



**I
N
A
O
E**

Identificación Ciega de Canal Disperso Basado en Algoritmos de Sub-espacio

Por

Nicthe Nataly Jiménez Castro Martínez

Tesis sometida como requerimiento parcial para

Obtener el grado de

Maestra en Electrónica

Coordinación de Electrónica

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Tonantzintla, Puebla, 72840, México

Julio 2016

Asesores:

Dra. Gordana Jovanovic Dolecek

Dr. Alfonso Fernández Vázquez

INAOE, México

©INAOE 2016.

Todos los derechos reservados.

El autor otorga al INAOE permiso para reproducir y para distribuir copias de esta propuesta de doctorado en su totalidad o en partes.



Nicthe Nataly Jiménez Castro Martínez

Esto se lo dedico a mi mamá María del Rosario Martínez Elorriaga que me enseñó a tener fortaleza y empeño para buscar mis sueños, te amo y nunca dejare de dedicarte mis sueños, mi vida. A donde tu estés, a pesar de no verte en 16 años, esto es tuyo mi ángel, te amo.

A mi esposo que me ayudo en todo momento, por los nuevos sueños que buscaremos juntos, pero sobre todo por nuestra familia que estamos formando, muchas gracias señor Sandy Rodriguez Garcia, te amo mi amor. También a mi papá Jose Nicolas Jimenez Castro Turcio que siempre busco la forma para que yo siguiera este camino, muchas gracias papá te amo mucho. Y a mis hermanos que siempre están conmigo, son todo para mi.

Agradecimientos

Quiero expresar primero mi agradecimiento y la enorme admiración a mi directora de tesis, la investigadora Gordana Jovanovic Dolecek por su excelente orientación, apoyo desde un inicio y paciencia durante este tiempo de mi maestría, no sólo me ha enseñado la excelente forma y disciplina de enseñar a sus estudiantes, sino también el mérito que la doctora tiene por luchar por las cosas correctas. Ella en todos los aspectos es una gran maestra y me siento muy agradecida por todo.

También me gustaría dar las gracias a mi profesor y tutor de tesis el Dr. Alfonso Fernández Vázquez por su esfuerzo, paciencia y dedicación en la realización de esta tesis. Le agradezco de manera muy sincera todo el esfuerzo y tiempo que ocupó conmigo para esta tesis.

A mis profesores del INAOE por toda la ayuda y el apoyo que me han brindado durante estos dos años, por la enseñanza que nos dan a los estudiantes del Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica.

A Sandy Rodríguez García por ser autor intelectual de poder llegar hasta aquí, darme ánimo, fortaleza y apoyo. Y por ser un maravilloso hombre, te amo.

A mi hermano Juan Manuel Jiménez Castro Martínez que se caracteriza por ser un gran hombre y padre, gracias por siempre tener tu apoyo para que yo pudiera estar aquí, muchas gracias por todo, eres de las personas que más amo y admiro.

Le quiero agradecer a dos personas que sin conocerme ya me ayudaban como la familia que ahora somos, mis suegros Lucía García Toledo y Santo Rodríguez Abstengo y por su apoyo y consejos en todo este tiempo, muchas gracias, los quiero mucho.

A todos los que de una forma u otra me han brindado su ayuda.

Abstract

In this thesis we address the problem of blind channel identification on condition of sparse channel. We rely on proposals for blind identification methods for subspace channels, focused on precoders filters redundant with utility blind channel identification, as well as the equalization of FIR channels. Unlike previous approaches for blind channel identification, our proposed includes identifying the scattered channels and uses the L_1 norm. The results show that the performance of the proposed method exceeds that of the approaches proposed by the authors on study, under conditions of dispersed channel approaches.

Resumen

En esta tesis se aborda el problema de la identificación del canal ciego con la condición de canal escaso. Nos basamos en las propuestas de los métodos de identificación ciego sub-espaciales, con filtros precodificadores redundantes para la identificación de canal ciego, así como la ecualización de canales FIR. A diferencia de los enfoques anteriores para la identificación de canal ciego, la propuesta de esta tesis incluye la identificación de los canales dispersos y utiliza la norma l_1 . Los resultados muestran que el rendimiento del método propuesto es mejor que los enfoques propuestos por los autores en estudio, para las condiciones de canales dispersos.

Índice general

Índice de figuras	VIII
Índice de Tablas	IX
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	3
1.2. Justificación	5
1.3. Nuestra solución propuesta	6
1.4. Objetivos	6
1.5. Metodología	7
1.6. Aportaciones	8
1.7. Revisión de sistemas <i>multi-frecuencia</i>	8
1.7.1. Bloques <i>Multi-frecuencia</i>	9
1.7.2. Descomposición Polifásica	11
1.7.3. Sistemas MIMO	13
1.7.4. Banco de filtros de análisis y bancos de filtros de síntesis	14
1.7.5. Transmultiplexores	17
1.8. Sistemas OFDM	19
1.9. Respuesta en frecuencia del canal	20
1.10. Canal <i>no ciego</i>	22
1.10.1. Estimación de canal iterativo	24
1.10.2. Estimación de canal MIMO de OFDM	24
1.11. Canal <i>ciego</i>	25
1.11.1. Estimación de canal <i>ciego</i>	27
1.11.2. Estimación de canal <i>ciego</i> usando precoder redundante lineal	28
1.12. Revisión de señales dispersas	28
1.12.1. Algoritmos	29
1.13. Soluciones existentes	30
1.13.1. Método [1]	31
1.13.2. Método [2]	31

1.13.3. Método [3]	33
2. Propuesta	37
2.1. Algoritmo de estimación de canal <i>ciego</i> disperso	37
2.2. Método propuesto	42
2.3. Método de optimización	43
2.3.1. Algoritmos	45
2.3.2. Comparación de algoritmos de reconstrucción	49
3. Resultados Obtenidos	51
3.1. Descripción	51
3.1.1. Simulaciones BER	54
3.1.2. Canal Normalizado MSE	57
4. Conclusiones y trabajo a futuro	63
4.1. Conclusiones	63
4.2. Trabajo a Futuro	64
Artículo Derivado de la Tesis	69

Índice de figuras

1.1. Ecualizador ciego.	4
1.2. Señal continua (analógica) y muestras de la señal.	8
1.3. Diagrama expander.	9
1.4. Ejemplo de entrada-salida del expander para $N=2$ de [4].	10
1.5. Decimador de factor M	10
1.6. Ejemplo de input-output de la señal para $M=3$ de [4].	11
1.7. Una señal $x(n)$ con componentes polifásicas para $k=3$	12
1.8. Diagrama a bloques de componente polifásicas.	13
1.9. Bloqueo-Desbloqueo de una señal $x(n)$	13
1.10. Sistema de comunicación digital por bloques.	14
1.11. Un banco de filtros de análisis simplificado con el uso de la segunda identidad noble.	15
1.12. Forma polifásica Tipo 1 del bloque de análisis.	16
1.13. Componentes polifásicas del filtro de síntesis.	16
1.14. Un banco de filtros de receptor, simplificación con el uso de la primera identidad noble.	17
1.15. Sistema de transmisión MIMO de forma polifásica [3].	18
1.16. Banco de filtro <i>Multi-velocidad</i> general.	18
1.17. Estructuras básica de transmultiplexor	19
1.18. Sistema piloto a) PA-CE b) DD-CE (obtenido de [5]).	23
1.19. Sistema de transmisión en tiempo discreto.	25
1.20. Ejemplos de algoritmos para detección compresivo.	30
2.1. Estructura MIMO-OFDM (obtenido de [5]).	38
2.2. Diagrama de flujo del sistema.	44
3.1. BER para el metodo [1].	52
3.2. BER para el método [2].	52
3.3. a) Coeficientes de canal. b) Estimación de coeficientes de canal del método general [3].	53

3.4. a) Coeficientes de canal. b) Estimación de coeficientes de canal propuesto por nosotros.	53
3.5. Gráfica BER de método [3] y propuesta de esta tesis con Co- SaMP. a) $J=2$ y $Q=10$ b) $J=10$ y $Q=2$	54
3.6. Gráfica BER de método [3] y nuestra Propuesta con OMP. a) $J=2$ y $Q=10$ b) $J=10$ y $Q=2$	55
3.7. Gráfica BER de método [3] y nuestra Propuesta con SP. a) $J=2$ y $Q=10$ b) $J=10$ y $Q=2$	56
3.8. Razón de error de bit con CoSaMP.	56
3.9. Error de estimación de canal cuadrático medio con CoSaMP.	58
3.10. Error de estimación de canal cuadrático medio con OMP.	58
3.11. Error de estimación de canal cuadrático medio con OMP.	59
3.12. Resultados de BER y MSE de1 método [3] y nuestra Propuesta con BP. a) gráfica BER b) gráfica MSE.	59
3.13. Resultados de BER y MSE de1 método [3] y nuestra Propuesta con CoSaMP. a) gráfica BER b) gráfica MSE.	60

Índice de tablas

1.1. Características de trabajos relacionados.	35
--	----

Capítulo 1

Introducción

En sistemas de comunicación digital, en procesamiento de señales digitales (DSP: Digital Signal Processing por sus siglas en ingles) juega un papel primordial en la ecualización y estimación de canal rápidamente variable. Las técnicas de estimación de canal para sistemas de multiplexación por división de frecuencias ortogonal (OFDM: Orthogonal Frequency Division Multiplexing por sus siglas en ingles) puede agruparse en dos categorías principales: *ciego* y *no ciego*. El mas popular es el método *no ciego* en base a portadoras pilotos, con dos métodos básicos: estimación de canal por decisión dirigida y estimación de canal por piloto asistida (DD-CE y PA-CE: Decision-Directed Channel Estimation and Pilot-Assisted Channel Estimation por sus siglas en ingles respectivamente) la precisión de la estimación puede ser mejorada mediante el aumento de la densidad de pilotos, sin embargo, esto introduce sobrecarga de pilotos y por consecuencia se reduce la eficiencia espectral.

El método de estimación de canal *ciego* enfocado en procesos estadísticos con alto nivel matemático, presenta grandes mejoras con respecto a la eficiencia espectral, sin embargo, no es frecuentemente utilizado en la actualidad a cambio del método *no ciego*, debido a su alta complejidad, velocidad lenta para converger, bajo rendimiento.

En esta tesis se trabaja con estimación de canal *ciego* disperso, se busca aprovechar el ancho de banda pero con un algoritmo de estimación de canal *ciego* capaz de estimar canales rápidamente variables. Nosotros consideramos canales dispersos, lo cual, se complementará con algoritmos de recuperación disperso, de esta forma se busca obtener la menor cantidad de información que se requiere para estimación *ciego* disperso.

Los estimadores *ciegos* se basan en modelar canales variables en el tiem-

po con banco de filtros con respuesta al impulso finito (FIR: Finite Impulse Response en sus siglas en ingles) variable en tiempo. Así, sus trayectorias del canal serán desconocidos para el receptor con comportamiento aleatorio, cuyas trayectorias deben ser estimados. El canal variable en tiempo se estima aplicando técnicas de estimación de *canal ciego* con precodificador redundante lineal con la técnica de relleno de ceros (ZP: Zero Padding por sus siglas en ingles) para el precodificador, para así el ecualizador en un bloque receptor pueda estimar el canal con procesos matemáticos.

Comúnmente en DSP se utilizan bancos de filtros multi-frecuencia, con el fin de descomponer una señal discreta en tiempo con un conjunto de componentes de menor tasa llamadas sub-bandas en la parte transmisora para después en la parte receptora se tengan bancos de filtro para recuperar la señal original de forma retrasada. Además, los bancos de filtro multi-frecuencia tienen un dual llamado transmultiplexores.

También los sistemas de comunicaciones sufren varios problemas debido principalmente a desvanecimientos multi-trayecto. Con la selección en frecuencias desvanecida provoca que los coeficientes del canal sean ignorados para el receptor y teniendo en cuenta comportamientos dispersos naturales por algunos sistemas de comunicación como sistemas acuáticos submarinos.

En la historia de los métodos ciegos desde principios de los años 80 [6] se han realizado diferentes propuestas en varios tipos de sistemas de comunicación. Gran parte de estos métodos tienen varias complicaciones como convergencia lenta y alta complejidad debido a la necesidad de tener un alto porcentaje de datos para producir una estimación con criterios que presenten buenos resultados. A medida que se realizan más investigaciones en base a la utilización de precoder redundante en el bloque de transmisión se ha vuelto más popular la investigación sobre canales ciegos, aun más con la implementación sobre sistemas OFDM [7][8].

En sistemas de comunicación, el canal se representa normalmente con características de ser un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI: Linear Time Invariant por sus siglas en ingles), FIR y casual [9]. Sin embargo, varias áreas de sistemas de comunicación presentan variaciones en el tiempo debido a la disparidad del retardo del canal [10]. La respuesta que presentan algunos sistemas con variación de canal rápido, vuelve estos sistemas lineales pero variantes en el tiempo.

La función que tienen los estimadores ciegos es lograr una estimación

adaptativa a las variaciones que sufren algunos sistemas de comunicación. También se vuelve un problema el tiempo requerido que los algoritmos de estimación requiere para dar óptimos resultados. Por tanto se vuelve una batalla de investigar sobre estimadores que puedan arrojar buenas estimaciones de los coeficientes de las trayectorias del canal para que así se pueda recuperar los símbolos transmitidos con ayuda de ecualizadores.

Los primeros desarrollos de sistemas de estimación ciego en sistemas señal-entrada señal-salida (SISO: Signal-Input-Output Signal en sus siglas en ingles) se realizan a finales de los años 70 [6]. La mayoría de los primeros desarrollos de métodos ciegos se basan en algoritmos adaptativos [10]. Estos primeros algoritmos en general, comparten los siguientes inconvenientes.

- La convergencia de los algoritmos de adaptación depende de los valores iniciales de los parámetros del ecualizador.
- Inaplicable en entornos variables en el tiempo, debido que la cantidad de los datos recibidos solía ser muy grande, lo que conlleva a tener convergencia lenta en los algoritmos de estimación.
- Limitantes en sistemas prácticos debido a la complejidad computacional.

En los estudios más recientes se enfocan a sistemas multi-entreda multi-salida (MIMO: Multi-Input Multi-Output por sus siglas en ingles) con OFDM, ya que representa disminución de interferencia. Cuando se ocupa una sola portadora a una velocidad k el tiempo de símbolo se vuelve pequeño a razón que crece la velocidad de transmisión k . Provoca que el retardo de dispersión sea comparable o mayor que el tiempo de símbolo, así se concluye que el sistema tendrá interferencia inter-símbolo (ISI: Inter-Symbol Interference por sus siglas en ingles). Para combatir esta distorsión en dominio del tiempo y su equivalente en dominio de frecuencia desvanecimiento de multi-frecuencia se implementan sistemas OFDM ya que se resuelve el problema aumentando el tiempo de símbolo al disminuir la frecuencia k/N (k entre el numero de sub-portadoras) [8], de esta forma se obtiene el tiempo de símbolo mayor que el tiempo de dispersión de retardo. En la siguiente sección se describirá la propuesta y bases de esta tesis.

1.1. Planteamiento del problema

En sistemas de comunicación digital la ecualización de canal y la estimación son indispensables para establecer un enlace de comunicación. Se puede

realizar por los métodos siguientes:

- **Método *no ciego***: son basados en portadoras piloto PA-CE y DD-CE, es decir, ambas con la inserción de sub-portadoras piloto [11].
- **Método *ciego***: se realiza con la estimación con procesos matemáticos del ecualizador ciego como se muestra en la Fig. 1.1, cuentan con una mejor eficiencia de ancho de banda [3] y [12].

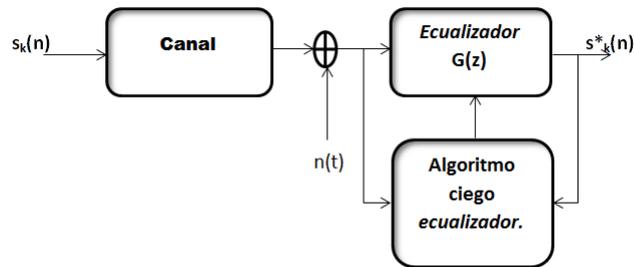


Figura 1.1: Ecualizador ciego.

En el método *ciego*, los autores proponen en [1] y [2] técnicas de estimación ciega aplicando precoder con redundancia lineal en comparación de las propuestas de los problemas padecidos en la estimación de canal convencional. Sin embargo, persisten problemas como convergencia lenta, alto nivel de complejidad, etc.. Por tanto, provoca que sean métodos inaplicables para sistemas modernos con canales variables rápidamente, por ello persisten métodos *no ciegos*, que gastan gran cantidad de ancho de banda para poder lograr una estimación óptima de canal. Sin embargo, existen propuestas de mejorar la convergencia lenta que presentaban las propuestas anteriores, además disminuir la complejidad computacional. Así el método [3] propone involucrar sistemas de canales *ciegos* a sistemas modernos con canales variables rápidamente.

Esta propuesta [3] tiene grandes desventajas al fijarnos en sistemas con alto nivel de dispersidad, estas desventajas se ven reflejadas en la razón de error de bits (BER: Bit Error Rate por sus siglas en inglés) y el error cuadrático medio (MSE: Mean Square Error con sus siglas en inglés). Por tanto, es una propuesta eficiente para aplicar en sistemas modernos pero con comportamiento denso, por lo que en esta tesis se plantea el problema a resolver de la estimación ciega para canales con condición disperso.

1.2. Justificación

En las investigaciones recientes se presentan aportaciones para canales *ciegos* que pueden ser aplicados a sistemas modernos [2] [3] [13]. Conlleva a analizar y mejorar dichas técnicas con el fin de aprovechar al máximo el ancho de banda. Debido a sistemas de comunicación que a menudo sufren problemas debido a desvanecimiento por trayectos múltiples que hace que los canales selectivos en frecuencia no sean ideales. Por consecuencia, los coeficientes de canal son a menudo desconocidos para el receptor. Por esto conlleva a realizar estimación de canal, antes de recuperar la información transmitida. Por tanto, la estimación de canal se vuelve un tema primordial para sistemas digitales de comunicación.

Los métodos *ciegos* han sido durante mucho tiempo de gran interés debido a las exigencias modernas de aumentar las tasas de transmisión. En la literatura muchos métodos *ciegos* que aportan avances, sin embargo, muchos presentan procesos con alta densidad de memoria para acumular información que permiten presentar una estimación óptima, pero por consecuencia no brindan alta velocidad de ejecución que requieren sistemas modernos con canales variables rápidamente. Lo cual, el artículo [3], presenta disminución de memoria en la acumulación de información de datos, significa aumentar la velocidad de ejecución para poder trabajar con canales variables rápidamente y disminuye la complejidad del proceso de estimación. Por tanto, en esta tesis se cree indispensable requerir a esta técnica para estimar el canal aprovechando al máximo el ancho de banda.

Sin embargo, se tienen que tomar en cuenta sistemas de comunicaciones que se comportan con alto nivel de dispersidad, como es el caso de redes acuáticas submarinas [14], ya que como en este caso son redes de comunicación que transmiten elevadas tasas de información, sin embargo, presentan un gran desafío para una comunicación efectiva, con grandes retrasos diferenciales y efectos Doppler significativos debido a las ondas internas, plataforma y la superficie del mar en movimiento, esto conlleva a tener altos niveles de dispersidad [11] [14]. Como consecuencia, también se tiene exigencias en aumentar la tasa de transmisión en sistemas actuales, por tanto como en este caso, se propone optimizar sistemas de canales *ciego* que permitan tener buena respuesta para señales dispersas. Debido a que esta condición de canal disperso ocurre en algunas áreas de DSP como son sistemas sub-marinos acuáticos, por tanto nuestra propuesta tiene gran impacto en el rendimiento de estos sistemas de comunicación que ocupan un porcentaje alto en la transmisión de información.

1.3. Nuestra solución propuesta

Conocer el canal en sistemas OFDM de comunicación es primordial para el diseño del receptor en sistemas OFDM, se realiza la estimación debido a los problemas presentados en la variación de tiempo y la selección de frecuencia. Este último provoca desvanecimiento del canal, por lo cual se requiere ajustar constantemente el proceso de estimación del canal con ayuda de la compensación por parte del ecualizador.

En el artículo [3], se plantea mejorar la identificación de canal *ciego* con dos parámetros principales: número de bloques receptores J y el número de repeticiones por bloque Q , se propone trabajar esta técnica ya que tiene dos parámetros primordiales para el mejoramiento de estimación de canal para sistemas modernos. Las repeticiones por bloque Q proporcionan mejores resultados en la estimación al aumentar el coeficiente Q , además que son parámetros Q y J independientes, tomando en cuenta sus restricciones.

Por tanto, proponemos abordar el problema del canal ciego bajo características de comportamiento de canal escaso. Nuestro enfoque está basado en una extensión de los métodos ciegos de identificación de canales sub-espaciales [1][2][3], bajo condiciones de canal disperso [15] [16].

1.4. Objetivos

Objetivo General

Resolver el problema de **estimación** de coeficientes de canal ciego bajo características de comportamiento de canal escaso.

Objetivos particulares

1. Aprovechar el ancho de banda con la técnica de estimación de canal *ciego*.
2. Obtener una mejora en relación de error de bits, en base a métodos de optimización disperso.
3. Disminuir la complejidad que representan métodos ciegos.

1.5. Metodología

Trabajar en el estado del arte en sistemas OFDM.

- Fundamentos de OFDM como son:
- En dominio del tiempo: Tiempo de guarda.
- Funciones básicas del receptor.
- *Equalization*.
- OFDM Símbolo.

Investigar las características de los sistemas OFDM y su relación con filtros multi-tasa como son:

- Destrucción de señales multibanda.
- El bloqueo y desbloqueo.
- Decimación e interpolación de forma polifásica.
- La transmisión de bancos de filtros o bancos de filtros de síntesis.
- El sistema transmultiplexor.

Investigar técnicas de estimación de canal:

- Método ciego.
- Método no ciego.

Trabajar en implementaciones OFDM usando software MATLAB.

- Simular en MATLAB gráficas BER y canal normalizado MSE.

Proponer una técnica de estimación de canal y su aplicación en sistemas OFDM:

- Abordar el problema de la identificación del canal ciego bajo condiciones de canal escasa. Nuestro enfoque es una extensión de los métodos ciegos de identificación de canales sub-espaciales para casos de canal disperso.

Proponer la implementación eficiente de la estimación de canal en sistemas digitales:

- En la técnica de estimación ciega comparar los algoritmos de recuperación de detección compresivo.

Análisis de los resultados.

- Comparar estimación de canal ciego con la optimización de algoritmos de recuperación: CoSaMP, OMP, SP y BP.

Publicar resultados.

Se escribió artículo para la conferencia: IEEE MWSCAS 2016, con el título:

- N. N. Jiménez Castro Martínez, Dr. A. Fernández Vázquez y Dra. G. Jovanovic Dolecek “Blind Sparse Channel Identification Using Subspace-Based Algorithm”, *MWSCAS 2016*. (aceptado)

1.6. Aportaciones

Nuevo algoritmo para la identificación de canal ciego, el cual se presenta en mas detalles en el Capítulo 2.

1.7. Revisión de sistemas *multi-frecuencia*

En DSP se tienen secuencias de señales provenientes comúnmente de muestrear señales continuas en tiempo. Estas secuencias en tiempo discreto son obtenidas por la señal $x(n) \triangleq x_c(nT)$ para $n \in \mathbb{Z}$ obtenida por procesos de muestreo uniforme [6], como se muestra un ejemplo en la Fig. 1.2. Para sistemas de comunicación esta señal será codificada.

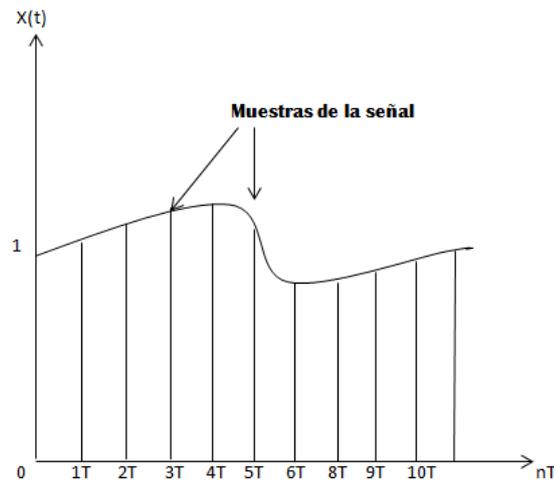


Figura 1.2: Señal continua (analógica) y muestras de la señal.

Para el análisis del procesamiento de señal en sistemas digitales comúnmente se utilizan representaciones de la señal $x(n)$ en transformada- z $X(z)$ y transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$. La transformada- z se define como:

$$X(z) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}. \quad (1.1)$$

En el caso de la transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$ puede ser obtenida como caso particular de $X(z)$ cuando z es evaluado en $z=e^{j\omega}$, asumiendo que tiene convergencia esta sumatoria:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad k=0,1,\dots,N-1. \quad (1.2)$$

1.7.1. Bloques *Multi-frecuencia*

En sistemas de procesamiento de señal *Multi-frecuencia* se consideran dos bloques principales: *decimador* y *expander* [4] [17], enfocados para alterar las muestras de la señal. El *expander* de factor N , es usado para incrementar la razón de muestras por un factor N , colocando $(N-1)$ ceros entre cada muestra, se define en el dominio del tiempo discreto por la relación de entrada-salida en la ec. (1.3).

$$y_e(n) = \begin{cases} x(n/N) & n=\text{multiplo de } N \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}. \quad (1.3)$$

Se puede representar N -*expander* como en la Fig. 1.3.

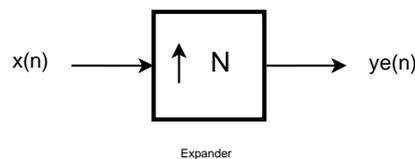


Figura 1.3: Diagrama expander.

En la Fig. 1.4 se muestra un ejemplo de *expander* con factor $N=2$.

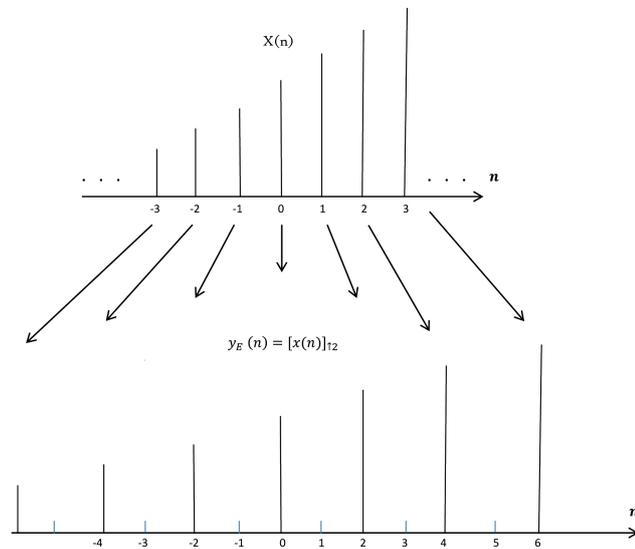


Figura 1.4: Ejemplo de entrada-salida del expander para $N=2$ de [4].

Para el *decimador* se muestra el caso contrario, decrece la razón de muestreo, por un factor M . Se muestra en la Fig. 1.5 el diagrama representativo y en la ec. (1.4) la relación de entrada y salida. En la Fig 1.6 se muestra un ejemplo para el caso donde el factor $M=3$ [18].

$$y_d(n) = x(Mn). \quad (1.4)$$

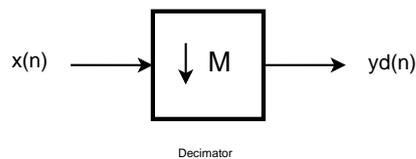


Figura 1.5: Decimador de factor M .

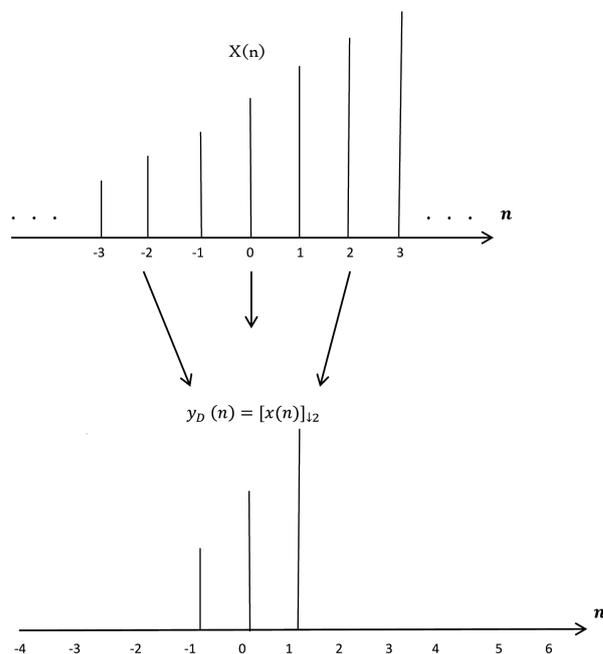


Figura 1.6: Ejemplo de input-output de la señal para $M=3$ de [4].

La representación en dominio z de las relaciones de input-output tanto para el *expander* como el *decimador* se representan en las ecuaciones (1.5) y (1.6) respectivamente [19].

$$Y_E(z) = | X(z) |_{\uparrow N} = X(z^N) \quad (\text{Expander} - N). \quad (1.5)$$

$$Y_D(z) = | X(z) |_{\uparrow M} = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(z^{\frac{1}{M}} W_M^k) \quad (\text{Decimator} - M), \quad (1.6)$$

donde $W_M \triangleq e^{-j\frac{2\pi}{M}}$. Para dominio de frecuencia el espectro de la señal *expander* se comprime N veces con $(N-1)$ copias desplazadas llamadas *imagen*. En el caso del *decimador* es escalado por $1/M$ con $(M-1)$ componentes *alias*.

1.7.2. Descomposición Polifásica

La descomposición polifásica representa una forma factorizada de la respuesta al impulso $h(n)$ o en dominio de frecuencia del canal $H(z)$. Es decir, es

una manera alternativa de representar el canal, tiene mejor respuesta que un canal sin componentes polifásicas ya que ayuda a tener tasas mas bajas de la señal original. Con la factorización la señal de entrada se puede expresar como la suma de k entradas entrelazadas de las señales de tasa más baja. Fig. 1.7 muestra un ejemplo para $k=3$.

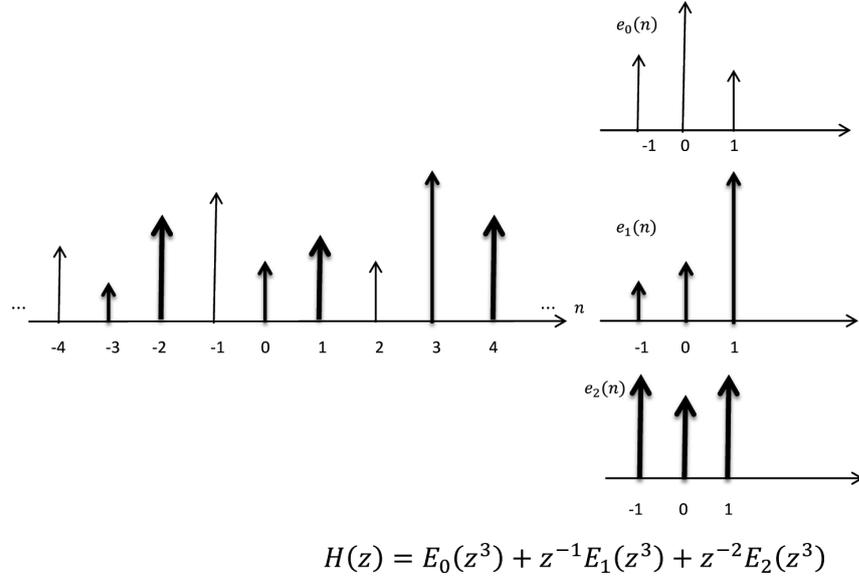


Figura 1.7: Una señal $x(n)$ con componentes polifásicas para $k=3$.

Su equivalente en polifásica **Tipo 1** es:

$$X(z) = \sum_{K=0}^{M-1} z^{-k} X_k(z^M) \quad (\text{Tipo } - 1), \quad (1.7)$$

donde $X_k(z)$ es la transformada z de la componente k th.

Además puede definirse como las componentes polifásicas **Tipo 2**:

$$X(z) = \sum_{K=0}^{M-1} z^k \widehat{X}_k(z^M) \quad (\text{Tipo } - 2), \quad (1.8)$$

donde $\widehat{X}_k(z)$ es la transformada z de $\widehat{x}_k(n) = x(Mn-k)$.

Aplicando descomposición polifásica se puede obtener la descomposición en **Tipo 1** y **Tipo 2** de la función de transferencia de $H(z)$, como se muestra

en la ec. (1.9). También en la Fig. 1.8 se muestran las componentes polifásicas.

$$H(z) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} R_k(z^M) & (\text{Tipo-1}) \\ \sum_{k=0}^{M-1} z^k E_k(z^M) & (\text{Tipo-2}) \end{cases} \quad (1.9)$$

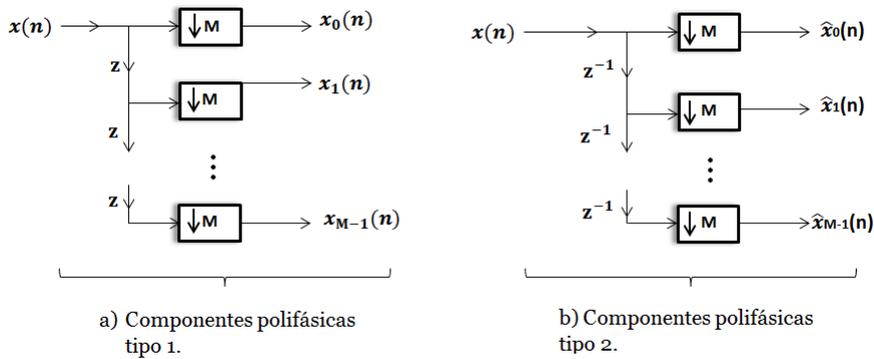


Figura 1.8: Diagrama a bloques de componente polifásicas.

Como ejemplo de operaciones básicas de bloques multi-frecuencia se utilizan operaciones bloqueo y desbloqueo para realizar conversiones de serie-paralelo y paralelo-serie como se muestra en la Fig. 1.9. Colocandolos en cascada los dos bloques se obtendrá la unidad.

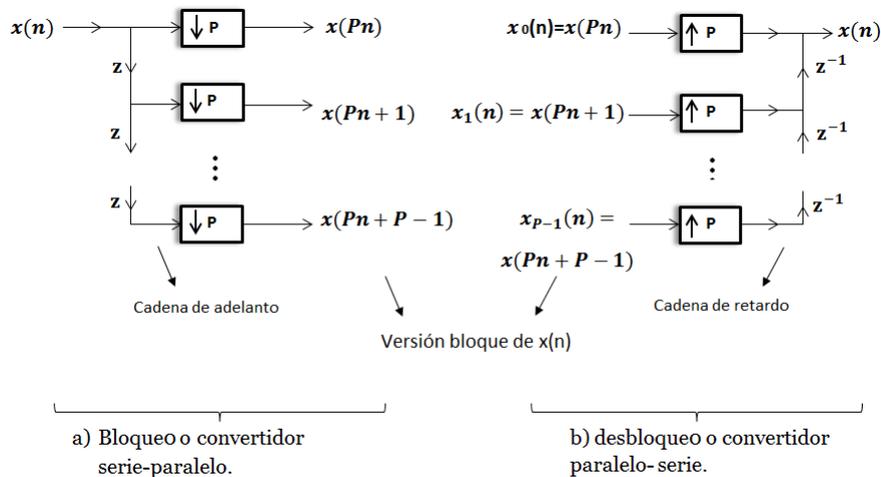


Figura 1.9: Bloqueo-Desbloqueo de una señal $x(n)$.

1.7.3. Sistemas MIMO

Los sistemas MIMO son caracterizados como se muestra en la Fig. 1.10, lo que corresponde a sistemas con altas razones de transmisión [7] [8] [11],

esto es debido gracias al sistema de MIMO de forma simultánea. Por tanto el flujo de datos MIMO es más abundante que sistemas SISO.

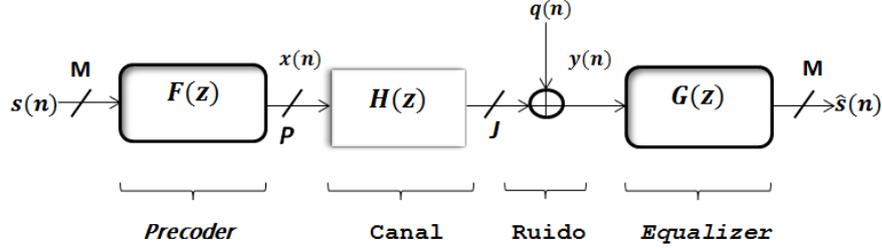


Figura 1.10: Sistema de comunicación digital por bloques.

La forma de transmitir los datos de símbolos comienza con la modulación de los símbolos binarios realizando la función de fuente para la entrada paralela al precoder. Este transforma la secuencia $s(n)$ a $x(n)$, tomando en cuenta que el canal tiene una agregación inevitable de ruido e interferencia, se le suma de forma matemática al sistema de ecuaciones matriciales para modelar el sistema MIMO [17] [20]. La señal obtenida en el receptor se muestra en la ec. (1.10). Se representa de forma vectorial para representar el sistema, $y(n)$ representa la señal receptora. Sin embargo, además se requiere utilizar un *post filter* o ecualizador, como se muestra en la ec. (1.11). El ecualizador tiene como función compensar el efecto del canal y disminuir el ruido producido por el canal.

$$y(n) = \sum_L^{k=0} h(k)x(n-k) + q(n). \quad (1.10)$$

$$s(n) = \sum_k g(k)y(n-k). \quad (1.11)$$

1.7.4. Banco de filtros de análisis y bancos de filtros de síntesis

En este sistema MIMO se ocupan M filtros de interpolación con una razón de interpolación P , lo cual $P > M$ debido a que el ancho de guarda agregado en P es comúnmente mayor. Además, los bancos de filtros se formaran con componentes polifásicas, caracterizando los filtros transmisores y receptores [9]. Por definición existen:

- Banco de filtros de análisis $\mathbf{F}(z)$. En las comunicaciones digitales, se usan bancos de filtros de transmisión, cual descompone la señal de la entrada en señales s_k [1] [6].
- Banco de filtro de síntesis $\mathbf{G}(n)$. Combina un conjunto de señales $s_k(n)$ en una sola señal $x(n)$ en la parte receptora [6].

Cada filtro \mathbf{F}_i es expresado de forma polifásica de **Tipo 1**. Su forma simplificada se muestra en la Fig. 1.11. También se expresa en las ec. (1.12) y (1.13), la representación matemática y vectorial respectivamente de los bancos de filtros de análisis [9].

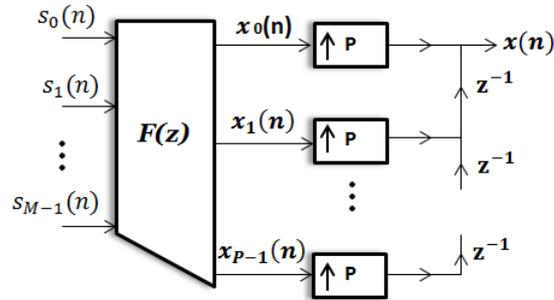


Figura 1.11: Un banco de filtros de análisis simplificado con el uso de la segunda identidad noble.

$$F(z) = \sum_{k=0}^{P-1} z^{-k} R_{km}(z^P), \quad (1.12)$$

$$[F_0(z), F_1(z), \dots, F_{M-1}(z)] = [1 \ z^{-1} \dots z^{-(P-1)}] \mathbf{R}(z^P). \quad (1.13)$$

Para facilitar el sistema que se quiere modelar se representa en forma matricial cada bloque del sistema OFDM. Se representa en componentes polifásicas el filtro de análisis como se muestra en la ec. (1.14) [9].

$$\mathbf{R}(z) := \begin{bmatrix} R_{0,0}(z) & R_{0,1}(z) \cdots & R_{0,M-1}(z) \\ R_{1,0}(z) & R_{1,1}(z) \cdots & R_{1,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ R_{P-1,0}(z) & R_{P-1,1}(z) \cdots & R_{P-1,M-1}(z) \end{bmatrix}, \quad (1.14)$$

El vector de entrada $\mathbf{s}(n)$ se filtra por la matriz $\mathbf{R}(z)$ para producir el vector de salida $\mathbf{x}(n)$, cuyos componentes están intercalados para producir la salida

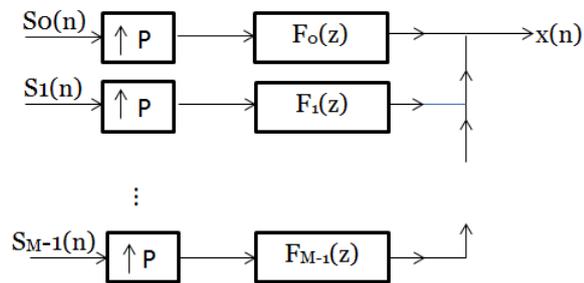


Figura 1.12: Forma polifásica Tipo 1 del bloque de análisis.

escalar $x(n)$. El banco de filtro receptor de síntesis puede igualmente ser expresado en componentes polifásicas, como se muestra en la Fig. 1.13 [6].

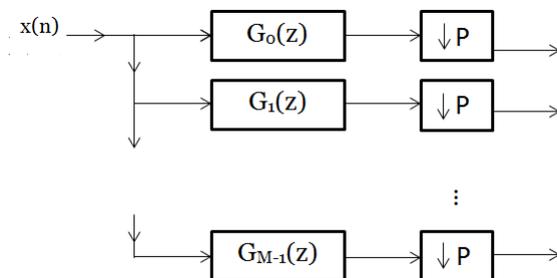


Figura 1.13: Componentes polifásicas del filtro de síntesis.

De manera simplificada para poder trabajar con su equivalente matricial es conveniente representarlo con ayuda de las identidades nobles a la forma que se muestra en la Fig. 1.14 [9].

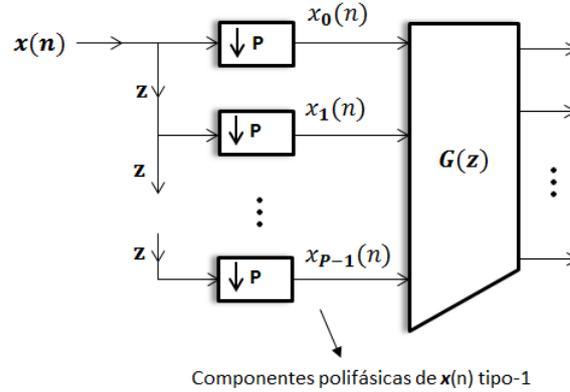


Figura 1.14: Un banco de filtros de receptor, simplificación con el uso de la primera identidad noble.

El ecualizador $\mathbf{E}(z)$ corresponde a la matriz de componentes polifásicas de acuerdo a las identidades nobles. De esta forma se puede crear su equivalente matricial para poder ser modelado en algoritmos de sistemas MIMO, como muestra en la ec. (1.15).

$$\mathbf{E}(z) = \begin{bmatrix} E_{0,0}(z) & E_{0,1}(z) & \cdots & E_{0,P-1}(z) \\ E_{1,0}(z) & E_{1,1}(z) & \cdots & E_{1,P-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{M-1,0}(z) & E_{M-1,1}(z) & \cdots & E_{M-1,P-1}(z) \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Para el caso del canal, la matriz se realiza de forma pseudocirculante, de forma que se contemplan los efectos del canal, por lo cual tanto la matriz de análisis como la de síntesis se modelaran de forma independiente al canal, en un sistema por bloques construido matricialmente [21]. El banco de filtros de análisis corresponde al bloque precoder y el banco de filtros de síntesis será igual al bloque ecualizador. El canal casual se considera tipo FIR, como se muestra en la siguiente Fig. 1.15 mostrando el sistema completo, dado que la entrada de canal $\mathbf{x}(n)$ produce salida $\mathbf{y}(n)$. Por la propiedad de la matriz llamada Toeplitz [1], se caracterizan por tener todos los elementos de las diagonales iguales, se puede obtener cualquier columna considerando un desplazamiento de la columna anterior.

1.7.5. Transmultiplexores

Los bancos de filtro *Multi-frecuencia* son utilizados para la descomposición de señales de una tasa alta a una tasa más baja llamadas sub-bandas.

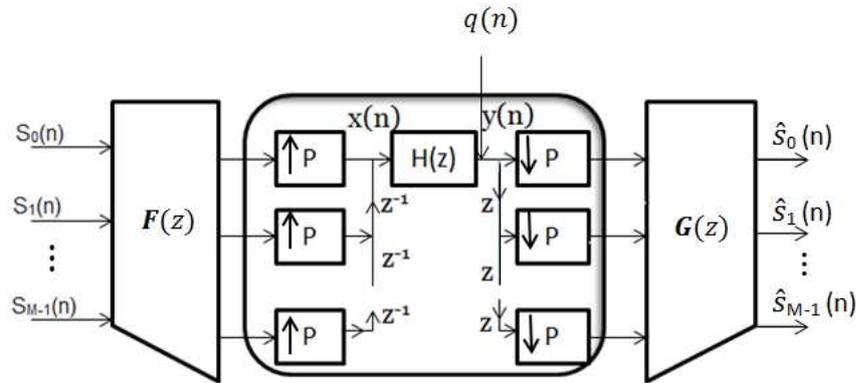


Figura 1.15: Sistema de transmisión MIMO de forma polifásica [3].

Son constituidos por los bancos de filtros de *análisis* y *síntesis* correspondientes a filtros de *decimador* y *interpolación* respectivamente. Las sub-bandas son procesadas para diferentes fines como la reconstrucción de la señal de entrada, compresión de datos y cuantización. Los bancos de *análisis-síntesis* constituyen a bancos *Multi-frecuencia* como se muestra en la Fig. 1.16 [6] [9].

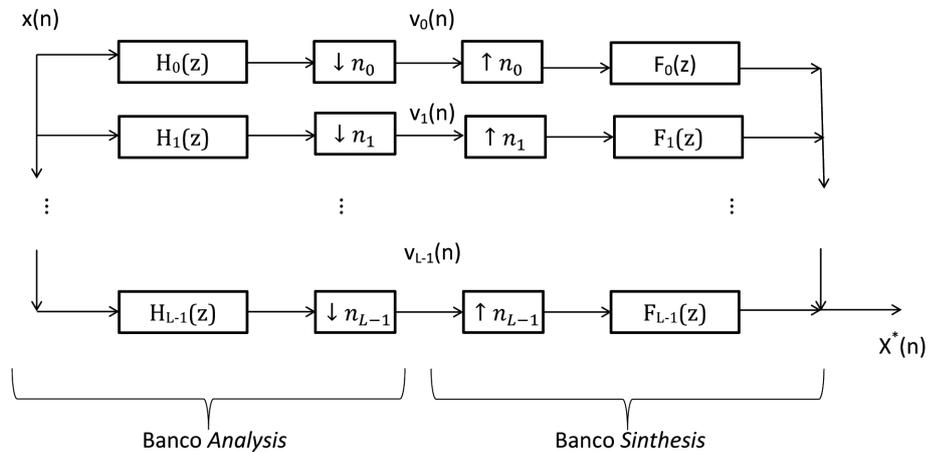


Figura 1.16: Banco de filtro *Multi-velocidad* general.

Para el caso de transmultiplexores se invierten los bancos de filtros *análisis-síntesis* con ayuda de las identidades nobles para mayor rendimiento en el sistema (aumento de *Multi-velocidad*), como se muestra en la Fig.1.17. Utilizados en mayor frecuencia en el área de comunicaciones digitales.

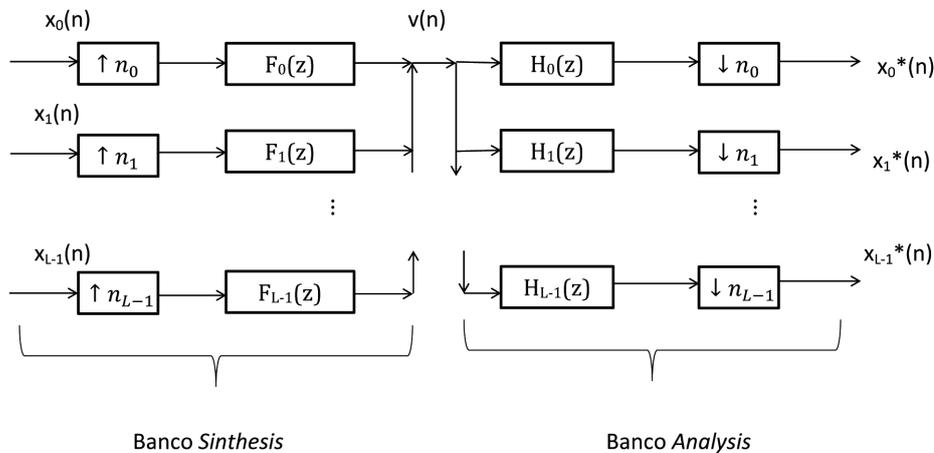


Figura 1.17: Estructuras básica de transmultiplexor

1.8. Sistemas OFDM

Los sistemas OFDM tienen como principal función descomponer el flujo de datos de alta velocidad (ancho de banda = W) en N flujos de datos de tasa más baja, de esta manera se transmitirá de forma simultánea sobre un número k de sub-portadoras. Tomando en cuenta que en función al número de sub-portadoras disminuye el ancho de banda individual, se considera cada sub-portadora con banda estrecha, además que en dominio de frecuencia se puede ver en su espectro que comparten espacio dado que se consideran las sub-portadoras ortogonales entre sí. Esta técnica tiene mayor rendimiento en aprovechamiento del ancho de banda para fluir una tasa de símbolos mayor, sistemas OFDM tienen mayor eficiencia espectral que el espectro en sistemas de acceso múltiple por división de frecuencia (FDMA: Frequency Division Multiple Access por sus siglas en inglés) por no compartir ancho de banda espectral [7] [8].

En sistemas de comunicaciones a donde los símbolos de datos múltiples son transmitidos simultáneamente usando sub-portadoras ortogonales, es necesario asignar un espacio en ancho de banda designado a la banda de guarda. Esto disminuye la eficiencia espectral, sin embargo ayuda a mitigar los efectos de ISI y interferencia inter-canal (ICI: Inter Channel Interference por sus siglas en inglés) [6].

Los símbolos de datos $s_i(n)$ son transmitidos en grupos de M símbolos pa-

ra después ser modulados, se transmiten los símbolos en tramas simultáneamente para pasar a través del precodificador, seguido del canal variante en el tiempo, para después recibir los símbolos a la salida del ecualizador .

Además por múltiple reflexión la señal de transmisión llega a la parte receptora con diferentes amplitudes y retrasos. Como efecto de esto, el receptor de banda angosta tiene fluctuaciones en potencia de las señales, por tanto, en sistemas móviles se tiene principalmente interés en resolver los problemas de canales de banda angosta variables en tiempo. Además el comportamiento evolutivo en sistemas OFDM es buscar altas razones de transmisión [20].

El modelo del canal se define en base a componentes involucradas en el mecanismo de sistemas multi-trayectorias, pérdida de trayectorias e interferencia multi-trayectorias. En dominio de frecuencia se realiza teniendo presente el desvanecimiento de la selección de frecuencia por pérdida potencia en el espectro de acuerdo al ancho de banda coherente W_D . En dominio del tiempo, el modelo del canal se toma como medida las variaciones en tiempo en función del retardo de dispersidad τ_D , se define matemáticamente en la ec. (1.16), como la respuesta al impulso del canal (CIR: Channel Impulse Response por sus siglas en ingles) es la formulación de sumas discretas de los multi-trayectoria del canal [7].

$$h(t, \tau) = \sum_l \alpha_l(t) g(\tau - \tau_l), \quad (1.16)$$

donde $\alpha_l(t)$ es la amplitud compleja, τ_l es el retraso de los l th trayectorias y $g(\tau)$ es la respuesta al impulso de los filtros de análisis y síntesis [5]. De acuerdo al modelo del canal se plantean las variables en el tiempo en la ecuación anterior.

1.9. Respuesta en frecuencia del canal

La estimación del canal producido por la respuesta en frecuencia del canal es la más antigua forma de estimar canales. Los datos de símbolos son obtenidos a través de decisiones basadas en el seguimiento o interpolación. Para variación de tiempo la respuesta en frecuencia del canal (CFR: Channel Frequency Response por sus siglas en ingles) matemáticamente se expresa en la ec. (1.17).

$$H(t, f) = G(f) \sum_l \alpha_l(t) e^{j2\pi f \tau_l}, \quad (1.17)$$

donde $G(f)$ es la respuesta en frecuencia del filtro, $\alpha_l(t)$ es la amplitud compleja correspondiente a los l th trayectorias y τ_l los retrasos de los l th trayectorias [5] [22].

Para la estimación de canal basado en la (CFR), se mencionarán dos algoritmos de estimación.

Algoritmo mínimos cuadrados LS:

Estimación de canal basada en mínimos cuadrados (LS: Least Squares por sus siglas en ingles) se muestra la expresión matemática en la ec. (1.18).

$$\hat{H}_{LS} = \underset{(H)}{\operatorname{argmin}} \|Y - XH\|^2, \quad (1.18)$$

donde Y y H , son el vector de la señal receptora y H es CFR, se pueden representar vectorialmente como se muestra en la ec. (1.19) tanto para Y como para H .

$$Y = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{k-1}]^T, \quad H = [H_0, H_1, \dots, H_{k-1}]^T, \quad (1.19)$$

donde el índice K representa el número de sub-portadoras con la matriz diagonal con elementos dados de (k, k) th. Se muestra X en la ec. (1.20).

$$[X]_{(k,k)} = X_k, \quad (1.20)$$

con X_k símbolos piloto.

Método máxima verosimilitud ML:

Este método tiene similitud con el método LS. Tanto como el método LS, el método máxima verosimilitud (ML: Maximum Verisimilitude por sus siglas en ingles) la estimación no requiere ningún conocimiento acerca de las estadísticas del canal, sin embargo, estos dos tipos de estimación no suelen ser óptimos para estimación de canal.

En cambio cuando los coeficientes de la CFR son variables pero con comportamiento estadístico, se puede utilizar otro tipo de estimador ya que de

esta forma el rendimiento del estimador puede ser mejorado gracias a la información estadística.

También se puede optimizar el estimador con el error cuadrático de media mínima lineal (LMMSE: Linear Medium Minimum Squared Error por sus siglas en ingles), lo cual garantiza menor error en la estimación, se muestra la forma matemática en la ec. (1.21) [22].

$$\hat{H}_{LMMSE} = R_H \left(R_H + \frac{1}{\gamma} I \right)^{-1} \hat{H}_{LS}, \quad (1.21)$$

donde R_H es la matriz de correlación del canal y γ es la relación de señal a ruido. $R_H = E(HH^H)$ [5].

Aunque el estimador LMMSE mejora el rendimiento de manera significativa, la complejidad también se incrementa, para lo cual, se elige un estimador de canal de acuerdo a las propiedades y características que se debe tomar en cuenta para ciertas áreas donde se trabaja con estos. El estimador LMMSE puede recurrir a estimadores de bajo rango como descomposición de valores singulares (SVD: Singular Value Decomposition por sus siglas en ingles) para la matriz de correlación R_H [22].

1.10. Canal *no ciego*

Ahora bien para sistemas OFDM, se mencionaran dos algoritmos como ejemplo basados en pilotos, pero en esta tesis no se trabaja con este método, los cuales, son estimación de canal DD-CE y PA-CE y son caracterizados por la colocación estratégica de pilotos. [11].

En el caso de DD-CE las sub-portadoras piloto son de tipo bloque. El principal problema en DD-CE es la propagación de errores, que se convierte en un problema cada vez con mayor frecuencia Doppler. Este problema puede ser resuelto mediante la inserción de más símbolos por periodo de las tramas transmitidas.

Para PA-CE, los símbolos piloto de las CFRs son primero estimados usando el estimador LS [5] [22]. Los datos de símbolos pueden ser obtenidos a través de interpolación. Las sub-portadoras piloto son colocadas estratégicamente en secuencia en los símbolos OFDM.

Estimador de canal basado en el PM

El estimador en el modelo paramétrico (PM: Parametric Model por sus siglas en inglés) tiene como propósito estimar el canal por medio de los parámetros obtenidos que caracterizan la respuesta del canal, entre estas, las más básicas son los efectos de pérdida, retardo de los trayectorias y número de trayectorias. Como ejemplo el algoritmo (ESPRIT) [5], el modelo del canal se expresa matemáticamente como se muestra en la ec. (1.22).

$$H[n, k] = \sum_l \alpha_l(nT) e^{-j \frac{2\pi \tau_l k}{T}}. \quad (1.22)$$

La matriz de correlación puede obtenerse a partir de la descomposición de valores singulares, como se muestra en la ec. (1.23).

$$\mathbf{R}_f = E(\mathbf{H}[n]\mathbf{H}^H[n]) = \mathbf{V}\Sigma\mathbf{V}^H, \quad (1.23)$$

donde $E(\mathbf{H}[n]\mathbf{H}^H[n])$ es la correlación de la matriz. Σ es una matriz diagonal con valores singulares de elementos distintos de cero. \mathbf{V} vector singular y la transpuesta conjugada \mathbf{V}^H del vector singular [5].

1.10.1. Estimación de canal iterativo

La estimación de canal iterativo ayuda a mejorar la exactitud de la estimación de canal, lo cual su costo es el proceso de computo que se gasta por las iteraciones. A mayor iteración se recibe mayor exactitud, por lo que se debe tener un equilibrio entre gasto computacional con la exactitud. Estos métodos normalmente utilizan gráficos de árbol [3].

1.10.2. Estimación de canal MIMO de OFDM

La transmisión en sistemas MIMO mejora en la rapidez de envío además que se cuenta con mayor capacidad que un sistema convencional, aplicado MIMO a OFDM se pueden seleccionar canales en frecuencias con anchos de banda estrechas, por ello aumenta la transmisión de datos a altas velocidades. Lo que cuesta para este tipo de aplicación es la complejidad de estimación de canal debido a la presencia de múltiples antenas de transmisión. Se representa la ec. (1.24) que modela sistemas MIMO [23] [24].

$$Y_{n,k}^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t} H_{n,k}^{(j,i)} X_{n,k}^{(i)} + W_{n,k}^{(j)}, \quad (1.24)$$

donde: $H_{n,k}^{(j,i)}$ denota la CFR para las i th antenas transmisoras y las j th las antenas receptoras y $X_{n,k}^{(i)}$ es representada matemáticamente para representar la señal de símbolos de datos para cada i th antena [5] [21].

1.11. Canal *ciego*

En un canal *ciego* se utiliza herramienta matemática para estimar el canal mientras que canales *no ciegos* utilizan pilotos. El modelo de transmisión multi-trayecto en tiempo discreto para sistemas de comunicaciones de banda base se muestra en la Fig. 1.19 [2].

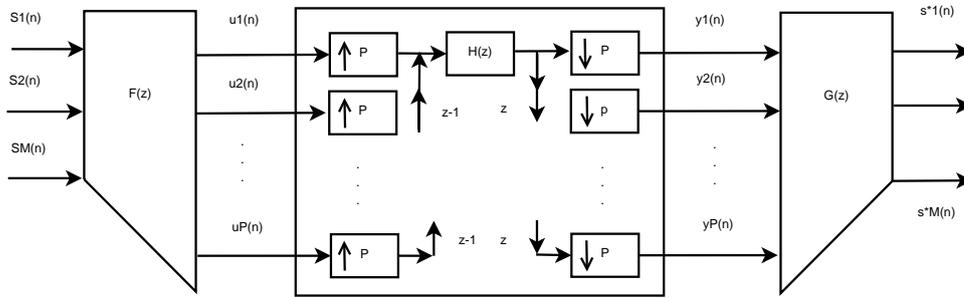


Figura 1.19: Sistema de transmisión en tiempo discreto.

Se muestran los bloques del sistema *downsample* y *upsample*, se realiza el bloqueo de multiplexación y el desbloqueo de de-multiplexación. Con $P > M$ por medio de $(P-M)/P$ se indica el factor de redundancia en el sistema de la Fig. 1.19. Se representa m th símbolos en bloques de sistemas multi-usuario, donde la señal receptora estará dada por $y(n) = x(n) + v(n)$, donde $v(n)$ es el ruido agregado al sistema. El resultado final es por medio de la salida de banco de filtros del bloque ecualizador que nos entrega $\hat{s}(n)$ [25] [26]. El conjunto de vectores de datos de símbolo $s(n)$ es formado por M símbolos y como resultado en el bloque receptor obtenemos $\hat{s}(n)$, se muestra en la ec. (1.25) para definir $s(n)$ [3] [6]:

$$\mathbf{s}(n) := (s_0(n), s_1(n), \dots, s_{M-1}(n))^T. \quad (1.25)$$

El vector del canal \mathbf{h} es dado por la ec. (1.26) con orden L representado por filtros FIR.

$$\mathbf{h} := (h(0), \dots, h(L))^T, \quad (1.26)$$

Los bloques precoder y ecualizador estarán representados matricialmente con \mathbf{F} y \mathbf{G} , respectivamente. Sus dimensiones serán para \mathbf{F} : $(P \times M)$ y para

\mathbf{G} : ($M \times P$), donde P y M son el número por bloque con relleno de ceros (TZ: Trailing Zeros por sus siglas en ingles) y el número de símbolos por bloque respectivamente. Para cada L se debe de cumplir $P > L$ y $P = M + L$. Por otra parte, para el precoder redundancia se tiene que tomar $P > M$.

El filtro precoder tiene L TZ, como se define en la siguiente ecuación:

$$\{f_m(n)\}_{n=M}^P = 0, \quad \forall m \in [0, M-1]. \quad (1.27)$$

Sus columnas son linealmente independientes y su $rank(\mathbf{F}) = M$ y con la matriz *full rank* ($M \times M$). Es decir, tiene elementos dados como en la ec. (1.28):

$$\{\mathbf{F}\}_{p,m} = f_m(p) \quad \text{para} \quad m, p = 0, \dots, M-1, \quad (1.28)$$

y con una matriz de ($L \times M$) ceros, donde se crea el intervalo de guarda L de TZ. Se asume entonces lo siguiente:

$$\mathbf{F}_0^T := (\mathbf{F}^T \mathbf{0}^T). \quad (1.29)$$

También podemos obtener por medio de las definiciones anteriores $\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_0 \mathbf{s}(n)$, la matriz de canal por la matriz Toeplitz con primera columna $(h(0), \dots, h(L), 0, \dots, 0)^T$ y primera fila $(h(0), 0, \dots, 0)^T$. Las columnas y filas posteriores estarán dadas con retrasos sucesivos de la primera fila-columna. Su dimensión del canal estará dado por la matriz de orden ($P \times P$). Se presenta su representación matricial [1] [3]:

$$\mathbf{H}_0 := \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & h(0) & 0 & \dots & 0 \\ h(L) & \dots & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & h(L) & \dots & h(0) \end{bmatrix}_{P \times P}, \quad (1.30)$$

A donde \mathbf{H} es la matriz Toeplitz formada por la primera columna de \mathbf{H}_0 con dimensiones ($P \times M$). Dado que se cumple la igualdad $\mathbf{H}_0 \mathbf{F}_0 = (\mathbf{H} \mathbf{F})$ tenemos:

$$\mathbf{H} := \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h(L) & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & h(0) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h(L) \end{bmatrix}_{P \times M}, \quad (1.31)$$

por lo que tenemos $\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n)$ y la siguiente relación:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n). \quad (1.32)$$

La ecualización lineal estará dada matricialmente por la dimensión de $(M \times P)$. Los datos de símbolos recuperados se obtendrán de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\widehat{\mathbf{s}}(n) = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n) + \mathbf{G}\mathbf{v}(n). \quad (1.33)$$

1.11.1. Estimación de canal *ciego*

Para recuperar la señal \mathbf{Y} en el bloque receptor tenemos:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n), \quad (1.34)$$

A donde $rank$ de \mathbf{H} es M y con $rank$ de \mathbf{X}_N de M , \mathbf{X}_N es dado por obtener N vectores de datos $\{\mathbf{x}(n)\}_{n=0}^{N-1}$ en una matriz de $\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n)$, como se muestra en la ec. (1.35) [1].

$$\mathbf{X}_N := (x(0) \dots x(N-1)) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{S}_N. \quad (1.35)$$

Por lo tanto, se tiene la descomposición de valores singulares para obtener $\widetilde{\mathbf{U}}$ de tamaño $(P \times L)$:

$$\mathbf{X}_N \mathbf{X}_N^H = (\overline{\mathbf{U}} \widetilde{\mathbf{U}}) \begin{bmatrix} \Sigma_{M \times M} & \mathbf{0}_{M \times L} \\ \mathbf{0}_{L \times M} & \mathbf{0}_{L \times L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{U}}^H \\ \widetilde{\mathbf{U}}^H \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

donde

$$\widetilde{\mathbf{U}}^H \mathbf{H} = \mathbf{0} \Rightarrow \widetilde{\mathbf{u}}_l^H \tau(\mathbf{h}) = \mathbf{0}^H, \quad l=1, \dots, L, \quad (1.37)$$

donde: $\widetilde{\mathbf{u}}_l$ corresponde a las l th columnas de $\widetilde{\mathbf{U}}$ y $\mathbf{H} = \tau(\mathbf{h})$, definida como la matriz de canal Toeplitz.

De acuerdo al proceso de estimación se obtiene \mathbf{X}_N , después se determinan los L eigenvectores por $\widetilde{\mathbf{U}}$ para $l=1, \dots, L$ que corresponderán a los eigenvalores nulos de la matriz $\mathbf{X}_N \mathbf{X}_N^H$. Puede ser reemplazados por los valores propios más pequeños para el caso de observaciones con ruido Gaussiano. Así, se estima el canal posteriormente, para después obtener los datos de símbolos. Se debe de recordar que las trayectorias se consideran aleatorios en el modelo del algoritmo, por lo que el proceso de estimación será adaptativo [1], [10] y [12].

1.11.2. Estimación de canal *ciego* usando precoder redundante lineal

Existen en la actualidad diferentes formas de introducir redundancia [27]. En los últimos años, los sistemas de transmisión por bloques usan precodificadores redundantes lineal (PRL: Precoder Redundant Linear por sus siglas en ingles), se requiere para mejorar la estimación *ciego* y facilitar la selectividad en frecuencia del canal [28] y [29].

En el caso de ZP, se tiene una fuente de datos $s(n)$ de longitud M , al finalizar cada bloque M se inserta L elementos cero en cada extremo de cada bloque. Este funciona como intervalo de guarda para disminuir interferencia inter bloque y mejorar la estimación, por tanto la longitud será igual a $P=M+L$, después de haber introducido ZP. Se muestra la expresión matemática en la ec. (1.38) [1]:

$$u(nP + k) = \begin{cases} s(nM+k) & \text{si } 0 \leq k \leq M-1 \\ 0 & \text{si } M \leq k \leq P-1. \end{cases} \quad (1.38)$$

ZP introduce expansión de ancho de banda por un factor $(M + L) / M$, mientras que la L es la longitud de redundancia. Se sugiere elegir L igual que el orden del canal [30].

El bloque de precodificador se muestra en la ec. (1.39).

$$\mathbf{R}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (1.39)$$

1.12. Revisión de señales dispersas

La teoría de muestreo compresivo, o llamada detección compresivo (CS: Compressive Sensing por sus siglas en ingles) es una herramienta de detección y muestreo, por lo que la teoría CS afirma que se puede recuperar señales caracterizadas por ser poco densas o escasas. Así, se aprovecha esta técnica en casos que por naturaleza se caracterizan por ser dispersas como es el caso de comunicaciones acuáticas. Las propiedades principales para aplicar CS son incoherencia entre sus bases y cumplir con la propiedad restricción isométrica. La técnica para el muestreo de señales poco densas en dominio de tiempo es CS como el caso de la teoría de muestreo de Nyquist para señales densas [15] [26] [30].

Se establece que una señal $\mathbf{x}(n)$ tiene k coeficientes distintas de cero, lo cual se obtiene por una matriz de observaciones o diccionario Φ , como se muestra en la ec. (1.40).

$$y = \Phi x, \quad (1.40)$$

donde: $x \in R^{M \times N}$ y $y \in R^M$ $k < M < N$.

Teniendo una señal dispersa se desea determinar cuáles son relevantes o distintas de cero, esto se realiza con una transformada, una matriz diccionario Ψ y que éste a su vez sea incoherente con la matriz de medición Φ . Esto significa que Φ no puede ser obtenida por ninguna combinación lineal de Ψ . Siendo $\mathbf{x}(n)$ una señal dispersa se puede expresar como una combinación lineal de la matriz base diccionario Ψ gracias a la señal $\mathbf{x}(n)$ k -dispersa [15] [31]:

$$z = \Phi^H y + v = \underbrace{\Phi^H \Psi}_{\mathbf{A}} x + v. \quad (1.41)$$

Para CS la matriz \mathbf{A} debe cumplir la condición de tener rango n ; en algunos casos se reemplaza por tener la propiedad isométrica restringida (RIP: Restricted Isometric Property por sus siglas en ingles), así como Ψ y Φ deben ser incoherentes.

La propiedad de restricción isométrica viene dada para garantizar rango n de la matriz \mathbf{A} . Por definición tenemos, para cada número entero $S = 1, 2, \dots, n$ se definen las constantes isométricas S de una matriz \mathbf{A} como el número más pequeño de tal manera que se mantiene para todos los S -vectores dispersos de \mathbf{x} . Matrices de Bernoulli, Gaussiana satisfacen el RIP con altas probabilidades [15].

1.12.1. Algoritmos

CS es una herramienta ideal para señales dispersas, por lo que se encuentran gran variedad de algoritmos para CS, se dividen en tres categorías los algoritmos de: *búsqueda codiciosa*, *relación convexa* y *combinacional*, como se muestra en la Fig. 1.20.

Para estimación de canales aleatorios sus trayectos no son conocidos y si además se caracterizan por tener el canal disperso, se puede utilizar algoritmos de estimación, por lo general se formula con la norma-mínima.

Los algoritmos como: coincidencia de búsqueda (MP: Matching Pursuit por sus siglas en ingles) o búsqueda coincidencia ortogonal (OMP: Orthogonal Matching Pursuit por sus siglas en ingles), identifican los elementos distintos de cero de x en manera iterativa. Para OMP, se obtiene el vector z residual y a partir de este se correlacionan todas las columnas de \mathbf{A} con el vector z y se eligen los elementos de mayor magnitud y por su índice se añaden al conjunto de elementos que son no cero.

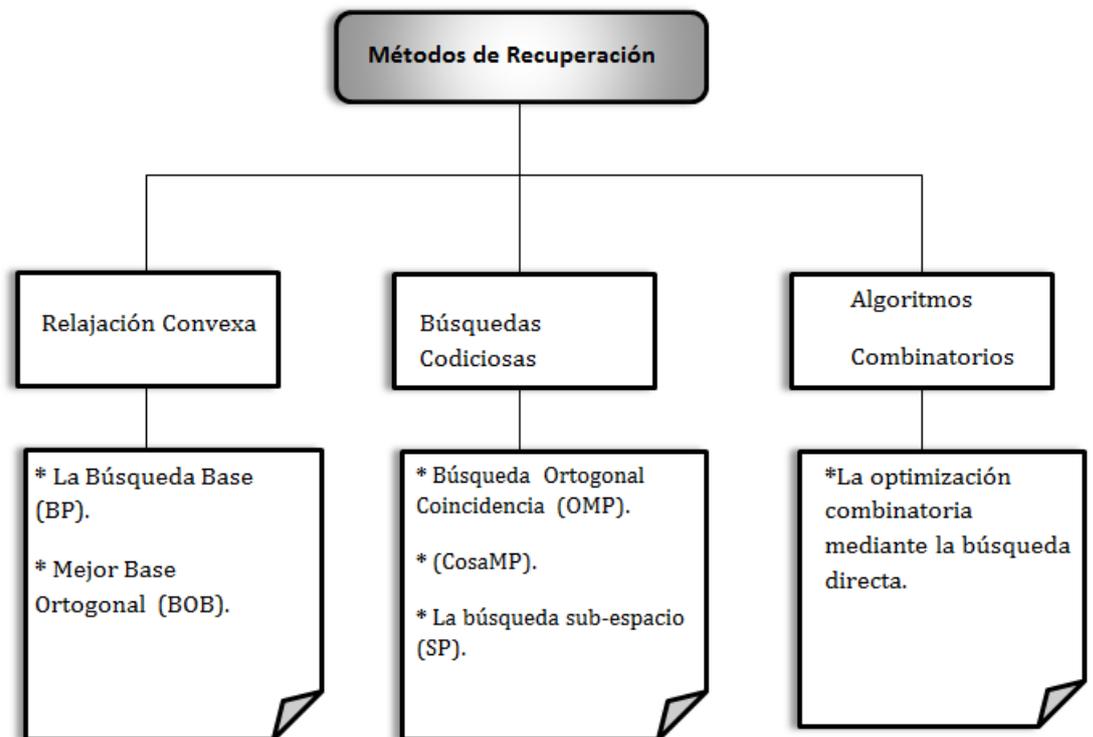


Figura 1.20: Ejemplos de algoritmos para detección compresivo.

1.13. Soluciones existentes

En base a la literatura se analizaran a detalle las técnicas propuestas por [1][2][3]. Dado que es la base a estimadores para canal *ciego* relacionados con esta tesis, por lo cual se desea analizarlos.

1.13.1. Método [1]

Este método requiere que el receptor deba acumular al menos M bloques para identificar los coeficientes de canal. Se realiza TZ en el bloque precoder, como se muestra en la ec. (1.42):

$$\mathbf{R}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

donde \mathbf{R}_1 , es una matriz de elementos $(M \times M)$ y $\mathbf{0}$ es una matriz de $(L \times M)$ ceros:

$$[y(1) \ y(2) \ \dots \ y(J)] = \mathbf{H}_M \mathbf{R}_1 [s(1) \ s(2) \ \dots \ s(J)], \quad (1.43)$$

donde la matriz \mathbf{Y} es de tamaño $(P \times J)$. La matriz \mathbf{s} de tamaño $(M \times J)$. \mathbf{H}_M es la matriz de canal Toeplitz.

Existe un entero J dado que la matriz \mathbf{S} tenga rango de filas completas M . \mathbf{Y} es una matriz de tamaño $(P \times J)$ con rango M . Por tanto existen L vectores linealmente independientes que son aniquiladores de \mathbf{Y} , es decir, existe una matriz \mathbf{U}_0 de tamaño $(P \times L)$ dado que:

$$\mathbf{U}_0^t \mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{H}_M \mathbf{R}_1 \mathbf{S} = \mathbf{0}. \quad (1.44)$$

Esto implica que:

$$\mathbf{U}_0^t \mathbf{H}_M = \mathbf{0}. \quad (1.45)$$

Por medio de la ec. (1.45) se obtienen los coeficientes del canal. Se tiene desventajas en sistemas modernos con canales variables rápidamente debido a que se requiere acumular en el receptor por lo menos M bloques antes de ser estimados. Por tanto este método es inaplicable a sistemas con canales variables rápidamente.

1.13.2. Método [2]

Este método es caracterizado por requerir dos bloques en el receptor para estimar el canal y se describen con las n ecuaciones 1.46 y 1.47:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_M \mathbf{u}, \quad (1.46)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & & \mathbf{0} \\ h_1 & \ddots & \\ \vdots & & h_0 \\ h_L & & h_1 \\ & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & h_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix}. \quad (1.47)$$

De la ec. (1.47) se obtiene:

$$\mathbf{y}(x) = \mathbf{h}(x)\mathbf{u}(x), \quad (1.48)$$

donde se puede expresar cada termino de la siguiente forma:

$$\mathbf{y}(x) \triangleq \sum_{k=0}^{P-1} \mathbf{y}_{k+1} \mathbf{x}^k, \quad (1.49)$$

donde $\mathbf{y}(x)$ representa el vector de salida.

$$\mathbf{h}(x) \triangleq \sum_{k=0}^L \mathbf{h}_k \mathbf{x}^k, \quad (1.50)$$

donde $\mathbf{h}(x)$ representa el vector de canal.

$$\mathbf{u}(x) \triangleq \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{u}_{k+1} \mathbf{x}^k, \quad (1.51)$$

a donde $\mathbf{u}(x)$ es el vector de entrada.

Se asume tener dos bloques receptores, donde $\mathbf{y}_1(x)$ y $\mathbf{y}_2(x)$ se pueden representar con una matriz de tamaño $((2P-1) \times 2P)$, como se muestra en la ec. (1.52):

$$\mathbf{Y}_P \triangleq \begin{bmatrix} y_{11} & 0 & \dots & 0 & y_{21} & 0 & \dots & 0 \\ y_{12} & y_{11} & \ddots & \vdots & y_{22} & y_{21} & \ddots & \vdots \\ \vdots & y_{12} & \ddots & 0 & \vdots & y_{22} & \ddots & 0 \\ y_{1P} & \vdots & & y_{11} & y_{2P} & \vdots & & y_{21} \\ 0 & y_{1P} & & y_{12} & 0 & y_{2P} & & y_{22} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & y_{1P} & 0 & \dots & 0 & y_{2P} \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

Se puede representar de la siguiente forma:

$$\mathbf{Y}_P = \underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & & \mathbf{0} \\ h_1 & \ddots & \\ \vdots & & h_0 \\ h_L & & h_1 \\ & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & h_L \end{bmatrix}}_{\text{matriz } \mathbf{H}_{M+P-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_{11} & & 0 & u_{21} & & 0 \\ u_{12} & \ddots & & u_{22} & \ddots & \\ \vdots & & u_{11} & \vdots & & u_{21} \\ u_{1M} & & u_{12} & u_{2M} & & u_{22} \\ & \ddots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & & u_{1M} & 0 & & u_{2M} \end{bmatrix}}_{\text{matriz } \mathbf{U}}. \quad (1.53)$$

El tamaño de la matriz \mathbf{H}_{M+P-1} es $((2P-1) \times (M+P-1))$ y el tamaño de la matriz \mathbf{U} es $((M+P-1) \times 2P)$. Por tanto se puede verificar el tamaño de \mathbf{Y}_P que es $((2P-1) \times 2P)$, lo cual, se puede observar que tanto \mathbf{U} como \mathbf{H}_{M+P-1} tienen *rango* de $(2P-1)$, lo que significa que \mathbf{Y} tiene también *rango* de $(2P-1)$. Por tanto, \mathbf{Y} contiene L vectores linealmente independientes aniquiladores de \mathbf{Y} , es decir, existe una matriz \mathbf{U}_0 de *rango completo* de tamaño $((2P-1) \times L)$, significa que, aplicando la transpuesta tenemos la ec. (1.54):

$$\mathbf{U}_0^t \mathbf{Y} = \mathbf{0}. \quad (1.54)$$

Para obtener la estimación de canal en ausencia de ruido se aplica la matriz aniquiladora a \mathbf{H}_{M+P-1} y resolviendo esta ecuación obtenemos los L coeficientes del canal. Para sistemas con ruido se resuelve con valores mínimos de valores singulares. Sin embargo, este método tiene desventaja de tener mayor nivel de complejidad en los cálculos. Debido a que cada bloque recibido tiene P repeticiones para construir la matriz propuesta por este método además que se tiene que fijar siempre dos bloques receptores, evitando que esta técnica no sea adaptable a cada caso en que se aplique.

1.13.3. Método [3]

El método general [3] aprovecha los metodos [1] y [2] como base. Su aporte radica en generalizar Q en número de repeticiones por bloque y J el número de receptores por bloque. Esto permite mayor libertad de ajustar valores que reflejen tener mejor respuesta, también contando con algunas restricciones como es la ec. (1.56) para garantizar única solución.

$$\tau_Q(\mathbf{y}) = \tau_{M+Q-1}(\mathbf{h})\tau_Q(\mathbf{u}), \quad (1.55)$$

$$Q \geq \frac{M-1}{J-1}. \quad (1.56)$$

También la ec. (1.55) se puede descomponer como:

$$\mathbf{U}_Q^{(J)} = [\tau_P(\mathbf{u}(1)), \dots, \tau_P(\mathbf{u}(J))], \quad (1.57)$$

donde $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ son los bloques de símbolos de entrada, su tamaño de $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ es $((M+Q-1) \times (QJ))$.

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = [\tau_Q(\mathbf{y}(1)), \tau_Q(\mathbf{y}(2)), \dots, \tau_Q(\mathbf{y}(J))], \quad (1.58)$$

donde $\mathbf{Y}_Q^{(J)}$ es la matriz de salida su tamaño es $((P+Q-1) \times QJ)$, donde $P=M+L$.

$$\mathbf{H}_{M+Q-1} = \tau_{M+Q-1}(\mathbf{h}), \quad (1.59)$$

donde \mathbf{H}_{M+Q-1} es la matriz Toeplitz del canal.

Se asume que $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ tiene *rango de fila completa* $M_Q=M+Q-1$. Se puede descomponer $\mathbf{Y}_Q^{(J)}$ en SVD como se muestra en la ec. (1.60).

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = [\mathbf{U}_r \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \Sigma_{M \times M} & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}_r \quad \mathbf{V}_0]^t. \quad (1.60)$$

Dado a que $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ y \mathbf{H}_{M+Q-1} tienen *rango completo* M_Q , existe una matriz aniquiladora de $\mathbf{Y}_Q^{(J)}$ para \mathbf{H}_{M+Q-1} llamada \mathbf{U}_0^t , como se muestra en la ec. (1.61):

$$\mathbf{U}_0^t = \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,P+Q-1} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & \cdots & u_{2,P+Q-1} \\ \vdots & & & \vdots \\ u_{L,1} & u_{L,2} & \cdots & u_{L,P+Q-1} \end{bmatrix}. \quad (1.61)$$

Se puede representar cada fila de \mathbf{U}_0^t en una matriz Hankel para cada fila de estas, como se muestra en la ec. (1.62).

$$v_k = \begin{bmatrix} u_{k,1} & u_{k,2} & \cdots & u_{k,L+1} \\ u_{k,2} & u_{k,3} & \cdots & u_{k,L+1} \\ \vdots & & & \vdots \\ u_{k,M_Q} & u_{k,M_Q+1} & \cdots & u_{k,P_Q} \end{bmatrix}. \quad (1.62)$$

Formando matrices Hankel en v_k por \mathbf{h} , así podemos resolver la ec. (1.63) para obtener los coeficientes del canal en ausencia de ruido:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_L \end{bmatrix} \mathbf{h} = \mathbf{0}. \quad (1.63)$$

Se muestra en la tabla algunas características de los trabajos relacionados.

Característica	
Métodos <i>ciegos</i>	Comparaciones
<i>Método</i> [1]	--> Convergencia lenta de estimación del canal. --> Inaplicable en sistemas modernos con canales variables rápidamente.
<i>Método</i> [2]	--> No es adaptable debido a que se asume tener dos bloques receptores. --> No toma en cuenta señales dispersas.
<i>Método</i> [3]	--> Aplicable a canales variables rápidamente, dado que tiene dos parámetros semi-adaptables a cualquier caso de aplicación. --> Se debe tomar en cuenta sus restricciones. --> No tiene buena respuesta para sistemas dispersos.

Tabla 1.1: Características de trabajos relacionados.

En el resto del contenido de esta tesis, el siguiente Capítulo 2 se describirá a detalle el proceso de estimación ciega propuesta en [3] para seguir con la propuesta que sugerimos. Así también se describirá a detalle nuestro enfoque de resolver el problema para casos de estimación de canales dispersos. En el Capítulo 3 se mostrará en base a ejemplos los resultados obtenidos de las comparaciones del método general [3] con nuestra propuesta con simulaciones en Matlab de gráficas BER y MSE. Capítulo 4 de conclusiones y trabajo a futuro.

Capítulo 2

Propuesta

2.1. Algoritmo de estimación de canal *ciego* disperso

En este trabajo se aborda el problema del canal ciego bajo características de comportamiento de canal escaso. Nuestro enfoque es una extensión de los métodos ciegos de identificación de canales sub-espaciales. A diferencia de los enfoques anteriores para la identificación ciega de canal, donde la optimización está en menos sentido cuadrado, es decir, con la norma L_2 , la ampliación propuesta incluye la identificación de los canales dispersos y utiliza la norma L_1 . Al hacerlo, se muestra que el rendimiento del método propuesto supera el enfoque anterior, bajo las condiciones del canal disperso. Ejemplos numéricos se incluyen en el capítulo 3 para demostrar la eficiencia del enfoque propuesto.

En particular, la identificación ciega del canal usando métodos de sub-espacio es una técnica con un buen rendimiento. En [1], los autores proponen el enfoque basado en el sub-espacio para la identificación ciega, donde los coeficientes del canal se obtienen del espacio nulo de una matriz de Toeplitz apropiada. Después en [2] se demostró que en el enfoque basado en el sub-espacio, sólo dos bloques del receptor son necesarias para obtener los coeficientes de canal, es decir, el canal de coeficientes se obtienen mediante la búsqueda del mayor común divisor de dos polinomios. Una generalización de estas ideas se da en [3] donde el índice de repetición de parámetro fue presentado. Similar a [1], la identificación de canal es obtenido a partir del espacio nulo de las correspondientes matrices Hankel. En esta configuración, se obtienen los coeficientes de canal como un eigenvector de una matriz definida positiva adecuada con el eigenvalor mínimo [3]. En consecuencia, aquí el objetivo principal de este trabajo es extender los resultados presentados

en [1] [2], [3] para incluir canales dispersos.

Debido a problemas de desvanecimiento de sub-portadoras, se propone mejorar la estimación ciega con el algoritmo [3], que realiza una generalización de parámetros de algoritmos previos. Se usan métodos *ciegos* determinísticos utilizando sistemas precodificadores con redundancia lineal con $P=M+L$, redundancia introducida por bloque, será L máxima redundancia, L es el orden del canal.

El generador o fuente de datos de símbolos son inicialmente modulados, de serie-paralelo se introducen bloques con tamaño M al precodificador. En el bloque precodificador se generan los datos de símbolos de dimension M mas los elementos TZ de dimensión L y se generaran los bloque de P símbolos. Esto significa que $P \geq M+L$, por lo cual, los bloques de tamaño P serán transmitidos por el canal variable.

Los símbolos transmitidos se definen en la ec. (2.1) donde se definen conjuntos de vectores ($M \times 1$) $\mathbf{s}(n)$ y $\hat{\mathbf{s}}(n)$. El vector se define como los símbolos de datos recuperados en la salida del banco de filtros ecualizador como se muestra en la Fig. 2.1. La señal receptora afectada por ruido Gaussiano por regularidad con varianza 1 y media 0 se define por ec. (2.2).

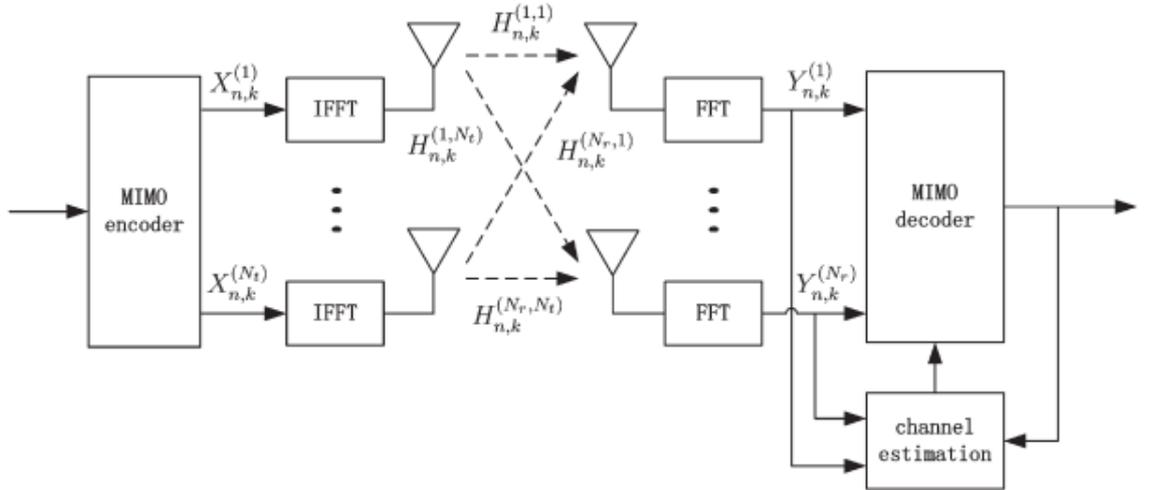


Figura 2.1: Estructura MIMO-OFDM (obtenido de [5]).

$$\mathbf{s}(n) := (s_0, s_1, s_2, \dots, s_{M-1(n)})^T, \quad (2.1)$$

2.1. ALGORITMO DE ESTIMACIÓN DE CANAL CIEGO DISPERSO 39

$$\mathbf{y}(n) := \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n), \quad (2.2)$$

donde: $\mathbf{x}(n)$ es la secuencia de la salida del canal, $\mathbf{y}(n)$ la señal receptora y $\mathbf{v}(n)$ ruido Gaussiano.

El vector de canal disperso se define en la ec. (2.3), donde será representado por tener trayectorias iguales a cero, como ejemplo en comunicaciones submarinas acuáticas tienen comportamientos dispersos.

$$\mathbf{h} := (h(0), \dots, h(L))^T. \quad (2.3)$$

El precodificador \mathbf{F}_i tiene representación matricial de dimensiones $(P \times M)$ y la matriz de ecualizador \mathbf{G}_i tiene dimension de $(M \times P)$.

Los símbolos receptores son divididos en bloques de vectores $\mathbf{y}(n)$ $(P \times 1)$. Los vectores $\mathbf{y}(n)$ serán enviados por la matriz $\mathbf{G}(z)$, donde las tramas de $\hat{\mathbf{s}}(n)$ serán recuperados en la salida de la matriz $\mathbf{G}(z)$.

Se asume lo siguiente:

- \mathbf{e}_0) Orden de Canal $\mathbf{h}(l)$ es L , donde $l=0,1,\dots,L$ y se asume disperso.
- \mathbf{e}_1) Los parámetros M , P y L deben satisfacer las siguientes relaciones: $P > L$ y $P \geq M + L$, como en [3].
- \mathbf{e}_2) El parámetro de repeticiones por bloque Q satisficará la siguiente desigualdad para asegurar única solución al igual que en [3]:

$$Q \geq \frac{M-1}{J-1}, \quad (2.4)$$

donde J deberá ser positivo diferente de 1.

- \mathbf{e}_3) Filtros precodificadores tienen *trailing zeros* de dimension L , $[f_m(n)]_{n=M}^P$ para toda $m \in [0, M-1]$, con rango $\mathbf{F} = M$.

Asumiendo,

$$\mathbf{F}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

donde \mathbf{F}_1 es definida por sub-matriz $(M \times M)$ de elementos no nulos y una sub-matriz de $\mathbf{0}$ $(L \times M)$.

Se define el canal como una matriz Toeplitz \mathbf{H} : ($P \times M$).

$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h(L) & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & h(0) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h(L) \end{bmatrix}_{P \times M}, \quad (2.6)$$

donde la señal $\mathbf{x}(n)$ estará dada por:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n), \quad (2.7)$$

y el vector $\mathbf{y}(n)$ se define entonces por:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n). \quad (2.8)$$

Por tanto $\widehat{\mathbf{s}}(n)$ estará dada por:

$$\widehat{\mathbf{s}}(n) = \text{ifft}\left(\frac{\text{fft}(\mathbf{y}_P)}{\text{fft}(\widehat{\mathbf{h}})}\right), \quad (2.9)$$

donde \mathbf{y}_P es la matriz bloque de la señal receptora dada por $\mathbf{y}_P = \mathbf{H}_M \mathbf{u}(n) = \tau(\mathbf{h}, M)\mathbf{u}$, donde $\tau(\cdot)$ denota la matriz Toeplitz con primera fila y columna $[v_1 \ 0 \ \dots \ 0]$ y $[v_1 \ v_2 \ \dots \ v_M \ 0 \ \dots \ 0]^T$, respectivamente.

$$\mathbf{y}_P = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & & 0 \\ h_1 & \ddots & \\ \vdots & & h_0 \\ h_L & & h_1 \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & h_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

El algoritmo [3] generalizado se describe reescribiendo la ec. (2.8) a la forma de la ec. (2.11):

$$\tau(\mathbf{y}, Q) = \tau(\mathbf{h}, M+Q-1)\tau(\mathbf{u}, Q). \quad (2.11)$$

En primera instancia se modificará \mathbf{u} a $\mathbf{U}_Q^{(J)}$, con el fin de generar el algoritmo para Q y J , lo cual, se presentará con J bloques de la forma siguiente:

2.1. ALGORITMO DE ESTIMACIÓN DE CANAL CIEGO DISPERSO 41

$$\mathbf{U}_Q^{(J)} = [\tau(\mathbf{u}(0), P), \tau(\mathbf{u}(1), P), \dots, \tau(\mathbf{u}(J), P)], \quad (2.12)$$

donde el tamaño de $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ es $((M+Q-1) \times (QJ))$.

Se tiene J bloques receptores, con $J \geq 2$ como se indica en [3].

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = [\tau(\mathbf{y}(0), Q), \tau(\mathbf{y}(1), Q), \dots, \tau(\mathbf{u}(J), Q)], \quad (2.13)$$

$$\mathbf{H}_{M+Q-1} = \tau(\mathbf{h}, M+Q-1), \quad (2.14)$$

y el tamaño de $\mathbf{Y}_Q^{(J)}$ es dado por $(P+Q-1) \times (QJ)$.

e_4) Las relaciones de M , Q y P estarán dadas por:

$$M_Q = M + Q - 1, \quad P_Q = P + Q - 1, \quad P_Q = M_Q + L. \quad (2.15)$$

e_5) Asume que la matriz $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ tiene rango M_Q .

Se descompone en valores singulares SVD la matriz \mathbf{Y}_Q^J :

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{U}}_r & \widetilde{\mathbf{U}}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{M \times M} & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r & \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}^t. \quad (2.16)$$

Por medio SVD se genera una matriz aniquiladora \mathbf{U}_0^t que proviene de $\widetilde{\mathbf{U}}_0$, como se muestra:

$$\mathbf{U}_0^t = \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,P+Q-1} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & \cdots & u_{2,P+Q-1} \\ \vdots & & & \vdots \\ u_{L1} & u_{L2} & \cdots & u_{L,P+Q-1} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Se forma a partir de \mathbf{U}_0^t la matriz Hankel, lo cual, corresponde al dominio del tiempo,

$$v_k = \begin{bmatrix} u_{k,1} & u_{k,2} & \cdots & u_{k,L+1} \\ u_{k,2} & u_{k,3} & \cdots & u_{k,L+1} \\ \vdots & & \vdots & \\ u_{k,M_Q} & u_{k,M_Q+1} & \cdots & u_{k,P_Q} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

donde $1 \leq k \leq L$.

Se forma para cada fila de \mathbf{U}_0^t una matriz Hankel colocadas verticalmente cada matriz Hankel, por tanto serán L - v_k , como se muestra a continuación:

$$\mathbf{V}\mathbf{h} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_L \end{bmatrix} \mathbf{h} = 0. \quad (2.19)$$

El tamaño de \mathbf{V} será definido por $(LM_Q \times (L+1))$.

Así, en la propuesta formulada en [3] se muestra el proceso hasta la ec. (2.19). En su caso continua el proceso con calcular los eigenvectores y eigenvalores, con el objetivo de localizar el máximo valor de los eigenvalores para obtener por medio de esto el eigenvector que contiene la información de la estimación del canal. Se debe conseguir la estimación con la multiplicación de un factor α , por ende se requiere conocer el valor de un trayecto, se recomienda el máximo para ser dividido con el trayectoria correspondiente del canal. De esta forma muestra el artículo [3] la estimación de canal no disperso, por lo que no se obtienen buenos resultados al modelar canales dispersos.

2.2. Método propuesto

En esta sección, se describe el enfoque propuesto. Primero, recordamos que en la ec. (2.19) se cumple para el caso sin ruido. Ahora, suponiendo que $e(n) \neq 0$, el uso de (2.16) y (2.19) resulta en:

$$\widetilde{\mathbf{U}}_{0\tau_{M+Q-1}}(\mathbf{h}) \mathbf{U}_Q^{(J)} + \widetilde{\mathbf{U}}_0 \mathbf{G}_Q^{(J)} = \mathbf{0}. \quad (2.20)$$

Para estimar los coeficientes del canal, los autores [3] asumen lo siguiente.

$$\mathbf{G}_Q^{(J)} (\mathbf{G}_Q^{(J)})^t = \alpha \mathbf{I}, \quad (2.21)$$

donde α es una constante escalar. De esta manera, la propuesta de la optimización en el sentido de mínimos cuadrados es:

$$\widehat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \overline{\mathbf{h}}^t \mathbf{V} \mathbf{V}^t \overline{\mathbf{h}}. \quad (2.22)$$

Adicionalmente se supone el ruido $e(n) \neq 0$.

Después de algunas manipulaciones algebraicas la ec. (2.20) es equivalente a:

$$\mathbf{V}^t \mathbf{h} = \mathbf{b}, \quad (2.23)$$

donde el vector \mathbf{b} depende del ruido en $\mathbf{G}_Q^{(J)}$, $\widetilde{\mathbf{U}}_0$ y $\mathbf{U}_Q^{(J)}$. Vale la pena señalar que, en ausencia de ruido, la ec. (2.23) se reduce a la ec. (2.19), por lo tanto, mediante la resolución de la ec. (2.23), los coeficientes de canal puede ser adquirido. Desafortunadamente, el vector \mathbf{b} no se conoce debido a $e(n)$ y cualquier algoritmo para recuperar el canal escasa \mathbf{H} no puede ser aplicado [32]. Para superar este problema, se propone estimar el vector \mathbf{b} . En primer lugar, a partir de la ec. (2.23), observamos que si conocemos el canal \mathbf{h} , entonces obtendríamos \mathbf{b} . En consecuencia, podemos tener:

$$\mathbf{b} \approx \mathbf{V}^t \widehat{\mathbf{h}}, \quad (2.24)$$

donde se obtiene $\widehat{\mathbf{h}}$ utilizando la minimización de mínimos cuadrados descrito en ec. (2.22).

En consecuencia, para obtener los coeficientes de canal dispersos, se propone el siguiente problema de optimización:

$$\min \|\mathbf{h}\|_1, \quad \text{tal que} \quad \mathbf{V}^t \mathbf{h} = \mathbf{V}^t \widehat{\mathbf{h}}, \quad (2.25)$$

donde $\|\mathbf{h}\|_1$ representa la norma L_1 [32]. La norma L_1 captura el conocimiento de que \mathbf{h} es dispersa.

Se aplican métodos de optimización para resolver la ec. (2.25) que se encuentran en literatura, véase, por ejemplo, [33] [34] [35][36]. Específicamente, aplicamos CoSaMP algoritmo iterativo [33] como propuesta a esta tesis. La siguiente sección ilustra el enfoque propuesto con métodos de recuperación.

2.3. Método de optimización

En este proyecto se analizaron las diferentes técnicas de detección compresivo, con el fin de mejorar la estimación de canal disperso para comunicaciones submarinas acuáticas, utilizando ecualizador *ciego*. Se muestra el diagrama 2.2 que determinará el proceso que se seguirá para mejorar la propuesta [3] enfocado a canales dispersos.

Muchas señales naturales se comportan de forma dispersa, donde la información del canal será obtenida a través de las trayectorias con mayor magnitud, pero por su naturaleza algunas señales se encuentran con trayectorias de valores bajos en magnitud o ceros, lo que significa que estas trayectorias no proporcionan información requerida para estimar el canal, pero si su comportamiento es disperso.

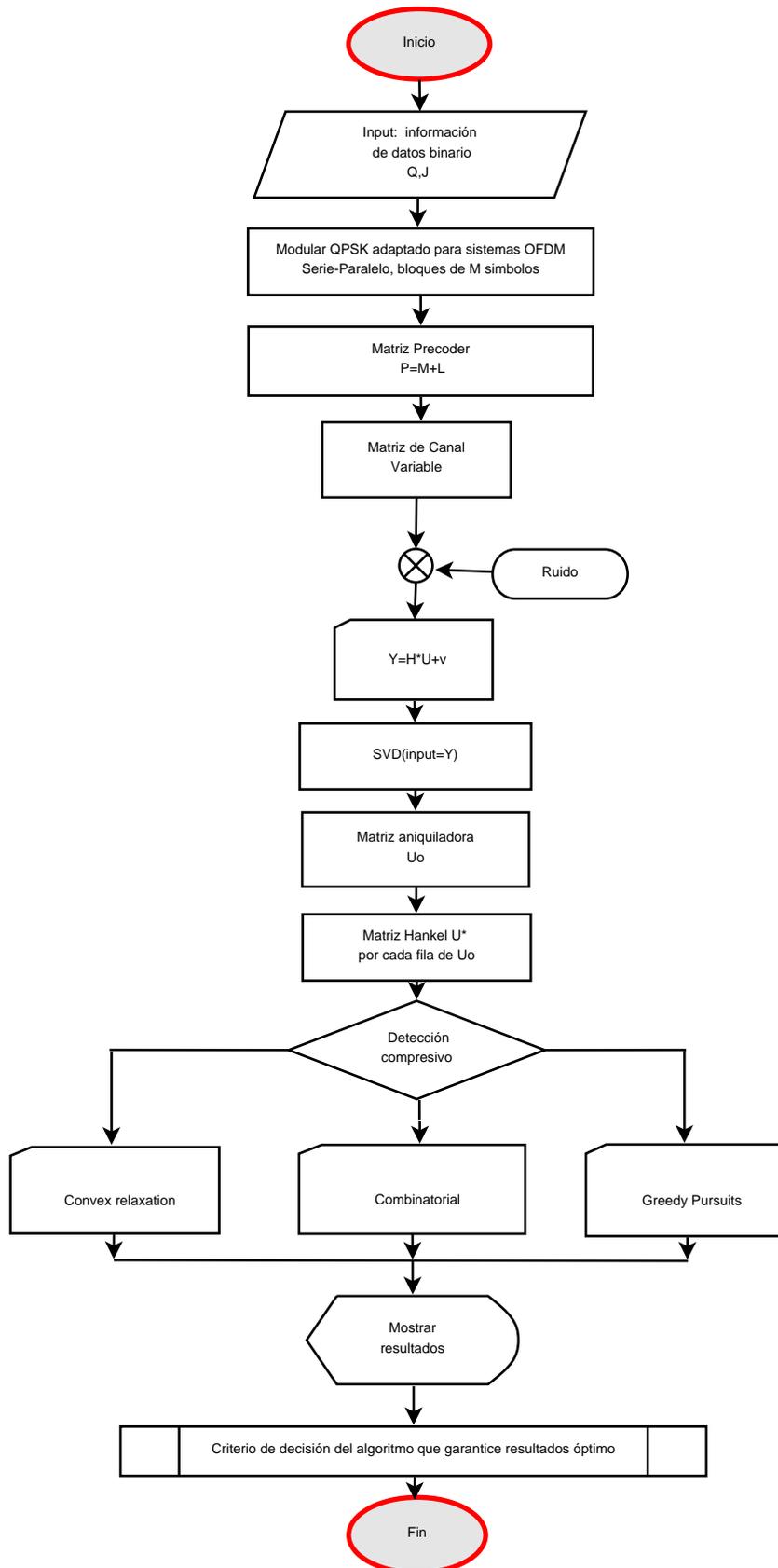


Figura 2.2: Diagrama de flujo del sistema.

2.3.1. Algoritmos

Detección Compresivo se refiere a la idea de obtener información suficiente de una señal con detectar un pequeño número de muestras que lleva la información suficiente para aproximar bien la señal. Se tienen dos factores primordiales para resolver:

Muestreo

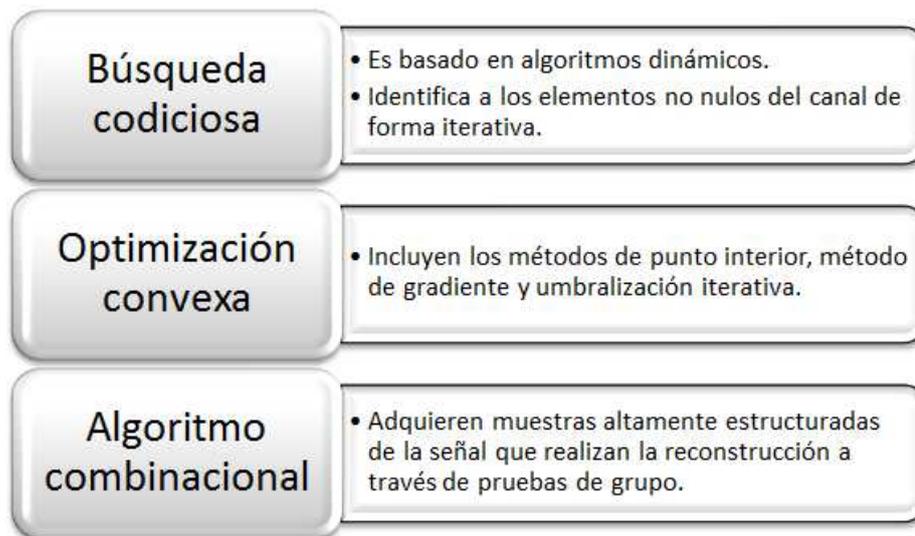
- Debe contar con un número de muestras para garantizar los criterios de estimación.
- Debe implementarse estos esquemas de muestreo en la práctica.

Reconstrucción

Teniendo en cuenta las muestras de compresión, se debe determinar algoritmos capaces de construir de manera eficiente una aproximación de la señal.

Por tanto, se puede observar la importancia que tiene la teoría de detección compresivo y además la utilidad que representan los algoritmos de recuperación. En literatura se describen tres categorías de algoritmos de recuperación para CS, los cuales se mencionan a continuación:

Categorías de algoritmos:



En la siguiente parte se describirán los métodos de optimización que determinamos realizar simulaciones para gráficas BER y MSE con el fin de

comparar resultados del rendimiento que tienen los algoritmos para la optimización de canales dispersos.

Búsquedas codiciosas

Este método de algoritmos se basa en la programación dinámica. Se trabaja de forma iterativa para la recuperación de símbolos. Los algoritmos más populares de este tipo algoritmos son: (MP) y (OMP), identifican a elementos no nulos de una señal en forma iterativa. Una breve descripción de los algorítmica trabajados en esta tesis se describen en seguida:

Algoritmo CoSaMP

En el caso de las trayectorias con valores bajos pero no ceros es regularmente debido al ruido, lo que significa que esos valores bajos representan ruido en determinadas trayectorias, por lo que uno de los algoritmos analizados que se caracteriza por tratar la afectación del ruido y proporcionar mejores resultados es el algoritmo CoSaMP. Así, se obtiene información precisa de las trayectorias considerando las alteraciones que ocasiona el ruido (lo consideraremos como ruido Gaussiano).

CoSaMP es una técnica de recuperación iterativa y garantiza un óptimo rendimiento. Tiene un costo computacional menor que algoritmos de relación convexa. Se basa en localizar la posición de las componentes de las trayectorias mas importantes, es decir, con mayor magnitud. CoSaMP usa un enfoque con la técnica de la propiedad de restricción isotérmica. Esto lo hace asumiendo que la matriz de muestras Φ cuenta con restricción isotérmica $\delta_s \ll 1$.

Se define una señal s -dispersa \mathbf{x} y un vector $\mathbf{y} = \Phi^* \Phi \mathbf{x}$ [33], donde \mathbf{y} es aproximada a la energía que corresponde a cada s componentes de \mathbf{x} .

A partir de la ec. (2.18), se tiene el proceso de estimación ciega del canal para Q repeticiones por bloque y J bloques receptores. Se definirá la matriz de la ec. (2.18) como la matriz \mathbf{A} , lo cual, \mathbf{A} corresponderá a una de las entradas de los algoritmos a analizar, como ejemplo, para el caso del algoritmo CoSaMP, se definen los parámetros principales como: nivel de dispersión s y matriz de medición \mathbf{A} . La salida del algoritmo CoSaMP, muestra las trayectorias estimadas. El proceso de CoSaMP se muestra en el algoritmo 1.

Algorithm 1 Algoritmo CoSaMP de [33] para recuperar.

Require: Acceso al operador de muestreo.

Un vector de muestras (ruidosas) de la señal desconocida.

Producir dispersidad de la que vamos a aproximar.

Criterio para detenerlo.

(CoSaMP) (Φ , \mathbf{u} , s)

Input:

Matriz de muestreo Φ .

Vector de muestreo \mathbf{u} .

Nivel de dispersidad s .

Output:

Aproximación s -dispersa \mathbf{a}

$\mathbf{a}^0 \leftarrow 0$ (aproximación inicial)

$\mathbf{v} \leftarrow \mathbf{u}$ (muestras actuales=muestras de entrada)

$\mathbf{k} \leftarrow 0$

repetir

$\mathbf{k} \leftarrow \mathbf{k}+1$

$\mathbf{y} \leftarrow \Phi^* \mathbf{v}$ (forma de representar la señal)

$\Omega \leftarrow (\mathbf{y}_{2s})$ (identificar componentes de gran tamaño)

$\Gamma \leftarrow \Omega \cup \text{supp}(\mathbf{a}^{k/1})$ (combinar soportes)

$\mathbf{b}|_{\Gamma} \leftarrow \Phi^t \mathbf{u}$ (la estimación de la señal por mínimos cuadrados)

$\mathbf{b}|_{\Gamma^c} \leftarrow 0$

$\mathbf{a}^k \leftarrow \mathbf{b}_s$ (obtener aproximación siguiente)

$\mathbf{v} \leftarrow \mathbf{u} - \Phi \mathbf{a}^k$ (Actualización de muestras)

Detener hasta criterio de verdad

Algoritmo OMP

Uno de los algoritmos mas populares en literatura es OMP, identifica los elementos no cero de \mathbf{x} de forma iterativa [34], [37] y [38]. Se describe su proceso en el algoritmo 2.

Algoritmo SP

Con búsqueda de sub-espacio (SP: Subspace Pursuit por sus siglas en ingles) el vector de medición que contiene ruido, utiliza la minimización de mínimos cuadrados [35], [39], [40] y [41]. La función principal de SP es identificar cuales K columnas de la matriz de muestreo puede proporcionar la mejor aproximación con mínimos cuadrados del vector de medición. Las columnas en cada iteración se eliminan o se integran al subconjunto con el objetivo

Algorithm 2 Algoritmo OMP de [34] para recuperar.

Require: Inicializar el conjunto de elementos no cero $\mathbf{r} = \mathbf{z}$. Observaciones son conjuntos residual.

1. Correlacionar todas las columnas de \mathbf{A} con el residual. $\mathbf{A}^H \mathbf{r}$.
 2. Elegir el elemento de mayor magnitud y por su índice, añadir al conjunto de elementos que no son cero.
 3. Encontrar la estimación que minimice: $|\mathbf{z} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}|^2$.
 4. Actualizar el residual $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$.
 5. Repetir los pasos del 1-4.
-

de reducir el error de aproximación por mínimos cuadrados del vector de medición, como se muestra en el algoritmo 3.

Algorithm 3 Algoritmo SP de [35] para recuperar.

Require: Inicializar el conjunto de elementos no cero.

Input $(\mathbf{K}, \Phi, \mathbf{y})$

Inicializar:

$T = (\mathbf{K}$ índices con magnitudes mayores de $\Phi^* \mathbf{y}$).

$y_r = \text{resid}(\mathbf{y}, \Phi_{\uparrow})$.

1. If $y_r = 0$, parar la iteración; de lo contrario continuar.

2. $T' = T \cup (\mathbf{K}$ índices con magnitudes mayores $\Phi^* y_r$).

3. Conjunto $\mathbf{x}'_p = \Phi_{T'}^t \mathbf{y}$.

$T = (\mathbf{K}$ índices con magnitudes grandes \mathbf{x}'_p).

4. $y_r = \text{resid}(\mathbf{y}, \Phi_T)$.

5. Criterio de detención: if $\|\mathbf{y}_r\| > \|\mathbf{y}_r\|$, conjunto bastante la iteración; de lo contrario, deje $T = T$ and $y_r = y_r$, y continuar con una nueva iteracion. **Output**

La estimacion de la señal \mathbf{x} satisface $\mathbf{x}_{(1, \dots, N)-\uparrow} = 0$ y $\mathbf{x}_{\uparrow} = \text{alrededor } (\Phi_{\uparrow}^t \mathbf{y})$.

Relación convexa

Se realiza la norma-cero $\|\mathbf{x}_0\|$, lo que lleva a la siguiente formulación de Lagrange [36] [31], como se muestra en la ec. (2.26).

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\text{argmin}} |A\mathbf{x} - \mathbf{z}|^2 + \zeta \|\mathbf{x}\|_{l_1}, \quad (2.26)$$

con norma l_1 , es definido $\|\mathbf{x}\|_{l_1} = \sum_{k=1}^n |x_k|$.

Algoritmo BP

Un algoritmo propuesto para esta tesis es La búsqueda base (BP: Basic Pursuit por sus siglas en ingles). Así mismo se determino la matriz \mathbf{A} como matriz de medición para el algoritmo BP [42].

El método es basado en optimización global. Entre las muchas posibles soluciones se tiene una que es $\Phi\alpha = s$ y se obtiene coeficientes con norma mínima l_1 , como se muestra en la ec. (2.27).

$$\min\|\alpha\|_1 \quad \text{suje}to \longrightarrow \quad \Phi\alpha = s. \quad (2.27)$$

La solución a la descomposición aproximada es dada por la ec. (2.28):

$$\min\|\Phi\alpha - s\|_2^2 + \lambda_n\|\alpha\|_1. \quad (2.28)$$

2.3.2. Comparación de algoritmos de reconstrucción

Se pueden dividir en tres categorías los algoritmos de reconstrucción, como se ha mencionado, los cuales son:

1. *Búsquedas codiciosas* .
2. *Relación convexa*.
3. *Algoritmo combinatorial* .

Cada tipo de algoritmo tiene diferente método base, por tanto, existen en la actualidad variedad de algoritmos con diferentes puntos de optimización de cada uno de estos. Como es el caso para *Algoritmo combinatorial* hace que el muestreo de la señal sea bastante estructurado, por tanto, la reconstrucción a la señal original es rápida mediante la agrupación, utilizando formas de muestreo como muestreo de Fourier. Por otro lado en el caso de *algoritmo de relación convexa* se necesita menos número de muestras. Sin embargo tiene alto nivel de complejidad, dado que el método es basado en algoritmos de optimización utilizando norma mínima L_1 , lo que conlleva a tener la velocidad de convergencia muy lenta. Por tanto, se tiene menor nivel de complejidad computacional en *Algoritmo combinatorial* que *Algoritmo de relación convexa*, sin embargo, este ultimo método tiene mayor precisión en la reconstrucción de la señal. Y finalmente para el *Algoritmo de búsquedas codiciosas* tiene bajo nivel de complejidad computacional, una estructura simple y rápida velocidad de convergencia para reconstruir la señal, ya que su método se enfoca en iterar hasta acercarse a la solución final.

Se propone analizar algoritmos de la categoría *búsquedas codiciosas* con mayor énfasis, dado a lo mencionado anteriormente. Se presentarán en la sección de resultados mayor cantidad de algoritmos en este tipo, como son: OMP, CoSaMP y SP, dado a que presentan mejores resultados en la estimación de canal variable disperso, como característica principal es su alta velocidad de convergencia, para que esta propuesta sea rentable en sistemas de comunicaciones modernas.

También se busca analizar el algoritmo BP que corresponde a la categoría de *algoritmo de relación convexa* y los *algoritmos combinatorial* no se determinaron analizar dado a que requieren mayor cantidad de datos para realizar la estimación del canal y en esta tesis se planteo como objetivo ocupar la menor cantidad posible de datos para mejorar el rendimiento de estimación.

Capítulo 3

Resultados Obtenidos

3.1. Descripción

En este capítulo se mostrarán los resultados de las simulaciones y comparaciones de trabajos relacionados con nuestra propuesta. Se realizan las simulaciones con la herramienta Matlab, para así obtener comparaciones y finalizar con conclusiones en base al análisis de cómputo de obtener gráficas BER y canal normalizado MSE. Enseguida se mostrarán gráficas BER de estimación de canal *ciego* [1] y [2], considerando todos los ejemplos para la condición del comportamiento disperso en el canal.

Casos particulares de algoritmos

Los algoritmos de estimación de canal *ciego* [1] y [2], como se describieron, son casos particulares de [3]. Por tanto, se realizan las simulaciones de BER en base a particularizar cada uno con sus características específicas, como se describe a continuación:

1. *Caso particular del método* [1]: Es dado para los parámetros $Q=1$ y $J \geq M$.
2. *Caso particular del método* [2]: Si $Q=P$ y $J=2$.

Se muestra para [1] un canal *desvanecimiento de Rayleigh* de orden 4, bloques de datos transmitidos de $M=8$, $J=10$ y $Q=1$, dado que $P=M+L$, se tiene $P=12$, como se muestra en la Fig. 3.1.

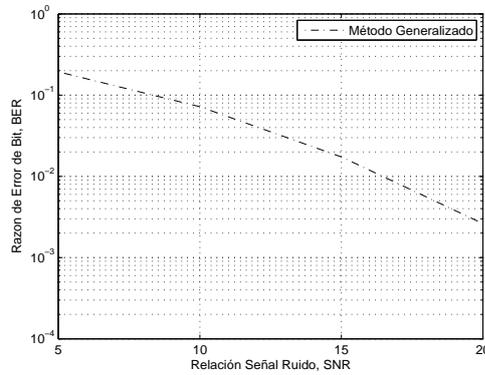


Figura 3.1: BER para el metodo [1].

Para el caso [2] se conservan los valores $L=4$, $M=8$ y se modifican para este caso con $J=2$ y $Q=P$, por tanto $Q=12$, se muestra en la Fig. 3.2.

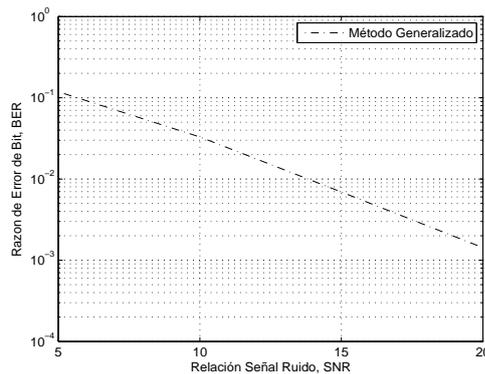


Figura 3.2: BER para el método [2].

Ejemplo 1

En este ejemplo, se estima el canal disperso en base al artículo propuesto en [3], consideramos los siguientes parámetros: $M = 8$, $J = 10$, $Q = 2$, y $L = 6$. Los símbolos $s(n)$ provienen de la constelación de modulación por desplazamiento de fase en cuadratura (QPSK: Quadrature Phase Shift Keying por sus siglas en inglés). Además, se supone que la relación de señal a ruido (SNR: Signal to Noise Ratio por sus siglas en inglés) sea igual a 10 dB. La Fig. 3.3a muestra los coeficientes del canal $\mathbf{h}(n)$ de LTI. Observe que el canal posee la propiedad dispersa. Del mismo modo, la Fig. 3.3b ilustra los coeficientes de canal estimados. Como consecuencia del uso del método

generalizado en [3], el método falla para identificar los coeficientes de canal dispersos. En el siguiente ejemplo se muestra el método para identificar los coeficientes del canal escaso propuesto en esta tesis.

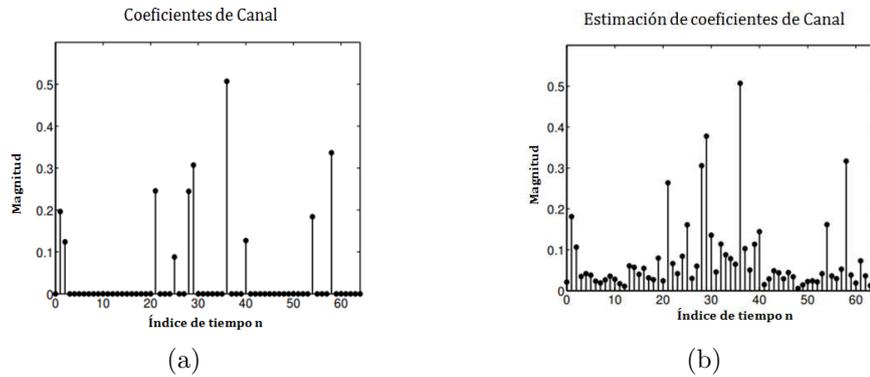


Figura 3.3: a) Coeficientes de canal. b) Estimación de coeficientes de canal del método general [3].

Ejemplo 2

Este ejemplo utiliza los parámetros $M = 8$, $J = 10$, $Q = 2$, y $L = 6$, con $\text{SNR} = 10$ dB. La Fig. 3.4 muestra los coeficientes estimados del canal disperso. Tenga en cuenta que la solución escasa suprime el ruido mejor que la solución de mínimos cuadrados. Esto confirma la eficiencia del método propuesto.

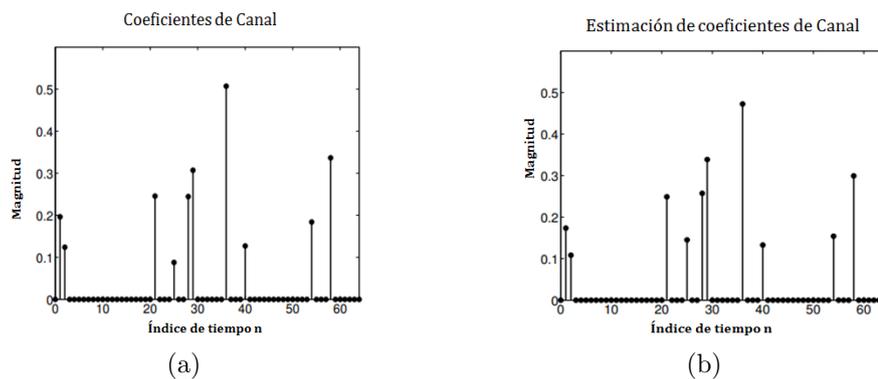


Figura 3.4: a) Coeficientes de canal. b) Estimación de coeficientes de canal propuesto por nosotros.

La Fig. 3.4b muestra la estimación de coeficientes de canal disperso. Tenga en cuenta que la solución escasa suprime el ruido mejor que la solución de mínimos cuadrados como se mostró en la Fig. 3.3b. Esto confirma la eficacia de el método propuesto.

3.1.1. Simulaciones BER

Graficas BER con algoritmos de búsqueda codiciosa

En esta sección mostraremos simulaciones y análisis de graficas BER, para el metodo [3] y el método propuesto en esta tesis para estimaciones de canales dispersos, lo cuales se ejecutaron con los algoritmos de CS. Por análisis previos se eligieron los algoritmos CoSaMP, OMP y SP del grupo *búsqueda codiciosa* y BP de la categoría de algoritmos relación convexa. Se analizan los tipos de algoritmos y específicamente cual algoritmo proporciona mejores resultados en la estimación. Además se analizarán los parámetros de nivel de dispersión N_D , bloques receptores J y repetición por bloque Q .

Ejemplo 3

Para un canal *desvanecimiento de Rayleigh* variante en el tiempo de orden $L=64$ y nivel de dispersidad $N_D = 4$, se realizan simulaciones con $M=8$, $J=2$ y $Q=10$, como se muestra en la Fig. 3.5a las gráficas BER para el método [3] y el método propuesto con el algoritmo CoSaMP. Conservando los mismos parámetros y algoritmo para $Q=2$ y $J=10$ tenemos la Fig. 3.5b, comparando de igual forma.

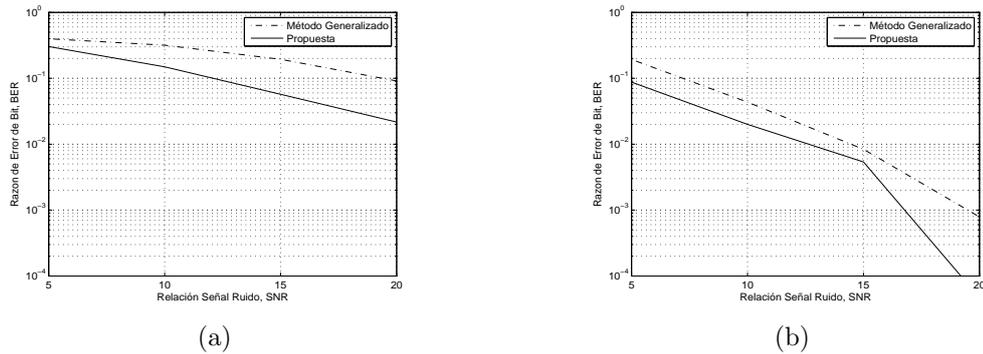


Figura 3.5: Gráfica BER de método [3] y propuesta de esta tesis con CoSaMP. a) $J=2$ y $Q=10$ b) $J=10$ y $Q=2$

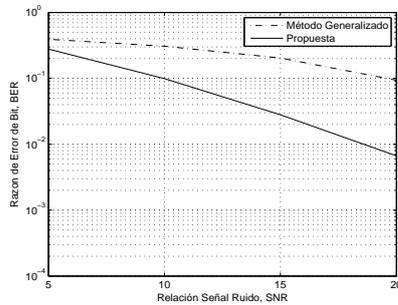
Los parámetros Q y J se definen de acuerdo al nivel de complejidad computacional en base a la ec. (3.1) [6], además de cumplir las condiciones para obtener única solución:

$$O(QJ(P + Q - 1)^2). \quad (3.1)$$

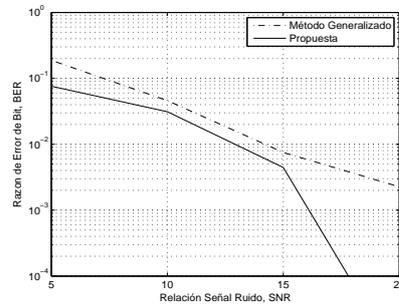
Esta ecuación es formulada en base al tamaño de $\mathbf{Y}_Q^{(J)}$ como se determino en [6], dado que su tamaño es $((P+Q-1) \times QJ)$. De acuerdo a la complejidad de la operación de SVD de una matriz $(n \times m)$ con $m \geq n$ es del orden de $O(mn^2)$. Por esto es recomendable reducir Q ó J .

Ejemplo 4

Se supone un canal variante en el tiempo disperso de orden $L=64$ y $N_D=4$ y se realizan simulaciones con bloques de símbolos $M=8$. Se observa en la Fig. 3.6a el método [3] y el método propuesto con el algoritmo OMP para $J=2$ y $Q=10$. Conservando los mismos parámetros M , L y N_D se repite esta simulación para los parámetros $Q=2$ y $J=10$, como se muestra en la Fig. 3.6b.



(a)



(b)

Figura 3.6: Gráfica BER de método [3] y nuestra Propuesta con OMP. a) $J=2$ y $Q=10$ b) $J=10$ y $Q=2$.

Ejemplo 5

De igual manera se gráfica para el algoritmo SP como se realizo en los ejemplos 3 y 4, como se ve representado en la Fig. 3.7, para $J=2$ - $Q=10$ y $J=10$ - $Q=2$, respectivamente.

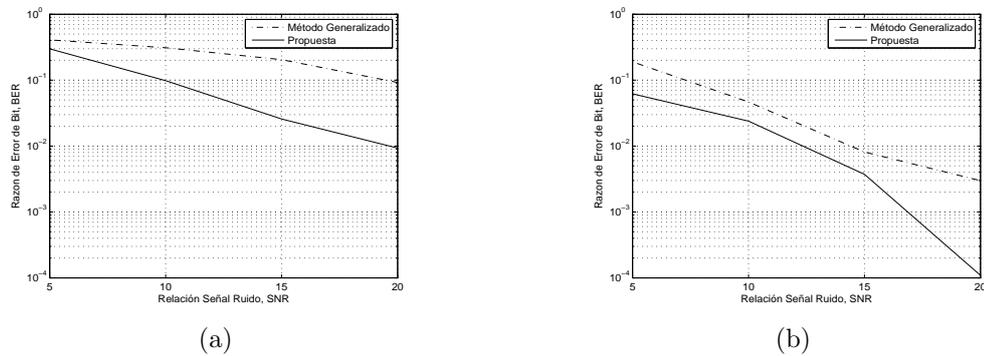


Figura 3.7: Gráfica BER de método [3] y nuestra Propuesta con SP. a) $J=2$ y $Q=10$ b) $J=10$ y $Q=2$

Ejemplo 6

A continuación, se ilustra el comportamiento de nuestro enfoque mediante el cálculo de la tasa de error BER. En adición, se da una comparación con los métodos existentes. Considera el siguientes parámetros $M = 8$, $J = 10$, $Q = 2$, y $L = 64$. Además, se supone que la escasez del canal es $s=10$ con algoritmo CoSaMP.

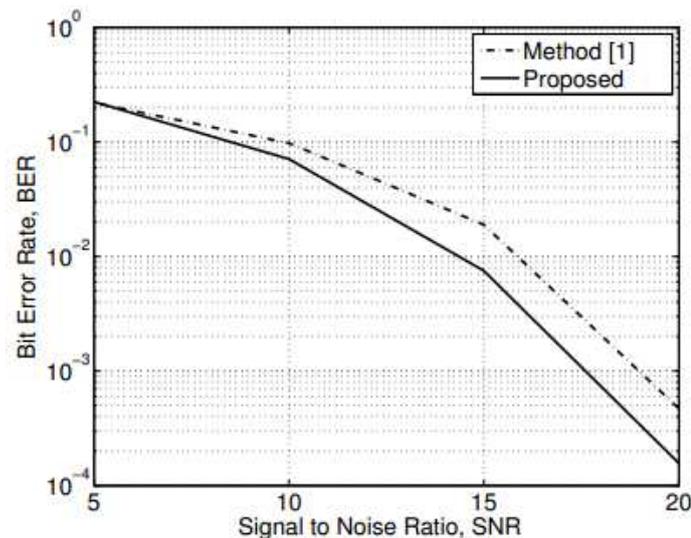


Figura 3.8: Razón de error de bit con CoSaMP.

Parámetros óptimos observados

De acuerdo a los resultados obtenidos en las simulaciones, podemos obtener parámetros óptimos.

- *Se obtiene mayor rendimiento cuando J es grande y Q se asume pequeña, pero a costa de aumentar ligeramente la complejidad al aumentar J .*
- *En cambio cuando J es pequeña y Q ligeramente grande el rendimiento observado es óptimo. Por otro lado, cuando Q es muy grande disminuye el rendimiento.*
- *Con valores Q y J grandes se tiene un costo elevado en la complejidad como se mostró en la ec. (3.1). Sin embargo presenta buen rendimiento.*

3.1.2. Canal Normalizado MSE

En esta sección se mostrarán simulaciones del error cuadrático medio MSE, para finalizar con el análisis de simulaciones.

Ejemplo 7

En este ejemplo comparamos el rendimiento de la estimación de canal ciego disperso con la normalización de canal, error cuadrático medio MSE por sus siglas en ingles. Se utiliza algoritmo CoSaMP, con los siguientes parámetros $M=8$, $L=64$, $Q=2$ y $J=10$. Adicionalmente, asumimos que el nivel de dispersidad del canal es $N_D=10$, como se muestra en la Fig. 3.9.

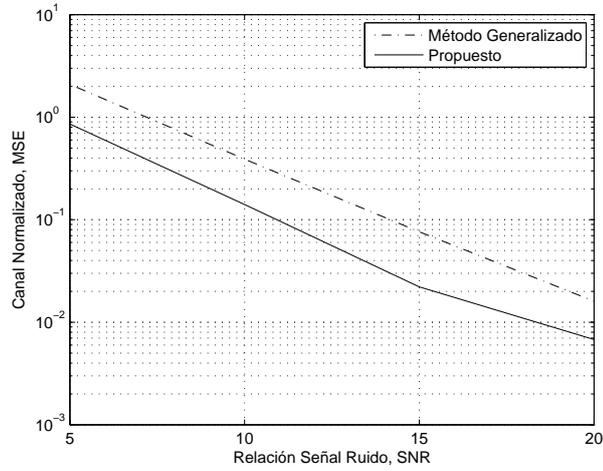


Figura 3.9: Error de estimación de canal cuadrático medio con CoSaMP.

Ejemplo 8

En este ejemplo usamos los mismos parámetros del ejemplo 7, con parámetros $M=8$, $L=64$, $J=10$, $Q=2$ y $N_D=10$ con el propósito de mostrar el resultado que obtuvimos ahora con el algoritmo OMP. Los resultados se muestran en la Fig. 3.10.

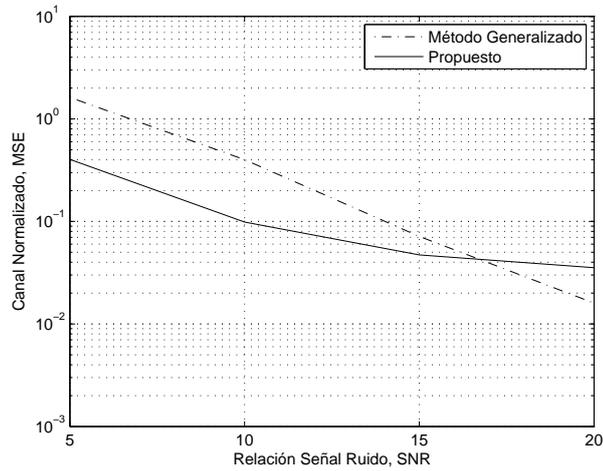


Figura 3.10: Error de estimación de canal cuadrático medio con OMP.

Ejemplo 9

En este ejemplo usamos los mismos parámetros de los ejemplo 7 y 8 de MSE, con parámetros $M=8$, $L=64$, $J=10$, $Q=2$ y $N_D=10$ para el algoritmo SP. Los resultados se presentan en la Fig. 3.11.

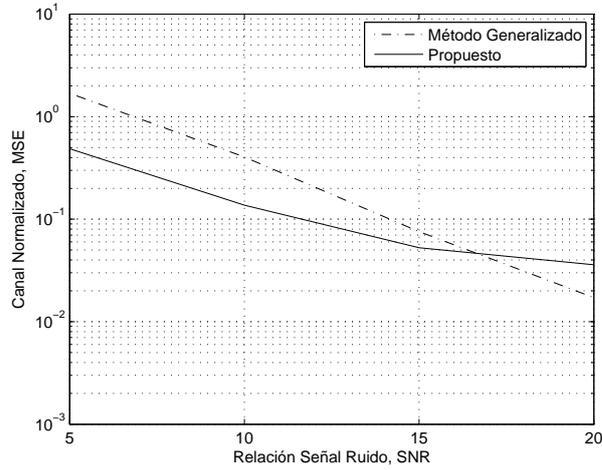


Figura 3.11: Error de estimación de canal cuadrático medio con OMP.

Ejemplo 10

En este ejemplo mostramos la grafica de BER y MSE, con parámetros $M=8$, $L=64$, $J=12$, $Q=2$ y $N_D=10$ para el algoritmo BP. Los resultados se presentan en la Fig. 3.12.

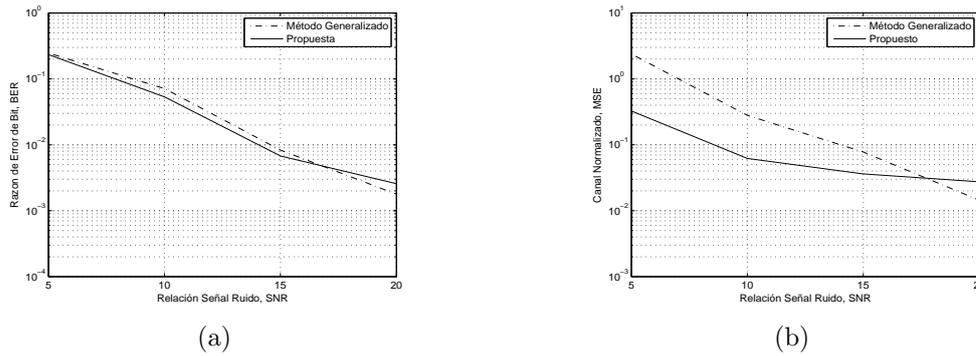


Figura 3.12: Resultados de BER y MSE del método [3] y nuestra Propuesta con BP. a) gráfica BER b) gráfica MSE.

Ejemplo práctico en sistemas submarinos acuáticos

En los canales acuáticos submarinos su comportamiento difiere en gran medida a sistemas convencionales de radio como señalan los autores del artículo [34]. Debido al efecto Doppler provocado por el movimiento lento en el mar por diferentes fenómenos que lo producen como ejemplo las embarcaciones marítimas provoca aún más variaciones en el canal. Además de esto se caracterizan estos sistemas por tener la velocidad de sonido alrededor de 1500m/s en el agua, absorción de energía acuática a altas frecuencias produce ancho de banda limitada. Por consecuencia se tiene el principal obstáculo que dificulta el desempeño en los canales submarinos acuáticos es la combinación de la larga extensión de retardo y (efectivamente) rápida variación del canal. Como ejemplo mencionado por el artículo [34] en sistemas de comunicación submarinas acuáticas las extensiones de retardo son alrededor de 20ms en ambiente poco profundas, ancho de banda 10kHz, lo que lleva a 200 trayectorias en el canal de banda base. Con estos casos se comprueba la utilidad que representa la propuesta que se plantea en esta tesis.

El siguiente ejemplo considera $N_D = 10$ con 200 trayectorias, para $M=8$, $J=10$ y $Q=2$ con el método de optimización CoSaMP. Los resultados se muestran en Fig. 3.13.

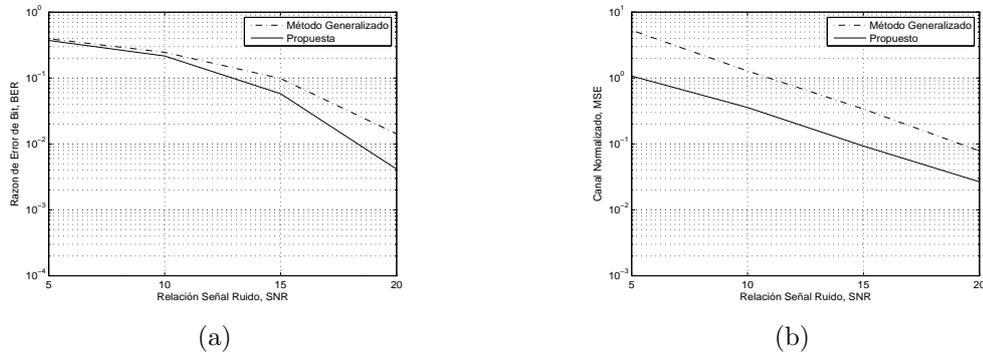


Figura 3.13: Resultados de BER y MSE del método [3] y nuestra Propuesta con CoSaMP. a) gráfica BER b) gráfica MSE.

Conclusiones de simulaciones

En este capítulo hemos presentado comparaciones del método [3] con la propuesta de tesis. El número de bloques debe ser $J \geq 2$ y los valores óptimos observados en base a simulaciones son J grande y Q pequeña en entornos de canal variables en el tiempo. Para método de optimización se detecta me-

jores resultados con el método CoSaMP debido a tener mejor respuesta al suprimir el ruido en comparación con algoritmos de su misma categoría de búsqueda codiciosa y además presenta menor complejidad que algoritmos de optimización convexa.

La complejidad computacional dominante es SVD y el número de iteraciones para el algoritmo de optimización. El número de bloques J , el número de repeticiones Q y P determinan el tamaño de la matriz \mathbf{Y} para realizar SVD. La complejidad de la operación SVD en una matriz $(n \times m)$ es de $O(mn^2)$ con $m \geq n$ [6], en este caso podemos disminuir la complejidad al disminuir Q o J .

Se resumen aquí una guía general para elegir un conjunto de los parámetros y algoritmo de CS óptimos.

- Cuando se tiene los coeficientes de canal variando por cada bloque P , J grande parece tener un mejor rendimiento, como se mostró en la Fig. 3.5.
- Los algoritmos de búsqueda codiciosa presentan mejores resultados en BER y MSE, recuperando los coeficientes de canal de forma iterativa.
- El algoritmo CoSaMP presenta mejor rendimiento en cuanto a MSE, dado que proponemos este algoritmo como mejor resultado obtenido.
- Se utilizó CS para resolver el problema de optimización con norma l_1 como se mostró en la ec. (2.25). Se ha comprobado durante el desarrollo de este apartado que las soluciones a las normas l_1 y l_2 proporcionan respuestas muy diferentes a este problema, obteniendo que la solución asociada a la norma l_2 no proporciona una aproximación muy razonable de la señal original.

Capítulo 4

Conclusiones y trabajo a futuro

4.1. Conclusiones

Se presento un enfoque novedoso para la identificación ciega de canales dispersos. El método propuesto utiliza el algoritmo de sub-espacio. Usamos la norma L_1 para la identificación ciega ya que captura el conocimiento de que el vector canal es escasa. Además, para la optimización escasa, utilizamos los algoritmos de búsqueda CoSaMP, OMP, SP y BP con fin de comparar mejores resultados.

En este trabajo se estudia la teoría del CS para el procesamiento de señales poco densas en el dominio de tiempo. Puede ser reconstruida la señal con alta probabilidad a partir de un conjunto de muestras, asumiendo cumplir con la condición de escasez o poca densidad.

Por tanto, en este trabajo de tesis se ha realizado un estudio comparativo del rendimiento en base a gráficas BER y MSE con la herramienta de Software de Matlab. Se concluye que los mejores resultados con el algoritmo de recuperación se presentan con el algoritmo CoSaMP debido a que presentan menor complejidad computacional que los algoritmos basados en la optimización convexa y disminuye el ruido de manera optima como se mostró en el capítulo de resultados.

4.2. Trabajo a Futuro

- Perfeccionar el método propuesto a partir de la inclusión de métodos de sincronización.
- Aplicar el algoritmo propuesto a la implementación de herramienta software como VHDL, para el apoyo del análisis y rendimiento que se obtiene por esta propuesta.
- Continuar el estudio de los procesos de análisis de estimación de canal con comportamiento disperso, para el dominio de frecuencia.

Bibliografía

- [1] G. B. G. A. Scaglione and S. Barbarossa, “Redundant filter bank precoders and equalizers part ii: blind channel estimation, synchronization, and direct equalization,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, p. 2007–2022, 1999.
- [2] D. H. Pham and J. H. Manton, “A subspace algorithm for guard interval based channel identification and source recovery requiring just two received blocks,” in *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP 03*, vol. 4, p. 317–320, 2003.
- [3] B. Su and P. P. Vaidyanathan, “A generalized algorithm for blind channel identification with linear redundant precoders,” *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2007, 2006.
- [4] S.-M. P. P. Vaidyanathan and Y.-P. Lin, *Signal Processing and Optimization for Transceiver Systems*. Cambridge, New York, Melbourne, Madrid: Cambridge University Press, 2010.
- [5] H. H. Yinsheng Liu, Zhenhui Tan and L. J., “Channel estimation for ofdm,” *IEEE Ccommunication surveys tutorials*, vol. 16, 2014.
- [6] B. Su, *Blind Channel Estimation Using Redundant Precoding: New Algorithms, Analysis, and Theory*, 2008.
- [7] U. S. J. R. Prasad, “Ofdm towards fixed and mobile broadband wireless access,” *Universal personal communications*, 2007.
- [8] S. C. Yang, *OFDMA System Analysis and Design*. Norwood, U.S.: Artech Housel, 2010.
- [9] L. Tan, *Digital Signal Processing Fundamentals and Applications*. San Diego, California: Academic Press, Elsevier, 2008.

- [10] C. Tepedelenlioglu and G. B., “Transmitter redundancy for blind estimation and equalization of time- and frequency-selective channels,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, 2000.
- [11] B. H. K. Roozbeh Mohammadian, Arash Amini and N. Omidvar, “Mimo-ofdm pilot symbol design for sparse channel estimation,” *Proceedings of APSIPA Annual Summit and Conference*, 2015.
- [12] B. Su and P. P. Vaidyanathan, “Performance analysis of generalized zero-padded blind channel estimation algorithms,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, 2007.
- [13] J. F. C. Eric Moulines, Pierre Duhamel and S. Mayrargue, “Subspace methods for the blind identification of multichannel fir filters,” *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 43, 1995.
- [14] J. C. P. Christian R. Berger, Shengli Zhou and P. Willett, “Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to compressed sensing.”
- [15] S. W. Zhiqiang Yao, Guanglong Li and Y. Zheng, “Channel estimation of sparse multipath based on compressed sensing using golay sequences.”
- [16] S. C. Shree Krishna Sharma, Eva Lagunas and B. Ottersten, “Application of compressive sensing in cognitive radio communications: A survey,” *IEEE Communication Surveys Tutorials*, *accepted for publication*.
- [17] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*. Englewood Cliffs, New Jersey: Brendan M. Stewartl, 1993.
- [18] L. Milic, *Multirate Filtering for Digital Signal Processing*. United States: IGI Global, 2009.
- [19] J. G. Proakis and D. G. Manolakis, *Digital Signal Processing Principles, Algorithms, and Applications*. New York: Macmillan Publishing, 1988.
- [20] S. C. Yang, “Ofdma system analysis and design,” 2010.
- [21] G. H. Golub and C. F. V. Loan, *Matriz Computations*.
- [22] I. Mehmet Kemal Ozdemir, Logus Broadband Wiewless Solutions and U. o. S. F. Huseyin Arslan, “Channel estimation for wireless ofdm systems,” vol. 9, 2007.

- [23] I. S. S. O. Yuan Pei Lin, See May Phoong and G. Schuller, “Multirate systems and applications,” *Hindawi Publishing Corporation*, 2007.
- [24] M. S. Processing, *Multirate Systems and Applications*.
- [25] A. D. Hassan Ali and Y. Hua, “Blind sos subspace channel estimation and equalization techniques exploiting spatial diversity in ofdm systems,” p. 171–202, 2004.
- [26] B. J. A. Tropp and Stephen J. Wright, “Computational methods sparse solution of linear inverse problems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, 2010.
- [27] W. D. N. Jonathan H. Manton, “Totally blind channel identification by exploiting guard intervals,” *Systems Control Letters*, vol. 48, p. 113–119, 2003.
- [28] B. Su and P. P. Vaidyanathan, “Generalized signal richness preservation problem and vandermonde-form preserving matrices,” *Work supported in parts by the NSF*.
- [29] G. X. Lang Tong and T. Kailath, “Blind identification and equalization based on second-order statistics: A time domain approach,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 40, 1994.
- [30] W. Zhang and P. A. Naylor, “An algorithm to generate representations of system identification errors,” *Hindawi Publishing Corporation Research Letters in Signal Processing*.
- [31] D. T. Chaitanya Ekanadham and E. P. Simoncelli, “Recovery of sparse translation-invariant signals with continuous basis pursuit,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, 2011.
- [32] J. A. Tropp and S. J. Wright, “Computational methods for sparse solution of linear inverse problems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, 2010.
- [33] D. Needell and J. A. Tropp, “Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples,” *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 26, 2009.
- [34] J. H. Christian R. Berger, Carnegie Mellon and S. Zhou, “Application of compressive sensing to sparse channel estimation,” 2010.

- [35] C. L. M. S. H. E. N. B. Behtash Babadi, Gabriel Obregon-Henao and P. L. Purdon, “A subspace pursuit–based iterative greedy hierarchical solution to the neuromagnetic inverse problem,” *Elsevier NeuroImage*, vol. 87, 2014.
- [36] P. S. Huggins and S. W. Zucker, “Greedy basis pursuit,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, 2007.
- [37] D. T. Chaitanya Ekanadham and E. P. Simoncelli, “Sparse approximation with an orthogonal complementary matching pursuit algorithm,” *IRISA-INRIA*.
- [38] A. A. B. K. M. S. A. Hassan Rabah, Senior and P. K. Meher, “Fpga implementation of orthogonal matching pursuit for compressive sensing reconstruction,” *IEEE Transactions on very large scale integration (VLSI) Systems*, vol. 23, 2015.
- [39] L. Chang and J.-M. Wu, “Sparsity update subspace pursuit algorithm for compressed spectrum sensing.”
- [40] Z. S. Yizhong Liu, Yiqi Zhuang and D. Jiang, “Asymptotically optimized subspace pursuit for sparse signal recovery.”
- [41] W. Wang and L. Ni, “Multipath subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction,” *International Congress on Image and Signal Processing*, 2014.
- [42] J. B. Pratik Shah, Steven L. Grant, “On an iterative method basis pursuit with application to echo cancellation with sparse impulse responses,” *IEEE, ICASSP*, 2012.

Artículo Derivado de la Tesis

N. N. Jiménez Castro Martínez, Dr. A. Fernández Vázquez y Dra.G. Jovanovic Dolecek “Blind Sparse Channel Identification Using Subspace-Based Algorithm”, *MWSCAS 2016*. (aceptado)

Blind Sparse Channel Identification Using Subspace-Based Algorithm

Nicthe Nataly Jimenez
 Department of Electronics
 Institute INAOE
 Puebla, Mexico
 Email: nicthe@inaoep.mx

Alfonso Fernandez-Vazquez
 Escuela Superior de Cómputo, ESCOM
 Instituto Politécnico Nacional, IPN
 Mexico City
 Email: afernand@ieee.org

Gordana Jovanovic Dolecek
 Department of Electronics
 Institute INAOE
 Puebla, Mexico
 Email: gordana@ieee.org

Abstract—This paper addresses the problem of blind channel identification under sparse channel condition. Our approach is an extension of the subspace blind channel identification methods. Unlike previous approaches for blind channel identification where the optimization is in least square sense, i.e., the L_2 norm, the proposed extension includes the identification of sparse channels and uses the L_1 norm. By doing so, we show that the performance of the proposed method outperforms previous approach, under sparse channel conditions. Numerical examples are included in order to demonstrate the effectiveness of the proposed approach. Bit Error Rate and normalized error performances of our approach are also included.

I. INTRODUCTION

Channel identification is a crucial task in coherent communication for equalization and symbol detection [1]–[7]. Contrary to pilot-assisted approaches, blind identification has an improved spectral efficiency [1]–[7].

In particular, blind channel identification using subspace methods is a useful technique and can be applied in all type of data constellation [1]–[3], [5]. In [4], the authors proposed the subspace-based approach for blind identification, where the channel coefficients are obtained from the nullspace of an appropriate Toeplitz matrix. Later in [8] it was shown that in the subspace-based approach, only two receiver blocks are necessary to obtain the channel coefficients, i.e., the channel coefficients are obtained by finding the greatest common divisor of two polynomials. A generalization of these ideas is given in [1], [2], where the parameter repetition index was introduced. Similar to [4], the channel identification is obtained from the null space of the corresponding Hankel matrices. In this setting, the channel coefficients are obtained as an eigenvector of an appropriate positive definite matrix with the minimum eigenvalue [1], [2].

Recently, sparse recovery has been an interesting research topic, which can be applied in channel identification, radar, cognitive radio, among others [9]. In particular, channel identification is addressed in [10]–[13]. In [10], [11], the authors consider the channel identification of sparse underwater channel using pilot symbols. Similarly, another interesting approach is given in [12] and is based on the mutual incoherence property. Sparse channel identification is also considered in [13], where the sensing matrix is obtained from Golay complementary sequences.

Blind channel identification methods like [1]–[7], [14], [15] find the channel coefficients in the least square sense. On the other hand, no blind sparse channel identification techniques use pilot symbols [10]–[13]. Consequently, here the main goal of this paper is to extend the results presented in [1]–[3], [5] to include sparse channels.

The rest of the paper is organized as follows. Section II reviews the general method presented in [1]. Our proposed approach is described in Section III, while Section IV illustrates the method using numerical examples.

II. REVIEW OF THE GENERALIZED METHOD [1]

Let $s(n)$ be the discrete-time information symbols, which is blocked into vectors $\mathbf{s}(n)$ of size M , i.e., $\mathbf{s}(n) = [s_0(n), s_1(n), \dots, s_{M-1}(n)]^T$, where $s_k(n) = s(Mn + k)$. Before transmission, the vector $\mathbf{s}(n)$ is precoded with a linear transformation \mathbf{F} , that is:

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{F}\mathbf{s}(n). \quad (1)$$

Now, we define the vector $\mathbf{u}_P(n) = [\mathbf{u}(n)^T, \mathbf{0}_{1 \times L}^T]^T$ of size $P = M + L$, i.e., $\mathbf{u}_P(n)$ is obtained by appended the vector $\mathbf{u}(n)$ with a vector of L zeros at the end. Finally, the vector $\mathbf{u}_P(n)$ is unblocked into a scalar form $u(n)$, which is sent throughout the channel $H(z)$, which is assumed to be a Linear Time-Invariant (LTI) system and Finite Impulse Response (FIR) with the following transfer function:

$$H(z) = \sum_{k=0}^L h(k)z^{-k}. \quad (2)$$

At the output of $H(z)$, the transmitted information is corrupted by an additive complex white Gaussian noise $e(n)$ with variance σ^2 . Therefore, the received sequence $y(n)$ is expressed as:

$$y(n) = u(n) * h(n) + e(n). \quad (3)$$

In this setting, the sequence $y(n)$ is blocked into vector of size P as follows: $\mathbf{y}(n) = [y_0(n), y_1(n), \dots, y_{P-1}(n)]$, where $y_k(n) = y(Pn + k)$. Consequently, the following relation holds:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{H}\mathbf{u}(n) + \mathbf{e}(n), \quad (4)$$

where $e(n)$ is the blocked version of $e(n)$, $\mathbf{H} = \mathcal{T}_M(\mathbf{h})$, $\mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(L)]^T$, and

$$\mathcal{T}_n(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} a_0 & & & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & & \\ a_{m-1} & & a_0 & \\ & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & & a_{m-1} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

with $\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_{m-1}]^T$. It is worth noting that there is no inter-block interference (IBI) because of the existence of L zeros in $\mathbf{u}_P(n)$.

In the generalization method [1], the authors introduce the repetition index Q as follows [5]

$$\mathcal{T}_Q(\mathbf{y}(n)) = \mathcal{T}_{M+Q-1}(\mathbf{h})\mathcal{T}_Q(\mathbf{u}(n)) + \mathcal{T}_Q(e(n)). \quad (6)$$

Considering that the channel does not change during the transmission of J blocks, we have:

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = \mathcal{T}_{M+Q-1}(\mathbf{h})\mathbf{U}_Q^{(J)} + \mathbf{G}_Q^{(J)}, \quad (7)$$

where:

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = [\mathcal{T}_Q(\mathbf{y}(0)), \mathcal{T}_Q(\mathbf{y}(1)), \dots, \mathcal{T}_Q(\mathbf{y}(J-1))]^T, \quad (8)$$

$$\mathbf{U}_Q^{(J)} = [\mathcal{T}_Q(\mathbf{u}(0)), \mathcal{T}_Q(\mathbf{u}(1)), \dots, \mathcal{T}_Q(\mathbf{u}(J-1))]^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{G}_Q^{(J)} = [\mathcal{T}_Q(e(0)), \mathcal{T}_Q(e(1)), \dots, \mathcal{T}_Q(e(J-1))]^T. \quad (10)$$

The sizes of the matrices $\mathcal{T}_{M+Q-1}(\mathbf{h})$ and $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ are $(M+L+Q-1) \times (M+Q-1)$ and $(M+Q-1) \times (QJ)$, respectively.

In the noiseless setting, we choose J and Q such that $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ has full rank $M+Q-1$. This implies that

$$J \geq 1 + \lceil (M-1)/Q \rceil. \quad (11)$$

Consequently, there exists L linearly independent annihilator vectors \mathbf{r}_k such that

$$\mathbf{r}_k \mathbf{Y}_Q^{(J)} = \mathbf{0}. \quad (12)$$

Since $\mathbf{U}_Q^{(J)}$ has full rank, it follows that

$$\mathbf{r}_k \mathcal{T}_{M+Q-1}(\mathbf{h}) = \mathbf{0}. \quad (13)$$

By performing the Singular Value Decomposition on $\mathbf{Y}_Q^{(J)}$, we have:

$$\mathbf{Y}_Q^{(J)} = [\bar{\mathbf{R}} \quad \mathbf{R}] \begin{bmatrix} \Sigma_s & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}^\dagger \\ \mathbf{V}^\dagger \end{bmatrix}, \quad (14)$$

where the size of \mathbf{R} is $(M+L+Q-1) \times L$. Combining (12) and (14), we arrive at:

$$\mathbf{R} \mathcal{T}_{M+Q-1}(\mathbf{h}) = \mathbf{0}, \quad (15)$$

Accordingly, the annihilator vectors \mathbf{r}_k , for $k = 1, \dots, L$, are the columns of \mathbf{R} . In order to find the channel coefficients, we construct the $(L+1) \times (M+Q-1)$ Hankel matrix:

$$\mathbf{U}_k = \begin{bmatrix} r_k(1) & r_k(2) & \cdots & r_k(M+Q-1) \\ r_k(2) & r_k(3) & \cdots & r_k(M+Q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_k(L+1) & r_k(L+2) & \cdots & r_k(M+Q+L-1) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

for $k = 1, 2, \dots, L$. Next step is to construct the matrix

$$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_L]. \quad (17)$$

We can verify that (15) is equivalent to

$$\mathbf{h}^\dagger \mathbf{U} = \mathbf{0}. \quad (18)$$

Vector \mathbf{h} can be identified up to a scalar ambiguity.

To estimate the channel coefficients, the authors in [1], [2] assume that

$$\mathbf{G}_Q^{(J)} \left(\mathbf{G}_Q^{(J)} \right)^\dagger = \alpha \mathbf{I}, \quad (19)$$

where α is a scalar constant. In this way, the proposed the optimization in the least square sense is:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \tilde{\mathbf{h}}^\dagger \mathbf{U} \mathbf{U}^\dagger \tilde{\mathbf{h}}. \quad (20)$$

In the following, we illustrate the performance of the algorithm when the FIR channel is sparse.

Example 1. In this example, we consider the following parameters: $M = 8$, $J = 10$, $Q = 2$, and $L = 6$. The Transformation \mathbf{F} is the identity matrix, and the symbols $s(n)$ come from the constellation of Quadrature Phase-Shift Keying (QPSK). Additionally, we assume that the SNR = 10 dB.

Figure 1(a) shows the coefficients $h(n)$ of the LTI channel. Observe that the channel possesses the sparse property. Similarly, Fig. 1(b) illustrates the estimated channel coefficients. As a consequence of using the optimization defined in (20), the method fails to identify the sparse channel coefficients.

Next section proposes a method to identify sparse channel coefficients.

III. PROPOSED METHOD

In this section, we describe the proposed approach. At first, recall that (18) holds for the noiseless case. Now, assuming that $e(n) \neq 0$, and using (14), (12) results in:

$$\mathbf{R} \mathcal{T}_{M+Q-1}(\mathbf{h}) \mathbf{U}_Q^{(J)} + \mathbf{R} \mathbf{G}_Q^{(J)} = \mathbf{0}. \quad (21)$$

After some algebraic manipulation, (21) is equivalent to:

$$\mathbf{U}^\dagger \mathbf{h} = \mathbf{b}, \quad (22)$$

where the vector \mathbf{b} depends on the noise $\mathbf{G}_Q^{(J)}$, \mathbf{R} and $\mathbf{U}_Q^{(J)}$. It is worth noting that in absence of noise, (22) reduces to (18).

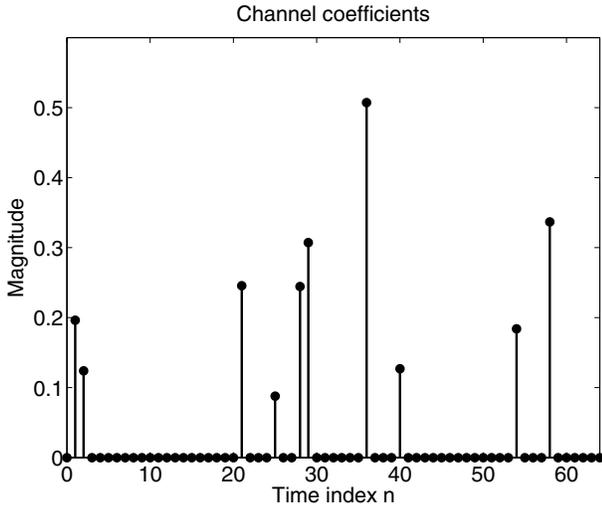
Therefore, by solving (22), the channel coefficients can be obtained. Unfortunately, the vector \mathbf{b} is not known due to $e(n)$, and any algorithm to recover the sparse channel \mathbf{h} cannot be applied [16].

To overcome this problem, we propose to estimate the vector \mathbf{b} . In pursuing this goal we make the following key observation. First, from (22), note that if we knew the channel $\hat{\mathbf{h}}$, then we would know \mathbf{b} .

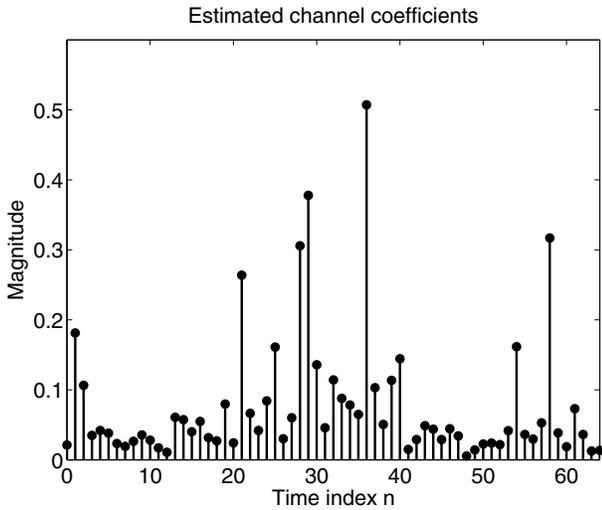
Accordingly, we can have:

$$\mathbf{b} \approx \mathbf{U}^\dagger \hat{\mathbf{h}}, \quad (23)$$

where $\hat{\mathbf{h}}$ is obtained using the least square minimization described in (20).



(a)



(b)

Fig. 1. Channel coefficients in Example 1. a) Channel coefficients $h(n)$, and b) Estimated channel coefficients.

Consequently, to obtain the sparse channel coefficients, we propose the following optimization:

$$\min \|\mathbf{h}\|_1, \quad (24a)$$

$$\text{such that } \mathbf{U}^\dagger \mathbf{h} = \mathbf{U}^\dagger \hat{\mathbf{h}}, \quad (24b)$$

where $\|\mathbf{h}\|_1$ stands for the L_1 norm [16]. The L_1 norm captures the knowledge that \mathbf{h} is sparse.

Pursuit and optimization methods to solve (24) are available, see e.g., [16]. Here we use the former class. Specifically, we apply CoSaMP (compressive sampling matching pursuit) iterative algorithm [17].

Next section illustrates the proposed approach with numerical examples.

IV. SIMULATION RESULTS

In this section, we illustrate the performance of the proposed approach with examples.

Example 2. This example uses the parameters defined in Example 1, i.e., $M = 8$, $J = 10$, $Q = 2$, and $L = 6$ with $\text{SNR} = 10$ dB.

Figure 2 shows the estimated sparse channel coefficients. Note that the sparse solution suppresses the noise better than the least square solution. This confirms the effectiveness of the proposed method.

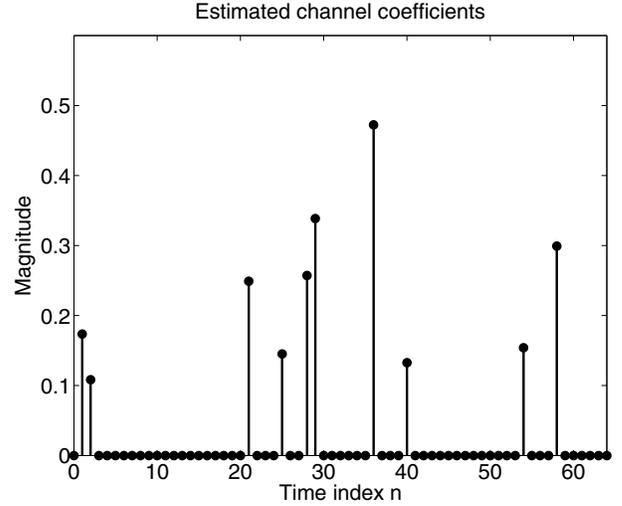


Fig. 2. Estimated sparse channel coefficients in Example 2.

Example 3. Now we illustrate the performance of our approach by computing the Bit Error Rate (BER). In addition, a comparison with existing methods is given. Consider the following parameters $M = 8$, $J = 10$, $Q = 2$, and $L = 64$. Additionally, assume that the sparsity of the channel is 10, this means, the number of coefficients non zero in the channel. The positions of the non zero coefficients are random.

The BER estimation is illustrated in Fig. 3. As expected, our approach outperforms methods [1], [2] under sparse channel conditions. Similarly, Fig. 4 shows the The normalized least squared channel estimation error, denoted as E_{ch} and defined as [1]

$$E_{ch} = \frac{\|\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|^2}{\|\mathbf{h}\|^2}, \quad (25)$$

where $\tilde{\mathbf{h}}$ is the estimated channel vector and \mathbf{h} the true channel vector.

V. CONCLUSION

We have presented a novel approach for blind identification of sparse channels. The proposed method uses the subspace algorithm. The performance of the previous method is improved in the noisy channel setting. We use the L_1 norm for blind identification since this captures the knowledge that the vector channel is sparse. Additionally, for the sparse optimization, we use the CoSaMP pursuit algorithm, which is less complex than algorithms based on convex optimization. Simulation results show the effectiveness of the presented method.

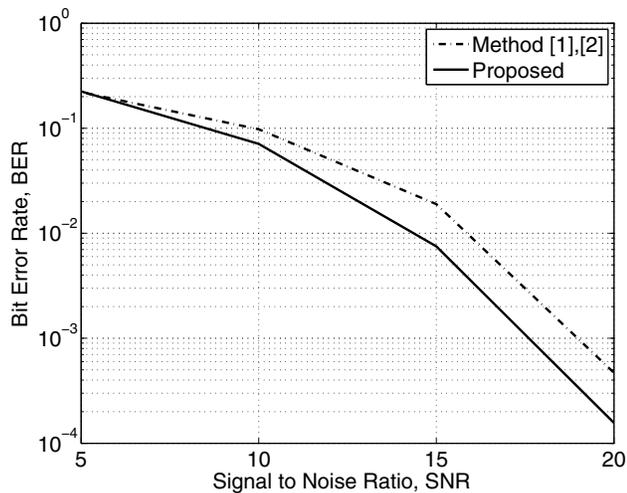


Fig. 3. BER performance in Example 3.

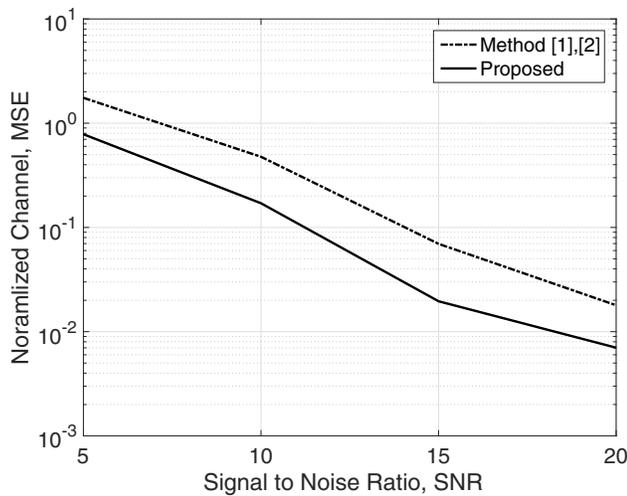


Fig. 4. BER performance in Example 3.

ACKNOWLEDGMENT

This work is supported by CONACyT Mexico under grants No.179587, and No.264138.

REFERENCES

- [1] B. Su and P. P. Vaidyanathan, "A generalized algorithm for blind channel identification with linear redundant precoders," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2007, no. 1, pp. 1–13, 2006. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1155/2007/25672>
- [2] —, "Performance analysis of generalized zero-padded blind channel estimation algorithms," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 11, pp. 789–792, Nov 2007.
- [3] B. Su, "Subspace-based blind and semiblind channel estimation in ofdm systems with virtual carriers using few received symbols," in *2014 IEEE 15th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, June 2014, pp. 100–104.
- [4] A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, "Redundant filterbank precoders and equalizers. ii. blind channel estimation, synchronization, and direct equalization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 7, pp. 2007–2022, Jul 1999.

- [5] Y. C. Pan and S. M. Phoong, "An improved subspace-based algorithm for blind channel identification using few received blocks," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, no. 9, pp. 3710–3720, September 2013.
- [6] C. H. Tseng, Y. C. Cheng, and C. D. Chung, "Subspace-based blind channel estimation for ofdm by exploiting cyclic prefix," *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 2, no. 6, pp. 691–694, December 2013.
- [7] W. Zhang, F. Gao, and Q. Yin, "Blind channel estimation for mimo-ofdm systems with low order signal constellation," *IEEE Communications Letters*, vol. 19, no. 3, pp. 499–502, March 2015.
- [8] D. H. Pham and J. H. Manton, "A subspace algorithm for guard interval based channel identification and source recovery requiring just two received blocks," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP '03). 2003 IEEE International Conference on*, vol. 4, April 2003, pp. IV–317–20 vol.4.
- [9] S. K. Sharma, E. Lagunas, S. Chatzinotas, and B. Ottersten, "Application of compressive sensing in cognitive radio communications: A survey," *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2016.
- [10] C. R. Berger, Z. Wang, J. Huang, and S. Zhou, "Application of compressive sensing to sparse channel estimation," *IEEE Communications Magazine*, vol. 48, no. 11, pp. 164–174, November 2010.
- [11] C. R. Berger, S. Zhou, J. C. Preisig, and P. Willett, "Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to compressed sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 3, pp. 1708–1721, March 2010.
- [12] C. Qi, G. Yue, L. Wu, Y. Huang, and A. Nallanathan, "Pilot design schemes for sparse channel estimation in ofdm systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 64, no. 4, pp. 1493–1505, April 2015.
- [13] Z. Yao, G. Li, S. Wang, and Y. Zheng, "Channel estimation of sparse multipath based on compressed sensing using golay sequences," in *2015 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP)*, July 2015, pp. 976–980.
- [14] S. H. Fang, J. Y. Chen, J. S. Lin, M. D. Shieh, and J. Y. Hsu, "Blind channel estimation for cp/cp-free ofdm systems using subspace approach," in *2015 IEEE 81st Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, May 2015, pp. 1–5.
- [15] J. L. Yu, W. T. Hsu, and B. Zhang, "A novel prewhitening subspace channel estimation for cyclic prefixed mimo-ofdm systems," in *Signal and Information Processing (ChinaSIP), 2015 IEEE China Summit and International Conference on*, July 2015, pp. 891–895.
- [16] J. A. Tropp and S. J. Wright, "Computational methods for sparse solution of linear inverse problems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 948–958, June 2010.
- [17] D. Needell and J. Tropp, "Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp. 301 – 321, 2009. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1063520308000638>