 4 diafragma y 5 doblete), sistema de formación de imagen (elementos 6 prisma divisor de haz, 7 triplete y 9) doblete, sistema

de medición (elementos 10 placa semitransparente y 11 cámara ccd) y sistema bajo prueba (elemento 8 superficie bajo prueba).

Una vez construido nuestro arreglo experimental, evaluamos la calidad óptica del elemento 8, es decir de la superficie bajo prueba que se trata de una superficie cóncava con radio de curvetura R = 99.81mm y diámetro D = 50mm de la cual obtuvimos interferogramas, los cuales también se analizaron en APEX para tener las aberraciones de la misma. Entonces, colocamos la superficie bajo prueba de tal manera que su radio de curvatura coincida con el foco del triplete , con esto garantizamos que los rayos que van a la superficie regresen al prisma y este dirija al haz hacia el doblete que lo enfoca justo donde se encuentra la placa semitransparente, pasando por el micro-orificio transparente  $(dimetro \simeq 10\mu m)$  que genera por difracción el frente de onda de referencia, que posteriormente interfiere con el aberrado logrando así la interferencia.

# 4.2.1. Calidad de la superficie bajo prueba usando el primer triplete en el IDP

Cuando colocamos nuestro primer triplete con longitud focal f = 83.82 en el arreglo experimental (elemento 7 de la figura 4.10), capturamos los interferogramas (Figura 4.11), generados por la superposición del frente de onda de referencia con el aberrado y después los analizamos en APEX para obtener los datos de las aberraciones presentes.

Los datos de las aberraciones que se muestran (Figura 4.12), corresponden al interferograma c) de la Figura 4.11, elegimos este interferograma debido a que fue el que presentó una mejor similitud con interferograma real al ser analizado en APEX.

#### 4.2. EVALUACIÓN DE LA CALIDAD ÓPTICA DE UNA SUPERFICIE BAJO PRUEBA



a)



b)



Figura 4.11: Interferogramas obtenidos al usar el primer triplete en el IDP. a) En foco, b) En foco con tilt y c) Dentro de foco



Figura 4.12: *Resultados al usar el primer triplete en el IDP a*) *Localización de franjas, b*) *Aberraciones de tercer orden, c*) *Interferograma sintético y d*) *Frente de onda* 

# 4.2.2. Calidad de la superficie bajo prueba usando el segundo triplete en el IDP

Ahora quitamos el primer triplete y colocamos el segundo de longitud focal f = 152.4mm (elemento 7 de la figura 4.10), obtenemos los interferogramas (Figura 4.13) que después se analizan en APEX obteniendo sus aberraciones. Presentamos los datos de las aberraciones (Figura 4.14) del interferograma c) de la figura 4.13 ya que el interferograma sintético presentó una mejor similitud con el interferógrama real.



a)





Figura 4.13: Interferogramas obtenidos al usar el segundo triplete en el IDP. a) Dentro de foco, b) Aproximadamente en foco y c) En foco



Figura 4.14: *Resultados al usar el segundo triplete en el IDP a*) *Localización de franjas, b*) Aberraciones de tercer orden, c) Interferograma sintético y d) *Frente de onda* 

# 4.2.3. Análisis de las aberraciones de la superficie bajo prueba con el ZYGO

Para concluir con este trabajo, hacemos el análisis de las aberraciones de la superficie bajo prueba, utilizando el ZYGO para obtener los interferogramas que después analizaremos en APEX. Como ya sabemos, se trata de una superficie esférica con radio de curvatura R = 99.811mm y diámetro D = 50mm. Este análisis lo hacemos para determinar como contribuyen los errores del interferómetro al probar esta superficie.

Para obtener los interferogramas de la superficie bajo prueba, construimos el siguiente arreglo experimenta (Figura 4.15), colocamos la superficie bajo prueba de tal manera que su radio de curvatura R, coincida con el foco de la esféra de referencia (F = 64.81 y #/F = 0.65) del ZYGO.



Figura 4.15: Arreglo experimental para evaluar la superficie bajo prueba

posteriormente capturamos el interferograma (Figura 4.16) con una PC, para después analizarlo en APEX y obtener datos de las aberraciones (Figura 4.17)

#### 4.2. EVALUACIÓN DE LA CALIDAD ÓPTICA DE UNA SUPERFICIE BAJO PRUEBA



Figura 4.16: Interferograma obtenido de la superficie bajo prueba con el ZYGO



Figura 4.17: Interferograma obtenido de la superficie bajo prueba con el ZYGO

#### 4.3. Contribución de los errores del IDP

Ya hicimos medición de las aberraciones de la superficie bajo prueba (R = 99.811mm y D = 50mm)con el IDP usando el primer triplete (f = 83.82mm , D = 25.4mm) y el segundo triplete (f = 152.4mm , D = 25.4mm) y obtuvimos sus respectivos resultados, pero nos falta determinar la contribución de los errores del IDP al evaluar la superficie bajo prueba. Para hacer esta tarea, tomamos las aberraciones obtenidas al evaluar la superficie bajo prueba con el IDP y le restamos las aberraciones obtenidas al evaluar la misma superficie bajo prueba con el ZYGO, entonces, tendremos la presición del IDP, es decir, obtendremos el valor de los errores del IDP que contribuyen al analisis de la superficie bajo prueba. Por lo tanto tenemos que:

1. La contribución de los errores del IDP usando el primer triplete (f = 83.82), se obtiene restando las aberraciones obtenidas con el ZYGO a las aberraciones obtenidas con el IDP, los resultados son:

Piston	Focus	Y Tilt	X Tilt
0.275	0.9	0.65	-0.81
Spherica	-0.225		
Y Coma	-0.04		
X Coma	-0.01		
45 Astig	0.015		
0 Astig	-0.43		
RMS	3.55		
PV	55.45		

2. La contribución de los errores del IDP usando el segundo triplete (f = 152.4), se

obtienen también restando las aberraciones obtenidas con el ZYGO a las aberraciones obtenidas con el IDP, Por lo tanto, los resultados son.

Piston	Focus	Y Tilt	X Tilt
-0.15	0.645	0.75	-0.825
Spherica	-0.075		
Y Coma	-0.05		
X Coma	-0.04		
45 Astig	-0.025		
0 Astig	-0.09		
RMS	0.01		
PV	0.95		

De estos resultados se puede observar que cuando evaluamos con el IDP a la superficie bajo prueba usando el segunto triplete (f = 152.4mm), los resultados de las aberraciones son más precisos, es decir tenemós el mínimo de errores.

## Capítulo 5

## Conclusiones

- Elegimos el IDP como un instrumento para evaluar la calidad de superficies ópticas, debido a que es simple de usar y de construir, sobre todo como en nuestro caso que podemos construir la placa del IDP; además es insensible a vibraciones mecánicas y cambios de temperatura por ser un interferómetro de trayectorias comunes.
- La calidad de las componentes ópticas que lo constituyen, son factor fundamental para obtener medidas presisas de las superficies bajo prueba con del IDP. Como se puede apreciar, en nuestros interferogramas se ven manchas y partes faltantes de los mismos, debido a los errores que se comenten en la construcción de las componentes.
- Se diseñaron tres tripletes, con el fin de que el IDP abarcara una amplia gama de distintos numeros F/# de las superficies bajo prueba. Pero sólo se construyeron dos tripletes, debido a que uno de ellos tenía un F/# muy pequeño y de acuerdo con los parámetros que se le dieron, las superficies se cruzaban, es decir el programa de diseño no convergía a una solución.
- La diferencia de los resultados obtenidos en la fabricación con repecto a los del

diseño en el programa ZEMAX, se debe a cuestiones técnicas en la construcción de las componentes ópticas, ya que cada una de ellas tiene que pasar por una serie de procesos.

- De los resultados obtenidos, podemos apreciar que utilizando el triplete de longitud focal f = 152.4mm en el IDP, los resultados al evaluar una superficie bajo prueba son mejores en comparación a usar el triplete con longitud focal f = 83.82mm. Entonces, es más recomendable utilizar el IDP con el triplete (f = 152.4mm), puesto que contribuye con menos errores en las mediciones, la desventaja es que sólo podemos evaluar superficies con F/# grandes. Sin embargo con el triplete (f = 83.82mm) podemos evaluar superficies con F/# pequeños pero la desventaja es que el IDP contribuye con muchos errores en el análisis de una superficie bajo prueba.
- Podemos utilizar el IDP con cualquiera de los dos tripletes para evaluar la calidad de superficies ópticas, pero a los resultados que obtengamos le debemos restar los errores del IDP (según el triplete que se use), para obtener una precisión igual a la del interferómetro Zygo (λ/10).
- Las dimenciones de las monturas mecánicas utilizadas en el IDP juagan un papel muy importante en el tamaño del interferómetro (40 × 40 × 20cm). De esto depende que tan compacto es.
- Como trabajo a futuro es diseñar monturas mecánicas que no abarquen mucho espacio en el IDP, así como dejar fijas todas las componentes ópticas de este interferómetro.

## Indice de tablas

2.1.	Diámetro del pinhole que debe usarse para el objetivo de microscopio elegido .	21
2.2.	Distancias focales de la lente 1 para distintos objetivos	23
3.1.	Características de los vidrios F2 y BK7	26
3.2.	Se muestran los datos del diseño más óptimo para el doblete con f=100 mm $\therefore$	29
3.3.	Se muestran los datos del diseño más óptimo para el triplete con f=83.8 mm $\therefore$	32
3.4.	Datos del diseño más óptimo para el triplete con f=152.4 mm	34

## Índice de figuras

1.1.	Principio de Funcionamiento del IDP	3
1.2.	Representación de los planos que se utilizan para el análisis teórico del IDP	5
1.3.	Representación del IDP en dos dimensiones	7
2.1.	Arreglo experimental que se desea desarrollar	16
2.2.	Filtrado espacial de un haz	17
2.3.	Perfil de haz de un láser	18
2.4.	Perfil de la intensidad del haz, cuando las longitudes de onda del ruido son cortas	19
2.5.	Energía transmitida por el pinhole	20
2.6.	Objetivo de microscopio	21
2.7.	Determinacion de la distancia focal de la lente colimadora	22
2.8.	a) Prisma de visión directa, b) Prisma acromático	24
3.1.	a) Resultados del diseño del doblete cuando usamos un objetivo 5X. b) Esquema.	27
3.2.	a) Resultados del diseño del doblete usando un objetivo 10X. b) Esquema	28
3.3.	a)Resultados del diseño del doblete usando un objetivo 20X. b) Esquema	28
3.4.	a)Gráfica de la aberración transversal, b) Gráfica del DCO, c)Gráfica del frente	
	<i>de onda.</i>	30
3.5.	a)Gráfica de la aberración transversal, b) Gráfica del DCO, c)Gráfica del frente	
	<i>de onda.</i>	33

#### ÍNDICE DE FIGURAS

3.6.	a) Gráfica de la aberración transversal, b) Gráfica del DCO, c) Gráfica del frente	
	<i>de onda.</i>	35
4.1.	Arreglo experimental para evaluar la calidad de las componentes ópticas	37
4.2.	Interferograma obtenido al probar el primer doblete acromático	38
4.3.	Resultados del primer doblete a) Localización de franjas, b)Aberraciones de ter-	
	cer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda	38
4.4.	Interferograma obtenido al probar el segundo doblete acromático	39
4.5.	Resultados del segundo doblete a) Localización de franjas, b) Aberraciones de	
	tercer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda	40
4.6.	Interferograma obtenido al probar el primer triplete acromático	41
4.7.	Resultados del primer triplete a) Localización de franjas, b) Aberraciones de ter-	
	cer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda	42
4.8.	Interferograma obtenido al probar el segundo triplete acromático	43
4.9.	Resultados del segundo triplete a) Localización de franjas, b) Aberraciones de	
	tercer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda	44
4.10	. Interferómetro Compacto de Difracción por Punto	45
4.11	. Interferogramas obtenidos al usar el primer triplete en el IDP. a) En foco, b) En	
	foco con tilt y c) Dentro de foco	47
4.12	. Resultados al usar el primer triplete en el IDP a) Localización de franjas, b)	
	Aberraciones de tercer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda $\ . \ .$	48
4.13	. Interferogramas obtenidos al usar el segundo triplete en el IDP. a) Dentro de foco,	
	b) Aproximadamente en foco y c) En foco	49
4.14	. Resultados al usar el segundo triplete en el IDP a) Localización de franjas, b)	
	Aberraciones de tercer orden, c) Interferograma sintético y d) Frente de onda $\ . \ .$	50
4.15	. Arreglo experimental para evaluar la superficie bajo prueba	51
4.16	. Interferograma obtenido de la superficie bajo prueba con el ZYGO	52
4.17	. Interferograma obtenido de la superficie bajo prueba con el ZYGO	53

### Bibliografía

- [1] Linnik, W., "Simple Interferometer to Test Optical Systems" Comptes Radnus de 1' Académie des Sciences d 1' U.R.SS. 1, 208 (1933) Abstract in Z. *Instrumentenkd.*, 54, 463 (1934).
- [2] Smartt R. N. and Steel W. H. "Theory and Application of Point-Diffraction Interferometers" Proc. ICO Conf. Opt. Methods in Sci. and Ind. Meas., Tokyo, 1974;*Japan, J. Appl. Phys.* 14 (1975) Suppl. 14-1, 351-356.
- [3] C. Koliopoulos, O. Kwon, R.Shagam, J. C. Wyant and C. R. Hayslett, "Infrared Point-Diffraction interferometer" *Optics Letters*, Vol. 3, page 118, September 1978, 118-120.
- [4] Leopoldo A. F.Ortiz Arcos "Analisis Experimental del interferómetro de Difracción por Punto" (1980), INAOE.
- [5] Daniel Malacara, Zacarias Malacara, "Handbook of Lens Design" Marcel Dekker, New York, 1994.
- [6] Francis W. Sears "OPTICA" Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, (1949)
- [7] http://www.schott.com/advanced\_optics/english/download/datasheet\_all\_english.pdf
- [8] Sergio Vazquez Montiel "Doblete" C++