



**INAOE**

# **Validación de la alineación de un espejo segmentado usando la prueba de Ronchi sub-estructurada**

por

**Lic. Dayana Hortencia Peñalver Vidal**

Tesis sometida como requisito parcial para  
obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA  
ESPECIALIDAD DE ÓPTICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y  
Electrónica**

Septiembre 2008

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

**Dr. Fermín Granados, INAOE**

**Dr. Alejandro Cornejo, INAOE**

©INAOE 2008

El autor otorga al INAOE el permiso de  
reproducir y distribuir copias en su totalidad o en  
partes de esta tesis



*A mi querida madre, Sra. Thaide Vidal por siempre creer en mi y apoyarme, brindandome su soporte en todo momento. A mi querido David, quien desde que me conoce ha estado allí para mi y con quien espero estar en todas las aventuras de mi vida. Y finalmente a mi bien esperado Santiago, quien aun no conozco pero que espero con gran felicidad. A ustedes por ser los ejes emocionales de mi vida.*

### **Agradecimientos y Reconocimientos**

A todos aquellos que me acompañaron las etapas del trabajo: Al personal del taller de óptica, en especial a, Coord. De Téc. Arroyo Miguel, Coord. De Téc. Quechol Salvador, Tec. De la Luz Armando, Téc. Quechol Omar, Téc. Sup. Lopez H. Noe, Téc. Coord. Serv. Grales. Salazar Mayra, Téc. Coord. Serv. Grales. Cortez Valentin, Ing. Javier Arriaga Petrona. A todos aquellos que hicieron posible mi estudios en este gran país: Dr. Alejandro Cornejo, Dr. Fermín Granados, Dr. Sergio Vázquez y al personal administrativo. A quienes me hicieron sentir como en casa: Mario Lopez y Giannina Dalle Mese.



# Índice general

<b>1. Capítulo I</b>	<b>5</b>
1.1. Introducción . . . . .	5
1.2. Objetivos Generales de la Tesis . . . . .	6
1.3. Justificación . . . . .	6
<b>2. Capítulo II</b>	<b>9</b>
2.1. Prueba de Ronchi . . . . .	9
2.1.1. Resumen Biográfico de Ronchi . . . . .	9
2.1.2. Principio de la Prueba de Ronchi . . . . .	11
2.1.3. Rejillas clásicas y sub estructuradas . . . . .	13
2.1.4. Aberraciones Transversales . . . . .	15
2.1.5. Estimación de pistón mediante el defoco . . . . .	21
2.1.6. Conclusiones . . . . .	23
<b>3. Capítulo III</b>	<b>25</b>
3.1. Métodos de alineación de la fase para segmentos de un espejo . . . . .	25
3.1.1. Métodos interferométricos . . . . .	27
3.1.2. Método de Difracción . . . . .	31
3.1.3. Sensor de Curvatura . . . . .	36
3.1.4. Método de Ronchi . . . . .	38
3.1.5. Conclusiones . . . . .	40
<b>4. Capítulo IV</b>	<b>43</b>
4.1. Procedimiento y Resultados . . . . .	43

4.1.1.	Sistema de medición . . . . .	43
4.2.	Análisis de Ronchigramas . . . . .	47
4.2.1.	Cambio de muestreo . . . . .	53
4.2.2.	Detección de la sincronización de fase entre dos neuronas activas mediante la transformada rápida de Fourier . . . . .	58
4.2.3.	Algoritmo de calibración de fase para interferometría de corri- miento de fase . . . . .	68
4.2.4.	Análisis del corrimiento del primer armónico de las funciones . . .	77
4.2.5.	Conclusiones . . . . .	83
<b>5.</b>	<b>Capítulo V</b>	<b>87</b>
5.1.	Conclusiones . . . . .	87

# Capítulo 1

## Capítulo I

### 1.1. Introducción

El estudio y control de calidad de superficies monolíticas ha sido uno de los ejes fundamentales para la creación de elementos ópticos de primera línea. En la actualidad la demanda de elementos y sistemas ópticos cada vez más grandes ha hecho que se migre a superficies segmentadas para la creación de componentes de sistemas ópticos, esto trajo consigo una variedad de retos tecnológicos para obtener estándares de calidad cercanos o iguales a los satisfechos en el pasado para superficies monolíticas.

Diversas técnicas han sido empleadas para el cofasamiento de los segmentos de una superficie que se desea tenga un comportamiento semejante al de una monolítica. Entre las más famosas se encuentra la de difracción, la cual es aun actualmente empleada por la primera pareja de telescopios de gran escala, *Keck*, en Hawaii. También están entre otras, las técnicas de sensor de curvatura y las de interferometría. Esta última puede ser desglosada en base al camino que sigan los frentes de onda a interferir: camino común y camino no común. El montaje experimental de la prueba de Ronchi combina dos características importantes que pueden permitir caracterizar la calidad de una superficie, bien sea monolítica o no, la primera de ellas es que corresponde a un interferómetro de camino común, lo cual da estabilidad al sistema y alta precisión a los resultados que se deriven de ella, la segunda corresponde a la facilidad de implementación de la misma,

en comparación con otros métodos interferométricos.

La prueba de Ronchi desde sus comienzos hasta la actualidad ha mostrado ser adecuada para conocer la geometría y calidad de superficies bajo estudio, con el paso de los años se han modificado ligeramente algunos parámetros de la misma, entre los que se encuentra el tipo de fuente (luz blanca, luz láser), tipo de rejilla (clásicas y subestructuradas), desplegamiento de las rejillas (impresión en vidrio, pantallas de cristal líquido (PCL)); pero su funcionamiento físico sigue siendo el mismo. En el actual trabajo se estudia la factibilidad de la prueba para determinar pistón entre dos espejos adyacentes, usando para ello una PCL para desplegar rejillas subestructuradas.

## 1.2. Objetivos Generales de la Tesis

El principal objetivo del actual trabajo corresponde al estudio de la prueba de Ronchi con rejillas sub-estructuradas como potencial técnica para el cofasamiento de segmentos de un espejo no monolítico. Para lograrlo se emplea una pantalla de cristal líquido (PCL) que permite en tiempo real desplegar y cambiar rejillas en el experimento.

Las etapas del trabajo se dividen principalmente de tres: Revisión bibliográfica de las técnicas empleadas anteriormente para el cofasamiento de segmentos, al igual que modificaciones hechas a la prueba de Ronchi desde sus comienzos; implementación de la prueba de Ronchi con rejillas Sub-estructuradas y desplegadas en una PCL, a un espejo compuesto de dos segmentos adyacentes; análisis computacional de los ronchigramas obtenidos al variar el pistón entre las superficies adyacentes.

## 1.3. Justificación

La importancia de este estudio yace en la potencialidad de la prueba para el estudio y control de calidad de superficies segmentadas. La combinación de simplicidad

y alta precisión hace que esta prueba sea altamente atractiva para este propósito, y la unión de la misma con las ventajas tecnológicas del mundo actual de las pantallas de cristal líquido más el uso de rejillas que pueden incrementar su periodo dando un rango dinámico mayor al antes obtenido en la prueba clásica, hacen de esta una propuesta no solamente atractiva sino viable y posiblemente aplicable en los próximos años.



## Capítulo 2

# Capítulo II

### 2.1. Prueba de Ronchi

#### 2.1.1. Resumen Biográfico de Ronchi

Vasco Ronchi nació el 19 de diciembre de 1897 en Florencia, Italia. Sus estudios universitarios fueron realizados entre los años 1915-1919 en la Facultad de Física de la Universidad de Pisa; adicionalmente, Ronchi participó en la 1ª Guerra Mundial y fue galardonado con una medalla. En el ámbito científico, su tesis doctoral fue publicada en 1919 y trabajó como investigador asistente del Profesor Antonio Garbasso en el Instituto de Física de la Universidad de Florencia desde 1920.

En el año de 1922 publicó su método de pruebas ópticas que llevaría su nombre. Esta prueba consiste en colocar una pequeña rejilla de franjas claras y oscuras cerca del radio de curvatura de una superficie cóncava y una fuente de luz puntual que ilumine la superficie a través de la mencionada rejilla [2.1]. Algunos científicos se refieren a ésta como la rejilla de Ronchi.

Los aspectos profesionales más importantes de Vasco Ronchi son enumerados a continuación.

- En 1923, fue fundada la Asociación Oftalmológica Italiana, y Vasco Ronchi fue nombrado Secretario. Organizó la Exposición Nacional de Oftalmología Instru-

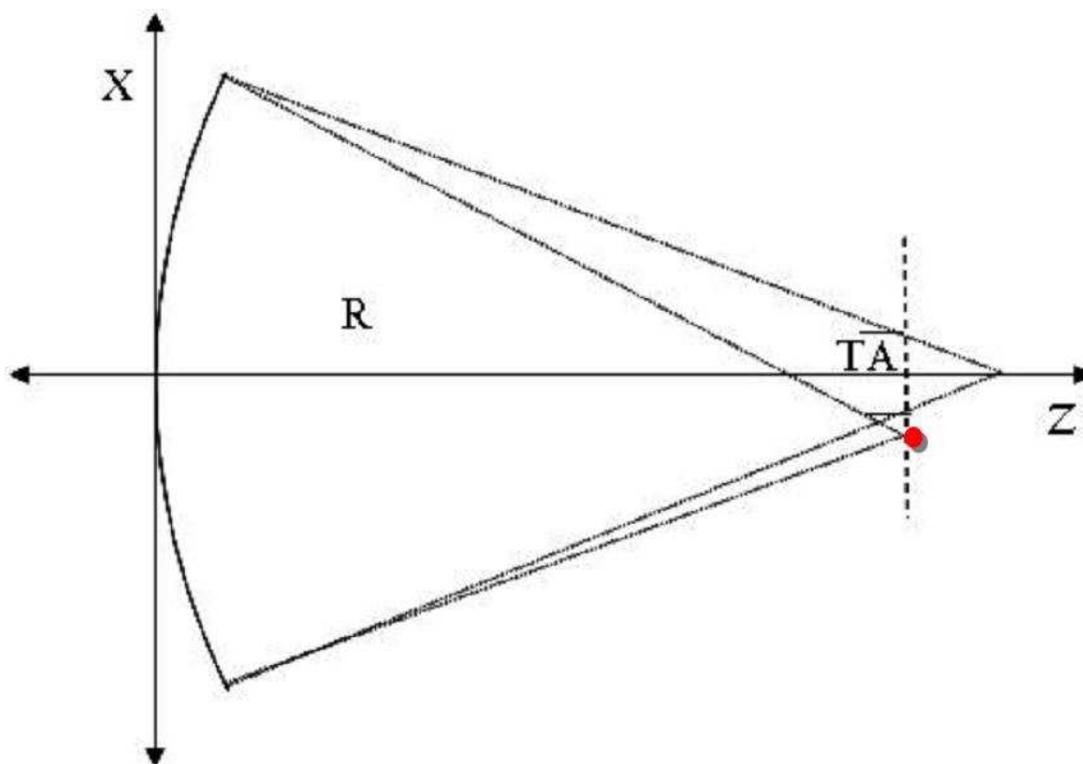


Figura 2.1: *Esquema de la prueba de Ronchi Clásica. Imagen tomada de [8]*

mental en 1934.

- En 1925 fue miembro fundador y primer director del Instituto Nacional de Óptica, en Florencia.
- En 1928 fue nombrado profesor de física, sus cursos fueron un gran éxito.
- La primera edición de su libro “Historia de la Luz”, que escribió bajo la invitación del Prof. Enriques de la Universidad de Roma, fue publicado por Zanichelli en Bolonia en 1939. En 1952 se publica la segunda edición con el doble del tamaño.
- Poco después de la guerra en 1945, fundó la “Fondazione Giorgio Ronchi”, el nombre en honor a su hijo que había fallecido en esa guerra en 1944. Esta organización apoya la publicación de una nueva revista científica titulada “Atti della Fondazione Giorgio Ronchi”. Esta revista nace debido a que el Boletín de la Asociación italiana de fibra óptica y la publicación de Ottica no podían ser impresas durante

los años de guerra debido a la falta de papel.

- En 1953 fue elegido Presidente de la Unión Internacional de Historia de la Ciencia en la UNESCO y fue reelecto en cuatro oportunidades.
- Fue llamado a ser miembro de la Optical Society of America y posteriormente nombrado "Fellow Emérito" de esta organización.
- Publicó más de 900 artículos y 30 libros y estuvo a cargo del Instituto Nacional de Óptica durante 58 años y fue nombrado "Gran Croce di Cavaliere al Mérito della Repubblica Italiana".
- Vasco Ronchi muere el 31 de octubre de 1988.

### 2.1.2. Principio de la Prueba de Ronchi

La prueba de Ronchi permite de manera sencilla y precisa determinar las aberraciones transversales geométricas de un sistema óptico. El esquema en particular para un espejo concavo, se basa en colocar una fuente de luz en las cercanías del centro de curvatura del sistema bajo prueba, e introducir una rejilla de bandas rectas claras y oscuras antes o después de su punto conjugado, produciendo un patrón de intensidad que puede ser observado en la pupila de salida. El espaciamiento de las bandas en la rejilla, determinará el modelo teórico con el cual se interpretará la distribución de intensidad obtenida en el patrón de Ronchi, el primer modelo plantea las franjas como sombras de las líneas de la rejilla y es válido para bajas frecuencias de la rejilla (Óptica Geométrica), y el segundo interpreta las franjas como resultado de la difracción e interferencia generada en la prueba mediante una rejilla de alta frecuencia (Óptica Física)[1].

La forma y grosor de las franjas cambia principalmente en base a dos parámetros, de acuerdo a la forma geométrica de la superficie en estudio y la posición de la rejilla con respecto al centro de curvatura de dicha superficie, cuando ésta es cóncava. No obstante, también cambian las franjas si hay deformaciones en la superficie y/o la fuente de iluminación está fuera de eje. En un experimento típico, los efectos debidos a desalineamiento de la fuente o defectos superficiales suelen ser controlados para que no

tengan una contribución apreciable en los resultados.

Las aberraciones geométricas pueden ser obtenidas aún de manera cualitativa al observar la forma de las franjas, dado que las mismas se asocian a las aberraciones transversales del frente de onda. Esto se traduce teóricamente a las derivadas espaciales de la función de onda; por otra parte, si se desea conocer el radio de curvatura y por ende determinar la distancia focal sólo basta con encontrar la distancia para la cual desaparecen las franjas y se observa una distribución de intensidades uniforme en la pupila de salida.

La aberración transversal  $TA$  puede ser observada en el plano imagen del sistema bajo prueba, y es equivalente a la derivada del frente de onda en análisis con respecto a sus variables espaciales. El estudio de la aberración transversal en una dirección preferencial está determinado por la orientación de la rejilla, si ésta posee las bandas a lo largo de la dirección en  $Y$  entonces se mide  $TA_X$ , de manera equivalente si las bandas están a lo largo de la coordenada  $X$  entonces se mide la  $TA_Y$ .

En el marco de la óptica Geométrica las ecuaciones de Rayces modelan a cabalidad el fenómeno físico. En la pupila de salida del sistema las aberraciones transversales cumplen con las siguientes igualdades:

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = -\frac{1}{R}TA_x \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = -\frac{1}{R}TA_y \quad (2.2)$$

donde  $R$  es el radio de curvatura del frente de onda, y  $W(x, y)$  es el frente de onda que se desea conocer el cual puede ser modelado mediante la ecuación de Kingslake como

$$W = A(x^2 + y^2)^2 + By(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) + \delta F \quad (2.3)$$

Los coeficientes A,B y C representan las aberraciones esféricas, coma y astigmatismo respectivamente, el término D corresponde al error de foco y el último término  $\delta F$  se debe al pistón el cual es un término constante.

### 2.1.3. Rejillas clásicas y sub estructuradas

Las rejillas de Ronchi clásicas consisten en franjas claras y oscuras distribuidas de manera periódica a lo largo de una apertura rectangular; la característica más sobresaliente de este tipo de rejilla es que las bandas claras son del mismo grosor que las bandas oscuras, tal como se muestra en la Fig. [2.2]. La frecuencia de las rejillas se mide en el Sistema Internacional como líneas por centímetros y en el sistema inglés como líneas por pulgadas, las frecuencias más utilizadas van desde 30, 50, 80, 100, 150 hasta 200 líneas/pulg. Los ronchigramas obtenidos con este tipo de rejillas corresponden a una distribución sinusoidal de intensidad de una sola frecuencia.

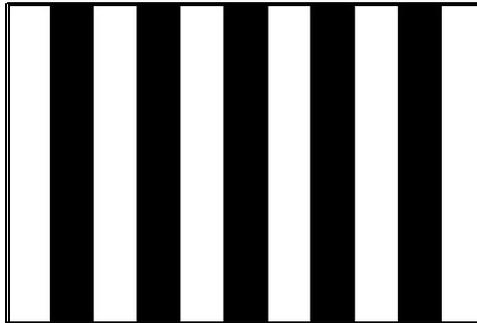


Figura 2.2: *Rejilla Clásica de Ronchi.*

Además de las rejillas clásicas existe otro tipo de rejillas que fueron desarrolladas en 1973 por M.V.R.K. Murty y A. Cornejo [4] para asegurar la calidad de una superficie óptica; este tipo de rejillas, a diferencia de las clásicas, poseen un grosor para las franjas claras y otro grosor diferente para las franjas oscuras. Los primeros ejemplares de este tipo de rejillas realizadas en el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica fueron impresas en vidrio y desde el año 2005 mediante el trabajo de tesis de maestría de Yaoltzin Luna Zayas [3] son creadas a partir de un programa de computadora y

desplegadas en una pantalla de cristal líquido (PCL). En estas pantallas, las bandas se dibujan al oscurecer o aclarar sus píxeles, y típicamente se denomina columna a una sucesión de píxeles en una dirección establecida. La estructura de las rejillas en base a la distribución de intensidad indicará a qué clase pertenece; aquellas a las cuales se les asigna el mismo número de columnas para intensidades opacas como para intensidades transparentes corresponden a las rejillas clásicas, y aquellas a las que se les asigne diferente número de columnas para diversas intensidades, de manera periódica, son denominadas rejillas subestructuradas.

Las Fig. [2.4] y las Fig. [2.3] corresponden a la subestructura interna que se tiene dentro de un periodo de éstas rejillas. Esta configuración se repite periódicamente y el grosor de cada banda individual corresponde a una columna de píxeles. Específicamente, la Fig. [2.3] muestra las rejillas de Katyl [5], las cuales fueron utilizadas por A. Cornejo, H Altamirano, M.V.R.K. Murty en la prueba de Ronchi en 1978 [6]. Por lo general, el período de estas rejillas es de 11 columnas.

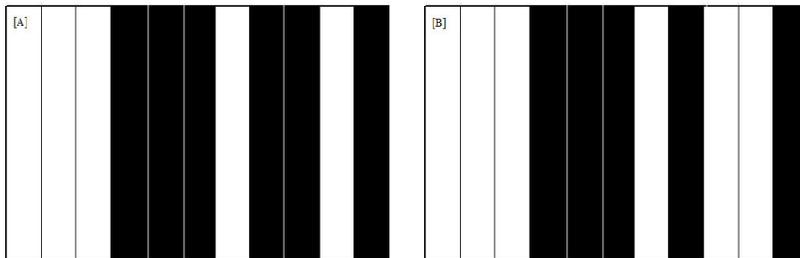


Figura 2.3: *Subestructura de las rejillas de Ronchi especificadas en la tabla. 2.1. [A] Rejilla Katyl positiva, [B] Rejilla Katyl negativa.*

En la actualidad existen diversos tipos de rejillas subestructuradas, entre estas se encuentra la rejilla positiva la cual puede ser desplegada en una PCL y consta de una estructura del tipo 1 : 7; en otras palabras, una columna posee una intensidad mínima (0), lo cual corresponde a un tono negro, y siete columnas consecutivas poseen una intensidad máxima(1), lo cual corresponde a una tonalidad transparente. En el mismo orden de ideas, las rejillas negativas corresponden a una columna de máxima intensidad

y siete columnas de mínima intensidad, y una rejilla combinada es aquella que coloca la rejilla positiva en la primera mitad y la rejilla negativa en la segunda mitad o viceversa. De igual forma se tienen las propuestas por Luna-Zayas y colaboradores [3] las cuales denominaron R1, R2, R3, R4, R5. Todas estas se explican en la tabla [1] en base a su estructura en forma binaria. La Fig. [2.4] presenta la subestructura de estas rejillas en un periodo.

Tipo de Rejilla	Forma Binaria
Katyl Positiva	00011101101
Katyl Negativa	00011101001
R1	10111101
R2	01000010
R3	11010101
R4	00101010
R5	10111000
R6	10111100

Cuadro 2.1: Forma estructural de las rejillas no clásicas en forma binaria.

#### 2.1.4. Aberraciones Transversales

Las aberraciones en sistemas ópticos degeneran la imagen produciendo que esta no sea exactamente igual al objeto que la genera. El frente de onda proveniente de un objeto cambia al pasar a través de un sistema óptico, puesto que las componentes del mismo poseen imperfecciones físicas y limitaciones geométricas que lo deforman, dejando cada pieza del sistema una huella a lo largo del frente de onda. En el caso de la prueba de Ronchi, el sistema de medición funciona como un interferómetro de desplazamiento lateral, por tanto, en el plano imagen se podrá estimar, como fue mencionado anteriormente, la aberración transversal al identificar la interferencia de los primeros órdenes de difracción que se encuentran desplazados lateralmente entre sí por el tipo de sistema de medición.

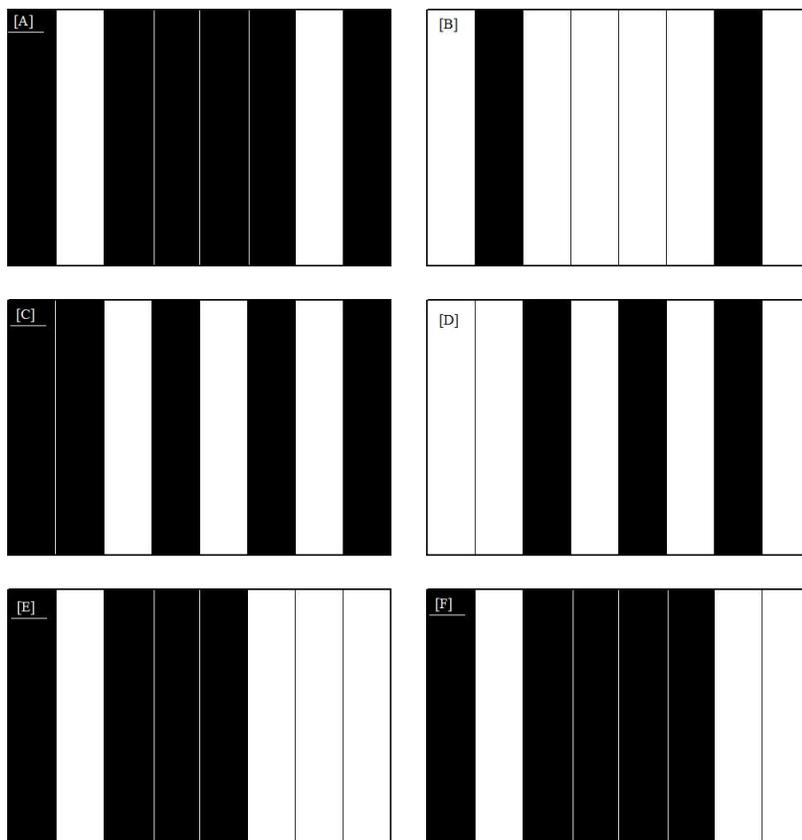


Figura 2.4: Subestructura de las rejillas de Ronchi especificadas en la tabla. 2.1. Las figuras [A], [B], [C], [D], [E], [F] corresponden a las rejillas R1, R2, R3, R4, R5 y R6 respectivamente, propuestas por Luna en su tesis de maestría.

El arreglo de la prueba de Ronchi produce órdenes de difracción desplazados lateralmente [3], la distancia que estos órdenes se desplazan entre sí está en función del tipo de rejilla que se utilice. La manera en que los órdenes interfieran depende del tipo de fuente que se utilice, ya que para una fuente de luz puntual los dos primeros órdenes interferirán entre sí y con el orden cero de difracción simultáneamente, mientras que con una fuente extendida la interferencia solo se producirá entre los dos primeros órdenes de difracción. Sin embargo, en ambos casos las franjas interferométricas que se obtienen representan la aberración transversal del frente de onda y la forma y orientación puede ser aproximada mediante la derivada del término de la ecuación de Kingslake que mo-

dele la aberración geométrica presente.

A continuación se hace un breve repaso de las aberraciones transversales de primer orden que pueden ser observadas en el plano imagen para sistemas interferométricos de desplazamiento lateral.

**Defoco:** Este tipo de situación se observa cuando el plano de observación no coincide con el plano imagen, y por tanto se encuentra fuera de foco; esto produce que en vez de obtener un frente de onda plano, este posea una convexidad o concavidad esférica de radio de curvatura grande, produciendo líneas rectas igualmente espaciadas y orientadas en la dirección perpendicular a la dirección de desplazamiento lateral [1].

$$\frac{\partial[D(x^2 + y^2)]}{\partial x} = 2Dx = -\frac{md}{R}. \quad (2.4)$$

En este caso se está considerando que las bandas de la rejilla están a lo largo de la dirección de  $Y$ .

**Esférica primaria:** El error del frente de onda producido por la aberración esférica es modelado por la ecuación

$$\frac{\partial[A(x^2 + y^2)^2]}{\partial x} = 4Ax(x^2 + y^2) = -\frac{md}{R}. \quad (2.5)$$

La Fig. [2.5] muestra el patrón de franjas que se observa en el caso de la presencia de aberración esférica dentro y fuera de foco, también se muestra en caso de existencia de tilt más esférica, ver Fig. [2.6]. Igualmente en este caso se consideró que las rejillas están extendidas a lo largo de la dirección  $Y$ ; debido a la simetría del término asociado a la aberración esférica de la ecuación de Kingslake, una rotación de la rejillas de  $90^\circ$  produciría una rotación igual en el patrón de interferencia.

**Tilt:** Este caso se produce cuando existe una inclinación entre los frentes de onda generados y se modela mediante la siguiente expresión

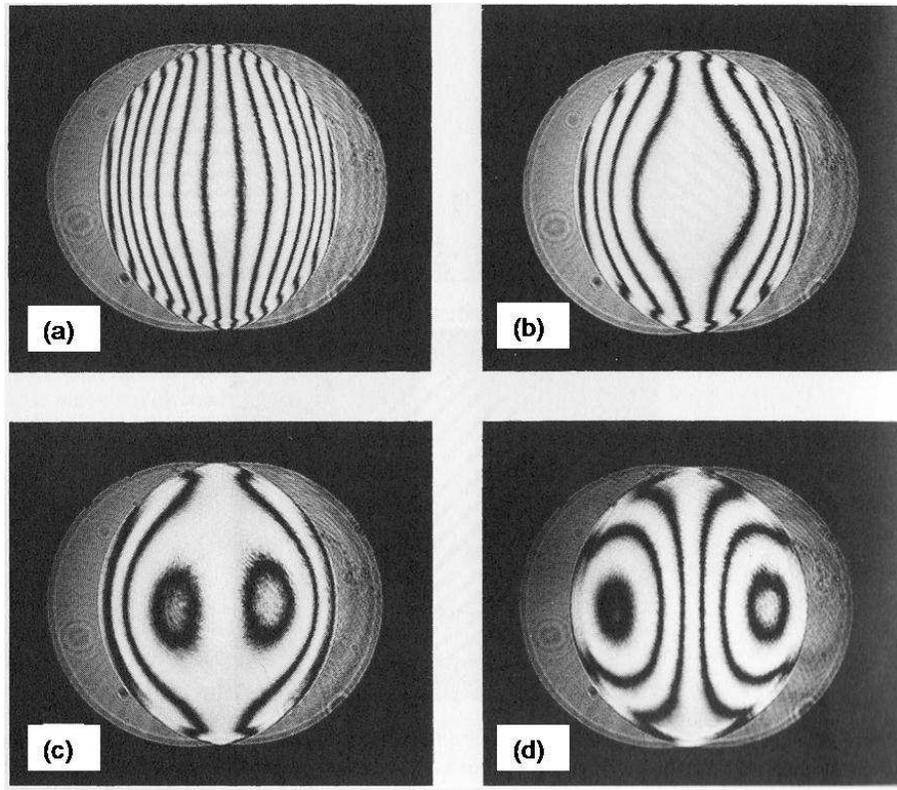


Figura 2.5: *Interferogramas obtenidos en presencia de aberración esférica primaria, la distribución de intensidades cambia al introducir defoco. [a] Dentro de foco, [b] En foco, [c] y [d] Fuera de foco*

$$\Delta W = E = -\frac{md}{R}, \quad (2.6)$$

donde  $E$  representa el ángulo de tilt entre el frente de onda original y el desplazado. En el caso de que se encuentre presente tanto el error de foco como el tilt en el patrón de interferencia se observarán franjas paralelas entre sí; pero estas no son paralelas ni al eje  $x$  ni al eje  $y$ . En el caso de que  $D$  o  $E$  sea cero (uno a la vez) las franjas serán paralelas a  $x$  o  $y$ . La prueba de Ronchi no es sensible a este término cuando se evalúa una superficie monolítica puesto que el frente de onda secundario se genera en el mismo plano que el original debido a la rejilla, pero la prueba sí es sensible a tilt cuando la superficie es segmentada, puesto que si el espejo a prueba

posee una cierta inclinación con respecto al de referencia, entonces los patrones estarán inclinados uno con respecto al otro. Este efecto es el que se empleará en los experimentos de esta tesis.

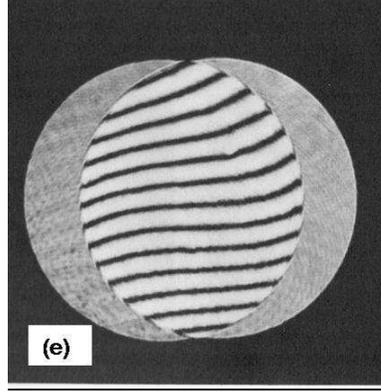


Figura 2.6: *Interferogramas obtenidos en presencia de aberración esférica primaria con un ligero tilt.*

**Coma primaria:** El término del polinomio correspondiente a la aberración de coma primaria es de la forma:

$$W = By(x^2 + y^2), \quad (2.7)$$

debido a su no simetría con respecto a los ejes  $x$  e  $y$ , se observan patrones de interferencia diferente para cada caso, obteniéndose que la forma para la aberración transversal con respecto a  $x$  es:

$$\frac{\partial[By(x^2 + y^2)]}{\partial x} = 2Bxy = -\frac{md}{R} \quad (2.8)$$

lo cual corresponde a hipérbolas rectangulares con asíntotas en las direcciones  $x$  e  $y$ . Por otra parte, la aberración transversal con respecto al parámetro  $y$  viene dada por:

$$\frac{\partial[By(x^2 + y^2)]}{\partial y} = B(x^2 + 3y^2) = -\frac{md}{R}, \quad (2.9)$$

en este caso se observan elipses como las mostradas en la Fig. [2.7c] y Fig. [2.7d], el eje mayor es paralelo al eje  $x$ . En este caso el desplazamiento lateral viene dado en el eje  $y$ .

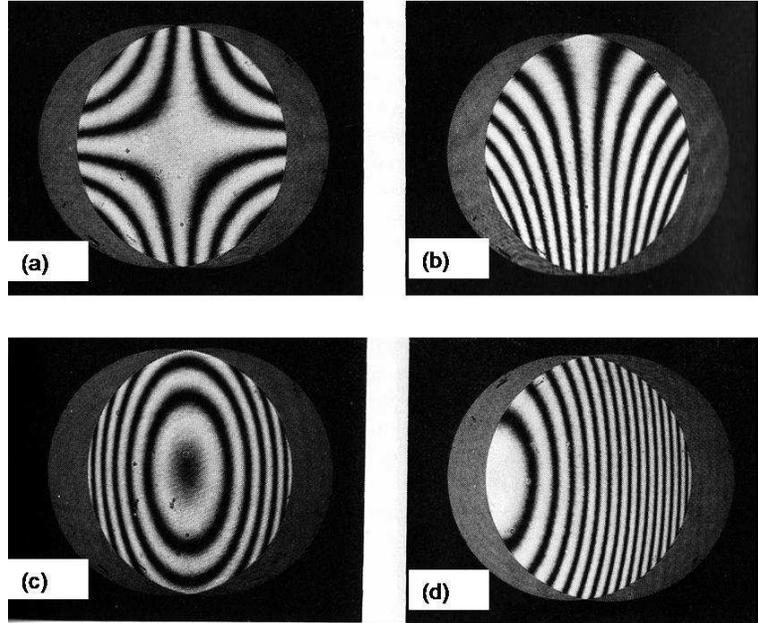


Figura 2.7: *Interferogramas comunes que se obtienen en presencia de coma primaria con interferómetro de desplazamiento lateral. En las figuras [a] y [b] el desplazamiento lateral es hecho en la dirección de  $x$ , en las figuras [c] y [d] el desplazamiento lateral corresponden a la dirección de  $y$ .*

**Astigmatismo primario:** El astigmatismo primario es representado por

$$\frac{\partial[C(x^2 - y^2)]}{\partial x} = 2Cx = -\frac{md}{R} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial[C(x^2 - y^2)]}{\partial y} = 2Cy = -\frac{md}{R} \quad (2.11)$$

el patrón de interferencia depende de la dirección del desplazamiento lateral realizado en el sistema, obteniéndose franjas rectas paralelas y ortogonales a la dirección del desplazamiento, lo cual lo hace fácilmente blanco de confusión con un frente de onda verdaderamente esférico. Existen diversos métodos los cuales

permiten determinar un frente de onda astigmático, entre los que se encuentra medir si existe el mismo número de franjas para una posición simétrica de defoco anterior y posterior.

El término de la aberración transversal de interés dentro de este trabajo es el defoco, puesto que el mismo permite estimar el pistón entre superficies adyacentes, como será explicado en la siguiente sección. Sin embargo las aberraciones geométricas que posea la superficie segmentada o auxiliar que se utilice determinará el tipo de franjas interferométricas que se observarán. Dentro de esta investigación no se estudiarán los tipos de aberraciones que se mencionaron anteriormente excepto la correspondiente al error de foco.

#### 2.1.5. Estimación de pistón mediante el defoco

La derivada de la ecuación de Kingslake, Ec. [2.2], para aberraciones de primer orden con respecto a las variables espaciales de la pupila de salida permite modelar adecuadamente la forma de los patrones de interferencia obtenidos al probar una superficie mediante la prueba de Ronchi, como se explicó en las secciones anteriores. La aberración transversal obtenida posee información directa de los coeficientes de la Ec. [2.2], sin embargo se presenta una particularidad con el término constante (pistón), ya que al aplicar la derivada a la ecuación de Kingslake este término desaparece.

En el estudio de una superficie monolítica, el término de pistón no tiene gran importancia en comparación con el estudio de una superficie segmentada, puesto que el mismo se encuentra asociado a desfases relativos entre elementos individuales de un sistema óptico, que normalmente son introducidos por necesidades de instrumentación, como es el caso por ejemplo de las bases de las lentes. Sin embargo, el término de error de foco es de gran relevancia para superficies segmentadas, puesto que si las mismas son realizadas con el propósito de simular una superficie monolítica deben por tanto reflejar frentes de ondas sin introducir ningún desfase mayor a  $\lambda/10$  [7]. En base a esto es de particular interés para el actual trabajo que el término de pistón pueda ser determinado mediante los ronchigramas y así corregir el pistón entre las partes que

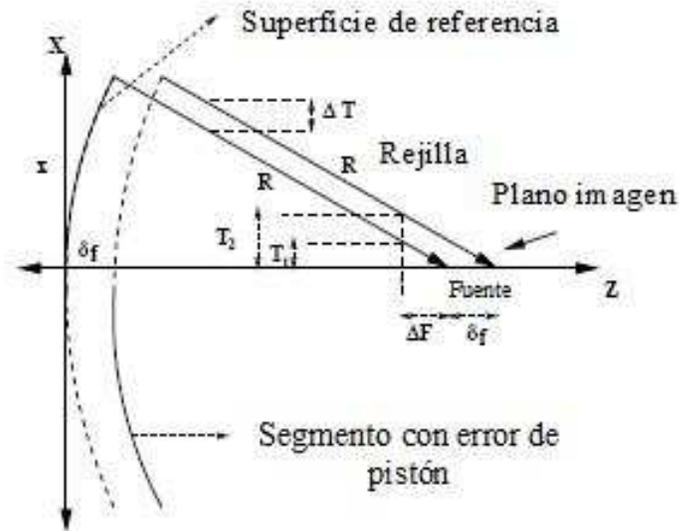


Figura 2.8: Esquema de la prueba de Ronchi con un espejo segmentado.

conforman la superficie.

En el trabajo llevado a cabo por J. Salinas y colaboradores [8] se concluye que el término de pistón se encuentra implícito en el término de error de foco y puede ser determinado mediante este último siempre y cuando los valores de desfase entre las superficies constituyentes sean menores a  $600\mu m$  y el radio de curvatura se encuentre en el orden de los centímetros. El punto de enlace entre pistón y defoco es la aberración transversal, puesto que la misma puede ser determinada mediante este último y utilizada para estimar el pistón entre las superficies [8].

La aberración transversal para el espejo de referencia está determinada mediante relaciones geométricas que pueden ser deducidas de la Fig.[2.8] y la  $T_A$  del espejo vecino vendrá dada por la forma matemática de la misma manera que para el primer espejo, sin embargo el término de pistón  $\delta_f$  debe de ser sumado a la posición de la rejilla  $\Delta F$  como se aprecia en el siguiente conjunto de ecuaciones [2.12]

$$\begin{aligned} T_{A1} &= \frac{2x\Delta F}{R}, \\ T_{A2} &= \frac{2x(\Delta F + \delta_f)}{R}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Cuando la aberración transversal detectada en cada segmento es la misma, o en otras palabras, cuando las franjas interferométricas obtenidas mediante la prueba de Ronchi sean idénticamente iguales en grosor, número e inclinación para cada pieza que conforma la superficie, entonces esta reflejará los frentes de onda de manera equivalente a una superficie verdaderamente monolítica. La continuidad de las franjas interferométricas de un espejo al vecino es el factor fundamental que determina el desfase entre estos, la mitad de la aberración transversal es detectada en ambos espejos[8], obteniéndose que el término de pistón se estime mediante la diferencia entre la aberración transversal de cada espejo por separado, como puede observarse en la siguiente ecuación [8]:

$$\delta_f = \frac{R \Delta T}{2 x}, \quad (2.13)$$

donde  $\Delta T$  es la diferencia entre las aberraciones transversales obtenidas en la pupila de salida para cada uno de ambos segmentos,  $R$  corresponde al radio de curvatura de la superficie y  $x$  a la altura de un punto de la imagen, ver Fig. [2.8].

De esta manera, finalmente, puede determinarse los parámetros geométricos de los cuales depende el pistón entre los segmentos, puesto que al conocer la aberración transversal de cada segmento, es posible conocer la diferencia de estas y consecutivamente la separación relativa entre la posición de los radios de curvatura de cada superficie.

### 2.1.6. Conclusiones

La prueba de Ronchi clásica permite conocer las aberraciones geométricas de una superficie mediante un arreglo sencillo, el cual consta de una fuente de luz puntual o

extendida y una rejilla formada por bandas claras y oscuras de igual grosor. Esta prueba muestra capacidad para determinar el pistón entre las partes constituyentes de una superficie segmentada puesto que es posible conocer en una dirección preferencial los cambios en una superficie. En otras palabras, la característica de la prueba de Ronchi de medir la aberración transversal de una superficie, la supone idónea para conocer las discontinuidades de ésta.

Las rejillas subestructuradas poseen un arreglo de bandas diferentes a las clásicas, debido a que el grosor de las franjas no necesariamente es constante para todas y tampoco lo es su intensidad. El tipo de rejilla que se utilice determina en la prueba de Ronchi la forma que tendrán los ronchigramas, y en base a esto se procederá en el siguiente trabajo a conocer las ventajas y desventajas que presentan las sub-estructuradas para determinar el pistón entre dos superficies adyacentes.

## Capítulo 3

# Capitulo III

### 3.1. Métodos de alineación de la fase para segmentos de un espejo

La tendencia en la fabricación de telescopios se da hacia la construcción de espejos primarios cada vez más grandes. Esto implica un reto tecnológico para aquellas instituciones que desarrollan estos tipos de proyectos. La fabricación del espejo primario involucra un compromiso entre el costo del mismo, la calidad de la imagen que se obtendrá en la pupila de salida y la instalación de este.

La dificultad de generar una superficie monolítica de alta calidad en el espejo primario y el transporte de la misma al telescopio, ha hecho que se opte por el concepto de espejo primario segmentado. Sin embargo, esta propuesta trae consigo un nuevo desafío, involucrado con la alineación de la fase de los segmentos constituyentes de la superficie, de manera que la misma refleje un frente de onda igual al que se obtendría al usar una superficie monolítica; en otras palabras, que no existan desfases relativos entre regiones del frente de onda que son generados por diferentes segmentos.

El primero de los telescopios en usar la técnica de segmentación para el primario fue el Keck [14], el cual entro en funcionamiento en 1993. Su espejo esta compuesto de 36 segmentos hexagonales y posee un diámetro de 10 metros. A partir de este primer

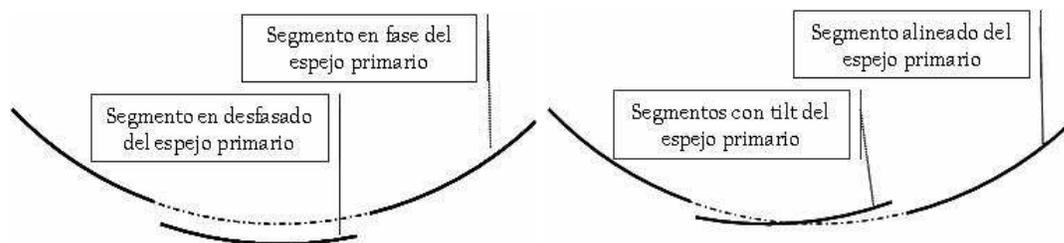


Figura 3.1: *Imagen de superficies segmentadas con error de pistón y tilt en uno de los segmentos constituyentes.*

ejemplar otros telescopios han llevado acabo este tipo de diseño, como es el caso del Hobby-Eberly el cual se encuentra en el observatorio McDonald en Texas y consta de 91 segmentos y un diámetro de 9.1 m en la pupila de entrada, el Gran Telescopio de Canarias (GTC) con 10,4 m de diámetro y más recientemente el Gran Telescopio Milimétrico (GTM), el cual posee un diámetro de la pupila de entrada de 50 m y 180 segmentos, entre otros telescopios.

Los espejos primarios segmentados contribuyen de manera significativa a disminuir los problemas asociados a primarios monolíticos. Se disminuye la masa del espejo y se facilitan los procesos de manipulación y transporte; no obstante surge el problema de controlar la orientación de cada segmento de manera que todos a la vez formen la imagen en el mismo punto del plano focal, en otras palabras; controlar el tilt-tip es una tarea que involucra a cada segmento por separado y en conjunto a la vez. Adicionalmente es necesario que los segmentos estén alineados de manera que la diferencia de camino óptico hasta el plano imagen sea la misma y, por último, el otro problema se debe a un efecto de difracción parecido al que produce la araña que soporta el espejo secundario, debido al intersticio entre los paneles, existiendo por tanto una obstrucción de parte del frente de onda.

Con la finalidad de corregir las consecuencias de utilizar este tipo de espejos se han desarrollado diversas soluciones entre las que se encuentran principalmente las de difracción, interferencia y sensor de curvatura. A continuación se explica los diferentes

métodos mencionados y se propone una nueva alternativa entre los métodos de interferencia para alinear los segmentos.

#### 3.1.1. Métodos interferométricos

Mediante el fenómeno de interferencia es posible colocar en fase a los diversos segmentos que conforman el espejo primario de un telescopio, puesto que mediante la interferometría es posible determinar la diferencia de camino óptico entre espejos del sistema con respecto al plano imagen. En 1991 Kishner [14] propone medir las distancia absoluta de cada uno de los segmentos hasta un punto de referencia, un esquema de esta propuesta se muestra en la Fig. [3.2]. Con este método efectivamente es posible medir el pistón, tilt y tip de cada uno de los segmentos, sin embargo limita el número de mediciones sobre la superficie, puesto que es necesario colocar un número de retroreflectores como puntos en la superficie que se desee muestrear, de igual manera otra de las desventajas de este método es que las medidas obtenidas corresponden a distancias absolutas entre cada segmento y el punto de referencia, por tanto la diferencia de camino óptico entre los segmentos se ve afectada en mayor medida por la inhomogeneidad del aire que en el caso de interferómetro de camino común.

El patrón de interferencia que se obtiene mediante este tipo de interferómetro permite reconstruir el frente de onda saliente del sistema (telescopio + componentes ópticos del interferómetro) mediante un ajuste de mínimos cuadrados. Cuando el espejo primario es introducido en el sistema interferométrico los patrones de interferencia de cada uno de los espejos contendrá la información individual del tilt-tip y pistón de los mismos, la continuidad de las franjas del patrón interferométrico indica en que medida están en fase los segmentos.

En el trabajo llevado a cabo por Jian Bai y colaboradores [9] se analiza este tipo de sistema, para lo que modelan el frente de onda como se muestra en la Ec. [3.1].

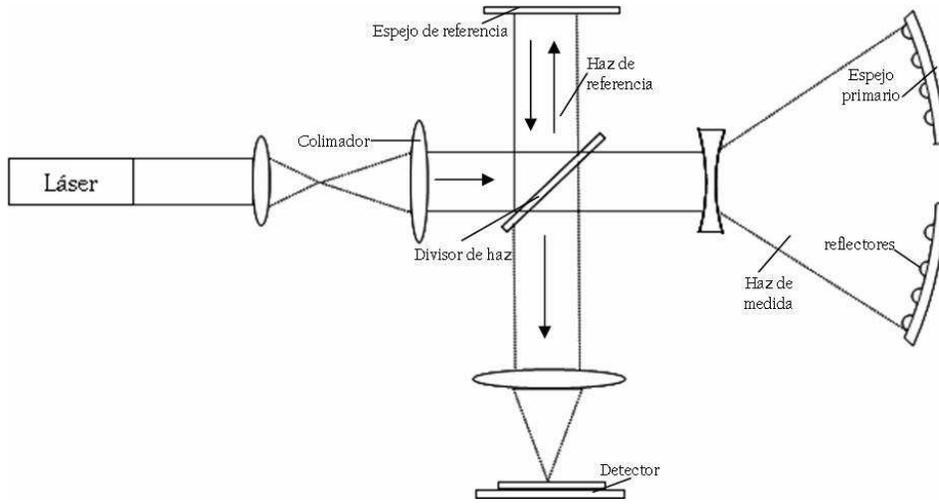


Figura 3.2: Esquema planteado por Kishner para medir desfasamiento entre segmentos adyacentes de un espejo segmentado. Los retro-reflectores que se encuentran en el espejo primario reflejan el haz de luz en la misma dirección pero en sentido contrario al haz incidente.

$$W(x, y) = W_0(x, y) + \sum [P_i + K_{xi}x + K_{yi}y + D_i(x^2 + y^2)]l_i(x, y) \quad (3.1)$$

donde  $W_0(x, y)$  corresponde al frente de onda deseado del espejo segmentado.  $P_i$ ,  $K_{xi}$ ,  $K_{yi}$ ,  $D_i$  representan los términos de pistón, tilt y foco de cada segmento respectivamente. El término  $l_i(x, y)$  es igual a uno cuando el punto  $(x, y)$  está en el  $i$ -ésimo segmento, de lo contrario es cero.

Los términos de pistón y defoco se encuentran relacionados directamente con el desplazamiento  $S_i$ , tal como se muestra en la Fig. [3.3]. Entre dos segmentos del espejo podrían existir diferencias de varias longitudes de ondas en el pistón, con lo que se tiene:

$$P_i = S_i + m_i\lambda \quad (3.2)$$

$$D_i = -\frac{S_i}{2R^2} \quad (3.3)$$

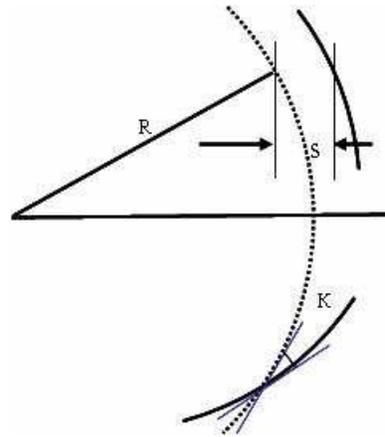


Figura 3.3: Principio de alineación de espejos segmentados. Figura tomada del trabajo de Jian Bai y colaboradores [9].

donde  $m_i$  es un entero y  $R$  es el radio de curvatura del espejo segmentado. Jian Bai señala en su trabajo que al fijar adecuadamente las coordenadas de uno de los segmentos la desviación de los vecinos puede ser determinada, de manera que

$$\begin{aligned}
 \Delta K_{xi} &= K_{xi} - K_{x1} \\
 \Delta K_{yi} &= K_{yi} - K_{y1} \\
 \Delta S_i &= S_i - S_1 \\
 \Delta m_i &= m_i - m_1
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Si estas diferencias relativas entre el segmento en estudio y el de referencia pueden ser estimadas mediante mínimos cuadrados, entonces las desviaciones de todos los paneles pueden ser determinadas. Ahora, al reescribir la Ec. [3.1] bajo la consideración de el segmento de referencia, se tiene

$$\begin{aligned}
 W(x, y) = W_0(x, y) + P' + K'_x x + K'_y y + D'(x^2 + y^2) + \\
 \sum [\Delta K_{xi} + \Delta K_{yi} - \frac{\Delta S_i}{2R^2}(x^2 + y^2)] l_i(x, y),
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

nótese que el término de sumatoria tiende a cero cuando el frente de onda bajo prueba asociado al segmento en estudio, no posee tilt ni pistón relativo con respecto al

de referencia.

Finalmente se concluye con respecto a este método, que mediante mínimos cuadrados es posible estimar el error de tilt, tip y pistón de cada uno de los segmentos mediante el patrón de interferencia respectivo, el cual esta asociado directamente con el frente de onda. Sin embargo, la principal dificultad de esta propuesta es la estabilidad del sistema, puesto que el frente de onda se verá afectado por las turbulencias del medio, lo cual repercutirá en la calidad de los interferogramas obtenidos en el plano imagen. También vale destacar que en general, en los métodos interferométricos de fuentes cuasimonocromáticas, existe una ambigüedad de  $2\pi$  en la fase, lo cual podría producir un patrón de franjas aparentemente correcto aun cuando los segmentos no estén correctamente alineados.

Entre los métodos interferométricos también se encuentra la propuesta de Horton de 1990 [14], la cual plantea utilizar un interferómetro de desplazamiento lateral, el cual consiste en hacer interferir dos frentes de onda igualmente distorsionados por el sistema pero desplazados lateralmente entre si [10]. Este tipo de interferómetro mide la derivada del frente de onda con respecto a las variables espaciales en la pupila de salida, su principal ventaja con respecto al método planteado por Kishner es que los frentes de onda a interferir son de camino óptico común y por tanto ambos percibirán de igual manera las fluctuaciones del medio.

Usar interferómetros de desplazamiento lateral para medir pistón de los segmentos de un espejo es válido para desfase menores a  $950\lambda$  [8]; por otra parte, según la teoría del filtrado del plano de Fourier [11], la calidad de los patrones de interferencia depende del tipo de filtro que se utilice, específicamente en el caso de la prueba de Ronchi, el filtro corresponde a la rejilla. Desde el punto de vista matemático esta teoría consiste en tres pasos: la transformada de Fourier del campo inicial, luego se filtra el espectro espacial obtenido y finalmente la transformada de Fourier del campo filtrado. En base al trabajo de V. V. Voitsekhovich y colaboradores, la frecuencia del filtro es la clave para poder reconstruir el pistón promedio entre los segmentos de manera óptima, esta

frecuencia debe de ser equivalente a la multiplicación de la longitud de onda que se utilice por el cociente entre el tamaño de los segmentos y la distancia focal [11]. En próximas sub-secciones se expondrá con más detalle el uso de un interferómetro de desplazamiento lateral para colocar en fase las partes de un espejo segmentado.

### 3.1.2. Método de Difracción

Esta técnica es la usada actualmente en los telescopios Keck y fue propuesta por Gary Chanan y Michell Troy. La misma consiste en colocar pequeñas sub-aperturas circulares en los bordes de dos espejos adyacentes como se muestra en la Fig. [3.4] y correlacionar el patrón de difracción obtenido experimentalmente con el obtenido computacionalmente. Se desarrollaron dos algoritmos que permiten colocar en fase los segmentos del primario del telescopio Keck, Narrowband Shack-Hartmann Phasing y Broadband Shack-Hartmann Phasing, los detalles de su funcionamiento desde el punto de vista físico se desarrolla a continuación.

#### El Algoritmo de Banda Angosta

El algoritmo de banda angosta (*narrowband*) se basa en propagar el frente de onda de una apertura circular con una discontinuidad en medio de esta a lo largo de la cuerda diametral. El patrón de difracción generado por esta apertura es dependiente de esta discontinuidad, debido a que la misma corresponde físicamente al pistón o desfase entre los segmentos. La particularidad de este algoritmo es que se considera que la fuente es monocromática.

Ahora, sea  $\vec{p}$  en coordenadas rectangulares  $(\xi, \eta)$  o en coordenadas polares  $(\rho, \theta)$  la posición del vector en el plano de la sub-apertura y sea  $\vec{w}$  en coordenadas rectangulares  $(x, y)$  o en coordenadas polares  $(\omega, \psi)$  el vector asociado en el plano imagen y considerando que el radio de la sub-apertura es  $a$  y la misma esta dividida en áreas iguales por una línea  $\eta = 0$  para dos segmentos continuos, donde el segmento superior ( $\eta > 0$ )

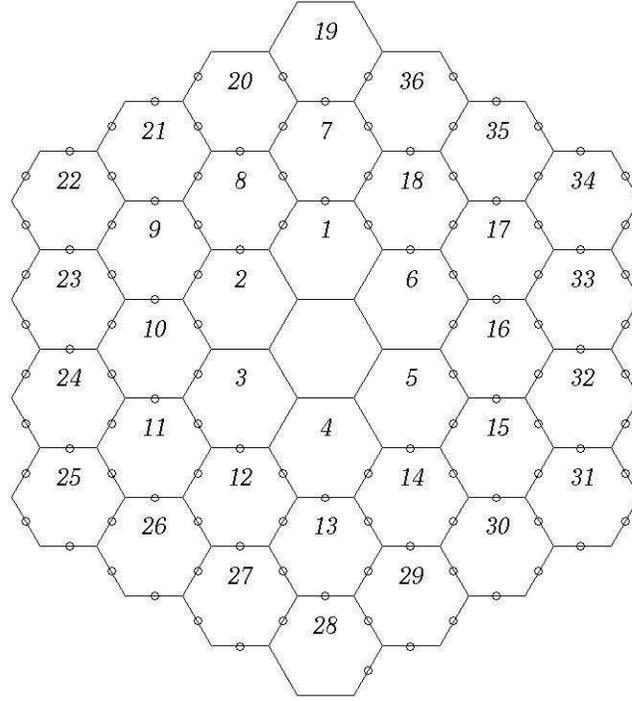


Figura 3.4: La sub-aperturas circulares se encuentran dispuestas de tal manera que la mitad de esta está en un segmento y la otra mitad en el segmento adyacente. Si los segmentos están en fase, entonces en el plano de observación se obtendrá el patrón de difracción correspondiente a una apertura circular. (Imágen obtenida de [12]).

tiene un error de pistón de  $\delta/2$ , y el segmento inferior ( $\eta < 0$ ) tiene un error de pistón de  $-\delta/2$ , la amplitud compleja en ausencia de otras aberraciones  $\hat{f}(\vec{\omega}, k\delta)$  en el plano imagen es la transformada de Fourier de la función de la apertura (Ec. [3.6]).

$$\hat{f}(\vec{\omega}, k\delta) = \frac{2}{\pi a^2} \int_0^\pi \int_0^a \cos(k\delta + k\vec{p} \cdot \vec{\omega}) \rho d\rho d\theta \quad (3.6)$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ , la normalización se elige de forma que en el eje la intensidad es unitaria, integrando se obtiene:

$$I(\vec{\omega}, k\delta) = [\cos k\delta \hat{f}(\vec{\omega}; 0) + \sin k\delta \hat{f}(\vec{\omega}; \pi/2)]^2. \quad (3.7)$$

La Fig. [3.5] muestra los patrones de difracción teóricos que se obtienen al variar secuencialmente  $\delta$ , partiendo de  $k\delta = 0$  hasta  $k\delta = 10\pi/11$ . La sensibilidad a la fase se manifiesta en los patrones de difracción obtenidos puesto que cuando dos segmentos están en fase se obtiene el disco de Airy y a medida que  $\delta$  se incrementa un segundo pico de difracción aparece cerca de la sub-imagen. Cuando la diferencia de altura física (escalón) entre dos segmentos consecutivos es de  $\lambda/4$  los picos del patrón de difracción se vuelven iguales, esto corresponde a una diferencia de camino óptico de  $\lambda/2$ . A medida que  $\delta$  sigue creciendo, el pico secundario se incrementa hasta que la altura relativa entre ellos es de  $\lambda/2$ , lo cual corresponde a una diferencia de camino óptico de  $\lambda$ , esto equivale en el patrón de difracción que el pico secundario sustituye al inicial de manera indistinguible, es por tanto que este método sólo permite extraer de manera directa la información de la fase cuando el error de pistón es menor que  $\lambda/4$ [12].

### El Algoritmo de Banda Ancha

El algoritmo de banda angosta esta basado en la extracción de la información de la fase contenida en el factor trigonométrico de la Ec. [3.7], mientras que el algoritmo de banda ancha esta basado en la extracción de la información de la fase contenida en los coeficientes que se obtiene al manipular la Ec. [3.7] como se mostrará a continuación.

Bajo la consideración del uso de una fuente no monocromática, se estudia mediante este algoritmo el efecto de un intervalo de longitud de onda finito  $\Delta\lambda = 2\pi\Delta k/k^2$ . Se supone una banda Gaussiana en  $k$  de variancia  $\sigma_k^2$ , donde  $\sigma_k$  es el recíproco de la longitud total de coherencia  $l_{LC}$  la cual es igual a  $\lambda^2/2\Delta\lambda$ . El *FWHM* (siglas en inglés de *ancho de la mitad del máximo*)  $\Delta k$  está relacionado con  $\sigma_k$  mediante la expresión  $\Delta k = \sqrt{8\ln 2}\sigma_k$ , al considerar la longitud de onda, esta relación queda de la forma

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{8\ln 2}} \frac{1}{l_{LC}}, \quad (3.8)$$

esta relación es importante en la integración de la expresión [3.6], pues se encuentra inmersa en el argumento del filtro Gaussiano que da la propiedad de banda ancha al

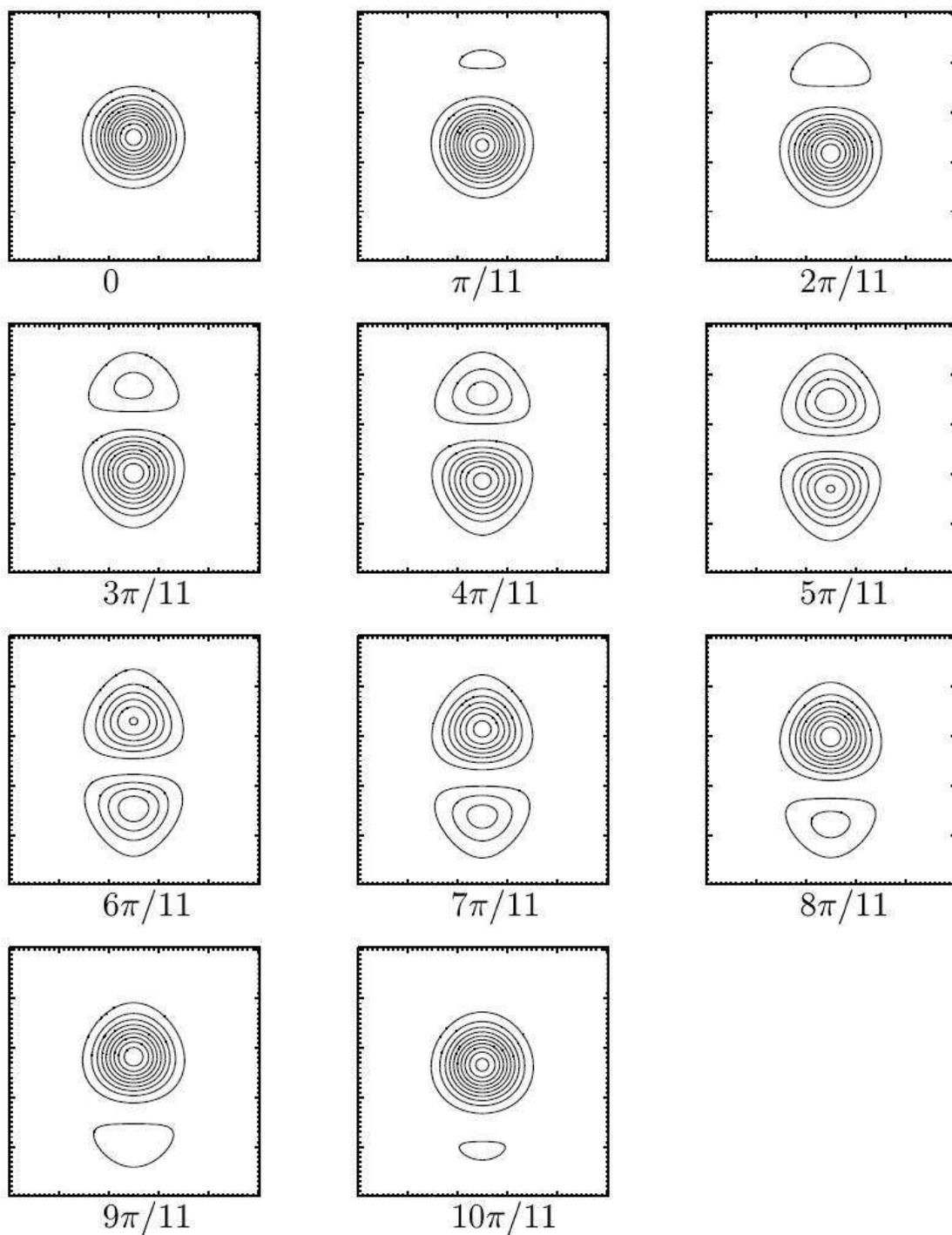


Figura 3.5: Patrones de Difracción obtenidos teóricamente para una sub-apertura circular de radio  $a$ , fuente monocromática.  $k\delta = 0, \pi/11, 2\pi/11; \dots, 10\pi/11$  (Imagen obtenida de [12])

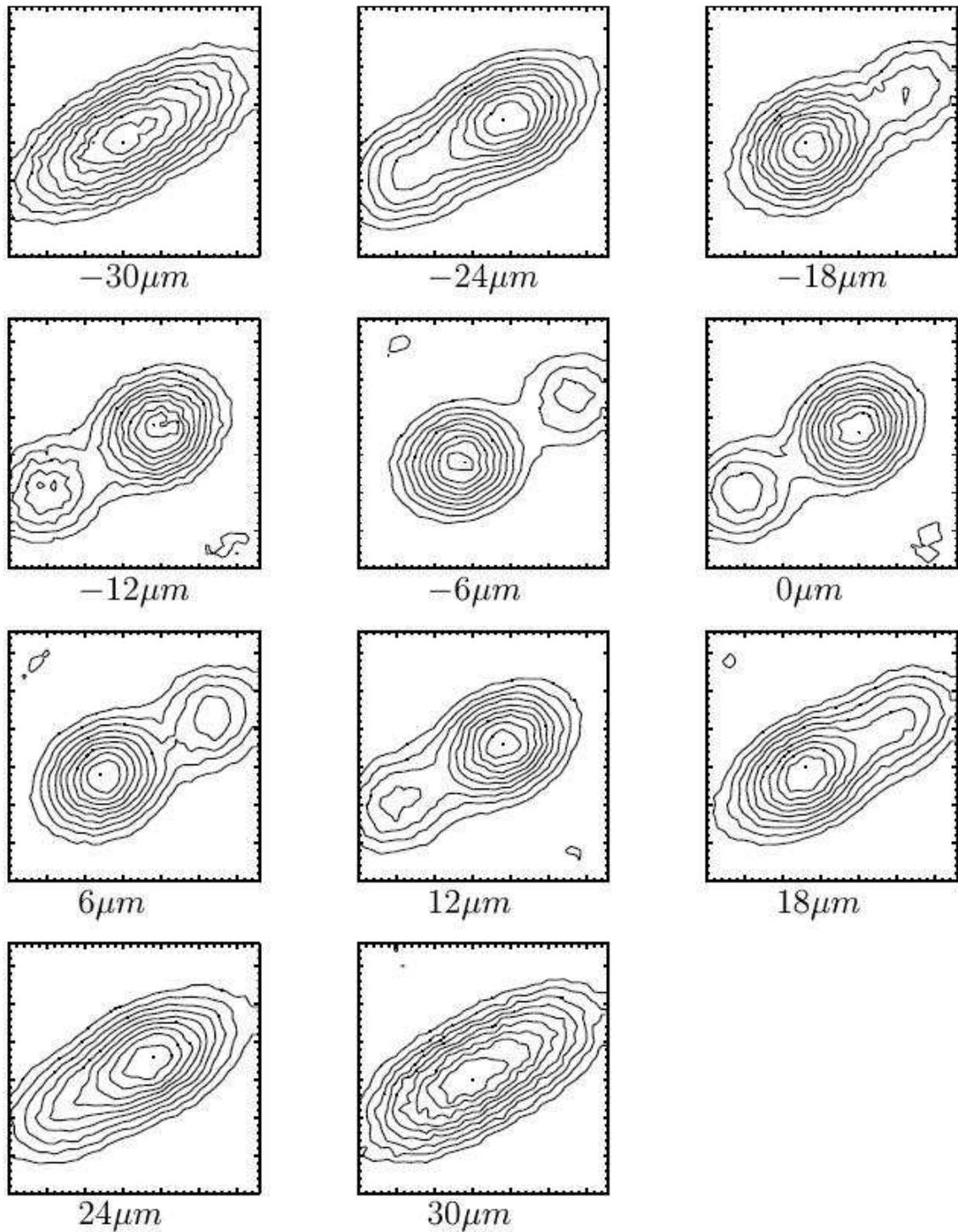


Figura 3.6: *Patrones de Difracción obtenidos teóricamente para una sub-apertura circular de radio  $a$ , fuente no monocromática con un ancho de banda modelado por una función Gaussiana [12].*

sistema. Al multiplicar la Ec. [3.6] por la respuesta Gaussiana del filtro e integrar los términos sinusoidales se obtiene

$$\langle I(\vec{\omega}; k\delta) \rangle = \alpha_1 \hat{f}^2(\vec{\omega}; 0) + \alpha_2 \hat{f}(\vec{\omega}; 0) \hat{f}(\vec{\omega}; \pi/2) + \alpha_3 \hat{f}^2(\vec{\omega}; \pi/2) \quad (3.9)$$

donde los coeficientes  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  poseen la información de la fase y son iguales a

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2}(1 + e^{-2\sigma_k^2 k\delta^2} \cos 2k_0\delta), \\ \alpha_2 &= e^{-2\sigma_k^2 k\delta^2} \sin 2k_0\delta, \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2}(1 - e^{-2\sigma_k^2 k\delta^2} \cos 2k_0\delta) \end{aligned} \quad (3.10)$$

La variancia  $\sigma_k$  puede ser determinada al fijar los parámetros de ancho de banda y longitud de onda pico, e introducida en las relaciones que determinan los valores de  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , de esta manera es posible obtener los patrones de difracción asociados a cierto valores de pistón  $\delta$  mediante la Ec. [3.9]. Al igual que en el caso del algoritmo de banda angosta, se correlacionan las imágenes teóricas con las obtenidas directamente en el telescopio, determinando de esta manera el pistón. La ventaja de este algoritmo con respecto al de banda angosta es que posee un rango dinámico mayor (longitud de coherencia) debido a que no existe ambigüedad de  $\lambda$ , haciéndolo propicio para colocar en fase los segmentos del espejo primario de telescopios de ese tipo. Los investigadores de esta propuesta comentan en su trabajo que inicialmente se utiliza el algoritmo de banda ancha para disminuir el pistón entre segmentos a valores menores a  $\lambda$  y luego se usa el algoritmo de banda angosta para alcanzar valores de pistón correspondiente a décimas de  $\lambda$ .

### 3.1.3. Sensor de Curvatura

El sensor de curvatura fue propuesto en 1988 por Rodier y consiste en comparar imágenes que se encuentran simétricamente antes y después de foco. La técnica se basa en obtener la diferencia de intensidades registradas en ambas posiciones con las mismas

### 3.1. MÉTODOS DE ALINEACIÓN DE LA FASE PARA SEGMENTOS DE UN ESPEJO 37

coordenadas  $(x, y)$ . Es necesario por la geometría del sistema girar  $180^\circ$  la imagen del plano más alejado de la pupila antes de compararlas. La ecuación fundamental del sensor de curvatura es mostrada a continuación:

$$\frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} = \frac{f(f-l)}{l} \left( \delta_r \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \nabla^2 \varphi \right), \quad (3.11)$$

donde  $I_-$  e  $I_+$  corresponden a un punto en la imagen dentro y fuera de foco respectivamente,  $f$  es la distancia focal,  $l$  es la distancia de defoco donde las imágenes son capturadas. La Ec. [3.11] indica que la señal esta constituida principalmente por dos términos: el de la medida de la curvatura que yace en el término del Laplaciano del frente de onda y el término asociado a la pendiente del frente de onda en el borde de la apertura. Por tanto, el frente de onda puede ser reconstruido teóricamente al resolver la ecuación de Poisson usando para ello las condiciones de frontera de Neumann correspondiente a la geometría del borde, para mayor detalle consultar las referencias [14], [16]. Experimentalmente el equivalente a esta técnica fue llevada a cabo por Chanan y colaboradores en el telescopio Keck mediante una PDS (Phase Discontinuity Sensing, sensor de discontinuidad de fase), realizando para ello un algoritmo que permite realizar la correlación cruzada entre las imágenes [13]. Las condiciones de trabajo establecidas en su estudio son principalmente dos:

- Los efectos de difracción asociados con los segmentos del espejo primario en el

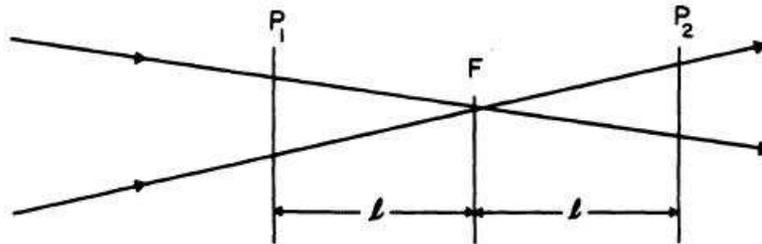


Figura 3.7:  $f$  es el plano focal,  $P_1$  y  $P_2$  son los planos antes y después de foco de las imágenes a comparar y  $l$  las distancias respectivas.

plano imagen deben de ser menores al diámetro del segmento mapeado dentro del plano imagen:

$$\frac{f\lambda}{d} \ll \frac{dl}{f}, \quad (3.12)$$

esto con la finalidad de evitar los efectos de difracción asociados con los diferentes segmentos. Esta condición es análoga al sensor de curvatura con la diferencia de que se sustituye  $d$  por el radio de coherencia atmosférica  $r_0$ .

- Los efectos de difracción asociados con los segmentos deben de ser mayores a los asociados a la atmósfera.

$$r_0 \gg d. \quad (3.13)$$

En el argumento del lado izquierdo la longitud de onda es la de observación mas no la longitud de onda canónica  $\lambda_c = 0,5\mu m$ .

Los resultados reportan que la precisión alcanzada por la técnica fue de  $40nm$  al introducir controladamente error de pistón de  $200nm$  a 36 segmentos al azar. Sin embargo el algoritmo no converge en un solo paso, requiere de múltiples exposiciones típicamente de 5 – 6, lo cual disminuye su potencialidad de tiempo real.

La limitación de este método es que compara niveles de grises entre las imágenes, y si el plano de detección está inclinado con respecto a la superficie en estudio, la intensidad podría variar debido a esta inclinación, produciendo apreciaciones erróneas de los valores reales de pistón.

#### 3.1.4. Método de Ronchi

La prueba de Ronchi que es considerada también como un interferómetro de desplazamiento lateral permite, mediante la geometría del montaje experimental, determinar la aberración transversal del sistema bajo prueba, lo cual la hace un método sencillo para analizar la forma de una superficie. Como fue mencionado en el capítulo anterior también puede ser empleada para conocer el pistón entre dos espejos adyacentes.

### 3.1. MÉTODOS DE ALINEACIÓN DE LA FASE PARA SEGMENTOS DE UN ESPEJO 39

En la presente sección se explicará con mayor detalle el uso de esta prueba para este determinado propósito y la manera en que puede obtenerse información directa de los ronchigramas.

Partiendo de la Fig. [2.8], se hace evidente que cualquier cambio en la posición de la rejilla con respecto al radio de curvatura de la superficie implica que más aberturas rectangulares de la misma pueden estar dentro del cono de luz o por el contrario pueden ser excluidas del mismo, cualquiera que sea el caso esto se evidenciará en la pupila de salida puesto que mayor o menor será el número de franjas a observar, es por ello que cuando la rejilla está en el plano donde se encuentra el radio de curvatura se observa en el ronchigrama una zona completamente opaca o clara, obviamente porque el cono de luz sólo logra llenar una de las aberturas o uno de los obstáculos rectangulares en cada caso respectivamente.

El criterio de un ronchigrama completamente claro u oscuro se hace determinante para conocer el radio de curvatura de una superficie monolítica, sin embargo la incertidumbre del mismo es directamente proporcional al tamaño de cada apertura, lo cual sugiere que cuanto menor sea la misma mejor será la precisión de la prueba, pero los efectos de difracción se harían cada vez más visibles si se siguiese esta tendencia, y por tanto el análisis del ronchigrama incrementaría su dificultad. Más aun, si las rejillas se construyen con PCL, existe un límite inferior para el ancho de las bandas. Por otra parte, si la prueba es usada para conocer el pistón entre dos superficies adyacentes, no se podría conocer valores de pistón arbitrariamente pequeños, dado que el límite de resolución depende fuertemente del ancho de las bandas. Esto se debe al triángulo que forma la apertura de la rejilla con la distancia de defoco.

Otro criterio sería permitir que un número  $n > 2$  de rendijas o aberturas de la rejilla entren dentro del cono de luz, esto permitiría que se pueda obtener en la pupila de salida una distribución de intensidad característica para cada posición de la rejilla con respecto a la superficie en estudio. La dificultad asociada a este nuevo punto es conocer la correspondencia de las franjas interferométricas observadas en cada espejo

(referencia y adyacente), este problema fue planteado en el trabajo realizado por Javier Salinas y colaboradores [8] donde se concluyó que con el uso de rejillas clásicas no es posible distinguir la correcta correspondencia para las franjas interferométricas en un periodo de  $2\pi$ . Para aumentar el rango dinámico sin comprometer la precisión, en este trabajo se propone el uso de rejillas sub-estructuradas de Ronchi. Este tipo de rejillas permite que en la pupila de salida se obtengan patrones de interferencia con un número mayor de componentes de Fourier que el obtenido con las rejillas clásicas, permitiendo que las franjas puedan ser desplazadas mediante la manipulación de tilt y pistón a lo largo de una distancia mayor sin que existan problemas de distinción entre estas.

### 3.1.5. Conclusiones

La tendencia tecnológica de crear telescopios de gran escala ha generado en la actualidad el desarrollo e implementación de nuevas investigaciones en diversas áreas. Dentro de la óptica uno de los principales trabajos ha sido lograr el buen funcionamiento del espejo primario, puesto que se ha introducido la idea de superficies segmentadas en vez de monolíticas para este elemento óptico, por tanto la tarea ha girado en torno a colocar en fase y libres de tilt y tip todos los elementos constituyentes de este espejo.

El método que actualmente tiene mayor reconocimiento para eliminar el pistón entre los espejos adyacentes que conforman el primario de este tipo de telescopios es el difracción, desarrollado por Chanan y colaboradores, el mismo consiste en correlacionar el patrón de difracción obtenido experimentalmente por una apertura circular, la cual es compartida de manera simétrica por dos segmentos vecinos, con imágenes generadas en simulaciones computacionales para valores de pistón deseados. Esta técnica es empleada mediante dos algoritmos, uno llamado de banda ancha y otro llamado de banda angosta, la combinación de ambos permite disminuir el pistón entre las superficies a décimas de  $\lambda$ , el primero de ellos es usado hasta alcanzar valores de micras, a continuación se utiliza el algoritmo de banda angosta para obtener valores más pequeños; este último posee la ambigüedad de  $2\pi$  es por ello que a pesar de ser más exacto que el de banda ancha, solo

### 3.1. MÉTODOS DE ALINEACIÓN DE LA FASE PARA SEGMENTOS DE UN ESPEJO41

es usado al final del proceso.

Por otra parte el método del sensor de curvatura , el cual consiste en comparar imágenes anteriores y posteriores a la distancia focal ha mostrado ser de gran utilidad para disminuir el piston entre superficies de espejos vecinos. Chanan también ha utilizado esta técnica para este propósito. La principal limitante de este método se debe al algoritmo que actualmente procesa su información, puesto que el mismo converge a valores certeros despues de varias corridas, impidiendo por tanto que el mismo trabaje a tiempo real.

Otra técnica es la interferométrica, las misma puede medir efectivamente valores de piston en el orden de micras, sin embargo el tipo de interferómetro de se utilice determina la certidumbre de las mediciones que se obtengan. En la propuesta de Kishner la turbulencia del medio juega un papel fundamental y negativo para las mediciones, debido a que no es un interferómetro de caminos comunes. Por otra parte la propuesta de Horton de utilizar interferómetros de desplazamiento lateral elimina este problema, es por ello que en este trabajo se utiliza la prueba de Ronchi, el cual en base a los resultados del trabajo de Salinas-Luna y colaboradores es capaz de determinar el desfaseamiento entre las superficies mediante el análisis de la aberración transversal de los espejos vecinos, la particularidad del estudio de este trabajo es delimitar mediante ronchigramas compuestos (franjias de diversos grosores) la correspondencia de las franjas, lo cual fue una limitante en el estudio llevado a cabo por J. Salinas-Luna y colaboradores y puede ser corregida al emplear rejillas sub-estructuradas.



## Capítulo 4

# Capitulo IV

### 4.1. Procedimiento y Resultados

En el presente capítulo se explica el esquema de los montajes experimentales utilizados para medir pistón entre los segmentos adyacentes del espejo en estudio. La prueba de Ronchi como método de medición de pistón entre las superficies, es llevada a cabo de manera paralela con el interferómetro de Michelson con luz blanca, el cual es usado como sistema de validación para los resultados arrojados por la prueba Ronchi.

Una vez que las imágenes de los ronchigramas son capturados, se procede a analizar las funciones de intensidad de las columnas que conforman la imagen. El punto de mayor relevancia en este análisis es determinar las diferencias que existen entre las funciones columnas de intensidad del espejo de referencia en contra parte con las del espejo en estudio de una misma imagen. Se desea conocer si estas diferencias aportan información determinante para conocer el pistón existente entre los espejos al momento de la captura de la imagen.

#### 4.1.1. Sistema de medición

Se implementó la prueba de Ronchi para un espejo plano de precisión  $\lambda/4$ , el cual está segmentado en dos partes. Se utilizó un espejo auxiliar para traer a una distancia finita la imagen de la rejilla de Ronchi, como se muestra en la Fig. [4.1]. Se sustituye-

ron las rejillas clásicas por las rejillas subestructuradas las cuales permitieron obtener ronchigramas con funciones de intensidad más complejas que las cosinusoidales habitualmente esperadas.

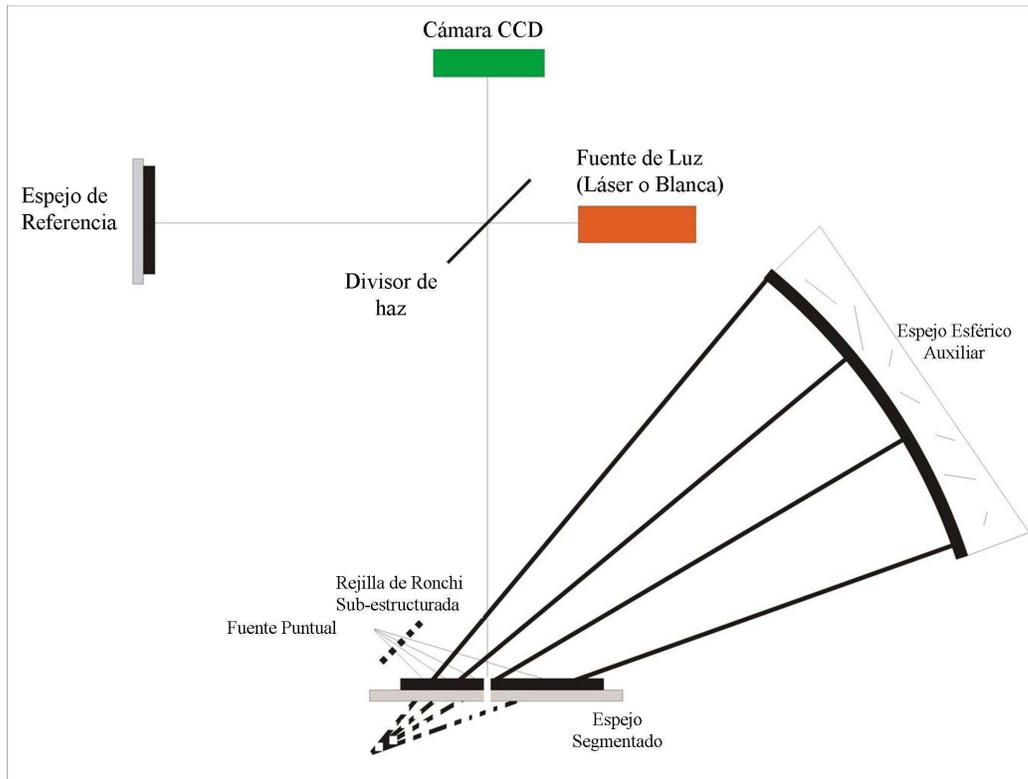


Figura 4.1: *Esquema del montaje experimental empleado.*

Paralelamente se empleó el interferómetro de Michelson con una fuente de luz blanca para colocar en fase los frentes de onda reflejados de cada uno de los segmentos del espejo, aprovechando para ello la particularidad de este tipo de interferómetro que permite medir directamente el frente de onda evitando el factor de repetitividad de  $2\pi$ . En un experimento previo se determinó que la longitud de coherencia de la fuente empleada es de  $0,0152\text{mm}$  en promedio, siendo esta distancia el rango de acción de la prueba interferométrica y por tanto la diferencia de camino óptico máxima que puede existir entre los espejos colocados en cada brazo del Michelson, de manera de poder observar el patrón de franjas interferométrico generado por las diversas longitudes de ondas del

rango óptico presentes en la fuente. Los patrones de interferencia están compuestos por franjas de diversos colores, como se muestra en la Fig. [4.2], la franja de color negra es de particular interés, puesto que la misma corresponde a la interferencia destructiva absoluta de todas las longitudes de onda del visible y esto equivale a una diferencia de camino óptico igual a cero para esta escala.

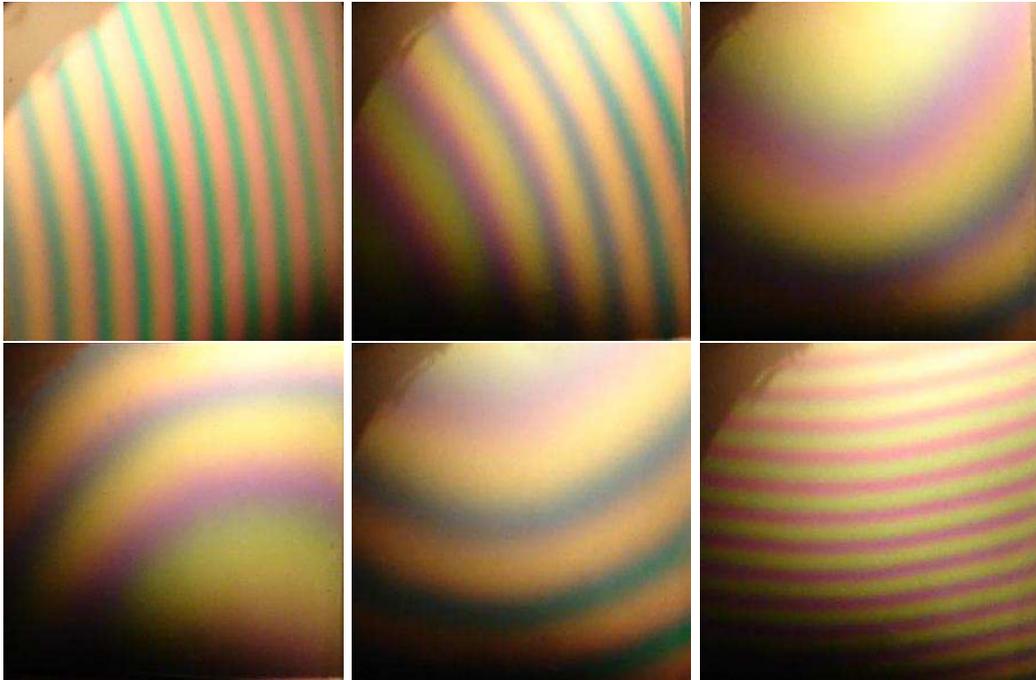


Figura 4.2: *Patrones de interferencia obtenidos usando un Michelson comercial con una fuente de luz blanca.*

El interferómetro de Michelson fue utilizado esencialmente para disminuir el pistón entre los espejos adyacentes, esto se traduce en fracciones de  $\lambda$ ; en otras palabras, fue utilizado como prueba de calibración. Para lograrlo, inicialmente se utilizó una fuente láser, un objetivo de microscopio y un prisma divisor de luz cúbico. En uno de los brazos del sistema se coloca el espejo segmentado y en el otro un espejo plano de referencia (precisión  $\lambda/4$ ), el espejo de referencia es desplazado a lo largo del eje óptico hasta obtener el menor número de franjas interferométricas circulares en la pupila de salida, a continuación se introduce un pequeño tilt lo cual permite observar el contorno de los

anillos interferométricos, seguidamente se continua desplazando el espejo hasta que las franjas se asemejen a rectas. Existe un rango para el cual las franjas cambian de concavidad, esto se debe a que la distancia relativa entre los espejos cambia de un valor a cero y nuevamente a este valor pero en sentido contrario (el tamaño del brazo de uno de los espejos cambia de menor a mayor con respecto al tamaño del brazo del otro espejo), dentro de este margen es posible observar el patrón de interferencia con luz blanca; para ello se cambia la fuente láser por la fuente policromatica mencionada anteriormente y se desplaza el espejo de referencia hasta obtener la distribución de intensidad y color que se desea en el plano imagen.



Figura 4.3: *Patrones de interferencia usando Michelson con luz blanca. En la figura de la izquierda ambos espejos cumplen con el rango de acción pero los frentes de onda reflejados están desfasados entre si. En la figura de la derecha las franjas empalman adecuadamente indicando que los espejos están en fase dentro del rango del visible.*

El espejo de referencia del Michelson, fue fijado en la posición para la cual se observaron las franjas interferométricas de color para uno de los espejos de la superficie reflejante segmentada, a este espejo nos referiremos a continuación como el segmento de referencia. El siguiente paso consistió en movilizar el segmento del espejo adyacente en los tres grados de libertad permitidos por la base hasta observar que las franjas interferométricas del segmento adyacente empalmen completamente con las del segmento de referencia, ver Fig. [4.3]. La continuidad de las franjas de colores de un espejo a otro indica que el pistón entre los dos segmentos es menor que la mitad de la longitud de

onda más pequeña del visible ( $380nm$ ), por tanto podemos asegurar que dentro de este rango el segmento de referencia y su adyacente reflejan frentes de onda sin fase relativa entre ellos, en otras palabras, el espejo segmentado en su totalidad refleja como una superficie monolítica.

Partiendo de la posición del espejo adyacente, para la cual este refleja un frente de onda en fase con el espejo de referencia, se procede a manipular de manera controlada en pasos de  $2\mu m$  el tornillo responsable de desplazar, a lo largo del eje óptico el espejo adyacente, variando de esta manera el pistón entre los segmentos. Para cada posición del tornillo se registra mediante una CCD el ronchigrama asociado a las rejillas *rej5086100l5000* ; *suma5075100* ; *katylpositiva* ; *katylnegativa*.

## 4.2. Análisis de Ronchigramas

Mediante una CCD se capturaron imágenes de diversos ronchigramas obtenidos para diferentes valores de pistón del espejo adyacente, el segmento de referencia permaneció fijo en todo momento. Las imágenes adquiridas pueden ser representadas mediante matrices que contengan la posición e intensidad de cada pixel; el software de cálculos científicos *Matlab* permite tales representaciones, puesto que es ideal para tratar imágenes en forma de matrices donde se asocia a cada posición un valor de intensidad, y por tanto el procesado y manipulación algebraico de los datos se hace relativamente fácil. Esta forma representativa de los ronchigramas permite conocer la variación que existe entre las funciones de intensidad de una imagen a otra que tenga un pistón asociado diferente. En la presente sección se explican diversos códigos que fueron empleados con la finalidad de conocer estas diferencias. Es importante resaltar que debido a la naturaleza de la prueba para medir la aberración transversal, y puesto que la separación entre espejos se da por una abertura vertical, se dispone la rejilla en forma horizontal, permitiendo así observar la variación del ronchigrama del segmento adyacente, en contraparte con el observado en el segmento de referencia.

Una vez que la imagen es capturada, se procede a seguir esquemáticamente las

siguientes etapas:

- Eliminar de la misma los bordes que no aportan información al estudio.
- Separar el ronchigrama correspondiente al segmento de referencia de el correspondiente al segmento adyacente.
- Escoger las columnas del segmento en estudio que presenten comportamiento semejante a las columnas del segmento adyacente.
- Hacer una función promedio de cada número de columnas respectivas a cada espejo.
- Determinar el desfase entre estas.

Para lograrlo es importante considerar dos parámetros fundamentales:

1. La imagen debe ser normalizada. Así se evitará en gran medida que la diferencia de intensidad entre las columnas de un espejo a otro afecte la comparación de las mismas, puesto que de esta manera las variaciones entre funciones se deberán a corrimientos entre éstas, principalmente, ver Fig. [4.4]. Para normalizar, cada sección del espejo fue considerada en una matriz individual, y para cada matriz en su representación original de *16bits*, se aplicó un escalamiento lineal de tal forma que el valor máximo correspondiese a 1 y el mínimo a 0.
2. Debe considerarse la incertidumbre asociada a la inclinación de las franjas interferométricas. Las franjas capturadas se encuentran igualmente inclinadas con respecto a la horizontal obteniéndose un pequeño corrimiento de una columna a otra, proporcionando un ruido de fondo que debe ser considerado para determinar el corrimiento principal generado por el pistón entre superficies.

Para llevar acabo la primera de las etapas antes mencionadas, se utiliza un filtro de intensidad que permite eliminar desde las esquinas de la imagen original al centro de la misma los píxeles que tengan un valor menor a 0,7; es decir, un umbral de 70 % del valor máximo. El programa se detiene al encontrarse con un valor mayor a este y de esta manera se evita que elimine los píxeles con valores pequeños dentro del ronchigrama,

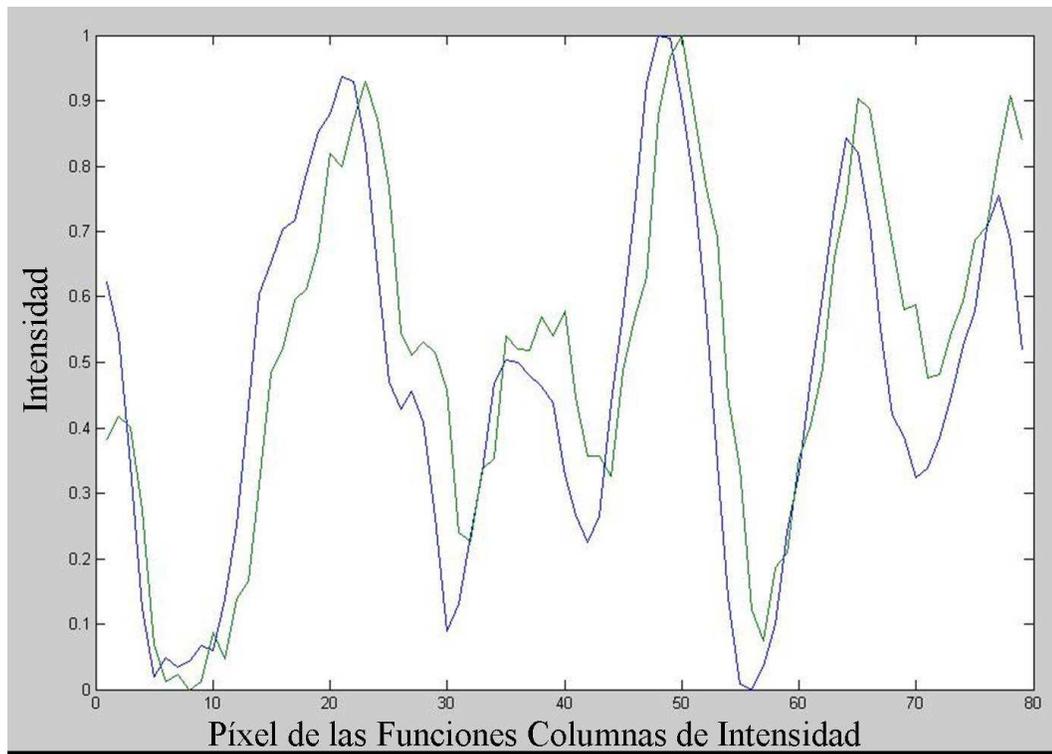


Figura 4.4: *Función de intensidad de una columna del segmento de referencia (azul). Función de intensidad de una columna del segmento adyacente (verde)*

ver Fig. [4.5], esta nueva imagen es llamada  $Ronchi_1$ .

La siguiente etapa, la cual consistió en el reconocimiento de la abertura entre los segmentos y separación de los ronchigramas, fue elaborada en paralelo con la tercera; debido a que en los primeros resultados obtenidos se observó que el valor de pistón variaba con el criterio de selección de las columnas a comparar, indicando claramente inconsistencias. Después de probar diversos métodos, se concluyó que esta falla se debe al segundo parámetro señalado anteriormente, la inclinación de las franjas con respecto a la horizontal, el cual plantea la existencia de corrimientos relativos entre columnas consecutivas.

El primer método consistió en graficar las funciones de intensidad de las filas del

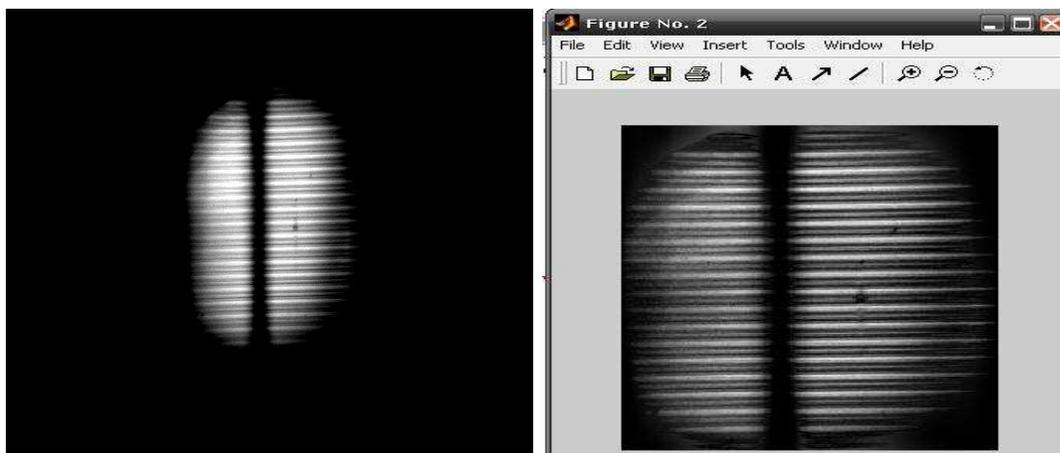


Figura 4.5: *Imagen original del ronchigrama capturada en el experimento. Imagen  $Ronchi_1$ . Además de eliminar los bordes de la imagen original también se aplico un filtro de Gauss para homogeneizar y eliminar exceso de brillo.*

$Ronchi_1$  observándose una caída preponderante en intensidad para los píxeles ubicados en la separación entre los segmentos, ver Fig. [4.6]. Este resultado evidencia la discontinuidad en las diversas filas de  $Ronchi_1$  pero no proporciona un valor claro de la ubicación de la columna que sirva de referencia para distinguir y separar los segmentos. Además, no existe una evidencia clara que indique a partir de cuál columna termina la abertura entre los segmentos y comienzan estos, por lo tanto se hace imposible conocer a partir de cuáles funciones de intensidad (verticales) entre los ronchigramas de cada espejo, existe información para determinar el pistón, y cuál de estas son consecuencias de sombras u otros parámetros del sistema.

El siguiente método se basó en utilizar el criterio de umbral propuesto en la primera etapa, pero cambiando los valores del mismo hasta que los bordes del espejo segmentado desaparecieran y sólo se observase en toda la imagen franjas interferométricas. También se utilizó un umbral para eliminar la abertura, de manera que si en promedio la intensidad de una columna era menor a un cierto valor arbitrario, esta era eliminada y todas las columnas a la derecha de aquellas eliminadas corresponderían al segmento de referencia, y aquellas a la izquierda pertenecerían al segmento adyacente. Finalmente se

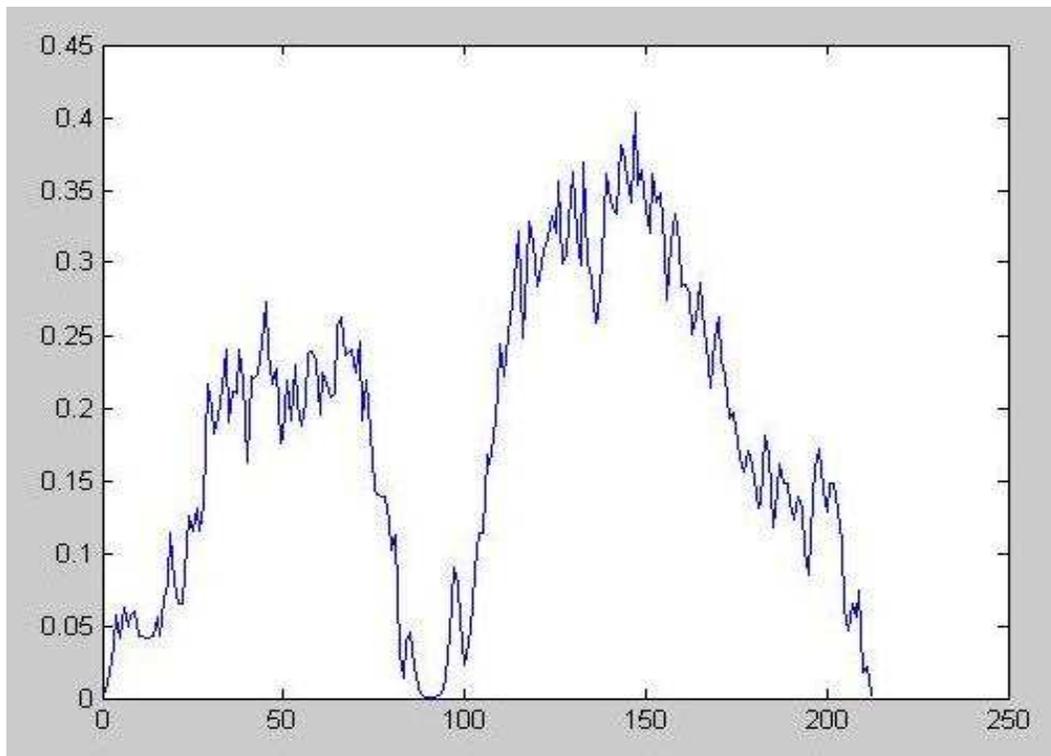


Figura 4.6: *Funcion de intensidad de la fila número 30 de la imagen Ronchi<sub>1</sub>. En general todas las funciones filas de un ronchi<sub>1</sub> en particular poseen la caída de la funcion en el mismo valor del eje X.*

hace un promedio de las funciones de intensidad por columna, de cada segmento, y se comparan entre si para determinar el pistón.

A pesar de haber funcionado en la primera etapa este criterio para delimitar los bordes, no fue adecuado para este caso puesto que pequeñas inclinaciones de la fuente, la camaras y/o los espejos producen una distribución inhomogénea de energía en la imagen finalmente capturada; en otras palabras, la iluminación sobre la superficie del espejo no es homogénea. En la primera etapa este problema no fue relevante debido a que el salto de intensidad era drástico ya que se pasaba de una zona completamente oscura a una con intensidad muy lejana de cero. Como consecuencia, el programa no seleccionaba equitativamente el número de columnas del segmento de referencia, con respecto a las

seleccionadas en el segmento adyacente, ver Fig. [4.7] obteniéndose valores de pistón en función del umbral que se tomase, evidenciándose, nuevamente, inconsistencias con el valor de pistón fijado experimentalmente.

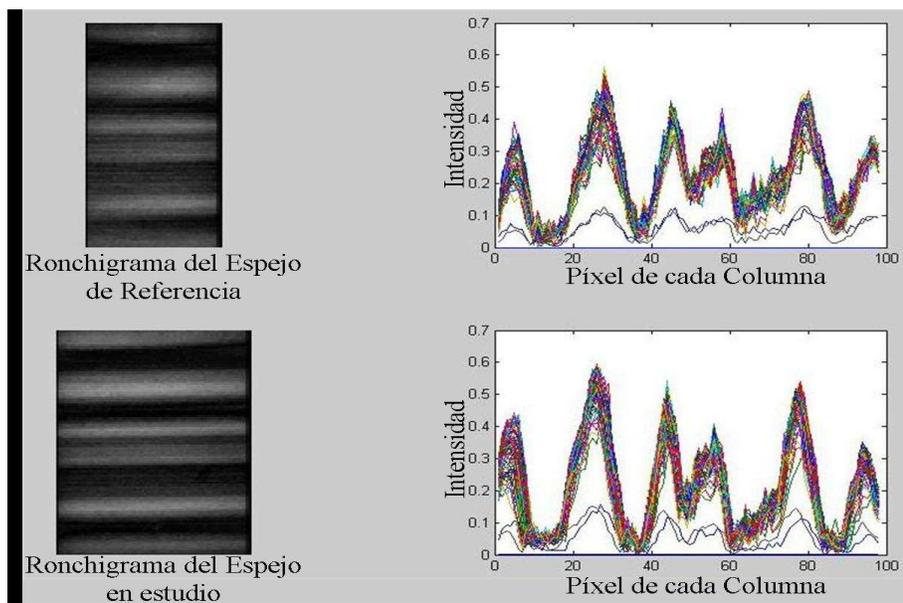


Figura 4.7: *Funciones de intensidad de las columnas de la imagen Ronchi<sub>1</sub> utilizando el criterio de umbrales. En la parte superior izquierdo se muestra el ronchigrama del segmento de referencia y en la parte inferior izquierda el ronchigrama del segmento en estudio. Las gráficas del lado derecho corresponden a las funciones de intensidad de las columnas de cada segmento respectivamente.*

Otra forma en que fue analizado el problema, fue en base al criterio de correlación entre las funciones de intensidad correspondientes; es decir, se escoge a partir de las columnas umbrales de la apertura una columna de referencia, y se correlaciona con todas las del ronchigrama del segmento adyacente (con esto se elimina la función promedio). Aquella que presente un valor de correlación mayor, es considerada la más adecuada a comparar puesto que la diferencia más contrastante entre ambas funciones, se deberá al corrimiento. Este procedimiento no fue eficiente, debido a lo antes mencionado: al cambiar de columna, los valores de pistón cambian, puesto que hasta este punto no se ha

considerado el desfase relativo entre columnas.

Finalmente se propone determinar estos pequeños valores de corrimiento, observándose corrimientos entre columnas prácticamente estacionarios, menos en aquellas que están cercanas o en la abertura entre los segmentos. Esta consideración permite conocer, de manera más precisa que las antes mencionadas, a partir de cuál columna termina la abertura y comienzan los segmentos del espejo.

Una vez concluida la parte de selección se procede a comparar resultados entre los programas utilizados en otros trabajos para determinar el corrimiento de fase entre dos funciones prácticamente iguales. A continuación se explica el funcionamiento general de los códigos utilizados.

#### 4.2.1. Cambio de muestreo

La transformada de Fourier es una aplicación que hace corresponder a una función  $f(x)$ , con valores reales o complejos y definida en la recta, otra función  $\varrho(\omega)$  definida de la manera siguiente [15]:

$$\varrho(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega x} dx; \quad (4.1)$$

la función  $f(x)$  debe de cumplir con las condiciones de Dirichlet para poder obtener su transformada de Fourier. Es decir,

- Que la señal sea absolutamente integrable, es decir,
- Que tenga un grado de oscilación finito.
- Que tenga un número máximo de discontinuidades.

Las propiedades de interés de la transformada de Fourier para el actual trabajo son principalmente dos:

**Translación** : La transformada de Fourier de una función  $f(x)$  desplazada con respecto al origen, por un valor  $a$ , es igual a la transformada de Fourier de la función  $f(x)$  multiplicada por un factor lineal de fase.

$$F[x \rightarrow f(x - a)](\omega) = e^{-i\omega a} F[f(x)](\omega)$$

**Escala** : La transformada de Fourier de una función  $f(ax)$  representa un cambio de escala de la función  $f(x)$  por un factor de  $a$ ; su transformada de Fourier disminuye su amplitud y posee un efecto contrario al cambio de escala de la función.

$$F[x \rightarrow f(ax)](\omega) = \frac{1}{|a|} F[f(x)]\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

En esta etapa del trabajo se consideró la similitud existente entre las funciones columnas de intensidad de un mismo ronchigrama, basándonos en la hipótesis de que el pistón entre las superficies posee valores muy pequeños y esto produce que el cambio de frecuencia entre las funciones de intensidad pueda ser determinado mediante la transformada de Fourier. Vemos que La diferencia más resaltante entre sus transformadas de Fourier vienen dadas por un pequeño corrimiento entre las funciones y un factor de escala más el ruido de fondo dado por la distribución de intensidad de la imagen, como puede verse en la Fig. [4.4].

Se propuso el método de cambio de muestreo, para determinar el factor de escala; este método consiste en incrementar y/o disminuir la frecuencia de una señal, esta característica hizo a este método potencialmente adecuado para determinar el factor de escala. El *sobre muestreo* es el proceso mediante el cual se incrementa la tasa de muestreo de una señal, usualmente es denotado por  $L$ , y corresponde a un número entero o racional mayor que uno, que multiplica a la frecuencia de muestreo o divide el periodo de muestreo. Equivalentemente el *sub muestreo* es la operación mediante la cual se reduce la tasa ó frecuencia de muestreo de una señal y es denotada por la letra  $M$ , este proceso tiene como función, de manera contraria al sobre muestreo, dividir la frecuencia de muestreo o multiplicar el periodo de muestreo por un número entero o racional mayor que uno.

Cada operación (sobre o sub muestreo) corresponde a un operador lineal comúnmente denotado por  $(\uparrow k)$   $(\downarrow h)$  respectivamente, donde  $k$  es un entero y representa el número de muestras que se colocan entre dos puntos adyacentes de la función muestreada, y  $h$  es el número de puntos que se quitan periódicamente de la función, esto puede ser visto de manera más clara en la Fig. [4.8].

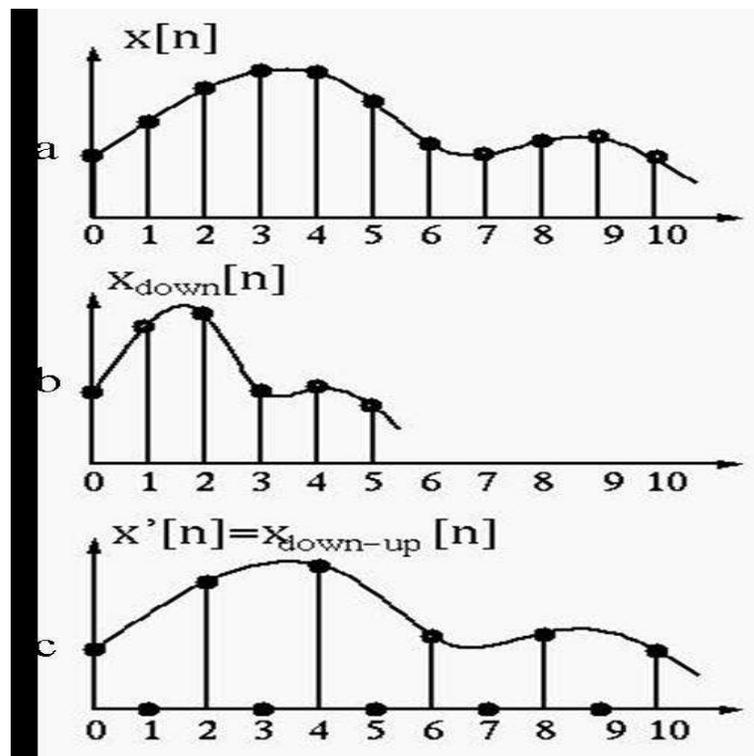


Figura 4.8: [a] Función original  $X[n]$ . [b] Función  $X[n]$  tratada con el método de submuestreo. [c] Función previamente tratada por el método submuestreo y luego por el método de sobremuestreo. Obsérvese que es posible reconstruir la señal original al combinar ambas operaciones.

La idea general en esta etapa del trabajo fue conocer mediante la operación de cambio de muestreo, el factor de escala entre ambas funciones, manejando de manera reiterativa la transformada de Fourier de una de las funciones hasta que esta alcanzase el mismo factor de la otra. Más explícitamente, partiendo de las transformadas de Fourier

de una función columna de intensidad del segmento de referencia, y una función columna de intensidad del segmento adyacente, y bajo el criterio de que la principal diferencia entre las funciones se debe a un factor de escala, podemos escribir

$$F[f_1(x)] = g_1(\omega), \quad (4.2)$$

$$F[f_1(ax)] = \frac{1}{|a|} g_1\left(\frac{\omega}{a}\right); \quad (4.3)$$

considerando el cociente entre las Ec. [4.3] y [4.2], es claro que al coincidir las curvas solo quedaría el inverso del factor de escala. Para hacerlas coincidir se propone utilizar el método de cambio de muestreo.

$$S^{(i)} = \frac{1}{|a^i|} |g_1| \left(\frac{\omega}{a^i}\right) \left[ |g_1| \left(\frac{(k^i)}{(h^i)} \omega\right) \right]^{-1} \quad (4.4)$$

Para asegurar la convergencia del método los valores de ( $\uparrow k^i$ ) y ( $\downarrow h^i$ ) se deben implementar aproximando el valor estimado de ( $a^i$ ) como una fracción racional en cada iteración, es decir,

$$a^i \approx \frac{(k^i)}{(h^i)} + \Delta \quad (4.5)$$

Para comprobar el método, se implementó en una función conocida y se introdujo en la misma un factor de escala arbitrario. El mecanismo funciona de la siguiente manera: la función propuesta será modificada en su argumento por el factor de escala, el cual puede ser descompuesto en una fracción más un pequeño error, seguidamente a la función original se le introduce mediante cambio de muestreo los valores de numerador y denominador que resulten de la descomposición en fracciones del factor de escala. Las funciones deberían converger a una misma, en caso de que la propuesta del método sea correcto.

Los resultados muestran que al graficar la función que es modificada en su argumento por un factor de escala introducido de manera arbitraria, y la función tratada por cambio de muestreo, éstas no convergen a un mismo comportamiento a lo largo de su rango, ver Fig. [4.9], concluyéndose que este método no permite conocer el factor de escala entre dos funciones semejantes, y que difieran únicamente por un factor de escala, haciéndolo por tanto inadecuado para el propósito de nuestros estudios.

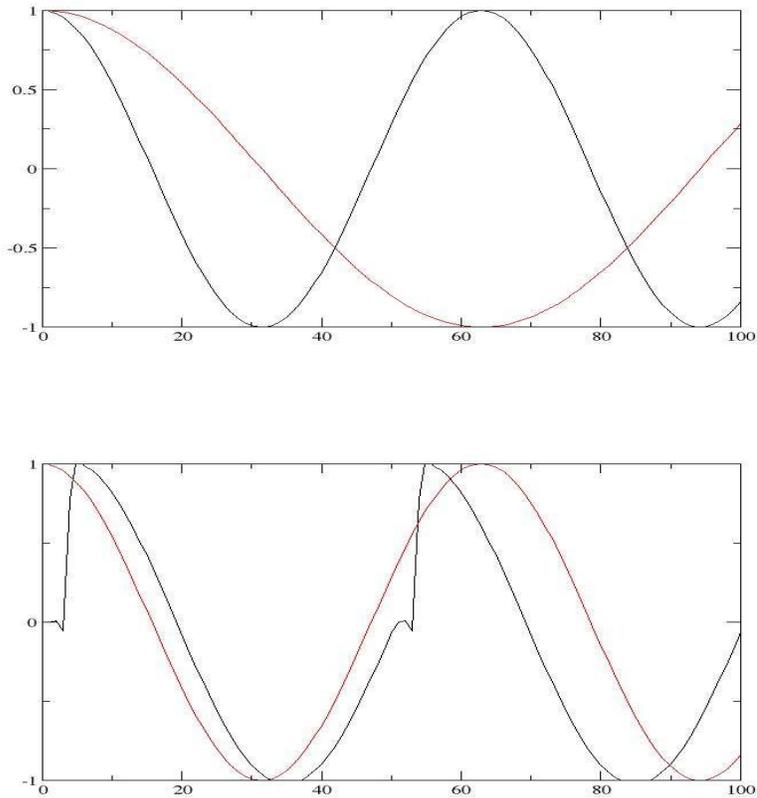


Figura 4.9: La imagen superior corresponde a la gráfica de dos funciones semejantes pero con un factor de escala diferente. La gráfica roja es tomada como referencia mientras que la negra se le modifica su factor de escala mediante la técnica de cambio de muestreo. La figura inferior muestra que no es posible mediante la técnica de cambio de muestreo hacer que dos señales con diferentes frecuencias solapen y sean las mismas.

### 4.2.2. Detección de la sincronización de fase entre dos neuronas activas mediante la trasformada rápida de Fourier

El siguiente método esta basado en los planteamientos propuestos en el trabajo llevado a cabo por Kaushik Majumda [17], quien establece comparar los componentes armónicos de dos señales neurológicas para determinar el desfase existente entre éstas, de manera que la diferencia de fase entre dos señales será la diferencia de fase entre las componentes armónicas de cada señal. Antes de comenzar con el desarrollo matemático es importante considerar la definición planteada por los autores:

**Definición:** Si  $\alpha$  y  $\beta$  son las fases de dos señales distintas, están sincronizadas si existe un pequeño valor (predeterminado  $\eta \geq 0$  tal que  $\alpha - \beta - C \leq \eta$  para un valor fijo de  $C$  que obedece  $0 \leq C \leq \pi$ ).

Una manera para determinar los componentes armónicos de una función, consiste en utilizar series de Fourier, de manera que si  $f$  es una función periódica, con periodo  $p$  y definida en un intervalo cerrado  $[0, p]$ , entonces

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{p}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{p}\right) \right) \quad (4.6)$$

para  $t \in [0, p]$ ,  $a_n$  y  $b_n$  vienen dados por

$$a_n = \frac{2}{p} \int_0^p f(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{p}\right) dt \quad (4.7)$$

$$b_n = \frac{2}{p} \int_0^p f(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{p}\right) dt \quad (4.8)$$

la serie definida por la Ec. [4.6], converge a  $f(t)$  en base a los teoremas habituales del análisis de Fourier [15]. Continuando con la representación de las funciones mediante la serie de Fourier, definimos a continuación  $x_j(t)$  y  $x_k(t)$  las dos señales a comparar, entonces

$$x_j(t) = \frac{a_{j0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_{jn} \cos \left( \frac{2\pi nt}{p_j} \right) + b_{jn} \sin \left( \frac{2\pi nt}{p_j} \right) \right); \quad (4.9)$$

$$x_k(t) = \frac{a_{k0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_{kn} \cos \left( \frac{2\pi nt}{p_k} \right) + b_{kn} \sin \left( \frac{2\pi nt}{p_k} \right) \right). \quad (4.10)$$

Los coeficientes vienen dados por las ecuaciones [4.7] y [4.8]. Si las señales están sincronizadas  $p_j = p_k = p$ , las señales deben de ser consideradas dentro del mismo intervalo, y

$$x_j(t) = \frac{a_{j0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{jn}^2 + b_{jn}^2)^{1/2} \sin \left( \frac{2\pi nt}{p} + \alpha_{jn} \right), \quad (4.11)$$

$$\alpha_{jn} = \tan^{-1} \left( \frac{a_{jn}}{b_{jn}} \right); \quad (4.12)$$

$$x_k(t) = \frac{a_{k0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{kn}^2 + b_{kn}^2)^{1/2} \sin \left( \frac{2\pi nt}{p} + \alpha_{kn} \right), \quad (4.13)$$

$$\alpha_{kn} = \tan^{-1} \left( \frac{a_{kn}}{b_{kn}} \right); \quad (4.14)$$

si  $x_j(t)$  y  $x_k(t)$  están sincronizadas, entonces el corrimiento de fase debería ser uniforme a través de todos los armónicos, en otras palabras,

$$\alpha_{j1} - \alpha_{k1} = \dots = \alpha_{jn} - \alpha_{kn}, \quad (4.15)$$

lo cual implica que

$$\frac{a_{j1}b_{k1} - a_{k1}b_{j1}}{a_{j1}a_{k1} + b_{j1}b_{k1}} = \dots = \frac{a_{jn}b_{kn} - a_{kn}b_{jn}}{a_{jn}a_{kn} + b_{jn}b_{kn}} \quad (4.16)$$

Aplicando este planteamiento en los ronchigramas capturados, se pudo determinar que las funciones columnas de intensidad difieren entre sí en el corrimiento relativo entre los armónicos. Podemos observar en las gráficas de los resultados que van desde la Fig. [4.10] hasta la Fig. [4.16] que al comparar los corrimientos relativos entre los armónicos de dos funciones de intensidad, a saber, la función columna de referencia y otra función columna de intensidad de la imagen escogida al azar, existen corrimientos más grandes que el promedio en hasta tres órdenes de magnitud, evidenciando que las funciones no son iguales y que existen diferencias de forma fundamentales entre ellas más allá del desfase relativo. Este resultado indica, claramente, la complejidad del análisis de las funciones, puesto que se partió del hecho de que las funciones eran iguales y que la principal diferencia entre ellas se debía específicamente a un desfase entre las mismas. En consecuencia, la incertidumbre de la fase relativa entre dos funciones se incrementa, puesto que no es posible asegurar que este desfase se cumple a lo largo de toda la función, dado que en principio no son la misma función a pesar de su gran parecido; por tanto, debemos esperar que el corrimiento promedio de fase cambie en base a las columnas que se comparen.

En conclusión, este método nos permitió conocer que las funciones columnas de intensidad poseen diferencias entre ellas más allá del corrimiento de fase. Su diferencia está en el factor de escala mencionado anteriormente, más aun; para columnas cercanas entre sí y provenientes de un mismo espejo el corrimiento entre las componentes de Fourier es diferente, por tanto las imágenes poseen ruido de fondo que dificulta su análisis e interviene directamente en el estudio del piston.

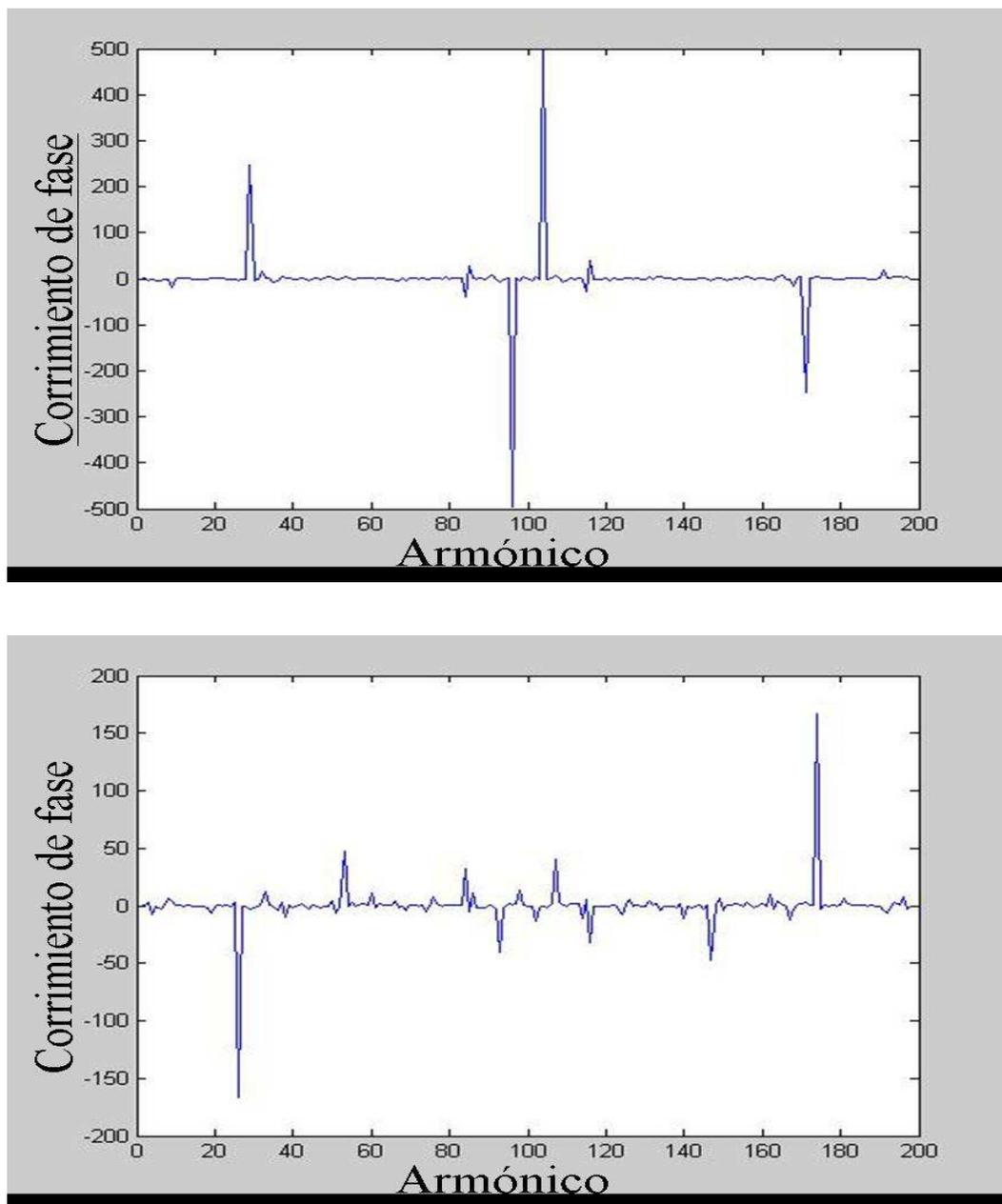


Figura 4.10: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 20 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna 30 con respecto a la columna de referencia.*

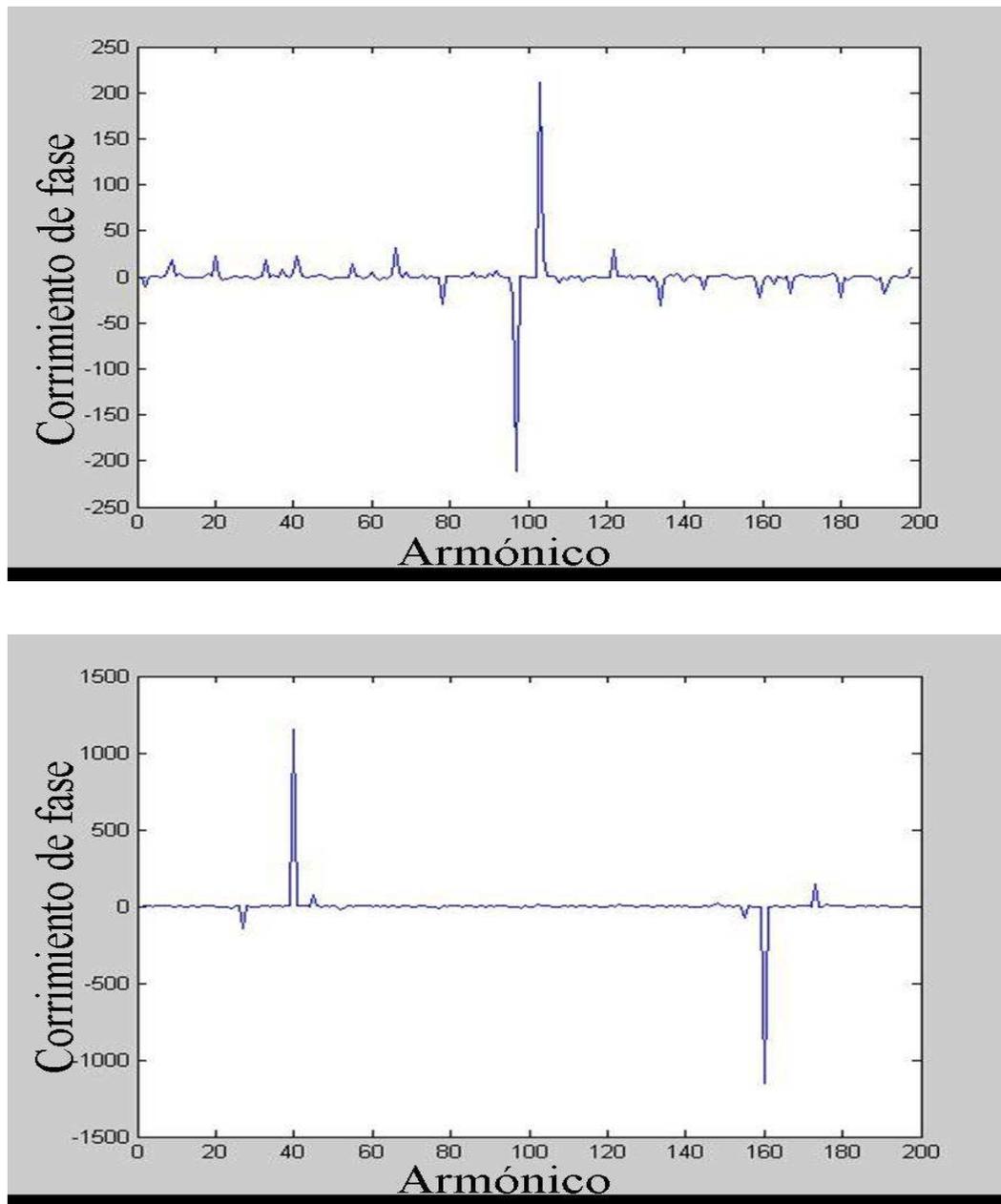


Figura 4.11: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 40 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna 50 con respecto a la columna de referencia.*

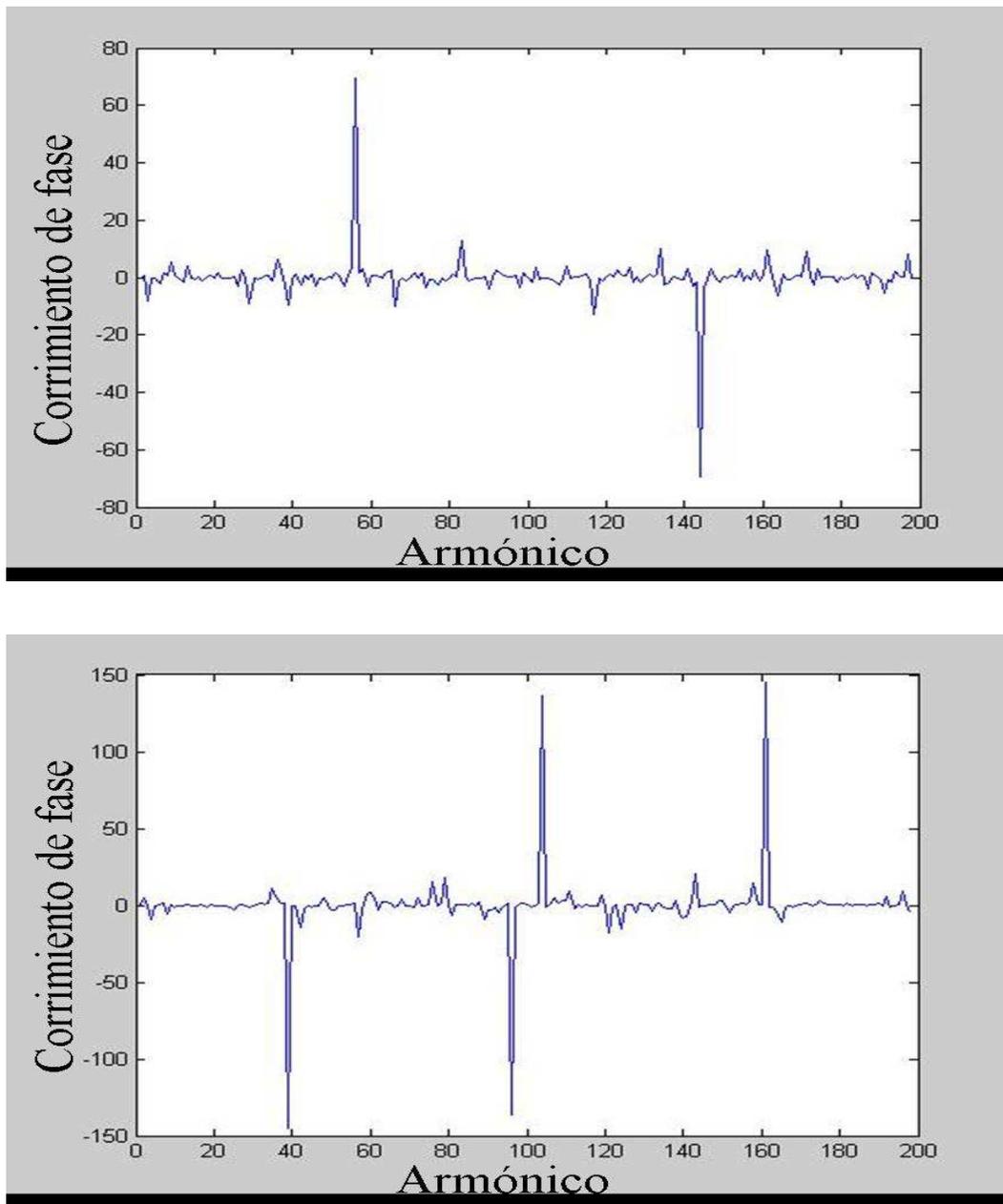


Figura 4.12: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 60 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna 70 con respecto a la columna de referencia.*

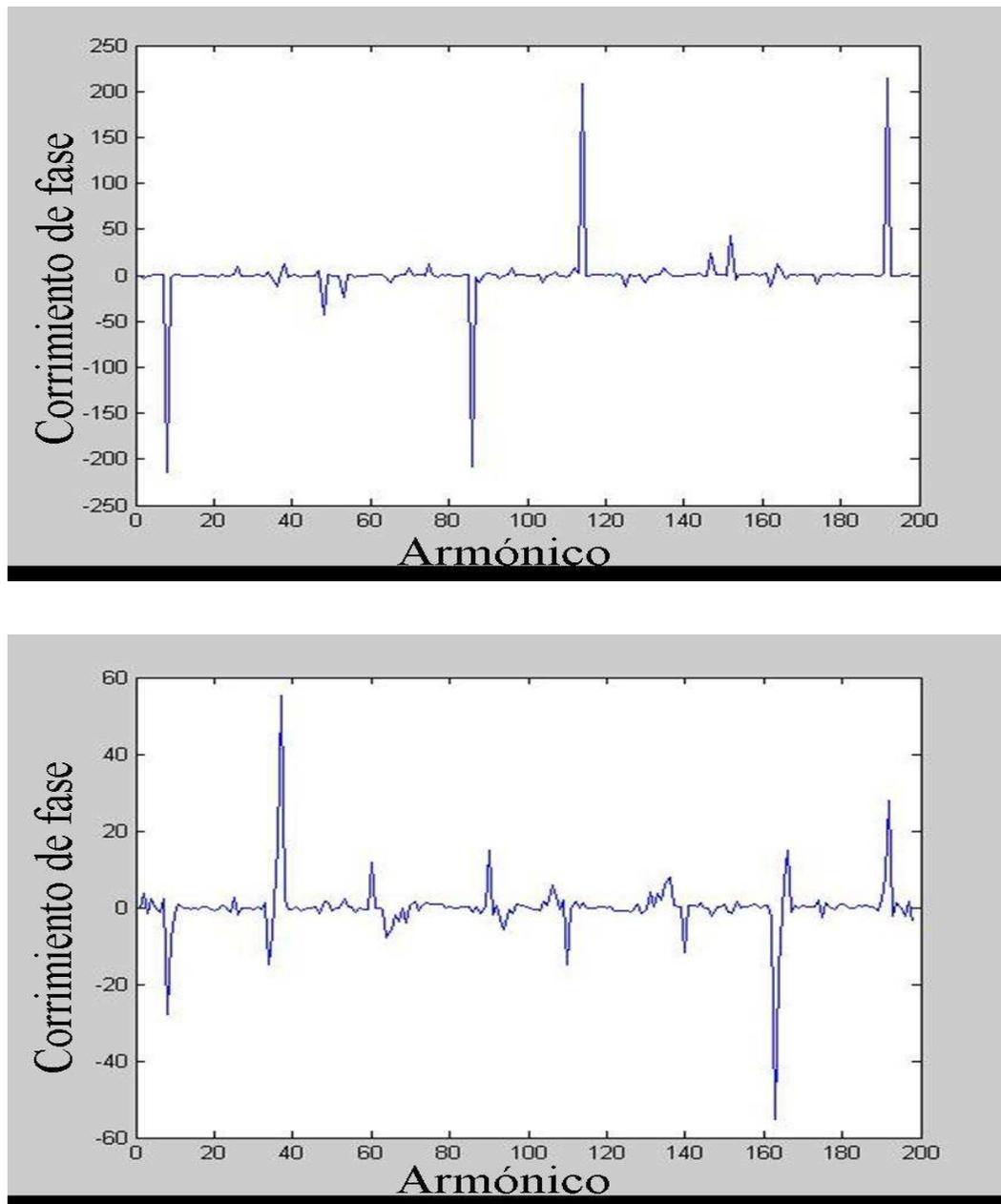


Figura 4.13: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 80 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna 90 con respecto a la columna de referencia.*

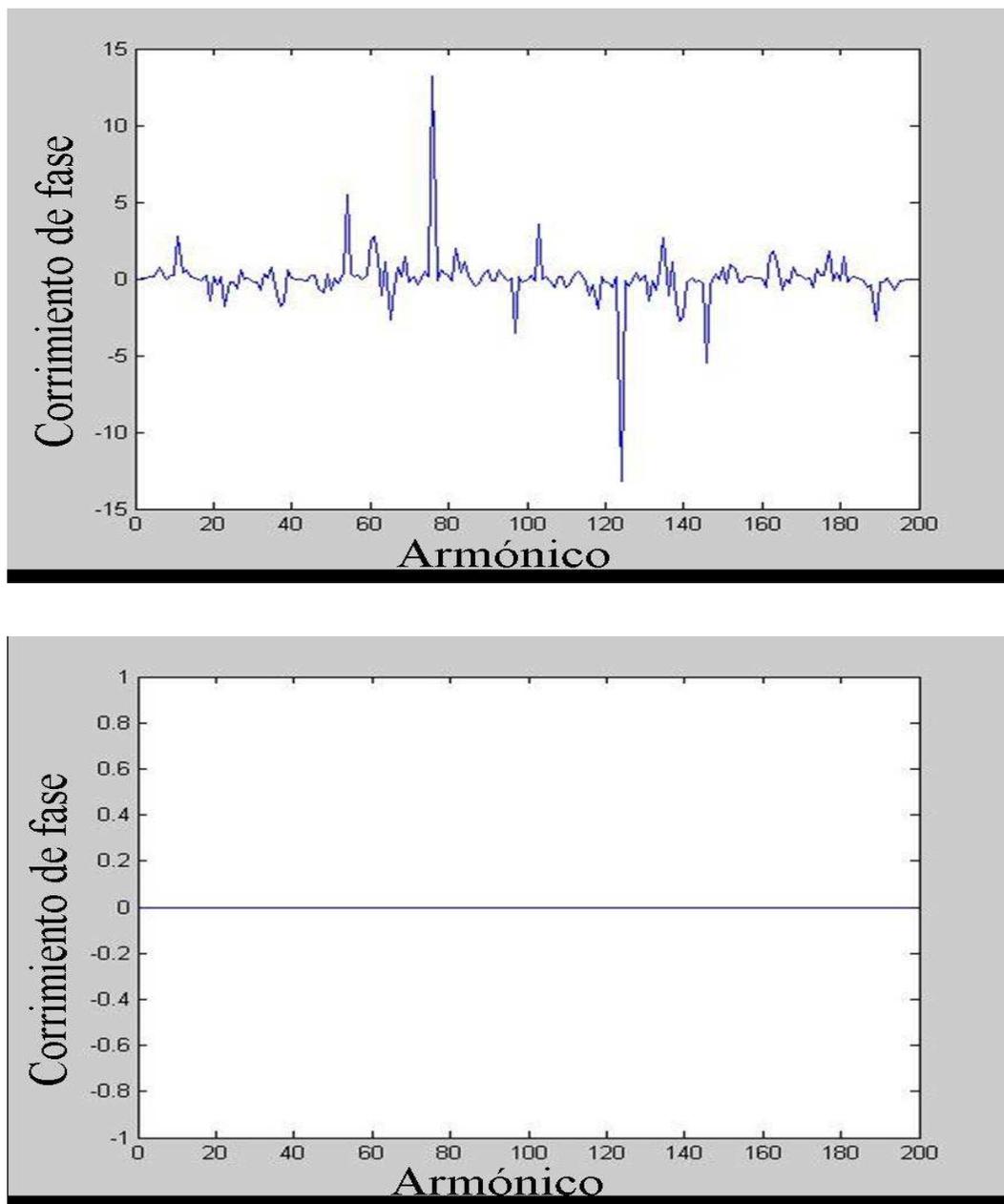


Figura 4.14: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 100 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna de referencia con ella misma.*

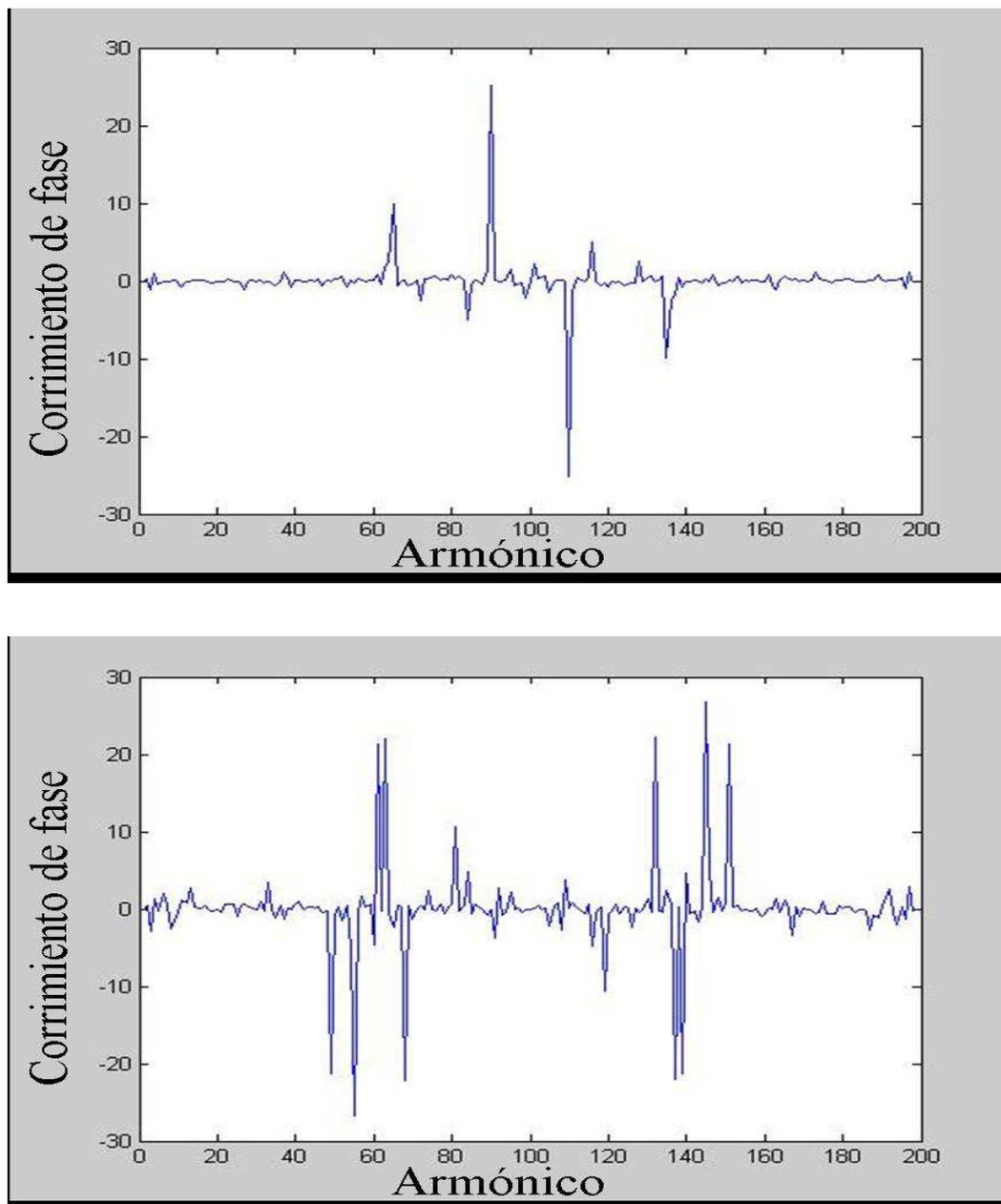


Figura 4.15: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 103 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna 110 con respecto a la columna de referencia.*

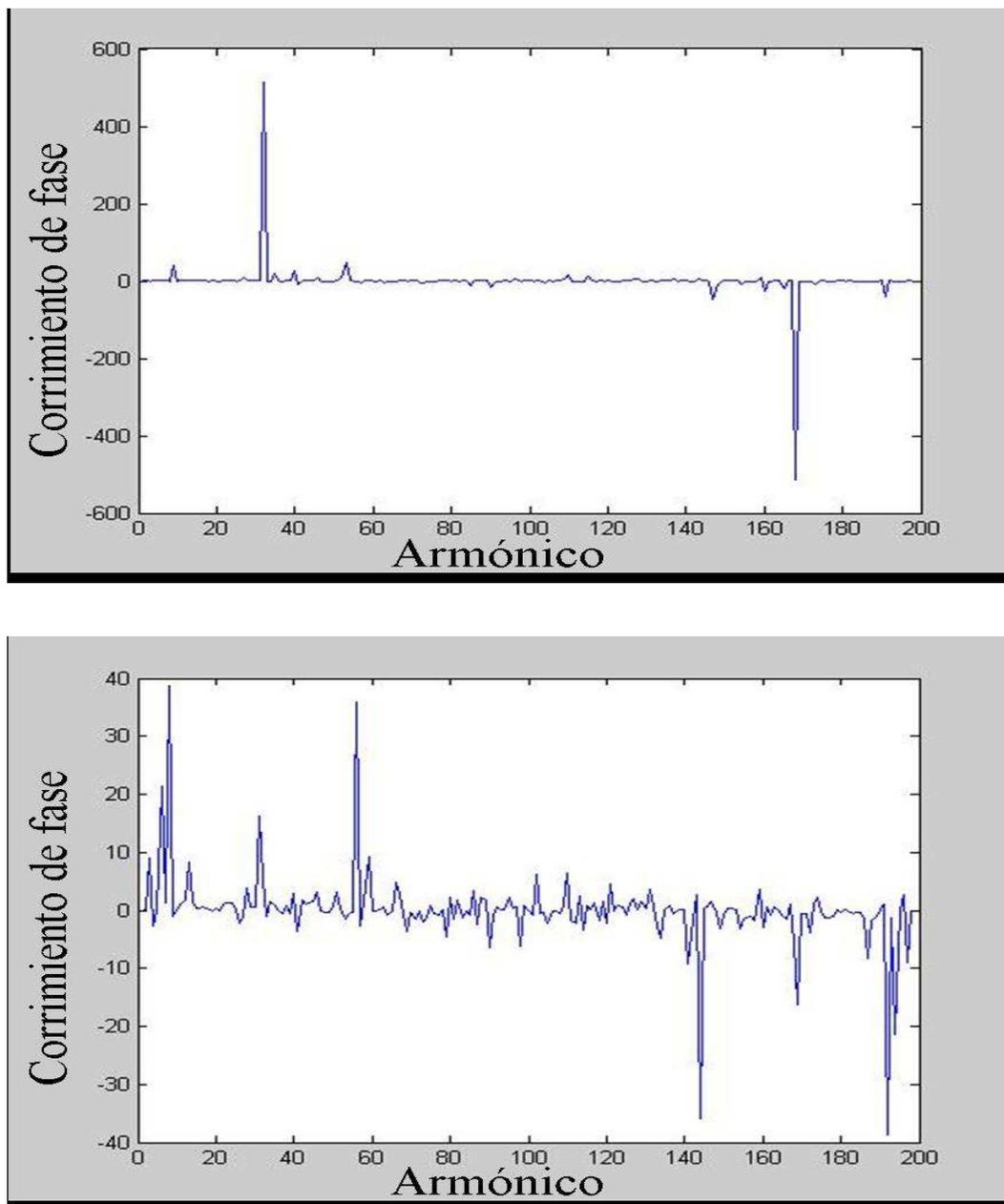


Figura 4.16: *Corrimiento de fase entre los armónicos de las funciones columnas. La imagen superior corresponde al corrimiento entre la función columna de referencia y la columna número 120 de la imagen. La imagen inferior se refiere a la columna 130 con respecto a la columna de referencia.*

### 4.2.3. Algoritmo de calibración de fase para interferometría de corrimiento de fase

La aplicación del actual método esta basado en la propuesta llevada a cabo por Xin Chen, Maureen Gramaglia, y John A. Yeazell [18]. En base a sus resultados, esta técnica determina el corrimiento de fase entre dos interferogramas examinando la suma y diferencia de cada interferograma en la misma localización espacial,  $I_1(x, y)$ ,  $I_2(x, y)$ .

Las intensidades pueden ser modeladas matemáticamente mediante un término de fondo de intensidad y uno de modulación,  $I_b(x, y)$  y  $I_m(x, y)$ , respectivamente, ver Ec. [4.20]. Experimentalmente estos términos pueden diferir en magnitud, lo cual introduce ruido de fondo a las imágenes de los interferogramas que se desean comparar, es por ello que en este trabajo se utiliza el mismo procedimiento para normalizar que se mencionó en la sección anterior, llevando de forma lineal a valor máximo de intensidad (1) y a valor mínimo (0) los términos de fondo y modulación en cada casilla de (x,y) de la imagen. Las ecuaciones quedan entonces como:

$$I_1(x, y) = I_b(x, y) + I_m(x, y)\cos(\delta(x, y)), \quad (4.17)$$

$$\Rightarrow I_{n1}(x, y) = \cos(\delta(x, y)); \quad (4.18)$$

$$I_2(x, y) = I_b(x, y) + I_m(x, y)\cos(\delta(x, y) + \phi), \quad (4.19)$$

$$\Rightarrow I_{n2}(x, y) = \cos(\delta(x, y) + \phi); \quad (4.20)$$

es decir, que la diferencia entre píxeles debido a la iluminación sea la misma, excepto por el término de fase  $\delta(x, y)$ .

La suma y resta de intensidad de los interferogramas, permite conocer el corrimiento de fase existente entre las funciones que las modelan; por tanto, es importante considerar en esta etapa el uso de la normalización, puesto que la misma conlleva a un cambio significativo en el fondo de intensidad, ayudando a disminuir los efectos del error experimental. Las operaciones de suma Ec. [4.21] y resta Ec. [4.22] de los interferogramas normalizados se muestran a continuación:

$$Q_{12}^+ = (1 + \cos(\phi)\cos(\delta(x, y)) - \sin(\phi)\sin(\delta(x, y))), \quad (4.21)$$

$$Q_{12}^- = (1 + \cos(\phi)\cos(\delta(x, y)) + \sin(\phi)\sin(\delta(x, y))); \quad (4.22)$$

se define una variable  $R_{12}$  que es la diferencia entre el máximo y el mínimo de la suma  $Q_{12}$ . Este rango de  $R_{12}$  está relacionado al corrimiento de fase por

$$\begin{aligned} R_{12}^+ &= \text{MAX}[Q_{12}^+] - \text{MIN}[Q_{12}^+] \\ &= 2\sqrt{2 + \cos(\phi)} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} R_{12}^- &= \text{MAX}[Q_{12}^-] - \text{MIN}[Q_{12}^-] \\ &= 2\sqrt{2 + \cos(\phi)} \end{aligned} \quad (4.24)$$

de las ecuaciones para  $R_{12}^+$  y  $R_{12}^-$  es posible determinar el coseno del desfase entre las dos señales, siendo este resultado el más importante del artículo de acuerdo a los autores; debido a que aún y cuando la suma y diferencia entre  $Q_{12}^+$  y  $Q_{12}^-$  contienen suficiente información para recuperar la fase, la elección de una expresión simétrica para el término del coseno minimiza el error en la medición, o sea

$$\cos(\phi) = \frac{[R_{12}^+]^2 - [R_{12}^-]^2}{[R_{12}^+]^2 + [R_{12}^-]^2} = \frac{[R_{12}^+]^2 - [R_{12}^-]^2}{16} \quad (4.25)$$

Despejando finalmente la fase, se aplican estos resultados en un algoritmo para determinar el corrimiento entre dos funciones columnas de intensidad. En la sección anterior se pudo observar que las funciones de intensidad varían de manera significativa de una columna de la imagen a otra, por lo que el código es aplicado sobre cada una de las funciones columnas y su vecina más cercana, de esta manera se obtiene el desfase entre cada par de funciones consecutivas a lo largo del ronchigrama. Las gráficas generadas pueden ser observadas de la Fig. [4.19] a la [4.22]. Nótese que a lo largo de todo el ronchigrama,

el corrimiento de fase entre las funciones columnas de intensidad se mantiene dentro de un mismo rango, excepto para la zona central la cual corresponde a la abertura entre los espejos, indicando por tanto un salto de la fase para las funciones de intensidad de esa zona con respecto al resto del ronchigrama. El estudio del pistón entre espejos se hace a partir de las funciones de intensidad que están después del salto de fase de la zona central; se parte de comparar  $n$  columnas del ronchigrama asociado al espejo de referencia, con  $n$  columnas del ronchigrama asociado al espejo adyacente; es decir, se aplica el algoritmo a las  $n$  columnas del lado derecho y del lado izquierdo que estén más cercanas al salto de fase pero no dentro de este, obteniéndose un valor de desfase promedio entre las funciones columnas derechas con respecto a las funciones columnas izquierdas.

Para dar lectura a los resultados hacemos las siguientes aclaraciones: la Tabla [4.17] expresa los resultados del análisis de las funciones columnas de intensidad, el valor promedio se refiere al corrimiento de fase en promedio de la comparación de columnas, el término estándar indica la desviación estándar de la comparación entre las funciones del lado izquierdo con respecto al lado derecho. De igual forma, el error porcentual indica, como su nombre lo dice, el error generado por el cociente entre la desviación estándar y los valores de corrimiento obtenidos para cada caso, dichos valores deben ser multiplicados por 100 para obtener la cifra porcentual correspondiente. Por otra parte, en la Tabla [4.18] igualmente se indican estos mismo resultados, pero a diferencia de los anteriores el estudio no es realizado sobre las funciones columnas de intensidad sino sobre su transformada de Fourier.

Los resultados muestran que al variar el valor de  $n$  varía el corrimiento de fase promedio. En la mayoría de los casos la desviación estándar tiende a disminuir al aumentar el ancho de  $n$ , y como consecuencia el error porcentual también sigue esta misma tendencia. La Tabla [4.17] muestra que no se puede asociar un incremento en el desfase promedio al aumentar el pistón entre los espejos, esto implica que las imágenes de los ronchigramas capturados no pueden ser procesadas adecuadamente por este programa computacional. Esta conclusión puede estar sustentada en el resultado anterior, dado

Piston 0 *****	Piston 10 *****	Piston 20 *****	Piston 30 *****	Piston 40 *****	Piston 50 *****
Promedio 1.1847 1.2929 1.3328 1.3515 1.4137	Promedio 1.1367 1.1495 1.1984 1.2194	Promedio 1.1367 1.0716 1.1227 1.1465	Promedio 1.1588 1.1148 1.1689 1.2305	Promedio 1.2805 1.2071 1.1430 1.2185 1.2942	Promedio 1.2797 1.1242 1.1841 1.2440
Estandar 0.0857 0.0266 0.0329 0.0380 0.0760	Estandar 0.1178 0.0481 0.0443 0.0583	Estandar 0.1178 0.0576 0.0595 0.0701	Estandar 0.0653 0.0424 0.0474 0.0482	Estandar 0.2077 0.1166 0.0787 0.1062 0.0574	Estandar 0.1301 0.0825 0.0692 0.0789
Error Porcentual 0.0724 0.0206 0.0247 0.0281 0.0538	Error Porcentual 0.1036 0.0419 0.0370 0.0478	Error Porcentual 0.1036 0.0537 0.0530 0.0612	Error Porcentual 0.0563 0.0381 0.0406 0.0392	Error Porcentual 0.1622 0.0966 0.0689 0.0871 0.0574	Error Porcentual 0.1017 0.0734 0.0585 0.0634

Figura 4.17: Valores de corrimiento de fase entre  $n$  funciones columnas de intensidad del segmento de referencia y el segmento adyacente. Los valores de  $n$  van incrementándose de 10 en 10. Es decir, el primer valor de cada clasificación corresponde a  $n = 10$  el siguiente a  $n = 20$  y así sucesivamente.

Piston 0 *****	Piston 10 *****
Promedio 0.1523 0.1497 0.1700 0.2012	Promedio 0.1682 0.1467 1.2887 0.2750
Estandar 0.0182 0.0293 0.0357 0.0577	Estandar 0.0801 0.0370 0.0372 0.0685
Error porcentual 0.1195 0.1958 0.2097 0.2865	Error Porcentual 0.4762 0.2520 0.0289 0.2492

Figura 4.18: Valores de corrimiento de fase entre  $n$  funciones de la transformada de Fourier de las funciones columnas de intensidad del segmento de referencia y el segmento adyacente. Los valores de  $n$  se incrementan de la misma forma que la tabla anterior.

que, al no estar comparando exactamente las mismas señales, la complejidad de obtener el corrimiento entre estas se hace mayor. Además si sumamos a esto el hecho de que el fondo de intensidad no es homogéneo a lo largo de toda la imagen, vemos que

incumple con lo reseñado como un factor fundamental por los autores para el análisis del corrimiento de fase. De igual forma, al estudiar las transformadas de Fourier de las funciones columnas, vemos que tampoco existe incremento del desfasamiento al aumentar el pistón, En la Tabla [4.18] se evidencia este resultado aún y cuando no se muestren para todos los valores de pistón.

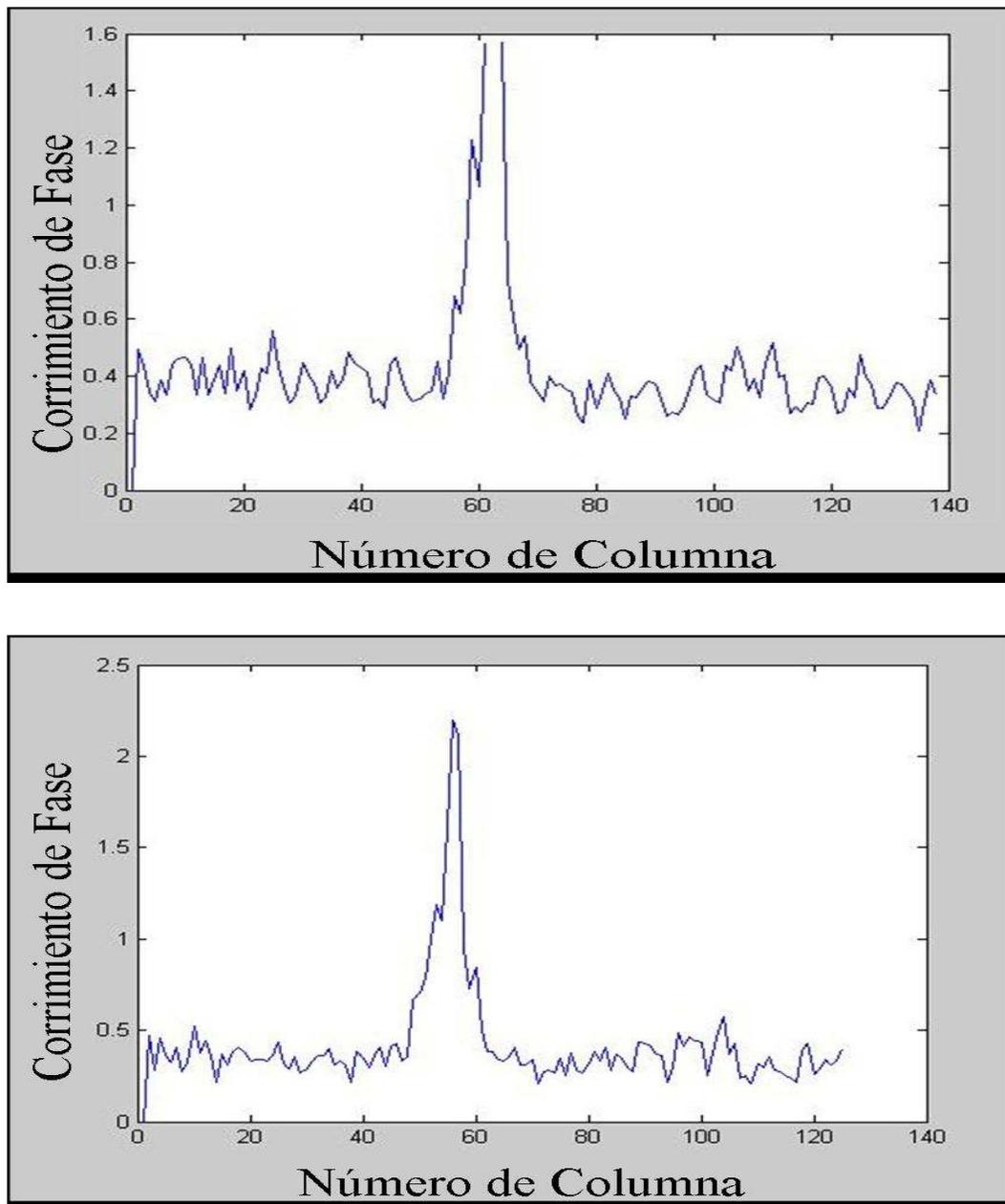


Figura 4.19: Gráfica del corrimiento relativo entre dos funciones columnas de intensidad consecutivas a lo largo de todo el espejo. Cada punto indica el desfase entre una función columna y su vecina más próxima derecha. Imagen superior corresponde a un pistón entre espejos de  $0\mu\text{m}$ . Imagen inferior corresponde a un pistón entre espejos de  $10\mu\text{m}$

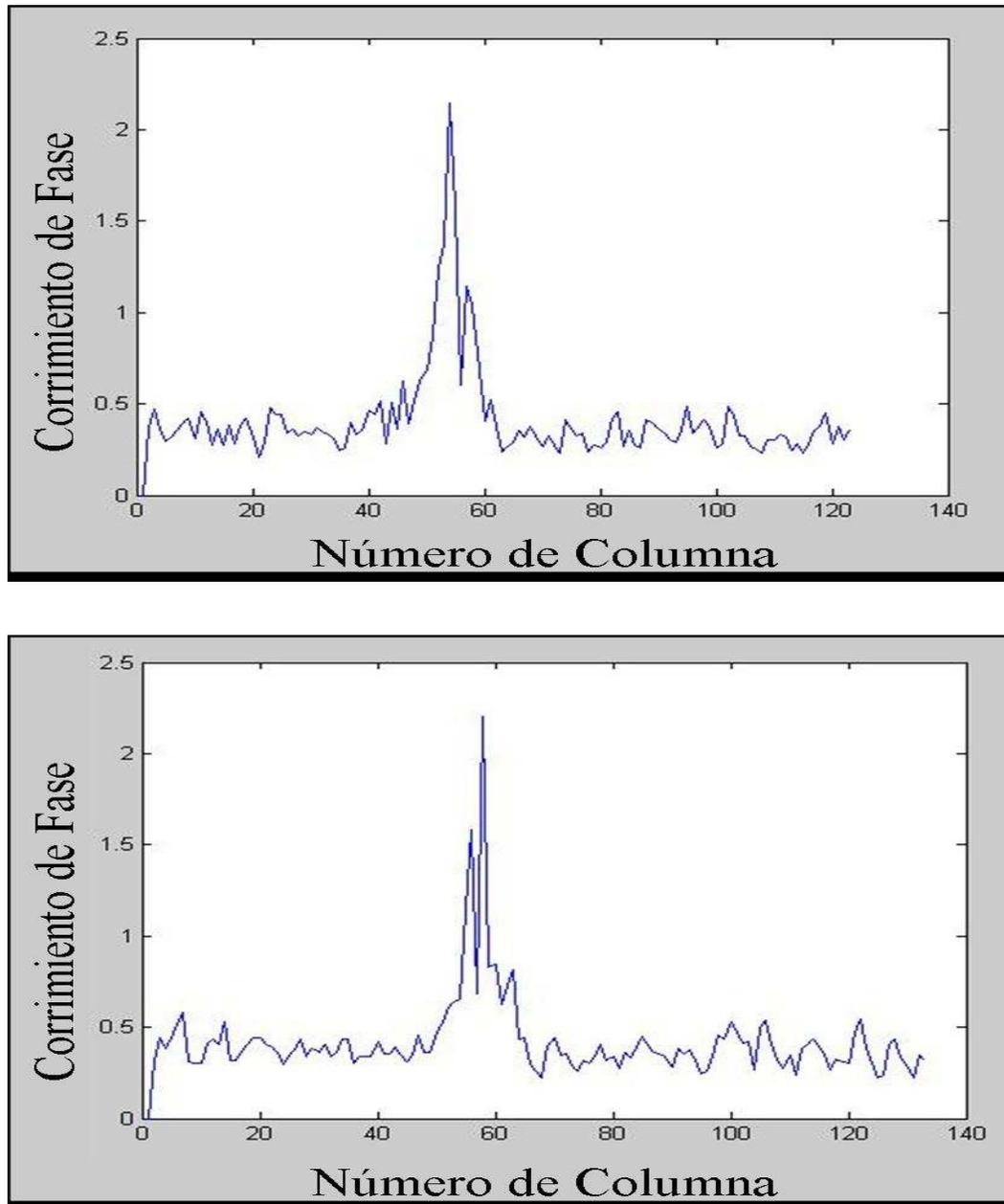


Figura 4.20: Gráfica del corrimiento relativo entre dos funciones columnas de intensidad consecutivas a lo largo de todo el espejo. Imagen superior corresponde a un pistón entre espejos de  $20\mu\text{m}$ . Imagen inferior corresponde a un pistón entre espejos de  $30\mu\text{m}$

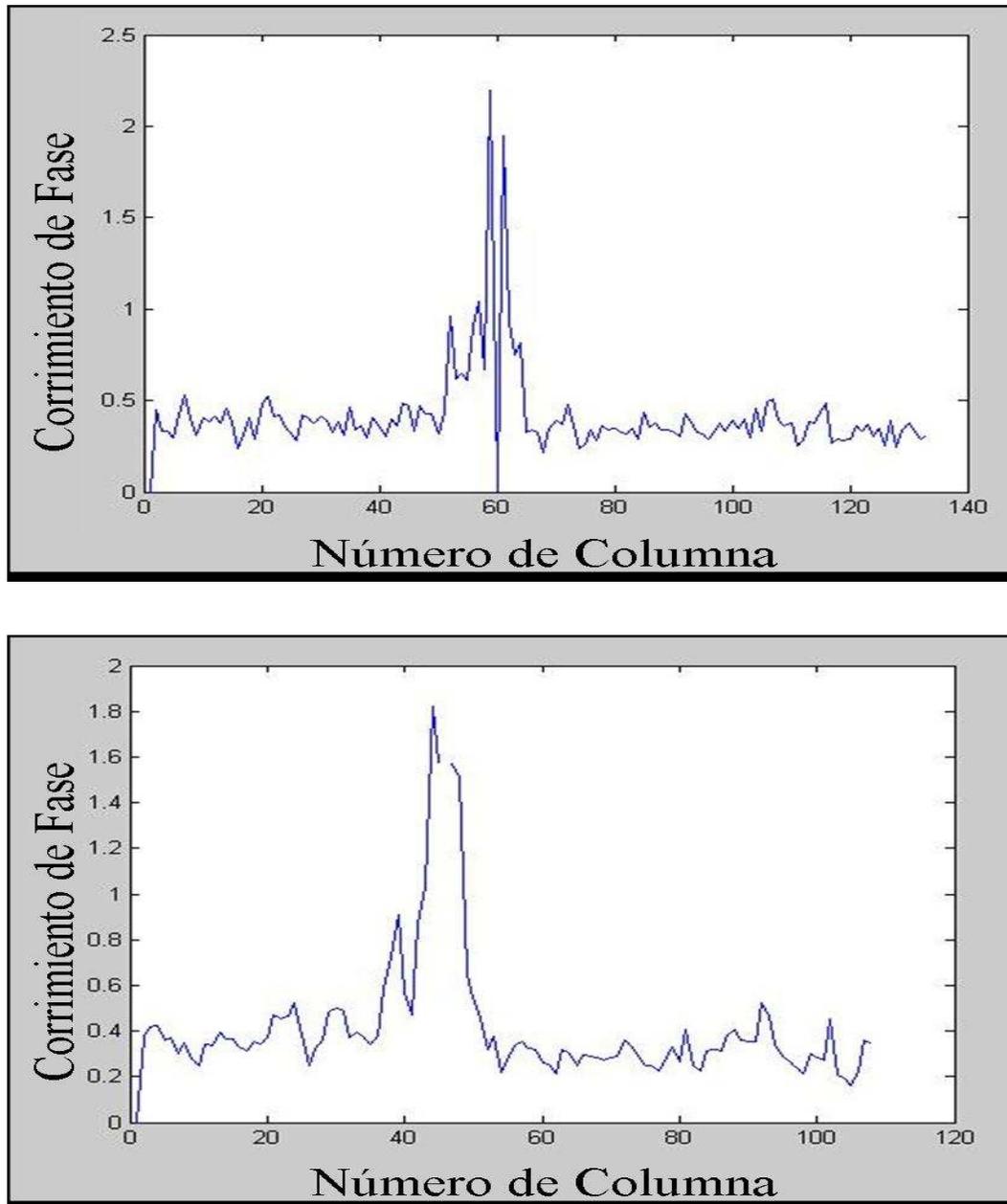


Figura 4.21: Gráfica del corrimiento relativo entre dos funciones columnas de intensidad consecutivas a o largo de todo el espejo. Imagen superior corresponde a un pistón entre espejos de  $40\mu\text{m}$ . Imagen inferior corresponde a un pistón entre espejos de  $50\mu\text{m}$

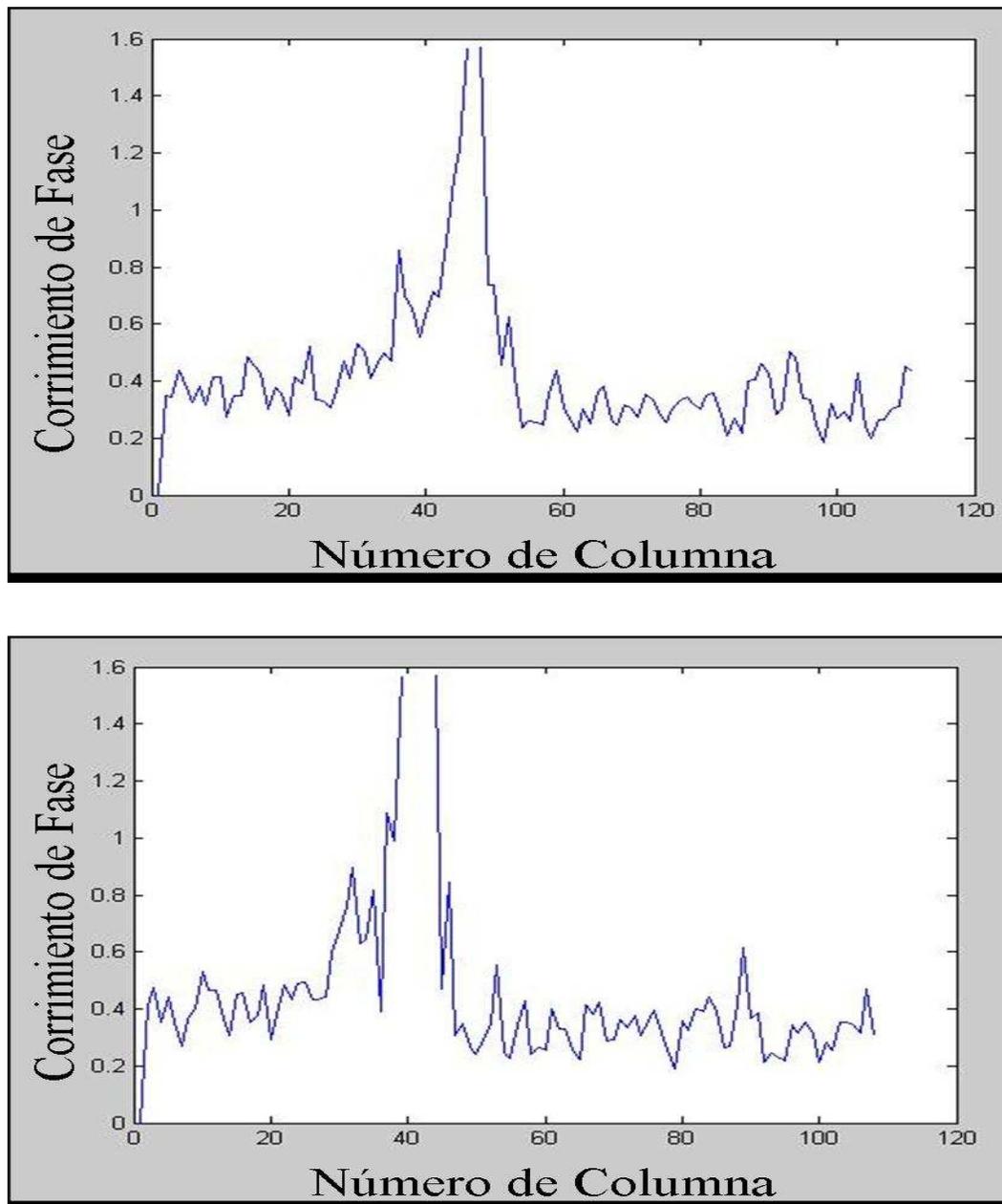


Figura 4.22: Gráfica del corrimiento relativo entre dos funciones columnas de intensidad consecutivas a o largo de todo el espejo. Imagen superior corresponde a un pistón entre espejos de  $70\mu\text{m}$ . Imagen inferior corresponde a un pistón entre espejos de  $90\mu\text{m}$

!

#### 4.2.4. Análisis del corrimiento del primer armónico de las funciones

Mediante el estudio y aplicación de diversas técnicas para determinar el corrimiento de fase entre las funciones de intensidad representativas de los ronchigramas capturados, se observó que la transformada de Fourier posee un máximo característico en el primer armónico que a diferencia del resto de los armónicos éste se encuentra presente en todas las funciones, ver Fig. [4.23]. Al comparar la fase de la transformada de Fourier del primer armónico, es posible asociar valores de corrimiento característicos para cada pistón, y de esta manera obtener finalmente un programa computacional que permita establecer un criterio de correspondencia entre el pistón fijado experimentalmente, y el corrimiento entre las funciones de intensidad determinado.

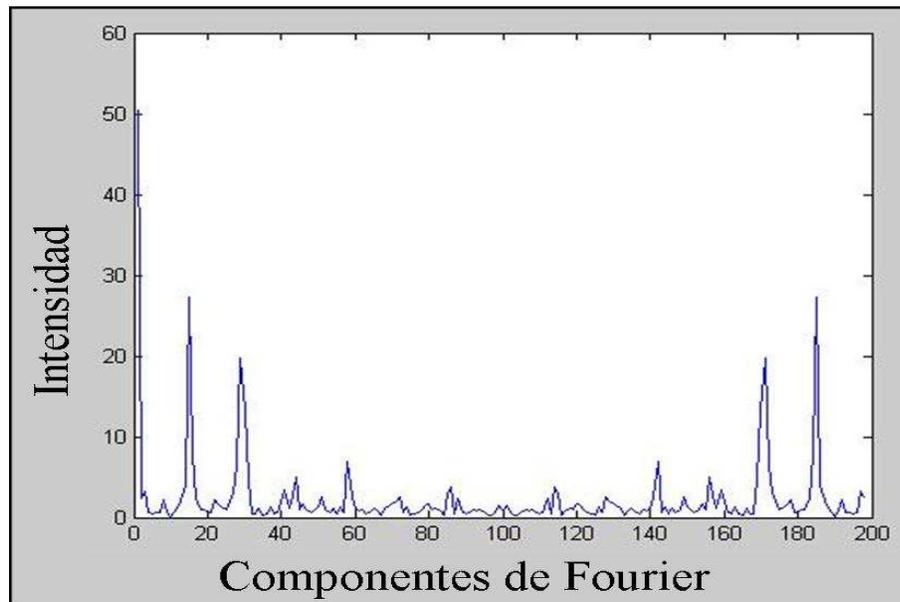


Figura 4.23: Transforma de Fourier de la función columna de intensidad número 80. El primer máximo ubicado en las cercanías del componente de Fourier 18 es característico de todas las funciones columna de intensidad del ronchigrama capturado con la rejilla Katylnegativa.

En consideración a lo establecido en el comienzo de este capítulo, el programa computacional que se utiliza a continuación es aplicado inicialmente a todas las funciones columnas de intensidad, comparando la fase entre una columna y su vecina más próxima. Se parte calculando la transformada de Fourier de las funciones que se desean comparar, a continuación se determina el máximo absoluto de cada una y se calcula el ángulo o fase del mismo. Finalmente se realiza una resta entre los valores obtenidos para cada función. Este procedimiento permite conocer el comportamiento general del desfaseamiento entre las funciones columnas de intensidad a lo largo de todo el ronchigrama, ver Fig. 4.24.

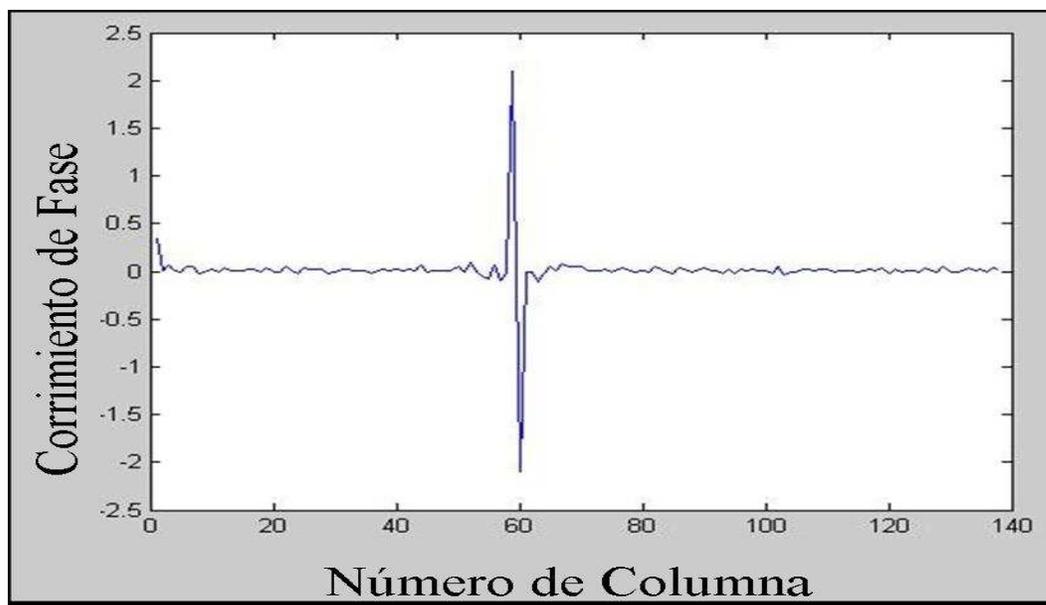


Figura 4.24: *Corrimiento de fase entre las funciones columnas de intensidad del ronchigrama obtenido con la rejilla subestructurada catilnegativa. El piston entre los espejos corresponde a  $10\mu\text{m}$*

Al graficar el corrimiento de las funciones consecutivas se hace evidente la ubicación de la abertura entre los espejos, puesto que se observa un pico pronunciado en esta ubicación, por otra parte también se denota que el desfaseamiento para las funciones más allá de la abertura se alterna dentro de un rango pequeño, lo cual da una clara evidencia de la ubicación de ésta.

Para evitar aquellas funciones columnas que se encuentren cerca del pico característico de la abertura, y de esta manera disminuir en gran medida el ruido de la imagen y excluir del estudio aquellas que no aportan información, el programa pide al usuario establecer un rango de estudio, en otras palabras, se debe de escoger cuantas y a partir de cual de las columnas que se encuentren de manera simétrica hacia el lado izquierdo derecho se hará el estudio.

Piston 0 *****	Piston 10 *****	Piston 20 *****	Piston 30 *****
Promedio	Promedio	Promedio	Promedio
0.1769	0.1913	0.2712	0.4596
0.2740	0.3158	0.4108	0.5405
0.3826	0.4386	0.5242	0.6357
0.4919	0.5453	0.6311	0.7386
estandar	Estandar	estandar	estandar
0.0671	0.0837	0.0965	0.0900
0.1204	0.1476	0.1642	0.1116
0.1899	0.2178	0.2161	0.1718
0.2546	0.2659	0.2657	0.2357

Figura 4.25: Valores de corrimiento de fase entre  $n$  funciones columnas de intensidad del segmento de referencia y el segmento adyacente. El primer valor de cada clasificación corresponde  $n_i = 10$  el siguiente  $n_{i+1} = n_i + 10$  y así sucesivamente.

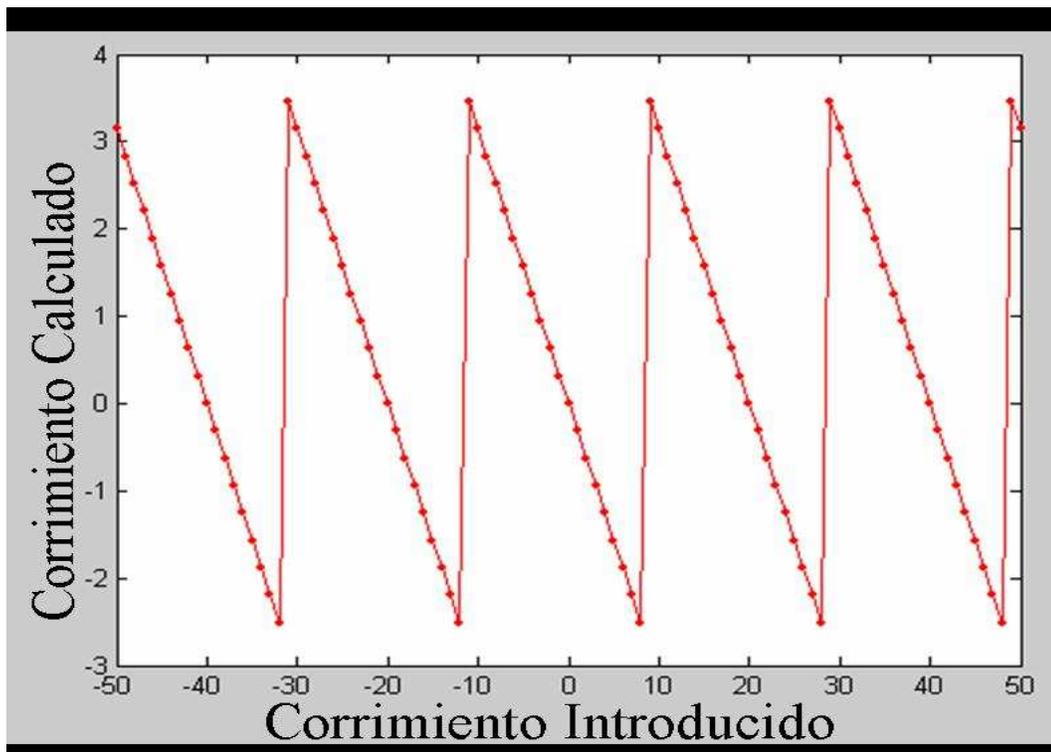
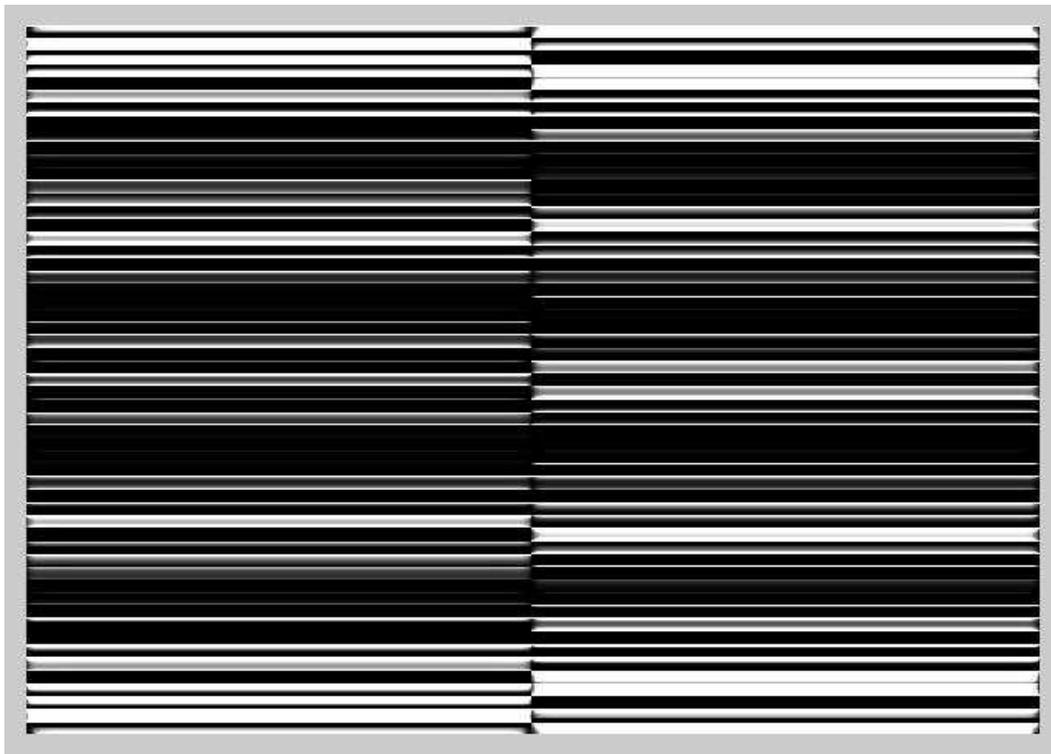
La interpretación de la tabla [4.25] es llevada de la siguiente manera: Piston indica como su nombre lo dice, el piston experimental existente entre los segmentos del espejo, medido en micras. Promedio, es el valor calculado mediante el programa, del corrimiento del primer componente de Fourier de un número ( $n$ ) de funciones columnas ubicadas de manera simétrica con respecto a la abertura. Nótese que estos valores están dispuestos en forma de columnas para una misma casilla, esto se debe a que el número ( $n$ ) varía de renglón en renglón por un valor de 10, es decir, el primer promedio de refiere al corrimiento promedio entre las primeras 10 columnas que se encuentran de manera simétrica al lado derecho e izquierdo de la abertura, el segundo valor de promedio es

el corrimiento entre las primeras 20 funciones columnas, el tercero a las 30 primeras funciones columnas y así sucesivamente. Esta lógica de lectura en base al número de columnas ( $n$ ) debe ser usada igualmente para entender las desviación estándar.

Los resultados muestran principalmente dos parámetros de interés que poseen una mayor certidumbre, con respecto a los resultados obtenidos con los algoritmos anteriores. El primero de ellos es la ubicación más precisa del pico característico de la abertura entre espejos; el segundo es la clara tendencia de incremento en el desfase entre las funciones de intensidad, comparadas en función al aumento del pistón. Por otra parte la desviación estándar en la mayoría de los valores obtenidos posee una cifra comparable con el tercio de dicho valor, implicando poca certeza en la veracidad de los resultados. Para disminuir este parámetro es necesario la captura de imágenes que posean menor ruido, lo cual puede lograrse en base a nuestra experiencia, al no utilizar el espejo auxiliar; por el contrario, el espejo segmentado en estudio debe de poseer una curvatura que permita aplicar la prueba de Ronchi de manera directa sobre este.

Para determinar el alcance de este ultimo programa se procedió a hacer un experimento computacional, el mismo consistió en generar mediante la plataforma de *matlab* rejillas sub-estructuradas desplegadas a lo largo de una ventana rectangular dividida en dos segmentos. Se introduce corrimiento controlado a estas mitades de ventanas, ver Fig[4.2.4] y [4.26] y se procede a determinar el corrimiento relativo entre la primera componente de Fourier de las funciones de intensidad columnas que se encuentran a la derecha e izquierda de la separación de los segmentos de la ventana. Nótese, el número ( $n$ ) de columnas que se tomen en este experimento computacional no tiene mayor relevancia, puesto que no existe diferencia alguna entre las funciones columnas de intensidad de un mismo segmento de la ventana.

La Fig. [4.2.4] corresponde a una rejilla generada con un periodo de 11 columnas mientras que la Fig. [4.26] posee un periodo de 20 columnas. Esta diferencia trae como consecuencia que el rango dinámico del corrimiento que puede ser introducido entre las funciones se incremente en base al incremento del periodo. Llevando este hecho a nues-



captionLa figura superior indica la rejilla de periodo 11 usada para el experimento computacional. La figura inferior corresponde a la gráfica que se obtiene al variar controladamente el corrimiento de fase entre los segmentos de la ventana a saltos de 1 pixel.

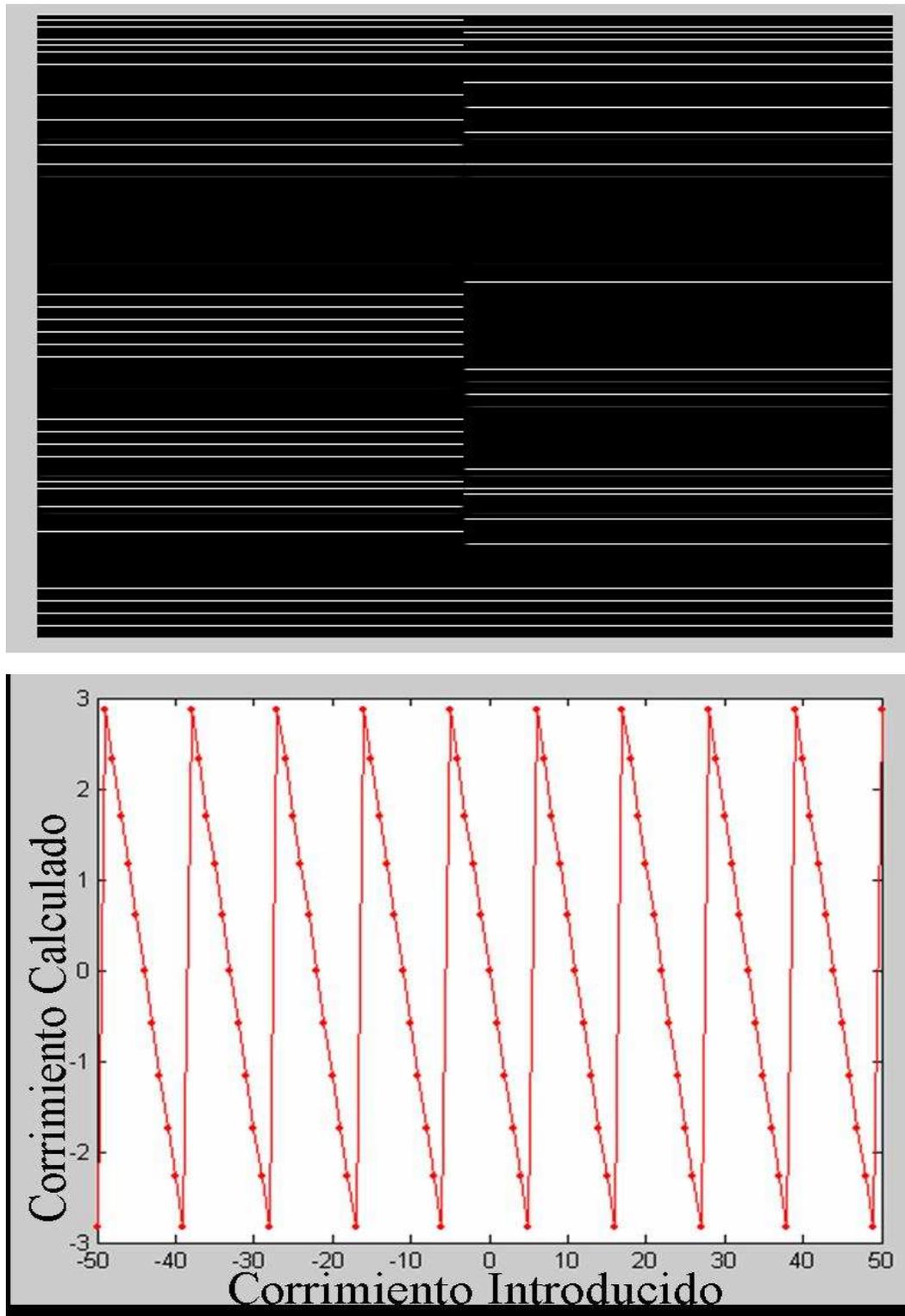


Figura 4.26: La figura superior indica la rejilla de periodo 20 usada para el experimento computacional. La figura inferior corresponde a la gráfica que se obtiene al variar controladamente el corrimiento de fase entre los segmentos de la ventana a saltos de 1 pixel.

tro propósito de medir el pistón entre dos superficies, podemos concluir que el escalón entre los espejos debe de estar dentro del rango dinámico propio del periodo de la rejilla; y mas aun, que sí este rango es muy corto, podemos cambiar a una rejilla que posea un periodo mayor, que se ajuste a la situación física y nos permita conocer el corrimiento entre las funciones columnas sin cometer el error de repetitividad de  $2\pi$ . Esto es valido dentro de dimensiones físicas coherentes, es decir, no se debe generalizar la situación para cualquier valor grande de piston.

A pesar de que este ultimo experimento es un caso ideal de nuestra real situación física, el mismo nos aporta información de gran relevancia e importancia para nuestro estudio. Se espera que el corrimiento relativo entre las funciones columnas de intensidad de un mismo espejo puedan ser determinadas por este programa, puesto que las misma solo deberían ser iguales entre si pero con un defasamiento propio de la inclinación de las franjas. También se espera que si los espejos están en fase, la forma y grosor de las franjas a lo largo de todo el espejo segmentado sea la misma y por tanto los cálculos arrojen resultados semejantes a un espejo monolítico.

Regresando a nuestros resultados experimentales de la prueba de Ronchi, vemos que nuestro caso real corresponde a un cambio de frecuencia entre las funciones columnas de intensidad del espejo adyacente en contraparte con el espejo de referencia. Este cambio de frecuencia también es detectado por el actual algoritmo, de manera que el mismo puede percibir que existe un aumento en el corrimiento de las funciones columnas en base al crecimiento de piston entre las superficies.

#### 4.2.5. Conclusiones

Se implementó la prueba de Ronchi utilizando rejillas subestructuradas para medir el pistón entre dos superficies adyacentes. Para llevar a fase los segmentos se utilizó el interferómetro de Michelson con luz blanca debido al corto rango de acción que posee el mismo y se estableció el criterio para la continuidad de las franjas en función de su color para alcanzar el menor valor posible de pistón entre los segmentos dentro

del rango del visible. Este procedimiento permitió disminuir el pistón a valores de micras

Las imágenes obtenidas mediante la prueba Ronchi corresponden a valores de pistón no mayores de  $50\mu m$ . A pesar de la similitud entre el número y composición de franjas obtenidas en ambos espejos, se observa que existe corrimiento entre los ronchigramas cuando se comparan las funciones de intensidad asociadas a cada patrón de franjas. Se emplean diversos algoritmos para determinar dicho corrimiento, obteniéndose que el más apropiado para esta operación resulta ser aquel que mide el desplazamiento relativo entre el primer armónico de la transformada de Fourier de cada función de intensidad.

Mediante el análisis de las imágenes de los ronchigramas capturados para diversos valores de pistón, fue posible detectar el corrimiento de las funciones de intensidad a medida que el escalón entre los espejos se incrementaba. El ruido de fondo de las imágenes se debió principalmente a la configuración del montaje experimental, puesto que la fuente iluminó con mayor intensidad el área más cercana a su ubicación; como consecuencia, una de los espejos recibió mayor intensidad de luz que el otro. También fue posible detectar un corrimiento relativo entre las funciones de intensidad columnas, con valores bastante similares.

Los valores obtenidos muestran finalmente que a medida que se incrementa el escalón entre los segmentos, se incrementa igualmente el corrimiento entre las funciones de intensidad asociadas a los ronchigramas de cada espejo. Sin embargo se hace evidente el ruido de las imágenes, puesto que la desviación estándar muestra valores que corresponden a 10% y más del valor nominal de la medición. Este hecho hace que los valores obtenidos posean poca certidumbre y no sean confiables para considerarlos definitivos, es por ello que queda abierto el problema de un mejor análisis de imágenes de manera de poder disminuir la incertidumbre de los ronchigramas asociados; de igual forma otras imágenes deben de ser capturadas sin el uso de un espejo auxiliar, de manera que el espejo segmentado posea un radio de curvatura menor al espacio físico de medición, en otras palabras el mismo no debe de ser infinito; de esta manera se podrán obtener imágenes con una mejor distribución de intensidad.

Finalmente se concluye que la prueba de Ronchi permite detectar el incremento del pistón entre dos superficies sucesivas, mediante un corrimiento entre las funciones de intensidad de las imágenes de los ronchigramas.



## Capítulo 5

# Capitulo V

### 5.1. Conclusiones

El uso de la prueba de Ronchi como técnica para detectar el pistón entre dos superficies constituyentes de un espejo segmentado se muestra potencialmente útil, puesto que la mismas es sensible a discontinuidades físicas en una dirección preferencial, debido a su característica de exhibir en el plano imagen la aberración transversal del elemento óptico en estudio. Por tanto, pequeños cambios (en el orden de micras) en el escalón formado entre los segmentos se traduce a corrimientos en la función de intensidad del ronchigrama.

El interferómetro de Michelson, mostró ser una herramienta capaz de calibrar el sistema en estudio. La particularidad de las franjas interferométricas de diversos colores permite de forma más sencilla calibrar segmentos adyacentes, dentro del rango del visible, sin tener la ambigüedad de  $2\pi$ . Aún y cuando el interferómetro de Michelson muestra claramente su capacidad de lograr esta tarea, el mismo sólo es apropiado como sistema de validación, puesto que implementarlo en un telescopio de gran escala con el espejo primario segmentado sería una tarea ardua, ya que por su característica de no ser un interferómetro de caminos comunes, fácilmente se perdería el interferograma. Es por ello que el mismo es usado como prueba que sustenta y valida el punto de inicio de nuestra propuesta.

Los parámetros fundamentales de esta propuesta para alineamiento de la fase de los segmentos de un espejo primario son: la estabilidad que representa un interferómetro de camino común, la no necesidad de una fuente altamente coherente, la practicidad del uso de rejillas desplegadas en una PCL, puesto que pueden ser cambiadas instantáneamente al momento de la medición y de esta manera poder obtener información en tiempo real de los cambios que se generen en el pistón.

Como trabajo abierto de esta tesis resta abordar mejor el análisis de imágenes, de manera de poder disminuir la desviación estándar de los resultados, disminuyendo la incertidumbre de los valores que se obtengan para cada caso. Igualmente, repetir el experimento utilizando el espejo segmentado únicamente, eliminando el auxiliar, y por tanto estableciendo un mejor control en la homogeneidad de la distribución de intensidad proveniente de la fuente hacia el espejo en estudio.

# Bibliografía

- [1] D. Malacara. *Optical Shop Testing*, Segunda Edición. John Wiley & Sons. Estados Unidos (1992).
- [2] E. Hecht. *Óptica*, Tercera edición. Addison Wesley Iberoamericana. Madrid-España (2000).
- [3] Y. Luna Zayas. *Prueba de Ronchi con Rejillas Sub-estructuradas*. Tesis de Maestría. Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica, Puebla-México (2005).
- [4] M.V.R.K Murty, A. Cornejo-Rodríguez. *Sharpening the Fringes en the Ronchi Test*. *Applied Optics* **12**, 2230 (1973).
- [5] R. H Katyl. *Moire Screen Coded with Pseudo Ramdom*. *Applied Optics* **11**, 2278-2284(1972).
- [6] A. Cornejo, H. Altamirano, M.V.R.K Murty. *Experimental Results in the Sharpening of the Fringes in the Ronchi Test*. *Boletin del Instituto de Tonantzintla* 2, 313 (1978).
- [7] V. Orlov. *Co-phasing of Segmented Mirror Telescopes*. Large Ground Based Telescopes Projects and Instrumentation Workshop, Leiden. 391 – 396 (2000).
- [8] J. Salinas, E. luna, L. Salas, I. Cruz Gonzáles. *Ronchi Test Detect Piston by Means of the Defocusing Term*. *Optics Express* **12** 3719 – 3736 (2004).
- [9] J. Bai, S. Cheng, G. Yang. *Phase Alignment of Segmented Mirror Using Digital Wavefront Interferometer*. *Optical Engineering* 2355 – 2357 (1997).

- [10] D. Malacara. *La Metrología Óptica y sus Aplicaciones*. Acta Universitaria **15**, 5–12 (2005).
- [11] V. V. Voitsekhovich, S. Bara, V.G Orlov. *Co-phasing of Segmented Telescopes: A New Approach to Piston Measurements*. Astronomy and Astrophysics **382**, 746–751 (2002).
- [12] G. Chanan, M. Troyb, and C. Oharaa. **Phasing the Primary Mirror Segments of the Keck Telescopes: A Comparison of Diferent Techniques**. Proceedings of SPIE, **4003**, 188-202 (2000)
- [13] G. Chanan. *Wavefront Curvature Sensing on Highly Segmented Telescopes*. Celt Reports, sin publicar (2002).
- [14] J. M. Rodríguez González. *Sensor de Curvatura en Telescopios con Espejos Segmentados*. Memoria de la DEA. Instituto de Astrofísica de Canarias (2001).
- [15] R. Newbold Bracewell. *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw-Hill, Estados Unidos (1978).
- [16] M. A. van Dam and R. G. Lane. *Extended Analysis of Curvature Sensing*. Journal of Optical Society of America A **19**, 1390-1397 (2002).
- [17] K. Majumdar. *Detection of the phase synchronization between two firing neurons by fast Fourier transform*. Publicación pendiente ([arXiv:q-bio/0612004v3](https://arxiv.org/abs/0612004v3)).
- [18] X. Chen, M. Gramaglia, J. A. Yeazell. *Phase-shift calibration algorithm for phase-shifting interferometry*. Journal of the Optical Society of America A **17**, 2061-2066 (2000).