

Segmentación de Coberturas de la Tierra Espectralmente Similares Empleando Campos Aleatorios de Markov y Características de Textura Estructural y Estocástica

por

Erika Danaé López Espinoza M. en C., INAOE

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD DE CIENCIAS COMPUTACIONALES

en el

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica Septiembre 2009 Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Leopoldo Altamirano Robles Investigador Titular del INAOE

©INAOE, 2009 Derechos reservados El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias de esta tesis en su totalidad o en partes



Resumen

En esta tesis se analiza el modelado Markoviano y su uso en la segmentación de coberturas de la tierra a partir de imágenes para técnicas de percepción remota, sin dejar a un lado el dominio de imágenes digitales en general. El problema de segmentación lo consideramos análogo al de clasificación, donde el objetivo es dividir una imagen en regiones homogéneas de acuerdo a un conjunto dado de características.

Bajo el enfoque Bayesiano usando campos aleatorios de Markov (MRF por sus siglas en ingleś), la textura de la imagen a ser segmentada se introduce como parte de las funciones potenciales de la función de energía posterior de segundo grado. Los campos de textura de la imagen segmentada son obtenidos mediante la descomposición de Wold, y a la función final la llamamos Función de Energía de Textura o función TEF por sus siglas en inglés. Al obtener los campos de textura en el dominio de las frecuencias mediante la descomposición de Wold, la función propuesta queda definida tanto en el dominio espacial (interacciones entre los píxeles) como en el dominio de las frecuencias (campos de referencia). Lo anterior permite definir mejor los bordes de los objetos que están siendo segmentados.

Una variedad de imágenes sintéticas y reales son segmentadas usando la función TEF. A partir de los resultados de segmentación obtenidos se observa que, al incorporar campos de textura en la función de energía posterior de los MRF se mejora el porcentaje de segmentación.

La principal aportación en esta tesis es la función TEF la cual es posible introducir en modelos de campos aleatorios de Markov planos y de estructura de árbol (TS-MRF). De esta manera en esta tesis se propone un nuevo modelo basado en TS-MRF y la función TEF para segmentación de clases espectralmente similares.

Adicionalmente, se propone una metodología preliminar que involucra la función TEF y un modelo de geometría estocástica para mejorar la segmentación de imágenes con objetos geométricos. Los resultados de segmentación preliminares obtenidos sobre imágenes sintéticas son alentadores, sin embargo existe mucho trabajo por hacer en este tema.

Palabras clave: segmentación de imágenes, textura, campos aleatorios de Markov, descomposición de Wold, geometría estocástica, procesos puntuales marcados, imágenes de percepción remota, imágenes digitales.

Abstract

In this thesis, Markovian modeling is applied to perform segmentation of land cover from remote sensing and digital images. The segmentation problem is approached as a classification problem, where the goal is to decompose an image in a set of homogeneous regions using a similarity characteristics set.

In the Bayesian framework using Markov Random Fields (MRF) the image texture is introduced as clique potentials of a second-order posterior energy function. These clique potentials or texture fields are obtained by means of the 2-D Wold decomposition and the obtained final function is called texture energy function (TEF). Texture fields are obtained from the frequency domain, therefore, a model is defined through both the spatial (contextual constraint) and frequency (reference fields) domain. This model allows us to define better the segmented image borders.

Experiments were carried out on a variety of synthetic and real images. From the segmentation results, it is observed that by incorporating texture fields to the posterior energy function, the segmentation quality is improved.

In this thesis, the main result is the TEF function which is possible to introduce within MRF and tree-structured Markov random fields (TS-MRF) models. In this way, a new model for segmentation of classes with similar spectral response based on TS-MRF and the TEF function is proposed.

In addition, a methodology that involves the TEF function and a stochastic geometry model to improve image segmentation is proposed. The segmentation preliminary results on synthetic images are encouraging, but there is still work to be done in this direction.

Keywords: image segmentation, texture, Markov random fields, Wold decomposition, stochastic geometry, marked point process, remote sensing images, digital images.

Agradecimientos

Son inumerables las personas a las que debo agradecer el haber llegado hasta aquí. Aún así, quiero agradecer de manera más personal a algunas de ellas.

En primer lugar a mi asesor de tesis, Leopoldo Altamira Robles, sin cuyo apoyo incondicional y aportaciones no hubiese podido realizar este trabajo.

Agradezco enormemente a los doctores Jesús Antonio Gónzalez Bernal, José Francisco Martínez Trinidad, Eduardo Morales Manzanares, Luis Enrique Sucar Succar y Daniel Gatíca-Pérez, sus valiosos y enriquecedores comentarios, así como el tiempo invertido en la revisión del documento de tesis.

Agradezco al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) por la oportunidad de realizar mis estudios de doctorado y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico que me otorgó durante estos años de crecimiento profesional.

Agradezco inmensamente a mi esposo Octavio todo su apoyo durante esta etapa de mi vida. Tu gran amor ha sido la clave para sobreponerme a todos esos momentos adversos.

Agradezco a mi madre y hermanos la comprensión por no haber estado presente en momentos importantes y el amor con el que siempre me reciben cuando nos vemos.

Dedicatoria

A mi $padre^{\dagger}$ y a mi madre, símbolo de humildad, honradez y trabajo A mi amado esposo Octavio

Índice general

Re	sume	n	III
Ab	ostrac	t	v
Ag	gradeo	cimientos	VII
De	dicat	oria	IX
Ac	rónin	nos	XV
Íno	dice d	le figuras X	VII
Íno	Índice de tablas XIX		
1.	Intro	oducción	1
	1.1.	Motivación y descripción del problema	2
	1.2.	Justificación	11
	1.3.	Objetivo general	11
	1.4.	Contribuciones	12
	1.5.	Panorama general	12
	1.6.	Organización de la tesis	13
2.	Fund	damentos sobre campos aleatorios y geometría estocástica	15
	2.1.	Campos aleatorios de Markov	15
		2.1.1. Modelo de Ising	15
		2.1.2. Campos aleatorios de Markov	17
		2.1.3. Segmentación con campos aleatorios de Markov	19

	2.2.	Descomposición de Wold	23
		2.2.1. Modelo de textura unificado y la descomposición de Wold	25
	2.3.	Geometría estocástica	30
		2.3.1. Procesos puntuales y procesos puntuales marcados	31
		2.3.2. Densidad y medida de referencia de un proceso puntual marcado	33
		2.3.3. Enfoque Bayesiano	34
		2.3.4. Simulación y optimización	36
	2.4.	Resumen	36
3	Esta	do del arte en segmentación de coberturas de la tierra	39
	3.1.	Enfoque espectral	39
	3.2.	Enfoques que modelan el conocimiento	41
	3.3.	Enfoques probabilistas	44
	3.4.	Discusión	52
4.	Fun	ción de energía de textura para segmentación de imágenes	53
	4.1.	Introducción	53
	4.2.	Función de energía de textura TEF	55
		4.2.1. Definición de la energía <i>a priori</i>	55
		4.2.2. Definición de la energía de verosimilitud	56
		4.2.3. Energía posterior	57
	4.3.	Resumen	58
5.	Segn	nentación sobre imágenes con clases espectralmente similares	61
	5.1.	Datos	62
	5.2.	Obtención de campos de referencia de textura	68
	5.3.	Modelos MRF implementados	68
		5.3.1. Modelos supervisados	70
		5.3.2. Modelos no supervisados	71
	5.4.	Experimentos con imágenes sintéticas	72
	5.5.	Experimentos con imágenes reales	77
		5.5.1. Imágenes de Corel y VisTex	77
		5.5.2. Imágenes de percepción remota	90
	5.6.	Análisis del modelo de textura	98

		5.6.1.	Análisis de sensibilidad de los campos de textura	98
		5.6.2.	Análisis de tiempo de procesamiento	100
	5.7.	Resum	ien	102
6.	Met	odologí	a de segmentación con geometría estocástica	105
	6.1.	Introdu	ucción	105
	6.2.	Metod	ología propuesta	106
		6.2.1.	Proceso puntual marcado	108
		6.2.2.	Algoritmo	109
		6.2.3.	Experimento sobre imagen sintética	109
	6.3.	Resum	en	113
7.	Con	clusion	es y trabajo a futuro	115
	7.1.	Aporta	ciones	117
	7.2.	Trabaj	o a futuro	117
Re	feren	cias		119
A.	Desc	composi	ición de Wold	129
	A.1.	Algun	os resultados experimentales	129
B.	Aná	lisis de	varianza - ANOVA	133
	B.1.	Estadí	sticas calculadas	133
C.	Ene	rgía Pos	sterior	137
D.	Pub	licacion	es	139

Acrónimos

CE	Clasificadores Espectrales
CR	Crecimiento de Regiones
DPA	Pseudo recocido determinista (Deterministic Pseudo Annealing)
DW	Descomposición de Wold
EBC	Enfoque Basado en Conocimiento
EM	Expectación y Maximización (Expectation Maximization)
Espc. Simil.	Espectralmente Similares
GE	Geometría Estocástica
GER	Investigación Geofísica del Ambiente
	(Geophysical Environment Research)
GMRF	Campos Aleatorios de Markov Gaussianos
	(Gaussian Markov Random Field)
GRASS	Sistema de Apoyo para Análisis Geográfico de Recursos
	(Geographic Resources Analysis Support System)
GSA	Enfoque de Estrategia de Juego (Game Strategy Approach)
ICM	Modo Condicional Iterativo (Iterated Conditional Mode)
INECOL	Instituto de Ecología
KNN	K Vecinos Cercanos (K Nearest Neighbors)
MAP	Máxima A Posterior (Maximum a Posteriori)
MCMC	Monte Carlo basado en Cadenas de Markov
	(Markov Chain Monte Carlo)
MD	Distancia Mínima (Minimum Distance)
MDE	Modelos Digitales de Elevación

MHD	Distancia Mahalanobis (Mahalanobis Distance)
ML	Máxima Verosimilitud (Maximum Likelihood)
MMD	Dinámica de Metrópolis Modificada
	(Modified Metrópolis Dynamics)
MPL	Máxima Pseudoverosimilitud (Maximum Pseudo-Likelihood)
MRF	Campos Aleatorios de Markov (Markov Random Field)
MRF-FLAT	Campo Aleatorio de Markov que no usa la estrutura de árbol
MRF-FS	MRF-FLAT Supervisado
MRF-FS/ $TEF_{\beta}(4)$	MRF-FLAT Supervisado /con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FS/TEF(4)	MRF-FLAT Supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FS/ $TEF_{\beta}(8)$	MRF-FLAT Supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (2do. orden)
MRF-FS/TEF(8)	MRF-FLAT Supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (2do. orden)
MRF-FUS	MRF FLAT No supervisado
MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(4)$	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FUS/TEF(4)	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(8)$	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (2do. orden)
MRF-FUS/TEF(8)	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (2do. orden)
NS	No Supervisada
00	Orientada a Objetos
Р	Paralelepipedos
RJMCMC	Monte Carlo basado en Cadenas de Markov con Salto Reversible
	(Reversible Jump Markov chain Monte Carlo)
RN	Redes Neuronales
S	Supervisada
SA	Recocido Simulado (Simulated Annealing)
SAR	Radar de Apertura Sintética (Synthetic Aperture Radar)
SIG	Sistema de Información Geográfica
SPOT	Sistema Experimental de Observación de la Tierra
	(System Pour d'Observation de la Terre)
TDF	Transformada Discreta de Fourier
TEF	Función de Energía de Textura (Texture Energy Function)
TS-MRF	Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol
	(Tree-Structured Markov Random Field)
TS-MRF/TEF	Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol y función TEF

Índice de figuras

1.1.	Escenario general de un sistema de percepción remota	3
1.2.	Respuesta espectral de 3 tipos de manglar en una imagen SPOT 5	7
1.3.	Segmentación de 6 tipos de coberturas y 3 tipos de manglar	8
2.1.	Dipolos en línea.	16
2.2.	Configuración de dipolos en 2 dimensiones	17
2.3.	Ejemplos de cliqués.	18
2.4.	Ejemplo de estructura de árbol y segmentaciones obtenidas por el TS-MR	F. 22
2.5.	Esquema gráfico de la descomposición de Wold	26
2.6.	Procedimiento para obtener el componente armónico	28
2.7.	Procedimiento para obtener el componente evanescente	29
2.8.	Posición y marcas de un círculo y una elipse.	32
3.1.	Segmentaciones obtenidas con el enfoque "Orientado a Objetos"	42
3.2.	Segmentación obtenida con el sistema GeoAIDA para imagen SOPT 3.	43
3.3.	Segmentación de una imagen multi-espectral	45
3.4.	Segmentación de una imagen SPOT	46
3.5.	Segmentación de una imagen Landsat	47
3.6.	Segmentación de la imagen Landsat TM	49
5.1.	Ejemplos de imágenes de textura segmentadas.	62
5.2.	Interfaz de la aplicación desarrollada - descomposición de Wold	63
5.3.	Interfaz de la aplicación desarrollada - segmentación con MRF	63
5.4.	Firma espectral para las clases de la imagen "piso grande"	66
5.5.	Firma espectral para las clases de la imagen "jets"	67
5.6.	Imagen sintética y sus tres variaciones de ruido Gaussiano	73

5.7.	Segmentaciones de imagen con ruido Gaussiano de 5 dB	74
5.8.	Imagen original sintética y sus tres variantes de ruido radiométrico	76
5.9.	Segmentaciones obtenidas para imagen "jet".	78
5.10.	Segmentaciones obtenidas para imagen "flores"	80
5.11.	Segmentaciones obtenidas para imagen "nubes".	81
5.12.	Segmentaciones obtenidas para imagen "paloma"	82
5.13.	Segmentaciones obtenidas para "jets", "avión 2" y "león"	83
5.14.	Segmentaciones obtenidas para imagen "piso"	84
5.15.	Segmentaciones obtenidas para imagen "pimientos"	85
5.16.	Segmentaciones obtenidas para imagen "mar"	85
5.17.	Segmentaciones obtenidas para imagen "paisaje"	86
5.18.	Energía mínima alcanzada por los modelos supervisados	88
5.19.	Energía mínima alcanzada por los modelos no supervisados	88
5.20.	Imagen satelital y región de interés a segmentar.	91
5.21.	Segmentaciones obtenidas para el área de Arroyo Moreno Veracruz	92
5.22.	Parte inferior de Arroyo Moreno usada para la evaluación	94
5.23.	Estructura de árbol binario producido para las clases de manglar	96
5.24.	Segmentación hecha por el experto para el área de Chiapas	97
5.25.	Interpretación temática de la segmentación en Fig. 5.24	98
5.26.	Segmentaciones obtenidas para el área de Chiapas	99
5.27.	Gráfica del % de segmentación usando diferentes valores para α y $\beta.$ 1	01
5.28.	Tiempo de procesamiento para modelos MRF-FLAT supervisados 1	02
5.29.	Tiempo de procesamiento para modelos MRF-FLAT no supervisados. 1	03
5.30.	Tiempo de procesamiento para modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF 1	03
6.1.	Panorama general de un proceso de GE	06
6.2.	Interfaz de la aplicación desarrollada para obtener la GE	09
6.3.	Configuración inicial y patrones gráficos encontrados	11
6.4.	Imagen empleada para probar la metodología propuesta	12
A.1.	Interfaz: Descomposición de Wold	30
A.2.	a,e)original b,f)comp. estructural c,g)geometría modelada d,h)bordes. 1	31
A.3.	a), c) y e) imagen original, b) d) y f) componente estructural 1	31

Índice de tablas

3.1.	Trabajo relacionado con la segmentación de coberturas de la tierra	51
4.1.	Comparación entre modelos MRF y el modelo propuesto	58
5.1.	Descripción de las imágenes empleadas en los experimentos	65
5.2.	Tabla con los valores de los parámetros empleados en la D. Wold	69
5.3.	Implementaciones de modelos MRF supervisados	70
5.4.	Implementaciones de modelos MRF no supervisados	71
5.5.	Acrónimos de los MRF-FLAT implementados.	72
5.6.	Porcentajes de segmentación usando TS-MRF y TS-MRF/TEF	74
5.7.	Porcentajes de segmentación para 5dB usando TS-MRF	75
5.8.	Porcentajes de segmentación para 5dB usando TS-MRF/TEF	75
5.9.	Porcentajes de segmentación para Striping, Drop line y ruido Gaussiano.	77
5.10.	Porcentajes de segmentación usando diferentes modelos MRF's	79
5.11.	Porcentajes de segmentación usando TS-MRF y TS-MRF/TEF	79
5.12.	Porcentajes de segmentación para diferentes MRF's	83
5.13.	Comparación de porcentajes de segmentación y tiempo de procesamiento.	89
5.14.	Clases definidas para la segmentación de manglar.	90
5.15.	Porcentajes de segmentación para modelos supervisados	93
5.16.	Porcentajes de segmentación para modelos no supervisados	93
5.17.	m^2 obtenidos por cada modelo y m^2 mejorados por TS-MRF/TEF. $\ . \ . \ .$	95
5.18.	Clases definidas para la segmentación de manglar de Chiapas	97
5.19.	Tiempo promedio obtenido por los modelo MRF	04

6.1. Porcentajes de segmentación para los objetos geométricos de la Fig. 6.4. 113

B.1.	Estadísticas para los modelos TS-MRF/TEF y MRF-FUS
B.2.	Estadísticas para los modelos TS-MRF y MRF-FUS
B.3.	Estadísticas para los modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF
B.4.	Estadísticas para los modelos ISODATA, TS-MRF y TS-MRF/TEF 135

Capítulo 1

Introducción

El procesamiento de imágenes de percepción remota (del término en inglés Remote Sensing [42, 77, 79]) se realiza con el objetivo de reconocer y evaluar por algún método automático los materiales de la superficie de la tierra. Este procesamiento se realiza con el objetivo de generar información útil del área de estudio. Una de las tarea importantes de la percepción remota es la segmentación de coberturas de la tierra. Métodos estadísticos como distancia mínima, distancia Mahalanobis, máxima verosimilitud, entre otros, han sido aplicados a esta tarea de segmentación. Dichos métodos no usan la información contextual entre los píxeles vecinos y se ven limitados cuando son aplicados a esta tarea de segmentación, y más aún en la segmentación de coberturas de la tierra espectralmente similares. Los resultados de segmentación obtenidos en este tipo de coberturas con estos métodos tienen el característico efecto de punteado o de "sal y pimienta" que no es otra cosa que píxeles dispersos que estan erroneamente etiquetados. Cuando estos píxeles son relacionados con la tierra, son equivalentes a kilómetros cuadrados de superficie mal segmentada. Debido a lo anterior, es deseable incrementar el porcentaje de segmentación de coberturas espectralmente similares sobre imágenes de percepción remota para obtener coberturas mejor segmentadas.

Los campos aleatorios de Markov (MRF por sus siglas en inglés) son un modelo probabilista que ha sido exitosamente aplicado a la segmentación de imágenes. A diferencia de los métodos estadísticos mencionados con anterioridad, los MRF proporcionan una manera conveniente de modelar la información contextual entre los píxeles vecinos. Es por esto que, en esta tesis se trata el modelado Markoviano y su uso en la segmentación de coberturas de la tierra sobre imágenes de percepción remota, sin dejar a un lado su uso en la segmentación de imágenes de visión por computadora.

1.1. Motivación y descripción del problema

En el transcurso de la historia, el hombre ha buscado la manera de realizar observaciones del territorio desde diferentes posiciones a la de su ubicación al nivel de la tierra. Para ello se ha apoyado en la creación de diferentes plataformas. Entre las plataformas típicas que encontramos están los satélites y las aeronaves.

La ciencia que estudia las observaciones de la tierra obtenidas mediante las plataformas se conoce como percepción remota. La percepción remota se define como la ciencia para adquirir, procesar e interpretar imágenes y sus datos relacionados. Los satélites o aeronaves registran la interacción entre la materia y la radiación electromagnética [79, 42, 77]. La radiación reflejada por la materia proporciona información acerca de la geometría de la escena, como: forma, sombra, textura y además información dispersa acerca de las cantidades físicas, como concentración de gas, humedad o velocidad del viento. La radiación reflejada se propaga al sensor, el cual la registra en determinadas longitudes de onda. El sensor de los satélites o aeronaves captura la energía propagada y la transforma en una señal eléctrica, que después es visualizada como una imagen en formato raster¹, la cual contiene información objetiva y cuantitativa de la escena.

El escenario general de un sistema de percepción remota se muestra en la Fig. 1.1. En la figura se observa la organización del sistema y éste puede ser dividido en tres partes básicas: la escena, el sensor y el sistema de procesamiento [42]. La escena es la parte del sistema que esta siendo capturada por el sensor. El sensor es la parte del sistema que captura los datos que serán procesados y se caracteriza por estar bajo control humano en la fase de diseño, pero poca participación humana en la fase de operación del sistema. Por último, se encuentra el sistema de procesamiento en el cual se analizan, se procesan y se interpretan los datos obtenidos por el sensor. En esta etapa una vez que la imagen ha sido rectificada en proyección cartográfica estándar [42, 77] y corregida radiométricamente y geométricamente con el objetivo de no obtener resultados erróneos de interpretación, esta lista para aplicarle métodos de reconocimiento de patrones

¹El formato raster o matricial se define como un conjunto de celdas localizadas en coordenadas contiguas, implementadas en una matriz 2-D. Cada celda o píxel es referenciado por un índice de fila y columna que contiene el valor registrado por el sensor.

con el propósito de generar información significativa y valiosa del área de estudio.



Figura 1.1: Escenario general de un sistema de percepción remota.

Con el desarrollo de nuevos sensores para satélites o aeronaves diseñados para mejorar la resolución espacial, espectral y/o radiométrica de las imágenes de percepción remota; investigadores de diversos sectores se han interesado en el desarrollo de nuevas metodologías y algoritmos para lograr mejorar la interpretación de las imágenes. Debido a lo anterior el auge de la percepción remota ha venido en aumento. En el ámbito institucional, la percepción remota se ha convertido en una herramienta poderosa para la toma de decisiones, puesto que a partir de los resultados obtenidos mediante ella se pueden desarrollar programas sustentables que permiten la administración de los recursos naturales [42].

La evaluación y detección de la magnitud y área de afectación de los diferentes desastres naturales, la obtención de estudios de uso de suelo o costeros, el monitoreo de instalaciones y la generación de cartografía son sólo algunos ejemplos prácticos de la percepción remota.

El procesamiento y el análisis de datos de observaciones de la tierra ha ganado especial atención en México con el establecimiento en el 2003 de la Estación de Recepción México de la Constelación SPOT (Sistema Experimental de Observación de la Tierra - *System Pour d'Observation de la Terre* - lanzado en el 2002) - ERMEXS. Esta estación es la encargada de gestionar las imágenes satelitales de nuestro territorio nacional tomadas por los satélites SPOT 2, 4 y 5.

En general, el procesamiento de los datos de percepción remota es realizado con el propósito de reconocer y evaluar, por algún medio automático, semi-automático o manual, cualquier material de la superficie terrestre con el fin de generar información útil y relevante del área de estudio. Unas de las tareas importantes dentro de la percepción remota es la segmentación, clasificación e interpretación de coberturas de la tierra. La clasificación de coberturas, al igual que cualquier tarea de clasificación, es realizada satisfactoriamente si se aplica él o los métodos apropiados.

La clasificación y la segmentación pueden ser consideradas, en algunas ocasiones, como la misma tarea. Siendo el objetivo de la segmentación dividir la imagen en regiones homogéneas de acuerdo a un conjunto dado de características. Dentro de la segmentación se busca etiquetar cada píxel o sitio de la escena como perteneciente a alguna clase de interés. Al igual que la clasificación, la segmentación puede ser dividida en segmentación supervisada y segmentación no supervisada [82], teniendo el mismo significado que el de la clasificación. Lo anterior equivale dentro del marco de trabajo de la percepción remota a:

- Segmentación supervisada: La respuesta espectral de las clases es conocida *a priori* y tal información es considerada durante el proceso de segmentación.
- Segmentación no supervisada: No hay información espectral previa disponible sobre las clases y de igual forma que en la clasificación no supervisada, se estiman el número de clases junto con sus características como: medias, matrices de covarianza, etc.

Los métodos estadísticos [17] como distancia mínima, distancia Mahalanobis, paralelepípedos y máxima verosimilitud [79, 42, 77] han sido aplicados para la segmentación de coberturas de la tierra. Sin embargo, su aplicación se ve limitada cuando la respuesta espectral de los diferentes recursos naturales a segmentar es muy similar. Por lo mismo, otros enfoques han sido considerados para segmentar coberturas, entre ellos encontramos al enfoque neuronal [50] y genético [6].

Una de las conclusiones a las que llega Mota *et al.* [58], Kunz *et al.* [41] y que confirma López-Espinoza *et al.*[51] es que emplear únicamente la información de los datos observados - niveles de gris en las bandas espectrales - no es suficiente para lograr una segmentación satisfactoria y particularmente cuando las clases son espectralmente similares. Dentro del contexto de percepción remota, las clases con respuesta espectral similar o clases espectralmente similares son aquellas cuya firma espectral es muy parecida, es decir, la curva que caracteriza a la radiancia reflejada en función de su longitud de onda de la clase *X* se encuentra a muy poca distancia de la curva de la clase *Y* e incluso se llega a traslapar [79, 77]. La diferencia de traslape de las curvas depende del tipo de imágenes con las que se esté trabajando, en particular, sobre imágenes multi-espectrales SPOT-5 hablamos de una diferencia espectral por banda menor a 40 niveles de gris² (ver Fig. 1.2).

Para reducir los errores presentes en los resultados finales de segmentación y contrarrestar la pobre resolución espacial y espectral de las imágenes a segmentar se ha hecho uso del conocimiento del experto, datos de Sistemas de Información Geográfica (SIG³) [59, 8, 41, 37] (por ejemplo información sobre vías de comunicación, población, mapas, etc.), Modelos Digitales de Elevación (MDE) [59], e incluso se ha incorporado información de otras fuentes de datos como imágenes aéreas [37] (características de textura principalmente). A diferencia de las soluciones anteriores, en las que se introduce la información en el vector de características de cada píxel, Richards [76] plantea la idea de procesar cada fuente de datos de forma local y después realizar una fusión a nivel decisión.

Otra solución empleada para obtener mejores resultados de segmentación de coberturas que se presenta en la literatura es el uso de modelos probabilistas [94]. Dentro de estos modelos exitosamente aplicados se encuentran los Campos Aleatorios de Markov o MRF [13, 73, 72, 4]. Estos modelos han llegado a ser muy populares dentro del procesamiento de imágenes debido a que información *a priori* puede ser introducida

²Valor obtenido mediante un análisis de clases en las imágenes multi-espectrales SPOT-5.

³Es una integración organizada de hardware, software y datos geográficos diseñado para capturar, almacenar, manipular, analizar y desplegar en todas sus formas la información geográficamente referenciada con el fin de resolver problemas complejos de planificación y gestión.

localmente a través de las funciones potenciales [31]. Dentro de la percepción remota los MRF son particularmente aplicados a la segmentación de imágenes de mediana y baja resolución. Estos modelos no sólo consideran la información de los datos observados, sino también toman en cuenta información disponible acerca de la imagen que está siendo segmentada, es decir, con los MRF es posible modelar las interacciones espaciales entre píxeles vecinos. Estas correlaciones locales dan un mecanismo para modelar una variedad de propiedades de la imagen. La segmentación con MRF se obtiene maximizando la probabilidad posterior (MAP *Maximum a Posteriori*) de la segmentación a partir de los datos observados.

A pesar que el problema de segmentación de coberturas de la tierra ha sido aparentemente resuelto, existe mucho trabajo por realizar en la segmentación de coberturas espectralmente similares; ésto conclusión de los resultados reportados en la literatura [73, 38]. Un problema que existe es que la obtención de los datos de entrenamiento para realizar segmentación supervisada requiere, en caso de que se tenga, de datos de entrenamiento obtenidos *in situ* o por medio de un analista humano experto que extrae estos datos a partir de la imagen a segmentar. En la Fig. 1.2 se presenta una imagen multi-espectral de 4 bandas donde puede observarse que para diferenciar entre 3 tipos de manglar (blanco, rojo y negro) es necesaria la ayuda de un analista experto. Algunos de los errores de segmentación que se dan al tratar con este tipo de clases son debido a que sólo se trabaja con la información de los datos observados, siendo ésta muy similar entre las clases (ver gráfica de firma espectral en la Fig. 1.2). Aún más, cuando se desean segmentar subtipos de una clase y clases mixtas de esos subtipos la complejidad aumenta.

En la Fig. 1.3 se muestra un ejemplo de una segmentación de 3 tipos de manglares empleando sólo información espectral de la escena. En la figura se presentan también los resultados de segmentar 6 tipos de coberturas de la tierra fundamentales: agua, suelo descubierto, bosque, manglar, prado y zonas pobladas. Puede observarse en esta segmentación que la cobertura de manglar se obtiene sin distinción de especie. La siguiente segmentación que se presenta en la figura, es la tentativa de segmentar a las diferentes especies de manglar: rojo, blanco y negro. El reto en esta segmentación es poder llegar a una taxonomía como la que se presenta en el mapa temático obtenido por estudios de campo realizados por el Instituto de Ecología de Veracruz, México (INECOL) [28].



Figura 1.2: Respuesta espectral de 3 tipos de manglar en una imagen SPOT 5. En la gráfica se presenta la firma espectral de 3 píxeles sobre una imagen de 4 bandas espectrales. Cada píxel pertenece a sólo uno de los 3 tipos puros de cobertura de manglar. Se puede observar que la firma espectral para los tres tipos de manglar sobre tres bandas espectrales (2, 3 y 4) cae en los mismos valores, mientras que, únicamente la banda 1 puede diferenciar en unos cuantos valores el mangle negro (linea roja) de los otros dos tipos de manglar (líneas verdes).



Figura 1.3: Segmentación de 6 tipos de coberturas y 3 tipos de manglar.

En la parte superior se presenta la clasificación de 6 tipos de coberturas de la tierra generales (agua, suelo descubierto, bosque, manglar, prado y zonas pobladas) empleando segmentadores estadísticos. En esta segmentación la cobertura de manglar, que se encuentra encerrada en un cuadro negro en la parte superior izquierda sobre la imagen original, se obtiene sin distinción de subtipos. En la parte central de la figura se presenta la segmentación de la cobertura de manglar en sus 3 subtipos empleando sólo información espectral de la escena. En este ejemplo se puede observar que la segmentación no es muy favorable debido a que el objetivo es llegar a una taxonomía como la que se presenta en el mapa temático obtenido por estudios de campo al final de la figura.

Para exponer los porcentajes de segmentación que se están alcanzando al trabajar con clases espectralmente similares de la literatura mencionamos dos. Kosaka *et al.* [38] reportan porcentajes de segmentación para 6 subtipos de bosque: cedro, ciprés, alerce, coníferas (bosque mixto), árboles de hojas anchas y bosque de hojas anchas. En este trabajo emplean imágenes multi-espectrales, imágenes pancromáticas e imágenes producto de la fusión de las anteriores. Emplean modelos estadísticos y según sea la fuente que se este procesando usan un espacio de representación con características de textura. El desempeño global reportado es de 71,5 % para la imagen multi-espectral, 28,5 % para la imagen pancromática mientras que, para la fusión de ambas fuentes es de 73 %. Las fuentes de datos empleadas son imágenes Quickbird de alta resolución, 0.6m y 2.4m para la imagen pancromática y multi-espectral respectivamente.

Poggi y Averbuch [73] proponen la segmentación basada en MRF's binarios. En este artículo se presenta una segmentación supervisada de 6 clases generales y 2 clases que son espectralmente similares: prado temporal y prado permanente. Las clases espectralmente similares son las que obtienen los porcentajes de segmentación más bajos. Los porcentajes más altos de segmentación para estas dos clases son obtenidos con el método propuesto en este artículo llamado Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol (*Tree-Structured Markov Random Field* - TS-MRF). Se reportan porcentajes del 62,7 % para la clase prado temporal y 60,6 % para la clase prado permanente.

A pesar que, los MRF ofrecen ventajas sobre los algoritmos estadísticos de segmentación, ya que la segmentación de los objetos en una imagen de percepción remota depende no sólo de la información observada sino también de las relaciones espaciales que existen entre sus píxeles vecinos; estos modelos son aplicados en el proceso de segmentación de imágenes con las siguientes restricciones [44]:

- Primero, los campos aleatorios son considerados como homogéneos debido a que considerar campos aleatorios no homogéneos ocasiona estimar un gran número de parámetros.
- Segundo, el *modelo a priori Markoviano* empleado frecuentemente en la segmentación es un modelo de bajo nivel.
- Tercero, sólo relaciones de *cliqués* de dos sitios son consideradas dentro del mo-

delo *a priori* para guiar el proceso de segmentación, debido a que, el campo externo relacionado con las funciones potenciales de *cliqués*⁴ de un sólo sitio es generalmente desconocido.

Estas cuestiones causan que la segmentación sea de calidad pobre [44]. Una dificultad del modelado con MRF, es la introducción de información previa adecuada de *cliqués* de un solo sitio. Si se consideraran sólo *cliqués* de dos sitios para trabajar con la textura, el modelo MRF no capturaría con precisión el componente estructural de ella. Para dar solución a este problema Li *et al.* [44] hacen uso de una imagen de referencia [70] como el campo externo. Esta imagen de referencia es obtenida mediante la descomposición de Wold, la cual produce una imagen de textura estocástica y una imagen de textura estructural. El componente estructural captura las características de periodicidad y orientación de la textura, mientras que el primero describe la aleatoriedad. De esta forma ellos extraen el componente estructural como la imagen de referencia del campo externo en un modelo MRF-FLAT⁵ y lo incorporan a la segmentación de imágenes.

Dado lo anterior, en esta tesis se propone investigar dentro del contexto de reconocimiento de coberturas espectralmente similares la segmentación con Campos Aleatorios de Markov. De esta manera la tesis plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Es posible desarrollar un algoritmo que diferencie coberturas de la tierra espectralmente similares usando imágenes de satélite y que obtenga resultados de segmentación satisfactorios?

La pregunta anterior puede especificarse de la siguiente manera dentro del marco de los Campos Aleatorios de Markov como:

¿Es posible desarrollar un algoritmo basado en Campos Aleatorios de Markov que involucre, además de la información contextual, información de geometría y/o características estocásticas de los objetos que están siendo segmentados, que permita incrementar los porcentajes actuales de segmentación correcta de las clases espectralmente

⁴Un cliqué es un subconjunto de sitios (o píxeles), en el cual cada par de sitios distintos son vecinos.

⁵Las siglas MRF-FLAT son usadas en esta tesis para identificar a un modelo MRF que no usa una estructura de árbol para realizar la segmentación.

similares?

1.2. Justificación

Es enorme la cantidad de imágenes sin procesar que se tienen almacenadas de la superficie terrestre. La interpretación de las imágenes es laboriosa y consume tiempo, por lo cual es inimaginable la interpretación sin la ayuda del procesamiento automático de imágenes [68]. Pongamos el ejemplo de las imágenes satelitales que se tienen del territorio nacional tomadas por la constelación de satélites SPOT, sin considerar las imágenes que se siguen adquiriendo. Hasta el primer trimestre del 2006, las imágenes tomadas por el satélite SPOT 5 alcanzan la cantidad de 10,200 imágenes aproximadamente. Entre ellas se encuentran imágenes pancromáticas y multi-espectrales de resolución espacial de 20, 10, 5 y 2.5 metros sin contabilizar las de los otros dos satélites que permanecen en órbita SPOT 2 y SPOT 4^6 . Del satélite SPOT 4 se tienen 825 imágenes pancromáticas de 10*m* de resolución que cubren casi todo el territorio nacional.

Por otro lado, las herramientas que se han desarrollado para el procesamiento de imágenes de percepción remota tienen algunas limitantes al ser aplicadas a la segmentación de coberturas espectralmente similares, obteniendo resultados de segmentación entre el 62,7 % [73] y 73 % [38] para imágenes de alta resolución.

Una de las desventajas de los algoritmos comúnmente empleados en la segmentación de coberturas es que, no involucran interacciones espaciales entre píxeles vecinos, por lo cual un modelo probabilista resulta atractivo en este dominio. Sin embargo, los objetos en imágenes satelitales presentan además geometrías y características estocásticas, la cual es información importante a considerar para incrementar los porcentajes de segmentación correcta [68].

1.3. Objetivo general

El objetivo principal de esta tesis es: "Desarrollar un algoritmo para la segmentación de coberturas de la tierra con comportamiento espectral similar basado en información contextutal, de características y/o de geometría estocásticas de los objetos que están siendo segmentandos."

⁶Esta información fue obtenida del Registro Nacional de Imágenes [29].

El concepto de comportamiento espectral similar es relativo a que el algoritmo propuesto debe ser capaz de reconocer subtipos de una clase en particular y si es posible los subtipos mixtos; por ejemplo los tres tipos de manglar anteriormente expuestos.

1.4. Contribuciones

Las principales contribuciones de la tesis son:

- Una función de energía posterior para modelos MRF planos y de estructura de árbol definida a través de características de textura e información contextual.
- Un nuevo algoritmo de segmentación de regiones espectralmente similares basado en Campos Aleatorios de Markov que mediante el uso de la información contextual de los MRF, características estructurales y estocásticas de la textura incrementa los porcentajes actuales de segmentación.
- Una metodología preliminar que involucra la segmentación con MRF y los procesos puntuales de la geometría estocástica, para mejorar la segmentación de imágenes con objetos geométricos.

1.5. Panorama general

En esta tesis tratamos el problema de segmentación de coberturas de la tierra espectralmente similares sobre imágenes de percepción remota sin dejar a un lado el dominio de imágenes digitales en general.

Bajo un enfoque probabilista usando Campos Aleatorios de Markov y estimación Bayesina, proponemos una función de energía posterior que considera la textura de la imagen dentro de las funciones potenciales. La textura es descompuesta en sus componentes estructural y estocástico mediante la descomposición de Wold 2-D. El componente estructural define el campo externo, mientras que, el componente estocástico a el campo interno, ambos definidos dentro de la función de energía posterior.

A partir de los resultados de segmentación obtenidos se observa que, al incorporar campos de textura en la función de energía posterior de los MRF se mejora el porcentaje de segmentación. Adicionalmnte, se propone una metodología preliminar para corregir objetos geométricos segmentados inadecuadamente. Los resultados de segmentación preliminares obtenidos sobre imágenes sintéticas son alentadores, sin embargo existe mucho trabajo por hacer en este tema.

1.6. Organización de la tesis

El resto de la tesis se encuentra organizado de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se introducen los conceptos principales de Campos Aleatorios de Markov desde el punto de vista de la segmentación de imágenes. Se presentan las bases para la segmentación empleando el modelo TS-MRF. Se presenta la teoría de la descomposición de Wold para modelar la textura debido a su importancia en la función de textura propuesta. Finalmente, se presentan los conceptos claves de la geometría estocástica como el proceso puntual marcado de Poisson y de Strauss, la densidad de un proceso puntual marcado con medida de referencia, y su simulación y optimización.

En el capítulo 3 se expone el estado del arte referente a la segmentación de imágenes de percepción remota; exponiendo los principales trabajos del enfoque espectral, del enfoque que modela el conocimiento y en particular la segmentación empleando MRF.

En el capítulo 4 se plantea la función de textura posterior que considera la textura dentro de las funciones potenciales a través de la Función de Energía de Textura - TEF.

En el capítulo 5 se muestran los resultados experimentales obtenidos con imágenes sintéticas y reales. Se presenta el análisis de la función TEF con respecto al tiempo de procesamiento, análisis de sensibilidad y análisis estadístico.

En el capítulo 6 se presenta una metodología preliminar que considera la segmentación con TEF y la geometría estocástica para mejorar los resultados de segmentación. Se presentan resultados sobre imágenes sintéticas.

Finalmente, en el capítulo 7 se exponen las conclusiones, las principales contribuciones de la tesis y las líneas futuras de investigación.

Capítulo 2

Fundamentos sobre campos aleatorios y geometría estocástica

En este capítulo se presenta una breve introducción a los conceptos principales de Campos Aleatorios de Markov (MRF) desde el punto de vista de la segmentación de imágenes. Además, se presentan las bases para la segmentación empleando el modelo MRF con estructura de árbol propuesto en [13, 73, 72] y llamado Tree Structured Markov Random Field. Se presenta la teoría de la descomposición de Wold [20] para modelar la textura debido a su importancia dentro de uno de los modelos propuestos.

Finalmente, se presentan los conceptos claves de la geometría estocástica como el proceso puntual marcado de Poisson y de Strauss [90], la densidad de un proceso puntual marcado con medida de referencia, su simulación y su optimización.

2.1. Campos aleatorios de Markov

2.1.1. Modelo de Ising

El concepto de campos aleatorios de Markov surge del modelo de Ising. El modelo de Ising es un modelo físico propuesto para estudiar el comportamiento de materiales ferromagnéticos [36]. E. Ising en 1925 estudió el caso de dimensión d = 1. En 1944, Onsager resolvió el modelo para dimensión d = 2.

La primera formulación dada por Ising considera una secuencia de puntos en una línea (ver Fig. 2.1). En cada punto o sitio existe un dipolo, el cual en algún momento



Figura 2.1: Dipolos en línea.

está orientado hacia arriba (+) o hacia abajo (-). Al conjunto de estas orientaciones se le llama configuración.

El estado de cada dipolo se ve influenciado por los dipolos cercanos y el objetivo es encontrar la probabilidad de la configuración $w = (w_0, w_1, ..., w_n)$ donde w_i indica la orientación de cada dipolo.

Sea la función $\sigma_j(w) = 1$ si $w_j = +y - 1$ si $w_j = -$.

A cada configuración w se le asigna una energía U(w) definida como:

$$U(w) = -J\sum_{i,j}\sigma_i(w)\sigma_j(w) - mH\sum_i\sigma_i(w)$$
(2.1)

La primera sumatoria corresponde a todos los pares adyacentes i, j y representa la energía causada por la interacción de los dipolos. La constante J es una propiedad del material que esta siendo estudiado y el segundo término representa el efecto de un campo magnético externo de intensidad H. La constante m > 0 es una propiedad del material.

La energía de cada configuración w se define como:

$$e^{-\frac{1}{kT}U(w)} \tag{2.2}$$

La medida de probabilidad de w está determina por:

$$P(w) = \frac{e^{-\frac{1}{kT}U(w)}}{Z}$$
(2.3)

donde T es la temperatura, k es una constante universal y Z la constante de normalización. Entonces los factores que determinan la probabilidad de una configuración son:

- La probabilidad *a priori* de cada estado.
- La probabilidad conjunta con sus vecinos.
En el modelo de Ising estos corresponden a la influencia de un campo magnético externo y a las interacciones entre los dipolos vecinos.

En el caso de dos dimensiones, un punto i es remplazado por un punto de dos coordenadas (i, j). La configuración en una retícula S de dos dimensiones se puede observar en la Fig. 2.2.

+	+	3	+	+	-	+
•	+	ŧ	÷	÷		+
+	æ	+	+	+	5	+
-	+	H	*	-	×	+
+	+	×	+	¥	+	+
+	2	+	÷	22	+	12
-	+	÷	\overline{a}	-	7	+

Figura 2.2: Configuración de dipolos en 2 dimensiones.

La energía definida como en el modelo lineal permite la interacción entre un punto y sus vecinos. La medida de probabilidad es definida de la misma manera que para el caso d = 1.

La probabilidad P(w) definida por una función de energía U es llamada una medida de Gibbs. Esta medida tiene la siguiente propiedad:

$$P(j|k, k \neq j) = P(j|k, k \in N_j)$$

$$(2.4)$$

siendo N_j el conjunto de vecinos del punto j y k, j puntos en la retícula S. Esta propiedad es del tipo de Markov, es decir, la probabilidad de que un dipolo en el punto j, dados los valores de los dipolos de toda la retícula, es la misma probabilidad que considerar sólo el dipolo en el punto j, dados sólo los valores de los dipolos vecinos de j. Una medida con esta propiedad es llamada un *Campo Aleatorio de Markov*.

2.1.2. Campos aleatorios de Markov

Sea S una retícula de una imagen de dimensiones nxn denotada por:

$$S = \{(i, j) : i, j = 1, ...n\}$$
(2.5)

donde s_i denotan los sitios de la retícula (o píxeles).

Sea c un cliqué¹ definido como un subconjunto de sitios de S; c puede consistir de un único sitio $c = \{s_i\}$ o de un par de sitios vecinos $c = \{s_i, s_j\}$ o de tres sitios vecinos $c = \{s_i, s_j, s_k\}$ y así sucesivamente. Denotemos al conjunto de cliqués de un sólo sitio como C_1 , a el conjunto de cliqués de dos sitios como C_2 , etc. donde $C_1 = \{s_i : s_i \in S\}$, $C_2 = \{\{s_i, s_j\} : s_i \in S, s_j \in N_i, N_i \text{ los vecinos de } i\}$ y así sucesivamente. Definamos a el conjunto de todos los cliqués como $C = C_1 \bigcup C_2 \bigcup C_3 \bigcup ...$



Figura 2.3: Ejemplos de cliqués.

Sea el campo de etiquetas denotado por $X = \{X_s : s \in S\}$ un MRF definido sobre S con realización ² $x = \{x_s : s \in S\}$ ³. La función de probabilidad de un MRF positivo definido sobre S es descrita por una distribución de Gibbs (Teorema de Hammersley-Clifford [94, 47]) como⁴:

$$p(x) = \frac{1}{Z} \exp\left[-U(x)\right] = \frac{1}{Z} \exp\left[-\sum_{c \in C} V_c(x)\right]$$
(2.6)

donde Z es una constante de normalización llamada la función de partición y $V_c(.)$ es la función potencial definida sobre los cliqués. La energía de Gibbs U(x) es la suma de varios términos o funciones potenciales cada uno correspondiente a cliqués de distinto

¹Un cliqué es un subconjunto de sitios (o píxeles), en el cual cada par de sitios distintos son vecinos.

²Una realización puede entenderse como una instanciación, en este caso del campo de etiquetas. Por ejemplo, sea el experimento de lanzar un dado al aire, la variable aleatoria $X = \{1, 2, ..., 6\}$ tiene como realizaciones $x = \{1\}, x = \{2\}, ..., x = \{6\}$. La probabilidad p(X = x) se entenderá como la probabilidad de que X tome el valor de x.

³suponiendo que hay k clases diferentes en la imagen, de tal forma que $x_s \in 1, 2, ..., k$

⁴Se usa la notación corta p(x) para denotar p(X = x), asímismo, se usa p(x|y) en lugar de p(X = x|Y = y) [72].

tamaño C_1, C_2, C_3, \dots [47]:

$$U(x) = \sum_{s \in C_1} V_1(x_s) + \sum_{s,s' \in C_2} V_2(x_s, x_{s'}) + \sum_{s,s',s'' \in C_3} V_3(x_s, x_{s'}, x_{s''}) + \dots$$
(2.7)

2.1.3. Segmentación con campos aleatorios de Markov

El objetivo de la segmentación con MRF es estimar la etiqueta correcta para cada sitio s. El problema entonces es encontrar el etiquetado x el cual maximice p(x) dados los datos y. Los modelos de visión basados en MRF para segmentación son formulados dentro del enfoque Bayesiano. La solución óptima del problema es definida como la estimación de probabilidad Máxima A Posterior (MAP) y es calculada mediante la energía posterior:

$$x_{MAP} = argmax_{x} p(x|y)$$

= $argmax_{x} p(y|x)p(x)/p(y)$
= $argmax_{x} p(y|x)p(x)$
(2.8)

donde p(y) no depende del etiquetado x. Cuando p(x) es uniforme, el proceso de maximización involucra sólo p(y|x), el cual es conocido como el estimador de Máxima Verosimilitud (ML por sus siglas en inglés) [12].

Se define p(y|x) como:

$$p(y|x) = \prod_{s \in S} p(y_s|x_s)$$
(2.9)

y asumiendo $p(y_s|x_s)$ como una distribución Gaussiana

$$p(y_s|x_s = k) = \frac{1}{2\pi^{B/2} \left|\sum_{x_s}\right|^{1/2}} exp\left[-\frac{1}{2}(y_s - \mu_{x_s})^T (\sum_{x_s})^{-1}(y_s - \mu_{x_s})\right]$$
(2.10)

donde μ_{x_s} es la media, \sum_k la matriz de covarianza de la clase k y B es el número de bandas en la imagen. Este definición considera que las bandas están correlacionadas.

Cuando la segmentación es formulada como un problema de estimación Bayesiana, toda la información previa disponible sobre la imagen a ser segmentada, debería estar contenida en su distribución de probabilidad p(x). Modelando la segmentación como un MRF se asume que cada píxel depende estadísticamente del resto de la imagen sólo a través de un grupo determinado de vecinos $\eta(s)$. Estas dependencias locales son convenientemente expresadas a través de la definición de funciones potenciales en la distribución de Gibbs (Ec. 2.6 y 2.7).

Resumiendo, la definición de un modelo MRF consiste de los siguientes pasos [46]:

- 1. Definir un sistema de vecinos $\eta(s)$
- 2. Definir p(x)
- 3. Definir p(y|x)
- 4. Derivar la energía posterior p(x|y)

Segmentación con campos aleatorios de Markov de estructura de árbol

El modelo TS-MRF fue propuesto en su versión supervisada por Poggi *et al.* [73] y en su versión no supervisada por D'Elia *et al.* [13] y Poggi *et al.* [72].

El algoritmo se basa en una estructura de árbol binario, donde un problema de segmentación de k clases se reduce a una secuencia de k - 1 segmentaciones binarias mucho más simples.

La imagen de entrada es asociada a la raíz del árbol y es segmentada inicialmente en dos clases; las dos sub-imágenes son asociadas a nodos hijos, y cada una de ellas es segmentada nuevamente usando un MRF binario. El proceso continúa hacía abajo del árbol hasta que una condición de paro es alcanzada. El crecimiento del árbol de segmentación es guiado por una ganancia de división que indica si un nodo puede o no ser dividido.

El modelo TS-MRF

Sea un árbol binario T, excepto por la raíz, cada nodo t del árbol tiene un nodo padre u(t), y cada nodo interno tiene dos nodos hijos l(t) y r(t).

Sea $\hat{T} = \{t \in T : l(t) = r(t) = \emptyset\}$ el conjunto de nodos hojas y $\overline{T} = T - \hat{T}$ el conjunto de nodos internos. Para cada nodo t en T se asocian los siguientes términos:

un conjunto de sitios S^t ⊆ S (ver Ec. 2.5) que corresponden a un subconjunto de píxeles de la imagen,

- un MRF binario X^t = {X^t_s : s ∈ S^t} con sistema de vecinos η^t y realización x^t donde x^t_s ∈ {l(t), r(t)},
- un conjunto de parámetros θ^t que especifican los parámetros de las funciones potenciales V^t_c(.) (ver Ec. 2.7) de la distribución de Gibbs.

El conjunto de sitios asociados con algún determinado nodo, es obtenido a partir de la segmentación binaria del conjunto de sitios del padre, es decir, para cada nodo interno del árbol $t \in \overline{T}$

$$\begin{cases} S^{l(t)} = \{s \in S^t : x^t(s) = l(t)\} \\ S^{r(t)} = \{s \in S^t : x^t(s) = r(t)\} \end{cases}$$
(2.11)

entonces el TS-MRF X^T asociado con el árbol T es el conjunto de todos los campos binarios asociados con los nodos hojas de T:

$$X^T = \bigcup_{t \in \overline{T}} X^t \tag{2.12}$$

con realización $x^T = \bigcup_{t \in \overline{T}} x^t$.

Inicialmente con el modelo TS-MRF se tienen dos hipótesis en el nodo raíz:

$$\begin{cases} H_0 : T = 1, & X^T = \emptyset \\ H_1 : T' = \{1, 2, 3\}, & X^{T'} = \hat{x^1} \end{cases}$$
(2.13)

La primera hipótesis H_0 corresponde al caso en el cual toda la imagen y, asociada con el nodo raíz ($S^1 = S, y^1 = y$), se reseprenta como una sóla región. La segunda hipótesis H_1 corresponde al caso cuando la imagen es mejor representada por dos regiones. Entonces, en este punto se comparan las dos descripciones estadísticas de la imagen (el modelo basado sobre una sóla clase T o el modelo basado en dos clases T') por verificar la ganancia de división G definida de la siguiente forma:

$$G = \frac{p(x^{T'})p(y|x^{T'})}{p(x^{T})p(y|x^{T})} > 1$$
(2.14)

si esta ganancia G es mayor que 1, la descripción con dos regiones se ajusta mejor a los datos y la división del nodo se realiza, de otra forma no se realiza la división y la descripción con una sola región se acepta. De esta manera, la segmentación continua de forma similar para cada nodo creado.



Figura 2.4: Ejemplo de estructura de árbol y segmentaciones obtenidas por el TS-MRF. En la figura se observa en la parte izquierda la estructura de árbol generada durante la segmentación con TS-MRF. Los nodos internos son los círculos vacios o el conjunto $\{1, 2\}$, mientras que, los nodos hojas son el conjunto $\{3, 4, 5\}$; que a su vez forman la segmentación final. A la derecha se observan las imágenes generadas en cada segmentación binaria.

Para un ejemplo, consideremos el árbol T de la izquierda en la Fig. 2.4, con nodos internos $\hat{T} = \{1, 2\}$ mostrados como círculos vacios, y con nodos hojas $\overline{T} = \{3, 4, 5\}$ mostrados como círculos de color negro. El TS-MRF asociado con T es $X^T = \{X^1, X^2\}$, y su realización $x^T = \{x^1, x^2\}$ tiene una distribución de probabilidad:

$$p(x^{T}) = p(x^{1}, x^{2}) = p(x^{1})p(x^{2}|x^{1})$$
(2.15)

 X^1 es un MRF binario definido sobre el conjunto de sitios $S^1 = S$ con funciones potenciales $V_c^1(.)$. Por definición $x_s^1 \in \{l(1), r(1)\} = \{2, 3\}$ para cada $s \in S^1$, así la realización x^1 particiona el conjunto original de sitios en dos subconjuntos S^2 y S^3 de acuerdo a la Ec. 2.11. En la Fig. 2.4 de la derecha se puede observar la segmentación obtenida por el primer MRF binario X^1 indicada en sus nodos hijos 2 y 3. El nodo 2 está formado por los sitios que corresponden a los colores grises, mientras que, el nodo 3 está formado por los sitios que corresponden al color negro. Un nuevo MRF puede ser definido, en particular sobre el nodo 2. La segmentación para el MRF binario X^2 se puede observar en la misma figura junto con sus nodos hijos $\{4, 5\}$ que a la vez son nodos hojas y que corresponden a el color gris claro y gris oscuro respectivamente. El árbol crece hoja por hoja hasta que la condición de paro es alcanzada, es decir la ganancia de división G es menor que 1. Finalmente, la segmentación es obtenida uniendo las regiones de los nodos hojas del árbol T, en este caso los nodos $\{3, 4, 5\}$.

En el modelo TS-MRF se tienen que estimar además parámetros independientes del algoritmo de segmentación que no afectan al enfoque global pero que si influyen en los resultados finales de segmentación, como son: el número de clases k, los parámetros de la distribución p(y|x), los cuales son las medias (μ_1, μ_2) y matrices de covarianza (\sum_1, \sum_2), y el parámetro β de la distribución de Gibbs para las funciones potenciales de dos sitios (definidas como en la Ec. 2.16), llamado parámetro de penalización de borde. Este parámetro puede ser estimado con el algoritmo de Máxima Pseudoverosimilitud (MPL por sus siglas en inglés).

$$V_c(x) = \begin{cases} \beta & \text{si } x_s \neq x_r \ s, r \in c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
(2.16)

En este modelo, a diferencia de los modelos propuestos en la literatura se considera que las bandas espectrales de la imagen que se está segmentado están correlacionadas.

El algoritmo tiene una naturaleza recursiva e inicia, como ya se dijo, con un árbol formado por un sólo nodo. A continuación se muestran los pasos generales del algoritmo TS-MRF [19]:

- 1. Inicializar la segmentación empleando el algoritmo K-means.
- 2. Encontrar $\mu_1, \mu_2, \sum_1, \sum_2$.
- 3. Estimar β .
- 4. Encontrar la nueva segmentación usando ICM (Modo Condicional Iterativo).
- 5. Calcular la ganancia de división G, y decidir si aceptar o rechazar la división.

2.2. Descomposición de Wold

Los métodos de análisis de textura pueden ser divididos en dos enfoques [60, 20]: el enfoque estadístico o estocástico y el enfoque estructural.

La primera categoría trata a la textura como fenómeno estadístico. La textura es descrita mediante las propiedades estadísticas de las intensidades y posiciones de los

píxeles. La formulación estocástica de una textura se basa en un modelo en el cual la textura es vista como un proceso estocástico bi-dimensional descrito por sus parámetros estadísticos.

La segunda categoría, el enfoque estructural, introduce el concepto de primitivas de textura, a veces llamadas *texels* ⁵. Para describir una textura es necesario un vocabulario de *textels* y una descripción de sus relaciones. El objetivo es entonces describir estructuras complejas mediante primitivas simples. Los modelos de texturas estructurales trabajan mejor con texturas con construcciones claras. Estos modelos basados en primitivas han sido ampliamente empleados para explicar la percepción humana de las texturas [60].

En el enfoque estructural, se destaca la estructura espacial de la textura. De acuerdo a Faugeras y Pratt [74], en este enfoque se considera dentro de la textura un patrón local básico que periódicamente o quasi-periódicamente es repetido en una región. Cross y Jain [10] definen al enfoque estructural como un conjunto de reglas que especifican las posiciones de las primitivas sobre la imagen y con respecto a otras primitivas. Sin embargo, el problema de tener dos tipos de enfoques es que: "Las texturas contienen características regulares y estocásticas. En la práctica uno puede encontrar texturas en los dos extremos, completamente estructurales o completamente estocásticas. Debido a esto, es difícil clasificar las texturas por medio de un único método [91]." De esta forma, se han propuesto modelos unificados en los cuales se separa la parte estructural y la estocástica del campo de textura. La descomposición de Wold [44, 20, 21, 49, 75, 87], es uno de los métodos que lleva acabo esta separación. El modelo de textura unificado propuesto por Francos *et al.* [20] proporciona un medio para analizar la parte estructural y la parte estocástica de la textura.

La descomposición de Wold 2-D ha sido aplicada en diversas tareas, desde la recuperación de imágenes [48] hasta para estimar y codificar la textura [45]. Li y Picard [49] emplean la Transformada de Hough para detectar el componente estructural de la textura, mientras que Ramananjarasoa *et al.* [75] introducen un nuevo algoritmo de estimación de este componente. Kressler *et al.* [40] proponen un nuevo algoritmo de

⁵Un *texel* (del inglés, *texture element* o también *texture pixel*) es la unidad mínima de una textura aplicada a una superficie, empleada en gráficos por computadora. De la misma forma, que una imagen digital se representa mediante una matriz de píxeles, una textura se puede representar mediante un matriz de *texels*.

segmentación el cual toma en cuenta el componente estructural de la descomposición como la imagen del campo externo en un modelo basado en MRF-FLAT. Stitou *et al.* [88] estudian las propiedades de estadísticas de orden superior y la teoría de la descomposición de Wold para desarrollar un algoritmo de descomposición de textura 3-D.

2.2.1. Modelo de textura unificado y la descomposición de Wold

El método unificado propuesto por Francos [20], considera al campo de textura como una realización de un campo aleatorio homogéneo. Basándose en la descomposición de Wold 2-D de campos aleatorios homogéneos, el campo de textura y(n,m) para $(n,m) \in Z^2$, se descompone en una suma de dos componentes espacialmente homogéneos y mutuamente ortogonales (ver Fig. 2.5): el componente estructural o determinista v(n,m) y el componente estocástico o no-determinista w(n,m). Asimismo, el componente estructural v(n,m) se descompone en una suma de dos componentes ortogonales: componente determinista armónico h(n,m) y componente evanescente g(n,m). El componente armónico captura los atributos periódicos de la textura, mientras que, el componente evanescente las características de direccionalidad.

En el dominio de las frecuencias, la función de distribución espectral F(w, v) de y(n, m) puede ser representada por las funciones de distribución espectral de sus componentes v y w:

$$F(w,v) = F_w(w,v) + F_v(w,v)$$
(2.17)

donde $F_w(w, v)$ es la función de distribución espectral del componente estocástico w(n,m) y $F_v(w,v)$ es la función de distribución espectral del componente estructural v(n,m). La función de distribución espectral $F_v(w,v)$ del componente estructural es representada por:

$$F_{v}(n,m) = F_{h}(w,v) + F_{q}(w,v)$$
(2.18)

donde $F_h(w, v)$ es la función de distribución espectral del componente armónico que corresponde a las singularidades espectrales que se presentan como regiones punto, y $F_g(w, v)$ es la función de distribución espectral del componente evanescente que corresponde a las singularidades espectrales que se presentan como regiones línea [20, 49, 87].



Figura 2.5: Esquema gráfico de la descomposición de Wold.

Algoritmo de estimación

A continuación se presenta el algoritmo de estimación [20, 87] de los componentes de la descomposición de Wold (ver algoritmo 1).

En general, el algoritmo se divide en tres etapas:

- primero, se estiman los parámetros del campo armónico que corresponde a las características periódicas del campo de textura,
- segundo, se estima el componente evanescente que corresponde a las características de direccionalidad,
- y finalmente, se estiman los parámetros del componente estocástico del campo de textura (características aleatorias).

Detección de picos armónicos

En esta etapa, primero se busca la presencia del componente armónico. Los picos armónicos son detectados en la imagen de magnitudes de Fourier. Se utiliza el perio-

Algoritmo 1 Estimación de los componentes de la descomposición de Wold.

Entrada: Imagen de textura I_t .

Salida: Imagen del componente armónico, evanescente y estocástico.

- 1: Probar la existencia de funciones delta 1-D y 2-D en el periodograma de *I*_t. // probar la existencia de componentes estructurales.
- 2: si existen funciones delta 2-D entonces
- 3: Construir un filtro donde sea "1" en las funciones delta 2-D detectadas y "0" en otro caso.
- 4: Filtrar la TDF (Transformada Discreta de Fourier) de la imagen I_t por medio del filtro del paso anterior y calcular la transformada inversa para obtener el componente armónico.
- 5: Remover la contribución del componente armónico estimado de los datos.
- 6: **fin si**
- 7: si existen funciones delta 1-D entonces
- 8: Construir un filtro donde sea "1" en las frecuencias de las funciones delta 1-D detectadas y "0" en otro caso.
- 9: Filtrar la TDF de I_t por medio del paso anterior y calcular la transformada inversa para obtener el componente evanescente.
- 10: Remover la contribución del componente evanescente de los datos. // hasta acá la imagen ya no contiene componentes estructurales.
- 11: fin si
- 12: Aplicar un algoritmo tipo Levinson 2-D para estimar los parámetros del modelo AR'2-D para estimar los parámetros del modelo AR 2-D o componente estocástico.



Figura 2.6: Procedimiento para obtener el componente armónico.

A la imagen de textura se le obtiene su transformada discreta de Fourier para después obtener el periodograma de frecuencias y seleccionar las frecuencias con mayores amplitudes. Estas frecuencias se eliminan de la imagen de magnitudes de Fourier para formar el componente armónico.

dograma⁶ como un estimador de frecuencias para obtener los componentes periódicosarmónicos desconocidos. En el periodograma se seleccionan las frecuencias de los picos aislados y más grandes. Para lograr lo anterior, se determina el valor máximo del periodograma como el umbral de amplitud, entonces gradualmente se baja este umbral mientras que se hace la detección de todos los picos que se consideran componentes armónicos. Posteriormente, se realiza la substracción de estos picos armónicos a la imagen de textura para producir la imagen residuo, la cual ya no contiene información periódica. El procedimiento anterior se muestra en la Fig. 2.6.

Detección de líneas evanescentes

Para la obtención del componente evanescente se puede emplear la Transformada de Hough para la detección de líneas. En la imagen de magnitudes de Fourier, de la

⁶El periodograma o espectro de líneas es un gráfico de las amplitudes de las componentes espectrales derivadas del análisis de Fourier de una señal.



Figura 2.7: Procedimiento para obtener el componente evanescente. Para obtener el componente evanescente se aplica a la imagen de magnitudes de Fourier la transformada de Hough para detectar las frecuencias que forman regiones líneas y que representan las características de dirección.

imagen residuo sin el componente armónico, se aplica la transformada de Hough para detectar las regiones que forman líneas y que representan las características de dirección. Una vez detectadas las líneas sobre la imagen de magnitudes de Fourier, se realiza la substracción de los componentes direccionales en la imagen de textura para producir una imagen residuo, la cual ya no contiene información direccional (componente evanescente) y periódica (componente armónico). El procedimiento anterior se muestra en la Fig. 2.7.

El componente estructural se forma sumando las imágenes obtenidas por el procedimiento inverso de detección de picos armónicos y líneas evanescentes. El componente estocástico será entonces el residuo de la imagen sin los dos componentes anteriores (armónico y evanescente).

Esta implementación [54, 52] de la descomposición de Wold y algunos resultados para encontrar la geometría oculta de corona de árbol en imágenes de percepción remota se anexan en el Apéndice A.

2.3. Geometría estocástica

Los enfoques estadísticos para análisis de imágenes se encuentran divididos en métodos de nivel bajo y nivel alto [78]. Los métodos de nivel bajo involucran a los modelos de campos aleatorios de Markov a nivel de píxel. Mientras que, las tareas de nivel alto tales como el reconocimiento de objetos requieren modelos y algoritmos que traten a los componentes de la imagen en una escala global.

Los procesos puntuales constituyen una rama de la metodología estadística que es capaz de analizar dependencias espaciales entre las observaciones, que se suponen han sido generadas por algún mecanismo aleatorio y desconocido [56]. Los procesos puntuales marcados son un modelo de procesos puntuales que permiten modelar un número desconocido de objetos en una escena dentro del marco de trabajo estocástico; y estan siendo ampliamente empleados en procesamiento de imágenes porque pueden manejar información previa acerca de las interacciones entre los objetos e información de datos para ajustarse a la imagen. Trabajos sobre imágenes pueden ser encontrados en [68, 78, 56, 2, 69, 65, 14].

Un proceso puntual es una colección de puntos distribuidos espacialmente en una región plana del espacio. En diferentes contextos es importante analizar datos que aparecen en localizaciones en el espacio de imágenes, por ejemplo localizaciones de árboles en bosques [68], centros de núcleos de células [15], epicentros de terremotos, localizaciones de ciudades, etc.

Un proceso puntual marcado es un proceso puntual definido por una función de densidad. Una configuración del proceso consiste de un conjunto de puntos marcados. Los parámetros aleatorios, llamados marcas, están asociados a cada punto y en análisis de imágenes, estos parámetros definen alguna propiedad geométrica de algún objeto.

La función de densidad considera la siguiente información [14]:

- Información previa: especifica información acerca de los parámetros de los objetos. Esta información corresponde a restricciones geométricas de los objetos.
- Restricciones globales: especifican restricciones globales que son modeladas por relaciones de vecindad. Un ejemplo clásico es el proceso de Strauss en el cual a cada punto se le asocia un disco con un radio fijo. Este modelo puede fácilmente ser extendido por considerar un radio aleatorio.

 Información de datos: se define un campo externo para considerar la información de los datos. Este término controla la localización de los objetos con respecto a los datos.

Varias técnicas pueden ser empleadas para simular los procesos puntuales, entre ellas están el proceso de Nacimiento y muerte, Difusión y salto, Monte Carlo basado en cadenas de Markov (MCMC por sus siglas en inglés) y Monte Carlo basado en cadenas de Markov con salto reversible (RJMCMC por sus siglas en inglés). Estos algoritmos iterativos seleccionan aleatoriamente una nueva configuración a partir de la actual proponiendo un cambio local. El proceso de Nacimiento y muerte permite añadir un nuevo objeto o remover un objeto existente. El algoritmo RJMCMC es más flexible, debido a que permite cambios en los parámetros del objeto. Estos algoritmos son incrustados dentro del esquema de Recocido Simulado (SA por sus siglas en inglés).

2.3.1. Procesos puntuales y procesos puntuales marcados

En el caso más simple, un *proceso puntual* [68, 69, 57, 90] X es un subconjunto aleatorio finito de $P = [0, X_M] \times [0, Y_M]$, el cual es un subconjunto de \Re^2 . Las realizaciones de X, llamadas patrones puntuales, son configuraciones aleatorias de puntos contenidos en P denotadas por $x = \{x_1, ..., x_n\}$ para $n \ge 0$. A el proceso puntual vacío se le denota por x = 0. Un *proceso puntual marcado* [69, 68, 57, 90] $\Phi = \{(p_i, m_i) : p_i \in P \land m_i \in K\}$ definido en $S = P \times K$ siendo S un conjunto acotado de \Re^d , es un proceso puntual donde algunas marcas m son añadidas a las posiciones de los puntos. P es el espacio de las posiciones de los puntos u objetos en el proceso puntual y K es un espacio de marcas definiendo la geometría de los objetos. Las marcas son algunos parámetros que describen completamente al objeto, por ejemplo un círculo, el tipo de punto, un triángulo, un rectangulo, una elipse, etc. Los círculos pueden ser descritos por la posición de su centro (x, y) y su radio r, las elipses por la posición de su centro(x, y), el ángulo de orientación θ , su eje mayor a y menor b (ver Fig. 2.8). En este caso ya no tratamos con puntos, sino con objetos y una configuración de objetos es un conjunto finito de puntos marcados.



Figura 2.8: Posición y marcas de un círculo y una elipse.

Procesos puntuales de Poisson

Sea v(.) una medida positiva sobre S. X es un proceso puntual de Poisson [68, 69, 65, 57, 90] si:

para cada conjunto Borel⁷ B ∈ S, la variable aleatoria N(B) que cuenta el número de puntos en X que pertenecen a B sigue la ley de Poisson, es decir sigue una distribución de Poisson discreta con media v(B)

$$P(N(B) = n) = \frac{e^{-\nu(B)}\nu(B)^n}{n!}, n = 0, 1, 2, \dots$$
(2.19)

donde $v(.) = \beta \lambda_S(.)$ [89], siendo β el número promedio de puntos en una realización y $\lambda_S(.)$ la medida de Lebesgue⁸ sobre S.

y si para k conjuntos Borel disjuntos B_k ∈ S, N(B_k) son variables aleatorias independientes.

El proceso de Poisson espacial satisface los siguientes axiomas [62, 43]:

⁷Un conjunto de Borel es un elemento de la llamada σ -álgebra de Borel, la cual no es más que la mínima σ -algebra que contiene los conjuntos abiertos.

La σ -algebra sobre un conjunto X es una familia no vacía de subconjuntos de X, cerrada bajo complementos, uniones e intersecciones contables.

⁸La medida de Lebesgue es la forma estándar de asignar una longitud, área o volumen a los subconjuntos del espacio euclidiano. El volumen o medida de un conjunto Lebesgue A se denota por $\lambda(A)$.

1. Si $B_1, B_2, ..., B_n$ son regiones disjuntas, entonces $N(B_1), N(B_2), ..., N(B_n)$ son variables aleatorias independientes y

$$N(B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n) = N(B_1) + N(B_2) + \dots + N(B_n)$$
(2.20)

- 2. La distribución de probabilidad de N(B) depende de B sólo a través del valor de $\lambda(B)$; con la propiedad: si $\lambda(B) \to 0$, entonces $P(N(B) \ge 1) \to 0$.
- 3. Sólo valores enteros positivos son válidos para N(B), 0 < P(N(B) > 0) < 1 si $\lambda(B) > 0$.
- 4. Existe probabilidad cero de traslape de puntos:

$$\lim_{\lambda(B)\to 0} \frac{P(N(B) \ge 1)}{P(N(B) = 1)} = 1$$
(2.21)

Proceso puntual de Strauss

Una familia amplia de procesos puntuales es la familia exponencial; y el proceso de Strauss [69, 90] pertenece a estos modelos. La densidad del proceso de Strauss está definida por:

$$f(x) = \beta^{n(x)} \gamma^{p(x)} \tag{2.22}$$

donde n(x) es el número de objetos en una configuración x, $\beta > 0$ es un parámetro de densidad, el cual controla el número promedio de puntos en una configuración y p(x) es el número de pares de puntos en x separados por una distancia menor que d. Esto corresponde a considerar discos de diámetro d con centro en cada objeto y p(x) el número de pares de discos traslapados. La interacción entre los objetos es controlada por γ , donde $0 \le \gamma \le 1$. Si $\gamma < 1$ existe repulsión entre los objetos, si $\gamma = 0$ no se permite objetos traslapados.

2.3.2. Densidad y medida de referencia de un proceso puntual marcado

Sea la distribución de probabilidad $\mu(.)$ de un proceso puntual de Poisson de intensidad v(.). Sea $P_X(.)$ la distribución de probabilidad de un proceso puntual marcado X. La densidad f(.) con respecto a la medida de Poisson $\mu(.)$ es:

$$P_X(dx) = \frac{1}{Z}f(x)\mu(dx)$$
(2.23)

donde Z es la constante de normalización.

Formulando la densidad de probabilidad f(.) de una configuración x por medio de la energía de Gibbs U(x) tenemos:

$$U(x) = -\log(f(x)) \tag{2.24}$$

despejando f(x) en la Ec. 2.24 y sustituyendola en la Ec. 2.23 tenemos:

$$P_X(dx) = \frac{1}{Z} exp(-U(x)) \,\mu(dx)$$
 (2.25)

donde Z es una constante de normalización. La densidad U se divide en dos partes $U(x) = U_p(x) + U_d(x)$, donde U_p considera las iteraciones entre los objetos geométricos - la energía previa o modelo *a priori*, mientras que U_d es la energía de datos.

2.3.3. Enfoque Bayesiano

Puede emplearse un enfoque bayesiano para detectar los objetos en una imagen. Sea τ los datos observados o la imagen y x la configuración de objetos que deseamos extraer de τ . La densidad f(.) empleando la regla de Bayes es:

$$f(x) = f(x|\tau) = \frac{f_p(x)f_d(\tau|x)}{f(\tau)} \propto f_p(x)f_d(\tau|x)$$
(2.26)

teniendo sólo una observación de los datos $f(\tau)$ se considera como una constante. $f_d(\tau|x)$ representa la probabilidad para los datos τ conociendo la configuración x y $f_p(x)$ la densidad *a priori*. Todo el conocimiento previo de la configuración debe ser considerado en la definición de la densidad $f_p(.)$. Empleando el criterio de estimación Máximo a Posterior - MAP [69, 68] se tiene:

$$\widehat{x}_{MAP} = argmaxf(x) \propto argmax \left[f_p(x)f_d(\tau|x)\right]$$
(2.27)

donde $f_p(x)$ definido como en Ec. 2.28 y $f_d(\tau|x)$ como en Ec. 2.29.

El objetivo de la detección de los objetos consiste entonces en encontrar la configuración de los objetos que maximice la densidad f(x) o minimice la energía asociada.

Modelo a priori

El modelo a priori considerando la Ec. 2.22 puede ser definido como [69, 14, 23]:

$$f_p(x) \propto \beta^{n(x)} \alpha(x) \tag{2.28}$$

donde α modela las interacciones⁹ entre los objetos de la configuración, n(x) es el número de objetos en una configuración x, β es un parámetro de densidad, el cual controla el número promedio de puntos en una configuración.

Modelo de verosimilitud

Puede considerarse el modelo de verosimilitud como una distribución Gaussiana [69]. Cada píxel de la imagen es asociado a una de las dos clases ς_i o ς_o :

- $\varsigma_i = \aleph(\mu_i, \sigma_i)$ para los píxeles en al menos uno de los objetos de la configuración.
- $\varsigma_o = \aleph(\mu_o, \sigma_o)$ para los píxeles fuera de los objetos de la configuración.

$$f_d(\tau|x) = \prod_{p \in \varsigma_o} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_o} exp\left(\frac{-(y_p - \mu_o)^2}{2\sigma_o^2}\right) \prod_{p \in \varsigma_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} exp\left(\frac{-(y_p - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2.29)$$

donde μ y σ es la media y la varianza de la clase y y_p es el valor de gris del píxel p.

Minimización de energía

Considerando los modelos definidos en la Ec. 2.28 y 2.29 bajo la energía de Gibbs 2.24 y sustituyendo en 2.27 obtenemos que $\hat{x}_{MAP} \propto argmax [f_p(x)f_d(\tau|x)]$ queda definida como:

$$\widehat{x} = \operatorname{argmin}\left[U_p(x) + U_d(x) - n(x)\ln\beta\right]$$
(2.30)

donde $U_p(x)$ es:

$$U_p(x) = \sum \sum_{(u,v)\in x} V_{(u,v)}(x)$$
(2.31)

donde $V_{(u,v)}(x)$ son las reglas básicas o las potenciales definidas en el modelo *a priori* y $U_d(x)$ está definida por:

$$U_d(x) = \sum_{p \in \varsigma_o} \ln \sqrt{2\pi} \sigma_o + \frac{(y_p - \mu_o)^2}{2\sigma_o^2} + \sum_{p \in \varsigma_i} \ln \sqrt{2\pi} \sigma_i + \frac{(y_p - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}$$
(2.32)

⁹Las interacciones de los objetos que se modelan comúnmente son de repulsión y atracción. Por ejemplo, la interacción de repulsión se define a partir del traslape que existe entre los objetos y se penaliza de acuerdo a cuánta área de traslape exista entre ellos. Más detalles en [67]

2.3.4. Simulación y optimización

Una vez que la distribución Px(.) del proceso puntual marcado ha sido definida, el objetivo es generar una realización de ésta. Entre las técnicas empleadas para simular los procesos puntuales se encuentra el algoritmo Monte Carlo basado en cadenas de Markov. Geyer y Moller [25] presentan un algoritmo básico para muestrear la distribución del proceso puntual basado en el muestreador Metropolis Hastings. El algoritmo de Geyer y Moller construye una cadena de Markov $(X_n)_{n\geq 0}$ definida en el espacio de configuraciones finitas de puntos de S como sigue [64] (ver algoritmo 2):

Algoritmo 2 Geyer y Moller.

- 1: Dado un estado $X_t = x$, con probabilidad $\frac{1}{2}$ proponer adicionar un punto a la configuración actual, y con probabilidad $\frac{1}{2}$, proponer remover un punto de la configuración, excepto si $X_t = 0$ en cuyo caso $X_{t+1} = X_t$:
- 2: si nacimiento entonces
- 3: Generar un nuevo punto u ∈ S, proponer y = x ∪ u y calcular R = P_X(y) v(S)/P_X(x) n(y) y aceptar X_{t+1} = y con probabilidad α = min(1, R). // n(y) es el número de puntos en y, v(.) la medida de intensidad del proceso puntual de Poisson.

4: **fin si**

- 5: si muerte entonces
- 6: Seleccionar v uniformemente en x, proponer $y = x \setminus v$,calcular $R = \frac{P_X(y)}{P_X(x)} \frac{n(x)}{v(S)}$ y con probabilidad $\alpha = min(1, R)$ aceptar la proposición.

7: **fin si**

2.4. Resumen

En este capítulo fueron introducidos los conceptos claves de la segmentación de imágenes usando Campos Aleatorios de Markov. Se introdujo el modelo de segmentación TS-MRF debido a que es la base del modelo propuesto en esta investigación. También fue expuesta la teoría de la descomposición del Wold con el objetivo de presentar el algoritmo empleado para obtener los parámetros de las funciones potenciales del modelo TS-MRF. Además, se presentaron conceptos de la geometría estocástica que son empleados dentro de la metodología para mejorar la segmentación de imágenes.

En el siguiente capítulo presentamos el estado del arte referente a la segmentación de imágenes de percepción remota, exponiendo los principales trabajos con los modelos MRF.

Capítulo 3

Estado del arte en segmentación de coberturas de la tierra

Con el desarrollo de nuevos sensores para satélites o aeronaves diseñados para mejorar la resolución espacial, espectral y/o radiométrica de las imágenes de percepción remota; investigadores de diversos sectores se han interesado en el desarrollo de nuevas metodologías y algoritmos para lograr mejorar su segmentación y por consiguiente su interpretación.

Los métodos comúnmente empleados para la segmentación de coberturas de la tierra se ven limitados cuando en el problema de segmentación se trabaja con coberturas espectralmente similares y emplear únicamente la información de los datos observados - niveles de gris en las bandas espectrales - no es suficiente para lograr una segmentación satisfactoria cuando se trabaja con este tipo de clases. Es necesario que las metodologías y algoritmos actualmete desarrollados busquen incrementar el porcentaje de segmentación correcta de coberturas espectralmente similares, como el manglar y el bosque, para obtener coberturas mejor segmentadas.

En este capítulo se presenta una revisión de los trabajos relacionados para la segmentación de coberturas de la tierra empleando diferentes enfoques.

3.1. Enfoque espectral

El enfoque espectral considera modelos que sólo utilizan las bandas de la imagen como espacio de representación para realizar la segmentación. Dentro de este enfoque se han empleado modelos estadísticos como distancia mínima, distancia Mahalanobis y máxima verosimilitud [79, 42, 30]. Estos tres modelos se han convertido en los más populares empleados actualmente para la obtención de mapas temáticos e incluso en los modelos de segmentación programados dentro de aplicaciones especializadas para el procesamiento de imágenes de percepción remota como por ejemplo el software ERDAS IMAGINE [18] y GRASS (*Geographic Resources Analysis Support System* o Sistema de Apoyo para Análisis Geográfico de Recursos) [27].

En los inicios de la percepción remota, la segmentación de coberturas con el modelo de máxima verosimilitud se anticipó como uno de los métodos más prometedores entre los segmentadores que utilizaban sólo los valores espectrales. Sin embargo, uno de los problemas con estos algoritmos, es que sólo consideran la información disponible de los datos observados.

Oruc et al. [66] presentan un nuevo enfoque nombrado "Orientado a Objetos", el cual es implementado en el software eCognition [61]. Este enfoque es comparado contra métodos que emplean sólo información espectral, como son: clasificación con paralelepípedos, distancia mínima y máxima verosimilitud. En este enfoque se realiza primero una segmentación cuyo objetivo es crear objetos significativos. La forma de los objetos junto con características de color y textura son empleadas para realizar la segmentación inicial de la imagen. Las clases son organizadas en una jerarquía de clases pudiendo tener cada una sub o super clases y a partir de ellas inferir sus propiedades. Para detectar objetos a diferentes escalas, consideran que un número de objetos pequeños pueden formar objetos grandes y un objeto grande puede ser dividido dentro de objetos pequeños y así utilizar una jerarquía semántica. De esta forma utilizan dos principales enfoques: arriba-hacia-abajo y abajo-hacia-arriba. Posterior a la etapa de segmentación realizan una etapa de clasificación, la cual emplea clasificación con vecinos cercanos o funciones de relación difusa. El enfoque es probado en una imagen Landsat-7 y consideran sólo 6 bandas de las siete bandas de la imagen multi-espectral. No se dice explícitamente si las clases de estudio son espectralmente similares, sin embargo se definen las siguientes: mar, lagos, bosque denso, áreas abiertas. Los porcentajes reportados para los métodos basados en información espectral es de alrededor del 65 % mientras que el método que ellos proponen alcanza el 81 % de clasificación.

Kressler *et al.* [40] aplican el enfoque anteriormente expuesto "Orientado a Objetos". La diferencia radica en que emplean datos pancromáticos obtenidos del satélite SPOT-5 y KOMPSAT-1 (*Korean Multipurpose Satellite*) con resolución espacial de 2.5*m* y 6.6*m* respectivamente. Las clases de estudio que definen son: zona de agricultura, bosque, zona urbana, carreteras y bosque limpio. No se dice si estas clases presentan características espectralmente similares, sin embargo, en los resultados se observa que las clases bosque y agricultura, y bosque limpio y agricultura presentan confusión entre ellas, posiblemente debido a características espectralmente similares. Los porcentajes reportados son de 89.75 % para la imagen KOMPSAT-1 y 86.29 % para la imagen SPOT-5. En la Fig. 3.1 se muestran las segmentaciones obtenidas empleando el método "Orientado a Objetos" sobre las imágenes satelitales SPOT-5 y KOMPSAT-1.

Liu *et al.* [50] proponen emplear redes neuronales para la segmentación de coberturas. En este trabajo emplean datos multi-espectrales Landsat y se auxilian de fotos aéreas de la misma área para la obtención de los datos de entrenamiento. La región de prueba tiene 45,825 píxeles. Las clases de estudio fueron: agua, bosque, cultivo y carreteras. No se menciona si son clases espectralmente similares. El porcentaje de segmentación reportado empleando redes neuronales es de 95 %.

3.2. Enfoques que modelan el conocimiento

En las últimas cuatro décadas, la investigación también se ha centrado en la combinación entre el enfoque espectral y los enfoques que modelan el conocimiento del experto. De igual manera que en el enfoque anterior el objetivo es obtener una segmentación y en algunos casos particulares actualizar los datos de un SIG empleado.

Mota *et al.* [58] presentan los resultados de segmentación de coberturas empleando un enfoque basado en conocimiento. Se utiliza el conocimiento de un experto e información de un SIG, el cual es el conocimiento que se modela mediante una red semántica. En este trabajo se usa una imagen con poca resolución espacial. Las clases que segmentan son: bosque, *sabana densa*, agua, pasto, suelo y prado, no se menciona si las clases son espectralmente similares. Los resultados de segmentación para las 6 coberturas con el modelo basado en conocimiento son comparados con los resultados obtenidos con los modelos que emplean medidas espectrales. El enfoque que emplea únicamente información espectral obtiene un desempeño global del 92.9 % mientras que el enfoque que utiliza información del experto obtiene el 98.2 %. A partir de las matrices de confusión reportadas para cada enfoque, se puede observar que en ocasio-



Figura 3.1: Segmentaciones obtenidas con el enfoque "Orientado a Objetos". En a) se presenta la imagen pancromática original KOMPSAT-1, en b) la segmentación sobre imagen KOMPSAT-1, c) muestra segmentación sobre la imagen pancromática SOPT-5 y en d) la segmentación obtenida mediante interpretación visual sobre la imagen KOMPSAT-1.



Figura 3.2: Segmentación obtenida con el sistema GeoAIDA para imagen SOPT 3. A la izquierda se presenta el mapa de referencia para las 6 clases definidas y a la derecha la segmentación obtenida con el sistema GeoAIDA.

nes involucrar conocimiento del experto no siempre mejora los resultados de segmentación. En particular para la clase *sabana densa* involucrar conocimiento del experto hace que de 1053 píxeles segmentados incorrectamente se incrementen a 2121 píxeles. Sin embargo, también se da el caso en el que los errores de segmentación se eliminan por completo.

Muller *et al.* [59] emplean el sistema GeoAIDA para la clasificación de imágenes de baja resolución. La imagen de percepción remota empleada es SPOT 3 XS con una resolución de 20*m*. Adicionalmente se emplean como fuente de información los modelos digitales de elevación. El sistema de información geográfica empleado ayuda a resolver problemas de interpretaciones y el porcentaje global de segmentación reportado es del 70.44 %. Las clases de estudio son roca, vegetación, agua, carreteras, bosque denso y suelo. No se menciona si las clases son espectralmente similares. En la Fig. 3.2 se presentan los resultados obtenidos con el sistema GeoAIDA sobre la imagen SPOT 3 XS.

Kunz *et al.* [41] de la misma forma que los trabajos anteriores emplean redes semánticas para modelar el conocimiento del experto. La motivación de proponer este nuevo método es la pobre resolución espacial de los sensores de los satélites con los que se contaba en esa época, 10 y 30 metros de resolución. La red semántica se crea a partir de una segmentación y de datos de un sistema de información geográfica. La segmentación se realiza a partir de características espectrales y no espectrales definidas previamente. No se presentan resultados finales de segmentación; sin embargo, el uso que le dan es para actualizar la base de datos del SIG que emplean para la creación de la red semántica. Una de las desventajas encontradas en este trabajo es que durante el proceso de extracción de características emplean métodos morfológicos de dilatación y erosión que dependen de un número de iteraciones y optar por un número de iteraciones no adecuado se ve reflejado en malos resultados de segmentación.

3.3. Enfoques probabilistas

Los modelos MRF son un enfoque ampliamente estudiado en la actualidad en el ambito de la percepción remota debido a que proporcionan resultados satisfactorios en la segmentación de estas imágenes. Esto se debe a que los MRF no sólo consideran la información de los datos observados o información espectral, sino que también toman en cuenta toda la información disponible acerca de la imagen que está siendo segmentada.

Berthod *et al.* [4] presentan un modelo MRF-FLAT para segmentación sobre imágenes sintéticas e imágenes SPOT. Lo prueban empleando 3 técnicas de optimización: Pseudo recocido determinista o DPA por sus siglas en inglés, enfoque de estrategia de juego o GSA por sus siglas en inglés y dinámica de metrópolis modificada o MMD por sus siglas en inglés. Los resultados obtenidos son comparados contra el algoritmo Modo Condicional Iterativo (ICM por sus siglas en inglés) y Metrópolis. El parámetro de penalización β es definido manualmente y las funciones potenciales penalizan con +1 cuando no se comparte la misma etiqueta y cuando se comparte se resta a la energía -1. Las bandas de la imagen multi-espectral se consideran como no correlacionadas. La comparación se basa en el número de iteraciones que realizan, las técnicas de optimización para obtener la segmentación, así también como la energía global obtenida, el tiempo de procesamiento y el tiempo por iteración. No son presentados porcentajes de segmentación y la segmentación es realizada para clasificar 4 clases. Visualmente el mejor comportamiento lo obtienen con la técnica de optimización DPA.



Figura 3.3: Segmentación de una imagen multi-espectral.

a)Una banda de la imagen original multi-espectral para una área de agricultura, b)Segmentación obtenida con un modelo MRF-FLAT y c)Segmentación obtenida con el modelo TS-MRF.

D'Elia et al. [13] presentan un nuevo modelo para la segmentación no supervisada de imágenes multi-espectrales que se basa en segmentaciones binarias MRF. El modelo propuesto es llamado Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol (TS-MRF). Este modelo fue propuesto en su versión inicial por Poggi et al. [72] y refinado por D'Elia [13]. Utilizan el modelo de Ising homogéneo donde los cliqués de un sitio no son empleados y sólo usan cliqués de pares de sitios. Usan un sistema de vecinos de segundo orden. En su primera versión los resultados reportados son sólo sobre imágenes sintéticas. Los experimentos son hechos considerando bandas de datos hiperespectrales adquiridos por el sensor aéreo GER (Geophysical Environment Research o Investigación Geofísica del Ambiente) para un área de agricultura. La eficiencia de este modelo es comparada contra un MRF-FLAT y el modelo propuesto obtiene menor tiempo de CPU. Por otra parte, la eficacia sólo es medida cualitativamente y el modelo TS-MRF obtiene menores errores de segmentación. Algunos de los resultados presentados en este artículo se muestran en la Fig. 3.3. En las imágenes presentadas en el artículo no meciona qué clases se estan segmentado ni qué representa cada color de la imagen segmentada.

Poggi *et al.* [73] proponen la versión supervisada del algoritmo de segmentación propuesto por D'Elia *et al.* [13]. Bajo el enfoque supervisado se asume que se conoce *a priori*: el número de clases, la estructura del árbol binario, las medias y las matrices de covarianza. Los experimentos son realizados sobre imágenes del satélite SPOT. Los





a)Imagen SPOT de 400x400 píxeles, b)Segmentación obtenida con el algoritmo de máxima verosimilitud y c)Segmentación obtenida con el modelo TS-MRF.



Figura 3.5: Segmentación de una imagen Landsat.

a)Banda 3 de la imagen Landsat, b)Segmentación y cambio de uso de suelo con el modelo TS-MRF.

conjuntos de datos de entrenamiento y de prueba son obtenidos por un analista humano experto en el sitio. Se trabaja con 6 clases generales y 2 clases que son espectralmente similares: prado temporal y prado permanente. Por un lado, se presentan individualmente los porcentajes de segmentación para cada clase y las dos clases espectralmente similares son las que obtienen los porcentajes de segmentación más bajos. Por otro lado, los porcentajes más altos de segmentación reportados para estas dos clases son obtenidos con el método propuesto en el artículo. Estos porcentajes de segmentación son del 62,7% para la clase prado temporal y de 60,6% para la clase prado permanente. En la Fig. 3.4 se muestran los resultados de segmentación obtenidos sobre la imagen SPOT usando TS-MRF y el algoritmo de máxima verosimilitud.

Gaetano *et al.* [22] presentan un método para construir automáticamente la estructura de árbol del modelo propuesto en [13, 73]. El método se basa en una métrica la cual compara las características de las clases y es aplicado a la segmentación de imágenes satelitales multi-temporales para detectar cambio de uso de suelo en las regiones. El método propuesto construye el árbol desde las hojas asociando las clases a ellas e iterativamente combinando pares de nodos. La hipótesis es que las clases, las cuales son similares en términos de respuesta espectral, o que tienen un alto grado de adyacencia espacial, deberían estar cercanas en el árbol. Las imágenes empleadas son del satélite Landsat TM adquiridas en Abril-Mayo de 1994 y el resultado obtenido de segmentación empleando el modelo TS-MRF se presenta en la Fig. 3.5.

Tsa y Tseng [93] proponen un modelo no supervisado para segmentación de texturas en imágenes multi-espectrales de percepción remota basado en campos aleatorios de Markov Gausianos (GMRF por sus siglas en inglés). Las imágenes empleadas para segmentación son 7 del satélite SPOT y primero toman las tres primeras bandas de la imagen como RGB y construyen el falso color¹. Transforman el espacio RGB al espacio de color HSI. Después encuentran cuántos y qué tipos de color tiene la imagen mediante umbralización del histograma, para estimar los parámetros del modelo GMRF a partir de estas regiones. Etiquetan la imagen usando los valores de la imagen RGB, GMRF y el estimador MAP. De esta manera obtienen una imagen segmentada globalmente, a la cual le aplican un criterio para decidir si cada uno de sus píxeles pertenece a una determinada región de textura. Finalmente usan los píxeles de cada región de textura para estimar parámetros GMRF locales y agrupar nuevamente los píxeles basándose en estos parámetros. En este trabajo sólo se muestran los resultados de cada etapa y no se muestran porcentajes de segmentación.

Yue y Clausi [96] emplean un modelo GMRF para segmentación de tipos de hielo marino usando imágenes SAR (*Synthetic Aperture Radar* o Radar de Apertura Sintética) y textura. El problema de la segmentación del hielo marino es que no son texturas propiamente regulares. Ellos emplean el algoritmo de optimización ICM. Su evaluación es hecha sólo visualmente sobre imágenes de textura de la base de datos [7] y sobre una imagen SAR.

Cuozzo *et al.* [11] verifican la capacidad de segmentación del modelo TS-MRF para segmentar coberturas de bosque y no-bosque sobre una imagen Landsat TM. El proceso de generación del mapa temático se realiza en dos pasos. Primero se aplica el

¹En percepción remota como no es fácil visualuzar una imagen satelital con más de tres bandas espectrales; una alternativa es combinar la información de tres bandas cualesquiera que pueda tener la imagen, a los canales rojo, verde y azul, y construir así una imagen "falso color". Si las bandas se seleccionan apropiadamente en las partes adecuadas del espectro, la imagen en falso color se puede parecer mucho a una imagen de color real.



Figura 3.6: Segmentación de la imagen Landsat TM.

a)Segmentación obtenida aplicando el modelo TS-MRF para clases generales: cuerpos de agua, áreas urbanas, zonas rocosas, áreas de agricultura, bosque de coníferas y bosque seco tropical. b)Clasificación de a) en bosque en color verde y no-bosque en color blanco.

algoritmo de segmentación basado en TS-MRF para obtener una imagen subdividida en un gran número de regiones homogéneas elementales y de esas se seleccionan regiones candidatas a ser regiones objeto (cuerpos de agua, áreas urbanas, zonas rocosas, áreas de agricultura, bosque de coníferas y bosque seco tropical). De estas regiones objeto se obtienen características de textura, geométricas, firma espectral y regiones vecinas, para con base en estas características aplicar finalmente un algoritmo de clasificación supervisada sobre los objetos y obtener las clases de bosque y no-bosque. En la Fig. 3.6 se muestran los resultados de segemntación y clasificación obtenidos aplicando el modelo TS-MRF y un algoritmo de clasificación supervisada basado sobre umbralización respectivamente.

En la tabla 3.1 se muestra un resumen del trabajo relacionado con la segmentación de coberturas de la tierra. Entre la información que se presenta se encuentra el tipo de información que procesan, el enfoque empleado y los tipos de coberturas que segmentan. La tabla muestra tanto resultados de segmentación de coberturas generales así como la segmentación de coberturas espectralmente similares. En la literatura revisada sólo dos trabajos se encontraron de segmentación de clases espectralmente similares y en estos trabajos observamos que los porcentajes de segmentación alcanzados son to-davía por debajo del 80 % de segmentación (Kosaka y Poggi). Para tratar el problema

de segmentación de coberturas espectralmente similares se han empleado imágenes de muy alta resolución como las Quickbird, así como imágenes de mediana resolución como las SPOT. Es difícil comparar en general los trabajos entre si, debido a que las fuentes de datos que procesan son diversas y los objetivos de segmentación son diferentes pero podemos observar que en general es diverso el trabajo realizado para segmentar coberturas generales y poco es el trabajo para segmentar clases espectralmente similares. El trabajo realizado es esta tesis se ubica dentro de los modelos probabilistas y segmentación de clases espectralmente similares.

Tabla 3.1: Trabajo relacionado con la segmentación de coberturas de la tierra.

CR: Crecimiento de Regiones, OO: Orientado a Objetos, RN: Redes Neuronales, RS: Redes Semánticas, KNN: K Vecinos Cercanos, MV: Máxima Verosimilitud, MD: Distancia Mínima, P: Paralelepipedos, CE: Clasificadores Espectrales, EBC: Enfoque Basado en Conocimiento, MRF: Campos Aleatorios de Markov, TS-MRF: Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol, SIG: Sistemas de Información Geográfica, MDE: Modelos Digitales de Elevación, S: Supervisada, NS: No Supervisada, F: Fusión, M: Multi-espectral, Pan: Pancromática y Espc. Simil: Espectralmente Similares.

[autor,año]	Método	Fuentes	Tipo	Datos de	Evaluación	Tipos de	Espc.
		de datos	seg.	entrenamiento		coberturas	Simil.
[Sant Anna B., 1996]	CR	Landsat TM	_		Visual contra imagen original	Bosque, agricultura	No
[Espindola, 2006]	CR	Landsat, sintéticas	—	_	Visual contra imagen original		No
[Kressler, 2003]	00	SPOT 5	S	Fotos aéreas	86.29 %	Agricultura, bosque, urbano	No
		KAMPSAT			89.75 %	carreteras, bosque denso	
[Oruc, 2004]	00	Landsat 7	NS	_	OO 81.3%, MV 66.9%	Mar, bosque, áreas abiertas	No
					MD 62.6%, P 64.6%	carbón, poblado, árboles	
[Liu, 2004]	RN	Landsat TM	S		95 %	Agua, bosque, cultivo, carreteras	No
[Kunz, 1997]	RS	Satelital SIG	S	SIG		Poblados, bosques, agua, agricultura	No
[Mota, 2003]	RS	Satelital, SIG	S	SIG	EBC 98.2%, CE 92.9%	Bosque, sabana, agua, pasto, suelo, prado	No
[Müler, 2003]	RS	SPOT 3, MDE	S	SIG	Visual contra mapa de seg.	Urbano, roca, vegetación	No
		SIG				carreteras, agua, bosque	
[Kosaka, 2005]	KNN	Quickbird	S	—	F 73%, M 71.5%, Pan 28.5%	6 tipos de bosque	Si
				Visitas en sitio	MD 75.9%, MV 79.3%	Agua, suelo, arena, urbano	Si
[Poggi, 2005]	TS-MRF	SPOT	S	analista humano	TS-MRF 86.5 %	bosque, prado temporal y	60 %
						permanente, vegetación, granos	
[D'elia, 2003]	TS-MRF	GER	NS	No	% TS-MRF > % MRF	5 clases	
[Poggi, 1999]	TS- MRF	Sintética	NS	No	MV 20%, MRF 4%, TS-MRF 2%	3 clases simples	No
[Berthod, 1996]	MRF	Satelital, sinte.	S	Analista humano		4 clases para ambas fuentes	No

3.4. Discusión

A partir de los trabajos expuestos anteriormente, se puede observar que existe una gran cantidad de algoritmos y metodologías para segmentación de coberturas en aplicaciones de percepción remota. Además, los trabajos se enfocan generalmente en estudios sobre segmentación de coberturas generales y poco trabajo existe sobre coberturas espectralmente similares. Los resultados obtenidos en los estudios, para clases generales o espectralmente similares, varían enormemente dependiendo del tipo de imágenes empleadas, algoritmos o metodologías aplicadas y estudios realizados.

Podemos observar que la investigación en esta área ha sido primero aplicando métodos tradicionales basados en píxel. Posteriormente, información adicional ha sido considera en el proceso de segmentación para aumentar la calidad de los resultados usando diferentes fuentes de datos; sin embargo, se observa que un especial interés tienen los modelos basados en campos aleatorios de Markov debido a que eliminan los problemas de los modelos basados en píxel y modelan información contextual obtenida de la imagen a ser segmentada sin necesidad de involucrar otras fuentes de datos.

Por otro lado, los enfoques de segmentación basados en MRF trabajan bien en modo supervisado, en donde el número de clases y sus parámetros asociados son conocidos. Sin embargo, en modo no supervisado cuando el conocimiento no está disponible surge el problema de estimar las clases y los parámetros de éstas [80].

Considerando lo anterior, en esta tesis direccionamos nuestro estudio bajo el enfoque Markoviano sabiendo que es un modelo poderoso para una amplia variedad de aplicaciones de percepción remota; y lo empleamos para la segmentación no supervisada de coberturas espectralmente similares haciendo uso también de características de textura.

En el siguiente capítulo presentamos el modelo MRF para segmentación de coberturas espectralmente similares basado en una función de energía posterior de segundo grado que considera los campos de textura estructural y estocástico obtenidos mediante la descomposición de Wold.
Capítulo 4

Función de energía de textura para segmentación de imágenes

El principal objetivo de esta tesis es desarrollar un algoritmo de segmentación basado en MRF que involucre características de textura para su uso en la segmentación de coberturas de la tierra con comportamiento espectral similar. En este capítulo se presenta un nuevo modelo de segmentación basado en TS-MRF el cual considera la textura estructural y estocástica de la imagen que está siendo segmentada.

El modelo introducido en este capítulo, es definido a través de una nueva función de energía posterior de segundo grado con funciones cliqués especificadas a partir de campos de textura. A esta nueva función la llamamos Función de Energía de Textura o función TEF por sus siglas en inglés. Los campos de textura de la función son obtenidos mediante la descomposición de Wold 2-D para campos aleatorios homogéneos; y el componente estructural de la descomposición define el campo externo, α , mientras que el componente estocástico a el campo interno, β . A diferencia de las funciones empleadas en la literatura [44, 34, 1, 81, 86, 39, 35, 33], en las cuales la homogeneidad es asumida por conveniencia computacional, en esta función ambos campos se consideran como no homogéneos.

4.1. Introducción

Los modelos de visión basados en MRF para segmentación de imágenes son formulados dentro del enfoque Bayesiano. La solución óptima del problema se define a través de la estimación MAP y es calculada minimizando la energía posterior p(x|y). La energía posterior depende del modelo *a priori* p(x), en el cual se codifican las restricciones contextuales, y del modelo de verosimilitud p(y|x) que depende de los datos observados y [47]. La definición de un modelo MRF involucra especificar la estructura del modelo y los parámetros θ . En la estructura del modelo se define el sistema de vecinos y la función de energía o modelo de probabilidad condicional, mientras que, en la estimación de los parámetros θ se involucra un problema de optimización, el cual se resuelve con técnicas como [94, 47]: MV, MPL, Expectación y Maximización (EM), etc. Cuando los parámetros θ de la función de energía p(x|y) son conocidos se trata de una segmentación supervisada. Por el contrario, es una segmentación no supervisada cuando los parámetros son desconocidos (problema de datos incompletos [47]) estos tienen que ser inferidos a partir de los datos y.

El uso práctico de un modelo MRF se atribuye a la equivalencia entre la distribución de probabilidad del campo aleatorio de Markov y la distribución de probabilidad de Gibbs [47, 24]. En segmentación de imágenes, la energía de Gibbs U(x) (ver Ec. 2.7 en capítulo 2) se define comúnmente mediante un auto-modelo [24] que representa una energía de segundo orden. Esta energía considera sólo cliqués de un sitio y pares de sitios, sin embargo, en los modelos de visión para segmentación basados en MRF los cliqués de un sitio (ver Ec. 2.1 segunda sumatoria) no son empleados y se asume a cero el campo externo (ver Ec. 2.1 parámetro H) debido a que no se conoce. Sin embargo, emplear sólo cliqués de dos sitios dentro del modelo de energía a priori produce una segmentación de calidad pobre, principalmente en los bordes de las regiones de textura. Es sabido que es difícil introducir interacciones de cliqués de un sitio a la energía *a priori* debido a que el campo externo α se desconoce generalmente. Picard [70] "sugiere" que el campo externo puede ser establecido de acuerdo a los valores de una imagen de referencia, aunque no da tal imagen de referencia. Li et al. [44] proponen emplear el componente estructural de la descomposición de Wold [20] como imagen de referencia dentro de un modelo MRF-FLAT pero dejan a un lado la parte estocástica de la textura. Sabiendo que, la textura es una característica que añade mucha información a la segmentación de imágenes y que es una unificación de componentes estructurales y estocásticos, en este capítulo se propone un modelo de textura para segmentación de imágenes basado en TS-MRF, el cual combina los campos de textura estructural y estocástico de la imagen que está siendo segmentada; y a diferencia del modelo MRF-FLAT, en este nuevo modelo el campo interno es considerado también como no homogéneo.

4.2. Función de energía de textura TEF

Varios enfoques han sido empleados para segmentar imágenes de texturas. La mayoría de los modelos basados en MRF que utilizan la textura para mejorar la segmentación de imágenes, se basan en vectores de características. Estos vectores consideran entre sus atributos las diferentes características de textura para realizar la segmentación [38]. Sin embargo, sabemos que una textura puede ser descompuesta en sus características esenciales estructurales y estocásticas. La pregunta que surge ahora es, ¿cómo definir un modelo MRF que tome en cuenta a la textura estructural y estocástica?

En las siguientes secciones presentamos la función propuesta TEF que combina la textura estructural y estocástica dentro de la energía posterior p(x|y). Primero, definimos la energía *a priori* p(x) que considera al campo interno y externo definidos mediante los campos de textura estructural y estocástico, después definimos la energía de probabilidad p(y|x) mediante una distribución Gaussiana, para finalmente derivar la energía posterior a minimizar.

4.2.1. Definición de la energía *a priori*

Definamos la energía de Gibbs U(x) mediante un auto-modelo no homogéneo [5] que considere sólo cliqués de tamaño dos como máximo, llamada energía de segundo grado:

$$U_p(x) = \sum_{s \in S} \left(\alpha_s V_1(x_s) + \sum_{r \in X_{\eta(s)}} \beta_{sr} V_2(x_s x_r) \right)$$
(4.1)

donde α_s y β_{sr} son los parámetros del modelo de variación espacial, los cuales representan el campo externo e interno respectivamente.

Sea V el componente estructural con sitios v_s de la retícula S y sea W el componente estocástico con sitios w_s también de la retícula S; ambos componentes obtenidos mediante la descomposición de Wold 2-D. Nombremos a V y W, los campos de referencia del modelo de la Ec. (4.1). Definamos β_{sr} como:

$$\beta_{sr} = \begin{cases} |w_s - w_r| & \text{si } s \neq r, \{s, r\} \in C_2, w_s, w_r \in W\\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
(4.2)

donde C_2 es el conjunto de cliqués de dos sitios y W el componente estocástico.

Definamos las funciones potenciales $V_2(x)$ de la distribución de probabilidad para cliqués de dos sitios como:

$$V_2(x) = \begin{cases} \beta_{sr} & \text{si } s \neq r, \{s, r\} \in C_2, \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
(4.3)

Definamos $\alpha_s = v_s, v_s \in V$. De esta forma el auto-modelo no homogéneo queda definido mediante los campos de referencia V y W.

El objetivo de definir la energía *a priori* con funciones potenciales de la forma anterior es, penalizar cuando dos sitios s,r^1 no comparten la misma etiqueta y de esta forma no contribuir en la minimización final de la energía posterior. Esta penalización depende de los valores que en el campo interno tengan los vecinos r del sitio s, de tal forma que, cuando en el campo interno los vecinos tienen valores² diferentes al sitio sse realiza una mayor penalización resultado de la suma de las diferencias entre s y r.

4.2.2. Definición de la energía de verosimilitud

Considerando que la imagen puede contener más de una banda y que están correlacionadas, el modelo p(y|x) lo definimos como en [13] en el cual se asume una distribución Gaussiana:

$$p(y|x) = \prod_{s \in S} p(y_s|x_s) \tag{4.4}$$

$$p(y_s|x_s = k) = \frac{1}{2\pi^{B/2} \left|\sum_{x_s}\right|^{1/2}} exp\left[-\frac{1}{2}(y_s - \mu_{x_s})^T (\sum_{x_s})^{-1}(y_s - \mu_{x_s})\right]$$
(4.5)

donde μ_{x_s} es la media, \sum_k la matriz de covarianza de la clase k y B es el número de bandas en la imagen.

¹recordar que $r \in X_{\eta(s)}$

²Estos valores definidos por la normalización de los valores de gris de la imagen correspondiente al campo interno.

4.2.3. Energía posterior

Como pudo verse en la Ec. (2.8), lo que se busca es maximizar la probabilidad posterior p(x|y) para encontrar el etiquetado x. Entonces la energía posterior ³ a maximizar considerando la energía *a priori* p(x) (Ec. 2.6 definida a través de Ec. 4.1) y la energía de verosimilitud p(y|x) (definida por Ec. 4.4) es:

$$\begin{aligned} x_{MAP} &= argmax_{x} \left[\ln p(y|x) + \ln p(x) \right] \tag{4.6} \\ &= argmax_{x} \sum_{s \in S} \ln \left[\frac{1}{2\pi^{B/2} |\sum_{k}|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (y_{s} - \mu_{x_{s}})^{T} (\sum_{k})^{-1} (y_{s} - \mu_{x_{s}}) \right] \right] \\ &+ \ln \left[\frac{1}{Z} \exp \left[- \left(\sum_{s \in S} \left(\alpha_{s} x_{s} + \sum_{r \in X_{\eta(s)}} \beta_{sr} x_{s} x_{r} \right) \right) \right] \right] \right] \\ &= argmax_{x} \sum_{s \in S} - \left[\ln 2\pi^{B/2} |\sum_{k}|^{1/2} + \frac{1}{2} (y_{s} - \mu_{x_{s}})^{T} (\sum_{k})^{-1} (y_{s} - \mu_{x_{s}}) \right] \\ &- \left[\ln Z + \left[\sum_{s \in S} \left(\alpha_{s} x_{s} + \sum_{r \in X_{\eta(s)}} \beta_{sr} x_{s} x_{r} \right) \right] \right] \right] \end{aligned} \tag{4.7} \\ &= argmin_{x} \sum_{s \in S} \left[\ln 2\pi^{B/2} |\sum_{k}|^{1/2} + \frac{1}{2} (y_{s} - \mu_{x_{s}})^{T} (\sum_{k})^{-1} (y_{s} - \mu_{x_{s}}) \right] \\ &+ \ln Z + \left[\sum_{s \in S} \alpha_{s} x_{s} + \sum_{s \in S} \sum_{r \in X_{\eta(s)}} \beta_{sr} x_{s} x_{r} \right] \end{aligned} \tag{4.8}$$

De esta manera la energía posterior de la Ec. (4.8) combina dentro de la energía a priori p(x) los campos de textura estructural y estocástico de la descomposición de Wold. Esta energía p(x) queda definida mediante funciones cliqués de un sitio y dos sitios. A esta energía posterior le llamamos Función de Energía de Textura o función TEF por sus siglas en inglés. La función TEF es introducida en cada MRF binario del modelo TS-MRF y a este nuevo modelo de segmentación lo llamamos campos aleatorios de Markov con estructura de árbol y función TEF o TS-MRF/TEF por sus siglas en inglés.

En la tabla 4.1 se presentan las diferencias más importantes entre el modelo propuesto, el modelo de Poggi y un modelo MRF-FLAT comúnmente empleado en la literatura. Se puede observar que en la energía *a priori* para el caso del modelo pro-

³ver Apéndice C para desarrollo completo.

Cor	ndicional Iterativo.		
	Modelo	Modelo de	Modelo de
	propuesto	Poggi	Berthod
Auto-modelo	Ising	Ising	Ising
Modelo a priori			
Campo externo α	Si (no homogéneo)		
Estimación de α	D. W.		
Campo interno β	Si (no homogéneo)	Si (homogéneo)	Si (homogéneo)
Estimación de β	D. W.	MPL	eta fijo
Sistema de vecinos $X_{\eta(s)}$	Segundo orden	Segundo orden	Primer orden
Modelo de verosimilitud $p(y/x)$	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano
Alg. de optimización	ICM	ICM	ICM
Estructura de árbol	Si	Si	No

Tabla 4.1: Comparación entre modelos MRF y el modelo propuesto. DW: Descompocisión de Wold, MPL: Máxima Pseudoverosimilitud, ICM: Modo

puesto, tanto el campo α como el campo β son definidos como no homogéneos y son calculados mediante la descomposición de Wold, a diferencia del modelo de Pogii y de Berthod donde el campo α no es considerado y el campo β es definido como homogéneo. Este campo β es calculado mediante MPL para el caso del modelo de Poggi y para el caso del modelo de Berthod es enviado a un valor fijo.

4.3. Resumen

En este capítulo se ha introducido la función de energía posterior TEF para su uso en la segmentación con campos aleatorios de Markov de estructura de árbol. Esta función hace uso de los componentes, estructural y estocástico, de la textura de la imagen que está siendo segmentada y los incorpora dentro del modelo *a priori* de la función posterior a minimizar. La función de energía TEF introducida en este capítulo no es exclusiva para modelos MRF con estructura de árbol y es posible su incorporación en modelos MRF-FLAT.

En el siguiente capítulo se muestra el uso de la función TEF en ambos tipos de

campos aleatorio de Markov, TS-MRF y MRF-FLAT, para la segmentación de imágenes con clases espectralmente similares.

Capítulo 5

Segmentación sobre imágenes con clases espectralmente similares

A continuación se presentan los resultados experimentales realizados para evaluar el desempeño de la función TEF dentro de modelos MRF-FLAT y TS-MRF. Los resultados se evaluaron de acuerdo a la calidad de la segmentación con el porcentaje de píxeles correctamente segmentados. Para el caso de las imágenes en las que no se tenía el mapa de segmentación para realizar la evaluación, se utilizó el mapa obtenido mediante una segmentación manual. Los experimentos fueron realizados sobre imágenes sintéticas y reales. Las imágenes reales segmentadas fueron ortofotos aéreas, imágenes de satélite e imágenes de la colección de fotografías de Corel [9]. También fueron segmentadas imágenes del repositorio VisTex [71] del grupo de modelado y visión del MIT. Las imágenes segmentadas de este repositorio pertenecen al conjunto de texturas de referencia, las cuales son texturas homogéneas en perspectiva oblicua y frontal.

Las imágenes sintéticas de prueba fueron obtenidas del sitio de Internet de Zoltan Kato [32] y las variantes de la imagen sintética fueron obtenidas simulando tres diferentes tipos de ruido radiométrico [83, 92] que presentan comúnmente imágenes de percepción remota. En la Fig. 5.1 se muestran algunos ejemplos de las imágenes de textura segmentadas.

El software fue desarrollado en MATLAB 7.1 y los experimentos fueron realizados sobre una computadora con sistema operativo Linux, procesador centrino a 1.66GHz y 1GB de RAM. En las Figs. 5.3 y 5.2 se muestra la interfaz del software desarrollado para la obtención de los componentes de la descomposición de Wold y la segmentación



Figura 5.1: Ejemplos de imágenes de textura segmentadas.

con MRF y TS-MRF.

5.1. Datos

En la tabla 5.1 se presentan las características para cada una de las imágenes empleadas en los experimentos de este capítulo. De izquierda a derecha, se muestra el nombre de la imagen, la resolución, tipo de imagen (RGB, escala de grises o satelital), la base de datos a la cual pertenece y si las clases que se segmentaron son espectralmente similares. En total fueron empleadas 24 imágenes de las cuales 17 tienen más de una banda espectral (RGB y multi-espectral) y 7 tienen una banda espectral (escala de grises y pacromática). De esas siete últimas, seis son imágenes sintéticas que fueron usadas para simular el ruido radiométrico presente en imágenes satelitales y una es una imagen satelital pancromática utilizada para clasificar coberturas de la tierra.

Entre las imágenes reales, segmentamos imágenes RGB de las bases de datos de Corel y Vistex que también presentan clases espectralmente similares. Para estudiar la segmentación en imágenes de percepción remota con clases espectralmente similares, empleamos una imágen satelital obtenida del satélite SPOT-5. Para obtener la información de si las clases a segmentar eran espectralmente similares, se utilizó la herramienta de ERDAS IMAGINE [18] que obtiene la gráfica de los perfiles de los píxeles.

En la Fig. 5.4 se muetra un ejemplo de una imagen con clases espectralmente simi-



Figura 5.2: Interfaz de la aplicación desarrollada - descomposición de Wold.



Figura 5.3: Interfaz de la aplicación desarrollada - segmentación con MRF.

lares (imagen 15 en la tabla 5.1), mientras que, en la Fig. 5.5 se presenta una imagen con clases que no son espectralmente similares (imagen 13 en la tabla 5.1).

No. imagen	Nombre	Resolución	Tipo	Base de datos	Espc. Simil
1	pimientos	128x128	RGB	Kato	si
2	nubes	128x128	RGB	VisTex	-
3	pintura	128x128	RGB	VisTex	si
4	paisaje	128x180	RGB	Corel	no
5	edificio	128x128	RGB	VisTex	no
6	flores	128x128	RGB	VisTex	no
7	piso	128x128	RGB	VisTex	si
8	jet	184x124	RGB	Corel	si
9	mar	180x120	RGB	Corel	si
10	león	180x120	RGB	Corel	si
11	madera	128x128	RGB	VisTex	no
12	avión 1	180x120	RGB	Corel	si
13	jets	180x120	RGB	Corel	no
14	paloma	180x120	RGB	Corel	si
15	piso grande	512x512	RGB	VisTex	si
16	avión 2	180x120	RGB	Corel	si
17	13dB	128x128	escala	Kato	-
			de grises		
18	5dB	128x128	escala	Kato	-
			de grises		
19	3dB	128x128	escala	Kato	-
			de grises		
20	13db+Striping	128x128	escala	basada	-
	+Drop line		de grises	en Kato	-
21	5db+Striping y	128x128	escala	basada	
	+Drop line		de grises	en Kato	-
22	3db+Striping y	128x128	escala	basada	
	+Drop line		de grises	en Kato	-
23	Arroyo	257x266, después	multi-	satelital	si
	Moreno	de macro-segmen.	espectral		
24	Chiapas	1441x1359, después	pan-	satelital	si
		de macro-segmen.	cromática		

Tabla 5.1: Descripción de las imágenes empleadas en los experimentos. macro-segmen: proceso de macro segmentación, ver sección 5.5.2 y Fig. 5.20



Figura 5.4: Firma espectral para las clases de la imagen "piso grande".

Imagen de la base de datos de VisTex que presenta clases que son espectralmente similares. En la gáfica de la derecha las clases definidas por los colores marrón y negro son clases espectralmente similares. Los valores de gris de estas clases caen en niveles de 0 a 60 mientras que la clase color blanco se encuentra arriba de estos niveles.



Figura 5.5: Firma espectral para las clases de la imagen "jets".

Imagen de la base de datos de Corel que presenta clases que no son espectralmente similares. En la gáfica de la derecha los jets son caracterizados por niveles de gris diferentes de la clase fondo. Los jets presentan valores mayores a 200 y el fondo valores menores a 150.

5.2. Obtención de campos de referencia de textura

Antes de segmentar la imagen con cualquier modelo que haga uso de la función TEF, es necesario estimar los campos de referencia V y W mediante la descomposición de Wold. El algoritmo de descomposición de Wold empleado para obtener los campos de referencia V y W es el que se presentó en la Sec. 2.2.1 [52].

En el algoritmo de descomposición de Wold es necesario especificar parámetros tales como: frecuencia de corte f_c , número de líneas evanescentes L_e , filtro empleado para detectar las líneas evanescentes y umbral $umbral_b$ empleado por el filtro de bordes. Estos parámetros de descomposición fueron ajustados a cada imagen segmentada. En la tabla 5.2 se muestra el valor de cada uno de los parámetros para algunas imágenes segmentadas. La tabla muestra de izquierda a derecha y por columnas, el valor máximo de amplitud alcanzado por las frecuencias, la frecuencia de corte f_c empleada para la detección de picos armónicos, las líneas evanescentes encontradas en cada imagen de magnitudes de Fourier, el filtro empleado para obtener la Transformada de Hough, el umbral empleado para cada filtro y el tiempo en segundos que tardó el proceso de descomposición en obtener ambos campos de referencia. Como puede observarse en la tabla, existen imágenes que no presentan líneas evanescentes, por tanto el campo estructural está formado sólo por el componente armónico de la descomposición, mientras que, el campo estocástico está formado por el residuo de las frecuencias. Además, puede verse que, el tiempo que tarda la estimación de los campos de referencia no es mayor a 30 segundos, lo cual es un tiempo poco significativo para el proceso de segmentación.

5.3. Modelos MRF implementados

La función TEF fue incorporada en el modelo TS-MRF, sin embargo también se introdujo dentro de modelos MRF-FLAT. La implementación se hizo para ambos casos: segmentación supervisada y no supervisada.

Para todas las segmentaciones no supervisadas los parámetros Gaussianos del modelo de verosimilitud fueron estimados mediante el algoritmo *K-means* [12]. Para el caso de segmentación supervisada, las medias y las matrices de covarianza fueron estimadas a partir de regiones representativas seleccionadas por el usuario.

No. imagen	Imagen	Amplitud	f_c	L_e	Filtro	$Umbral_b$	Tiempo seg.
1	pimientos	14.493	11.75	2	Canny	0.03	17.74
2	nubes	14.547	9.75	1	Sobel	0.03	30.08
3	pintura	14.436	10.75	1	Canny	0.1	29.04
4	paisaje	14.507	11.25	-	-	-	18.34
5	edificio	14.562	11.75	1	Sobel	0.05	25.14
6	flores	14.478	11.25	-	-	-	20.59
7	piso	13.717	10.75	1	Roberts	0.02	20.59
8	jet	14.498	11.25	-	-	-	19.63
9	mar	14.365	11.25	1	Canny	0.1	27.64
10	león	14.461	10.75	1	Sobel	0.01	18
11	medera	14.487	9.75	10	Canny	0.01	24.68
12	avión 1	15.291	11.25	2	Prewitt	0.01	28.8
13	jets	14.811	10.25	-	-	-	19.2
14	paloma	14.420	11	6	Canny	0.02	26.19
15	piso grande	16.54	12.75	1	Canny	0.01	39.2
16	avión 2	15.29	11.25	2	Prewitt	0.01	16.2
17	13db	14.563	11.25	4	Sobel	0.05	21.6
18	5dB	14.53	11.75	4	Canny	0.1	18.8
19	3dB	14.52	10.75	4	Sobel	0.05	22.2
20	13db+Striping	14.56	11.25	1	Sobel	0.05	22.2
	+Drop line						
21	5db+Striping	14.53	11.25	1	Sobel	0.1	20
	+Drop line						
22	3db+Striping	14.52	11.25	1	Sobel	0.1	21
	+Drop line						
23	Arroyo	14.83	11.25	-	-	-	25.2
	Moreno						
24	Chiapas	18.73	13.25	3	Sobel	0.01	67.2

Tabla 5.2: Tabla con los valores de los parámetros empleados en la D. Wold.

5.3.1. **Modelos supervisados**

Las diferentes implementaciones de los modelos MRF supervisados que fueron empleados en los experimentos se presentan en la tabla 5.3.

Consultar tabla 5.5 para ver los acrónimos.					
	Campo externo	$X_{\eta(s)}$			
MRF-FS	no existe	homogéneo	no se realiza	1er. orden	
MRF - $FS/TEF_{\beta}(4)$	no existe	no-homogéneo	D. Wold	1er. orden	
MRF-FS/TEF(4)	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	1er. orden	
MRF - FS / $TEF_{\beta}(8)$	no existe	no-homogéneo	D. Wold	2do. orden	
MRF-FS/TEF(8)	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	2do. orden	

Tabla 5.3: Implementaciones de modelos MRF supervisados.

MRF-FS	no existe	homogéneo	no se realiza	1er. orde
MRF - FS / $TEF_{\beta}(4)$	no existe	no-homogéneo	D. Wold	1er. orde
MRF-FS/TEF(4)	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	1er. orde
MRF - FS / $TEF_{\beta}(8)$	no existe	no-homogéneo	D. Wold	2do. ord
MRF-FS/TEF(8)	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	2do. ord

La implementación MRF-FS, está basada en un modelo MRF-FLAT ideado a partir de los modelos presentados en [4]. El MRF-FS está definido mediante una energía de segundo grado con $\alpha = 0$, por lo que considera sólo interacciones de cliqués pares. El parámetro β que representa al campo interno es considerado homogéneo y toma un valor fijo de 0.9. El sistema de vecinos $X_{\eta(s)}$ empleado es de primer orden y la energía de verosimilitud p(y|x) es definida mediante una distribución Gaussiana que considera las bandas de las imágenes como no co-relacionadas, es decir emplea la desviación estándar σ^2 en lugar de la matriz de covarianza. En todos los modelos supervisados y no supervisados se empleó el algoritmo de optimización ICM [94].

Las modificaciones implementadas hechas al modelo anterior son: MRF-FS/ $TEF_{\beta}(4)$, MRF-FS/TEF(4), MRF-FS/TEF $_{\beta}(8)$ y MRF-FS/TEF(8). A diferencia de la implementación base, en estas cuatro se utiliza la función propuesta TEF dentro del modelo MRF-FLAT. Las implementaciones MRF-FS/ $TEF_{\beta}(4)$ y MRF-FS/ $TEF_{\beta}(8)$ emplean una energía a priori con sólo cliqués pares y con un campo interno no homogéneo definido a partir del componente estocástico ($\alpha_s = 0, \beta_{sr} \neq 0$). La diferencia entre estas dos implementaciones es el sistema de vecinos que utilizan. Por un lado, el MRF-FS/ $TEF_{\beta}(4)$ utiliza un sistema de vecinos de primer orden. Por otro lado, el MRF-FS/ $TEF_{\beta}(8)$ emplea un sistema de vecinos de segundo orden.

Las implementaciones MRF-FS/TEF(4) y MRF-FS/TEF(8) a diferencia de las anteriores utilizan la TEF con cliqués de un sitio y dos sitios no homogéneos diferentes de cero ($\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0$). La diferencia entre estas dos implementaciones es también el sistema de vecinos que utilizan. Los acrónimos de todos los modelos pueden consultarse en la tabla 5.5.

5.3.2. Modelos no supervisados

En la tabla 5.4 se muestran las implementaciones para los modelos MRF no supervisados.

	Campo externo	Campo interno	Estimación α y/o β	$X_{\eta(s)}$
MRF-FUS	no existe	homogéneo	no se realiza	1er. orden
MRF - FUS / $TEF_{\beta}(4)$	no existe	no-homogéneo	D. Wold	1er. orden
MRF-FUS/TEF(4)	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	1er. orden
MRF - FUS / $TEF_{\beta}(8)$	no existe	no-homogéneo	D. Wold	2do. orden
MRF-FUS/TEF(8)	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	2do. orden
TS-MRF	no existe	no-homogéneo	MPL	2do. orden
TS-MRF/TEF	no-homogéneo	no-homogéneo	D. Wold	2do. orden

Tabla 5.4: Implementaciones de modelos MRF no supervisados.

Consultar tabla 5.5 par	a ver los acrónimos.
-------------------------	----------------------

La implementación base no supervisada MRF-FUS es el modelo análogo a la implementación MRF-FS descrita anteriormente. Al igual que en las implementaciones supervisadas, las implementaciones modificadas MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(4)$, MRF-FUS/TEF(4), MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(8)$ y MRF-FUS/TEF(8) se diferencian por el sistema de vecinos que utilizan y por si usan o no la función TEF. En estas cuatro implementaciones se está utilizando la función TEF sobre un modelo MRF no supervisado que no hace uso de la estructura de árbol para segmentar. En la tabla 5.5 se mustran los acrónimos de estos modelos.

En el caso no supervisado, dos modelos más son probados en las segmentaciones: el modelo TS-MRF y el modelo TS-MRF/TEF. La implementación TS-MRF está basada en el modelo propuesto por Poggi *et al.* [72].

El modelo TS-MRF a diferencia de los MRF-FLAT, emplea combinaciones de MRF's binarios y permite estimar los parámetros θ de manera local. La implementación no supervisada desarrollada en este trabajo se basa en los artículos [72, 13].

Tabla 5.5: Acrónimos de los MRF-FLAT implementados.

Acrónimo	Modelo
MRF-FS	MRF-FLAT Supervisado
MRF-FS/ $TEF_{\beta}(4)$	MRF-FLAT Supervisado /con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FS/TEF(4)	MRF-FLAT Supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FS/ $TEF_{\beta}(8)$	MRF-FLAT Supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (2do. orden)
MRF-FS/TEF(8)	MRF-FLAT Supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (2do. orden)
MRF-FUS	MRF FLAT No supervisado
MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(4)$	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FUS/TEF(4)	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (1er. orden)
MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(8)$	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s=0,\beta_{sr}\neq 0}$ (2do. orden)
MRF-FUS/TEF(8)	MRF FLAT-No supervisado/con función $\text{TEF}_{\alpha_s \neq 0, \beta_{sr} \neq 0}$ (2do. orden)
TS-MRF	Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol
TS-MRF/TEF	Campos Aleatorios de Markov con Estructura de Árbol y función TEF

Por otro lado, la implementación TS-MRF/TEF se basa en el modelo TS-MRF. La diferencia reside en la función posterior empleada por cada MRF binario, es decir, esta implementación utiliza la función propuesta TEF.

A continuación presentamos los experimentos realizados sobre:

- Imágenes sintéticas que simulan ruido radiométrico presente comúnmente en imágenes de percepción remota.
- Imágenes reales de bases de datos que presentan clases expectralmente similares
 [55].
- Imágenes de percepción remota que presentan coberturas espectralmente similares [53].

5.4. Experimentos con imágenes sintéticas

Primero verificamos el desempeño de los modelos de estructura de árbol sobre imágenes sintéticas que simulan ruido radiométrico presente en imágenes de percepción



Figura 5.6: Imagen sintética y sus tres variaciones de ruido Gaussiano. a) Imagen sintética original, b) Imagen con ruido Gaussiano de 13dB, c) Imagen con ruido Gaussiano de 5dB, d) Imagen con ruido Gaussiano de 3dB.

remota. La imagen sintética se muestra en la Fig. 5.6a. Esta imagen se encuentra en escala de grises con un tamaño de 128x128 píxeles y presenta cuatro clases. A la imagen sintética, se le ha contaminado con ruido Gaussiano que es un tipo de ruido radiométrico [83]. De esta manera, obtenemos tres imágenes sintéticas por adicionar tres diferentes niveles de ruido Gaussiano de media cero a la imagen original. El número 3, 5 y 13 indica el nivel de ruido en decibeles¹.

Para calcular el porcentaje de segmentación correcta P_s se utiliza la siguiente fórmula:

$$P_s = \frac{\text{Número de píxeles correctamente segmentados}}{\text{Número total de píxeles}} 100$$
(5.1)

Los porcentajes de segmentación empleando los modelos TS-MRF se presentan en la tabla 5.6. Podemos observar que el porcentaje de segmentación para el modelo

¹Unidad empleada para expresar la magnitud de modificación en una señal. Si se tienen dos señales diferentes: P_{salida} y $P_{entrada}$, y se desea saber cual es el cambio de una con respecto a la otra se utiliza la siguiente fórmula: $1dB = 10Log_{10}(P_{salida}/P_{entrada})$. Por ejemplo, 3dB es igual a $10Log_{10}2 = 3.01dB \approx 3dB$ y -3dB es $10log_{10}0.5 = -3.01dB \approx -3dB$.

Tabla 5.6: Porcentajes de segmentación usando TS-MRF y TS-MRF/TEF.

Imagen	TS-MRF	TS-MRF/TEF
13dB	91.64	92.02
5dB	59.2	74.44
3dB	64.19	64.29



Figura 5.7: Segmentaciones de imagen con ruido Gaussiano de 5 dB. a) TS-MRF y b) TS-MRF/TEF.

TS-MRF/TEF disminuye conforme la imagen es afectada por mayor cantidad de ruido. Algo similar sucede con el modelo original TS-MRF. En los tres experimentos el modelo que usa la función TEF obtiene mejores porcentajes.

Las imágenes segmentadas empleando los modelos TS-MRF para 5dB se presentan en la Fig. 5.7. Como podemos observar las clases son mejor segmentadas empleando el modelo TS-MRF/TEF (Fig. 5.7b), en particular la clase negra y la clase gris del triángulo. Los porcentajes de segmentación para cada una de las clases sobre la imagen 5dB se presentan en las tablas 5.7 y 5.8. Podemos ver que el porcentaje de segmentación global para el modelo con TEF es de 74,44 %, mientras que, para el modelo original TS-MRF es de 59,19 %. La implementación con TEF está segmentando mal 4,187 píxeles mientras que, el modelo original TS-MRF está segmentando mal 6,685 píxeles, es decir 2,498 píxeles más. Observamos también que, para cada clase la implementación con textura TS-MRF/TEF obtiene mejores porcentajes de segmentación en 3 de 4 clases.

A las imágenes sintéticas contaminadas con los tres diferentes niveles de ruido Gaussiano del experimento anterior, se les ha contaminado con dos tipos más de ruido radiométrico [83, 92]: *Striping* (líneas con brillo) y *Drop line* (líneas nulas). El ruido *Striping*

Clase	Área de ref.	Área seg.	Área inter.	[%]	Píxeles
	(píxeles)	(píxeles)	(píxeles)	seg.	erróneos
Blanco	6,120	5,650	4,793	78.317	857
Negro	5,533	3,326	2,601	47.009	725
Triangulo	1,523	2,316	64	4.202	2,252
Círculo	3,208	5,092	2,241	69.857	2,851
Total	16,384	16,384	9,699	59.198	6,685

Tabla 5.7: Porcentajes de segmentación para 5dB usando TS-MRF.

Tabla 5.8: Porcentajes de segmentación para 5dB usando TS-MRF/TEF.

Clase	Área de ref.	Área seg.	Área inter.	[%]	Píxeles
	(píxeles)	(píxeles)	(píxeles)	seg.	erróneos
Blanco	6,120	5,596	4,836	79.019	760
Negro	5,533	6,107	5,332	96.367	775
Triangulo	1,523	2,428	870	57.124	1,558
Círculo	3,208	2,253	1,159	36.128	1,094
Total	16,384	16,384	12,197	74.444	4,187

es simulado seleccionando aleatoriamente tres filas de la imagen y modificándoles sus valores a blanco ó 255; mientras que, el ruido *Drop line* es simulado seleccionando aleatoriamente 3 filas de la imagen y modificándoles sus valores a negro ó 0 (Ver Fig. 5.8).



Figura 5.8: Imagen original sintética y sus tres variantes de ruido radiométrico. a) Imagen original sintética, b) Imagen sintética contaminada con ruido *Striping*, *Drop line* y Gaussiano de 3dB, c) Imagen sintética contaminada con ruido *Striping*, *Drop line* y Gaussiano de 5dB d) Imagen sintética contaminada con ruido *Striping*, *Drop line* y Gaussiano de 13dB.

Los porcentajes de segmentación para las imágenes contaminadas por *Striping*, *Drop line* y ruido Gaussiano son presentados en la tabla 5.9. Podemos observar que el porcentaje de segmentación usando TS-MRF/TEF decrece si la imagen presenta más ruido. En estos experimentos TS-MRF/TEF obtiene también mejores porcentajes de segmentación.

Tabla 5.9: Porcentajes de segmentación para Striping, Drop line y ruido Gaussiano.

Imagen	TS-MRF	TS-MRF/TEF
13dB + Striping + Drop line	89.32	89
5dB + Striping + Drop line	65.7	65.82
3dB + Striping + Drop line	59.39	59.51

5.5. Experimentos con imágenes reales

5.5.1. Imágenes de Corel y VisTex

En estos experimentos se evalúa la función TEF sobre imágenes reales de Corel y VisTex que presentan clases espectralmente similares y clases generales. Los porcentajes de segmentación P_s se obtuvieron comparando la imagen segmentada contra el mapa de segmentación real obtenido mediante segmentación manual evaluando la Ec. 5.1. Las Figs. 5.9 y 5.10 muestran los resultados de segmentación obtenidos para las imágenes "jet" y "flores" empleando ambos enfoques: supervisado y no supervisado. Para estas imágenes se buscaron dos clases y la tabla 5.10 presenta los correspondientes porcentajes de segmentación. En las imágenes presentadas en la Fig. 5.9 se puede observar en círculos rojos algunos cambios en los resultados de segmentación. Usando la función TEF en el modelo MRF-FLAT supervisado mejora la calidad de segmentación sólo en un 0.61 %, es decir de un 93.86 % a un 94.47 %. Sin embargo, para el caso de segmentación no supervisada el porcentaje de segmentación para el modelo MRF sin estructura de árbol y sin la función TEF (MRF-FUS) es de 87.90 % mientras que, para los modelos con estructura de árbol es de 93.72 % (TS-MRF) y 93.51 % (TS-MRF/TEF). Además, podemos observar que los bordes ya no tienden a suavizarse alrededor del jet. En este experimento podemos observar que la segmentación no supervisada con MRF sin estructura de árbol es mejorada por los modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF siendo comparable a la segmentación supervisada.

En el experimento de la imagen "flores" en la Fig. 5.10 observamos un caso similar al experimento anterior. Por un lado, la segmentación supervisada con TEF mejora la segmentación supervisada sin TEF, de 71.26 % a 79.02 %. En la Fig. 5.10 puede observarse un área negra mayor que corresponde a las flores. En el caso de la segmentación no supervisada la mejora es muy visible tanto cualitativamente como cuantitativamente



Figura 5.9: Segmentaciones obtenidas para imagen "jet".

En la primera fila de imágenes se presentan las segmentaciones para los modelos supervisados, en la segunda fila para los modelos no supervisados, mientras que, en la última fila se presentan las segmentaciones para los modelos con estructura de árbol. Todos estos modelos definidos en la sección 5.3.

(de 52.43 % a 79.02 %). La mejora entre los modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF es sólo de 0.23 décimas, es decir de 64.51 % a 64.74 %.

Para el experimento realizado con la imagen "nubes" en Fig. 5.11, se buscaron dos y tres clases. En el caso de 3 clases se definieron la clase nube, la clase cielo y una clase mixta de cielo y nube. Los resultados visuales para este experimento se presentan en la Fig. 5.11. Para el caso de dos clases se presentan las imágenes en la misma figura. Los porcentaje de segmentación para dos clases se muestran en la tabla 5.11 para el modelo MRF-FLAT supervisado, MRF-FLAT no supervisado y los modelos de árbol. Visualmente podemos observar que las segmentaciones obtenidas con los modelos que utilizan la estructura de árbol son comparables a la segmentación supervisada. Cuantitativamente el modelo TS-MRF/TEF obtiene un porcentaje de segmentación de 92.04 %; teniendo sólo mejor porcentaje que el modelo no supervisado MRF-FUS 82.31 %. Sin embargo, la diferencia con el modelo supervisado es de 0.7 décimas.

En la Fig. 5.12 presentamos los resultados de segmentación para la imagen "palo-

	Modelo	Imagen "jet"	Imagen "flores"
Supervisados	MRF-FS	93.86	71.26
	MRF-FS/ $TEF_{\beta}(4)$	93.48	79.02
	MRF-FS/TEF(4)	93.55	77.92
	MRF-FS/ $TEF_{\beta}(8)$	93.55	76.73
	MRF-FS/TEF(8)	94.47	76.03
No supervisados	MRF-FUS	87.90	52.43
	MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(4)$	86.65	79.02
	MRF-FUS/TEF(4)	86.65	77.92
	MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(8)$	86.68	76.73
	MRF-FUS/TEF(8)	86.68	76.03
	TS-MRF	93.72	64.51
	TS-MRF/TEF	93.51	64.74

Tabla 5.10: Porcentajes de segmentación usando diferentes modelos MRF's. Consultar tabla 5.5 para ver los acrónimos.

Tabla 5.11: Porcentajes de segmentación usando TS-MRF y TS-MRF/TEF.

Modelo	Imagen "nubes"	Imagen "paloma"
MRF-FS	92.75	94.64
MRF-FUS	82.31	83.6
TS-MRF	92.35	92.93
TS-MRF/TEF	92.04	92.64



Figura 5.10: Segmentaciones obtenidas para imagen "flores".

En la primera fila de imágenes se presentan las segmentaciones para los modelos supervisados, en la segunda fila para los modelos no supervisados, mientras que, en la última fila se presentan para los modelos con estructura de árbol. Todos estos modelos definidos en la sección 5.3.



Figura 5.11: Segmentaciones obtenidas para imagen "nubes".

En la primera fila de imágenes se presentan las segmentaciones para tres clases usando los modelos supervisados, en la segunda fila se presentan para los modelos no supervisados y en la tercera fila para los modelos con estructura de árbol. Por otro lado, en la última fila se presentan las segmentaciones para dos clases. Todos estos modelos definidos en la sección 5.3.



Figura 5.12: Segmentaciones obtenidas para imagen "paloma". De izquieda a derecha, segmentación con el modelo MRF supervisado, segmentación con el modelo MRF no supervisado, segmentación con el modelo TS-MRF y finalmente la segmentación con el modelo TS-MRF/TEF.

ma". En este experimento sucede algo similar al experimento anterior. La segmentación con el modelo no supervisado TS-MRF/TEF es mayor que una segmentación MRF no supervisada MRF-FUS, 92.64 % y 83.6 % respectivamente, mientras que la diferencia con la segmentación TS-MRF es menor a 0.29 décimas. Visualmente podemos observar que, las esquinas de la imagen son mejor segmentadas por los modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF no supervisados.

En la Fig. 5.13 presentamos resultados comparativos entre segmentaciones realizadas con implementaciones que contienen la función TEF y *Normalized Cuts* [85]. En estos resultados podemos ver claramente que las mejores segmentaciones están siendo obtenidas con los modelos que usan la TEF. En la tabla 5.12 presentamos los porcentajes de segmentación obtenidos para algunos modelos MRF con TEF. La evaluación cuantitativa con *Normalized Cuts* no se presenta debido a la sobresegmentación obtenida (un ejemplo puede ser visto en la imagen de "león"). A partir de estos resultados, podemos observar que para la imagen "jets" el modelo TS-MRF/TEF supera en un 30 % al modelo no supervisado plano MRF-FUS. Con respecto a las imágenes "avión 2" y "león", el modelo no supervisado TS-MRF/TEF supera al modelo supervisado con textura MRF-FS/TEF(8) en un 6.64 % y 1.83 % respectivamente.

Los siguientes experimentos fueron realizados sobre imágenes con escenas de mayor complejidad de segmentación y se presentan comparaciones visuales entre la ima-



Figura 5.13: Segmentaciones obtenidas para "jets", "avión 2" y "león". En la primera fila de imágenes se presentan las segmentaciones para la imagen "jets", en la segunda fila para la imagen "avión 2", mientras que en la última fila para la imagen "león". Todos los modelos definidos en la sección 5.3.

Imagen	Modelo	[%] segmentación
"jets"	MRF-FUS	66.82
	TS-MRF/TEF	97.05
"avión" 2	MRF-FS/TEF(8)	91.53
	TS-MRF/TEF	98.17
"león"	MRF-FS/TEF(8)	81.69
	TS-MRF/TEF	83.52

Tabla 5.12: Porcentajes de segmentación para diferentes MRF's.



Figura 5.14: Segmentaciones obtenidas para imagen "piso". En la primera fila de imágenes se presentan las segmentaciones obtenidas por los modelos supervisados, en la segunda fila por los modelos MRF no supervisados con estructura de árbol y el modelo no supervisado MRF-FLAT base implementado.

gen original y modelos MRF con función TEF. Por un lado, la imagen "piso" (ver Fig. 5.14) presenta una escena con perspectiva frontal. La dificultad para segmentar esta imagen se da principalmente en los colores marrón y negro de la esquina superior derecha, debido a que los colores presentan características espectralmente similares resultado de la oscuridad en la inclinación. En las imágenes segmentadas podemos observar que los mejores resultados se presentan cuando se emplea la función TEF.

Por otro lado, la dificultad de segmentar la imagen de los "pimientos" (ver Fig. 5.15) radica en que, una gran parte del pimiento verde aparece con sombras rojas y viceversa. Las segmentaciones obtenidas de la imagen "pimientos" se presentan en la Fig. 5.15. Podemos observar que los segmentadores MRF-FLAT supervisados y más aún los no supervisados se equivocan al segmentar los pimientos; cosa que no sucede con las segmentaciones con modelos con estructura de árbol. Puede observarse que, en la parte del pimiento verde, regiones muy pequeñas mal segmentadas con TS-MRF están siendo bien segmentadas por el modelo con TEF (en la figura las regiones marcadas dentro de los círculos rojos). Además, en la Fig. 5.15 se presenta una segmentación obtenida por Zoltan Kato *et al.* [35], donde emplean otro estimador de parámetros Gaussianos (μ y σ^2) diferente al *K-means* empleado por nosotros.

En las Figs. 5.16 y 5.17 se presentan segmentaciones sobre escenas de paisajes. Podemos ver que para el caso de la imagen de "mar" (ver Fig. 5.16) la segmentación



Figura 5.15: Segmentaciones obtenidas para imagen "pimientos". De izquierda a derecha se observa la segmentación obtenida con un modelo MRF-FLAT supervisado, MRF-FLAT no supervisado, TS-MRF, TS-MRS/TEF y la segmentación obtenida por Kato *et al.* [35]. Al final se presenta la imagen origianl para comparaciones visuales. En círculos rojos las diferencias entre el modelo TS-MRF y TS-MRF/TEF.



Figura 5.16: Segmentaciones obtenidas para imagen "mar".

En la primera fila de imágenes se presentan segmentaciones con modelos supervisados, mientras que, en la segunda fila se presentan las segmentaciones obtenidas por los modelos no supervisados.



MRF-FS

MRF-FS

MRF-FUS

TS-MRF

TS-MRF/TEF

Figura 5.17: Segmentaciones obtenidas para imagen "paisaje".

De izquierda a derecha se observa la segmentación obtenida con un modelo MRF-FLAT supervisado, MRF-FLAT no supervisado, TS-MRF y TS-MRS/TEF. Al final se presenta la imagen origianl para comparaciones visuales.

no supervisada está siendo mejorada por los modelos MRF con estructura de árbol. Por otro lado, para la imagen "paisaje"(ver Fig. 5.17) las segmentaciones supervisadas y no supervisadas sin estructura de árbol están siendo mejoradas por los modelos TS-MRF/TEF y TS-MRF.

En la tabla 5.13 se presenta un comparativo de los resultados de segmentación para los modelos no supervisados: MFR-FLAT, TS-MRF y TS-MRF/TEF. En la primera columna se presentan también los procentajes de segmentación obtenidos con el modelo supervisado MRF-FLAT. Junto a los porcentajes de segmentación se presenta el tiempo computacional consumido para realizar la segmentación. En esta tabla podemos observar que en la mayoría de los casos los modelos no supervisados con estructura de árbol obtienen resultados comparables a los resultados de un modelo supervisado.

A partir de la tabla 5.13 se realiza el análisis de varianza ANOVA [95] para obtener el nivel de significancia del modelo que usa la función TEF sobre los modelos TS-MRF y MRF-FUS. Esto con el objetivo de evaluar cómo la función TEF puede beneficiar la segmentación.

Primero, se obtiene el nivel de significancia entre los resultados del modelo MRF no supervisado (MRF-FUS) y el modelo TS-MRF/TEF. Considerando los porcentajes de segmentación de la tabla tenemos 13 observaciones para el modelo TS-MRF/TEF y 13 observaciones para el modelo MRF-FUS. Calculando las ecuaciones² de la ANOVA en

²Ver tabla B.1 para el resumen de las estadísticas de esta prueba.

el Apéndice B para estas dos muestras obtenemos un valor de F de 5.2. Consultando la tabla F obtenemos un valor tabular de 4.26 al 95 %, el cual es menor que la F calculada, por lo tanto podemos declarar que la diferencia en estos experimentos es significativa.

Para comparar los resultados de segmentación entre TS-MRF y MRF-FUS se realizó la misma prueba estadística. El resumen de las estadísticas asociadas a estos modelos se presentan en la tabla B.2 del Apéndice B. Para estas dos muestras obtenemos un valor de F de 3.72. Consultando la tabla F al 95 % obtenemos un valor tabular de 4.26, el cual es mayor que la F calculada, por lo tanto podemos declarar que la diferencia en estos experimentos no es significativa.

Ahora realizando la prueba entre los modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF obtenemos un valor de F de 0.04. Consultando la tabla F al 95 % obtenemos un valor tabular de 4.26, el cual es mayor que la F calculada, por lo tanto declaramos que la diferencia en estos experimentos no es significativa.

De las pruebas de hipótesis anteriores podemos concluir que los resultados obtenidos con el modelo TS-MRF no son significativamente mejores en comparación con los resultados obtenidos con el modelo MRF-FUS. Sin embargo, los resultados obtenidos con el modelo propuesto TS-MRF/TEF sí son significativamente mejores en comparación con los resultados obtenidos con el modelo MRF-FUS. Con respecto a los puntos porcentuales que se incrementan cuando usamos TS-MRF/TEF en comparación con TS-MRF estadísticamente no son significativos.

Por último, se presentan en las Figs. 5.18 y 5.19 la energía posterior minimizada por cada modelo sobre 14 imágenes de prueba. Podemos observar en general que, la energía mínima alcanzada en las implementaciones no supervisadas se encuentran en los mismos rangos de valores, por lo que hace suponer que la función TEF y por consiguiente los campos de referencia (α y β) están contribuyendo a minimizar la energía de la misma forma en que lo hace el modelo MRF-FUS con sólo un campo de referencia (β). No obstante, en las implementaciones supervisadas se dan también los casos en los que a) la energía está siendo más minimizada por los modelos que usan textura (imagen 2) y b) el caso en el que estos campos al parecer están haciendo que la energía no se minimice en el mismo rango (imagen 1 y 4).

Hasta el momento hemos probado el desempeño del modelo TS-MRF/TEF para imágenes sintéticas con ruido radiométrico y para imágenes de bases de datos en las cuales se encuentran imágenes con clases espectralmente similares. A continuación



Figura 5.18: Energía mínima alcanzada por los modelos supervisados.



Figura 5.19: Energía mínima alcanzada por los modelos no supervisados.

probamos su desempeño sobre imágenes de percepción remota para la segmentación de coberturas de la tierra espectralmente similares.
Tabla 5.13: Comparación de porcentajes de segmentación y tiempo de procesamiento.

En la tabla se observa el porcentaje de segmentación obtenido por los modelos MRF y el tiempo de procemiento en minutos.

Imagon	[% / tiempo de procesamiento en mínutos]			
Imagen	MRF-FS	MRF-FUS	TS-MRF	TS-MRF/TEF
13dB	95.51 / 0.35	78.77 / 1.13	91.64 / 0.81	92.02 / 1.57
5dB	73.96 / 0.46	74.13 / 0.91	59.20 / 0.92	74.44 / 0.51
3dB	68.11 / 0.47	71.25 / 0.91	64.19 / 1.53	64.29 / 1.53
13dB+Striping+Drop line	93.82 / 0.48	76.12 / 1.25	89.32 / 0.42	89 / 0.70
5dB+Striping+Drop line	75.92 / 0.46	70.43 / 0.80	65.70 / 0.58	65.82 / 0.63
3dB+Striping+Drop line	68.70 / 0.79	69.18 / 0.98	59.39 / 0.65	59.51 / 0.5
nubes	92.75 / 0.08	82.31 / 0.41	92.35 / 4.81	92.04 / 4.49
flores	71.26 / 0.2	52.43 / 0.19	64.51 / 3.29	64.74 / 2.79
jet	93.86 / 0.29	87.90 / 0.24	93.72 / 2.71	93.51 / 3.23
avión2	83.60 / 0.43	52.27 / 1.45	98.02 / 2.59	98.17 / 2.19
madera	98.99 / 2.5	62.20 / 2.05	92.23 / 1.03	92.24 / 0.92
jets	66.82 / 0.24	64.74 / 1.3	96.46 / 8.5	97.05 / 3.46
paloma	94.64 / 0.98	83.60 / 1.3	92.93 / 3.47	92.64 / 2.04
Promedio	82.92 / 0.62	71.18/0.98	81.51 / 2.41	82.73 / 1.88

S:Striping y D:Drop line.

<u>+</u>
Manglar negro Ag
Manglar blanco Lr
Manglar mixto 1
Manglar mixto 2
Manglar mixto 3
No manglar

Tabla 5.14: Clases definidas para la segmentación de manglar.

5.5.2. Imágenes de percepción remota

En estos experimentos evaluamos el desempeño del modelo TS-MRF/TEF para la segmentación de coberturas de tipos de manglar espectralmente similares. El problema de segmentación de clases de manglar sobre imágenes de percepción remota es debido a que los manglares presentan espectralmente valores de gris muy similares entre las bandas de la imagen (ver Fig. 1.2). Este problema se incrementa cuando se desean segmentar tipos mixtos de manglar.

La imagen usada en este primer estudio fue tomada por el satélite SPOT-5 el 31 de Mayo de 2004. Esta es una imagen multi-espectral de 4 bandas, las cuales son dos en el visible y dos en el infrarrojo. La imagen es de 10m de resolución por píxel y aproximadamente el área global del estudio es de $2.5 km^2$. Para evaluar los resultados, el mapa de segmentación es comparado contra el mapa temático del área de estudio obtenido mediante estudios de campo por INECOL.

Antes de realizar la segmentación de las clases, primero hacemos una macrosegmentación con el algoritmo de crecimiento de regiones [26] para obtener únicamente el área de interés (ver Fig. 5.20). En la figura podemos observar que la cobertura de agua que es un río que atraviesa el área de manglar es eliminada (en la figura en color rojo), no así parte de la ciudad que se encuentra alrrededor de ésta (en la figura es parte del contorno de la región en color amarillo). Entonces, debido a que en la región de interés existen coberturas que no son manglar, las clases que definimos para la segmentación fueron las siguientes: manglar negro (avicennia germinans Ag), manglar blanco (laguncularia racemosa Lr), 3 clases de manglar mixto y una clase definida como no manglar (ver tabla 5.14).

Una vez hecha la macro-segmentación, realizamos la segmentación global sobre la



Figura 5.20: Imagen satelital y región de interés a segmentar.

a) Parte de la imagen satelital SPOT-5 en falso color y b) Región de interés obtenida con el proceso de macro-segmentación empleando el algoritmo de crecimiento de regiones.
En color amarillo se muestra la región de manglar a segmentar y en color rojo el río que ha sido eliminado durente el proceso de macro-segmentación.

región de interés usando el algoritmos de segmentación TS-MRF/TEF. Para estos experimentos la comparación es realizada contra segmentadores supervisados y no supervisados del Software ERDAS IMAGINE³: Distancia Mínima (MD), Distancia Mahalanobis (MHD), Máxima Verosimilitud (ML) e ISODATA. Lo anterior con el objetivo de compararnos con los métodos que éstan comúnmente implementados en las aplicaciones especializadas de procesamiento de imágenes de percepción remota. Los datos de entrenamiento para los modelos supervisados fueron obtenidos por un experto en el área de estudio. En la Fig. 5.21 se muestran los mapas temáticos obtenidos por cada modelo de segmentación.

Para evaluar la segmentación se usó una porción de la imagen temática la cual se muestra en la Fig 5.22. En la figura también se presentan las segmentaciones obtenidas por *Normalized Cuts*; en h) para 7 regiones y en i) para 10 regiones. El algoritmo de *Normalized Cuts* empleado se obtuvo de la página personal del Dr. Jianbo Shi [84] de la Universidad de Pensilvania, Ciencias Computacionales y de la Información. Se

³Software especializado para el procesamiento de imágenes de percepción remota [18].



Figura 5.21: Segmentaciones obtenidas para el área de Arroyo Moreno Veracruz. En las imágenes observamos en a) el área de Arroyo Moreno, b) mapa temático obtenido mediante estudios de campo por el Instituto de Ecología - INECOL, c) segmentación obtenida con distancia mínima, d) segmentación obtenida con distancia Mahalanobis, e) segmentación obtenida con máxima verosimilitud, f) segmentación obtenida con ISODATA, g) segmentación obtenida con TS-MRF y finalmente en h) segmentación obtenida con TS-MRF/TEF.

	MD	MHD	MV
Negro Ag	53.3	31.5	33.57
Blanco Lr	21.31	14.5	19.57
Mixto 1	69.29	78.76	74.64
Mixto 2	37.35	24.39	30.52
Mixto 3	24.19	26.57	30.76
Porcentaje total	36.53	26.11	29.81

Tabla 5.15: Porcentajes de segmentación para modelos supervisados.

Tabla 5.16: Porcentajes de segmentación para modelos no supervisados.

	ISODATA	TS-MRF	TS-MRF
			TEF
Negro Ag	22.2	58.47	61.92
Blanco Lr	73.67	72.97	70.9
Mixto 1	0.07	3.63	15.65
Mixto 2	33.33	46.91	48.43
Mixto 3	2.38	2.43	7.07
Porcentaje total	44.86	57.05	58.39

utilizó la Ec. 5.1 para calcular el porcentaje de segmentación total y el porcentaje de segmentación local por clase presentados en las tablas 5.15 y 5.16. La evaluación cuantitativa con *Normalized Cuts* no se presenta debido a la sobresegmentación obtenida por el algoritmo.

El porcentaje de segmentación para los modelos supervisados se muestra en la tabla 5.15, mientras que, en la tabla 5.16 se muestran los porcentajes para los modelos no supervisados. En estas tablas podemos observar los porcentajes que cada modelo obtiene en cada una de las clases.

Observamos que el mejor comportamiento lo tiene el modelo distancia mínima con 36.53 %. Además, este segmentador obtiene mejores porcentajes en 3 de 5 clases. Con respecto a la segmentación no supervisada, el modelo TS-MRF/TEF obtiene un porcentaje de 58.39 % y tiene un comportamiento mejor en 4 de 5 clases. Podemos observar



Figura 5.22: Parte inferior de Arroyo Moreno usada para la evaluación. En las imágenes observamos en a) segmentación obtenida con distancia mínima, b) segmentación obtenida con distancia Mahalanobis, c) segmentación obtenida con máxima verosimilitud, d) segmentación obtenida con ISODATA, e) segmentación obtenida con TS-MRF, f) segmentación obtenida con TS-MRF/TEF, g) mapa temático obtenido mediante estudios de campo por el Instituto de Ecología - INECOL, h) segmentación obtenida con *Normalized Cuts* para 7 regiones, i) segmentación obtenida con *Normalized Cuts* para 10 regiones. que, TS-MRF/TEF mejora la segmentación en 22 % en comparación con el mejor modelo supervisado. Por otra parte, con respecto a ISODATA, mejora 14 %, mientras que, 1.34 % en comparación con TS-MRF.

Realizando las pruebas de significancia estadística entre ISODATA, TS-MRF y TS-MRF/TEF para la tabla 5.16 y considerando los porcentajes de cada una de las 5 clases como las observaciones de las muestras, se obtienen las estadísticas de la tabla B.4 en el Apéndice B. Para estas tres muestras obtenemos un valor de F de 0.31. Consultando la tabla F al 95 % obtenemos un valor tabular de 3.89, el cual es mayor que la F calculada, por lo tanto declaramos que la diferencia en estos experimentos no es significativa.

En la tabla 5.17 se muestra la equivalencia en metros segmentados para cada modelo y el número de métros que el modelo TS-MRF/TEF mejora con respecto a cada segmentador en el área evaluada de Arroyo Moreno. Podemos observar que TS-MRF/TEF obtiene una mayor superficie mejor segmentada que cualquier otro modelo; alrededor de 1500 m^2 en comparación con 630 m^2 de MHD, 700 m^2 de ML, 880 m^2 de MD, 1090 m^2 de ISODATA y 1380 m^2 de TS-MRF. En general, la segmentación de manglar es mejorada alredor de 800 m^2 en los modelos supervisados y de 40 m^2 a 330 m^2 en los modelos no supervisados.

	Equivalencia m^2	m^2 mejorados
MD	880	540
MHD	630	790
ML	700	720
ISODATA	1090	330
TS-MRF	1380	40
TS-MRF/TEF	1420	

Tabla 5.17: m^2 obtenidos por cada modelo y m^2 mejorados por TS-MRF/TEF.

Finalmente, en la Fig. 5.23 se muestra el correspondiente árbol binario producido por los modelos TS-MRF. En esta estructura podemos observar qué clases son espectralmente similares y qué clases tienen un alto grado de adyacencia espacial [73].

A partir de la estructura se observa primero que, la clase manglar es separada de la clase no-manglar en los nodos 2 y 3 respectivamente. Posteriormente la segmentación es refinada en el nodo 4 y 5 dividiendo manglar blanco, mixto 1 y 3 de manglar negro y



Figura 5.23: Estructura de árbol binario producido para las clases de manglar.

mixto 2. Después, en el nodo 8 se obtiene el manglar blanco y el nodo 9 es dividido en mixto 1 y 3, los cuales comparten más características similares. Finalmente, el manglar negro y mixto 2 comparten características similares en el nodo 5.

Otro experimento fue realizado usando una ortofoto digital de la costa del sur de Chiapas tomada en 1996. Esta es una imagen pancromática (1 banda) de 2*m* de resolución. El número total de píxeles en el área segmentada fueron 936,325. Al igual que en el experimento anterior fue realizada la macro-segmentación empleando el algoritmo de crecimiento de regiones. En este experimento no fue posible conseguir el mapa temático para comparación cuantitativay únicamente son hechas comparaciones visuales entre las segmentaciones obtenidas y la segmentación manual hecha por el experto. En la tabla 5.18 se muestran las clases definidas para este estudio según la Fig. 5.24 en donde el experto identificó manualmente qué clases de manglar existían. Para facilitar la lectura de esta cuasi-segmentación se coloreó cada cobertura según la tabla definida anteriormente y se obtuvo el mapa temático de la Fig 5.25. En la Fig. 5.26 presentamos los resultados de segmentación obtenidos para esta área empleando ERDAS IMAGINE y los modelos MRF con estructura de árbol.

Las diferencias visuales entre las segmentaciones pueden observarse en la clase

uses definidus para la segmentación de mang-			
	Manglar negro		
	Veg. de dunas y manglar botoncillo		
	Manglar botoncillo		
	Manglar negro con blanco		
	Manglar rojo y blanco		
	Arenal		
	Agua		
	Otra cosa		
	Manglar rojo y blanco Arenal Agua Otra cosa		

Tabla 5.18: Clases definidas para la segmentación de manglar de Chiapas.



Figura 5.24: Segmentación hecha por el experto para el área de Chiapas. Donde cada clase es A: Manglar negro, B: Veg. de dunas y manglar botoncillo, C: Manglar botoncillo. D: Manglar negro con blanco, E: Manglar rojo y blanco, F: Arenal, G: AGUA



Figura 5.25: Interpretación temática de la segmentación en Fig. 5.24

agua en color azul, manglar botoncillo en rojo, manglar negro con blanco en rosa y en la clase manglar rojo y blanco en color blanco. En general, estos pobres resultados de segmentación se deben a que únicamente se está trabajando con un sólo atributo o banda espectral debido a que la imagen es pancromática.

5.6. Análisis del modelo de textura

5.6.1. Análisis de sensibilidad de los campos de textura

A continuación presentamos un análisis de cómo los parámetros de campos de referencia externo e interno son sensibles a la inicialización de sus valores y cómo es que la existencia o la ausencia de ellos dentro de la función posterior influye en los porcentajes de segmentación correcta. La Fig. 5.27 muestra cómo la calidad de la segmentación es influenciada por el campo de referencia interno β y/o externo α . Esta prueba se



Figura 5.26: Segmentaciones obtenidas para el área de Chiapas.

En las imágenes observamos en a) segmentación obtenida con distancia mínima, b) segmentación obtenida con distancia Mahalanobis, c) segmentación obtenida con máxima verosimilitud, d) segmentación obtenida con ISODATA, e) segmentación obtenida con TS-MRF, f) segmentación obtenida con TS-MRF/TEF y por último en g) segmentación manual hecha por el experto para el área de Chiapas. realizó sobre la imagen sintética de la Fig. 5.6b y variando β y α en el mismo valor⁴ al mismo tiempo. Esta imagen fue empleada debido a que se conoce con exactitud el mapa de segmentación real. En la gráfica el símbolo ($-\circ -$) representa el porcentaje de segmentación para el caso de un modelo MRF FLAT definido mediante una función de segundo grado con un campo de referencia interno ($\alpha = 0$ y $\beta \neq 0$), mientras que, el símbolo ($-\bullet -$) representa el porcentaje de segmentación para el caso de un modelo MRF FLAT definido mediante una función de segundo orden con campos de referencia externo e interno ($\alpha \neq 0$ y $\beta \neq 0$). En esta gráfica podemos observar que la segmentación final es influenciada a causa de cambios ligeros hechos en los valores de α y β . En dominios donde la segmentación depende de atributos de objetos muy similares, se incrementa la complejidad del problema y se vuelve deseable mejorar el porcentaje de segmentación en pocos píxeles. Un ejemplo puede ser visto en estudios de segmentación de coberturas de la tierra en aplicaciones de percepción remota, cuando la cantidad final de píxeles mal segmentados involucra km^2 de superficie cuando ellos son correspondidos a la tierra [53].

En este análisis se puede observar que usar una función de energía con campo externo e interno ayuda a obtener mejores porcentajes de segmentación que una función de energía con solo un campo de referencia interno. Por ejemplo, si consideramos $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$ se alcanza un 95.2 % de segmentación, mientras que, con solo $\beta = 0.5$ el porcentaje disminuye al 94 %. Otro ejemplo lo podemos ver con $\alpha = 1.75$ y $\beta = 1.75$ donde se alcanza un porcentaje del 97 % y un 96 % con solo $\beta = 1.75$.

5.6.2. Análisis de tiempo de procesamiento

En las Figs. 5.28, 5.29 y 5.30 presentamos el tiempo de procesamiento que tarda cada modelo en obtener la segmentación en un conjunto de 14 imágenes con resolución entre 128x128 y 120x180 píxeles. El tiempo graficado para los modelos que usan la función TEF involucra tanto el tiempo que tarda la descomposición de Wold en obtener los campos de referencia y el tiempo que tarda el proceso de segmentación con MRF.

Por un lado observamos para todas las implementaciones supervisadas que en las imágenes de la 1 a la 9 el tiempo de procesamiento es menor a 45 segundos, mientras

⁴La variación en diferentes valores para β y α se da en la práctica como en el caso de los experimentos realizados, acá se expone el caso más senillo.



Figura 5.27: Gráfica del % de segmentación usando diferentes valores para α y β .

que, para las imágenes de la 10 a la 14 con resolución superior, los modelos que no usan la función TEF obtienen mayor tiempo sólo en 2 de los 5 casos.

Por otro lado, para las implementaciones no supervisadas FLAT en las imágenes de la 1 a la 9 el tiempo de procesamiento es menor a 1 minuto y, para las imágenes de la 10 a la 14, el tiempo de procesamiento es menor para las implementaciones con TEF en 4 de los 5 casos. En las gráficas, se observarva que el algoritmo no convergeen en la imagen 10 (ver Fig. 5.29) e imagen 11 (ver Fig. 5.28) por lo que la segmentación reportada para las comparaciones es la obtenida después de 100 iteraciones.

Con respecto a las implementaciones TS-MRF, en las cuales se realizan además estimaciones de campos de referencia, el menor tiempo lo obtiene el modelo que involucra la función TEF siendo menor en 14 de 15 imágenes. En esta gráfica se agrega una imagen de resolución 512x512 píxeles (15 en las gráficas).

En la tabla 5.19 presentamos el tiempo promedio obtenido por los diferentes modelos MRF implementados. En general observamos que el tiempo de procesamiento se incrementa en todas las implementaciones no supervisadas con respecto a las supervisadas, debido a la estimación de parámetros Gaussianos. Además, en los modelos MRF-FLAT que usan la función TEF, a diferencia de los modelos base MRF-FS y



Figura 5.28: Tiempo de procesamiento para modelos MRF-FLAT supervisados.

MRF-FUS, se realizan también estimaciones de campos de referencia, sin embargo el incremento promedio en tiempo de procesamiento no es substancial. Con respecto al tiempo de procesamiento entre TS-MRF y TS-MRF/TEF es de 3.15 y 2.39 minutos respectivamente.

5.7. Resumen

En este capítulo se presentaron los resultados experimentales para evaluar el desempeño de la función TEF dentro de modelos de campos aleatorios de Markov. Se realizaron experimentos sobre imágenes sintéticas que simulan ruido radiométrico, imágenes reales de bases de datos que presentan clases expectralmente similares e imágenes de percepción remota que presentan coberturas espectralmente similares.

Desde los experimentos se observó que, es posible mejorar los resultados de segmentación con la introducción de la función TEF dentro de los modelos MRF; especialmente si se usa dentro de modelos MRF-FLAT no supervisados. Con respecto al modelo base TS-MRF, la mejora que se da no es en todos los experimentos, sin embargo para la segmentación de manglar en nuestra área de estudio, el modelo TS-MRF/TEF mejora alrededor de $40m^2$, lo cual indica que se está mejorando el porcentaje de segmentación.

Finalmente, también se observó que la introducción de la función de energía TEF



Figura 5.29: Tiempo de procesamiento para modelos MRF-FLAT no supervisados.



Figura 5.30: Tiempo de procesamiento para modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF.

Imagen	Tiempo promedio [min.]
MRF-FS	0.63
MRF-FS/TEF(4)	0.62
MRF-FS/ $TEF_{\beta}(8)$	0.63
MRF-FS/TEF(8)	0.65
MRF-FUS	1.11
MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(4)$	0.72
MRF-FUS/TEF(4)	0.77
MRF-FUS/ $TEF_{\beta}(8)$	0.75
MRF-FUS/TEF(8)	0.8
TS-MRF	3.15
TS-MRF/TEF	2.39

Tabla 5.19: Tiempo promedio obtenido por los modelo MRF.

en el proceso de segmentación no incrementa substancialmente el tiempo de procesamiento.

A continuación presentamos una metodología para mejorar la segmentación de objetos geométricos presentes en una imágen.

Capítulo 6

Metodología de segmentación con geometría estocástica

Los procesos para análisis de imágenes pueden ser separados en dos categorías: nivel bajo y nivel alto[78]. Los procesos de nivel bajo involucran a los modelos MRF a nivel píxel, mientras que, los procesos de nivel alto tales como el reconocimiento de objetos requieren modelos y algoritmos que traten a los componentes de la imagen en una escala global. En esta última categoría se encuentran los procesos de la Geometría Estocástica (GE).

En este capítulo se introduce una metodología para mejorar la segmentación de imágenes que involucra la función TEF, definida para los modelos MRF a nivel píxel, y un proceso puntual marcado de la geometría estocástica a nivel región.

Los resultados preliminares obtenidos con la metodología corresponden a los primeros experimentos para el tipo de geometría de círculos en una imagen sintética.

6.1. Introducción

En diferentes contextos es importante analizar datos que aparecen en forma de localizaciones espaciales sobre una imagen. Ejemplos de lo anterior los encontramos cuando se desea situar la corona de los árboles en un bosque [68], los centros de núcleos de células [15], los epicentros de terremotos, localizaciones de ciudades, etc.

La geometría estocástica busca a partir de una escena con ruido, con poca definición y que contiene objetos solapados, determinar el número de objetos y localizar cada

uno de ellos dentro de una imagen observada. Los objetos que se desean reconocer pueden estar representados por un número de parámetros como tamaño, referente a las dimensiones del objeto, forma, respecto a la geometría del objeto, y localización, referente a su ubicación en el espacio de imagen. Entre las características importantes de los procesos de geometría estocástica se tiene que el número de objetos, su posición, orientación y relaciones espaciales pueden no ser parámetros constantes y además los objetos como ya se mencionó pueden solaparse. Como parámetro de entrada al proceso de geometría estocástica es una imagen y como salida se obtiene un patrón gráfico en el espacio continuo, el cual puede ser una lista de objetos geométricos como se muestra en la Fig. 6.1.



Figura 6.1: Panorama general de un proceso de GE.

En el ejemplo se muestra la entrada a un proceso de geometría estocástica la cual es una imagen que puede estar contaminada con ruido, que puede tener poca definición y contener objetos solapadoses. La salida a este proceso es el conjunto de patrones gráficos en la escena, la cual es una lista que describe a los objetos geométricos, en este caso el centro del círculo y su radio.

6.2. Metodología propuesta

Sabiendo que los modelos de segmentación MRF presentados en esta tesis y la función TEF propuesta procesan la imagen a nivel píxel y que, los modelos de geometría estocástica la procesan a nivel región, la metodología propuesta para combinar el modelo MRF que hace uso de la función TEF y un proceso puntual marcado es la siguiente:

- Realizar la segmentación usando el modelo TS-MRF/TEF, para obtener como salida una imagen particionada en r_i-regiones para i = 1, ..., m. Dentro de las r_i-regiones existen regiones probables de objetos geométricos r_{i'} segmentadas, r_{i'} ⊂ r_i.
- Realizar el proceso de reconocimiento de objetos mediante un proceso puntal marcado para obtener la lista de objetos geométricos probables x = {x1,...,xn}. Cada elemento de x u obejeto geométrico probable es de la forma x_j = (x', y', m), donde (x', y') son las coordenadas que determinan la ubicación del objeto en el espacio de imagen y m la marca del objeto, ambas definiendo la geometría del objeto.
- 3. Realizar la intersección $\bigcap(x_j, r_{i'})$ de cada objeto geométrico probable x_j con cada región objeto geométrico $r_{i'}$.
 - Si la ∩(x_j, r_{i'}) ≠ 0, entonces encontrar el centroide entre la unión de x_j y r_{i'} y trazar la geometría a partir del centro estimado. Este paso obtiene una lista de objetos geométricos corregidos x_c = {x_{c1}, ..., x_{cn}}.

El objetivo de este paso es realizar la corrección de los objetos geométricos considerando los objetos probables obtenidos a partir de la segmentación con TS-MRF/TEF y los objetos geométricos obtenidos mediante los procesos puntuales marcados.

4. Finalmente, realizar la unión ∪(x_c, r_{i,i'}) entre los objetos geométricos corregidos x_c y las regiones r_{i,i'} para obtener la imagen final corregida, donde r_{i,i'} = {r_i \ r_{i'}} son las regiones textura sin las regiones probables de objetos geométricos obtenidas en el paso 1.

En la metodología propuesta los pasos 1 y 2 están relacionados con los procesos de segmentación y reconocimiento de objetos, mientras que, los pasos 3 y 4 con la corrección de los objetos.

Algo importante de la metodología que hay que resaltar es que: a) en el primer paso se puede aplicar algún otro modelo para segmentación y b) en el segundo paso se puede utilizar el modelo de geometría adecuado a los objetos que estén siendo segmentados, es decir, se puede emplear el modelo que defina otra geometría como por ejemplo: la de cuadros, triángulos, elipses, etc.

6.2.1. Proceso puntual marcado

El proceso puntual marcado utilizado en el paso 2 de la metodología propuesta en la sección 6.2 fue el que modela la geometría de círcilos y sigue el enfoque Bayesiano [3, 67]. Las definiciones son las siguientes:

Sea y la imagen observada, T la retícula y y_t el valor del píxel observado en $t \in T$.

Sea U el espacio de objetos tal que u representa un objeto $R(u) \subseteq T$. Una configuración de objetos es una lista no ordenada de ellos tal que

$$x = \{x_1, ..., x_n\}, x_i \in U, n \ge 0$$
(6.1)

La longitud de la lista es variable y la lista vacía es permitida. Los objetos pueden estar en alguna relación con los otros.

Se asocia la lista x con la silueta de la escena S(x) formada por la unión de todos los objetos en la lista.

$$S(x) = \bigcup_{i=1}^{n} R(x_i)$$
(6.2)

La distribución de probabilidad de y tiene una densidad f(y|x) que depende sólo de x. La distribución de probabilidad para x después de observar los datos y es encontrada por el teorema de Bayes:

$$p(x|y) \propto f(y|x)p(x) \tag{6.3}$$

entonces el estimador MAP de x es:

$$\bar{x}_{MAP} \propto argmax_x p(x|y)$$

 $\propto argmax_x f(y|x)p(x)$
(6.4)

El modelo posterior o de datos f(y|x) es definido mediante la Ec. 2.29, el modelo de penalidad p(x) o modelo *a priori* es definido mediante el proceso de Strauss Ec. 2.28. Más detalles de las ecuaciones se dan en las secciones 2.3.1 y 2.3.3.



Figura 6.2: Interfaz de la aplicación desarrollada para obtener la GE.

6.2.2. Algoritmo

A continuación se presenta el algoritmo para realizar la corrección de los objetos (ver algoritmo 3):

6.2.3. Experimento sobre imagen sintética

El proceso puntual marcado fue desarrollado en MATLAB 7.1 y el experimento fue realizado sobre una computadora con sistema operativo Linux, procesador centrino a 1.66GHz y 1GB de RAM. En la Fig. 6.2 se muestra la interfaz del software desarrollado.

A continuación se presentan los resultados experimentales obtenidos aplicando la metodología descrita en la sección 6.2. La imagen empleada en el experimento es una imagen sintética que se encuentra en escala de grises en la cual se definen dos tipos de textura y la geometría de círculos sobre estas texturas. En la Fig. 6.4a puede observarse la imagen sintética empleada para este experimento. La imagen se ha contaminado con ruido Gaussiano de media cero con varianza 0.01.

Algoritmo 3 Algoritmo para corregir objetos.

Entrada: *I*: imagen a segmentar, I_e : imagen de textura estructural de *I*, I_a : imagen de textura estocástica de *I*, *k*: número de clases, *N*: número de objetos a identificar, *R*: radio de los círculos, γ : parámetro que controla la interacción entre los objetos (ver. sección 2.3.1), *L*: número máximo de iteraciones

Salida: *I_c*: imagen con objetos corregidos

- 1: Segmentar I usando modelo TS-MRF/TEF e imágenes I_e , I_a para obtener una imagen segmentada I_s en k clases
- 2: Selecionar de I_s las regiones $r_{i'}$ que pertenezcan a los objetos geométricos que se pretenden corregir
- 3: // Aplicar el proceso de geometría estocástica para círculos sobre I
- 4: Realizar la distribución de Poisson con intensidad N y trazar la geometría de círculos de esos puntos considerando R para obtener la configuración inicial
- 5: Calcular mediante *k-means* las estádisticas del modelo de verosimilitud (ver sección 2.3.3)
- 6: mientras no alcance el máximo número de iteraciones L hacer
- 7: // Adicionar o remover un punto a la configuración actual, ver algoritmo 2
- 8: si nacimiento entonces
- 9: adicionar un punto a la configuración actual
- 10: configuración final = configuración actual
- 11: **fin si**

12: si muerte entonces

- 13: eliminar un punto de la configuración actual
- 14: configuración final = configuración actual
- 15: **fin si**
- 16: L = L + 1
- 17: fin mientras
- 18: Seleccionar de la configuración final los objetos círculos x_j
- 19: Realizar la intersección de cada objeto círculo x_j de la configuración final con cada región objeto $r_{i'}$ del paso 2
- 20: si intersección $\neq 0$ entonces
- 21: Encontrar el centroide entre la unión de x_j y $r_{i'}$ y trazar la geometría considerando R a partir del centro estimado, para obtener x_c objetos corregidos
- 22: **fin si**
- 23: Realizar la unión entre los objetos corregidos x_c y las regiones restantes una vez eliminadas las regiones $r_{i'}$ para obtener la imagen corregida I_c



Figura 6.3: Configuración inicial y patrones gráficos encontrados. En a) se presenta la configuración inicial con la cual el proceso puntual marcado empieza a realizar el reconocimiento, en esta configuración se crearon aleatoriamente 9 objetos. En b) y c) la configuración final obtenida por el proceso puntual marcado de círculos conteniendo 6 objetos.

En la Fig. 6.3a se puede observar la configuración de objetos iniciales usada por el proceso puntual y en la Fig. 6.3c se muestra la configuración final que se obtuvo después de 30 iteraciones usando como parámetros n(x) = 6 (número de objetos a identificar), $\gamma = 0.1$ (para que exista repulsión entre los objetos y no existan objetos traslapados en la configuración final) y como marca un radio de 5.5 píxeles (el rádio de los círculos). La configuración inicial producida por el proceso de Poisson (ver tema 2.3.1) crea 9 objetos aleatorios junto con sus marcas. Durante el proceso puntual se van eliminando y/o creando nuevos objetos en la configuración según la probabilidad estimada, para finalmente obtener la configuración con 6 objetos que se presenta en la Fig. 6.3c.

La Fig. 6.4 se muestran los resultados obtenidos con la metodología propuesta. La Fig. 6.4a muestra la imagen original, la Fig. 6.4b muestra la segmentación empleando un modelo MRF-FLAT no supervisado. En la Fig. 6.4c se muestra el resultado del paso 1 habiendo segmentado la imagen con el modelo TS-MRF/TEF, mientras que, la Fig 6.4d muestra los objetos geométricos obtenidos al aplicar el paso 2, el cual es definido por el proceso puntual marcado descrito en la sección 6.2.1. Finalmente, la Fig. 6.4e muestra la segmentación corregida una vez terminada la metodología hasta el paso 4.

A partir de estas imágenes se puede observar como es mejorada tanto la segmentación MRF-FLAT como la segmentación hecha con el modelo que usa la función TEF. Particularmente los objetos geométricos que se encuentran presentes en la imagen son



Figura 6.4: Imagen empleada para probar la metodología propuesta. a) Imagen sintética, b) MRF-FLAT no supervisado, c) TS-MRF/TEF, d) Objetos geométricos obtenidos con la metodología en sección 6.2, e) Segmentación corregida usando la metodología propuesta. mejor segmentados.

En la tabla 6.1 se presentan los porcentajes de segmentación individuales para los objetos geométricos según el proceso aplicado. Podemos observar como la segmentación de los objetos se mejora de un 50 % a un 75 % usando la metodología propuesta.

3	0	1 5	U	
	Área de ref.	Área seg.	Área inter.	[%]
	(píxeles)	(píxeles)	(píxeles)	seg.
TS-MRF/TEF	582	316	292	50.17
Metodología	582	582	437	75.09

Tabla 6.1: Porcentajes de segmentación para los objetos geométricos de la Fig. 6.4.

6.3. Resumen

En este capítulo se introdujo una metodología para mejorar la segmentación de imágenes que presentan geometría, involucrando el modelo TS-MRF/TEF definido para segmentación de imágenes a nivel píxel y los procesos puntuales marcados de la geometría estocástica a nivel región. Con la metodología preliminar propuesta en este capítulo se han obtenido los primeros resultados sobre una imagen sintética contamidada con ruido. La segmentación de los objetos geométricos corregidos fue mejorada de un 50 % a un 75 %.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo a futuro

Bajo el enfoque Bayesiano, en esta tesis tratamos el problema de segmentación de coberturas de la tierra espectralmente similares sobre imágenes de percepción remota. Para conseguir aumentar los porcentajes de segmentación correcta planteamos la siguiente solución:

Bajo un enfoque probabilista usando Campos Aleatorios de Markov (MRF) y estimación Bayesina, proponemos una función de energía posterior que considera la textura de la imagen dentro de las funciones potenciales y la nombramos Función de Energía de Textura (TEF). Esta función TEF la definimos a través de los componentes estructural y estocástico de la textura obtenidos mediante la descomposición de Wold.

En los experimentos realizados con imágenes de bases de datos con clases espectralmente similares e imágenes de percepción remota se observa que, mejores desempeños de segmentación son obtenidos al introducir la función TEF en modelos MRF.

Con las pruebas de significancia estadística concluimos que, la mejora en el desempeño obtenida con el modelo TS-MRF/TEF con respecto a un modelo MRF-FLAT no supervisado, es atribuible a la introducción de la función TEF.

Por otro lado, los resultados obtenidos con el modelo TS-MRF/TEF y el modelo TS-MRF, estadísticamente no son significativos. Sin embargo, es inegable que en los experimentos realizados con imágenes de percepción remota los puntos porcentuales de segmentación correcta incrementados equivalen en la práctica a aumentar superficie correctamente segmentada de coberturas espectralmente similares.

Las particularidades observadas en los experimentos realizados con respecto a los porcentajes correctos de segmentación son las siguientes: Sobre imágenes sintéticas los porcentajes de segmentación correcta son incrementados al introducir al modelo TS-MRF la textura de la imagen a ser segmentada mediante la función TEF; incluso si se introduce ruido en la imagen en diferentes niveles de decibeles y diferentes tipos de ruido radiométrico característicos de imágenes de percepción remota.

En los experimentos realizados observamos que en comparación con el modelo original el modelo TS-MRF/TEF alcanzó mejores porcentajes de segmentación correcta en 5 de 6 experimentos. El nivel porcentual promedio aumentado fue alrededor del 3%. A pesar que el porcentaje de segmentación correcta disminuía conforme el nivel de ruido aumentaba, el mejor mapa de segmentación fue obtenido por el modelo que usa la función TEF.

- Sobre imágenes reales, la mejora en comparación con modelos MRF-FLAT no supervisados es de 11 %. En particular observamos que el porcentaje de segmentación usando el modelo TS-MRF/TEF es comparable con una segmentación supervisada MRF-FLAT.
- 3. Sobre imágenes de percepción remota para segmentar manglar, el modelo TS-MRF/TEF mejora 22 % en comparación con el mejor segmentador supervisado, siendo esto equivalente a una área de 800 m^2 . Para el caso de segmentación no supervisada la mejora es de 14 % equivalente a 300 m^2 , mientras que, la mejora con respecto al modelo original TS-MRF es de 1.34 % equivalente a 40 m^2 .

Por otra parte, introducir la función TEF a los modelos MRF no icrementa el tiempo de procesamiento debido a que las operaciones realizadas son equivalentes. En nuestros experimentos en los modelos con estructura de árbol, el tiempo de procesamiento promedio fue de 3 minutos para TS-MRF y 2 minutos para el modelo con función TEF. Para los modelos MRF-FLAT supervisados y no supervisados, en general el tiempo de procesamiento se encuentra en los mismos rangos.

Adicionalmnte se propuso una metodología preliminar para corregir objetos geométricos segmentados inadecuadamente. La metodología propuesta fue aplicada a una imagen sintética contaminada con ruido Gaussiano y en el experimento la segmentación de los objetos se está mejorando de un 50 % a un 75 %. Cabe mencionar que, estos resultados son sólo resultados preliminares para el tipo de geometría de círculos en imagen sintética, sin embargo, algo importante de resaltar de la metodología es que:

- Por un lado, en el paso de segmentación de regiones objeto geométricos (paso 1) se está empleando el modelo de segmentación TS-MRF/TEF, sin embargo es posible acoplar otros segmentadores supervisados y no supervisados para la extracción de estas regiones.
- Por otro lado, es posible introducir en el paso de reconocimiento de objetos, (paso
 2) el modelo que mejor defina a los objetos que se están segmentado y se desean corregir.

7.1. Aportaciones

Las principales aportaciones de esta tesis son:

- Un nuevo algoritmo de segmentación de regiones espectralmente similares basado en Campos Aleatorios de Markov que mediante el uso de características estructurales y estocásticas incrementa los porcentajes actuales de segmentación.
- Una función de energía posterior TEF para modelos MRF definida a través de características de textura estructural y estocástica.
- Una metodología preliminar para mejorar la segmentación de objetos geométricos basada en el modelo MRF con función TEF y en un proceso puntual marcado de la geometría estocástica.

7.2. Trabajo a futuro

Nuestro principal resultado consiste en la introducción de la textura estructural y estocástica dentro de la función de energía de los modelos MRF para mejorar la segmentación de imágenes. Por lo cual, como trabajo a futuro en la línea de investigación de la obtención de los campos de referencia estructural y estocástico se plantea automatizar la estimación de parámetros iniciales de la descomposición de Wold.

Dado que los experimentos de segmentación fueron realizados sólo para la cobertura de manglar, otro punto de interés es probar los modelos MRF con TEF en otro tipo de coberturas espectralmente similares. La metodología propuesta para mejorar la segmentación de imágenes que presentan geometría requiere mucho más trabajo que investigar, los resultados presentados sólo son resultados preliminares direccionados a corregir geometría de círculos. Dado que la metodología ha sido aplicada sólo a imágenes sintéticas, un punto de interés es aplicarlos a imágenes reales.

Tres líneas más de investigación se visualizan en esta metodología: la primera es que, la implementación actual del modelo de círculos reconoce sólo un radio fijo y es deseable manejar la variabilidad en este parámetro, es decir, reconocer un intervalo de radio variable en el mismo proceso.

La segunda línea de investigación está relacionada con el paso de segmentación de regiones objeto geométricos y la debilidad de no corregir adecuadamente un objeto. Con la metodología actual, el modelo de segmentación usado en esta etapa debe poder detectar al menos un píxel de la región del objeto geométrico para poder realizar la corrección; por lo que necesitamos aminorar o eliminar esta debilidad en la metodología actual.

La tercera línea de investigación está enfocada en aplicar otros modelos geométricos de objetos como el modelo de Canny [65, 63] para líneas, el modelo para rectángulos [63], el modelo para triágulos [16] o el modelo para elipses [68].

Referencias

- P. Arques, P. Compañ, R. Molina, M. Pujol, and R. Rizo. Segmentación de imágenes: Incorporación de características de textura de color a la función de energía. In ACTAS VIII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial, 1999.
- [2] A. Baddeley and M.N.M. Van Lieshout. Stochastic geometry models in high-level vision. *Statistics and Images*, 1:233–258, 1993.
- [3] A.J. Baddeley and M.N.M Van Lieshout. Recognition of overlapping objects using Markov spatial processes. Research Report BS-R9109, ISSN 0924-0659, CWI, Nationaal Instituut voor Onderzoek op het Gebied an Wiskunde en Informatice, Department of Operations Research, Statistics, and System Theory, 1991.
- [4] M. Berthod, Z. Kato, S. Yu, and J. Zerubia. Bayesian image classification using Markov random fields. *Image and vision computing*, 14:285–295, 1996.
- [5] J. Besag. Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 36:192–236, 1974.
- [6] J. E. Boggess. A genetic algorithm approach to identifying roads in satellite images. Proceedings of the 9th Florida Artificial Intelligence Research Symposium, FLAIRS-96, pages 142–146, May 1996.
- [7] P. Brodatz. *Textures: A Photographic Album for Artists and Designers*. Dover, New York, 1966.
- [8] J. Bückner, M. Pahl, O. Stahlhut, and C. Liedtke. geoaida A knowledge based automatic image data analyzer for remote sensing data. *Computational Intelligence: Methods and Applications*, pages 19–22, 2001.

- [9] Corel. http://www.cs.ubc.ca/ pcarbo/.
- [10] G. Cross and A. Jain. Markov random field texture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 5:25–39, 1983.
- [11] G. Cuozzo, C. D'Elia, and V. Puzzolo. A method based on tree-structured Markov random field for forest area classification. *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2004. IGARSS '04. Proceedings. 2004 IEEE International*, 4:2352–2354, 2004.
- [12] J.P. Marques de Sá. Pattern Recognition: Concepts, Methods and Applications. Springer, 2001.
- [13] C. D'Elia, G. Poggi, and G. Scarpa. A tree-structured Markov random field model for Bayesian image segmentation. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 12(10):1259– 1273, October 2003.
- [14] X. Descombes and J. Zerubia. Marked point process in image analysis. In *IEEE Signal Processing Magazine*, September 2002.
- [15] Gang Dong and S.T. Acton. Object identification by marked point process. In Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers., 2005.
- [16] S. Drot, X. Descombes, H. Le Men, and J. Zerubia. Object point processes for image segmentation. 16th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'02), 2:20913, 2002.
- [17] R.O. Duda, P.E. Hart, and D.G. Stork. *Pattern Classification*. Wiley-Interscience, 2000.
- [18] ERDAS-IMAGINE-8.7. Leica Geosystems GIS & Mapping LLC; homepage http://www.ermapper.com/default.aspx.
- [19] K. Ersahin. Image segmentation using binary tree structured Markov random fields. December 19 2004 - unplubished.

- [20] J.M. Francos, A. Zvi Meiri, and B. Porat. A unified texture model based on a 2-d wold-like decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(8):2665– 2678, August 1993.
- [21] J.M. Froncos, A. Zvi Meiri, and B. Porat. A wold-like decomposition of 2-d discrete homogeneous random fields. Technical report, Ben-Gurion University -Israel and Technion-Israel Intitute of Technolog - Israel.
- [22] R. Gaetano, G. Poggi, and G. Scarpa. Multitemporal image classification with automatic building of tree structured MRF models. In *Proc. XIII EUSIPCO*, Antalya, Turkey, September 2005.
- [23] L. Garcin, X. Descombes, J. Zerubia, and H. Le Men. Building detection by Markov object processes and a MCMC algorithm. Technical report, Institut National De Recherche en Informatique et en Autometique, 2001.
- [24] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6:721–741, 1984.
- [25] C.J. Geyer and J. Moller. Simulation and likelihood inference for spatial point processes. *Scandinavian Journal of Statistics*, 21:359–373, 1994.
- [26] R. C. González and R. E. Woods. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 1992.
- [27] GRASS. Geographic resources analysis support system http://grass.itc.it/.
- [28] INECOL. Instituto de ecología, Km. 2.5 carretera antigua a coatepec 351, congregación el haya, xalapa 91070, veracruz, méxico. tel. (228) 842 18 00, http://www.inecol.edu.mx/inecol/inecol.htm.
- [29] INEGI. Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática, registro nacional de imágenes, http://mapserver.inegi.gob.mx/rni/?c=696.
- [30] J.R. Jensen. *Introductory Digital Image Processing*. Prentice Hall Series in Geographics Information Science. Prentice Hall, 2000.

- [31] Z. Kato. Modélisations markoviennes multirésolutions en vision par ordinateur. Master's thesis, L'Université de Nice Sophia Antropolis, Docter en sciences, sciences de L'Ingénieur., 1994.
- [32] Z. Kato. Supervised image segmentation using Markov random fields, http://www.inf.u-szeged.hu/kato/software/mrfdemo.html.
- [33] Z. Kato. Bayesian color image segmentation using Reversible Jump Markov Chain monte carlo. Technical report, Centrum voor Wiskunde en Informatica, PNA-R9902 - 1999.
- [34] Z. Kato and T. Chuen Pong. A Markov random field image segmentation model for color textured images. *Image and Vision Computing*, 24:1103–1114, 2006.
- [35] Z. Kato, T-Chuen Pong, and J. Chung-M Lee. Color image segmentation and parameter estimation in a Markovian framework. *Pattern Recognition Letters*, 22:309–321, 2001.
- [36] R. Kindermann and J.L. Snell. Contemporary mathematics: Markov random fields and their applications. American Mathematical Society Providence, Rhode Island, 1980.
- [37] H. Koch, K. Pakzad, and R. Tönjes. Knowledge based interpretation of aerial images and maps using a digital landscape model as partial interpretation. *Proceedings of the Semantic Modeling Workshop SMATI (Semantic Modeling for the Acquisition of Topographic Information from Images and Maps)*, pages 3–19, May 1997.
- [38] N. Kosaka, T. Akiyama, B. Tsai, and T. Kojima. Forest type classification using data fusion of multispectral and panchromatic high-resolution satellite imageries. *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2005. IGARSS '05. Proceedings.* 2005 IEEE International, 4:2980–2983, July 2005.
- [39] I. Kovtun. Texture segmentation of images on the basis of Markov random fields, 2003 unpublished.

- [40] F. Kressler, Y. Kim, and K. Steinnocher. Object-oriented land cover classification of panchomatic kompsat-1 and spot-5 data. *IGARSS'03 IEEE Proceedings of*, 6:3471–347, July 2003.
- [41] D. Kunz, K. Schilling, and T. Vögtle. A new approach for satellite image analysis by means of a semantic network. *Semantic Modeling*, pages 20–36, 1997.
- [42] D. A. Landgrebe. Signal Theory Methods in Multispectral Remote Sensing. Wiley Series in Remote Sensing and Image Processing. Wiley-Interscience, bk&cd-rom edition, January 2003.
- [43] R. C. Larson and A. R. Odoni. Urban Operations Research. Prentice-Hall, 1981.
- [44] F. Li, J. Peng, and X. Zheng. Object-based and semantic image segmentation using MRF. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 6:883–840, 2004.
- [45] F. Li, J. Peng, and X. Zheng. Object-based and semantic image segmentation using MRF. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 6:883–840, 2004.
- [46] S. Z. Li. Markov random field models in computer vision. In In Proceedings of the European Conference on Computer Vision, 361-370, 1994.
- [47] S. Z. Li. Markov Random Field Modeling in Computer Vision. Springer-Verlag, 1995.
- [48] F. Liu and R.W. Picard. Periodicity, directionality, and randomness: Wold features for perceptual pattern recognition. In *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition*, 1994.
- [49] F. Liu and R.W. Picard. A spectral 2-d wold decomposition algorithm for homogeneous random fields. In *Proceeding of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, March 1999.
- [50] J. Liu, G. Shao, H. Zhu, and S. Liu. A neuronal network approach for information extraction from remotely sensed data. *Proceedings of the 12th International Conference on Geoinformatics*, pages 655–662, June 2004.

- [51] E. D. López-Espinoza, L. Altamirano-Robles, and J. F. Martínez. Clasificación de coberturas de la tierra en imágenes de satélite multiespectrales empleando algoritmos de votación. Technical report, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Diciembre 2005. LabViII, Laboratorio de Visión por Computadora.
- [52] E.D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. Deterministic component of 2-D Wold decomposition for geometry and texture descriptors discovery. *Lecture Notes in Computer Science, Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications*, 4756/2008:241–250, 2007.
- [53] E.D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. A method based on treestructured Markov random field and a texture energy function for classification of remote sensing images. Workshop on Computational Advances in Processing Remote Sensing Imagery CASI'2008, part of the 5th International Conference CCE'2008, IEEE Catalog Number: CFP08827 - CDR, ISBN: 978-1-4244-2499-3:540–544., 2008.
- [54] E.D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. Componente determinista de la descomposición de Wold 2-D para obtener descriptores de textura y descubrir geometría. Technical report, Coordinación de Ciencias Computacionales -INAOE, Reporte Técnico No. CCC-07-001.
- [55] E.D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. Segmentación Markoviana usando modelos de textura. Technical report, Coordinación de Ciencias Computacionales - INAOE, Reporte Técnico No. CCC-09-002.
- [56] J. Mateu and G. Lorenzo. Detection of features in binary images by means of spatial marked point processes. QÜESTIIÓ - Quaderns d'Estadística i Investigació Operativa, 26:61–85, 2002.
- [57] J. Moller and R.P. Waagepetersen. Modern statistics for spatial point processes. Technical report, Department of Mathematical Sciences, Aalborg University, June 21, 2006.
- [58] G. Mota, S. Muller, R. Feitosa, H. Coutinho, M. Meireiles, and H. Vieira. An evaluation of knowledge-based interpretation applied to low-resolution satellite
images. In Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS '03. Proceedings. 2003 IEEE International, volume 6, pages 3896–3898, 21-25 July 2003.

- [59] S. Muller, R.Q. Feitosa, G.L. Abelha Mota, D.P. da Costa, V.V. da Silva, and K. Tanisaki. Geoaida applied to spot satellite image interpretation. In *Remote Sensing and Data Fusion over Urban Areas, 2003. 2nd GRSS/ISPRS Joint Workshop on*, pages 220–224, 22-23 May 2003.
- [60] T. Mäenpää and M. Pietikäinen. Texture analysis with local binary patterns. Technical report, University of Oulu, Finland, 2004.
- [61] S.Ñussbaum and G. Menz. eCognition Image Analysis Software. In Object-Based Image Analysis and Treaty Verification - Springer Netherlands, volume Part I, pages 29–39, 2008.
- [62] Department of Applied Mathematics. Stochastic simulation, http://amath.colorado.edu/courses/7400/2004fall/002/.
- [63] M. Ortner, X. Descombes, and J. Zerubia. A marked point process of rectangles and segments for analysis of digital elevation models. *EEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30:105–119, 2008.
- [64] M. Ortner, X. Descombes, and J. Zerubia. Improved RJMCMC point process sampler for object detection on images by simulated annealing. Technical report, Institut National De Recherche en Informatique et en Autometique, August 2003.
- [65] M. Ortner, X. Descombes, and J. Zerubia. A marked point process of rectangles and segments for automatic analysis of digital elevation models. Technical report, Institut National De Recherche en Informatique et en Autometique, October 2005.
- [66] M. Oruc, A.M. Marangoz, and G. Buyuksalih. Comparison of pixel-based and object-oriented classification approaches using landsat-7 ETM spectral bands. *Proceedings of ISPRS (International Society for Photogrammetry and Remote Sensing) Conference, XXth Congress*, 35:1118–1123, July 2004.
- [67] G. Perrin, X. Descombes, and J. Zerubia. Point processes in forestry: an application to tree crown detection. Raport de Recherche No. 5544, ISSN 0249-6399, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 2005.

- [68] G. Perrin, X. Descombes, and J. Zerubia. 2D and 3D vegetation resource parameters assessment using marked point processes. In 18th International Conference on Pattern Recognition ICPR 2006, 2006.
- [69] G. Perrin, X. Descombes, and J. Zerubia. Point processes in forestry: An applications to tree crown detection. Technical report, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, April 2005.
- [70] R. Picard. Structured patterns from random fields. Signals, Systems and Computers, 1992. 1992 Conference Record of The Twenty-Sixth Asilomar Conference on, 2:1011–1015, October 1992.
- [71] R. Picard, Ch. Graczyk, S. Mann, J. Wachman, L.Picard, and
 L. Campbell. Media laboratory, mit, cambridge,massachusetts. http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/visiontexture/vistex.html, 1995.
- [72] G. Poggi and A.R. Ragozini. Image segmentation by tree-structured Markov random field. *IEEE Signal Processing Lett.*, pages 155–157, July 1999.
- [73] G. Poggi, G. Scarpa, and J. Zerubia. Supervised segmentation of remote-sensing images based on a tree-structured MRF model. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 43(8):1901–1911, August 2005.
- [74] W. Pratt and O. Faugeras. Decorrelation methods of texture feature extraction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2:323–332, 1980.
- [75] C. Ramananjarasoa, O. Alata, and M.Ñajim. 2-D wold decomposition: New parameter estimation approach to evanescent field spectral supports unpublished.
- [76] J.A. Richards. Analysis of remotely sensed data: the formative decades and the future. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 43(3):422–432, Mar 2005.
- [77] J.A. Richards and X. Jia. *Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction.* Springer, 1999.

- [78] H. Rue and M. Hurn. Bayesian object identification. *Biometrika*, 86(3):649–660, 1999.
- [79] F. F. Sabins. *Remote Sensing: Principles and Interpretations*. Freeman and Company, San Francisco, E.U., 3rd edition, October 2000.
- [80] A. Sarkar, M.K. Biswas, B. Kartikeyan, V. Kumar, K.L. Majumder, and D.K. Pal. A MRF model-based segmentation approach to classification for multispectral imagery. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 40(5):1102– 1113, May 2002.
- [81] G. Scarpa and M. Haindl. Unsupervised texture segmentation by spectral-spatialindependent clustering. 18th International Conference on Pattern Recognition -ICPR 2006, 2:151 – 154, 2006.
- [82] G. Scarpa, G. Poggi, and J. Zerubia. A binary tree-structured MRF model for multispectral satellite image segmentation. Research Report No. 5062, INRIA, Sophia Antipolis, France, December 2003.
- [83] S.M. Shahrokhy. Visual and statistical quality assessment and improvement of remotely sensed images. In *Geo-Imagery Bridging Continents, XXth ISPRS Con*gress, 2004.
- [84] J. Shi. Software, Matlab Normalized Cuts segmentation code. http://www.cis.upenn.edu/jshi/.
- [85] J. Shi and J. Malik. Normalized cuts and image segmentation. *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(8):888–905, 2000.
- [86] A. Soto. Textures classification using Markov random fields. Robotics Institute, School of Computer Science, Carnegie Mellon University http://www2.ing.puc.cl/ asoto/IIC-3672/Lecturas/18Abril/Texture.pdf.
- [87] R. Sriram, J.M. Francos, and W.A. Pearlman. Texture coding using a wold decomposition model. In *IEEE Transactions on Image Processing*, August 1996.
- [88] Y. Stitou, F. Turcu, M.Najim, and L. Redouane. 3-d texture characterization based on wold decomposition and higher order statistics. *IEEE International Conference*

on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP '05)., 2:165–168, 2005.

- [89] D. Stoyan and A. Penttinen. Recent applications of point process methods in forestry statistics. *Statistical Science*, 15:61–78, 2000.
- [90] Di. Stoyan, W.S. Kendall, and J.Mecke. Stochastic Geometry and its Applications. Jhon Wiley & Sons, 1995.
- [91] R.E. Sánchez-Yáñez, E.V. Kurmyshev, and F.J. Cuevas. A framework for texture classification using the coordinated clusters representation. *Pattern Recognition Letters*, 24(1-3):21–31, 2003.
- [92] J. Torres and S.O. Infante. Wavelet analysis for the elimination of striping noise in satellite images. *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, 40:1309 – 1314, 2001.
- [93] I. Tsai and D. Tseng. Segmentation of multispectral remote-sensing images based on Markov random fields. *Geoscience and Remote Sensing*, 1997. IGARSS '97. *Remote Sensing - A Scientific Vision for Sustainable Development.*, 1997 IEEE International, 1:264–266, 1997.
- [94] Ge. Winkler. Image Analysis, Random Fields and Markov Chain Monte Carlo Methods - A Mathematical Introduction. Springer, 2006.
- [95] WolframMathWorld. Anova. http://mathworld.wolfram.com/.
- [96] B. Yue and D.A. Clausi. Sea ice segmentation using Markov random fields. Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2001. IGARSS '01. IEEE 2001 International, 4:1877–1879, 2001.

Apéndice A

Descomposición de Wold

La aplicación para obtener los componentes fue desarrollada en MATLAB 7.1 (ver Fig. A.1).

En estos experimentos se analiza el componente estructural para determinar a partir de él la geometría que se modelará dentro de los procesos puntuales marcados. Por otra lado, el componente estructural junto con el componente estocástico sirven de ayuda para modelar la textura dentro de los modelos MRF.

A.1. Algunos resultados experimentales

El objetivo de estos experimentos es relacionar la geometría modelada en [68, 69] para detección de corona de árbol, con la geometría observada en el componente estructural de la descomposición de Wold. También, se busca establecer una metodología para determinar automáticamente la geometría de coberturas de vegetación en imágenes satelitales.

El tamaño de las imágenes satelitales usadas en los experimentos es variable y estas son procesadas en escala de grises.

En un proceso puntual marcado frecuentemente la corona de árbol es modelada por medio de círculos y elipses. Las Figs. A.2b y A.2f muestran el componente estructural obtenido de la imagen aérea procesada en [68, 69] (ver Figs. A.2a y A.2e). La geometría encontrada mediante el componente estructural son círculos al igual que la geometría modelada por Perrin (Fig. A.2c, A.2g). Al componente estructural obtenido se le aplicó un filtro para mejorar el contraste.



Figura A.1: Interfaz: Descomposición de Wold.

Si se obtuviera el borde de los objetos observados o se realizara una inspección visual podríamos determinar la geometría, sin embargo, en texturas estocásticas la textura no es tan obvia. Las Figs. A.2d y A.2h muestran los bordes de los objetos obtenidos a partir de la imagen original. Puede ser visto que el componente estructural es mas similar a la geometría modelada que los bordes de los objetos encontrados. La Fig. A.3b muestra las elipses encontradas en una imagen CIR (Color Infrared). Las Figs. A.3d y A.3f muestran la geometría encontrada en una imagen satelital de alta resolución, en este caso se trata de círculos y triángulos.



Figura A.2: a,e)original b,f)comp. estructural c,g)geometría modelada d,h)bordes.



Figura A.3: a), c) y e) imagen original, b) d) y f) componente estructural.

Apéndice B

Análisis de varianza - ANOVA

Para realizar las pruebas de significancia se empleó el análisis de varianza ANOVA [95].

$$SST = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - y')^2$$
(B.1)

$$SSA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} \{\sum_{j=1}^{n} y_{ij}\}^2 - \frac{1}{Kn} \{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}\}^2$$
(B.2)

$$SSE = SST - SSA \tag{B.3}$$

donde n es el número de observaciones, K las muestras, y_{ij} es la j-ésima observación de la muestra i, y' es la media de medias.

$$MSA = \frac{SSA}{K-1} \tag{B.4}$$

$$MSE = \frac{SSE}{K(n-1)} \tag{B.5}$$

$$F = \frac{MSA}{MSE} \tag{B.6}$$

B.1. Estadísticas calculadas

Estadísticas calculadas para cada análisis de varianza

RESUMEN					
Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varinza	
TS-MRF/TEF	13	1075.47	82.728	209.84	
MRF-FUS	13	925.33	71.17	123.68	
ANÁLISIS DE VARIANZA					
Origen de	Suma de	Grados de	Promedio de	F	
las variaciones	cuadrados	libertad	los cuadrados		
Entre grupos	867	1	867	5.2	
Dentro de grupos	4002.35	24	166.76		
Total	4869.35	25			
Valor crítico para F 4.26					

Tabla B.1: Estadísticas para los modelos TS-MRF/TEF y MRF-FUS.

Tabla B.2: Estadísticas para los modelos TS-MRF y MRF-FUS.

RESUMEN					
Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varinza	
TS-MRF	13	1059.66	81.51	249.8	
MRF-FUS	13	925.33	71.18	123.69	
ANÁLISIS DE VARIANZA					
Origen de	Suma de	Grados de	Promedio de	F	
las variaciones	cuadrados	libertad	los cuadrados		
Entre grupos	694.02	1	694.02	3.71	
Dentro de grupos	4481.82	24	186.74		
Total	5175.84	25			
Valor crítico para F 4.26					

RESUMEN					
Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varinza	
TS-MRF	13	1059.66	81.51	249.79	
TS-MRF/TEF	13	1075.47	82.72	209.84	
ANÁLISIS DE VARIANZA					
Origen de	Suma de	Grados de	Promedio de	F	
las variaciones	cuadrados	libertad	los cuadrados		
Entre grupos	9.61	1	9.613	0.0418	
Dentro de grupos	5515.709	24	229.82		
Total	5525.32	25			
Valor crítico para F 4.26					

Tabla B.3: Estadísticas para los modelos TS-MRF y TS-MRF/TEF.

Tabla B.4: Estadísticas para los modelos ISODATA, TS-MRF y TS-MRF/TEF.

RESUMEN					
Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varinza	
TS-MRF/TEF	5	203.97	40.79	795.12	
ISODATA	5	131.65	26.33	892.58	
TS-MRF	5	184.41	36.88	1040.39	
ANÁLISIS DE VARIANZA					
Origen de	Suma de	Grados de	Promedio de	F	
1					
las variaciones	cuadrados	libertad	los cuadrados		
Entre grupos	cuadrados 559.759	libertad 2	los cuadrados 279.87	0.31	
Entre grupos Dentro de grupos	<i>cuadrados</i> 559.759 10912.42	libertad 2 12	<i>los cuadrados</i> 279.87 909.36	0.31	
Entre grupos Dentro de grupos Total	<i>cuadrados</i> 559.759 10912.42 11472.18	<i>libertad</i> 2 12 14	<i>los cuadrados</i> 279.87 909.36	0.31	

Apéndice C

Energía Posterior

$$\begin{aligned} x_{MAP} &= argmax_{x}p(x|y) \\ &= argmax_{x}p(y|x)p(x) \\ &= argmax_{x}\ln p(y|x)p(x) \\ &= argmax_{x}\ln p(y|x) + \ln p(x) \\ &= argmax_{x}\ln \prod_{s\in S} p(y_{s}|x_{s}) + \ln \left[\frac{1}{Z}\exp\left[-U(x)\right]\right] \\ &= argmax_{x}\sum_{s\in S}\ln\left[\frac{1}{2\pi^{B/2}|\sum_{k}|^{1/2}}\exp\left[-\frac{1}{2}(y_{s}-\mu_{x_{s}})^{T}(\sum_{k})^{-1}(y_{s}-\mu_{x_{s}})\right]\right] \\ &+ \ln\left[\frac{1}{Z}\exp\left[-\left(\sum_{s\in S}\left(\alpha_{s}x_{s}+\sum_{r\in X_{\eta(s)}}\beta_{sr}x_{s}x_{r}\right)\right)\right)\right]\right] \\ &\text{donde } p(y_{s}|x_{s}) \text{ definida como en 4.5 y } U(x) \text{ definido como en 4.1} \\ &= argmax_{x}\sum_{s\in S} -\left[\ln 2\pi^{B/2}|\sum_{k}|^{1/2} + \frac{1}{2}(y_{s}-\mu_{x_{s}})^{T}(\sum_{k})^{-1}(y_{s}-\mu_{x_{s}})\right] \\ &-\left[\ln Z + \left[\sum_{s\in S}\left(\alpha_{s}x_{s}+\sum_{r\in X_{\eta(s)}}\beta_{sr}x_{s}x_{r}\right)\right]\right] \\ &= argmin_{x}\sum_{s\in S}\left[\ln 2\pi^{B/2}|\sum_{k}|^{1/2} + \frac{1}{2}(y_{s}-\mu_{x_{s}})^{T}(\sum_{k})^{-1}(y_{s}-\mu_{x_{s}})\right] \\ &+ \ln Z + \left[\sum_{s\in S}\alpha_{s}x_{s}+\sum_{s\in S}\sum_{r\in X_{\eta(s)}}\beta_{sr}x_{s}x_{r}\right] \end{aligned}$$
(C.1)

Apéndice D

Publicaciones

- E. D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. Reference Fields Analysis of a Markov Random Field Model to Improv Image Segmentation. SOMETIDO A Journal of Applied Reseach and Technology (JART).
- E. D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. Markovian Segmentation Using Texture Models. SOMETIDO A Image and Vision Computing Journal – ELSE-VIER.
- E. D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. A Method Based on Tree-Structured Markov Random Field and a Texture Energy Function for Classification of Remote Sensing Images. Workshop on Computational Advances in Processing Remote Sensing Imagery CASI'2008, part of the 5th International Conference CCE'2008, IEEE Catalog Number: CFP08827 - CDR, ISBN: 978-1-4244-2499-3, pp. 540-544.
- E. D. López-Espinoza and L. Altamirano-Robles. Deterministic Component of 2-D Wold Decomposition for Geometry and Texture Descriptors Discovery. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4756, Springer Verlag, 2007, ISSN: 0302-9743, pp. 241-250.

Reportes técnicos

 E. D. López-Espinoza, L. Altamirano-Robles. Segmentación Markoviana Usando Modelos de Textura. Reporte Técnico No. CCC-09-002, Departamento de Ciencias Computacionales - INAOE.

- E. D. López-Espinoza, L. Altamirano-Robles. Componente Determinista de la Descomposición de Wold 2-D para Obtener Descriptores de Textura y Descubrir Geometría. Reporte Técnico No. CCC-07-001, Coordinación de Ciencias Computacionales.
- E. D. López-Espinoza, L. Altamirano-Robles, J. F. Martínez. Clasificación de Coberturas de la Tierra en Imágenes de Satélite Multiespectrales Empleando Algoritmos de Votación, LabViII-2005, Laboratorio de Visión por Computadora, INAOE.

Tesis dirigidas

 Omar Oscar Vazquez Aldama. Sistema Base para la Clasificación de Imágenes Satelitales Multiespectrales. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Ingeniería en Ciencias de la Computación, 26/05/08. Asesores: M. en C. Erika Danaé López-Espinoza y Dr. Manuel Martín Ortíz.