



**INAOE**

# **Modelación Tridimensional de la Atmósfera Solar en su Régimen Quieto para el Estudio de su Emisión en Radio**

por

**Víctor Hugo De la Luz Rodríguez**

Tesis sometida como requisito parcial para  
obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA  
ESPECIALIDAD DE ASTROFÍSICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y  
Electrónica**

Agosto 2007

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

**Dr. José Eduardo Mendoza Torres**

Investigador Titular INAOE

**Dr. Alejandro Lara Sánchez**

Investigador Titular UNAM

©INAOE 2007

El autor otorga al INAOE el permiso de  
reproducir y distribuir copias en su totalidad o en  
partes de esta tesis



# Resumen

La evolución de modelos físicos y sus simulaciones computacionales, han avanzado de forma paralela al poder de cómputo con el que se cuenta. En México, existen esfuerzos serios que tratan de involucrarnos en la cada vez más competitiva carrera de las simulaciones y visualizaciones. La UNAM cuenta con varios clusters y supercomputadoras, así como laboratorios virtuales, conectados a una nueva red científica, el Internet 2. Esta infraestructura, permite pensar en el uso extensivo de cómputo de alto rendimiento con el fin de probar y recrear modelos numéricos. En este trabajo, damos el primer paso, Recreando un modelo tridimensional del Sol, en esta etapa, para el régimen del Sol quieto, pero dejándolo preparado para incorporar mejoras, o mejor dicho, para una mejor aproximación física.

Este modelo, por si solo, no tendría mucha razón de ser, a menos que generara resultados comparables con las observaciones.

Por esta razón, el objetivo de este trabajo, es que a partir de un modelo numérico, geométrico (3D) y teórico del Sol quieto, podamos reconstruir imágenes bidimensionales en múltiples frecuencias con el fin de comparar con observaciones realizadas.

Una vez probado el modelo, es decir, comparado con observaciones, procedemos a realizar simulaciones a frecuencias no observadas, con el fin de predecir y tener herramientas teóricas que nos permitan validar observaciones futuras, como será el caso del Radio Telescopio Solar RT5.

La geometría utilizada en nuestro modelo es radial con origen en el centro del Sol. Los cálculos se hacen sobre líneas de visión provenientes de la Tierra, que al integrarse pueden generar una imagen bidimensional. Se usó esta configuración debido a que los perfiles de temperatura y densidad necesarios como entradas para las funciones de emisión y absorción son radiales, haciendo natural el uso de ellas en el modelo numérico.

En el Primer Capítulo, haremos un recorrido histórico nacional e internacional sobre la Radioastronomía Solar. Enumeramos la infraestructura con la que cuenta el país en esta rama de las ciencias espaciales.

En el Segundo Capítulo presentamos la radioemisión térmica, los principales componentes, así como una serie de observaciones para el Sol Quietos.

En el Tercer Capítulo hacemos un recuento de la estructura del Sol Quietos, los principales modelos que existen en los perfiles de temperatura y densidad.

En el Cuarto Capítulo abordamos el tema del modelo numérico para la solución gene-

ral de la ecuación clásica del Transporte Radiativo. Dando como resultado un modelo que puede aplicarse a alguna geometría que cumpla con las restricciones del modelo ahí desarrollado.

En el Quinto Capitulo desarrollamos un modelo geométrico tridimensional que tiene como coordenadas de origen el centro del Sol y como punto de visión la Tierra, sin embargo, estas condiciones iniciales pueden ser modificadas para cualquier situación similar. La idea de generar esta estructura 3D o malla 3D es maximizar la eficiencia de un algoritmo de integración llamado tulum, usarlo como entrada para el modelo numérico desarrollado en el capítulo 5 y finalmente para generar imágenes bidimensionales que puedan ser comparadas con observaciones.

En el Sexto Capitulo explicamos el proceso de implementación de toda la teoría, explicamos el funcionamiento de Pakal y del autómata celular Tulum, el primero controla la geometría, el modelo numérico y el autómata celular, mientras que el segundo explora el medio en busca de integrar la solución de la ecuación de transporte.

En el Séptimo Capitulo presentamos las simulaciones a varias frecuencias así como sus contrapartes observadas, también presentamos resultados a 4.5 y 43GHz que podrán ser comparados cuando el Radio Telescopio Solar RT5 este en funcionamiento.

En el Octavo Capitulo se encuentran las conclusiones finales y las perspectivas a mediano y largo plazo.

En el Apendice A se encuentra una breve descripción de las herramientas teóricas utilizadas en la Radioastronomía Solar. En el Apendice B, se encuentra la demostración del diagrama de estados del automata Tulum y en el Apendice C se encuentra el Código Fuente del Programa Pakal.

# Agradecimientos

A toda la gente que realmente lucha en este país: a los maestros, obreros, campesinos, estudiantes, empresarios, empleados y desempleados, migrantes, disidentes y amas de casa.

A todos ellos, los que hacen posible esta irrealidad llamada México. Gracias, sinceramente...

A mis padres:

Jovita Rodríguez Vazquez

José Gabriel De la Luz De Lázaro

# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>I</b>
<b>1. Aspectos Históricos de la Radioastronomía Solar</b>	<b>1</b>
1.1. La Radioastronomía . . . . .	1
1.1.1. Historia . . . . .	1
1.1.2. Situación Actual . . . . .	6
1.2. La Radioastronomía en México . . . . .	8
1.2.1. Historia . . . . .	8
1.2.2. Institutos en el País . . . . .	10
1.2.3. Radiotelescopios en México . . . . .	12
1.2.4. Colaboraciones con otras instituciones . . . . .	19
<b>2. Radio Emisión Térmica</b>	<b>21</b>
2.1. Introducción . . . . .	21
2.2. Frecuencia del Plasma . . . . .	22
2.3. Índice de Refracción . . . . .	23
2.4. Bremsstrahlung . . . . .	23
2.5. Emisión Térmica o Ley de Planck . . . . .	25
2.5.1. Aproximación de Rayleigh . . . . .	28
2.6. Simulaciones y Observaciones . . . . .	28
2.7. Conclusiones . . . . .	32
<b>3. Estructura del Sol Quiet</b>	<b>33</b>
3.1. Introducción . . . . .	33
3.2. Perfil de Temperatura . . . . .	33
3.3. Perfil de Hidrógeno . . . . .	34
3.4. Helio y Metales . . . . .	37
3.5. Densidad Electrónica y de Iones . . . . .	41
3.6. Conclusiones . . . . .	44
<b>4. Modelo Numérico para el Transporte Radiativo</b>	<b>48</b>
4.1. Introducción . . . . .	48
4.2. Modelo Numérico para la Ecuación de Transporte . . . . .	49

4.3. Conclusiones . . . . .	51
<b>5. Modelo Geométrico Tridimensional para el Sol Quiet</b>	<b>52</b>
5.1. Introducción . . . . .	52
5.2. Modelo Solar 3D . . . . .	52
5.2.1. Pseudocódigo . . . . .	55
5.2.2. Definiendo el ángulo $\alpha$ . . . . .	56
5.2.3. Definiendo el ángulo $\beta$ . . . . .	56
5.2.4. Calculando el punto $z_A$ . . . . .	57
5.2.5. Definiendo $z_0$ . . . . .	60
5.2.6. Definiendo $dz$ . . . . .	60
5.2.7. Definiendo $\vec{r}_{\alpha,\beta}(z)$ . . . . .	61
5.2.8. Transformando a coordenadas rectangulares . . . . .	64
5.2.9. Ecuaciones generales para el modelo 3D . . . . .	65
5.3. Geometría de Prueba . . . . .	66
5.4. Conclusiones . . . . .	66
<b>6. Implementación</b>	<b>69</b>
6.1. Introducción . . . . .	69
6.2. Pseudocódigo . . . . .	69
6.3. Pakal . . . . .	71
6.3.1. Arquitectura . . . . .	71
6.3.2. Entradas . . . . .	73
6.3.3. Salidas . . . . .	75
6.3.4. Modificando Parámetros de Entrada . . . . .	75
6.3.5. Compilación e Instalación de Pakal . . . . .	77
6.4. Tulum . . . . .	77
6.5. Kalacmul . . . . .	81
6.6. Análisis de Convergencia . . . . .	82
6.7. Conclusiones . . . . .	84
<b>7. Resultados</b>	<b>89</b>
7.1. Valores Iniciales . . . . .	89
7.2. Análisis Multifrecuencia . . . . .	89
7.3. Simulaciones a 17GHz . . . . .	93
7.3.1. Analizando el Centro del Disco Solar (0,0) . . . . .	93
7.3.2. Análisis Detallado . . . . .	93
7.3.3. Comparación con las Observaciones . . . . .	93
7.3.4. Análisis del Abrillantamiento al Limbo . . . . .	99
7.3.5. Imagen 2D . . . . .	99
7.4. Análisis de Especies . . . . .	99
7.5. Simulaciones a 43GHz . . . . .	102
7.5.1. Valores Iniciales . . . . .	102

7.5.2.	Imagen 2D . . . . .	102
7.5.3.	Abrillantamiento al limbo . . . . .	102
7.5.4.	Comparación con Observaciones Cercanas . . . . .	102
7.5.5.	Análisis en Profundidad . . . . .	105
7.6.	Conclusiones . . . . .	105
<b>8.</b>	<b>Conclusiones Generales</b>	<b>107</b>
<b>A.</b>	<b>Elementos Teóricos de la Radioastronomía Solar</b>	<b>111</b>
A.1.	Aspectos Generales . . . . .	111
A.1.1.	Rangos Espectrales . . . . .	111
A.1.2.	Extinción Atmosférica . . . . .	111
A.1.3.	Partes de un Radiotelescopio . . . . .	112
A.2.	Teoría de la Radiación . . . . .	113
A.2.1.	Intensidad Especifica . . . . .	113
A.2.2.	Flujo . . . . .	114
A.2.3.	Luminosidad . . . . .	115
A.2.4.	Momentos . . . . .	115
A.2.5.	Ecuación del Transporte Radiativo . . . . .	115
A.2.6.	Soluciones a la Ecuación de Transporte . . . . .	116
A.2.7.	Ecuaciones de Maxwell . . . . .	119
A.2.8.	Polarización . . . . .	122
A.2.9.	Teorema de Nyquist . . . . .	124
A.2.10.	Temperatura de Brillo . . . . .	124
A.3.	Parámetros de Antena . . . . .	125
A.3.1.	Patrón de Antena . . . . .	125
A.3.2.	Resolución Angular . . . . .	128
A.3.3.	Ángulo Sólido . . . . .	128
A.3.4.	Directividad . . . . .	129
A.3.5.	Área Efectiva . . . . .	129
A.3.6.	Temperatura de Antena . . . . .	129
A.3.7.	Sensibilidad . . . . .	130
<b>B.</b>	<b>Análisis de Estados para Tulum</b>	<b>131</b>
<b>C.</b>	<b>Código Fuente</b>	<b>139</b>
C.1.	pakal.c . . . . .	139
C.2.	geometry.h . . . . .	148
C.3.	geometry.c . . . . .	149
C.4.	physics.h . . . . .	152
C.5.	functions.h . . . . .	153
C.6.	functions.c . . . . .	153
C.7.	help.h . . . . .	155

C.8. help.c . . . . .	155
C.9. lineal.h . . . . .	156
C.10. lineal.c . . . . .	156
C.11. modelonumerico.h . . . . .	157
C.12. modelonumerico.c . . . . .	158
C.13. tulum.h . . . . .	159
C.14. tulum.c . . . . .	160
<b>Índice de figuras</b>	<b>167</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>170</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>171</b>

# Prefacio

Desde mediados del siglo XX, el estudio de la radioemisión solar a sido ampliamente abordado. Actualmente existe una gran variedad de modelos tanto teóricos como empíricos para las diferentes estructuras que conforman el Sol, tanto en su régimen Quieto como Activo. En este trabajo, presentamos el estudio de la radioemisión solar en su régimen quieto a partir de un modelo de la atmósfera solar en 3D, tomando como valores iniciales modelos de temperatura, densidad electrónica, densidad de hidrógeno, abundancias relativas, opacidades y funciones fuente preestablecidas. Utilizando una aproximación local de atmósfera plano paralela en equilibrio termodinámico local y suponiendo una atmósfera en capas, promediada a partir de modelos de densidad en equilibrio hidrostático. En esta primera aproximación solo tomamos en cuenta la emisión térmica producida por la interacción electrón-ion, que según los últimos estudios, es la mayor fuente de emisión en la región del radio en la que entraremos en detalle. La emisión calculada fue mucho mayor a la observada, sin embargo, trabajos recientes en la misma región del radio, presentan la misma anomalía. Propondremos posibles soluciones y presentamos las imágenes generadas por nuestro modelo llamado Pakal.

# Capítulo 1

## Aspectos Históricos de la Radioastronomía Solar

### 1.1. La Radioastronomía

En un principio la Radioastronomía era considerada una ciencia muy diferente a la Astronomía clásica, sin embargo, en la actualidad es considerada como parte integral de la Astrofísica, debido a que ofrece información a longitudes de onda larga del espectro electromagnético, sumándose a la astronomía milimétrica, infrarroja, visible, uv, rayos X y mas recientemente en la región de los rayos gamma.

Esta técnica, depurada ya casi por cien años, debe su rápido desarrollo a dos factores fundamentales, el primero como veremos mas adelante, es el impacto que tuvo como medio de defensa ante ataques aéreos en la segunda guerra mundial y a la “ventana del radio” en la atmósfera terrestre.

En este capitulo, damos un análisis histórico de la Radioastronomía, desde los experimentos de Hertz hasta el VLA. También hacemos un breve resumen de la Radioastronomía Mexicana, su historia y la gente que la conforma, para entender la situación en la que nos encontramos y las perspectivas a corto y largo plazo.

#### 1.1.1. Historia

En 1873, el teórico ingles J. Clerck Maxwell publico su obra “Treatise on Electricity and Magnetism” [Maxwell (1904)], en este trabajo construye una teoría formal sobre los fenómenos eléctrico y magnético, llamada ahora teoría electromagnética. Tiene como base 4 ecuaciones fundamentales llamadas ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones resumen de una manera puramente matemática el trabajo de Gauss, Faraday y Euler; unifican los fenómenos eléctrico y magnético, y crean las bases teóricas para descubrimientos sorprendentes en los siguientes años.

Gracias a este nuevo formalismo matemático, Maxwell pudo demostrar que un cambio en el campo eléctrico debe crear un campo magnético y viceversa. Tuvo que pasar casi medio siglo para que Einstein demostrara que realmente se trata del mismo fenómeno.

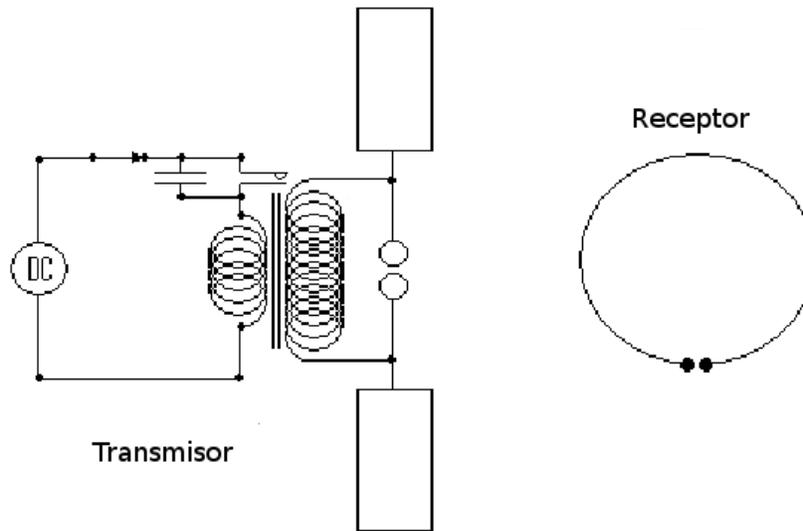


Figura 1.1: Emisor y receptor usado por Hertz para detectar ondas electromagnéticas.

Otro de los resultados importantes de la teoría electromagnética es la predicción de que la variación del campo podía propagarse a través del espacio en forma de onda, oscilando las fuerzas eléctricas y magnéticas en ángulos rectos con respecto a la dirección de propagación. Esta afirmación causó una gran controversia, debido a que una onda, en principio, es una manifestación en la materia, entonces, si las ondas electromagnéticas podían viajar por el espacio, tendrían que transportarse sobre un medio. Hubo un gran debate sobre este tema, llegando incluso a ponerle nombre a este misterioso estado de la materia indetectable hasta ese momento, el llamado “ether”. Pasaron 14 años, hasta 1887, cuando Albert A. Michelson y Edward W. Morley demostraron, con su famoso experimento [Michelson & Morley (1887)], que el ether no existía<sup>1</sup>.

Las ondas predichas por Maxwell jamás se habían observado y por lo tanto no había mediciones ni experimentos. Cabe destacar que una vez desarrollada la teoría electromagnética, muy poca gente sabía interpretar y manejar las herramientas matemáticas necesarias. Uno de los pocos que tuvo acceso y entendía la teoría fue Heinrich Hertz, quien se percató de la existencia teórica de aquellas misteriosas ondas.

Para producirlas Hertz construyó un sistema muy sencillo [Hertz (1883)]. Este aparato estaba pensado en un resultado de Joseph Henry, el cual había descubierto que una descarga por medio de una chispa produce una corriente oscilante. El aparato que construyó constaba de dos partes, un emisor y un receptor (figura 1.1). En el emisor se formaba un circuito resonante mediante la capacitancia de dos placas y la inductancia de dos varillas alimentadas por una bobina, cada vez que el alto voltaje producto de la capacitancia de las placas producía una chispa entre las dos varillas el circuito comen-

<sup>1</sup> Aunque actualmente se siguen realizando experimentos sobre el tema [Muller et al. (2003)].

zaba a oscilar hasta que toda la energía era disipada en ondas electromagnéticas. El receptor por otro lado era un anillo metálico con una ligera separación.

Al poner en funcionamiento el aparato, Hertz observó que se producían ligeras chispas en el receptor, estas chispas tenían un máximo cuando el anillo se encontraba en el mismo plano que el transmisor. También encontró que si ponía una lamina de metal grande frente al transmisor y medía las ondas reflejadas, éstas producían interferencia con las emitidas produciendo máximos y mínimos de chispazos, con este hecho Hertz demostró que la longitud de la radiación era de aproximadamente 5 m y que las ondas electromagnéticas exhibían polarización, al igual que la luz.

Hertz había encontrado las ondas predichas en la teoría de Maxwell, cimentando el incipiente paradigma que se estaba formando en ese entonces. Hertz aparte de descubrir las ondas electromagnéticas, también tiene que ser recordado como el descubridor del efecto fotoeléctrico.

Después de este descubrimiento, los investigadores de la época comenzaron la búsqueda de ondas electromagnéticas provenientes del espacio, sin embargo, la sensibilidad necesaria en los receptores para ese entonces era demasiado baja, por lo que se enfocaron al primer objeto celeste lo suficientemente grande y que podría emitir suficiente energía para poder ser detectada, por supuesto hablamos del Sol.

Por más de dos décadas, 4 equipos realizaron experimentos infructuosos para detectar ondas de radio provenientes del Sol. Paralelamente a los desarrollos de crear mejores emisores y receptores de las ondas hertzianas o electromagnéticas.

El primero fue Tomas Alva Edison<sup>2</sup>. Edison tuvo la idea de colocar 7 alambres tendidos sobre postes cuidadosamente aislados, los cuales serían conectados a una terminal de teléfono, tenía la esperanza de escuchar las perturbaciones electromagnéticas provenientes del Sol. Sin embargo no existen registros acerca de los resultados de este experimento.

En Inglaterra existía otro investigador, llamado Sir Oliver Lodge. Su principal aportación fue hacer más sensible el receptor de Hertz, disminuyendo la resistencia producida por el metal del anillo y sustituyéndolo por un tubo de vidrio, esta innovación hacía que el receptor captara señales a casi un kilómetro de distancia, este hecho alentó a Lodge a tratar de encontrar ondas provenientes del Sol, sin embargo, este intento fracasó, la explicación de Lodge fue la falta de sensibilidad y las perturbaciones de la ciudad de Liverpool.

El tercer equipo en intentarlo fueron los alemanes J. Wilsing y J. Scheiner, lograron aumentar la sensibilidad del receptor, este receptor constaba de un alambre de algunos centímetros sostenidos por un par de alambres que estaban conectados a una batería y a un galvanómetro. Este circuito era aun más sensible que el de Lodge a las ondas producidas artificialmente. Este aparato estuvo expuesto a la radiación solar, producida por el reflejo de un espejo cubierto de papel negro para eliminar la luz visible. Sin embargo durante ocho días de exposición no se midió ninguna señal proveniente del Sol. Wilsing y Scheiner reportaron que posiblemente se debía a que la atmósfera de la

---

<sup>2</sup> Aunque de nacionalidad estadounidense era mexicano por nacimiento.

tierra había reflejado gran parte de la radiación solar.

El ultimo en intentarlo fue un estudiante graduado llamado Charles Nordmann, el cual tomo el consejo de los alemanes y llevo su receptor a la montaña Mont Blanc situada a 3,100 m, llevaba una antena de alambre de 175 metros de largo, la punta de este alambre se sumergía en un recipiente lleno de mercurio, el cual se conectaba a un cohesor de vidrio, este cohesor se conectaba a un circuito eléctrico abierto, que incluía una batería, un galvanómetro y la caja de mercurio donde también estaba la antena, de modo que una punta de alambre quedaba a poca distancia del cohesor al cual estaban conectadas tanto la antena como la otra punta del circuito. Al empezar las mediciones, el mercurio se vaciaba quedando expuesta la antena y produciendo el registro de las variaciones. Nordmann realizó una sola medición, el 19 de Septiembre de 1901. Y como era de esperarse no obtuvo ninguna señal. En su reporte, Nordmann aduce que la falta de señales provenientes del Sol se debe a dos hechos, el primero es que no esperaba una señal continua proveniente del Sol y en segundo a que 1901 era el mínimo en el ciclo de manchas solares, Norman, muy adelantado a su época, estaba convencido de que las erupciones solares producían ondas electromagnéticas y estaban relacionadas con las manchas solares.

Es una lástima que Norman no haya continuado con sus observaciones, su receptor era lo suficientemente sensible para detectar las ondas de radio de un evento solar, hubiera sido el primer hombre en la historia en detectar la radioemisión solar.

En 1902, es publicada la teoría de emisión del cuerpo negro, creada por Max Planck, esta teoría predice la cantidad de energía producida por un cuerpo en equilibrio termodinámico. Para la desilusión de los radioastrónomos de la época, un cuerpo como el Sol a 5600 K produce una mínima cantidad de ondas de radio, según la teoría de Planck.

Este hecho desalentó a los científicos a continuar la investigación. Creían prácticamente imposible poder detectar la señal con los niveles de ruido de sus receptores. Sin embargo la radio comercial y militar continuaron la investigación y desarrollo tanto de emisores como de receptores en los siguientes 30 años, a principios del siglo pasado.

Uno de ellos fue Guglielmo Marconi, quien en un principio realizo experimentos para conseguir transmitir electricidad de un punto a otro sin utilizar cables pero a una mayor distancia. En una de sus pruebas colocó virutas de metal en una ampolla de vidrio y comprobó que se electrificaban si se les hacia llegar ondas electromagnéticas. Ya en 1894 podía sonar un timbre a siete metros de distancia

En esa época, el físico ruso Alexander Popov había inventado la antena, que no era mas que la idea de elevar lo mas alto posible un cable que sirviera como emisor. Con este invento Marconi pudo enviar señales a 30 Km de distancia. Después de este logro en 1901, justo en el año del experimento de Nordmann, Marconi pudo enviar un mensaje telegráfico desde Inglaterra hasta Estados Unidos.

Las señales radiotelegráficas del aparato de Marconi solo transmitían sonidos muy simples. La transmisión de sonidos mas complejos, requería perfeccionar el sistema, y eso fue logrado con el aporte de varios científicos y técnicos.

Hay una larga lista en la historia de la radio: Reginald Fressenden, John A. Fleming, Thomas A. Edison, Lee De Forest, John A. Fleming, Robert Watson-Watt, quienes

depuraron los emisores y receptores de radio [Mallo & Cabado (1980)].

Para 1933 la radio comercial estaba ya asentada, la transmisión sistemática por emisión de ondas electromagnéticas era cosa común. Debido al aumento de sensibilidad de los receptores de radio fue que por casualidad se detectaran la primeras ondas de radio provenientes del espacio exterior.

El 5 de Mayo de 1933, el New York Times publicó un artículo donde se daba a conocer los descubrimientos hechos por el Físico Karl Guthe Jansky como parte de un proyecto financiado por los laboratorios Bell. Los laboratorios Bell querían usar longitudes de onda entre 10 y 20 metros, para la transmisión transatlántica, Jansky era el encargado de investigar las fuentes de ruido que podrían interferir en la transmisión.

Jansky construyó una antena que podía ser dirigida en cualquier dirección. Después de grabar información por varios meses en todas las direcciones, Jansky encontró 3 fuentes de ruido.

- Tormentas eléctricas cercanas.
- Tormentas eléctricas lejanas.
- Un ruido constante e imperceptible de origen desconocido.

A esta última fuente de ruido, Jansky le dedicó más de un año de investigación, durante el día, este ruido aumentaba y disminuía, por lo que pensó se debía a la emisión solar, así que comenzó a captar la señal proveniente del Sol, pero después de unos meses, la señal comenzó a alejarse del disco solar y se dio cuenta de que el ciclo entre máximo y mínimo duraba 23 horas y 56 minutos, lo que significaba que la señal provenía de alguna estrella fija o un objeto muy alejado de nosotros. Este objeto estaba en la constelación de Sagitario.

Jansky intuyó que la emisión provenía del centro de la Vía Láctea. Propuso a los laboratorios Bell construir una antena de 30 metros para continuar la investigación, sin embargo, los laboratorios ya tenían la información que necesitaban y no financiaron a Jansky en sus investigaciones.

Aunque los laboratorios Bell no continuaron financiando el proyecto de Jansky, el descubrimiento de la radioemisión proveniente de la vía láctea fue fundamental, demostraba que existía emisión en radio extraterrestre y que era detectable. Despertó a la Radioastronomía que estaba en un letargo de casi 30 años.

En 1937, el estadounidense Grote Reber, influido por el trabajo de Jansky, construyó una antena parabólica de 9.5 m, en el patio de su casa, con esta antena realizó el primer mapa del cielo en ondas de radio. En ese mismo año, J. H. Dellinger reportó una perturbación en la transmisión de ondas de radio, sin saberlo, Dellinger estaba reportando la perturbación de la ionosfera producto de un evento solar intenso. Al año siguiente D.W. Heightman reportó el registro de ruido suave pero intenso en sus antenas, pero de nuevo, no fue capaz de deducir su origen.

En 1944, Reber publica las observaciones realizadas durante 1943 en su nuevo radiotelescopio (Reber (1944)), donde finalmente encuentra la radioemisión del Sol Quiet,

en este artículo, él argumenta que la emisión observada es debido probablemente a la Corona. El 26 de febrero de 1946, por la tarde, cuando el ejército británico detectó una fuerte interferencia en sus radares, esta interferencia dilató 2 días. La primera explicación fue que posiblemente el ejército nazi estaba interfiriendo sus radares para inhabilitarlos ante un ataque sobre suelo inglés. Sin embargo, al aislar la fuente de la señal, se concluyó fácilmente que la interferencia provenía del Sol. El joven científico Stanley Hey, fue el encargado de elaborar el reporte, quien sugirió correctamente que la fuerte emisión podría ser producida por un destello solar que fue reportado dos días después del inicio de la interferencia.

Cuatro meses después G. C. Southworth y A. P. King de los laboratorios Bell captaron independientemente ondas de radio solares.

Después de estos descubrimientos, los científicos regresaron a la investigación de la radioemisión, por un lado la emisión solar y por otro la emisión en el espacio. Cabe destacar que ambas disciplinas se encuentran separadas, sin embargo las técnicas usadas como herramientas son muy similares. Los radiotelescopios solares, en general pueden ser más pequeños que los utilizados para realizar observaciones de radio galácticos o extragalácticos, debido a que el Sol está relativamente cerca y puede resolverse fácilmente desde la Tierra. Para la detección de ondas de radio provenientes del exterior del sistema solar, se requieren de grandes antenas y de arreglos interferométricos, las ondas de radio hay que recordar, son fotones de muy baja energía, haciendo difícil su detección, además de que el número de ellos son pocos.

Con el paso del tiempo, los grandes avances en la electrónica, la invención del transistor y de los circuitos integrados, hicieron posible la elaboración de equipos más sofisticados, es imposible abarcar toda la gama de radiotelescopios que se desarrollaron desde ese entonces a la fecha, así que damos un salto enorme, de mediados del siglo XX hasta nuestros días.

### **1.1.2. Situación Actual**

Después de estos años, la Radioastronomía comenzó a tener descubrimientos cada vez más importantes, la radiación de fondo de Microondas (Cosmic Microwave Background CMB), la emisión de 21 cm producida por las regiones HI, la emisión del CO y del CS en las nubes moleculares, la captación de fuertes emisiones en radio, producto del corrimiento al rojo de galaxias lejanas con fuerte emisión en el Infrarrojo debidas al polvo.

Todos estos descubrimientos se deben a los grandes radiotelescopios y más actualmente a los interferómetros que se han construido en los últimos 50 años. Entre los más importantes tenemos

- Solar Radio Observatory Postdam-Tremsdorf (AIP OSRA), ubicado en Postdam, Alemania. Trabaja entre 40MHz-100MHz, 100MHz-200MHz, 200MHz-400MHz, 400MHz-800MHz.
- The ARTEMIS IV Multichannel Radiospectrograph of the University of AT-

HENS. Ubicado en Thermopylae, Grecia, trabaja entre 20MHz-650MHz.

- Ondrejov Radiospectrograph, Ondrejov, Republica Checa, opera entre 0.8GHz y 4.5GHz.
- Phoenix-2, Bleien, Suize. Radioespectrografo, trabaja entre 0.1GHz y 4GHz.
- Callisto, Blein, Suize. Trabaja entre 45MHz y 870MHz.
- IZMIRAN Radioespectrografo, Moscu, Rusia. Trabaja entre 25MHz y 270MHz.
- Gauribidanur Digital Spectrograph (GDS) (Gauribidanur, Bangalore, India). Trabaja entre 30MHz y 80MHz.
- Hiraiso Radio Spectrograph (HiRAS) (Hiraiso, Japon), trabaja a frecuencias entre 25MHz y 2.5GHz.
- Ichon Radio Spectrograph (IRS) (Ichon, Korea), trabaja entre 30 MHz hasta 2.5 GHz.
- Solar Broadband Radio Spectrograph (SBRS) (Huairou / Nanjing / Kunming, China). Desde 0.7GHz hasta 7.6GHz.
- Culgoora Radiospectrograph (CULG) (Culgoora, Australia). Desde 18MHz hasta 1.8GHz.
- Bruny Island Radio Spectrometer (BIRS) (Hobart, Tasmania, Australia). Desde 3MHz hasta 50MHz.
- Green Bank Solar Radio Burst Spectrometer (GBSRBS) (Green Bank, Virginia, USA), De 70MHz a 300MHz y de 200MHz a 1.07GHz.
- USAF Radio Solar Telescope Network (RSTN) (Sagamore Hill, Massachusetts, EU Holloman AFB, New Mexico, UEU Learmonth, Australia Palehua, Hawaii, EU San Vito, Italia). Desde 25MHz hasta 180MHz.
- Telescopio Espacial Wind/WAVES. Desde 0.2MHz hasta 14MHz.
- Trieste Solar Radio System (TSRS) (Trieste, Italia), 0.1GHz hasta 10GHz.
- Telescopio Espacial Ulysses/URAP. Desde 1KHz hasta 1MHz.
- Solar Radio Burst Locator (SRBL) (Owens Valley, California, EU). 151 MHz, 164 MHz, 237 MHz, 327 MHz, 411 MHz y 432 MHz.
- Gauribidanur Radioheliograph (GRH) (Gauribidanur, Bangalore, India), desde 40MHz hasta 150MHz.

- Siberian Solar Radio Telescope (SSRT) (Sayan, Rusia). Frecuencia de operación a 5.73GHz.
- Nobeyama Radioheliograph (NoRH) (Nobeyama, Japon). Opera a 17GHz y 34GHz.
- Solar Submillimetric Telescope (SST) (El Leoncito, Argentina). Trabaja a 212GHz y a 405GHz.
- Owens Valley Solar Array (OVSA) (Owens Valley, California, EU). Desde 1GHz hasta 18GHz en 45 canales.
- Digital Spectropolarimeter (DSP) Radiostation Lustbhel / UTR-2 (Graz, sterreich / Kharkov, Ucrania). Desde 10MHz hasta 30MHz.
- Metshovi Radio Telescope (Metshovi, Finlandia). Trabaja a 22.6GHz y 36.8GHz.
- Very Large Array (VLA) (Socorro, New Mexico, EU) Desde 74MHz hasta 50GHz repartida en 8 bandas.
- Telescopio espacial STEREO/WAVES, 10KHz hasta 16MHz.
- Low Frequency Array (LOFAR) (Dwingeloo, Holanda). Desde 30MHz hasta 240MHz.
- Nancay Dekameter Array (Nancay, Francia). Desde 20MHz hasta 70MHz.

Actualmente se encuentran en desarrollo dos conjuntos interferometricos y la antena GTM:

- Frequency-Agile Solar Radiotelescope (FASR) (EU). Operará en frecuencias desde 30MHz hasta 30GHz.
- Atacama Large Millimeter Array (ALMA) (Atacama Desert, Chile). Frecuencias desde 30GHz hasta los 950GHz.
- Large Millimeter Telescope (Puebla, México). Desde los 75GHz hasta los 300GHz.

## **1.2. La Radioastronomía en México**

### **1.2.1. Historia**

La Radioastronomía como ciencia parece llegar desde varias vertientes a México. Una de ellas fue Ruth Sonabend Moszkiewicz, conocida como Ruth Gall. Ruth nació el 27 de abril de 1920 en Dobrzyn, Polonia. Poco tiempo después, la familia de Ruth se mudo a Varsovia. Ruth y su hermana mayor Shulamith, asistieron a una escuela socialista, librepensadora y no antisemita que la influyó fuertemente en toda su vida. Su padre Mendel Wolf Sonabend Globus era comerciante, rompiendo la tradición familiar, ya

que su padre y varias generaciones atrás habían sido rabinos. Gracias a su profesión, Ruth y su familia de nuevo se mudaron, al puerto de Gdynia. En esta ciudad, la familia Sonabend prosperó, convirtiéndose incluso en dueños de una fabrica productora de frutas. En 1938, Ruth y su hermana viajan a Francia, como becarias.

En Francia, Ruth continuo estudiando con entusiasmo, enfocándose en la química, sin embargo la amenaza de guerra, hace que su familia residente en Polonia emigre hacia México el 2 de Mayo de 1939. Ruth y su hermana quieren quedarse en París, para ayudar a la resistencia, sin embargo ante las circunstancias abandonan Francia a fines de 1940. Ella y su familia radicaron en el D.F. y muy pronto ella se inscribió en la Escuela Nacional de Ciencias Biológicas del Politécnico para continuar sus estudios de química. Cuando abrieron la carrera de Física en la Facultad de Ciencias, todavía en Minería, Ruth se incorpora a sus filas. Posteriormente inicia sus estudios de Maestría Física y Físico Química en la Universidad de Columbia en Nueva York, teniendo como asesor al premio Nobel de física el profesor Polykarp Kush.

Inicia su doctorado en Mecánica Estadística y Mecánica Cuántica, desafortunadamente no concluye su grado debido a que su segundo esposo Henryk Gall, miembro de la ONU, excombatiente Polaco en la resistencia Inglesa, quien logro escapar de un campo de concentración nazi, tuvo que renunciar a su cargo debido a que la KGB sabiendo su posición e inclinaciones políticas lo presionó para espiar a los Estados Unidos. Decidió finalmente no obedecer a intereses tan mezquinos y decidió mudarse junto con Ruth de nuevo a México. A su regreso Ruth comienza a trabajar con Manuel Sandoval Vallarta, en el campo de Rayos Cósmicos, también inicio estudios en el área de Física del Espacio Interplanetario y Circumterrestre. En 1962 fue Jefa del Departamento de Espacio Exterior en el Instituto de Geofísica de la UNAM, publicó casi cien artículos. Pacifista y conocedora de los problemas de países en vías de desarrollo fue la principal promotora en México para crear grupos en el campo de la física solar, interplanetaria, magnetosferica e ionosferica en la UNAM. Fundadora del grupo de Física Espacial en dicha universidad. Dentro de este grupo trabajo y dirigió varias tesis de estudiantes que hoy son investigadores reconocidos a nivel internacional, entre ellos, el Dr. Roman Perez Enriquez, el Dr. Héctor Perez de Tejada, el Dr José Francisco Valdes Garcia, la Dra. Silvia Bravo.

A finales de los años ochenta, Ruth presento síntomas de Alzheimer, enfermedad contra la que luchó por sus últimos quince años de su vida.

El grupo de Física Espacial producto del incansable trabajo de Ruth fue continuado por la Dra. Silvia Bravo.

En la década de los ochenta, la principal impulsora de la Radioastronomía solar fue la Dra. Silvia Bravo. Silvia nació el 20 de Febrero de 1945 en Celaya Guanajuato. Realizó la licenciatura en Física en la Facultad de Ciencias de la UNAM. Se graduó en 1968 con la tesis “Modulación de la radiación cósmica galáctica en el medio interplanetario”. Se incorporo como investigadora al Instituto de Geofísica de la UNAM en Octubre de 1968 trabajando con la Dra. Ruth Gall. Realizó estudios de posgrado en la Facultad de Ciencias de la UNAM, en donde obtuvo la Maestría en Física en 1977 con la tesis “Asimetría Norte-Sur en una magnetosfera cerrada” y posteriormente en el posgrado de

la UACPyP en el Instituto de Geofísica de la UNAM, en donde obtuvo su doctorado, con la presentación de la tesis “Los Hoyos coronales de gran escala en el viento solar” en 1990. Parte de su investigación doctoral fue llevada a cabo en la Universidad de Cambridge en colaboración del Dr. Antony Hewish, premio Nobel en Física.

Silvia publicó 72 artículos de investigación en revistas internacionales con arbitraje, 26 en revistas y memorias sin arbitraje. Presentó más de 120 trabajos en congresos internacionales y su labor de investigación es ampliamente reconocida a nivel mundial. Inició la formación de un equipo humano especializado en las técnicas de la radiotelescopía, la vinculación del Instituto de Geofísica de la UNAM con diversos centros de enseñanza superior, tales como el Tecnológico de Morelia, La Universidad de San Nicolás de Hidalgo en Michoacán, etc.

Desafortunadamente muere repentinamente de cáncer el 7 de Septiembre del 2000.

Otro personaje en esta breve historia de la Radioastronomía mexicana es el Dr. Luis Felipe Rodríguez Jorge. Nació el 29 de mayo de 1948 en Merida, Yucatan, ciudad donde curso sus estudios de primaria, secundaria y preparatoria. En 1973 obtuvo la Licenciatura en Física en la Facultad de Ciencias de la UNAM y en 1978 el Doctorado en Astronomía en la Universidad de Harvard. Ha publicado más de 200 artículos científicos y ha impartido alrededor de 180 conferencias sobre su trabajo de investigación. Sus artículos científicos han recibido más de 4000 citas en la literatura especializada.

A dirigido 9 tesis de licenciatura, 6 de maestría y 6 de doctorado.

### **1.2.2. Institutos en el País**

La Institucionalización de la Radioastronomía a creado 4 organismos que están a la punta en México, los cuales mencionamos a continuación.

#### **CRyA-UNAM**

El Centro de Radioastronomía y Astrofísica de la UNAM está ubicado en la ciudad de Morelia, Michoacán en el campus de la UNAM que se encuentra en la antigua carretera a Pátzcuaro. El terreno donde se ubica el campus fué donado a la UNAM en 1994 por el Gobierno del Estado de Michoacán.

La creación del Centro fué aprobada por el Consejo Universitario de la UNAM el 20 de marzo del 2003, a partir de la Unidad Morelia del Instituto de Astronomía. Este Centro forma parte de un intenso esfuerzo descentralizador de la UNAM que busca desarrollar y consolidar la investigación, docencia, y difusión de la astronomía en esta importante región del país.

El centro se gestó en 1995 como una subsele del Instituto de Astronomía de la UNAM en la ciudad de Morelia con un pequeño grupo de astrónomos. Actualmente agrupa a 18 investigadores que son líderes académicos en varias áreas de la astrofísica y cuyos trabajos han alcanzado reconocimiento internacional.

En su lista de investigadores, existen 4 especialistas en Radioastronomía: Dra. Yolanda Gómez, Dr. Stan Kurtz, Dr. Laurent Loinard y el Dr. Luis Felipe Rodríguez.

## **IA-UNAM**

El origen del Instituto de Astronomía de la UNAM se remonta a 1867 cuando se fundó el Observatorio Astronómico Nacional (OAN), que se inició como un pequeño observatorio en la azotea del Palacio Nacional en el centro de la Ciudad de México. Como consecuencia del crecimiento de la ciudad, este observatorio fue trasladado primero al Castillo de Chapultepec (1878) y posteriormente al edificio conocido como el Observatorio de Tacubaya, inaugurado en 1908. En 1929 cuando se expide el decreto de autonomía de la UNAM, el OAN es incorporado a la Universidad Nacional Autónoma de México. En 1951 se funda la estación del OAN (UNAM) en Tonantzintla, Puebla, contigua al Observatorio Astrofísico Nacional de la Secretaría de Educación Pública y en 1961 la UNAM inaugura el telescopio de 1 m de diámetro en su óptica principal en Tonantzintla.

En 1967, se le reconoce su categoría de instituto de investigación al OAN, por lo que se crea el Instituto de Astronomía de la UNAM (IAUNAM). Actualmente hay 2 investigadores con la especialidad en Radioastronomía: El Dr. Salvador Curiel Ramirez y el Dr. José Antonio Garcia Barreto.

## **IGEOFUCU-UNAM**

El Instituto de Geofísica surgió a partir de una sección de geofísica del Instituto de Geología de la UNAM. Fue aprobada su formación por el H. Consejo Universitario el 21 de febrero de 1945 en respuesta a la propuesta del Ing. Ricardo Monges López, entonces director de la Facultad de Ciencias, no obstante permaneció sin capacidad de funcionamiento durante los primeros años.

Inició formalmente sus actividades el 7 de febrero de 1949 bajo la dirección del Ing. Ricardo Monges López. Actualmente existen aproximadamente 14 investigadores en el área de Física Espacial y Ciencias Solares y Planetarias.

## **INAOE**

El INAOE fue creado por decreto presidencial el 11 de noviembre de 1971, en Tonantzintla Puebla. Contaba con la participación de Luis Enrique Erro; el Dr. Guillermo Haro, el Prof. Luis Rivera Terrazas, el Dr. Luis Munch y el astrónomo Enrique Chavira, entre otros. En este instituto existía el Observatorio Astrofísico Nacional, el cual fue de suma importancia para la consolidación de un grupo de astrónomos de primer nivel. Erro fue sustituido en la dirección del Observatorio por el doctor Guillermo Haro, bajo cuya dirección se convirtió en uno de los centros más importantes de América Latina. Actualmente el INAOE cuenta con un fuerte grupo de investigadores especializados en Radio, Milimétrico y en el área de Ciencias Solares.

Existen también algunos otros centros que realizan algún tipo de actividad realizada con el estudio del Sol como lo son la Universidad de Sonora y su observatorio virtual Carl Sagan y la Universidad de Guanajuato.



Figura 1.2: Radio Interferómetro Solar RIS, el primer radiotelescopio en México.

México cuenta con 4 radiotelescopios en proceso de construcción o modernización, además de colaborar en proyectos extranjeros, en la siguiente sección hacemos un resumen muy general de estos.

### **1.2.3. Radiotelescopios en México**

#### **Radio Interferómetro Solar RIS**

En 1971 un grupo de científicos soviéticos trasladaron un radiointerferómetro solar de base pequeña al Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica, en Tonantzintla Puebla, con el propósito de estudiar el componente S durante el eclipse total de Sol que se produciría ese mismo año. Después de las observaciones, el radiointerferómetro se quedó en el INAOE. Pasaron 14 años, cuando en 1985 la academia de ciencias de la URSS en convenio con el Instituto de Astronomía de la UNAM y el INAOE comenzaron el trabajo de rehabilitación y modernización del radiointerferómetro, el cual se había abandonado y se encontraba en muy mal estado. Ese mismo año quedó en operación.

Sin embargo el INAOE no contaba con personal especializado en Física Solar, por lo que el grupo de Silvia Bravo y Roman Pérez Enriquez quedó a cargo de la operación. Los investigadores rusos capacitaron al, en ese entonces, estudiante Eduardo Mendoza, el cual realizó su tesis de licenciatura con la asesoría de Luis Felipe Rodríguez con el título de “Investigación de Centros de Actividad Solar con Interferómetro de Base Pequeña en Onda de 4 cm”. Eduardo Mendoza posteriormente estudió su posgrado en Leningrado y obtuvo su grado de doctor en la universidad de Moscú, actualmen-

te trabaja en el INAOE, en la especialidad de Radioastronomía. Eduardo Mendoza al abandonar el país para continuar sus estudios entreno al Sr. Hugo Huepa, del Instituto de Geofísica, quien quedo a cargo de su operación diaria.

Debido a que el Instituto de Geofísica no tenia ni personal ni infraestructura en el INAOE, fue sumamente difícil su operación, aunado a que varias partes del interferómetro comenzaron a fallar, debido a la antigüedad del aparato. Finalmente, el INAOE reclamó la microcomputadora que regulaba la operación y el instrumento dejo de operar. Afortunadamente la Coordinación de Investigación Científica presto una computadora Apple II-plus, la interfaz fue construida por el Instituto Nacional de Cardiología, sin embargo, para finales de 1986, el radiointerferómetro continuaba con fallas graves.

Ante todas estas circunstancias, se consideró el traslado a la Ciudad de México. Ante el inminente traslado, el Sr. Huepa, encargado de la operación del radiotelescopio renuncia a su cargo.

En 1987, se decide definitivamente el traslado de Tonantzintla Puebla a la Ciudad de México. El traslado quedó a cargo del Ing. Mauro Medina y del Ing. Mario Arreola.

En Enero de 1988 un grupo de científicos tanto mexicanos como rusos, realizan el traslado y la puesta en funcionamiento del radiointerferómetro. Este grupo estaba formado por Mario Arreola, Silvia Bravo, Román Pérez Enríquez, Mauro Medina, Alejandro Berlin, Anatoli Korshavin y Sergio Shelenkov. Posteriormente se incorporó el estudiante Héctor Durand, quien fue entrenado para operar el aparato, que al acabar sus estudios renuncio al cargo.

El radiointerferómetro solar de base pequeña de origen soviético, ahora perteneciente al Instituto de Geofísica de la UNAM fue bautizado con el nombre de IK, es un instrumento de alta precisión para el estudio de regiones activas en el Sol.

Para una descripción técnica más profunda, puede referirse a la Tesis de Licenciatura escrita por Samuel Torres titulada “Evaluación y Calibración del Radio Interferómetro Solar del IGF” y al reporte técnico No. 19 del INAOE titulado “Manual de Operación del Radiointerferómetro Solar de Base Pequeña” por Arreola Zelayaran, Casselyn León y Castellanos Guzmán.

El equipo quedó a cargo de la Dra. Silvia Bravo. A la salida de Héctor Durand, el técnico que quedó a cargo es el Técnico Filiberto Matias que tiene 18 años en la operación diaria del radiointerferómetro. Un año después, la Dra. Silvia Bravo renuncia al IK para iniciar otro ambicioso proyecto, el MEXART, del cual hablaremos más adelante. El Dr. Román Pérez Enríquez queda al frente, pero años después renuncia. Finalmente lo retoma el Dr. Alejandro Lara Sánchez quien actualmente administra la operación del instrumento.

Bajo esta nueva dirección, el radiointerferómetro fue rebautizado como RIS (imagen 1.2.3), la modernización de este aparato tomó nuevos causes, actualmente se han reemplazado componentes rusos por nuevos componentes diseñados por estudiantes mexicanos, el RIS ha formado en el lapso de 5 años a un pequeño grupo de entusiastas en la Radioastronomía solar, tanto científica como técnica. Gracias a estas modernizaciones, se han realizado 5 tesis de licenciatura y existen algunas otras en proceso.

La modernización del RIS ha llevado a que sea el primer observatorio en tiempo real en

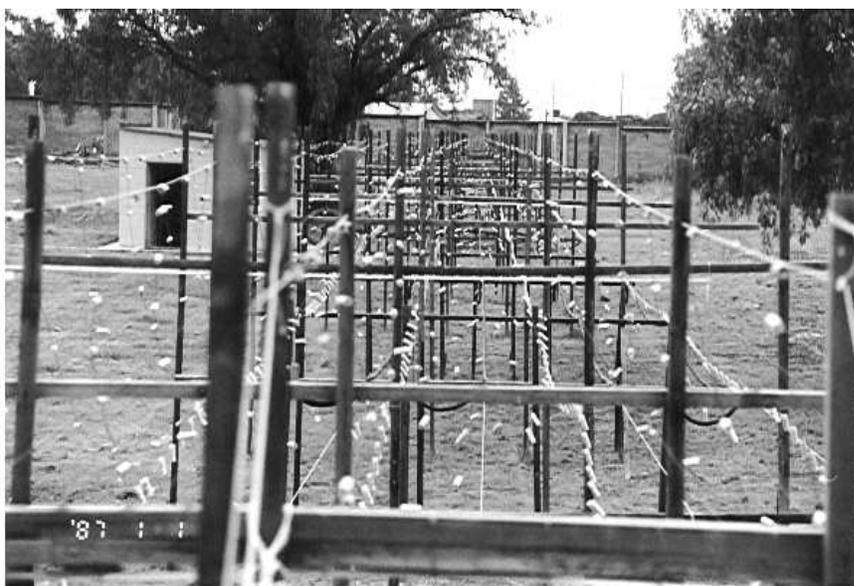


Figura 1.3: Arreglo dipolar en Teoloyucan.

el país, los datos provenientes del radio interferómetro se pueden obtener directamente en la dirección

<http://cintli.igeofcu.unam.mx>

### **Centelleo Interplanetario MEXART**

Motivados por la idea de conformar una red mundial de observatorios en radio llamado CIT, surgió el proyecto del MEXART en México en 1992 a raíz de un convenio de colaboración entre la UNAM y el Instituto Tecnológico de Florida (FIT). La Dra. Silvia Bravo, quien había realizado sus estudios doctorales con datos del observatorio de CIP de Cambridge, fue la iniciadora y líder de este proyecto en nuestro país. El proyecto está a cargo del Departamento de Física espacial y Ciencias Planetarias del Instituto de Geofísica de la UNAM. México no tiene una escuela en las técnicas de radiotelescopía, por lo que los primeros pasos para desarrollar el proyecto del radiotelescopio fueron la formación de personal técnico capacitado en radiotelescopía, la adquisición de equipos de medición sofisticados y el establecimiento de colaboraciones con instituciones académicas que brindaran apoyo técnico.

Por lo anterior, como una primera etapa se planteó la construcción de un radiotelescopio prototipo en las instalaciones del Observatorio Geomagnético del Instituto de Geofísica en Teoloyucán (imagen 1.2.3), Edo. de México. El diseño prototipo de la antena, sistema de receptores y la matriz de Butler de cuatro puertos, estuvo a cargo del Dr. Michael Thursby del Instituto Tecnológico de Florida. La implementación del diseño, pruebas y construcción del prototipo estuvieron a cargo del equipo técnico de la UNAM. Esta



Figura 1.4: Vista de los 4096 elementos que conforman el MEXART.

primera etapa tuvo varios logros entre los que resaltan:

- La formación de un equipo de técnicos mexicanos entrenados especialmente para la construcción de un arreglo dipolar de gran área y su electrónica asociada.
- La adquisición de los equipos de medición y calibración.
- La verificación de los diseños y materiales que se emplearán en el radiotelescopio final. Con esto se seleccionaron los materiales de construcción del arreglo dipolar y se comprobó la calidad de los componentes electrónicos.
- La integración al proyecto de estudiantes que realizaron tesis y servicios sociales.

Los estudios de ruido electromagnético realizados en Teoloyucán y lugares cercanos al Distrito Federal mostraron que existen altos niveles de ruido y que el arreglo final se debería construir lejos de ciudades con mucha población y actividad industrial. Durante 1997, miembros del personal técnico del Departamento de Física Espacial y Ciencias Planetarias del IGEOF realizaron estudios de ruido electromagnético ambiental en diferentes locaciones: Hidalgo, San Luis Potosí, Estado de México y Michoacán, buscando lugares que cumplieran los requerimientos para la instalación del radiotelescopio final. Basados en este estudio se determinó que el Municipio de Coeneo, Michoacán, es un sitio idóneo ya que presenta un nivel aceptable de ruido electromagnético en la banda de 138.9-140.4 MHz

En junio de 1999 se realizaron varias reuniones con el Profesor Mario García Juárez, presidente municipal de Coeneo, Michoacán, y con miembros de la comunidad ejidal

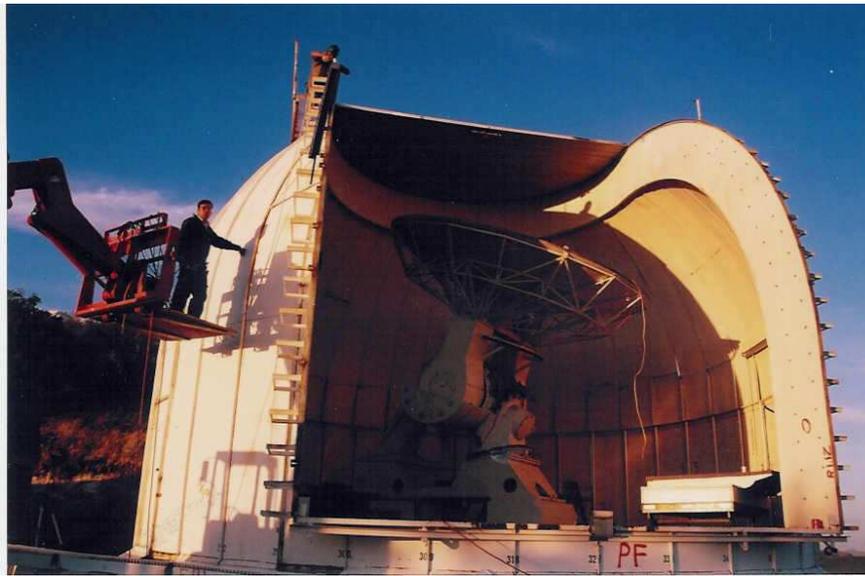


Figura 1.5: El radiotelescopio RT5 antes de ser desensamblado en Fort Davids TX.

de Félix Ireta, con el propósito de presentarles el proyecto del radiotelescopio y solicitarles la donación de un terreno para construir la antena. Después de varias pláticas la comunidad de Félix Ireta acordó donar un terreno de aproximadamente 3.5 hectáreas para construir el radiotelescopio. Los donadores del terreno fueron: Sra. Juana Vega, Sr. Eladio Navarro Arredondo, Sr. Francisco Castellón y el Sr. Mario Cruz Arredondo. Las características principales de operación y configuración del arreglo dipolar de gran área son las siguientes:

Frecuencia central de operacion	139.65 MHz
Ancho de banda	1.5 MHz.
Elemento basico	Dipolo de onda completa
Nmero de elementos	4096
Nmero de lineas E0	64, cada l'inea con 64 dipolos de onda completa
Nmero de receptores	64
Nmero de matrices de Butler:	2, de 32 puertos cada una

Actualmente el MEXART esta en funcionamiento (imagen 1.2.3) , se puede obtener mas información en la pagina web

<http://prospero.igeofcu.unam.mx/>

### **Radio Telescopio 5 metros RT5**

El radiotelescopio RT5, fue una donación hecha por la Universidad de Texas en Austin hacia el Instituto de Geofísica de la UNAM en el año 2004. La donación no incluyó el



Figura 1.6: La cúpula del RT5 en la sierra negra (2007).

financiamiento para el transporte de dicho telescopio, ya que se encontraba totalmente abandonado en el complejo astronómico de McDonald Observatory en Fort David Texas. Este radiotelescopio tiene un diámetro de 5m y esta optimizado para trabajar en la banda milimétrica.

La primera parte del proyecto fue trasladar tanto la cúpula como el telescopio desde Texas hasta Puebla, hacia el INAOE, donde se encargarían de darle mantenimiento a la antena. El domo fue transportado hacia la Sierra Negra, junto al lugar del GTM. En un principio se estimó en 2 semanas el tiempo que se tardaría en desensamblar todo el domo y la antena. Sin embargo, las herramientas y la falta de experiencia del equipo de desmantelamiento hicieron que se prolongara a casi un mes de trabajo en las montañas de Fort David.

El equipo estaba conformado por el Dr. Alejandro Lara, los técnicos Filiberto Matias y Carlos Escamilla, Víctor De la Luz y un estudiante de Ingeniería Electrónica. El físico Samuel Torres, especialista en estructuras, que nos iba a acompañar y que era de suma importancia para el proyecto no pudo ir con nosotros debido a las reglas de migración que impone unilateralmente a los Mexicanos el gobierno de los Estados Unidos.

El desmantelamiento se llevó a cabo con la ayuda de equipo técnico del Mc Donald Observatory. Para mediados del 2007, la cúpula ya se encuentra armada y pintada en la Sierra Negra (imagen 1.6), también se encuentra la cimentación, la cual fue construida por el departamento de obras de la UNAM. El telescopio se encuentra en fases de prueba en el INAOE, actualmente el sistema de posicionamiento funciona correctamente y

se están haciendo las primeras observaciones del Sol a 3.9GHz, sin embargo se espera que a finales de este año se puedan producir las primeras observaciones a 43GHz.

Se encuentran realizando diferentes trabajos de tesis de maestría y de licenciatura en el telescopio, como es el pulido del plato, los mecanismos de posicionamiento, métodos para escanear en altas velocidades objetos extendidos, etc.

El RT5 ha sido una experiencia enriquecedora en todos los aspectos, a conjuntado a Ingenieros, Físicos, Computólogos y Científicos de instituciones como la la sede de la UNAM en Ensenada, el Instituto de Geofísica de la UNAM, el INAOE, la BUAP, la universidad de Atlixco, entre muchas otras.

### **Gran Telescopio Milimétrico GTM**

El proyecto técnico mas ambicioso que ha tenido México en Radioastronomía es el Gran Telescopio Milimétrico GTM (imagen 1.7). Es un telescopio de 50 m. de diámetro que esta en sus ultimas fases de construcción y calibración.

El sitio seleccionado para colocar el Radiotelescopio, entre 163 posibles localidades en el territorio nacional (como San Pedro Martir), es el Volcán Sierra Negra, que se conoce más comúnmente como Cerro La Negra; la altura de esta montaña es la cuarta del país a 4,560 metros sobre el nivel del mar. La baja concentración de vapor de agua en su atmósfera circundante es una de las características más importantes que buscaron los astrofísicos, para tener el mínimo de absorción y poder captar la radiación de objetos muy lejanos. Esta montaña se ubica dentro del Parque Nacional Pico de Orizaba, en el municipio de Atzitzintla, Puebla y es considerado el segundo mejor sitio del mundo para la obtención de imágenes CCD.

Formado por paneles, estos deben ser medidos y ajustados hasta lograr la precisión requerida, 20 micras a lo largo de 5 metros para cada panel.

El GTM es un proyecto conjunto entre el INAOE y la Universidad de Massachusetts. El tiempo de observación en el nuevo telescopio será asignado entre el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica y la University of Massachusetts de acuerdo con su contribución a la construcción de la antena y su instrumentación. Se espera que la distribución de tiempo sea aproximadamente igual entre los dos socios. Cada uno determinará los mecanismos de asignación de tiempo de telescopio a su comunidad, con el propósito común de optimizar la productividad científica y educativa del GTM. Durante los primeros años se espera que una fracción del tiempo total se dedique a colaboraciones entre las dos instituciones para llevar a cabo proyectos de gran trascendencia científica, conocidos como proyectos clave. Fue inaugurado en el 2006, pero se espera que entre en funcionamiento a finales del 2007. Este radiotelescopio es uno de los instrumentos que más perspectivas tiene en el ámbito científico en el país.

El GTM, podrá observar planetas y planetoides en el sistema solar, discos protoplanetarios, regiones de formación estelar, núcleos galácticos, galaxias locales, núcleos activos de galaxias, polvo a alto redshift, cluster de galaxias y su distribución a gran escala. Cuenta con dos tipos de instrumentos: Heterodinos y Continuos. En el primer grupo se encuentra el SEQUOIA que trabaja entre los 85GHz y 116GHz, el Redshift



Figura 1.7: Vista del Gran Telescopio Milimétrico en la Sierra Negra.

Receiver System que trabaja entre los 75GHz y los 111GHz, el 1mm SIS Receiver el cual trabajara entre 210GHz y 275GHz. Para la parte de los instrumentos en el Continuo tenemos al Aztec el cual opera en 1.1mm y 2.1mm con una velocidad de muestreo de  $0.36 \text{deg}^2 / \text{hr} / \text{mJy}^2$ , el otro instrumento en el continuo es el SPEED el cual operará simultáneamente a 0.85mm, 1.1mm, 1.4mm y 2.1mm.

Actualmente, el director interino es el Dr. Alfonso Serrano por parte de México y el director de proyecto es Peter Schloerb por parte de E.U.

#### **1.2.4. Colaboraciones con otras instituciones**

Los investigadores y estudiantes utilizan regularmente para su investigación telescopios de ondas milimétricas localizados en otros países, como el telescopio de 10 m del Caltech Submillimeter Observatory (cso) y el de 15 m James C. Maxwell (jcmt), en Hawai, los de 10 y 12 m del Arizona Radio Observatory y los telescopios del Institut de Radioastronomie Millimétrique (iram), ubicados en España y Francia. Algunos investigadores forman parte de los equipos científicos de otros experimentos milimétricos en desarrollo, como el Balloon-borne Large Aperture Sub-millimeter Telescope (blast), de 2.5 m, y de la antena de 6 m del Atacama Cosmology Telescope (act), el Very Large Array en Arizona (VLA) y el Green Bank de 100m.

Con apoyo de CONACyT, el Centro de Radioastronomía y Astrofísica de la UNAM participa a nivel internacional en los proyectos de los grandes interferómetros de radio

para el siglo XXI: el Gran Arreglo Milimétrico de Atacama (ALMA) y el Gran Conjunto Expandido de Antenas (EVLA), que estarán ubicados en Chile y en los EUA, respectivamente.

# Capítulo 2

## Radio Emisión Térmica

### 2.1. Introducción

La estructura de la atmósfera solar cambia drásticamente de acuerdo a la altura con respecto a la superficie solar<sup>1</sup>. Está formada principalmente por Hidrógeno y Helio, los elementos más abundantes en el universo. Sin embargo los perfiles teóricos deducidos de las observaciones a diferentes frecuencias que caracterizan a la atmósfera solar predicen cambios drásticos en su composición física.

Los perfiles de temperatura y densidad son opuestos, mientras la temperatura aumenta de forma importante, la densidad disminuye casi al mismo ritmo. Este último fenómeno, en un principio, parece que viola las leyes de la termodinámica, pues al alejarnos de la fuente de calor, uno esperaría una disminución paulatina de la temperatura, sin embargo sucede lo contrario. A medida que nos alejamos de la Fotósfera, primero la temperatura disminuye, pero a unos 400km la temperatura comienza a elevarse algunos miles de grados. Después, a una altura de 2100km se observan temperaturas de millones de grados Kelvin.

En general, podemos diferenciar las condiciones físicas del medio como sigue:

1. Cerca de la Fotósfera o Cromósfera baja existe tanto Hidrógeno como Helio poco ionizado, debido a la temperatura del medio (entre  $5000K$  y  $4000K$ ), con una densidad moderada de Hidrógeno y de electrones (entre  $10^{12}cm^{-3}$  y  $10^{16}cm^{-3}$ ), la temperatura baja paulatinamente conforme nos alejamos hasta llegar a un mínimo de  $4000K$  a unos  $500km$  de la Fotósfera.
2. En la Cromósfera alta la temperatura comienza a elevarse, de  $4000K$  a unos  $30000K$ . Este aumento repentino en tan solo  $1000km$  provoca que el Hidrógeno y el Helio se ionicen, produciendo un aumento en el número de electrones.
3. En la Zona de Transición la temperatura aumenta excesivamente. La densidad cae de la misma forma y todo el Hidrógeno y el Helio se encuentran ionizados.

---

<sup>1</sup> La superficie solar se define como el lugar donde  $\tau_{5000A} = 0$

Gran parte de los metales que abundan en estas zonas se encuentran fuertemente ionizados, por ejemplo, se han identificado líneas de FeXVI.

4. En la Corona la temperatura es muy alta. Al alejarnos, la temperatura decae lentamente, al igual que la densidad electrónica y de Hidrógeno. La región de la Corona es de muy baja densidad y de una muy alta temperatura.

Es importante conocer estas regiones ya que la principal contribución en la emisión y la absorción en radio para el Sol Quietamente es producto de la interacción libre-libre, en especial a la debida por electrones libres interactuando con iones. Este tipo de emisión es mejor conocida como Bremsstrahlung. La emisión producto de las interacciones electrón-electrón, ion-ion, libre-ligado y ligado-libre no contribuyen de manera significativa en este rango de frecuencias.

Otro mecanismo importante en el proceso de emisión es la frecuencia del plasma y el índice de refracción. El parámetro de frecuencia del plasma indica de manera indirecta la altura sobre la Fotosfera donde comienza la emisión y es llamada la altura crítica. Mientras que el índice de refracción indica la forma de las trayectorias a lo largo del camino óptico y depende principalmente de la frecuencia de la onda.

El tratamiento que daremos en las siguientes secciones para encontrar el coeficiente de absorción producto de la interacción electrón-ion, es en general, el desarrollado por Scheuer (1960) y Melrose (1980) y resumido por Dulk (1985), Chiuderi & Chiuderi Drago (2004) y Carramiñana (2005). Tomando en cuenta una distribución de velocidades en equilibrio termodinámico a una temperatura  $T$ , densidad electrónica  $n_e$  y densidad de iones  $n_i$ , derivamos el coeficiente de absorción. La función de opacidad ( $\kappa_\nu$ ) y la función fuente ( $S_\nu$ ) serán las usadas como entradas en el modelo numérico, como lo podremos observar en la ecuación 4.2. Siempre consideramos estos procesos en la ausencia del campo magnético.

## 2.2. Frecuencia del Plasma

La frecuencia del plasma es un parámetro que se encuentra comúnmente en la literatura como un indicador importante en la caracterización del plasma. La frecuencia del plasma para los electrones puede ser escrita en términos de la densidad electrónica  $N_e$ , la carga  $e$  y la masa del electrón  $m_e$

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{N_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

al evaluar los parámetros de la carga y la masa del electrón, tenemos que

$$\nu_p \approx 9 \times 10^{-3} \sqrt{N_e [\text{cm}^{-3}]} \text{MHz} \quad (2.2)$$

para entender el significado de la frecuencia del plasma, vamos a asumir un plasma compuesto de electrones e iones en los cuales actúa un campo eléctrico externo  $\vec{E}$ . Debido al campo eléctrico  $\vec{E}$  existirá una separación de carga el cual será responsable de

un campo eléctrico restituyente para compensar el efecto de  $\vec{E}$ . Si repentinamente eliminamos  $\vec{E}$  y estudiamos el movimiento de los electrones, despreciando las colisiones entre partículas así como los movimientos de los iones, encontramos que los electrones oscilarán alrededor de su posición de equilibrio a una frecuencia  $f_p$ . Si la frecuencia del campo electromagnético que perturba al plasma es menor que la frecuencia del plasma, la onda electromagnética es reflejada. Este fenómeno es importante, ya que la frecuencia con la que observamos el sol nos indica indirectamente la altura en donde se inicia el proceso de emisión. En el caso del Sol, dadas las condiciones físicas, en especial, del perfil de densidad electrónica, a menores frecuencias el inicio de la emisión se da en alturas mayores con respecto a la Fotósfera.

### 2.3. Índice de Refracción

La dirección de una onda de radio está determinada por la manera en que el gas de electrones afecta la velocidad de fase de la onda. Esta velocidad está dada por

$$\frac{V}{c} = \left[ 1 - \left( \frac{\nu_p}{\nu} \right)^2 \right]^{-1/2},$$

si definimos al índice de refracción  $\mu$  como

$$\mu = \frac{c}{V},$$

entonces

$$\mu = \left[ 1 - \left( \frac{\nu_p}{\nu} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

En la atmósfera solar, la densidad electrónica cae gradualmente de un valor alto a un valor bajo hasta llegar a un valor pequeño. El índice de refracción es real y de magnitud uno fuera del gas, pero decreciente a cero en algún nivel en el cual  $\nu = \nu_p$ . Para  $\nu < \nu_p$  la velocidad y el índice de refracción es imaginaria y la propagación no puede ocurrir. Es decir, la radiación proveniente de capas más internas a esta superficie no puede escapar hacia afuera. La localización de esta superficie depende de la frecuencia de la onda y ocurre a niveles donde las densidades electrónicas son pequeñas, para bajas frecuencias. La superficie donde ocurre  $\nu = \nu_p$  es también una superficie reflejante. Un rayo que entra al gas normalmente de fuera, es reflejado en este nivel. Los rayos que no son normales a la estratificación del índice de refracción son desviados de acuerdo con la Ley de Snell's. Las superficies que reflejan totalmente los rayos están situadas a niveles más altos de la Fotósfera para bajas frecuencias. Para  $\nu > \nu_p$  la velocidad se incrementa cuando se incrementa  $\nu_p$ , que corresponde a un aumento de  $N_e$ .

### 2.4. Bremsstrahlung

Cuando los electrones individuales son desviados por un campo eléctrico producido por algún ion, la aceleración producto de su cambio de trayectoria genera emisión Brems-

trahlung o libre-libre. Para la emisión en radio, los encuentros distantes con los iones son los más comunes e importantes. Estos encuentros generan solo pequeñas desviaciones en su trayectoria. Los encuentros cercanos son menos probables, por lo que su contribución a la emisión es mucho menor, además de producir grandes cambios de trayectorias.

La emisividad promedio de electrones en un plasma es calculada comenzando con la energía de radiación por un electrón de velocidad  $v$  que pasa a una distancia  $d$  de un ion de carga  $Z_i$ , después multiplicamos por la tasa de encuentros e integramos sobre  $d$  y sobre  $v$ .

En esta primera aproximación, solo consideramos distribuciones de velocidades Maxwellianas, en las cuales:

$$v = \sqrt{\frac{kT}{m}}.$$

Ahora, introducimos una cantidad que se usa por convención, el factor de Gaunt  $G(T, \omega)$ , este factor es

$$G(T, \omega) = \log \frac{d_{\max}}{d_{\min}},$$

donde  $d_{\max}$  y  $d_{\min}$  son los parámetros de impacto máximo y mínimo, respectivamente. Debido a que las colisiones están dadas a una distancia  $d$ , la emisión solo se da a

$$\omega \leq \frac{v}{d},$$

entonces,

$$d_{\max} \sim \frac{v}{\omega}.$$

El parámetro mínimo de impacto  $d_{\min}$  difiere según el promedio de energía de los electrones. Para electrones de baja energía,  $d_{\min}$  es aproximadamente la distancia a la cual un electrón sufre un cambio de  $90^\circ$  en su trayectoria, entonces

$$G(T, \nu) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left( \frac{2(kT)^{3/2}}{\gamma \omega Z_i m^{1/2} e^2} \right)$$

donde  $\gamma \approx 1.781$  es la constante de Euler. Para electrones a alta energía  $d_{\min}$  está relacionada con la longitud de onda de de Broglie, y su factor de Gaunt es

$$G(T, \nu) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left( \frac{2kT}{h\nu} \right).$$

Para altas frecuencias donde  $h\nu \geq kT$ , es decir en el rango de los rayos X, las fórmulas para los factores de Gaunt no aplican.

El coeficiente de absorción para electrones térmicos, incluyendo los 2 factores de Gaunt queda como

$$\kappa_\nu = \sum_i \frac{1}{3c} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\nu_p^2}{\nu^2} \frac{4\pi Z_i^2 n_i e^4}{m^{1/2} (kT^{3/2})} \frac{\pi}{\sqrt{3}} G(T, \nu), \quad (2.3)$$

aplicando el factor de Gaunt de acuerdo a la distribución de velocidades que estemos usando se puede aproximar a

$$\kappa_\nu \approx 9.78 \times 10^{-3} \frac{n_e}{\nu^2 T^{3/2}} \sum_i Z_i^2 n_i \times A, \quad (2.4)$$

donde

$$A = 18.2 + \ln(T^{3/2}) - \ln \nu$$

si  $T < 2 \times 10^5 K$ , o bien

$$A = 24.5 + \ln(T) - \ln \nu$$

si  $T > 2 \times 10^5 K$ .

Si suponemos un gas de Hidrógeno-Helio con valores típicos de  $\nu \approx 10^8 \text{Hz}$  y  $T \approx 10^6 K$  llegamos a

$$\kappa_\nu \approx 0.2 n_e^2 T^{-3/2} \nu^{-2} \text{cm}^{-1}.$$

Finalmente, en un plasma isotérmico y ópticamente grueso, la polarización es cero.

## 2.5. Emisión Térmica o Ley de Planck

En la sección anterior, encontramos la función de opacidad para las interacciones libre-libre entre iones y electrones libres. Para la función fuente, suponemos equilibrio termodinámico local para un solo elemento de la polarización. Vamos a derivar este tipo de emisión, que no es mas que la ley de Planck, emisión térmica o emisión del cuerpo negro, mediante los coeficientes de Einstein, la función de población de los estados electronicos ligados en equilibrio. Sabemos que en sistemas en equilibrio se debe de cumplir que

$$n_2(A_{21} + B_{21}I_\nu + n\gamma_{21}) = n_1(B_{12}I_\nu + n\gamma_{12}) \quad (2.5)$$

donde  $A_{21}$  es el coeficiente de emisión espontánea,  $B_{21}$  el coeficiente de emisión inducida,  $I_\nu$  la intensidad específica,  $n$  la densidad del medio,  $B_{12}$  el coeficiente de excitación dada por fotones,  $\gamma$  el coeficiente de excitación colisional,  $n_2$  y  $n_1$  las poblaciones de los niveles energéticos 1 y 2 respectivamente. Desarrollando (2.5) tenemos

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{12}I_\nu + n\gamma_{12}}{A_{21} + B_{21}I_\nu + n\gamma_{21}}$$

para densidades del medio bajas ( $n \approx 0$ ) o en donde  $\gamma_{12} = \gamma_{21}$ , tenemos que

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{12}I_\nu}{A_{21} + B_{21}I_\nu},$$

ahora bien, sabemos que los coeficientes de Einstein

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}, \quad (2.6)$$

$$B_{21} = \frac{c^2 A_{21}}{2h\nu^3}; \quad (2.7)$$

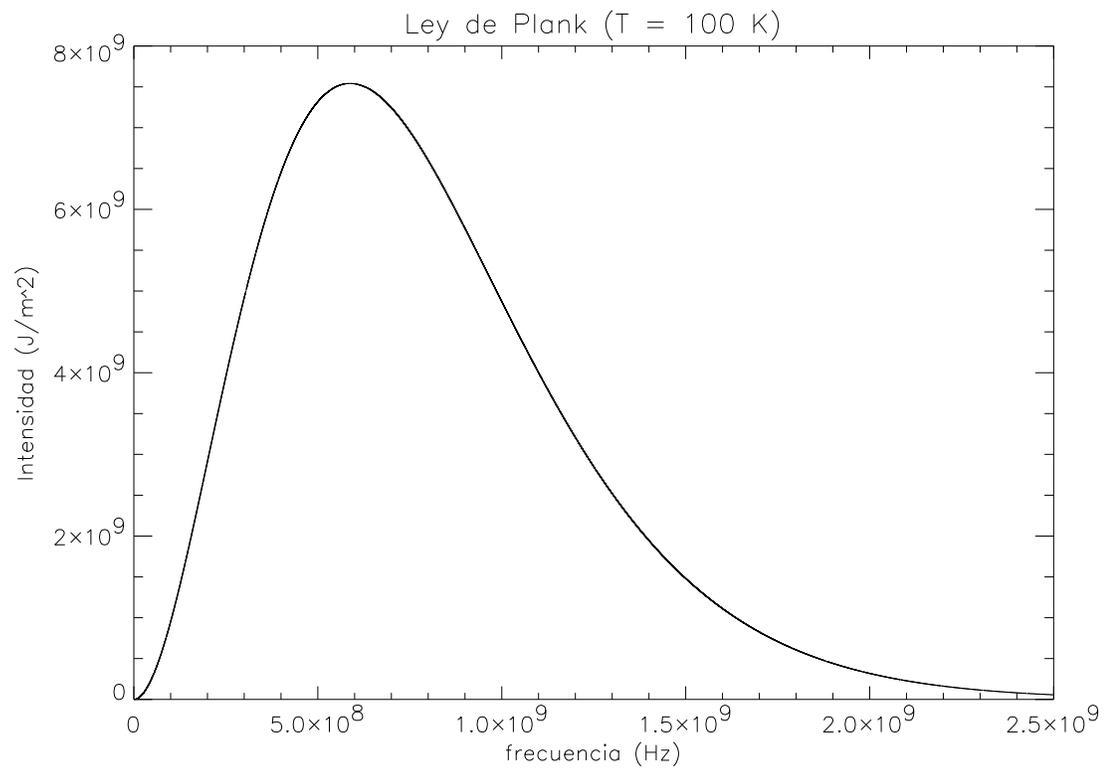


Figura 2.1: Emisión de cuerpo negro con una temperatura de 100K, donde podemos observar que el máximo se da en la región del radio.

donde  $g_1$  y  $g_2$  son los pesos estadísticos, sustituyendo

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} I_\nu \left( B_{21} \frac{2h\nu^3}{c^2} + B_{21} I_\nu \right)^{-1} \quad (2.8)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{I_\nu}{\frac{2h\nu^3}{c^2} + I_\nu} \quad (2.9)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{I_\nu c^2}{2h\nu^3 + I_\nu c^2}. \quad (2.10)$$

Tomando la distribución de estados electrónicos ligados

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp(-h\nu/kT),$$

sustituimos

$$\frac{g_2}{g_1} \exp(-h\nu/kT) = \frac{g_2}{g_1} \frac{I_\nu c^2}{2h\nu^3 + I_\nu c^2},$$

eliminando

$$\exp(-h\nu/kT) = \frac{I_\nu c^2}{2h\nu^3 + I_\nu c^2},$$

desarrollando

$$\begin{aligned} I_\nu c^2 &= (2h\nu^3 + I_\nu c^2) \exp(-h\nu/kT) \\ I_\nu c^2 - I_\nu c^2 \exp(-h\nu/kT) &= 2h\nu^3 \exp(-h\nu/kT) \\ I_\nu c^2 (1 - \exp(-h\nu/kT)) &= 2h\nu^3 \exp(-h\nu/kT) \\ I_\nu c^2 &= \frac{2h\nu^3 \exp(-h\nu/kT)}{1 - \exp(-h\nu/kT)} \\ I_\nu &= \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT)} \frac{1}{1 - \exp(-h\nu/kT)} \\ I_\nu &= \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

En equilibrio termodinámico podemos suponer

$$S_\nu = I_\nu.$$

En la figura 2.1 podemos observar la forma de la emisión con respecto a la frecuencia.

### 2.5.1. Aproximación de Rayleigh

En radio, podemos utilizar una aproximación, sabiendo que

$$h\nu \ll kT. \quad (2.12)$$

De la ecuación 2.11 podemos expandir la exponencial en series de Taylor, hasta su segundo termino, tenemos que

$$\exp(h\nu/kT) \approx 1 + h\nu/kT,$$

sustituyendo

$$I_\nu \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{1 + h\nu/kT - 1},$$
$$I_\nu \approx \frac{2k\nu^2}{c^2} T, \quad (2.13)$$

que es la aproximación para longitudes y temperaturas que cumplen con 2.12, como muchos objetos celestes que emiten en radio. Está ecuación es válida para dos polarizaciones. Para una sola polarización, tenemos que

$$I_\nu \approx \frac{k\nu^2}{c^2} T. \quad (2.14)$$

## 2.6. Simulaciones y Observaciones

En la Figura 2.2 tomada de Vernazza et al. (1973) se encuentra una revisión bibliográfica de las mediciones realizadas en la zona cercana al Milimétrico desde  $1\mu$  hasta 2cm, para el Sol Quiet. En la Tabla 2.1 listamos mediciones más recientes de Zirin et al. (1991). En esta lista es posible notar que los errores disminuyen para las frecuencias más bajas.

A bajas frecuencias se observa un fenómeno inverso al presentado en el visible, el llamado *abrillantamiento al limbo*. El *abrillantamiento al limbo* es el aumento repentino de la emisión conforme nos alejamos del centro del disco solar. Este fenómeno ha sido discutido en los últimos 30 años. Análisis teóricos pronosticaron tal *abrillantamiento* (Figura 2.3). Sin embargo, las pocas mediciones que se tenían no presentaban ningún *abrillantamiento*. Fue entonces que se propusieron diferentes modelos (Ahmad & Kundu (1981)) los cuales determinaban la necesidad de contar con mediciones con mayor resolución. Observaciones realizadas por Reber (1971) desde 50GHz hasta 90.4 GHz para el Sol Quiet reportan temperaturas de brillo entre 7122K hasta 6755K. En ese mismo trabajo, existe una revisión de las observaciones realizadas en la banda milimétrica. En la figura 2.4 podemos ver un comparativo entre dos modelos teóricos, de Allen (1963) y van de Hulst (1953). Como podemos observar, ambos modelos presentan un alto grado de error. Sin embargo, la principal diferencia entre ellos, son los perfiles de temperatura y densidad que toman como entrada. Existen modelos que son

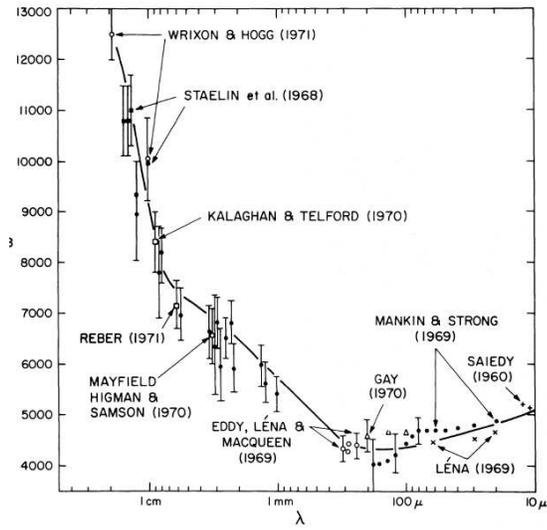


Figura 2.2: Observaciones realizadas en longitudes de onda Milimétricas Avrett & Linsky (1970) publicadas por Vernazza et al. (1973).

Frequency (GHz) (1)	Temperature ( $10^3$ K) (2)	Error ( $10^3$ K) (3)
1.4	70.5	3.0
1.6	63.8	2.8
1.8	52.2	2.5
2.0	42.9	1.9
2.4	32.8	1.4
2.8	27.1	1.1
3.2	24.2	1.1
3.6	21.7	1.1
4.2	19.4	0.8
5.0	17.6	0.8
5.8	15.9	0.7
7.0	14.1	0.6
8.2	12.9	0.6
9.4	12.2	0.6
10.6	11.3	0.5
11.8	11.0	0.5
13.2	10.8	0.5
14.8	10.8	0.6
16.4	10.7	0.7
18.0	10.3	0.5

Tabla 2.1: Radio observaciones realizadas para el Sol Quiet, Zirin et al. (1991).

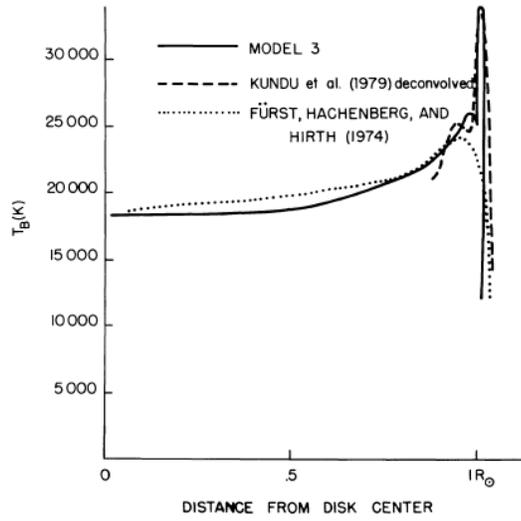


Figura 2.3: Abrillantamiento al limbo a 6cm Ahmad & Kundu (1981).

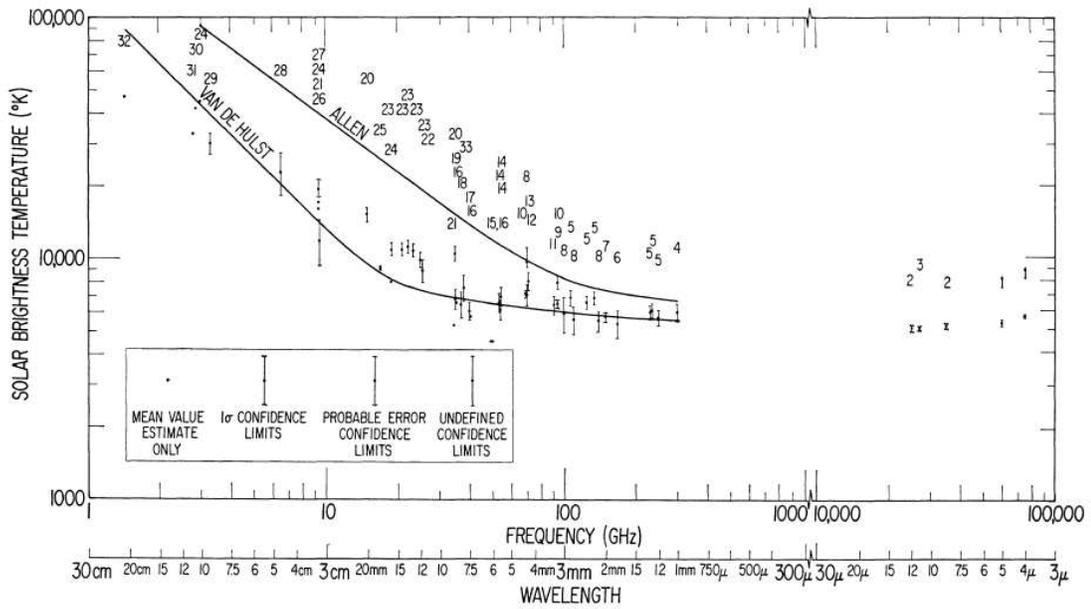


Figura 2.4: Comparación entre modelos para el Sol quieto Shimabukuro & Stacey (1968).

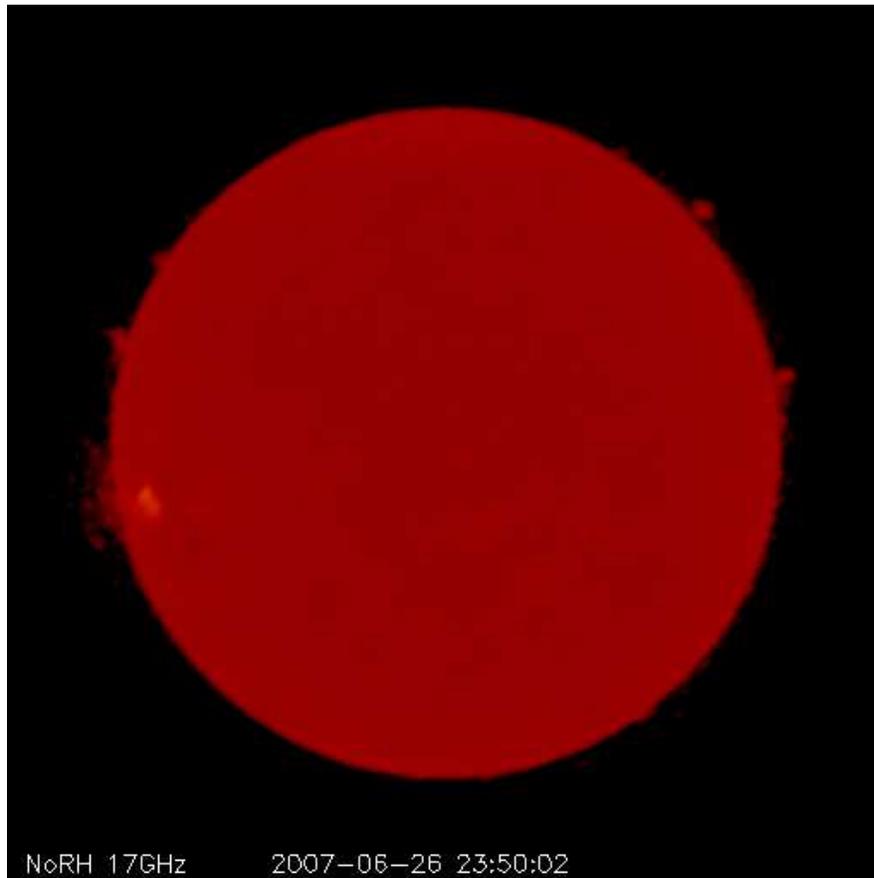


Figura 2.5: Observación de Nobeyama para el Sol Quietos a 17GHz.

más interesantes, por ejemplo, el modelo de Zheleznyakov (1965), el cual predice un mínimo a 50GHz ( $6mm$ ). Sin embargo mediciones realizadas por Reber (1971) parece descartarlo. Modelos generados por Ahmad & Kundu (1981) predecían una mejor emisión con respecto al observado. Estos modelos se basan en perfiles con escalas de altura que se ajustan para reproducir las mediciones observadas (Ver sección 4 de Ahmad & Kundu (1981)). Uno de los primeros trabajos que tomó en cuenta los modelos teóricos calculados a partir de las observaciones UV dado por Vernazza et al. (1981) es el publicado en Chiuderi Drago et al. (1983). En este trabajo podemos observar un modelo donde interviene la emisión con un campo magnético, haciendo diferencia entre la Corona y la zona de transición. Enfocándose principalmente en el contraste observado entre zonas brillantes y oscuras. En este trabajo, también se asegura que la emisión en el Milimétrico se forma principalmente en la Zona de Transición entre la Corona y la Cromósfera. Actualmente contamos con imágenes de alta resolución que se publican a diario y son publicas, las más conocidas son las producidas por el satélite SOHO. También existen observaciones a 17GHz, publicadas diariamente por el Nobeyama Radio-Heliograph. En la Figura 2.5 podemos ver un ejemplo de las imágenes bidimensionales

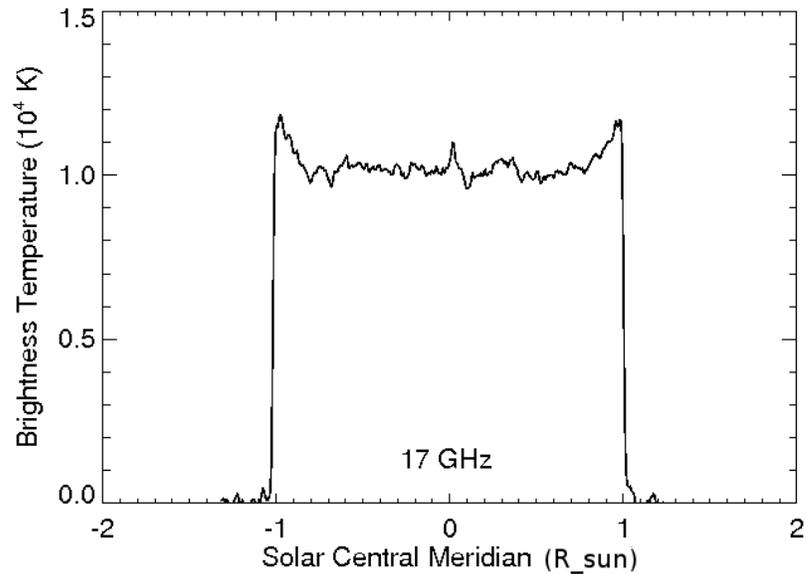


Figura 2.6: Corte transversal de una observación de Nobeyama para el Sol Quietos a 17GHz.

que presentan. En la Figura 2.6 podemos observar un corte vertical en la imagen, donde se puede ver claramente el abrillantamiento al limbo a 17GHz.

## 2.7. Conclusiones

La teoría nos dice que la emisión en el Milimétrico es el resultado de las interacciones globales entre iones y electrones. Actualmente existen funciones que describen estas interacciones, las llamadas funciones de opacidad. Estas funciones son calculadas para sistemas en equilibrio termodinámico, suponiendo distribuciones de velocidad Maxwellianas y se encuentran desarrolladas de forma analítica desde la década de los sesenta del siglo pasado. Sin embargo, necesitamos 3 valores fundamentales: la temperatura, la densidad electrónica y el número de iones. Estas tres cantidades y la frecuencia, generan una función de opacidad. La cual se puede integrar a lo largo de una trayectoria. Ahora, el problema es encontrar los perfiles de Temperatura y Densidad que describan al sistema y la forma en que se integraría en la trayectoria. Por otro lado, existen una gran cantidad de observaciones en la banda milimétrica, así como trabajos en la modelación y simulación de la emisión.

En el siguiente capítulo estudiaremos los perfiles existentes y la forma de calcular las poblaciones de especies necesarias como entrada en la función de opacidad. También estudiaremos la forma de incluir las funciones de opacidad y la función fuente en el camino óptico, necesario para resolver la ecuación de transporte radiativo.

# Capítulo 3

## Estructura del Sol Quietos

### 3.1. Introducción

En el capítulo anterior encontramos la función de opacidad y la función fuente para la emisión en radio en equilibrio termodinámico. Por otro lado, en la literatura, existen varios modelos teóricos para los diferentes perfiles necesarios para el cálculo de opacidades. En este capítulo, revisaremos los modelos que describen los perfiles de temperatura, densidad electrónica e Hidrógeno, así como las abundancias relativas para el Helio y los elementos pesados que también se encuentran en la atmósfera solar, descritos en Vernazza et al. (1973), Vernazza et al. (1976) y Vernazza et al. (1981). Estos perfiles caracterizan la estructura de la atmósfera para el Sol Quietos en la Cromósfera y comienzo de la zona de transición. Para la parte de la Corona usamos Gabriel (1976) e interpolamos linealmente los puntos intermedios.

### 3.2. Perfil de Temperatura

El perfil de temperatura, es el más importante, ya que es la principal característica que define la estructura de la atmósfera solar.

En la literatura existen diferentes perfiles de temperatura, como Vernazza et al. (1981), Withbroe (1981), Gabriel (1976). También existen mediciones que confirman las altas temperaturas en la Cromósfera [Marsh (1998)]. Sin embargo, los más usados son los descritos por Vernazza et al. (1981), en su trabajo de la estructura de la Cromósfera para el Sol Quietos.

En Vernazza et al. (1981), encuentran el espectro resolviendo la ecuación de transferencia radiativa fuera de equilibrio termodinámico y resuelven las ecuaciones para el Hidrógeno, Carbono y otros 6 componentes en la Cromósfera para el Sol Quietos. Con una distribución de temperatura se resuelven las ecuaciones de equilibrio estadístico, la ecuación de transferencia radiativa para líneas de emisión y continuo en equilibrio hidrostático para encontrar los estados de ionización y excitación a partir de la ecuación de Saha y de los niveles energético con la función de poblaciones de Boltzmann.

Con el método de prueba y error ajustan la distribución de temperatura para que el espectro emergente sea lo más parecido con el observado. Usaron las observaciones del Skylab EUV para determinar el modelo final. Esto quiere decir, que el perfil de temperatura se basa principalmente en la emisión en el Ultravioleta. Este modelo solo llega a la Cromósfera alta, sin embargo, usamos el modelo de Gabriel (1976) para la zona de transición y la Corona baja, impresa en Foukal (1990), debido a que Gabriel utiliza una escala de altura arbitraria. Los datos interpolados pueden observarse en la tabla 3.1. Graficando los datos (Figura 3.1), observamos que el perfil de temperatura comienza a bajar conforme nos alejamos de la Fotósfera, hasta llegar a un mínimo, después comienza a subir. En la zona de transición es donde se da el salto entre miles de grados kelvin a millones de grados kelvin.

Si comparamos el perfil de temperatura con la Figura 2.2, observamos que la temperatura de brillo a diferentes frecuencias, reproduce el perfil de temperatura del Sol Quietos. Este fenómeno se debe a que la frecuencia crítica del plasma cambia como la raíz cuadrada del perfil de densidad electrónica. Como el perfil de densidad electrónica disminuye con respecto a la altura, a frecuencias mas bajas, la emisión inicia a una mayor altura. Si consideramos que la temperatura de brillo no puede ser mayor a la temperatura efectiva (Raulin & Pacini (2005)) y de que la temperatura primero disminuye y luego aumenta con respecto a la altura, entonces podemos explicar la correlación que existe. Sin embargo, como veremos mas adelante, la mayor emisión no solo viene de la primera contribución o de la capa mas cercana de la fotosfera, sino también se observa una aportación muy importante en la zona alta de la Cromósfera.

### 3.3. Perfil de Hidrógeno

El Hidrógeno total ( $n_H$ ) es determinado como función de la altura con respecto a la Fotósfera, dada la densidad electrónica ( $n_e$ ), el coeficiente de partida para el Hidrógeno en su estado energético base ( $b_1$ ), la temperatura ( $T$ ) y el parámetro de velocidad de turbulencia  $v_t$ . Se asume que la atmósfera es estática, así que la presión  $p$  y la densidad  $\rho$  están relacionadas por

$$dp/dz = g\rho, \quad (3.1)$$

donde  $g$  es la constante gravitacional y  $z$  representa la profundidad geométrica, medida hacia adentro. La densidad de gas puede ser reescrita como

$$\rho = m_H(1 + 4Y)n_H,$$

donde  $m_H$  es la masa atómica del Hidrógeno y  $Y = A_{He} = n_{He}/n_H$ , la proporción relativa de helio. La presión del gas es

$$p_g = [n_H(1 + Y) + n_e]kT$$

y suponemos que la contribución por la presión turbulenta a la presión total es

$$p = p_g + \frac{1}{2}\rho v_t^2.$$

Altura (Km)	Temperatura (K)	Altura (Km)	Temperatura (K)
0000.1	06420.0	2160.0	023500.0
0050.0	05840.0	2200.0	024000.0
0100.0	05455.0	2230.0	024200.0
0150.0	05180.0	2255.0	024500.0
0250.0	04780.0	2263.0	025500.0
0350.0	04465.0	2267.0	028000.0
0450.0	04220.0	2271.0	032000.0
0515.0	04170.0	2274.0	037000.0
0555.0	04230.0	2280.0	050000.0
0605.0	04420.0	2290.0	089100.0
0655.0	04730.0	2298.0	141000.0
0705.0	05030.0	2543.0	447000.0
0755.0	05280.0	3000.0	6.0000e5
0855.0	05650.0	4000.0	8.0000e5
0905.0	05755.0	5000.0	9.0000e5
0980.0	05925.0	1.00e4	1.2000e6
1065.0	06040.0	2.00e4	1.5200e6
1180.0	06150.0	5.00e4	1.8000e6
1280.0	06220.0	1.00e5	2.0000e6
1380.0	06280.0	3.00e5	2.1000e6
1515.0	06370.0	5.00e5	2.0000e6
1605.0	06440.0	1.00e6	1.7000e6
1785.0	06630.0	2.00e6	1.3500e6
1925.0	06940.0	5.00e6	9.4500e5
1990.0	07160.0	1.00e7	7.0000e5
2016.0	07360.0	2.00e7	4.9500e5
2050.0	07660.0	5.00e7	3.0000e5
2070.0	07940.0	1.00e8	2.0000e5
2080.0	08180.0		
2090.0	08440.0		
2104.0	09500.0		
2107.0	10700.0		
2109.0	12300.0		
2113.0	18500.0		
2115.0	21000.0		
2120.0	22500.0		
2129.0	23000.0		

Tabla 3.1: Perfil de Temperatura, altura desde la Fotósfera, tomada del modelo C de Vernazza et al. (1981) para la parte de la Cromósfera y del modelo de Gabriel (1976) para la parte de la Corona.

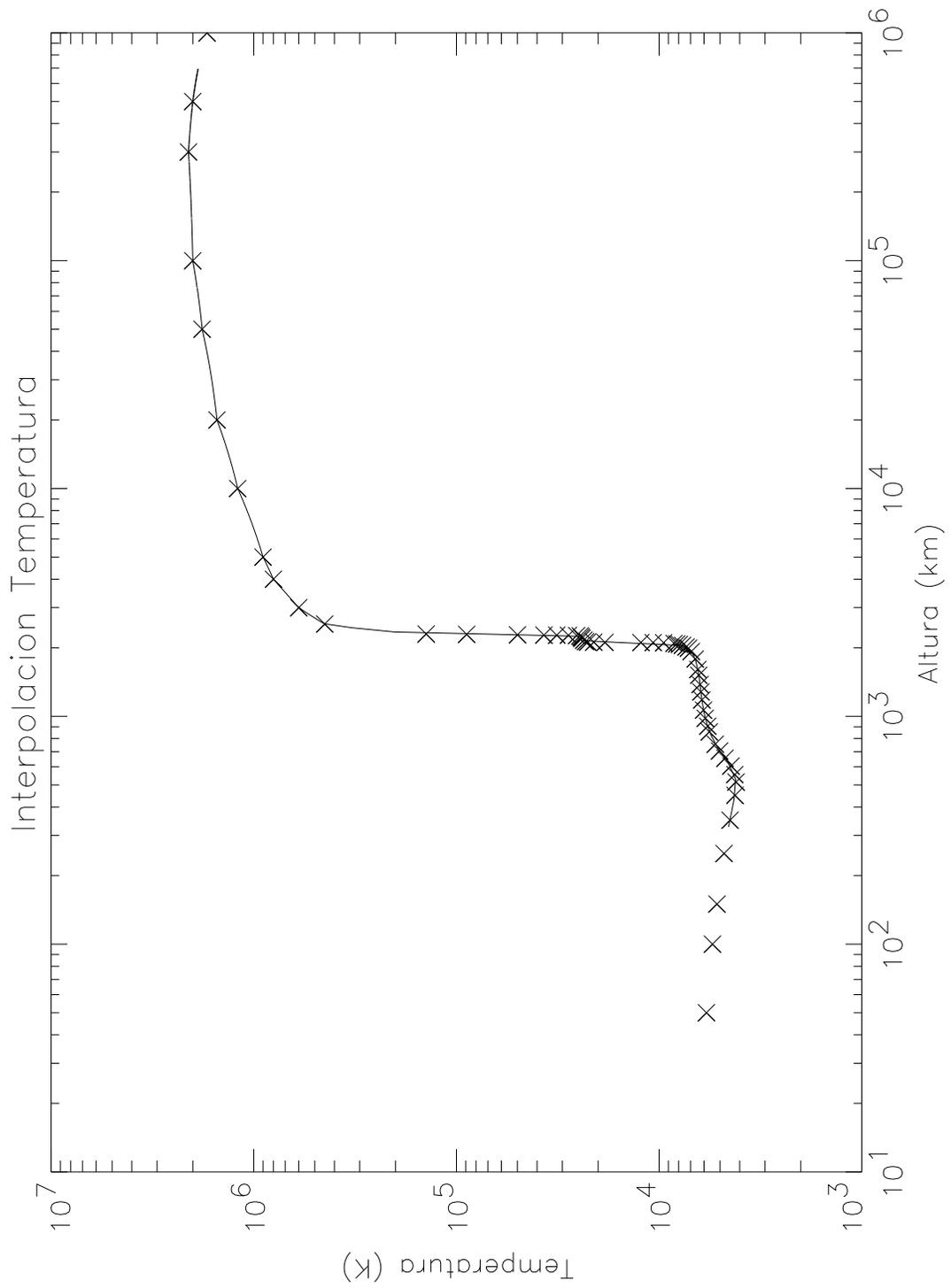


Figura 3.1: Interpolación del perfil de temperatura.

El el parámetro de velocidad de turbulencia  $v_t$  es función de la profundidad. La densidad electrónica la obtenemos suponiendo la neutralidad de carga

$$n_e = n_p + n_H \sum_{xi} A_{xi} \eta_{\xi}, \quad (3.2)$$

donde  $n_p$  es el número de protones,  $A_{xi}$  es la abundancia relativa del elemento  $\xi$  y  $\eta_{\xi}$  es su estado de ionización. Esta ecuación puede ser reescrita como

$$n_e = n_H(R + Z)$$

donde  $R = n_p/n_H$  y

$$Z = \sum_{xi} A_{\xi} \eta_{\xi}.$$

Ahora, se define una escala de altura recíproca de acuerdo a

$$f = \frac{gm_H(1 + 4Y)}{(1 + R + Y + Z)kT + (1/2)m_H(1 + 4Y)v_t^2}.$$

La ecuación [3.1] viene a ser

$$dp/dz = fp,$$

entonces

$$p(z) = p(z_1) \exp \left[ \int_{z_1}^z f(x) dx \right].$$

De  $p(z)$ , podemos determinar

$$n_H(z) = \frac{f(z)p(z)}{gm_H(1 + 4Y)}.$$

En la imagen 3.2 podemos observar el Hidrógeno total, la densidad electrónica, el Hidrógeno neutro, el número de protones y el índice de partida con respecto a la altura, calculado por Vernazza et al. (1973). En este trabajo, utilizaremos el modelo C publicado por Vernazza et al. (1981), para valores de la Corona tomamos los valores del modelo de Gabriel (1976) publicados en Foukal (1990).

Los valores tabulados se encuentran en la Tabla 3.2 y graficados en la Figura 3.3. Como se puede observar la densidad de Hidrógeno va disminuyendo de manera acelerada hasta la zona de transición. En la parte de la Corona, disminuye gradualmente.

### 3.4. Helio y Metales

Las abundancias son calculadas como

$$n_{\xi} = n_H A_{\xi}$$

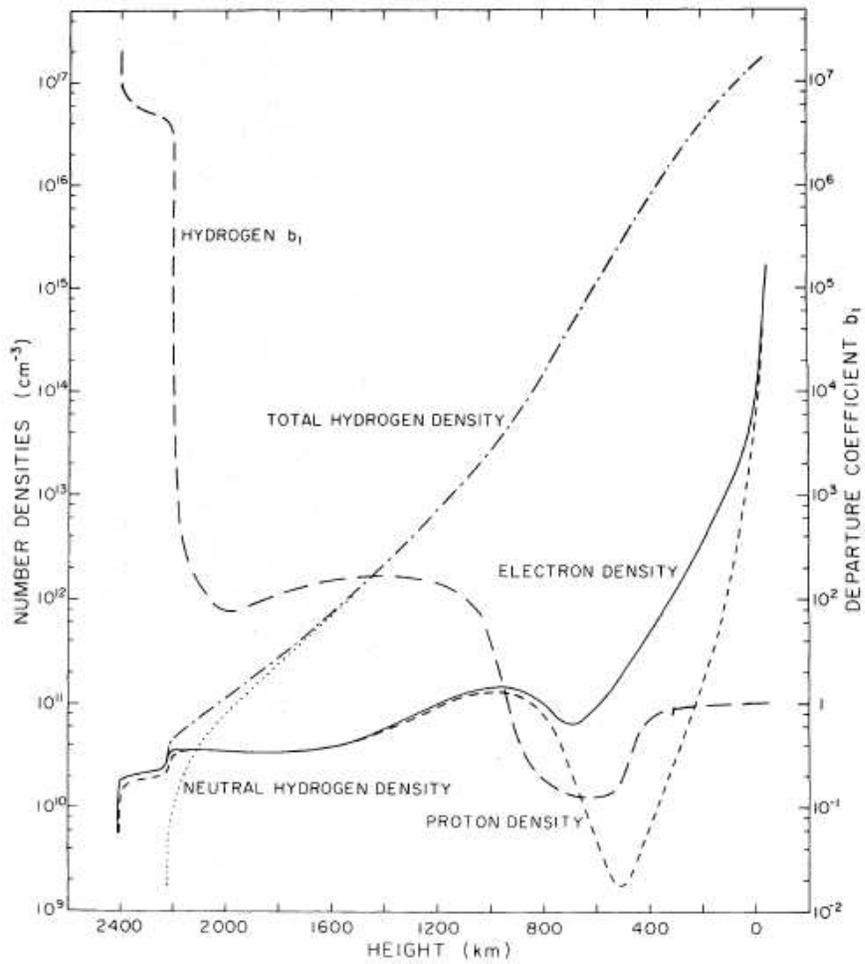


Figura 3.2: Perfiles de Hidrógeno total, densidad electrónica, Hidrógeno neutro, número de protones y el índice de partida con respecto a la altura (Vernazza et al. (1973)).

Altura (Km)	$n_H (cm^{-3})$	Altura (Km)	$n_H (cm^{-3})$
100	6.866e16	2263	1.718e10
150	4.917e16	2267	1.567e10
250	2.315e16	2271	1.378e10
350	9.979e15	2274	1.201e10
450	3.989e15	2280	9.038e9
515	2.096e15	2290	5.041e9
555	1.382e15	2298	3.205e9
605	8.119e14	2543	1.005e9
655	4.794e14	3e3	7.0e8
705	2.935e14	4e3	5.3e8
755	1.864e14	5e3	4.4e8
855	8.135e13	7e3	3.68e8
905	5.546e13	1e4	3.1e8
980	3.147e13	1.5e4	2.5e8
1065	1.711e13	2e4	2.1e8
1180	7.865e12	3e4	1.65e8
1280	4.200e12	5e4	1.1e8
1380	2.273e12	7e4	8.4e7
1515	1.048e12	1e5	5.6e7
1605	6.386e11	1.5e5	3.3e7
1785	2.601e11	2e5	2e7
1925	1.380e11	3e5	9.8e6
1990	1.033e11	4e5	5.7e6
2016	9.075e10	5e5	3.5e6
2050	7.705e10	6e5	2.4e6
2070	6.960e10	8e5	1.4e6
2080	6.541e10	1e6	8e5
2090	6.127e10	1e7	4e3
2104	5.239e10	1e8	1e1
2107	4.673e10		
2109	4.092e10		
2113	2.732e10		
2115	2.403e10		
2120	2.231e10		
2129	2.163e10		
2160	2.051e10		
2200	1.932e10		
2230	1.862e10		
2255	1.797e10		

Tabla 3.2: Perfil de densidad de Hidrógeno, altura desde la Fotósfera. Utilizando el modelo C publicado por Vernazza et al. (1981), para valores de la Corona tomamos el modelo de Gabriel (1976) publicados en Foukal (1990).

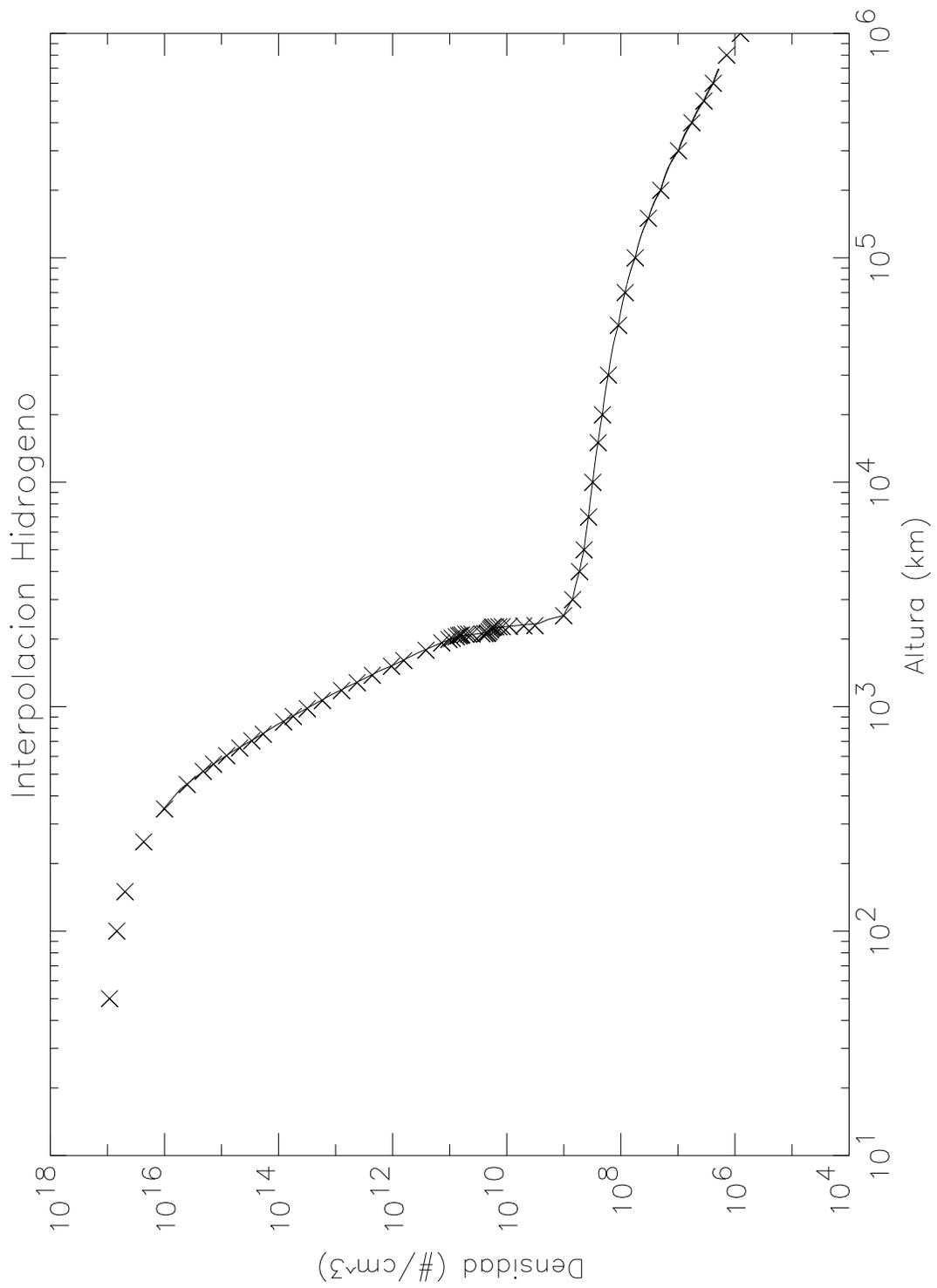


Figura 3.3: Interpolación para el Hidrógeno total usando los valores de la Tabla 3.2.

Element	$A$	$\log A + 12$	$\chi$ (eV)	$U_I$	$U_{II}$
He.....	1.00(-1)	11.00	24.58	1.00	2.00
C.....	5.37(-4)	8.73	11.26	9.28	5.94
N.....	1.14(-4)	8.06	14.53	4.07	8.91
O.....	6.76(-4)	8.83	13.61	8.70	3.98
Ne.....	3.54(-5)	7.55	21.55	1.00	5.37
Na.....	2.81(-6)	6.45	5.14	2.02	1.00
Mg.....	4.46(-5)	7.65	7.64	1.01	2.01
Al.....	2.81(-6)	6.45	5.98	5.83	1.03
Si.....	4.46(-5)	7.65	8.15	9.26	5.82
P.....	2.81(-7)	5.45	10.48	4.46	8.12
S.....	1.62(-5)	7.21	10.35	8.12	4.16
Ar.....	5.62(-6)	6.75	15.75	1.00	4.89
K.....	5.62(-7)	5.75	4.33	2.18	1.00
Ca.....	2.51(-6)	6.40	6.11	1.03	2.29
Cr.....	7.07(-7)	5.85	6.76	10.3	7.24
Mn.....	3.54(-7)	5.55	7.43	6.45	7.76
Fe.....	2.50(-5)	7.40	7.83	24.5	39.2
Co.....	2.23(-7)	5.35	7.86	31.6	27.5
Ni.....	3.38(-6)	6.53	7.63	28.8	10.0

Tabla 3.3: Abundancias relativas para elementos pesados, su energía de ionización y los coeficientes para su función de partición tomados de Withbroe (1981).

donde  $A_{xi}$  es la abundancia relativa con respecto al Hidrógeno del elemento  $\xi$ . Los valores de las abundancias relativas son tomados de Withbroe (1981), las cuales se pueden ver en la Tabla 3.3. Los valores para la energía de ionización y los coeficientes de la función de partición son tomados en cuenta para calcular la densidad de iones en cada especie. A partir de estas abundancias relativas, con el Hidrógeno total y la temperatura, se pueden calcular los estados de ionización.

### 3.5. Densidad Electrónica y de Iones

Dada la ecuación de Saha

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = -0.1761 - \log(P_e) + \log \frac{u_{i+1}}{u_i} + 2.5 \log T - \chi_{i,ion} \frac{5040}{T} \quad (3.3)$$

y con la relación para la presión electrónica  $P_e(T)$  dada por

$$P_e = n_e K T,$$

y usando la función de partición

$$u_i = \sum_n g_{i,n} \exp\left(-\frac{\chi_{i,n}}{kT}\right), \quad (3.4)$$

si consideramos que los electrones se comportan como un gas ideal no degenerado,

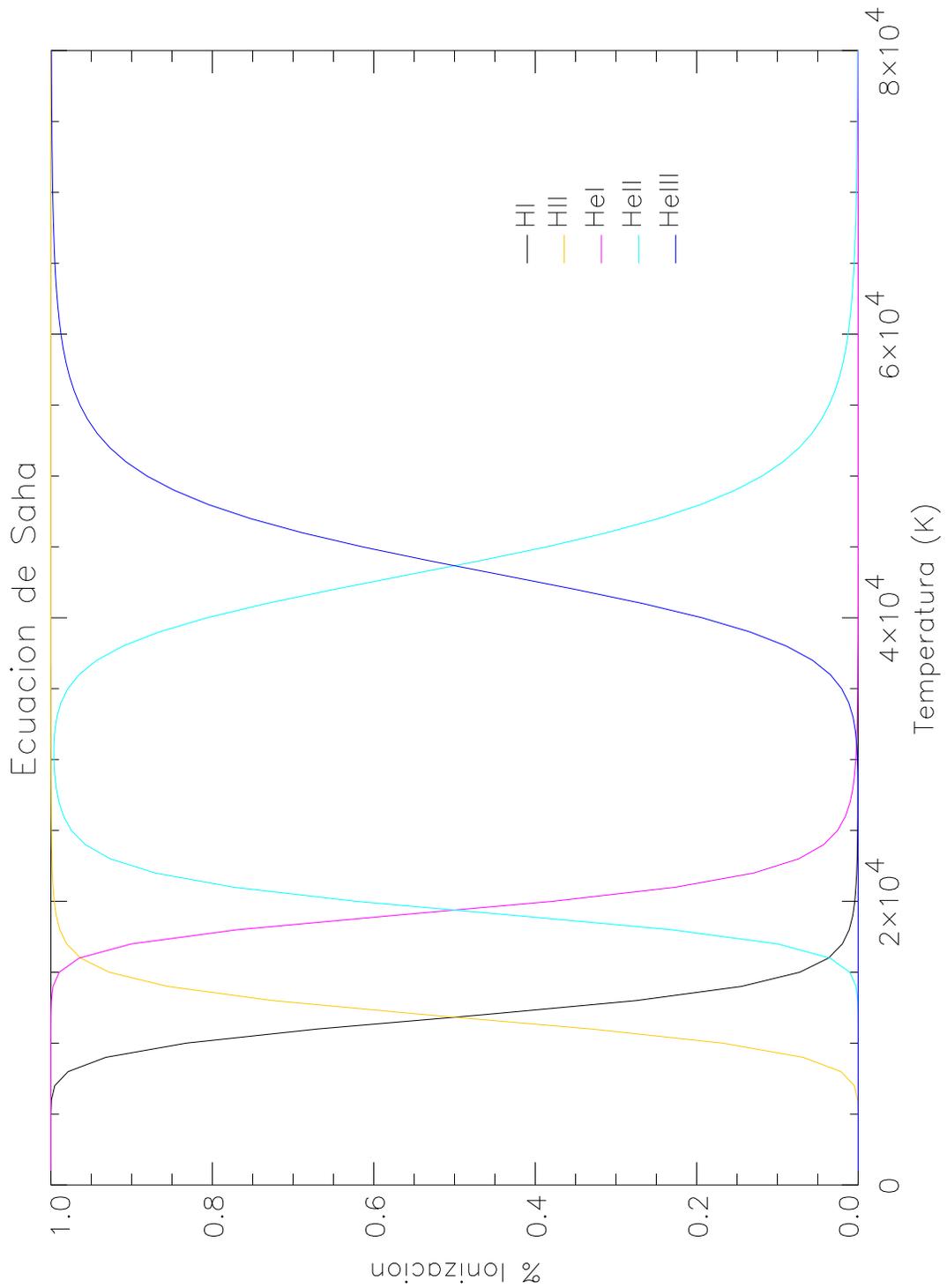


Figura 3.4: Diferentes poblaciones en equilibrio dependientes de la temperatura a partir de la ecuación de Saha.

entonces de la ecuación (3.3) sustituimos  $P_e = n_e kT$  con  $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{erg/K}$

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = -0.1761 - \log(n_e kT) + \log \frac{u_{i+1}}{u_i} + 2.5 \log T - \chi_{i,ion} \frac{5040}{T} \quad (3.5)$$

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = 15.6826 - \log(n_e) + \log \frac{u_{i+1}}{u_i} + 1.5 \log T - \chi_{i,ion} \frac{5040}{T} \quad (3.6)$$

definimos

$$f_{T,i}(n_e) = 15.6826 - \log(n_e) + \log \frac{u_{i+1}}{u_i} + 1.5 \log T - \chi_{i,ion} \frac{5040}{T}, \quad (3.7)$$

entonces

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = f_{T,i}(n_e),$$

despejando

$$N_{i+1} = 10^{f_{T,i}(n_e)} N_i,$$

para las diferentes especies tenemos

$$N_{H^+} = 10^{f_{T,H}(n_e)} N_H \quad (3.8)$$

$$N_{He^+} = 10^{f_{T,He}(n_e)} N_{He} \quad (3.9)$$

$$N_{He^{++}} = 10^{f_{T,He^{++}}(n_e)} N_{He^+}, \quad (3.10)$$

las cuales deben de cumplir

$$N_{H^0} + N_{H^+} + N_{He^0} + N_{He^+} + N_{He^{++}} = N_{tot} \quad (3.11)$$

$$N_{H^0} + N_{H^+} = N_H \quad (3.12)$$

$$N_{He^0} + N_{He^+} + N_{He^{++}} = N_{He} \quad (3.13)$$

$$N_H = 0.9 N_{tot} \quad (3.14)$$

$$N_{He} = 0.1 N_{tot}, \quad (3.15)$$

con los siguientes valores iniciales

$$N_H = 0.9 N_{tot} = 9 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$$

$$N_{He} = 0.1 N_{tot} = 1 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$$

$$N_e = 1 \times 10^{10} \text{cm}^{-3},$$

los cuales son necesarios suponer para iniciar el método numérico. Ahora bien, la contribución de electrones esta dada por los iones del H y del He

$$n_e = N_{H^+} + N_{He^+} + N_{He^{++}}. \quad (3.16)$$

Podemos reducir estas ecuaciones a solo 6

$$H^o = (0.9 * N_{tot}) / (1.0 + 10^{f_{T,H^o}(N_e)}) \quad (3.17)$$

$$H^+ = 0.9 * N_{tot} - H^o \quad (3.18)$$

$$He^o = 0.1 * N_{tot} / (1.0 + 10^{f_{T,He^o}(N_e)}(1.0 + 10^{f_{T,He^+}(N_e)})) \quad (3.19)$$

$$He^+ = 10^{f_{T,He^o}(N_e)} He^o \quad (3.20)$$

$$He^{++} = 10^{f_{T,He^+}(N_e)} He^+ \quad (3.21)$$

$$Ne = H^+ + He^+ + 2 * He^{++}. \quad (3.22)$$

Proponemos valores iniciales que dependen directamente de la temperatura. Para representar adecuadamente estos valores iniciales, debemos considerar la conservación de partículas.

Para temperaturas pequeñas usamos pocos electrones libres y estos electrones los repartimos entre el Hidrógeno y el Helio para formar una configuración inicial. En el código se pueden observar estos valores iniciales, los cuales fueron tomados a base de prueba y error. Usamos las 6 ecuaciones anteriores para resolver la ecuación de Saha de manera iterativa. El método numérico que se usó fue el del punto medio. Es decir, tomamos dos valores consecutivos, sacamos su promedio y ese es el nuevo valor:

$$x_i = \frac{x_i + x_{i-1}}{2}.$$

Con este método, la función converge rápidamente. La gráfica generada (figura 3.5) nos muestra las diferentes poblaciones dependiendo de la temperatura. Ahora bien, podemos normalizar los estados de ionización para que a partir de los diferentes cambios en la densidad de Hidrógeno total, podamos conocer el valor correcto de las especies consideradas. Para el caso de la densidad electrónica, tomamos como entrada el mismo modelo C de Vernazza et al. (1981). Para el caso de la zona de la Corona calculamos el valor de los electrones de acuerdo a sus estados de ionización para el Hidrógeno y el Helio. Para regiones mayores, tomamos el valor promedio para el medio interplanetario. Las interpolaciones de estos tres modelos pueden observarse en la Tabla 3.4 y graficados en la Figura 3.5. Como podemos observar, en la Figura 3.5, existe una pequeña protuberancia en el perfil de densidad electrónica, esta zona es producida por la contribución de los electrones producto de la ionización del Hidrógeno y del Helio.

### 3.6. Conclusiones

Pudimos observar que el cálculo de estos parámetros no es sencillo, por lo que es una buena idea tomar los valores ya publicados. Sin embargo, no existe un solo modelo que vaya desde la Fotósfera hasta la Corona, debido principalmente a la complejidad que involucra tratar la zona de transición. Además de que los procesos físicos que transcurren en cada una de estas zonas difieren demasiado, por lo que es imposible manejar todo con un solo modelo.

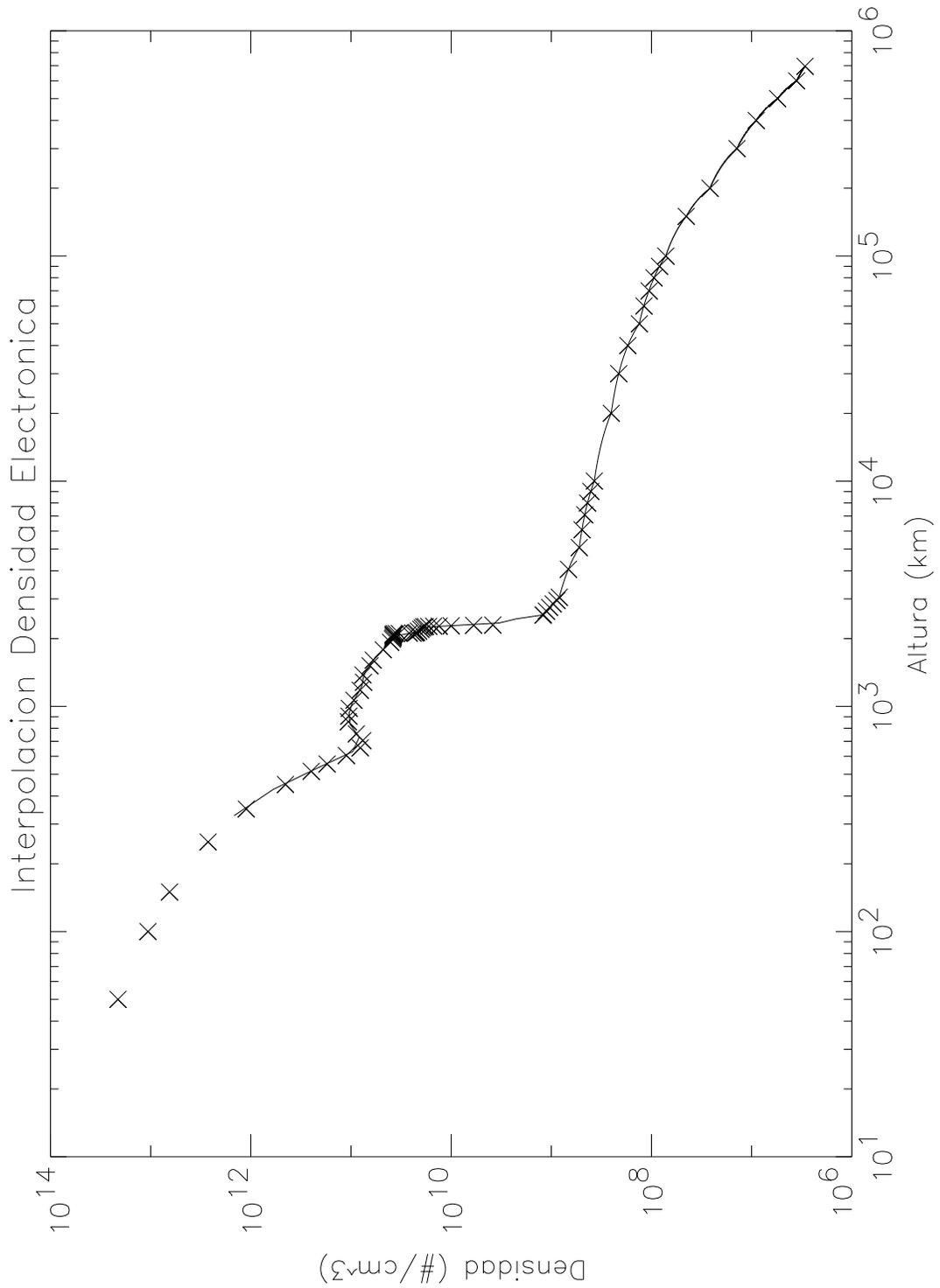


Figura 3.5: Interpolación para la densidad electrónica usando el modelo C de Vernazza et al. (1981), para regiones de la Corona usamos la neutralidad de carga

Altura (Km)	$n_e$ ( $cm^{-3}$ )	Altura (Km)	$n_e$ ( $cm^{-3}$ )
50	2.122e13	2263	1.812e10
100	1.066e13	2267	1.677e10
150	6.476e12	2271	1.498e10
250	2.674e12	2274	1.318e10
350	1.110e12	2280	9.993e9
450	4.516e11	2290	5.961e9
515	2.495e11	2298	3.839e9
555	1.733e11	2543	1.205e9
605	1.112e11	2.549000e+03	1.201195e+09
655	8.085e10	2.650000e+03	1.120306e+09
705	7.644e10	2.751000e+03	1.039418e+09
755	8.838e10	2.852000e+03	9.585295e+08
855	1.064e11	2.953000e+03	8.776411e+08
905	1.049e11	3.054000e+03	8.315760e+08
980	1.041e11	4.064000e+03	6.740160e+08
1065	9.349e10	5.074000e+03	5.256912e+08
1180	8.108e10	6.084000e+03	4.941792e+08
1280	7.486e10	7.094000e+03	4.626672e+08
1380	7.600e10	8.003000e+03	4.343064e+08
1515	6.456e10	9.013000e+03	4.027944e+08
1605	6.005e10	1.002300e+04	3.717240e+08
1785	4.771e10	2.002200e+04	2.519120e+08
1925	4.028e10	3.002100e+04	2.119160e+08
1990	3.858e10	4.002000e+04	1.719200e+08
2016	3.811e10	5.001900e+04	1.319749e+08
2050	3.792e10	6.001800e+04	1.187762e+08
2070	3.783e10	7.001700e+04	1.055810e+08
2080	3.780e10	8.001600e+04	9.438208e+07
2090	3.799e10	9.001500e+04	8.318320e+07
2104	3.705e10	1.000140e+05	7.199328e+07
2107	3.535e10	1.500000e+05	4.500000e+07
2109	3.306e10	2.000040e+05	2.600000e+07
2113	2.620e10	3.000950e+05	1.400000e+07
2115	2.402e10	4.000850e+05	9.000000e+06
2120	2.276e10	5.000750e+05	5.500000e+06
2129	2.219e10	6.000650e+05	3.551579e+06
2160	2.120e10	6.959140e+05	2.930477e+06
2200	2.009e10	1.490000e+08	1.000000e+01
2230	1.943e10		
2255	1.881e10		

Tabla 3.4: Perfil de Densidad Electrónica, altura desde la Fotósfera.

También pudimos observar que los modelos de Gabriel (1976) producen perfiles pero con una altura de escala arbitraria. Trabajos que involucren estos modelos deben de proponer un valor inicial para la escala de altura. Nosotros proponemos la escala impuesta por Vernazza et al. (1981), interpolamos los puntos intermedios y corregimos para que la curva sea suave desde la Fotósfera hasta la Corona.

Para calcular la densidad electrónica fuimos un poco mas allá. Tomamos los modelos de Vernazza et al. (1981) y los extendimos, usando los perfiles de Hidrógeno existentes y la abundancia relativa del Helio, calculamos sus estados de ionización para así tener electrones libres, suponiendo la conservación de carga. Con estas suposiciones generamos nuestro perfil de densidad electrónica. Ahora estamos listos para proponer un modelo numérico que resuelva la ecuación de transporte radiativo, para usar las funciones de opacidad estudiada con los perfiles presentados. Este modelo numérico tendrá que desenvolverse forzosamente en un modelo geométrico. En los siguientes dos capítulos trataremos estos temas.

# Capítulo 4

## Modelo Numérico para el Transporte Radiativo

### 4.1. Introducción

En el capítulo anterior estudiamos los perfiles de temperatura, densidad de hidrógeno, densidad electrónica y abundancias relativas. En este capítulo, propondremos un modelo numérico que resuelva la ecuación de transporte radiativo.

En particular, usaremos la idea de un conjunto de celdas plano paralelas infinitas (horizontalmente), consecutivas, de longitud  $dx$ , las cuales están inmersas en un medio caracterizado por su opacidad local y su emisividad local (figura 4.1). Estas dos propiedades dependen exclusivamente de su posición relativa en la geometría. De esta forma, resolvemos localmente (en cada celda) la ecuación de transporte para la línea de visión entre la fuente y el observador. Debido a que la desviación de las ondas electromagnéticas producida por el cambio del índice de refracción es insignificante en el caso de longitudes de onda centimétrica hasta el óptico (Kundu (1965)). También por esta razón la geometría que calcularemos en el siguiente capítulo son en esencia trayectorias rectas. En este modelo, no consideramos la dispersión, debido a que este fenómeno, el de una onda electromagnética dispersada a longitudes de onda milimétrica atravesando un plasma, es apreciable a muy bajas frecuencias (Thomson) o en partículas muy energéticas (Compton). Para cada celda resolvemos iterativamente la ecuación de transporte. Esta generalización se puede aplicar en una geometría particular. En el siguiente capítulo resolveremos la geometría radial 3D para el Sol. La idea es generar líneas de visión, cada línea sera transformada a este modelo numérico. Las propiedades locales en la posición relativa de cada celda del modelo numérico serán obtenidas de las posiciones absolutas en la geometría 3D calculadas por la línea de visión.

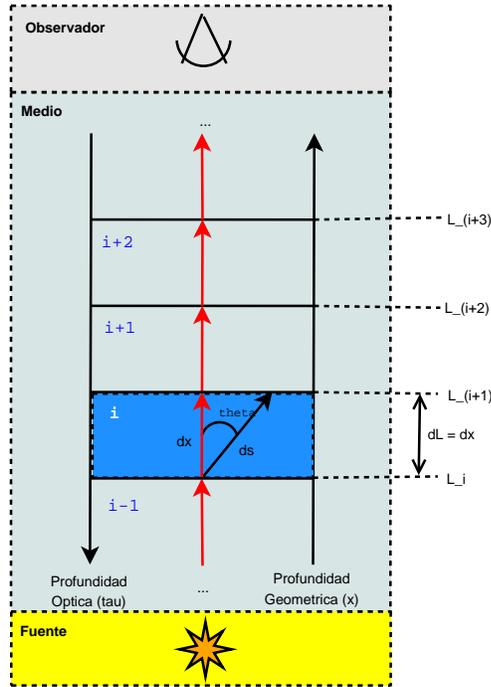


Figura 4.1: Geometría general para el modelo numérico.

## 4.2. Modelo Numérico para la Ecuación de Transporte

De la solución general para la ecuación de transporte radiativo (A.2), con las siguientes condiciones iniciales

$$\begin{aligned}\tau_2 &< \tau_1, \\ \mu &= 1,\end{aligned}$$

es decir, solo tomamos en cuenta la componente paralela a la línea de visión y tomamos una geometría para una atmósfera plano paralela, entonces la ecuación (A.2) se reduce a

$$I_\nu(L_o + dL) = I_\nu(L_o)e^{\tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu}} - \int_{\tau_{1,\nu}}^{\tau_{2,\nu}} S_\nu(\tau_\nu)e^{\tau_{2,\nu} - \tau_\nu} d\tau_\nu,$$

donde  $L_o$  es la posición inicial en nuestra celda y  $dL$  es su profundidad. Ahora bien, si suponemos que la función fuente es constante en una celda de longitud  $dL$  y tomamos su emisión como el promedio entre los puntos iniciales y finales de nuestra celda tenemos que

$$S_\nu(\tau_\nu) = S_\nu = S_\nu(L_o + dL/2),$$

entonces

$$\begin{aligned}I_\nu(L_o + dL) &= I_\nu(L_o)e^{\tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu}} \\ &\quad - S_\nu(L_o + dL/2) \int_{\tau_{1,\nu}}^{\tau_{2,\nu}} e^{\tau_{2,\nu} - \tau_\nu} d\tau_\nu,\end{aligned}$$

integrando

$$I_\nu(L_o + dL) = I_\nu(L_o)e^{\tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu}} + S_\nu(L_o + 0.5dL)(1 - e^{\tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu}}). \quad (4.1)$$

Ahora bien, por (A.1) sabemos que

$$\tau_\nu(L) = - \int_\infty^L k_\nu dL,$$

entonces

$$\tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu} = - \int_\infty^{L_o+dL} k_\nu dL + \int_\infty^{L_o} k_\nu dL,$$

se puede descomponer en

$$\begin{aligned} \tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu} &= - \int_\infty^{L_o+dL} k_\nu dL \\ &\quad + \int_\infty^{L_o+dL} k_\nu dL + \int_{L_o+dL}^{L_o} k_\nu dL, \end{aligned}$$

entonces

$$\tau_{2,\nu} - \tau_{1,\nu} = \int_{L_o+dL}^{L_o} k_\nu dL,$$

sustituyendo en (4.1) tenemos

$$I_\nu(L_o + dL) = I_\nu(L_o)e^{\int_{L_o+dL}^{L_o} k_\nu dL} + S_\nu(L_o + 0.5dL)(1 - e^{\int_{L_o+dL}^{L_o} k_\nu dL}),$$

podemos volver esta ecuación recursiva, suponiendo que la emisión que sale de la celda “i” esta dado por  $I_\nu(L_{i+1})$ , entonces

$$I_\nu(L_{i+1}) = I_\nu(L_i) \exp \left[ \int_{L_{i+1}}^{L_i} k_\nu dL \right] + S_\nu(L_i + 0.5dL) \left( 1 - \exp \left[ \int_{L_{i+1}}^{L_i} k_\nu dL \right] \right),$$

donde el primer sumando del lado derecho representa la absorción que sufre la energía electromagnética en el medio a lo largo de la trayectoria  $dL$  y el segundo sumando representa la energía electromagnética generada a lo largo de esa misma trayectoria  $dL$ .

Ahora bien, si utilizamos la regla del trapecio para resolver la integral

$$\int_{L_{i+1}}^{L_i} k_\nu dL = \frac{L_i - L_{i+1}}{2} (k_\nu(L_i) + k_\nu(L_{i+1}))$$

$$\int_{L_{i+1}}^{L_i} k_\nu dL = \frac{dL}{2}(k_\nu(L_i) + k_\nu(L_{i+1})),$$

finalmente llegamos a

$$I_\nu(L_{i+1}) = I_\nu(L_i) \exp \left[ -\frac{dL}{2}(k_\nu(L_i) + k_\nu(L_{i+1})) \right] + S_\nu(L_i + 0.5dL) \left( 1 - \exp \left[ -\frac{dL}{2}(k_\nu(L_i) + k_\nu(L_{i+1})) \right] \right). \quad (4.2)$$

Mas adelante veremos que

$$L_i = |\vec{r}_i|,$$

donde  $\vec{r}_i$  son los puntos generados por la malla 3D.

### 4.3. Conclusiones

La ecuación 4.2 es la solución numérica a la ecuación de transporte radiativo, la cual resolveremos con la geometría que explicaremos en el siguiente capitulo.

Dicha solución es iterativa y puede implementarse muy fácilmente ya que la emisión de entrada puede tomarse como la emisión de la salida anterior y solo se calcula una sola vez la profundidad óptica entre dos capas, por ejemplo:

```
I=0;
for (i=1;i<100,i++){
    tau= Tau(i);
    S = S_nu(i);
    I = I*exp(-tau) + S*(1+exp(-tau))
}
printf('I = %le', I);
```

Este modelo numérico puede utilizarse en cualquier geometría que utilice la aproximación de atmósferas plano paralelas. Es interesante observar que aun cuando trabajamos en función de la profundidad óptica, el resultado sea de nuevo con respecto a la profundidad geométrica. Esto en principio puede causar confusión, sin embargo hay que aclarar que la profundidad óptica entre dos capas no es la opacidad total, ya que la primera es solo un paso de integración, mientras que la opacidad total en cada punto es la integral desde el infinito hasta el punto en donde nos encontremos.

Es pues que nuestro modelo solo necesita la función de opacidad y la función fuente. Sin embargo para que estas funcionen, necesitan datos de la densidad y de la temperatura.

En el siguiente capitulo vamos a estudiar como la geometría 3D radial nos va a permitir por un lado contar con una trayectoria de integración y por otro lado nos permitirá obtener fácilmente los datos de los perfiles de temperatura y densidad.

# Capítulo 5

## Modelo Geométrico Tridimensional para el Sol Quietos

### 5.1. Introducción

La idea de generar un modelo tridimensional del Sol, es aprovechar los resultados que hasta ahora existen y al mismo tiempo simplificar los cálculos. Los modelos de temperatura y densidad electrónica promedio en el Sol quieto existen en la literatura como perfiles radiales que comienzan en la fotosfera y se extienden a diferentes distancias. Estos modelos radiales son la principal motivación de nuestra geometría.

Como veremos adelante, la geometría se basa en la generación de vectores radiales con origen en el centro de la esfera solar y que describen un conjunto de trayectorias a las que llamamos líneas de visión.

Dichas trayectorias representan las líneas de visión o caminos ópticos desde un observador, en este caso situado en la Tierra, y que integradas generan un punto de una imagen bidimensional.

Los vectores radiales tienen una doble finalidad, la primera es describir la malla de manera general y la otra es que la norma de dichos vectores nos permiten saber la posición absoluta en un perfil de temperatura y densidad. Dicho en otras palabras, dada una línea de visión, generamos un vector en un punto de esa línea de visión, ese vector al ser radial nos permite saber a qué altura de la fotosfera nos encontramos, al saber la altura, podemos obtener fácilmente los valores para ese punto en particular de un perfil de temperatura y densidad radial.

### 5.2. Modelo Solar 3D

Debido a que la imagen es bidimensional y a que las funciones de densidad y de temperatura para el Sol Quietos son radiales, proponemos que el origen del sistema de referencia de nuestro modelo sea el centro de la esfera solar. El eje Z es la recta que se forma del origen del sistema al centro de la esfera terrestre. Es importante recalcar que

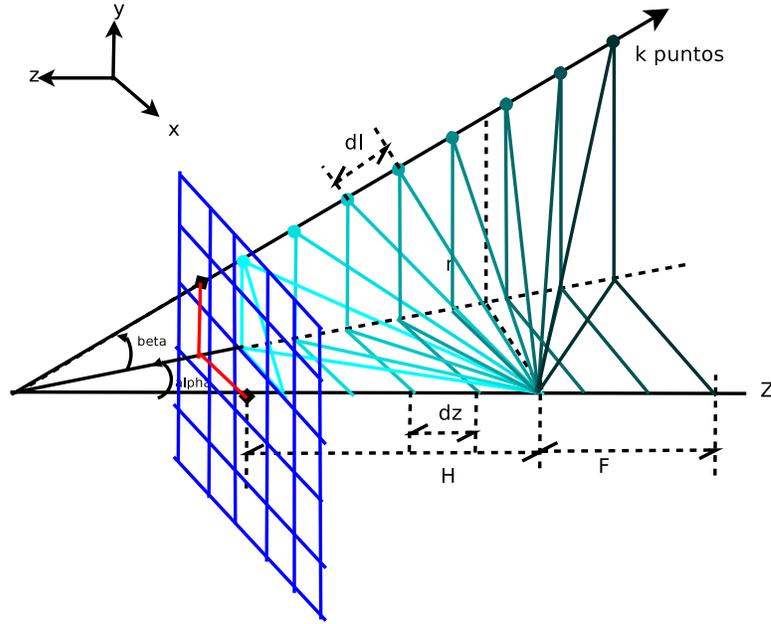


Figura 5.1: Definiendo el camino óptico para un píxel.

$z$  será positivo si esta entre el observador y el origen de nuestro sistema de coordenadas y negativo si se encuentra “atras” del origen de nuestro sistema de coordenadas, es importante recalcarlo porque más adelante veremos que para resolver la geometría hacemos uso de esta definición. El plano  $XY$ , es perpendicular al eje  $z$ . En este plano  $XY$  se formara la imagen.

Creemos una malla 3D, de tal manera que cada punto en el espacio esta definido como

$$\vec{r}_{\alpha_x, \beta_y}(z) = (r(\alpha_x, \beta_y, z), \theta(\alpha_x, \beta_y, z), \phi(\alpha_x, \beta_y, z))$$

donde  $r$  es la norma del vector,  $\theta$  el ángulo que se forma por la proyección del vector  $\vec{r}$  en el plano  $ZX$ ,  $\phi$  es el ángulo que se forma por la proyección del vector  $\vec{r}$  en el plano  $ZY$ ,  $z$  es la proyección en el eje  $Z$  del vector  $\vec{r}$ .

$\alpha_x$  y  $\beta_y$  son los ángulos que representan la posición del píxel  $(x, y)$  en la imagen (ver Figura 5.2). Para cada pareja  $(\alpha_x, \beta_y)$  existen  $k$  puntos, los cuales representan el camino óptico o línea de visión entre el observador y la atmósfera solar, la distancia entre cada punto en la línea de visión la definimos como  $dl$ , pero por comodidad usamos la proyección  $dz$  de esa distancia en el eje  $Z$  (ver figura 5.1).

Definimos 3 constantes:

1. La distancia promedio entre la tierra y el Sol:  $UA = 1.5 \times 10^8$  km.
2. El radio solar:  $R_{\odot} = 6.96 \times 10^5$  km.

Las siguientes son variables que definen la densidad de puntos en la malla.

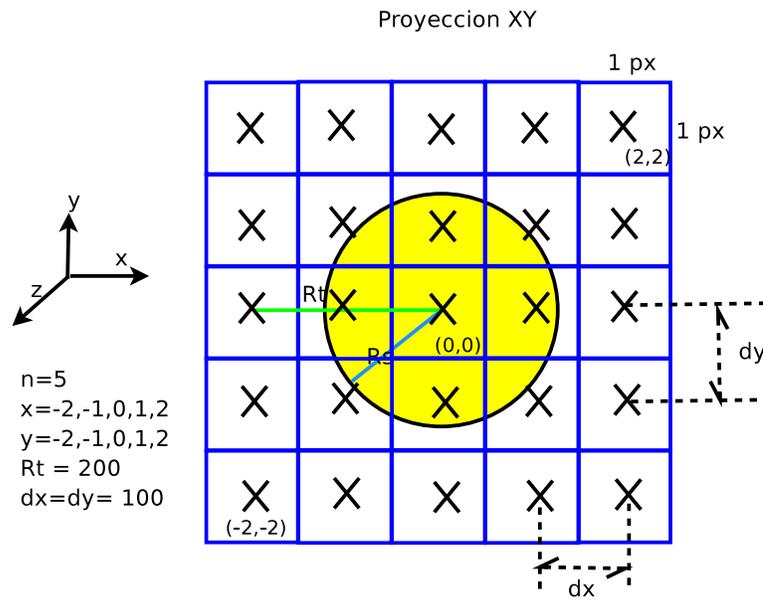


Figura 5.2: Matriz de ángulos que representan los píxeles de la imagen formada en el plano XY.

- $n$ : Resolución  $n \times n$  de la imagen en píxeles, entero siempre impar.
- $x$ : Variable que va desde  $-(n-1)/2$  hasta  $(n-1)/2$ .
- $y$ : Variable que va desde  $-(n-1)/2$  hasta  $(n-1)/2$ .
- El radio total a integrar en la proyección XY:  $R_T = 2R_{\odot}$ .
- $F$ : Variable que define inicio de la integración en radios solares: 0 implica comenzar en el Sol, -1 implica comenzar un radio solar detrás del centro del Sol, 1 comienza a integrar un radio solar entre el centro del Sol y el observador, en principio  $F = -R_T$ .
- $H$ : la distancia a la que se detendrá la integración en radios solares, el valor por omisión es  $H = R_T$
- $dl$ : Paso de integración en km.

Es importante hacer notar que la principal variable en nuestro código es “z”, ya que nos definirá en donde comenzará y donde terminará la integración en la línea de visión pero proyectada sobre el eje Z.

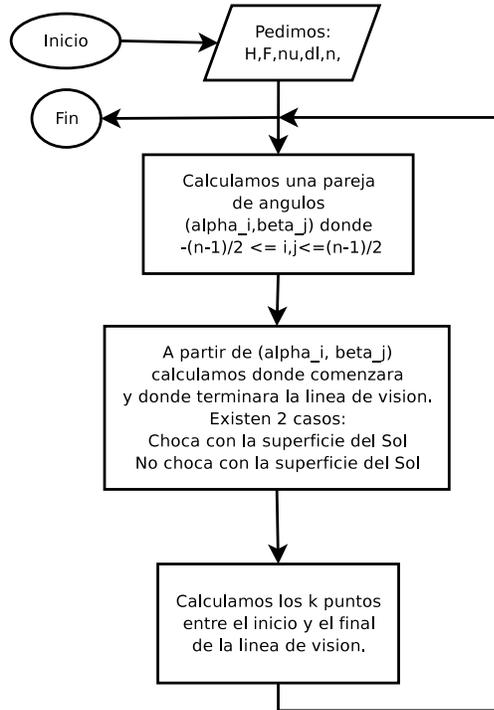


Figura 5.3: Modelo lógico global.

### 5.2.1. Pseudocódigo

Para tener una idea más clara de lo que se pretende, presentamos el pseudocódigo de la generación del modelo geométrico. Como se puede observar en la figura 5.3, el primer paso es calcular la matriz de ángulos

$$M_{n,n} = \left\{ (\alpha(x), \beta(y)) \mid \frac{-(n-1)}{2} \leq x, y \leq \frac{n-1}{2} \right\}$$

para cada pareja de ángulos  $M_{x,y}$  calculamos el inicio y el final de la integración. Recordemos que el usuario define estas variables como F y H, pero existe el caso en que la superficie del Sol intersecta a la línea de visión, si existe este caso entonces redefiniríamos

$$F = z_0,$$

donde  $z_0$  es la proyección en el eje Z del punto de intersección entre la línea de visión y la superficie solar. Una vez calculado estos dos puntos procedemos a generar el conjunto

$$L_{x,y} = \{r(\alpha_x, \beta_y, z), \theta(\alpha_x, \beta_y, z), \phi(\alpha_x, \beta_y, z) \mid z_0 \leq z \leq H \text{ y } z = m * dz, m \in N\},$$

donde

$$|L_{x,y}| = k_{x,y},$$

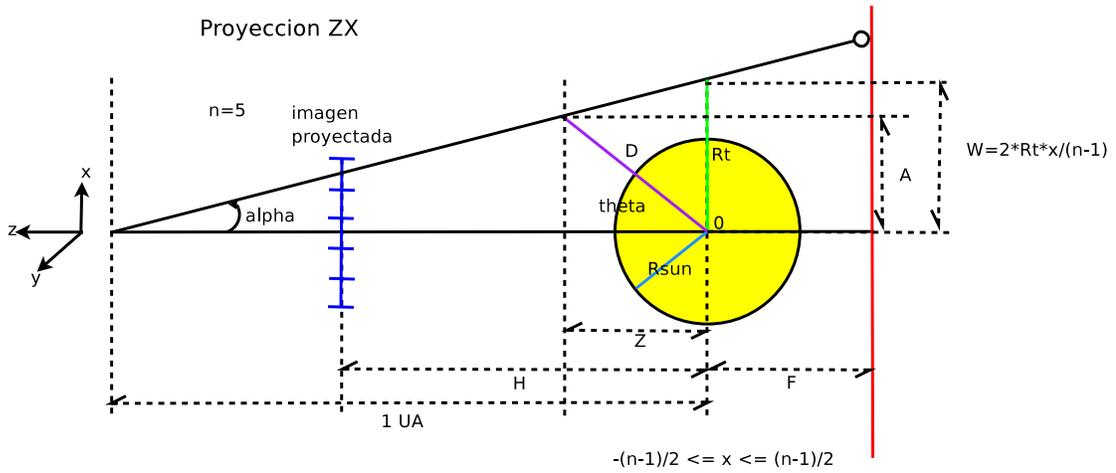


Figura 5.4: Definiendo el ángulo  $\alpha$ .

ya que  $dz$  es constante y las líneas de visión tienen longitudes diferentes. A continuación desarrollaremos matemáticamente cada punto del pseudocódigo.

### 5.2.2. Definiendo el ángulo $\alpha$

De la figura 5.4 podemos observar que el ángulo  $\alpha$  es

$$\tan(\alpha) = \frac{W}{UA},$$

ahora bien,  $2R_T$  es la longitud total de integración en el plano XY (ver imagen 5.2), si lo dividimos entre  $(n - 1)$  obtendremos los  $dx$  o intervalos entre líneas de visión en el eje x. Si los multiplicamos por un entero  $x$  tal que

$$\frac{-(n-1)}{2} \leq x \leq \frac{n-1}{2},$$

tenemos todos los puntos en nuestro eje x definidos por la geometría. Sustituyendo  $W$  y despejando

$$\alpha(x) = \arctan\left(\frac{2R_T}{UA(n-1)}x\right). \quad (5.1)$$

### 5.2.3. Definiendo el ángulo $\beta$

Como podemos ver de la figura 5.5 si suponemos  $z = 0$ , se forma un triángulo rectángulo con segmentos UA,  $2 * R_t * x / (n - 1)$  y C. El ángulo  $\beta$  está definido en términos del segmento C. Por el teorema de Pitágoras

$$C = \sqrt{\left(\frac{2R_T}{n-1}x\right)^2 + UA^2}$$

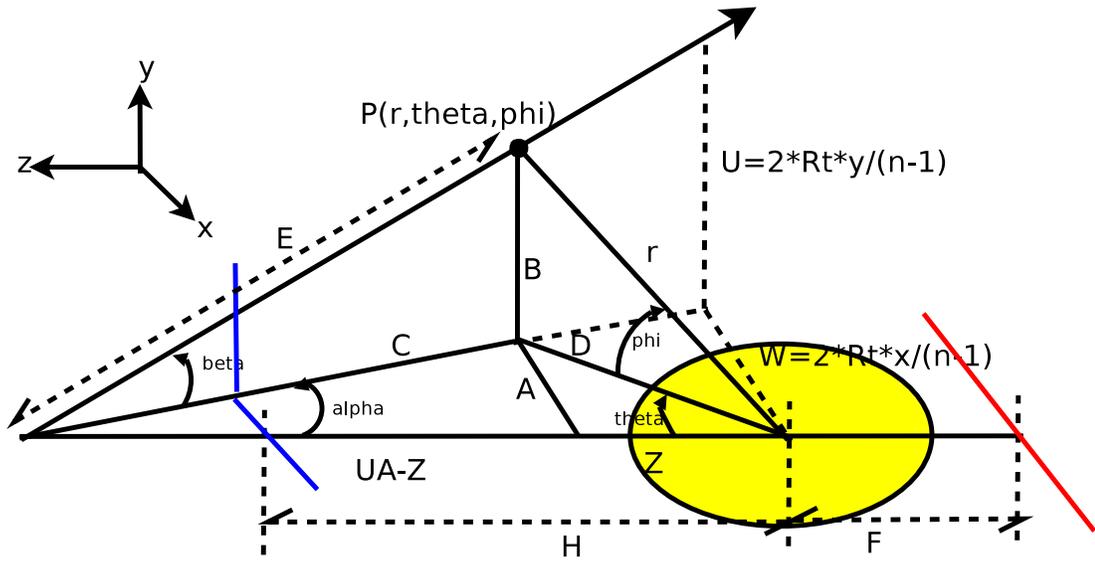


Figura 5.5: Definiendo la geometría para  $\beta$ .

entonces

$$\tan(\beta) = \frac{U}{C}$$

tomando la misma analogía del ángulo  $\alpha$  para calcular W, podemos decir que

$$U(y) = \frac{2R_T}{n-1}y$$

tal que “y” es un entero entre

$$\frac{-(n-1)}{2} \leq y \leq \frac{n-1}{2}$$

sustituyendo y despejando

$$\beta(x, y) = \arctan\left(\frac{2R_T}{\sqrt{(2R_Tx)^2 + ([n-1]UA)^2}}y\right) \quad (5.2)$$

#### 5.2.4. Calculando el punto $z_A$

Sea  $z_A$  la proyección en el eje z del punto de intersección de nuestra línea de visión con la esfera solar. Es importante recalcar que  $z_A$  se calcula solo en el caso de que una línea de visión choque con la esfera solar, si se da ese caso  $z_A$  sera tomado como punto de inicio de integración, en otro caso se tomara el valor definido por el usuario ( $F$ ).

De la figura 5.5, suponemos que  $r = R_{\odot}$  y  $z = z_A$ , con el proposito de definir las restricciones de intersección. Con  $r = R_{\odot}$ , restringimos el caso en el cual las líneas

de visión forzosamente choquen con la superficie de la esfera solar y al mismo tiempo, definimos ese punto como  $z_A$ , el cual es la proyección de la intersección en el eje  $z$ .

Ahora, para calcular  $z_A$  tenemos que utilizar los resultados anteriores y suponer el punto de intersección. Encontramos que existen dos soluciones, una para la parte “anterior” de la superficie solar y otra para la “posterior”, tomamos como válida la solución positiva o “posterior”, debido a que suponemos que las líneas de visión chocan por la parte de atrás del Sol y entonces comenzamos a integrar en la continuación de esa línea de visión pero en su cara opuesta, la que podemos observar desde la Tierra.

Así que, para realizar esta tarea, calculamos el segmento  $A$ ; con  $A$  y  $\alpha$  podemos calcular  $C$ ; con  $C$  y  $\beta$  calculamos  $B$ ; como sabemos  $r$  y  $B$  podemos calcular  $D$ ; con  $A$  y  $D$  finalmente podemos calcular  $z_A$ . Entonces

$$\sin(\alpha) = \frac{A}{C},$$

despejando

$$C = \frac{A}{\sin(\alpha)},$$

ahora

$$\tan(\alpha) = \frac{A}{UA - z_A},$$

despejando

$$A = (UA - z_A) \tan(\alpha),$$

sustituyendo

$$C = \frac{(UA - z_A) \tan(\alpha)}{\sin(\alpha)},$$

reduciendo

$$C = \frac{UA - z_A}{\cos(\alpha)}, \quad (5.3)$$

ahora bien

$$\tan(\beta) = \frac{B}{C},$$

despejando

$$B = C \tan(\beta),$$

sustituyendo a  $C$  de 5.3

$$B = \frac{UA - z_A}{\cos(\alpha)} \tan(\beta). \quad (5.4)$$

Si de nuevo, observamos la Figura 5.5, con  $B$  y  $r = R_{\odot}$ , calculamos por Pitágoras

$$R_{\odot}^2 = B^2 + D^2,$$

despejando

$$D = \sqrt{R_{\odot}^2 - B^2}$$

y sustituyendo  $B$  por 5.4

$$D = \sqrt{R_{\odot}^2 - \left( \frac{UA - z_A}{\cos(\alpha)} \tan(\beta) \right)^2}.$$

Ahora con  $D$  y  $A$  calculamos de nuevo por Pitagoras

$$D^2 = A^2 + z_A^2,$$

sustituyendo a  $D$  y  $A$  en la ecuación anterior, tenemos que

$$R_{\odot}^2 - \left[ \frac{UA - z_A}{\cos(\alpha)} \tan(\beta) \right]^2 = ((UA - z_A) \tan(\alpha))^2 + z_A^2,$$

desarrollando

$$R_{\odot}^2 - (UA - z_A)^2 \left[ \frac{\tan^2(\beta)}{\cos^2(\alpha)} + \tan^2(\alpha) \right] - z_A^2 = 0.$$

Para facilitar las cosas definimos

$$K_1 = \frac{\tan^2(\beta)}{\cos^2(\alpha)} + \tan^2(\alpha), \quad (5.5)$$

entonces

$$R_{\odot}^2 - K_1(UA - z_A)^2 - z_A^2 = 0,$$

desarrollando

$$(K_1 + 1)z^2 - 2K_1(UA)z_A + K_1(UA)^2 - R_{\odot}^2 = 0,$$

es decir, una ecuación de segundo grado. Para resolverla usamos la solución clásica

- $a = K_1 + 1$
- $b = -2K_1(UA)$
- $c = K_1(UA)^2 - R_{\odot}^2$

donde

$$z_A = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

sustituyendo

$$z_A(\alpha, \beta) = \frac{2K_1(UA) \pm \sqrt{(2K_1(UA))^2 - 4(K_1 + 1)(K_1(UA)^2 - R_{\odot}^2)}}{2(K_1 + 1)}. \quad (5.6)$$

Tomamos el valor positivo de la raíz ya que como explicamos, queremos la proyección en la dirección del observador y esta siempre es positiva.

### 5.2.5. Definiendo $z_0$

$z_0$  es el punto inicial de nuestro algoritmo en el eje  $z$ . Como se puede suponer, existen 2 casos: cuando la línea de visión choca con la superficie del Sol y cuando no la toca. Recordemos que  $F$  es el inicio de la integración,  $F$  es negativo si el inicio de integración es “detrás” de la esfera solar y positivo en otro caso. En nuestro algoritmo en realidad proponemos:

- $F > 0$

Calculamos

$$r = |\vec{r}_{\alpha_x, \beta_y}(F)|$$

- Si  $r \geq R_{\odot}$  entonces  $z_0 = F$ .
- Si  $r < R_{\odot}$  entonces  $z_0 = z_A(\alpha_x, \beta_y)$ .

- $F \leq 0$

En este caso, calculamos

$$r = |\vec{r}_{\alpha_x, \beta_y}(0)|$$

- Si  $r \geq R_{\odot}$  entonces  $z_0 = F$ .
- Si  $r < R_{\odot}$  entonces de nuevo  $z_0 = z_A(\alpha_x, \beta_y)$ .

En 5.2.7 definimos como calcular  $\vec{r}$ .

### 5.2.6. Definiendo $dz$

Una vez calculado el valor inicial, necesitamos calcular el paso de integración proyectado en el eje  $z$ . Como podemos observar en la imagen 5.6, podemos usar los triángulos semejantes, entonces como sabemos  $dl$  y  $\beta$

$$\cos(\beta) = \frac{C_1}{dl}$$

$$C_1 = \cos(\beta)dl$$

y

$$\cos(\alpha) = \frac{dz}{C_1}$$

$$dz = \cos(\alpha)C_1,$$

sustituyendo

$$dz(\alpha, \beta, dl) = \cos(\alpha) \cos(\beta)dl. \quad (5.7)$$

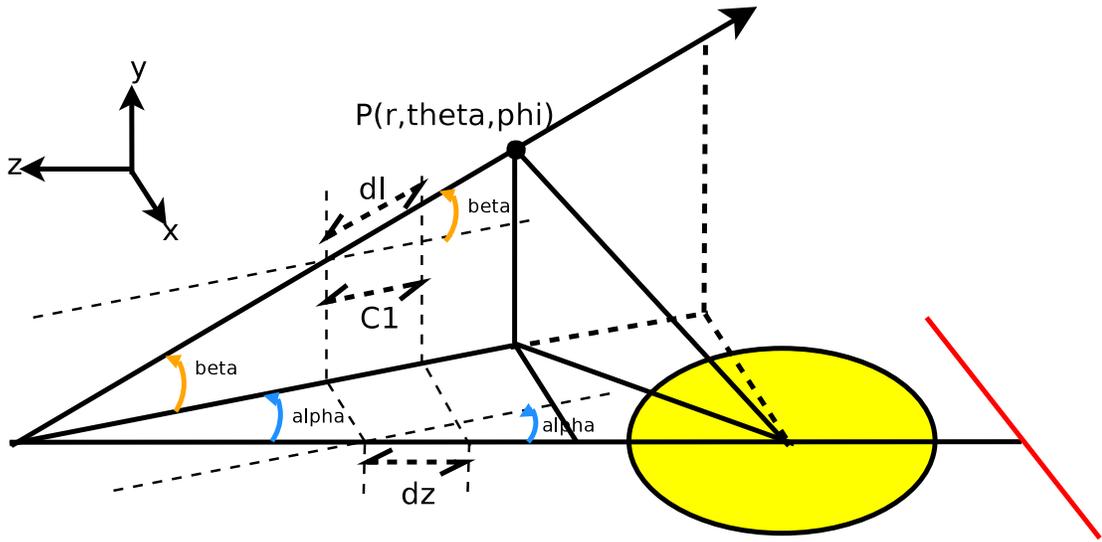


Figura 5.6: Definiendo la longitud  $dz$ .

### 5.2.7. Definiendo $\vec{r}_{\alpha,\beta}(z)$

El vector  $\vec{r}$  está definido a partir de tres variables que ya hemos calculado:  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $z = mdz$  con  $m \in \mathbb{N}$ . Procedemos entonces a calcular las 3 funciones principales de este trabajo,  $\theta$ ,  $\phi$  y  $r$ .

- Calculando  $\theta(\alpha, z)$   
De la figura 5.8 sabemos que

$$\cos(\alpha) = \frac{UA - z}{C},$$

hay que recordar que  $z = 0$  cuando se intersecta con el eje x, negativo si esta antes del eje x y positivo cuando esta entre el eje x y el observador. Despejando

$$C = \frac{UA - z}{\cos(\alpha)},$$

por la ley de los cosenos

$$D = \sqrt{UA^2 + C^2 - 2(UA)C \cos(\alpha)},$$

entonces, de nuevo por la ley de los cosenos

$$C^2 = UA^2 + D^2 - 2(UA)D \cos(\theta),$$

despejando, finalmente llegamos a

$$\theta = \arccos \left( \frac{UA^2 + D^2 - C^2}{2(UA)D} \right). \quad (5.8)$$

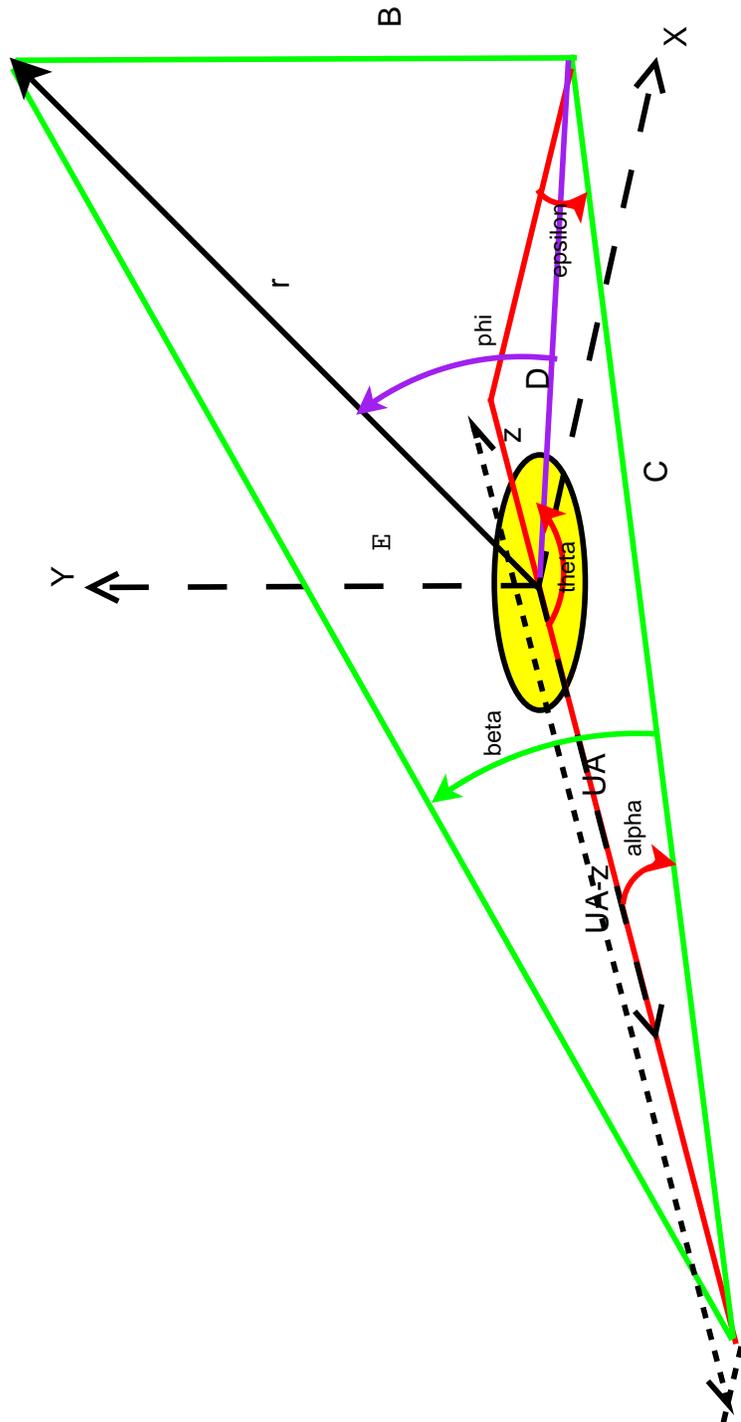


Figura 5.7: Geometría para calcular  $\vec{r}_{\alpha, \beta}(z)$ .

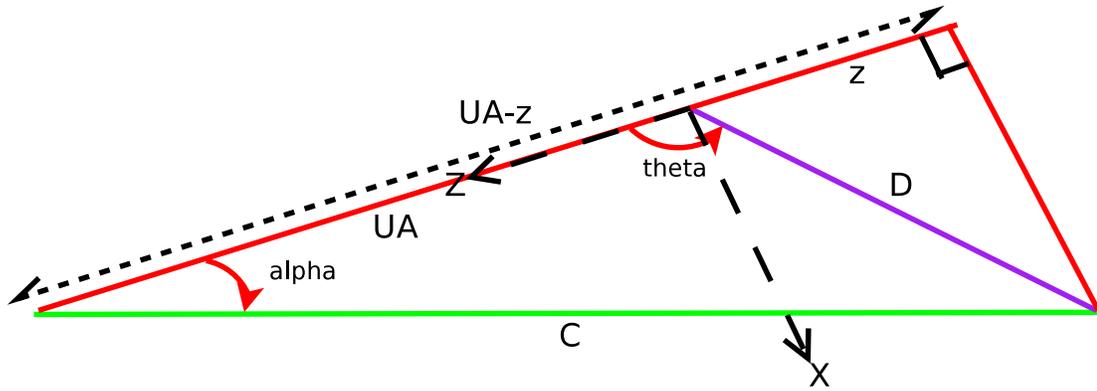


Figura 5.8: Calculando  $\theta$ .

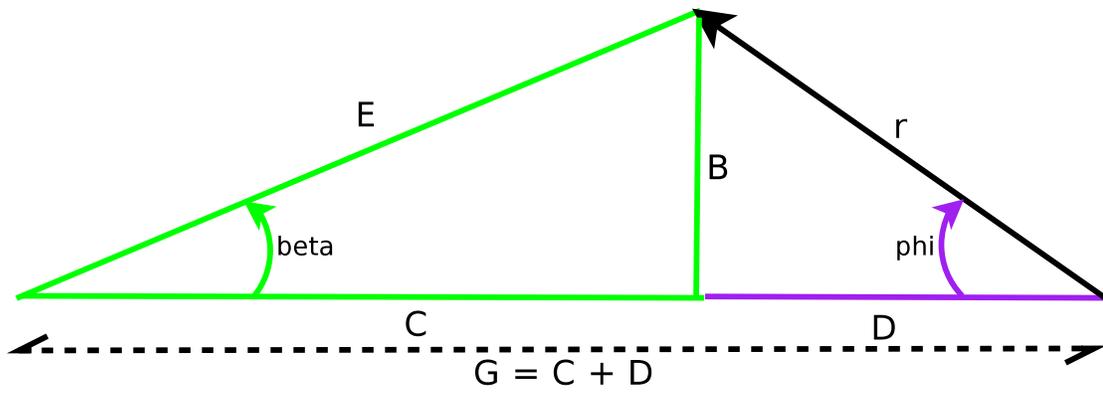


Figura 5.9: Calculando  $\phi$ .

- Calculando  $r(\alpha, \beta, z)$   
De la figura 5.9 podemos ver que

$$\tan(\beta) = \frac{B}{C},$$

despejando

$$B = C \tan(\beta)$$

y el ejercicio anterior sabemos  $D$ , entonces por Pitagoras

$$r = \sqrt{B^2 + D^2}. \quad (5.9)$$

- Calculando  $\phi(\alpha, \beta, z)$   
De la figura 5.9 tenemos que

$$E = \sqrt{B^2 + C^2}$$

y

$$G = C + D,$$

entonces podemos usar de nuevo la ley de los cosenos

$$E^2 = G^2 + r^2 - 2Gr \cos(\phi),$$

para finalmente

$$\phi = \arccos\left(\frac{G^2 + r^2 - E^2}{2Gr}\right). \quad (5.10)$$

### 5.2.8. Transformando a coordenadas rectangulares

Para visualizar correctamente necesitamos transformar nuestro sistema a coordenadas rectangulares. Tomamos

$$\cos(\phi) = \frac{D}{r},$$

despejando

$$D = r \cos(\phi),$$

ahora

$$\sin(\theta) = \frac{x}{D},$$

entonces

$$x = r \cos(\phi) \sin(\theta). \quad (5.11)$$

Ahora

$$\sin(\phi) = \frac{y}{r},$$

despejando

$$y = r \sin(\phi). \quad (5.12)$$

Sabemos que

$$\cos(\theta) = \frac{z}{D},$$

entonces

$$z = r \cos(\phi) \cos(\theta). \quad (5.13)$$

### 5.2.9. Ecuaciones generales para el modelo 3D

Las siguientes ecuaciones representan los pasos intermedios en la generación del modelo geométrico

$$K_1 = \frac{\tan^2(\beta)}{\cos^2(\alpha)} + \tan^2(\alpha) \quad (5.14)$$

$$C = \frac{UA - z}{\cos(\alpha)} \quad (5.15)$$

$$D = \sqrt{UA^2 + C^2 - 2(UA)C \cos(\alpha)} \quad (5.16)$$

$$B = C \tan(\beta) \quad (5.17)$$

$$E = \sqrt{B^2 + C^2} \quad (5.18)$$

$$G = C + D \quad (5.19)$$

$$(5.20)$$

Finalmente presentamos las ecuaciones generales para nuestro modelo geométrico

$$\alpha(x) = \arctan\left(\frac{2R_T}{UA(n-1)}x\right) \quad (5.21)$$

$$\beta(x, y) = \arctan\left(\frac{2R_T}{\sqrt{(2R_T x)^2 + ([n-1]UA)^2}}y\right) \quad (5.22)$$

$$z_A(\alpha, \beta) = \frac{2K_1(UA) \pm \sqrt{(2K_1(UA))^2 - 4(K_1 + 1)(K_1(UA))^2 - R_\odot^2}}{2(K_1 + 1)} \quad (5.23)$$

$$dz(\alpha, \beta, dl) = \cos(\alpha) \cos(\beta) dl \quad (5.24)$$

$$r(\alpha, \beta, z) = \sqrt{B^2 + D^2} \quad (5.25)$$

$$\theta(\alpha, \beta, z) = \arccos\left(\frac{UA^2 + D^2 - C^2}{2(UA)D}\right) \quad (5.26)$$

$$\phi(\alpha, \beta, z) = \arccos\left(\frac{G^2 + r^2 - E^2}{2Gr}\right) \quad (5.27)$$

$$x(r, \theta, \phi) = r \cos(\phi) \sin(\theta) \quad (5.28)$$

$$y(r, \theta, \phi) = r \sin(\phi) \quad (5.29)$$

$$z(r, \theta, \phi) = r \cos(\phi) \cos(\theta) \quad (5.30)$$

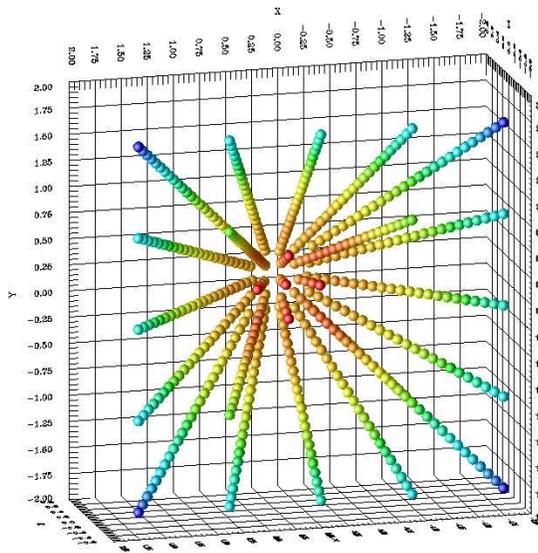


Figura 5.10: Geometría de prueba vista desde “atrás” del Sol.

### 5.3. Geometría de Prueba

Para probar el código y por ende nuestro sistema de ecuaciones, construimos una geometría con las siguientes características:

- $n = 5$
- $R_T = 1$
- $R_{\odot} = 0.5$
- $UA = 1$
- $dl = 0.1$

Estas condiciones iniciales fueron tomadas como base para ejecutar una biblioteca de prueba llamada geometry.h. Los resultados pueden observarse en la gráfica 5.11. Puede observarse que los valores de las trayectorias coinciden con las esperadas. Para una visión mas clara, podemos observar la figura 5.10, donde el color rojo indica una mayor proximidad al centro del sistema y el color azul la parte mas alejada. Podemos observar que los cortes en las trayectorias coinciden con un radio igual a 0.5, que es el esperado.

### 5.4. Conclusiones

En este capitulo desarrollamos una geometría tridimensional desde cero. Construimos una biblioteca de alto nivel para C. Esta biblioteca fue probada con un modelo sencillo.

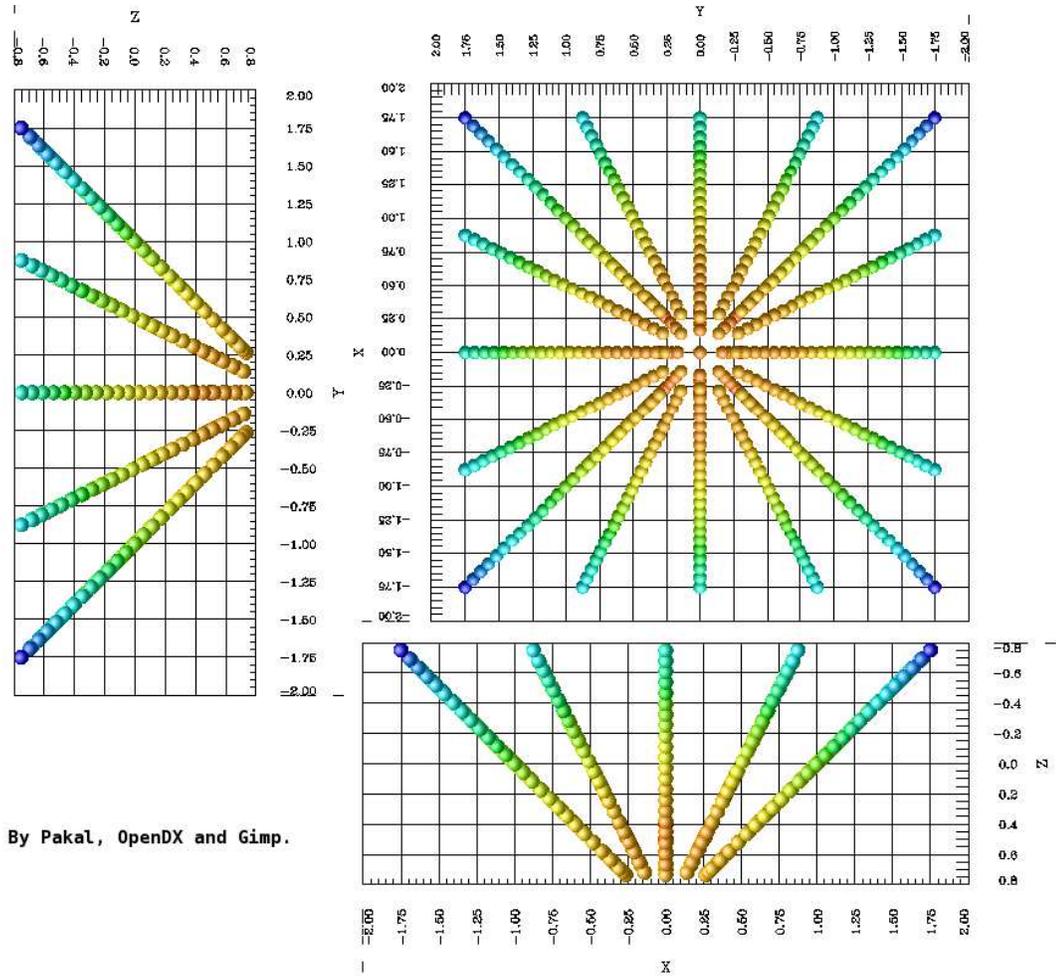


Figura 5.11: Proyección en el plano XY, ZY y XZ de los caminos óptico de prueba.

Sin embargo no fue fácil desarrollar ni implementar la biblioteca pues existen valores donde la computadora comete errores, en especial para ángulos pequeños, por lo que tuvimos que ajustar nuestras ecuaciones a las necesidades numéricas de la computadora. Por ejemplo, en ninguna ecuación del modelo geométrico se encuentra la función seno, pues ésta función, a valores cercanos a cero, produce errores para el sistema (Entrega de resultado cero y en el caso de que se encuentre como divisor, un valor infinito). Muchos NaN fueron encontrados por esta razón, los cuales fueron corregidos cambiando las expresiones en términos de la función coseno.

También utilizamos algunos trucos para no quebrarnos más la cabeza a la hora de definir la dirección de los ángulos. Fue más sencillo suponer siempre los ángulos positivos y verificar en qué cuadrante nos encontramos a partir de las coordenadas del píxel. Combinando estos dos datos, pudimos producir coordenadas  $r, \theta, \phi$  correctamente.

Ahora, vamos a una de las partes más engorrosas de este trabajo, la implementación de todas las ideas. Y para que fuera más interesante, nos propusimos utilizar algoritmos semi-inteligentes y eficientes. Utilizaremos herramientas de cómputo no muy convencionales en Astrofísica para eficientar la resolución de nuestra geometría.

La idea es que una vez teniendo la infraestructura geométrica, un algoritmo independiente (autómata) maneje la malla a su antojo, siempre y cuando respete la rigidez que le impone la propia geometría.

# Capítulo 6

## Implementación

### 6.1. Introducción

En esta sección explicaremos el proceso de construcción del algoritmo que llamamos *Pakal*, el cual tiene una licencia de Software Libre y esta construido totalmente en C. También explicaremos el funcionamiento de *tulum*, un autómatas celular que a base de consejos de un experto puede decidir como integrar la ecuación de transporte. La idea en si es muy interesante, pues logramos encapsular la geometría, el modelo numérico, el modelo físico, las condiciones iniciales, los métodos numéricos y las condiciones físicas de manera totalmente independiente. Una no afecta a la otra y sin embargo juntas producen las imágenes bidimensionales multifrecuencia que estamos buscando. Para comenzar, vamos a describir el pseudocódigo que seguimos para generar una imagen. Esta descripción no incluye la forma en que integramos, esa parte la dejamos en la sección de *tulum*.

### 6.2. Pseudocódigo

A continuación, describiremos los pasos intermedios que seguimos para la generación de la imagen bidimensional:

1. Leemos los valores iniciales.
2. Leemos los archivos de temperatura, densidad electrónica, Hidrógeno total y de los estados de ionización HII, HeII y HeIII.
3. Calculamos los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  para un píxel  $x, y$ .
4. Dados estos ángulos, calculamos el inicio de la integración  $z_0$ .
5. Si el inicio de la integración es sobre la superficie solar y la frecuencia crítica del plasma en ese sitio es menor a la frecuencia a la que realizamos el cálculo,

entonces la radiación de fondo es la de un cuerpo negro a la temperatura del sol en la fotosfera. En otro caso, la radiación de fondo es 0.

6. Calculamos el siguiente punto  $\vec{r}_i = (r, \theta, \phi)$ . Sabiendo  $r$ , calculamos la temperatura  $T$  por interpolación lineal.
7. Con la temperatura, calculamos el estado de ionización de HII, HeII y HeIII.
8. Con los estados de ionización, el Hidrógeno total a la altura  $r$  y las abundancias relativas, calculamos el número de especies o iones.
9. Con el numero de iones y leyendo la densidad electrónica a esa misma altura  $r$  calculamos la opacidad en la posición “ $i$ ”.
10. Con la opacidad en la posición “ $i$ ” y con la opacidad de la posición anterior “ $i - 1$ ”, calculamos la profundidad óptica  $\tau_i$ , que va de la posición “ $i - 1$ ” a la posición “ $i$ ”.
11. Como sabemos la temperatura  $T$ , también calculamos la emisión con la función fuente.
12. Con la emisión de la función fuente, la profundidad óptica y la emisión de fondo, calculamos la emisión saliente  $I_\nu$  de la celda “ $i$ ”.
13. Esta emisión, ahora se vuelve la emisión de fondo que entra a la celda “ $i + 1$ ”.
14. Calculamos el siguiente paso de integración.
15. Una vez calculado el paso de integración, calculamos iterativamente para la celda  $i + 1$ , hasta llegar al tope de integración.
16. El resultado final  $I_\nu$  es la emisión integrada en el píxel  $(x, y)$ . Ahora, calculamos iterativamente para cada píxel  $(x, y)$  para formar una imagen de resolución  $n \times n$ .

Ahora bien, para hacer mas efectivo el algoritmo, no se integra a pasos constantes, mas bien tratamos de encontrar donde se genera la mayor cantidad de emisión de manera automática, usando un autómata celular.

La idea es que el autómata se informe a partir de la geometría y de las condiciones del medio y decida que es lo mas apropiado para generar un buen cálculo.

El algoritmo pregunta si se refleja la energía en esa capa, este fenómeno se debe a que la frecuencia critica del medio puede afectar en la propagación de ondas electromagnéticas. Si es así, la onda se refleja, como es el caso de la ionosfera y las ondas de radio.

Si se refleja entonces el autómata supone que es una parte interesante de la atmósfera exterior y comienza a caminar hacia adelante en la trayectoria de una manera cautelosa (dl pequeño), hasta que encuentra que ya no hay reflexión y entonces comienza a calcular la emisión de una manera detallada a intervalos que nosotros le podemos mandar.

Una vez que la emisión es despreciable, el autómata da pasos grandes hacia adelante para no perder tiempo, y en el camino va calculando la emisión y la absorción para saber si no hay datos que puedan afectar a sus mediciones. Es importante hacer notar que esos pasos grandes los definimos y hay que tener cuidado de no dar saltos que sean tan grandes para perder algún efecto importante. A cada paso grande se integra toda la línea de visión que esta afectada en esos pasos.

Si en uno de esos pasos, la integración muestra que hay o mucha absorción mucha emisión se regresa justo antes de dar el paso grande y comienza de nuevo un análisis detallado, en busca de la zona que afecta a la emisión o absorción.

Finalmente entrega el resultado y comienza con otra línea de visión. El algoritmo de este autómata al que nombramos *tulum*.

Este autómata puede hacerse tan complejo como queramos y puede explorar y decidir entre diferentes regiones de la atmósfera superior del sol, elegir diferentes funciones de opacidad o reaccionar de acuerdo a los procesos físicos que se le impongan.

Finalmente para calcular el numero de iones, construimos a *Kalacmul*, el cual resuelve la ecuación de Saha, para el Hidrógeno y el Helio.

Una descripción mas detallada de ambos algoritmos se puede encontrar en las secciones siguientes.

## 6.3. Pakal

Pakal es el software que construimos para implementar las ecuaciones [2.1], [2.4], [2.13], [3.3], [4.2], [5.1], [5.2], [5.6],[5.7], [5.8], [5.9] y [5.10].

Esta construido totalmente en C, compilado con gcc-4.1.2 para la distribución Debían 3.1 Sarge de Linux.

### 6.3.1. Arquitectura

Pakal se encuentra programado de forma modular, utilizando una técnica de orientación a objetos pero en programación secuencial<sup>1</sup>.

El truco es usar estructuras en C que se comporten como objetos, con esto ganamos encapsulamiento que es una de las principales ventajas en la programación orientada a objetos. El encapsulamiento es aislar los procedimientos que tengan algo en común y juntarlos en una sola clase, en este caso una biblioteca.

Así, Pakal tiene 7 bibliotecas y un main:

- `pakal.c` : Es el main de nuestro programa, se encarga de coordinar las otras bibliotecas.
- `physics.h` : Aquí se encuentran las constantes físicas que usamos en todo el proyecto.

---

<sup>1</sup> Muy pocos programadores conocen esta técnica, ya que en sí parece una contradicción. Ésta técnica fué desarrollada por Antonio Tellez de la Facultad de Ciencias de la UNAM.

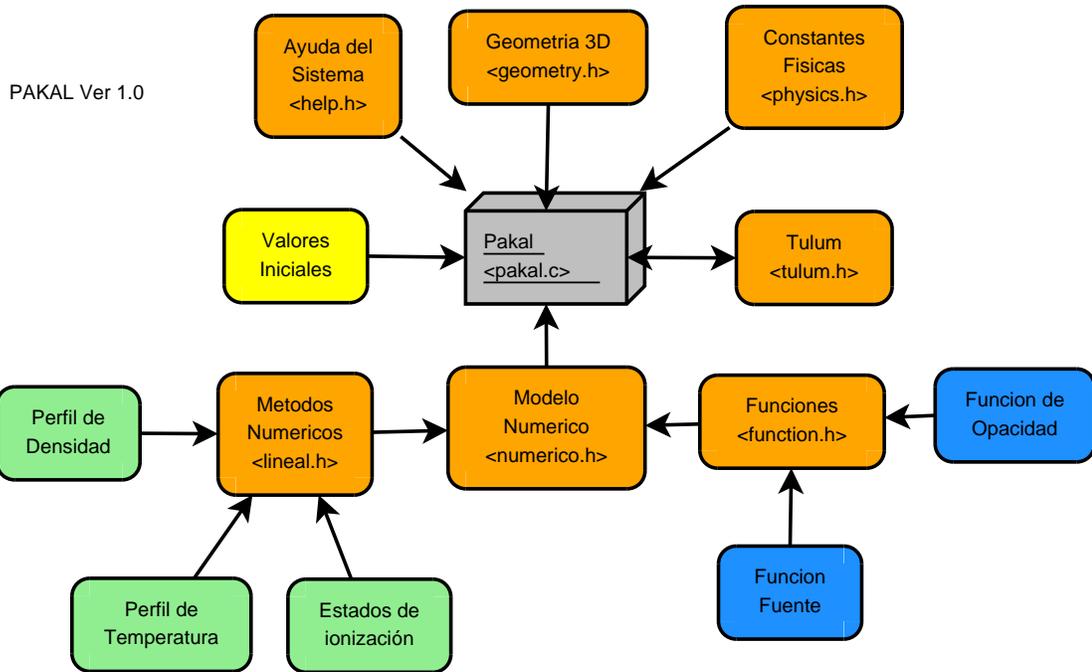


Figura 6.1: Arquitectura de Pakal.

- lineal.h : Están las funciones de interpolación, en este caso, interpolación lineal.
- geometry.h : Están las funciones para generar la geometría tridimensional.
- functions.h : Se encuentran las funciones de Opacidad, Profundidad Óptica y Función Fuente del proyecto.
- modelonumerico.h : Implementa el modelo numérico.
- tulum.h : Se encuentra el autómata celular tulum.
- help.h : La ayuda que puede brindar el sistema.

En la Figura 6.1, podemos observar el diagrama arquitectónico de Pakal. También podemos distinguir en naranja las bibliotecas, en amarillo las entradas de consola, en verde las entradas de archivo y en azul las entradas de biblioteca. Este tipo de entradas las describiremos en la siguiente subsección.

Como podemos observar, la modularidad de Pakal nos permite modificar el código sin necesidad de saber las demás partes del algoritmo. Por ejemplo, si queremos implementar una nueva forma de interpolar, solo es cuestión de modificar la librería lineal.h. Si queremos modificar las funciones de opacidad, solo necesitamos modificar la biblioteca functions.h, etc.

### 6.3.2. Entradas

Existen 3 tipos de entradas:

1. De Biblioteca.
2. De Archivos.
3. De Consola.

La entrada de *Biblioteca* son las implementadas dentro del programa, en este caso, la frecuencia critica del medio ( $\nu_0$ ), la opacidad ( $k_{\nu}$ ), la definición de profundidad óptica ( $\tau$ ) y la función fuente ( $S_{\nu}$ ) son entradas de biblioteca que se pueden programar en lenguaje C.

En este caso, estas funciones están definidas en la biblioteca `functions.h` e implementadas en `functions.c`

```
double nu_0(double ne);
double k_nu(double T, double n_e, double HII,
            double HeII, double HeIII, double nu);
double Tau(double k1, double k2, double dx);
double S_nu(double nu, double temperature);
```

Como observamos, las funciones tienen como entrada los valores de tipo `double`. Estos valores se encuentran en el sistema CGS.

El siguiente tipo de entrada, son las entradas de tipo *Archivo*. Estas entradas se encuentran normalmente en el directorio “data” y contiene los siguientes archivos en formato ASCII a dos columnas:

- `electronic.dat`: Contiene el perfil de la densidad electrónica (Altura en Km contra densidad electrónica  $cm^{-3}$ ).
- `hydrogen.dat`: Contiene el perfil de Hidrógeno total (Altura en Km contra densidad de Hidrógeno  $cm^{-3}$ ).
- `temperature.dat`: Contiene el perfil de Temperatura (Altura en Km contra temperatura en K).
- `HI.dat`: Contiene el porcentaje normalizado de Hidrógeno neutro (Temperatura en K contra % de Hidrógeno neutro).
- `HII.dat`: Contiene el porcentaje normalizado de Hidrógeno ionizado (Temperatura en K contra % de Hidrógeno ionizado).
- `HeI.dat`: Contiene el porcentaje normalizado de helio neutro (Temperatura en K contra % de helio neutro).

- HeII.dat: Contiene el porcentaje normalizado de helio una vez ionizado (Temperatura en K contra % de helio una vez ionizado).
- HeIII.dat: Contiene el porcentaje normalizado de helio dos veces ionizado (Temperatura en K contra % de helio dos veces ionizado).

El ultimo tipo de entrada son las entradas de *Consola*, los cuales se dan en la linea de comando, este tipo de entrada pueden consultarse si se ejecuta en una terminal

```
./pakal -help
```

este comando, desplegara la siguiente información

Pakal 1.0 GNU/GPL license

```
usage: pakal [-wl wavelength / -nu frequency] [-h high]
            [-f floor] [-detail nDetail] [-big nStep]
            [-r resolution]
            [-o output_file] [-t temperature_file]
            [-d density_file] [-xy x y] [-l line] [-v nsave]
            [-min min_intensity] [-detail detail_is] [-? help]
```

Where:

wavelength	Wavelength (mm).
frequency	Frequency (Hz) [43e9].
high	Stop integration point (solar radii) [2].
floor	Start integration point (solar radii) [-2].
nDetail	Length of integration step (km) [1].
nStep	Big integration step = nStep*nDetail [100] .
resolution	Image resolution (px) [5].
output_file	Output file [sun.dat].
temperature_file	Input temperature file [data/temperature.dat].
density_file	Input density file [data/density.dat].
x y	x,y image coordinate to calculate only in one pixel.
line	y image coordinate to calculate only in a line (*,y).
min_intensity	The local minimal intensity to stop the detailed integration [1e-25].
nsave	Steps saving data in verbose mode [10]

Por ejemplo, si queremos una imagen de 1025x1025 píxeles con un paso de integración detallado de 1 km, de integración grande de 100km, considerando solo la emisión mayor a  $10^{-25}$  de intensidad especifica a una frecuencia de 17GHz y que los resultados los escriba en el archivo sun4.dat, escribimos

```
./pakal -detail 1 -min 1e-25 -r 1024 -big 100 -nu 17e9 -o sun4.dat
```

tomará como datos por omisión el inicio y el final de integración (-2 y +2  $R_{\text{Sun}}$ ) y la localización de los archivos de entrada (./data/).

### 6.3.3. Salidas

Pakal nos da como resultado un archivo con la estructura :  $xyI$  en formato ASCII, donde “x y” es la posición en la imagen e “I” es la intensidad específica en el píxel  $xy$ . Posteriormente podemos reconstruir la imagen leyendo la posición y asociarle una paleta de colores a la intensidad específica. Para ese trabajo, construimos un pequeño programa llamado `pakal2png`, el cual lee los datos producidos por Pakal y como resultado genera una imagen `png`.

También tenemos la posibilidad de integrar un solo píxel con la opción `-xy`, o una línea horizontal de píxeles con la opción `-l`.

Una opción muy útil es `-v`, la cual nos da 2 archivos de salida:

1. `perfiles.dat`: Archivo en formato ASCII con la siguiente información:  $z, r, T, n_e, H, HI, HII, HeI, HeII, HeIII$ . Donde  $z$  es la altura en el eje Z en Km,  $r$  es la distancia a la superficie solar en Km,  $T$  es la temperatura en K,  $n_e, H, HI, HII, HeI, HeII$  y  $HeIII$  la densidad en  $cm^{-3}$  de cada especie.
2. `emision.dat`: Archivo en formato ASCII con la siguiente información:  $z, r, k, \tau, I, I_t$  y  $T_b$ . Donde  $z$  es la altura en el eje Z en Km,  $r$  la distancia a la superficie solar en Km,  $k$  la opacidad en  $km^{-1}$ ,  $\tau$  la profundidad óptica a la distancia  $r$  integrada sobre la distancia  $dl$ , en general esta integrada sobre  $-dz_{detail}$ ,  $I$  es la intensidad específica de la función fuente,  $I_t$  es la intensidad específica total y  $T_b$  es la temperatura de brillo.

Estos datos, nos muestran la evolución de la emisión en profundidad, desde la fotosfera o inicio de la integración hasta el tope de integración. Es importante mencionar que los datos se imprimen cada `nsave*detail` (Km) en el caso de integración detallada o `nsave*dL` (Km) en el caso de integración general. La razón es que la cantidad de datos producidos, generaban archivos de varios gigabytes, siendo prácticamente imposibles de analizar. Una corrida normal con pasos de integración generales de 100km y detallados de 1km, a 17GHz producen archivos de 2 Mbytes por cada píxel si `nsave=100`.

### 6.3.4. Modificando Parámetros de Entrada

Los parámetros de entrada de forma de texto deben de obedecer las siguientes restricciones:

- Los datos deben ser en formato ASCII.
- Pueden usarse enteros o flotantes, en su forma normal o exponencial, ejemplo: 0, 0.2,  $1e20$ ,  $1e-20$ ,  $2.00001e+02$ , etc.
- Cada dato debe estar separado por espacios en blanco o un tabulador.
- Cada par de datos deben de estar separados por un return.

- En el caso de los perfiles de Temperatura, Densidad Electrónica y Densidad de Hidrógeno los datos de la primera columna deben de estar en Kilómetros.
- Para el caso de la temperatura, los datos de la segunda columna deben de estar en Kelvin.
- En el caso de los perfiles de densidad electrónica y de Hidrógeno, los datos de la segunda columna deben ser de número de partículas sobre centímetro cúbico.
- Para el caso de los porcentajes de ionización, la segunda columna debe de estar en un rango entre 0 y 1. La primera columna debe de estar en Kelvin.
- Los datos en todos los casos deben de considerar los valores extremos, ya que la interpolación lineal toma el primer par de puntos y el ultimo par de puntos para calcular los valores que no se pueden interpolar debido a que estan fuera de rango. Por ejemplo, si el primer par de puntos dan una pendiente de  $-1$ , puede llegar a darse el caso de que si consideramos valores mucho menores al primer punto de nuestros datos, la interpolación lineal dará resultados negativos, cuando posiblemente nosotros esperabamos valores iguales a cero. En este caso, debemos de introducir un par de valores al inicio de nuestros datos con valores de cero, para que la interpolación pueda calcular correctamente los valores fuera de rango. Esto se da especialmente en los archivos de porcentaje de ionización. Por ejemplo, para el porcentaje de Hidrógeno neutro, muchas veces, a temperaturas muy altas los valores dan negativos, por lo que es necesario poner un par de ceros a 10,000K y 20,000K en nuestro archivo de datos, para que la interpolación de valores correctos (ceros) a temperaturas altas.

Para el caso de modificar la función de opacidad, la función de densidad critica o la función fuente hay que tener en cuenta los siguientes factores:

- El archivo que hay que modificar es functions.c.
- Las variables que usamos para obtener las densidades de especies no necesitan ser modificadas, a menos que las abundancias relativas se modifiquen. En versiones posteriores, pensamos hacerlo de manera automática, es decir, pasarlo como parámetro de entrada.
- La opacidad debe de estar en  $km^{-1}$ .
- Las frecuencias están en Hertz.
- Las distancias son a la fotosfera en kilómetros.
- Las temperaturas están en Kelvin.
- En caso de hacer modificaciones, es necesario limpiar (make clean) y recompilar (make), en su caso, también reinstalar (make install).

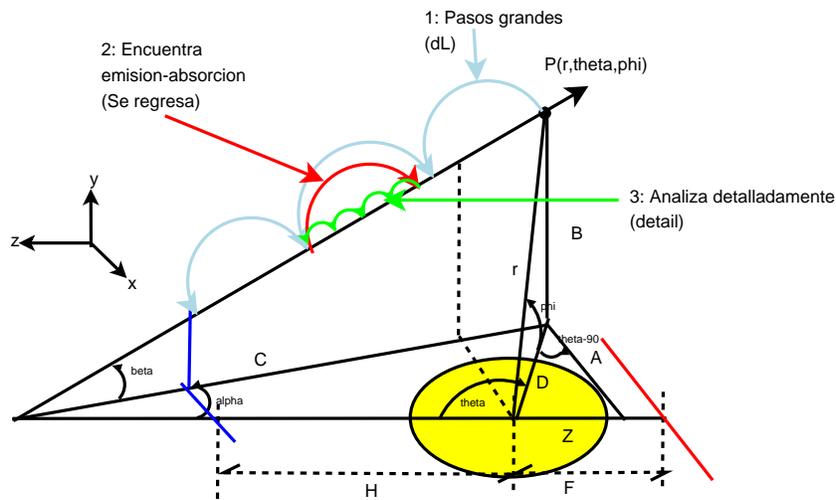


Figura 6.2: Geometría en la que se desenvuelve el autómata tulum.

### 6.3.5. Compilación e Instalación de Pakal

Para mas información es preferible leer el README y el INSTALL de la ultima versión de Pakal, sin embargo para compilarlo solo es necesario ejecutar en una terminal

```
make
```

y para instalarlo

```
make install
```

siempre y cuando estemos trabajando en un sistema Unix-like.

## 6.4. Tulum

El autómata que ejecutamos para resolver la ecuación de transporte de manera mas estructurada y eficiente es el llamado autómata tulum. Podemos observar en la figura 6.2 la forma en que trabaja tulum. Tulum maneja 3 aspectos de forma independiente:

1. Un experto que recibe la posición y las condiciones físicas en ese lugar. Con estos datos, el experto responde si vale la pena integrar esa parte y recomienda que paso de integración usar.
2. Un autómata con estados que maneja los cambios en los pasos de integración. El sabe en donde se encuentra y con un valor de entrada dice a donde se debe ir y que procesos ejecutar.
3. Un coordinador que maneja los pasos de integración y las decisiones que toma el experto.

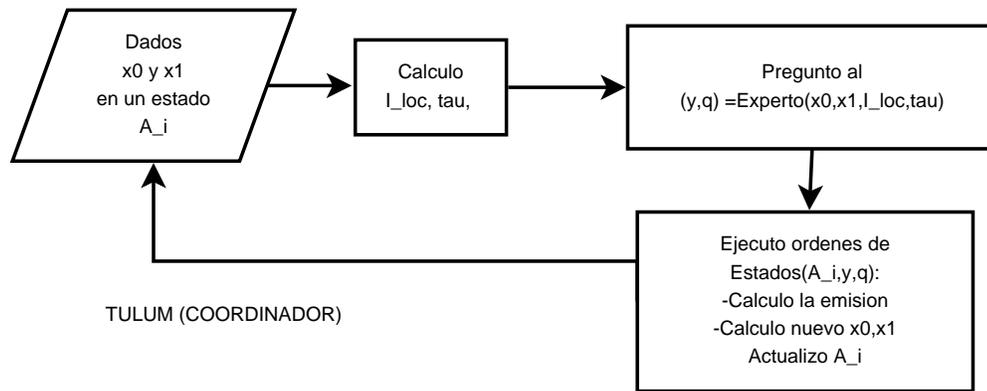


Figura 6.3: Diagrama de flujo del coordinador para tulum.

Es claro que esto es un proceso muy engorroso, sin embargo ganamos en encapsulamiento. Es decir, el experto puede ser ampliado con mas conocimientos y el funcionamiento del autómata mejorará sustancialmente sin necesidad de reprogramar toda la lógica de estados. Además, conceptualmente es muchísimo mas fácil de trabajar, ya que en versiones posteriores podremos ampliar la base de conocimientos del experto fácilmente.

El proceso que se sigue para coordinar a los tres actores de Tulum es el siguiente:

1. El coordinador comienza en su estado base, propone dos posiciones  $x_a$  y  $x_b$  a partir de la geometría. De antemano, suponemos que ya se calculó la radiación de fondo. Con estas dos posiciones, por eficiencia, calculamos la profundidad óptica, la frecuencia critica y la emisión local entre  $x_a$  y  $x_b$ .
2. Estos datos se los enviamos al experto.
3. Con los datos, el experto dice que le pasa a las ondas electromagnéticas en ese punto (se reflejan, se absorben o se propaga sin muchos problemas) y recomienda el siguiente paso de integración (imagen 6.4). Hay que recalcar que el experto solo mira hacia adelante.
4. Con las recomendaciones del experto, el coordinador mira en su tabla de estados, cada estado tiene una serie de instrucciones a seguir, dependiendo de las recomendaciones del experto. Esta tabla de estados es importante y no es trivial, ya que va recordando la forma en que se esta haciendo el análisis y depende de las decisiones anteriores para tomar una nueva decisión (figura 6.5).
5. Al mirar las instrucciones en la tabla de estados, el coordinador ejecuta la opción que case en ese momento con las recomendaciones del experto y a partir de las condiciones decide entre seguir adelante con la integración o bien retrocede para analizar mas detenidamente.

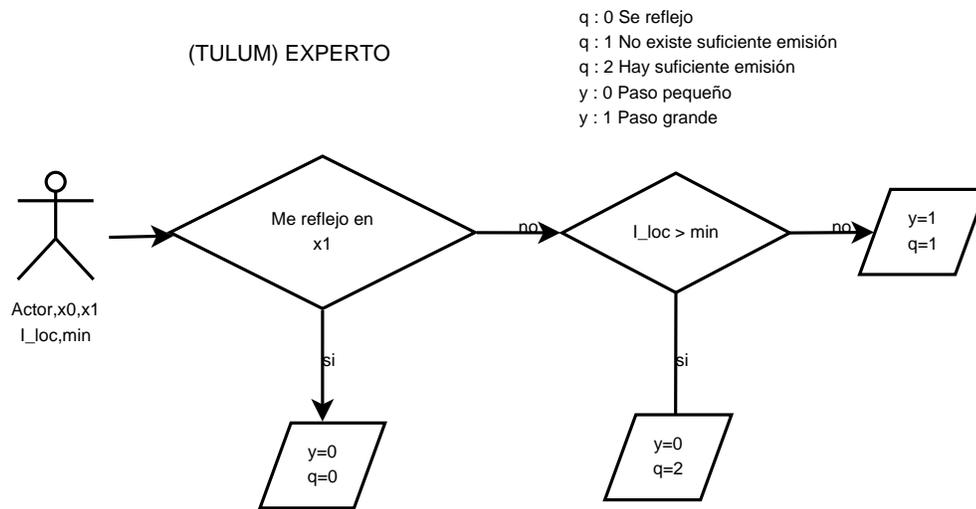


Figura 6.4: Diagrama de flujo del experto para tulum.

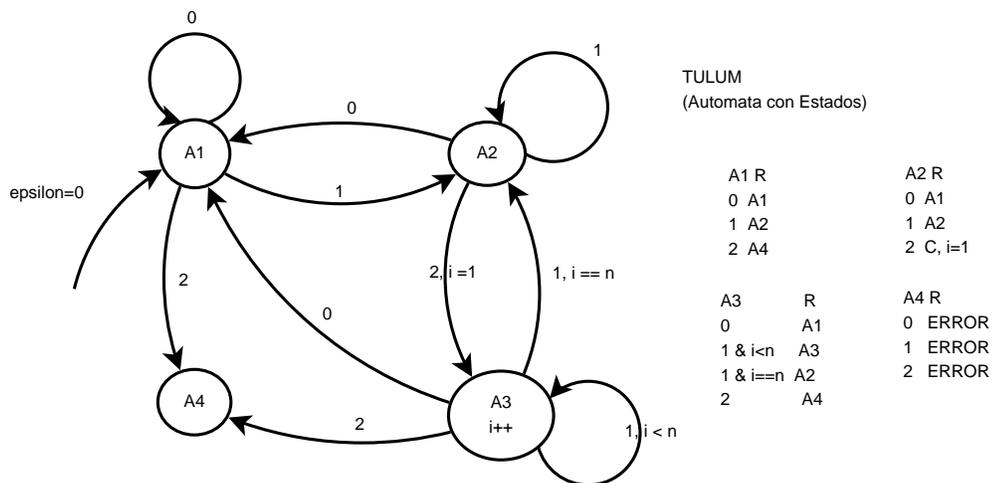


Figura 6.5: Diagrama de estados para el autómata tulum.

6. Si decide seguir adelante calcula las nuevas coordenadas y se repite el proceso.
7. Si decide retroceder, lo realiza, anotando en su tabla de estados que está en un proceso de análisis detallado y una vez que termina y regresa al punto de donde retrocedió. Vuelve al análisis cotidiano.

Todo esto se realiza para cada línea de visión. Pero volvamos de nuevo a la figura 6.5.

Variable	Valor	Significado
y	0	El siguiente paso debería ser pequeño.
	1	El siguiente paso debería ser grande.
	2	El siguiente paso debería ser hacia atrás
q	0	No se puede propagar la onda.
	1	Hay muy poca emisión.
	2	Hay suficiente emisión.

Tabla 6.1: Tabla de estados para el sistema experto

Este diagrama nos indica la verdadera complejidad del algoritmo de búsqueda de emisión. Lo que nos dice, es que entramos al estado A1 por omisión, suponiendo que estamos integrando a pasos pequeños. El coordinador calcula las variables necesarias  $(I_l, \tau)$ , se las envía al experto y el experto da su recomendación, es decir, regresa el par de variables  $y, q$  (ver tabla 6.1) al coordinador.

Ahora, el coordinador mira en su tabla de decisiones (tabla 6.2), ejecuta la instrucción, calcula el nuevo punto a partir del paso  $dz$  y recoge el resultado  $\epsilon$ .

Conociendo  $\epsilon$  va a la tabla de estados (tabla 6.3) y se posiciona en el siguiente estado A donde termina una iteración.

Ahora se vuelve a repetir todo el proceso, hasta recorrer todo el camino óptico. Es importante hacer notar que al realizar cambios de estado se están ejecutando operaciones y comparaciones. El orden de comparación y ejecución están de izquierda a derecha en la tabla 6.3. Para entender un poco más, vamos a describir el significado de cada estado.

A1 Realizando pasos pequeños.

A2 Realizando pasos grandes.

A3 Realice un paso grande, pero regrese por alguna razón, ahora tengo que hacer pasos pequeños hasta que llegue al punto de donde me regresaron.

A4 Llegue aquí por una decisión equivocada, alguien cometió un error.

Para probar que este algoritmo funciona, debemos de realizar un análisis de estados. En el apéndice B, se encuentra dicho análisis de estados.

Estado	q	y	Instrucciones	$\epsilon$	Paso (dz)
A1	0	0	$I = 0$ $x_a = x_b$ $x_{a+} = dzdetail$	0	Pequeño
	1	1	$x_a = x_b$ $x_{a+} = dzbig$	1	Grande
	2	0	$I = I_o e^{-\tau} + S(1 - e^{-\tau})$ $x_a = x_b$ $x_{b+} = dzdetail$	0	Pequeño
A2	0	0	$I = 0$ $x_a = x_b$ $x_{b+} = dzdetail$	0	Pequeño
	1	1	$x_a = x_b$ $x_{b+} = dzbig$	1	Grande
	2	0	$x_b = x_a + dzdetail$	2	Pequeño
A3	0	0	$I = 0$ $x_a = x_b$ $x_{b+} = dzdetail$	0	Pequeño
	1	1	$I = I_o e^{-\tau} + S(1 - e^{-\tau})$ $x_a = x_b$ $x_{b+} = dzdetail$	1	Pequeño
	2	0	$I = I_o e^{-\tau} + S(1 - e^{-\tau})$ $x_a = x_b$ $x_{b+} = dzdetail$	1	Pequeño

Tabla 6.2: Tabla de decisión para los estados i.

## 6.5. Kalacmul

Como parte de la implementación de Pakal fue necesario crear este pequeño programa que nos permite resolver la ecuación de Saha y normalizar los resultados. Este programa resuelve las ecuaciones según se explica en 3.5. La idea de tomar valores lejanos a la unidad en la densidad fue con la finalidad de hacer converger la solución de manera mas rápida, ya que se necesitan valores iniciales en la densidad electrónica para iniciar el algoritmo, sin embargo estos valores son muy sensibles y pueden diverger u oscilar fácilmente. Al ejecutar Kalacmul se generan los archivos necesarios como entrada para Pakal (HI.dat, HII.dat, HeI.dat, HeII.dat, HeIII.dat). En versiones posteriores se pretende ejecutar a Kalacmul para cada dirección y en profundidad ( $\theta, \phi, z$ ).

Estado	$\epsilon$	Estado	Ejecutar
A1	0	A1	Nada
	1	A2	Nada
	2	A4	Nada
A2	0	A1	Nada
	1	A2	Nada
	2	A3	$i = 1$
A3	0	A1	Nada
	$1 \ \& \ i < n$	A3	$i++$
	$1 \ \& \ i == n$	A1	Nada
	2	A4	Nada
A4	0	null	Error
	1	null	Error
	2	null	Error

Tabla 6.3: Tabla de estados, en este caso  $n = dzbig/dzdetail$ .

## 6.6. Análisis de Convergencia

Para estar seguros de que un algoritmo numérico funciona, es necesario probar su convergencia en los diferentes parámetros que lo conforman.

Realizamos las siguientes pruebas calculando la emisión en el pixel (0,0) para una frecuencia de 17GHz. Utilizamos la maquina Helios del Instituto de Geofisica de la UNAM, la cual posee un doble procesador AMD Athlon(tm) 64 X2 Dual Core Procesor 4800+ de 64Bits, con una velocidad de 2411.139 MHz, memoria cache de 1024Kb con 3347716 Kb de memoria RAM.

Por motivos de escalamiento, solo usamos un procesador.

Utilizamos el compilador gcc (GCC) 3.3.5 (Debian 1:3.3.5-13) con la bandera de optimización -fast.

En la Figura 6.6 podemos observar las pruebas que hicimos variando el paso detallado de integración y dejando invariante los pasos grandes (100Km). En este caso, la emisión mínima a considerar es practicamente 0, por lo que estamos integrando toda la emisión a pasos detallados. Lo que significa es que los resultados son producto de un algoritmo sin depurar, simplemente integramos secuencialmente.

En este caso, podemos observar (Figura 6.6 arriba), que a pasos de integracion menores a 20km la emisión resultante converge a 16,000K. Sin embargo el tiempo de integración es exponencial (Figura 6.6 abajo). Si suponemos pasos de integración de 10km, el tiempo necesario para generar una imagen de 1024x1024 seria de 1531 horas, es decir, casi dos meses de computo. Si queremos detalles de 1km el algoritmo tardaria aproximadamente 2 años en generar la imagen.

Ahora bien, como nuestro algoritmo es pseudo-inteligente, vamos a variar algunos parámetros. Lo primero que vamos a hacer es dejar constante el paso de integración deta-

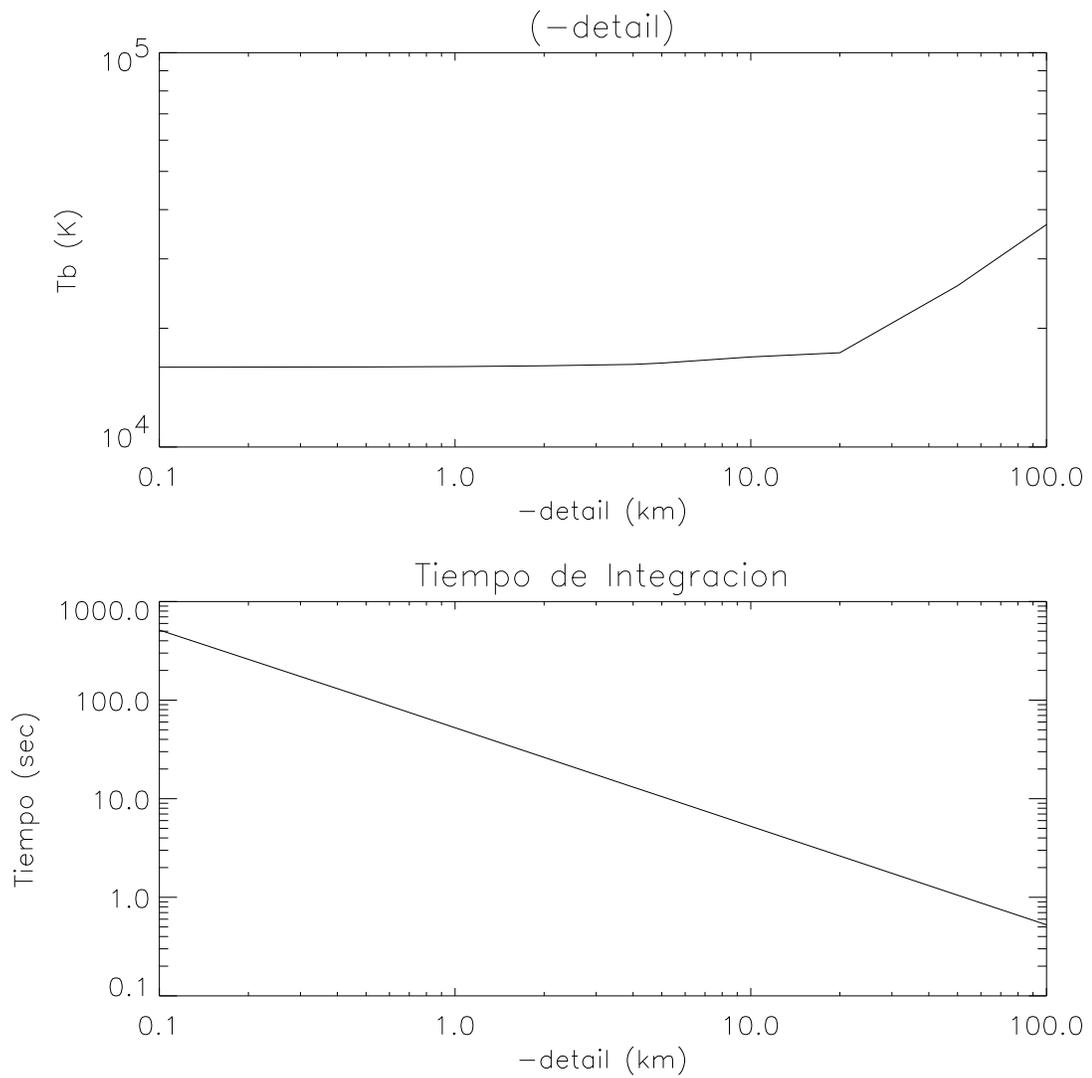


Figura 6.6: Análisis de convergencia para Pakal variando los pasos de integración. Arriba podemos ver la convergencia del algoritmo con respecto al tamaño del paso de integración. Abajo, el tiempo que tardó en integrar la trayectoria.

llado (0.5Km) y el paso de integración grande (100Km). Variamos la emisión mínima a considerar (-min). Este parametro indica cuando se debe de disparar los pasos grandes, por ejemplo, si llegamos a una zona donde la emisión es menor a -min entonces comenzamos a dar saltos grandes.

En la figura 6.7 podemos observar los resultados de variar la emisión mínima. La grafica superior nos muestra que considerando emisiones mayores a  $10^{-13}$  (en intensidad especifica), no existe un cambio significativo en el resultado final. Si dejamos de considerar emisiones menores a  $10^{-13}$ , la temperatura de brillo diverge de forma notoria. Por otro lado, los tiempos de integración disminuyen. Por ejemplo si tomamos como emisiones mínimas, las mayores a  $10^{-17}$ , que es el valor que produce menos variación en la emisión mínima, llegamos a que una imagen de 1024x1024 tardaria 85 dias, sin embargo hay que considerar que los pasos de integración son de medio kilometro.

Ahora bien, si dejamos fijo la emisión mínima ( $10^{-17}$ ), el paso detallado (0.5Km) y variamos la relación entre los pasos grandes y detallados (-big), obtenermos algo interesante.

En la figura 6.8 se puede observar que existe un minimo con respecto a la variación. La emisión final no varia demasiado. Es importante revisar detalladamente este parametro, pues como se puede observar un mal ajuste puede producir tiempos de integración considerables. En este caso el minimo está en 60, es decir

$$big[km] = 60 * detail = 30Km$$

Ahora, sabemos los parametros optimos para generar nuestra imagen a 17GHz. Sin embargo, antes de continuar, regresamos al analisis de convergencia inicial. Volvemos a variar los pasos de integración pero ahora con los parametros optimos.

Como vemos en la figura 6.9, los tiempos de integración varian casi un orden de magnitud con respecto a la integración normal. Si comparamos los resultados, ahora para una imagen de 1024x1024 con pasos de integración de 10km tarda tan solo 11 dias en lugar de 2 meses. Para pasos de integración de 1Km Pakal tarda en integrar 39 dias en lugar de dos años.

Si utilizaramos una supercomputadora con 1024 procesadores podriamos generar imagenes de 1024x1024 con un paso de integración de 1km en tan solo una hora.

## 6.7. Conclusiones

Podemos observar que la herramienta construida es muy versátil, pues no solo resuelve el problema que nos planteamos, sino también puede ser fácilmente modificado y extendido por cualquier persona que lo desee hacer. Es importante hacer notar la facilidad con la que pueden realizar cambios a la estructura, por ejemplo, para analizar otro tipo de estrella que no sea solar, simplemente es necesario modificar el perfil de temperatura y de densidad tanto electrónica como de Hidrógeno y redefinir su metalicidad.

La finalidad de construir un software modular y de licencia libre es con el afán de crear una conciencia de libertad en términos de conocimiento y desarrollo de software.

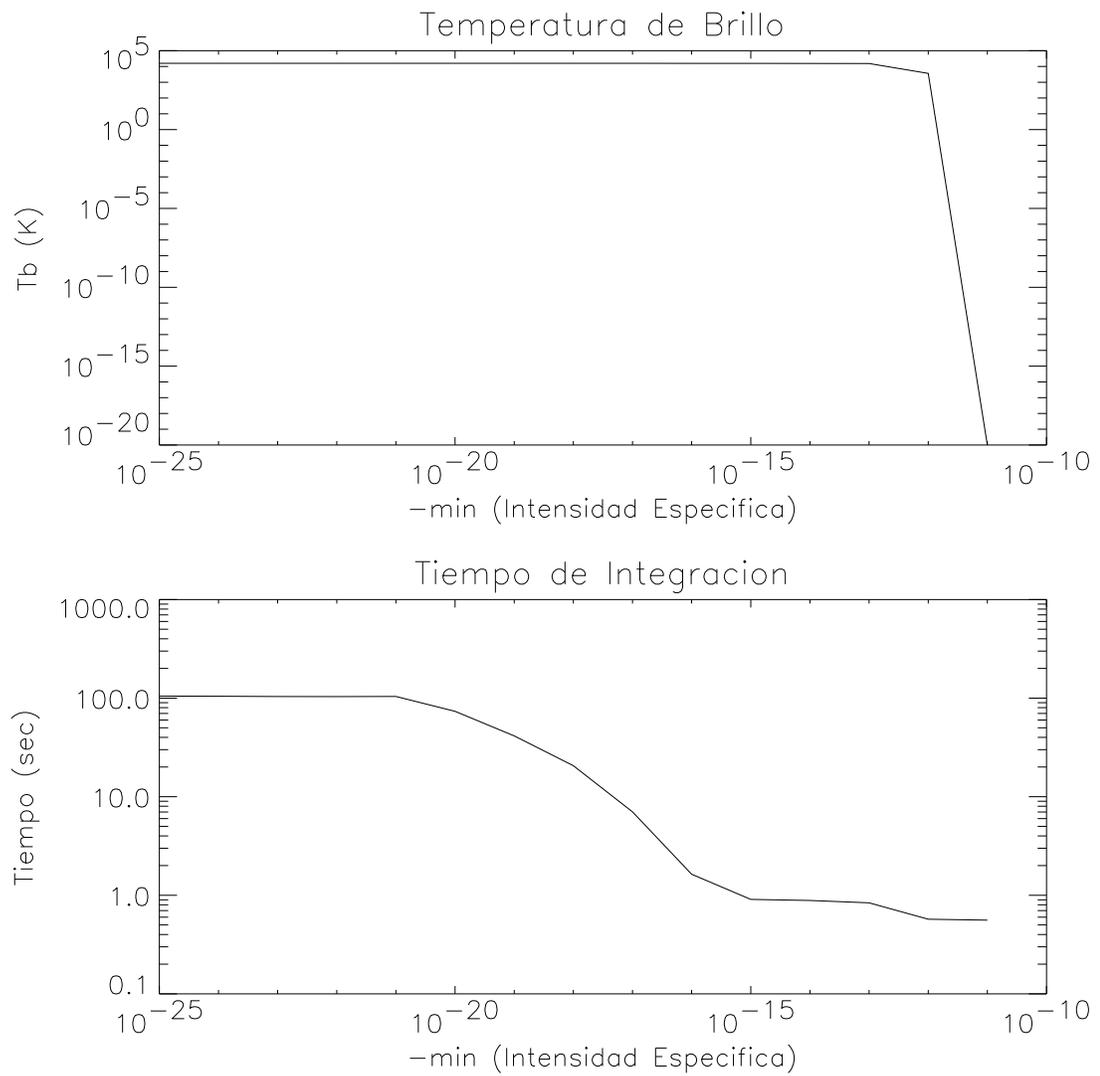


Figura 6.7: Análisis de convergencia para Pakal variando la emisión mínima. Arriba, la convergencia variando la emisión mínima a considerar. Abajo, el tiempo que tardó en integrar la trayectoria.

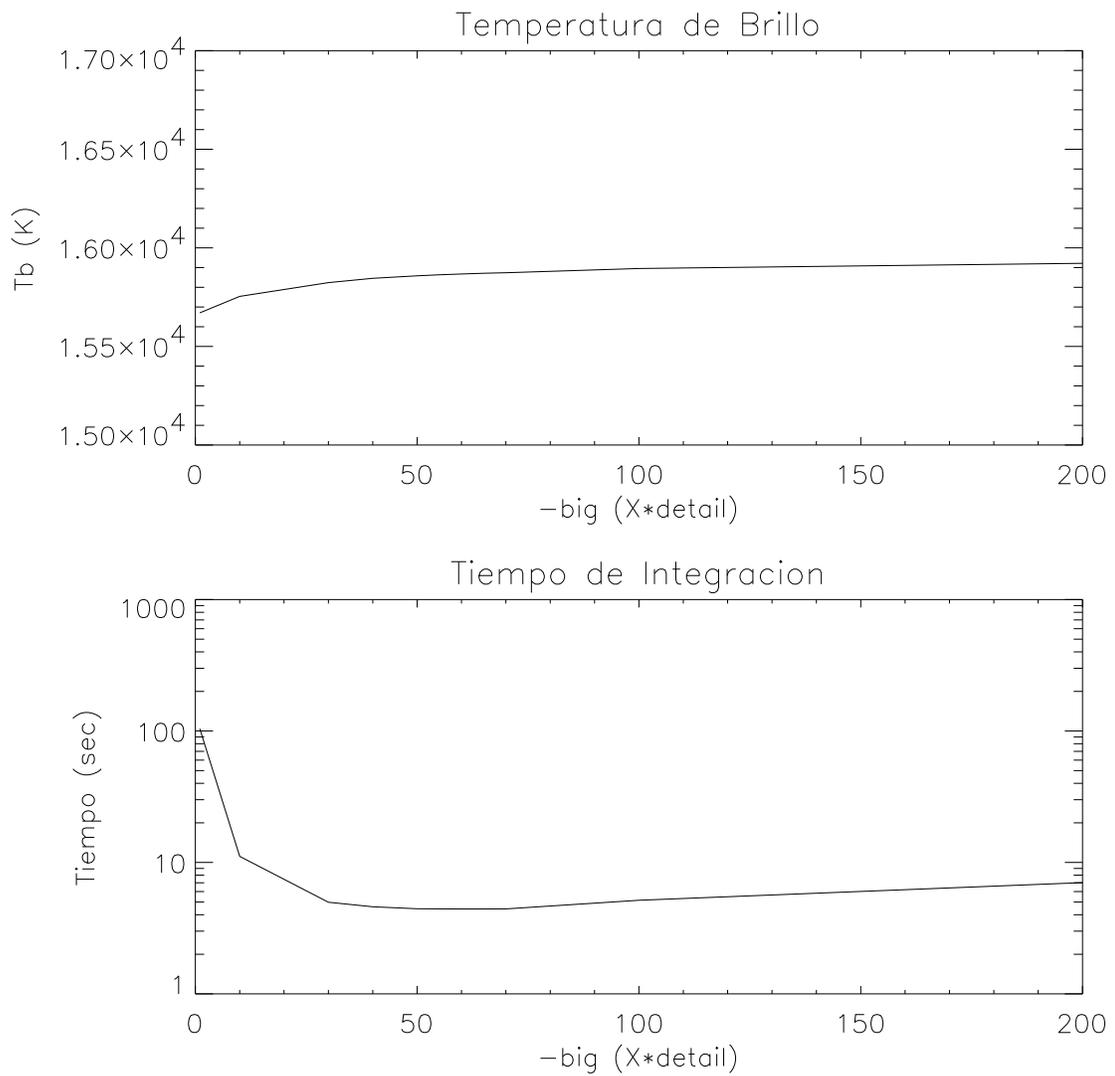


Figura 6.8: Análisis de convergencia para Pakal variando el paso de integración grande. Arriba, la convergencia de Pakal variando la relación entre pasos grandes y pequeños. Abajo, el tiempo que tardo en integrar una trayectoria.

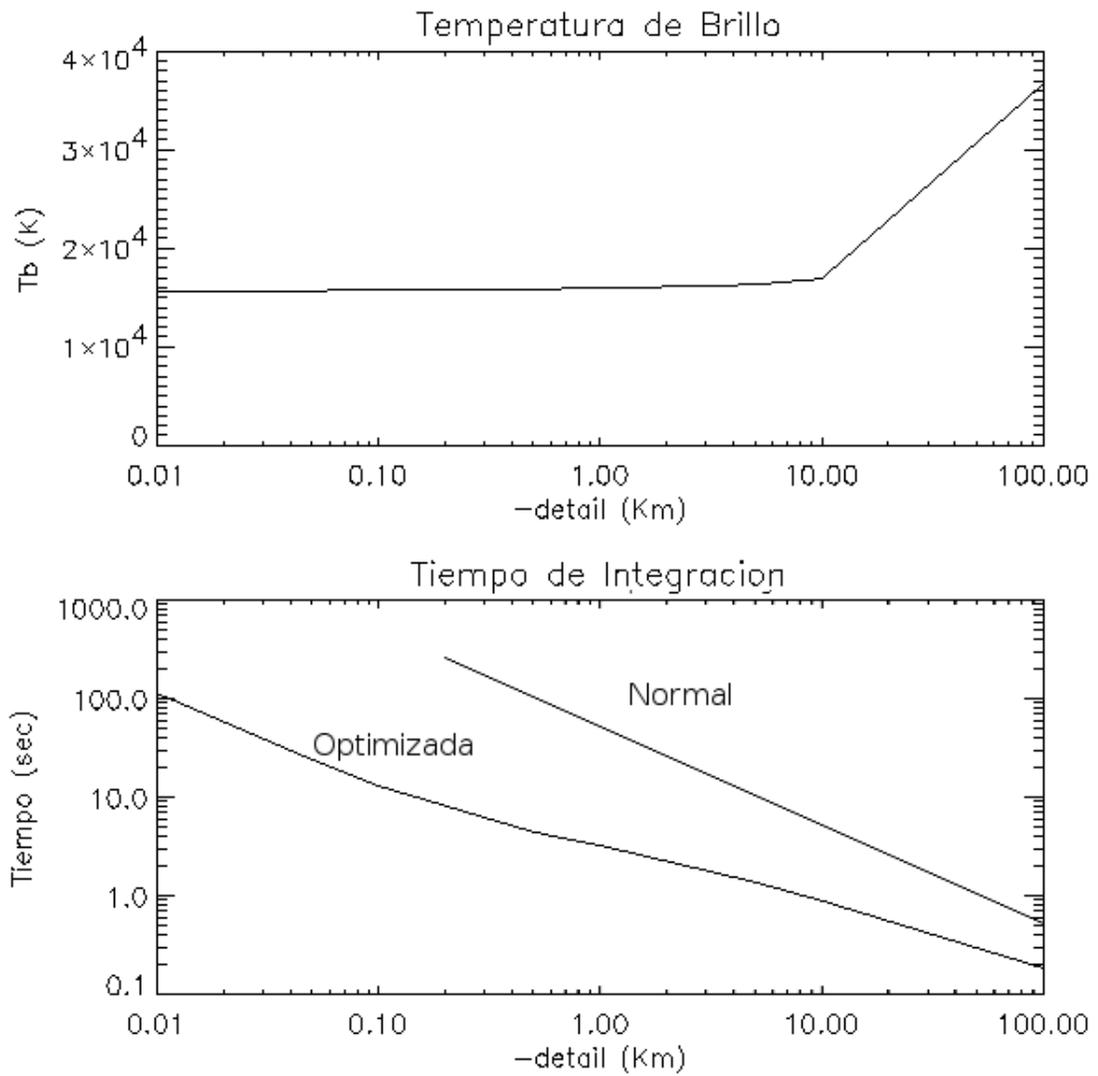


Figura 6.9: Análisis de convergencia para Pakal variando el paso de integración detallado con los parámetros optimos: ./pakal -xy 0 0 -nu 17e9 -min 1e-17 -detail X -big 60 . Podemos observar, el resultado de la optimización.

Podemos concluir que el análisis de convergencia para los principales parámetros nos dan resultados muy satisfactorios, ya que la estabilidad del algoritmo quedo demostrado. Para su versión 2 Pakal correrá bajo el esquema MPI para procesamiento en paralelo quedando a la par de los algoritmos modernos para resolver atmósferas estelares y teniendo la posibilidad de correr en Clusters o Supercomputadoras de una manera mas rápida y eficiente.

También podemos concluir que para realizar la integración de una imagen es necesario correr a Pakal en un solo píxel, para obtener los parámetros óptimos de integración y posteriormente lanzar a Pakal en toda la imagen.

Pakal, resuelve de manera eficiente la ecuación de transporte radiativo, reduciendo el orden<sup>2</sup> del algoritmo a menor que  $O(n)$ .

Cabe señalar que no fue fácil la implementación de Pakal, tuvieron que pasar varios meses para estabilizar las ecuaciones y las bibliotecas. Así como un proceso de Ingeniería de Software que no incluí en este trabajo por razones de espacio y de enfoque. Solo mencionare que se uso eXtreme Programming como paradigma de programación para el desarrollo de software y utilizando unicamente herramientas libres.

---

<sup>2</sup> El orden de un algoritmo es una medida estándar de la eficiencia de este, al reducir su orden aumenta su desempeño.

# Capítulo 7

## Resultados

### 7.1. Valores Iniciales

Los valores iniciales que tomamos en cuenta para las simulaciones presentadas en éste capítulo son los siguientes:

1. Entradas de Biblioteca:

- Función fuente: Aproximación de Rayleigh para una sola polarización, ecuación 2.14.
- Opacidad: Para la emisión Bremmstrahlung o libre-libre, ecuación 2.4.

2. Entradas de Archivo:

- Perfil de temperatura (data/temperature.dat): Usamos el modelo C de Vernazza et al. (1981), para la Cromosfera y el inicio de la zona de transición. Para la parte de la Cromosfera usamos el modelo de Gabriel (1976) publicado en Foukal (1990). Los valores interpolados son los calculados en la tabla 3.1 del capítulo 3.
- Perfil de densidad electrónica (data/electronic.dat): El perfil interpolado se encuentra en la tabla 3.4, del capítulo 3.
- Perfil de Hidrógeno Total (data/hydrogen.dat): El perfil interpolado se encuentra en la tabla 3.2, del capítulo 3.
- Porcentajes de Ionización: los obtenidos por Kalacmul para un gas de Hidrógeno con  $He = 0.1 * H$ .

3. Entradas de Consola: Las entradas de consola se presentaran en cada simulación.

### 7.2. Análisis Multifrecuencia

Comparaciones entre modelos y observaciones de temperatura de brillo para el Sol Quieto (Shimabukuro & Stacey (1968)), demuestran que existe una mayor emisión

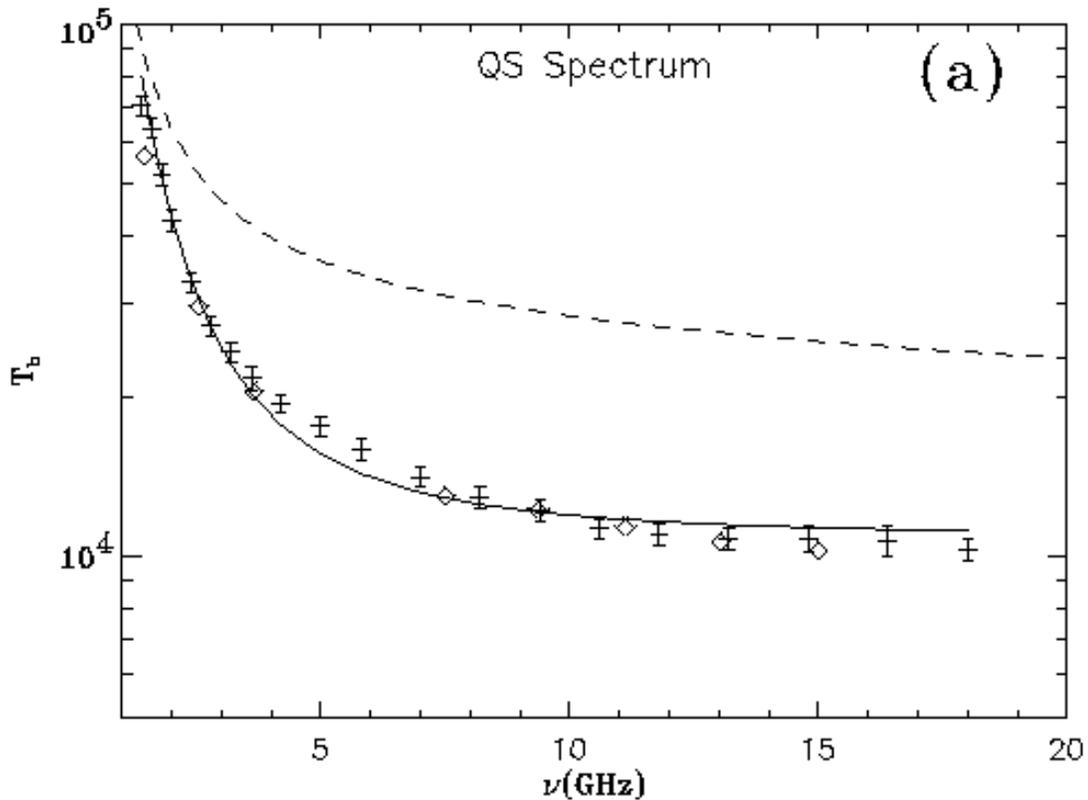


Figura 7.1: Simulaciones multifrecuencia (linea punteada) tomadas de Landi & Chiuderi Drago (2003) y comparadas contra observaciones (Zirin et al. (1991)).

teórica que la observada. Trabajos recientes siguen presentando la misma inconsistencia, como lo podemos observar en la Figura 7.1 tomada de Landi & Chiuderi Drago (2003). Esta simulación se realizó utilizando las mismas características que nuestro modelo pero en 1D. Podemos observar claramente la diferencia entre el espectro teórico y el observado.

Ahora, tomando como base la figura 2.4 del capítulo 2 y las observaciones hechas por Zirin et al. (1991), construimos la figura 7.2, en la cual, podemos observar la emisión predicha por el modelo Pakal desde 1GHz hasta 100GHz. Como podemos notar, existe una clara anomalía, pues los modelos teóricos predicen una mayor emisión justo antes de los 40GHz. Los valores que se tomaron en cuenta para construir la Figura 7.2 fueron los siguientes:

```
./pakal -detail 10 -min 1e-17 -r 1024 -xy 0 0 -big 60 -nu n
```

Es decir, pasos de integración detallados de 10Km. Medimos la emisión mayor  $1 \times 10^{-17}$  en intensidad específica, con una resolución de 1024x1024px. Integramos el centro de la imagen (0,0), con pasos de integración grandes de 600km a una frecuencia “n”,

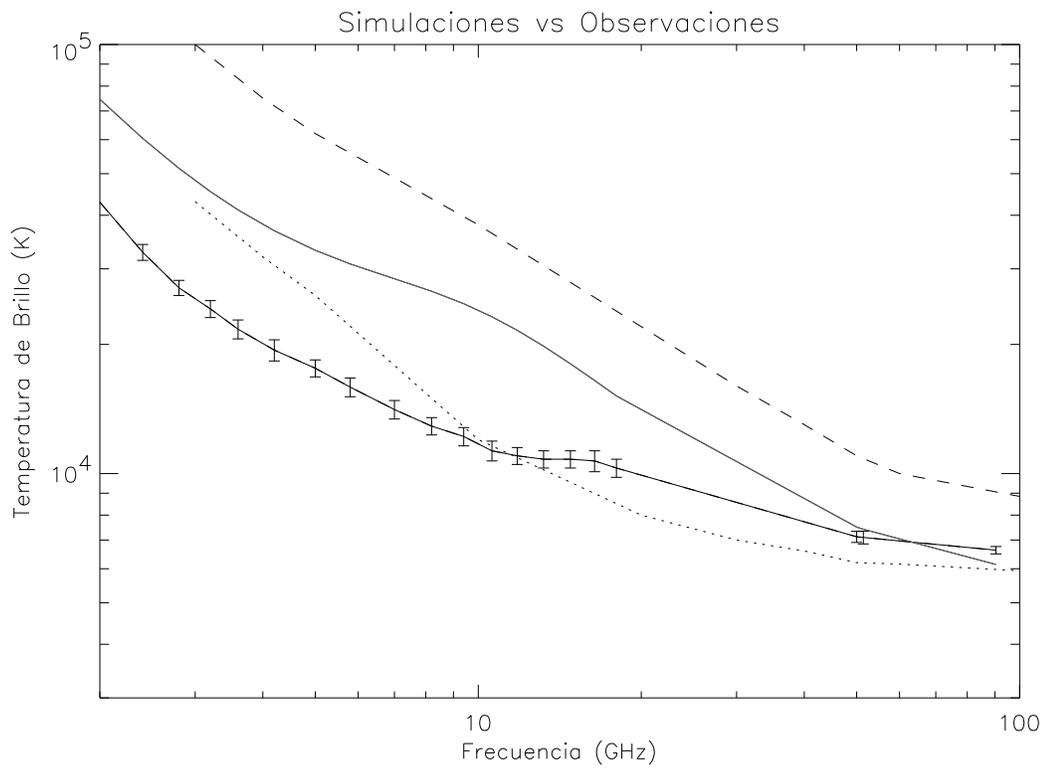


Figura 7.2: Comparación entre el modelo Pakal (línea continua), Allen (1963) (línea a trazos), Van de Hulst (1953) (línea punteada) y observaciones hechas por Zirin et al. (1991).

la cual varia para producir la emisión multifrecuencia. Por supuesto, existen trabajos que reproducen correctamente la temperatura de brillo a longitudes de onda milimétricas. Como lo podemos observar en Kuznetsova (1978), Ahmad & Kundu (1981), Landi & Chiuderi Drago (2003) y Chiuderi & Chiuderi Drago (2004). Sin embargo, si observamos en detalle los procedimientos que se usan para ajustar la temperatura de brillo, observamos tres aspectos interesantes:

1. El valor cero para la escala de altura en el modelo para la temperatura es arbitrario. Suponen una escala de altura para que corresponda con las observaciones. Al bajar la escala de altura, en promedio la temperatura de brillo baja.
2. Modifican el perfil de densidad electrónica para ajustar el abrillantamiento al limbo. La parte que se modifica es normalmente la zona entre los 2000km y 2500km, donde existe el incremento de electrones debido a la ionización del Hidrogeno.
3. Utilizan un factor llamado factor de llenado o filling factor ( $\alpha$ ). Este factor se introduce en la ecuación de transporte para tratar de modelar la influencia de las microestructuras en la atmosfera solar, como lo son las espículas y las celdas de convección que juntas generan la red cromosferica. La solución a la ecuación de transporte radiativo queda entonces como

$$T_b = \alpha T_b(cell) + (1 - \alpha) T_b(netw).$$

Landi & Chiuderi Drago (2003) encuentra que

$$0.9 \leq \alpha \leq 1$$

se ajusta a las observaciones.

Como vemos, estos valores se ajustan de manera *ad hoc* para predecir correctamente la temperatura de brillo en milimétrico. Debido a que usamos perfiles de temperatura y densidad pre definidos por una teoría de fondo, no se modificaron, ya que de hacerlo, deberíamos de volver a reproducir todo el trabajo de Vernazza et al. (1973). No introducimos el filling factor porque nuestro objetivo es reproducir la emisión para una atmosfera homogénea. Introducir el filling factor no tiene sentido en este modelo solar. Más adelante, en el capítulo de Conclusiones Generales, abordaremos este interesante tema. En la sección cuatro de Zirin et al. (1991) podemos encontrar una discusión mas detallada acerca de éste tema.

Debido a esta anomalía, vamos a estudiar detenidamente la zona de emisión a 17GHz, ya que a ésta frecuencia, contamos con observaciones de alta resolución provenientes de Nobeyama.

## 7.3. Simulaciones a 17GHz

### 7.3.1. Analizando el Centro del Disco Solar (0,0)

Ejecutamos a Pakal con las mismas condiciones iniciales que en la sección anterior, solo que ahora nos enfocamos en la emisión a 17GHz. El comando que se ejecutó es el siguiente:

```
./pakal -detail 10 -min 1e-17 -r 1024 -xy 0 0 -big 60 -nu 17e9  
-o sun17Ghz.dat -v 10
```

Es decir, le pedimos a Pakal que nos genere los archivos para el análisis en profundidad en la coordenada (0,0). En la figura 7.3 podemos observar de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, los diferentes perfiles de temperatura, emisión local, temperatura de brillo, opacidad, profundidad óptica y densidad de electrones y de iones. La gráfica que nos interesa es la de emisión total, ya que podemos distinguir que la zona de mayor contribución a la emisión total se encuentra a 2000Km. A esta altura la temperatura de brillo aumenta significativamente de 7000K a casi los 20000K, en tan solo unos 100 de kilómetros. A esa misma altura observamos un aumento en la temperatura, producido en la Zona de Transición, un aumento en la emisión local, en la opacidad y en la densidad de iones y electrones. Al mismo tiempo que el medio se hace ópticamente delgado, todo a una altura aproximada de 2000km.

### 7.3.2. Análisis Detallado

Si hacemos un acercamiento a 2000km (Figura 7.4), podemos observar que en realidad la mayor contribución a la emisión total se da exactamente a 2100Km con un ancho de tan solo 140km, si acotamos esa zona podemos observar que corresponde exactamente a la zona de la Cromosfera alta, cuando la temperatura comienza a elevarse de unos 8000K hasta casi 30000K, es en esta zona donde la emisión local junto con la opacidad tiene un pico muy pronunciado, también en esta región, el medio se hace ópticamente delgado. En la Figura 7.5 se observa la absorción y la emisión como factores de la profundidad óptica en intervalos de 1km, por ejemplo a la altura de 100km

$$\tau_{1km}(100km) = \tau(100km) - \tau(99km)$$

Podemos observar que a la altura de 2100km prácticamente no existe absorción, sin embargo la emisión crece y permanece constante por aproximadamente 120km.

### 7.3.3. Comparación con las Observaciones

Para comparar la temperatura de brillo con respecto al centro del disco solar, utilizamos una observación de Nobeyama para el Sol Quiet y la comparamos con un modelo de Pakal a la misma frecuencia. En la imagen 7.6, podemos observar que tanto la emisión como la forma característica del abrillantamiento al limbo es más pronunciada, producto de la mayor integración de la emisión.

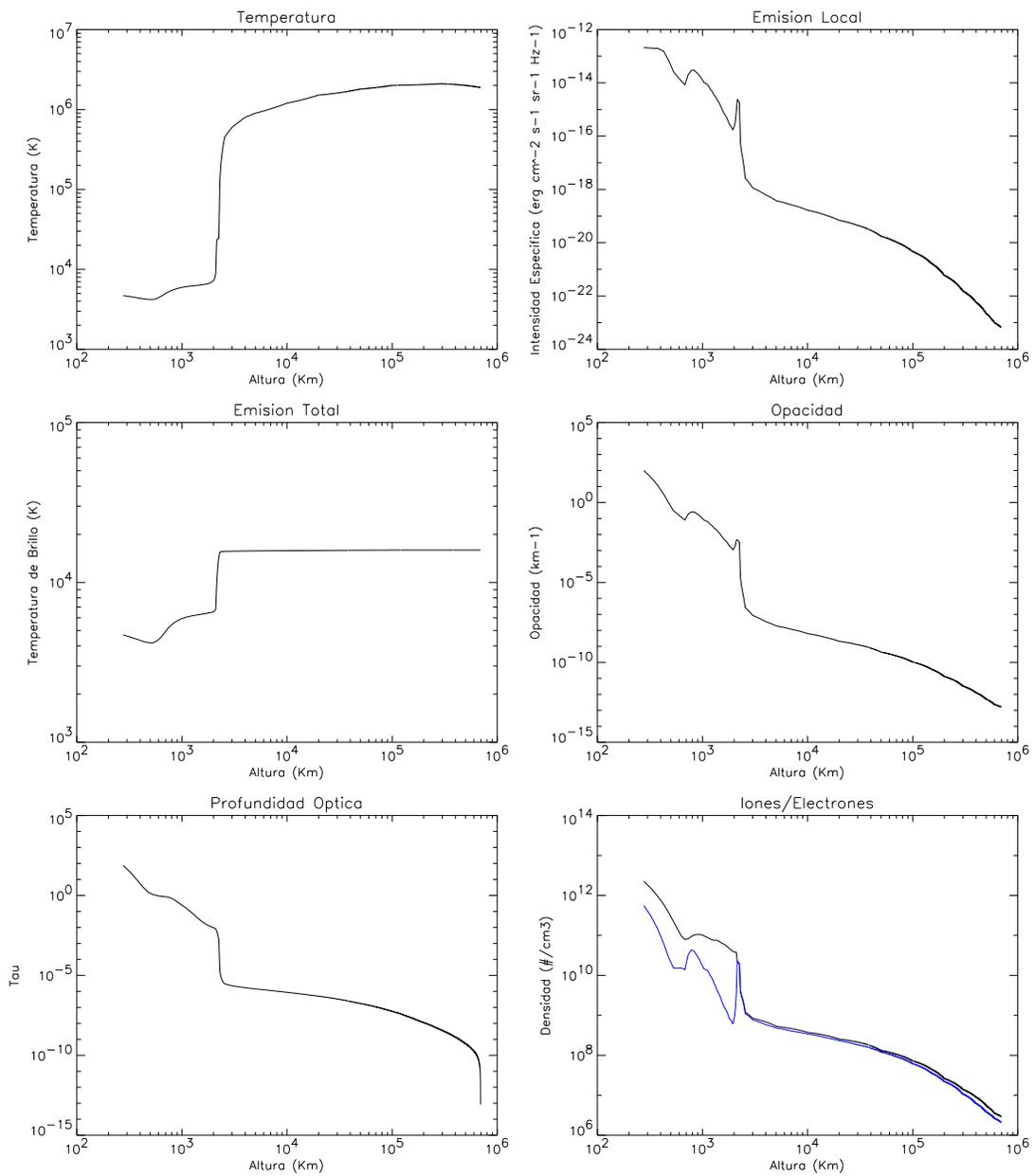


Figura 7.3: Análisis de emisión a 17GHz para la coordenada (0,0).

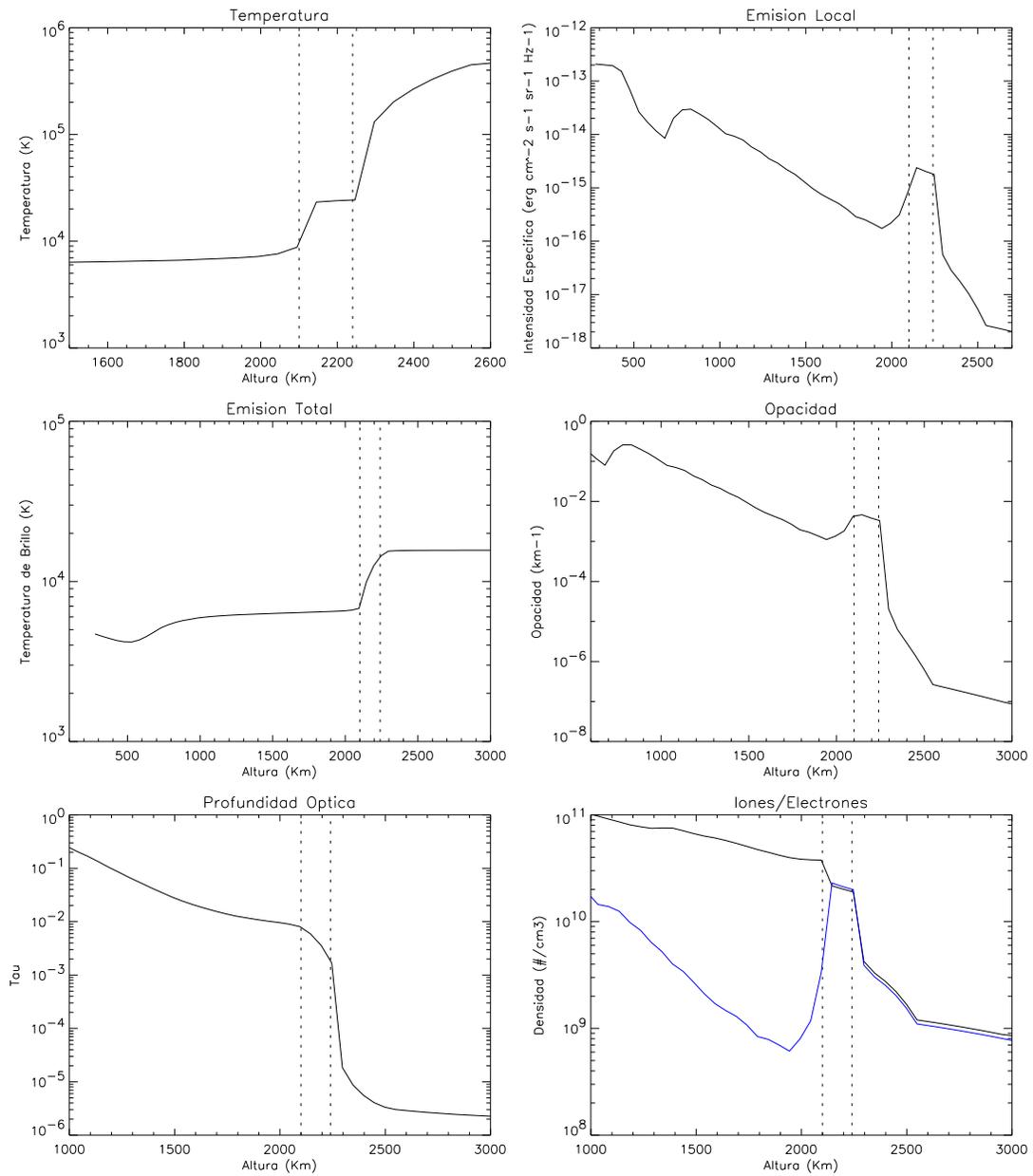


Figura 7.4: Análisis de emisión a 17GHz para la coordenada (0,0), detallado.

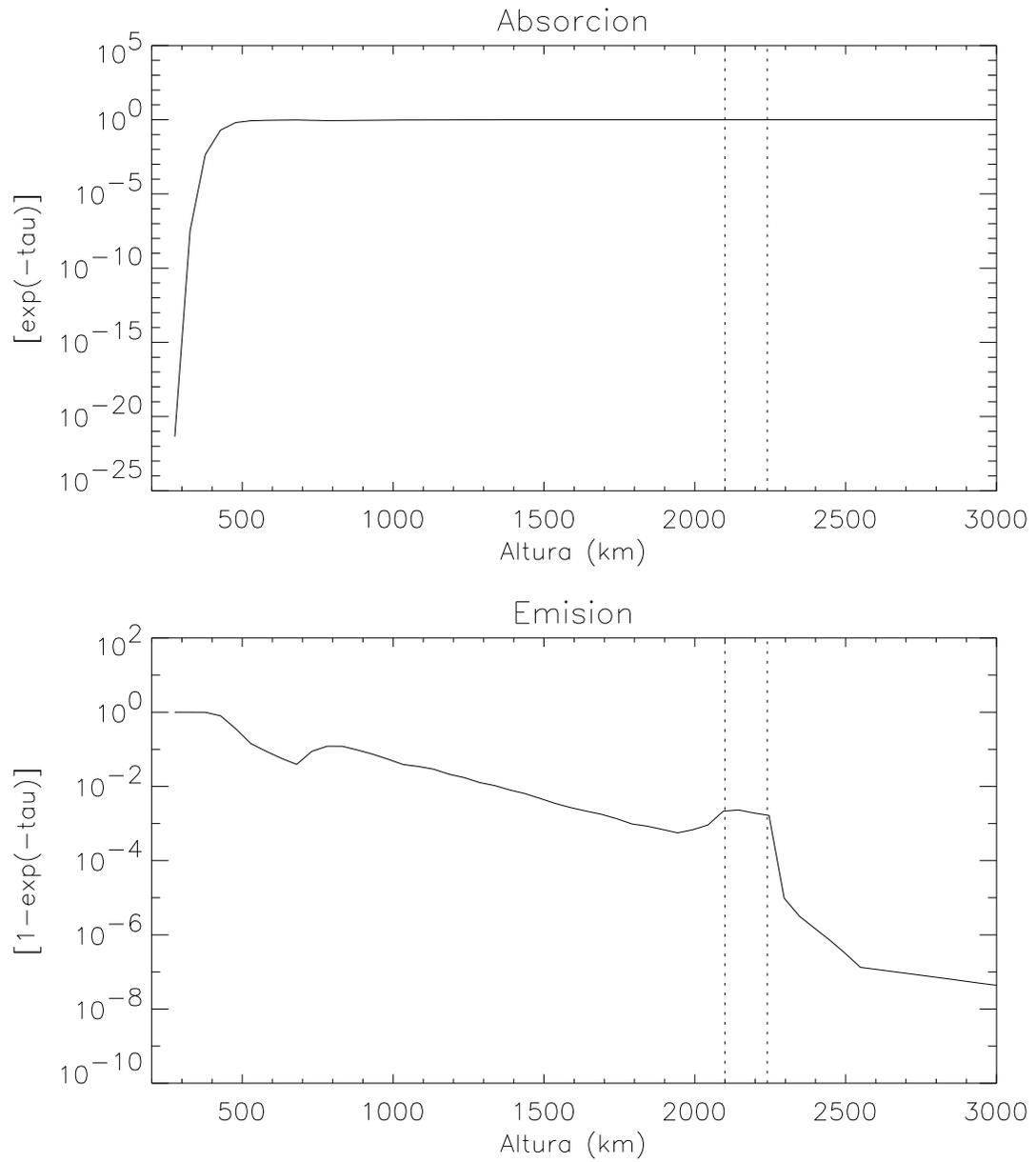


Figura 7.5: Análisis para los parámetros de eficiencia de emisión y absorción a 17GHz para la coordenada (0,0), con  $\tau = \tau_1 - \tau_2$  en intervalos de 1 km.

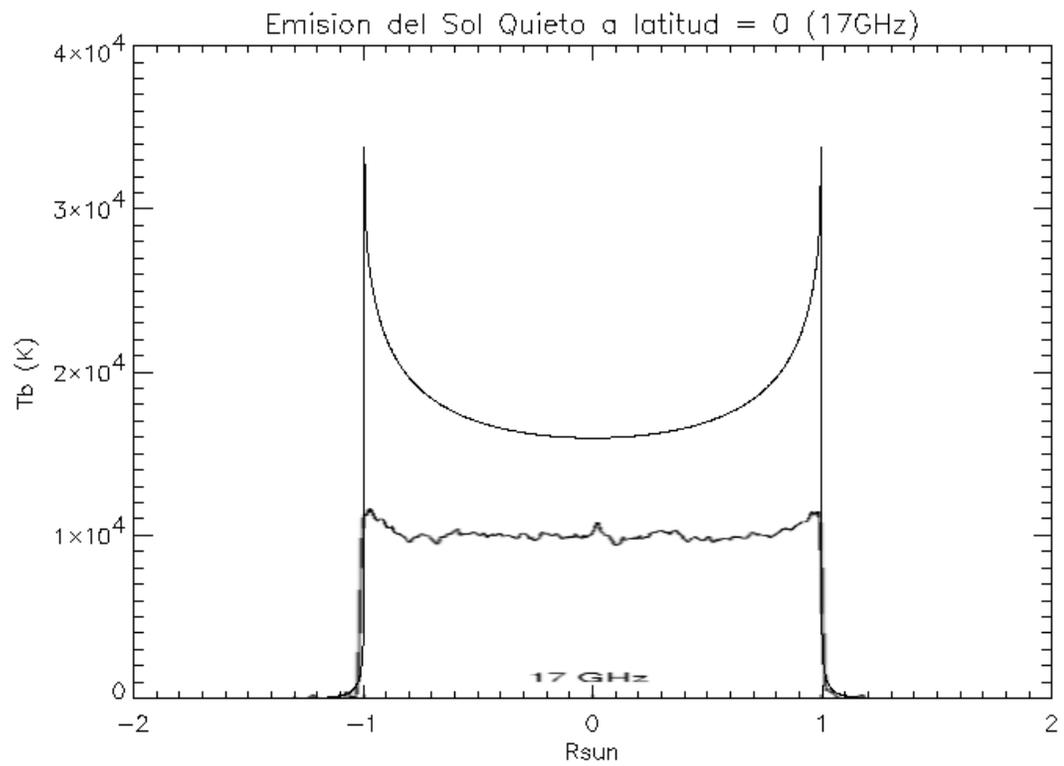


Figura 7.6: Abrillantamiento al Limbo a 17GHz, comparación con Nobeyama para el Sol Quieto.

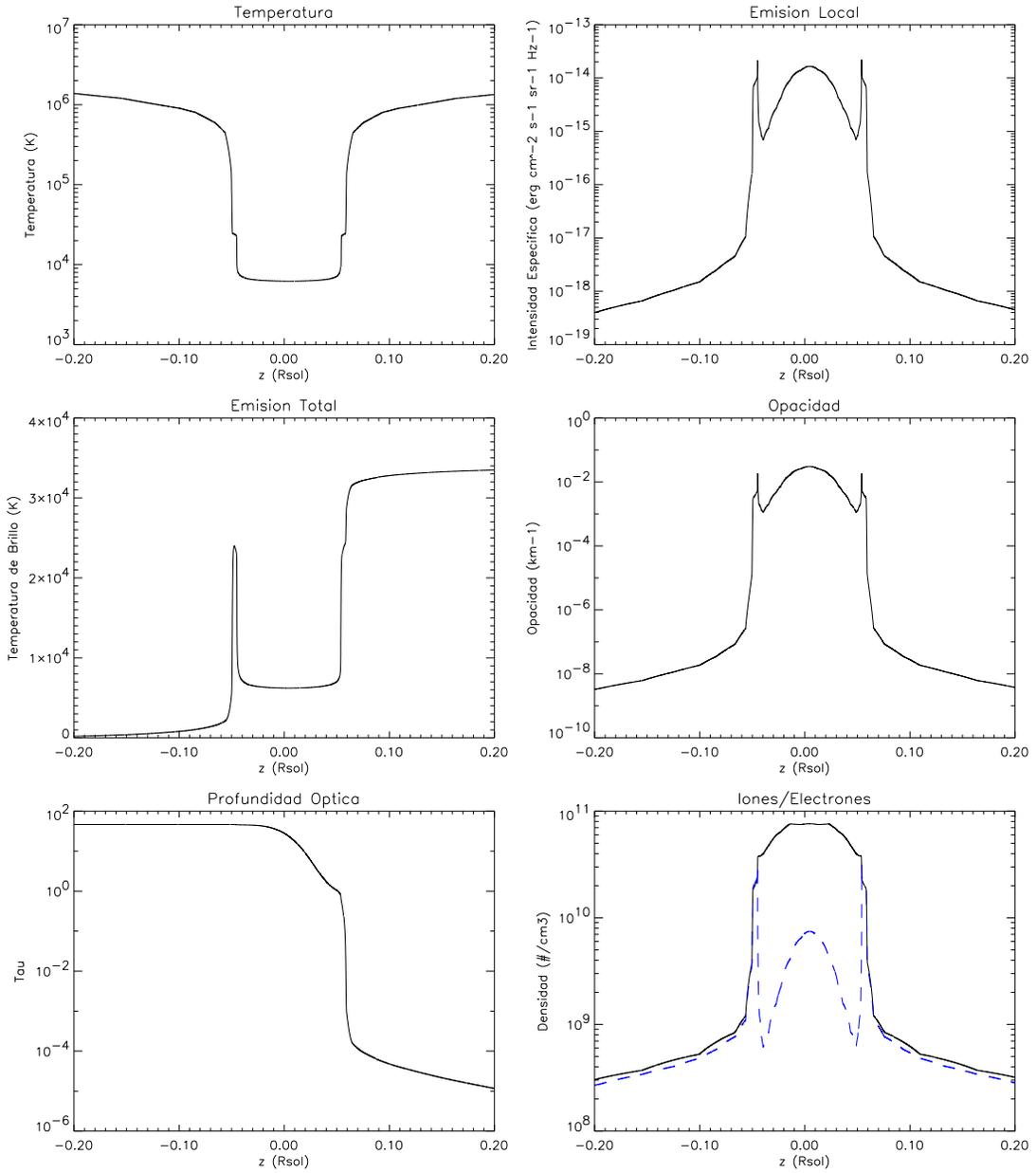


Figura 7.7: Análisis de abrillantamiento al limbo a 17GHz en la coordenada (0,357), la línea punteada en la figura de iones/electrones simbolizan los iones.

### 7.3.4. Análisis del Abrillantamiento al Limbo

Analicemos más detenidamente el abrillantamiento al limbo a 17GHz. Analizando los datos, nos encontramos que en la coordenada (0,357) existe la mayor emisión de todo el modelo. Así que generamos los valores en profundidad de este píxel:

```
./pakal -xy 0 357 -nu 17e9 -min 1e-17 -detail 1 -big 60  
-o sun17GHz0p357.dat -r 1024 -v 20
```

Con los valores, volvemos a generar los perfiles, pero ahora con respecto del eje z. En la figura 7.7, observamos que la temperatura disminuye conforme nos acercamos al sol, al mismo tiempo la opacidad aumenta, lo mismo que la emisión local. Sin embargo, hay dos fenómenos muy interesantes, el primero es el perfil de emisión total. Podemos observar que antes de pasar por  $z=0$ , la emisión comienza a aumentar. Sin embargo es absorbida casi por completo, después de permanecer más o menos constante (debido principalmente a la temperatura constante en esa zona) vuelve a emitir de forma considerable en una capa de algunos cientos de kilómetros, justo cuando el medio se hace ópticamente delgado.

El segundo fenómeno interesante es el perfil de iones. Al pasar por una zona densa y al mismo tiempo caliente, el número de iones (línea punteada en la Figura 7.7) aumenta dos veces casi simétricamente con respecto a la proyección en el eje z. Estos dos picos de iones son los que caracterizan por un lado a la opacidad y por otro a la emisión local. Es entonces el segundo pico de iones el que genera la mayor cantidad de emisión en nuestro modelo. Aquí podemos recalcar que *la cantidad de emisión está caracterizada principalmente por el perfil de iones*.

### 7.3.5. Imagen 2D

Finalmente observamos una imagen del Sol Quieto, producida por Pakal a 17GHz (figura 7.8) obtenida con el siguiente comando

```
./pakal -nu 17e9 -min 1e-17 -detail 10 -big 60  
-o sun17GHz.dat -r 1024
```

la imagen producida tiene una resolución de 1024x1024 con una paso de integración en profundidad de 10km. La imagen fue finalmente generada por Pakal2png y transformada a postcript utilizando gimp. La escala de temperatura se presenta en la misma figura.

## 7.4. Análisis de Especies

Si regresamos a la figura 7.4, podemos observar que en el análisis de iones y densidad electrónica, los iones (línea azul) comienzan a subir y prácticamente se igualan al número de electrones. Para entender que esta pasando en esa zona, graficamos las especies

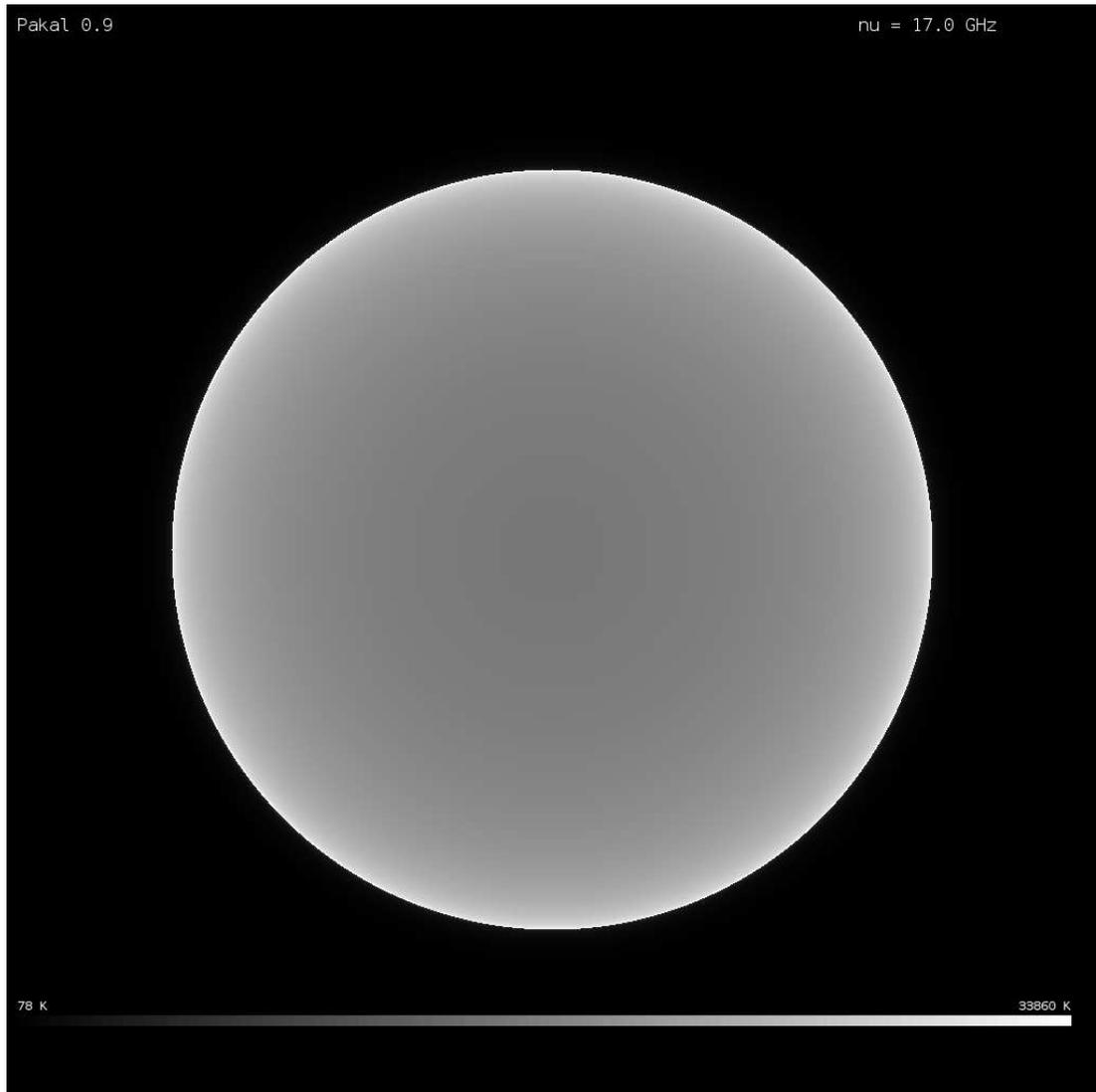


Figura 7.8: Sol Quieto a 17GHz.

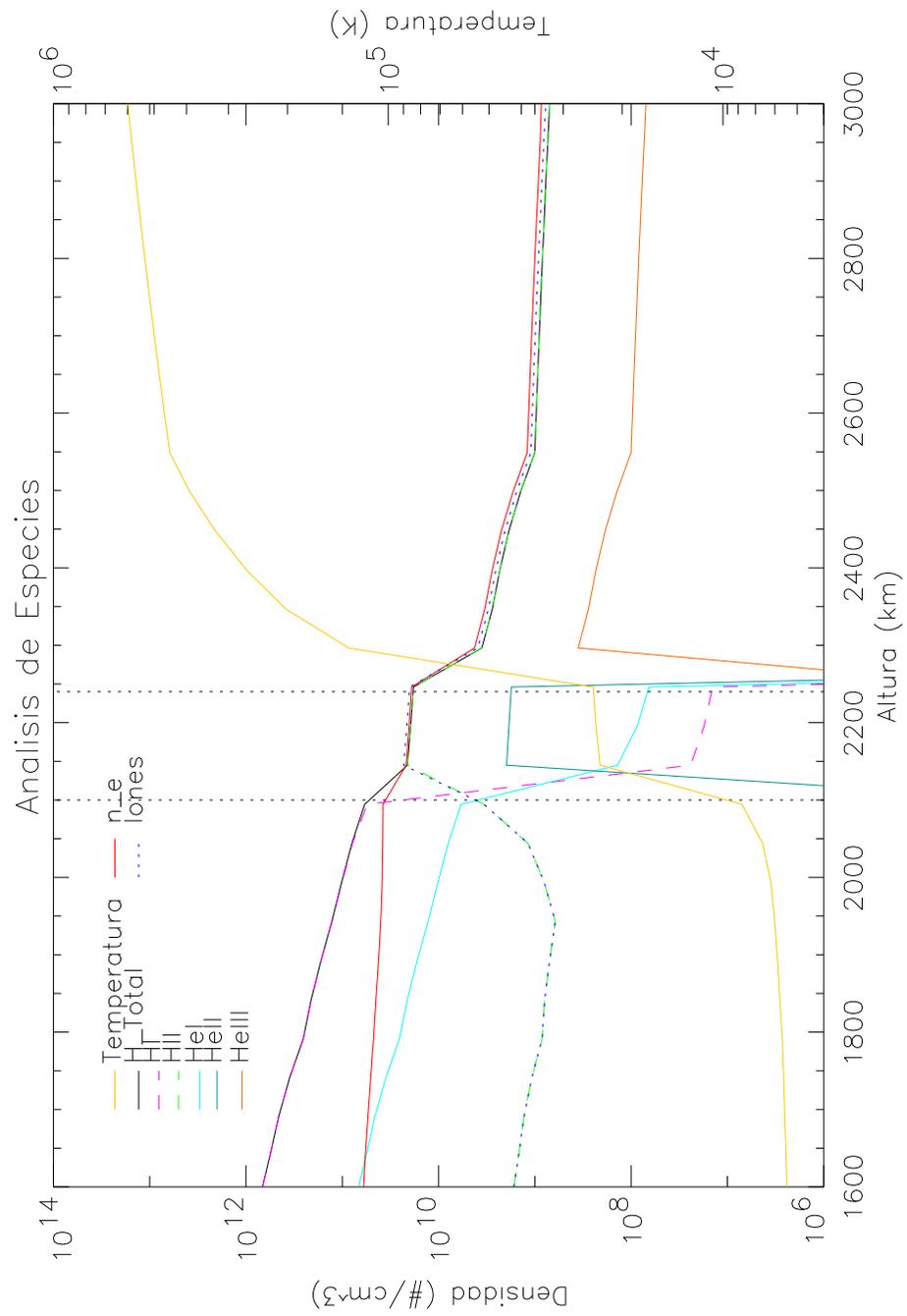


Figura 7.9: Análisis de especies en la coordenada (0,0).

junto con la temperatura en esa zona. En la figura 7.9 podemos observar las diferentes especies de hidrógeno y helio, así como el hidrógeno total y la temperatura. Podemos observar que a 2100km al subir la temperatura el Hidogeno y el Helio comienzan a ionizarse, esto produce un aumento significativo de iones y hace permanecer constante la densidad electrónica aun a pesar de la altura, esta doble contribución hace que la emisión sea mas eficiente. Esta zona a 2100km y los siguientes 120Km son de suma importancia, debido a que se conjuga una mayor cantidad de iones y electrones y al mismo tiempo la temperatura aumenta de forma significativa. En general, observaremos que esta zona es la que define la mayor parte de emisión en la banda milimétrica, aun cuando en zonas mas profundas existe una emisión considerable.

## **7.5. Simulaciones a 43GHz**

### **7.5.1. Valores Iniciales**

A continuación mostramos los resultados a 43GHz. La primera simulación es una imagen con pasos de integración de 10km utilizando como emisión mínima local  $1e - 17$  y una resolución de 1024x1024

```
./pakal -detail 10 -min 1e-17 -r 1024 -big 100 -nu 43e9  
-o sun43GHz.dat
```

### **7.5.2. Imagen 2D**

La imagen generada se muestra en la Figura 7.10. Esta imagen tiene una resolución de 1024x1024 pixeles, generada por Pakal y convertida a png por pakal2png. La escala de temperatura se muestra en la misma imagen. Como podemos observar, existe una fuerte emisión al limbo pero restringida en un área mucho menor que en la imagen de 17GHz.

### **7.5.3. Abrillantamiento al limbo**

Para observar mejor el abrillantamiento al limbo, construimos de nuevo una gráfica de intensidad contra distancia al centro del disco (Figura 7.11). En esta figura, observamos claramente el abrillantamiento al limbo, que en su parte mas intensa, reporta 23,000K. Y en la parte del centro del disco se pueden observar aproximadamente 8,000K.

### **7.5.4. Comparación con Observaciones Cercanas**

Observaciones de la década de los cincuenta reportaban temperaturas de brillo desde 5700K hasta 6000K a 40GHz [Whitehurst & Mitchell (1956)]. Observaciones mas recientes [Reber (1971)] no corroboran este dato, mas bien predicen una mayor emisión,

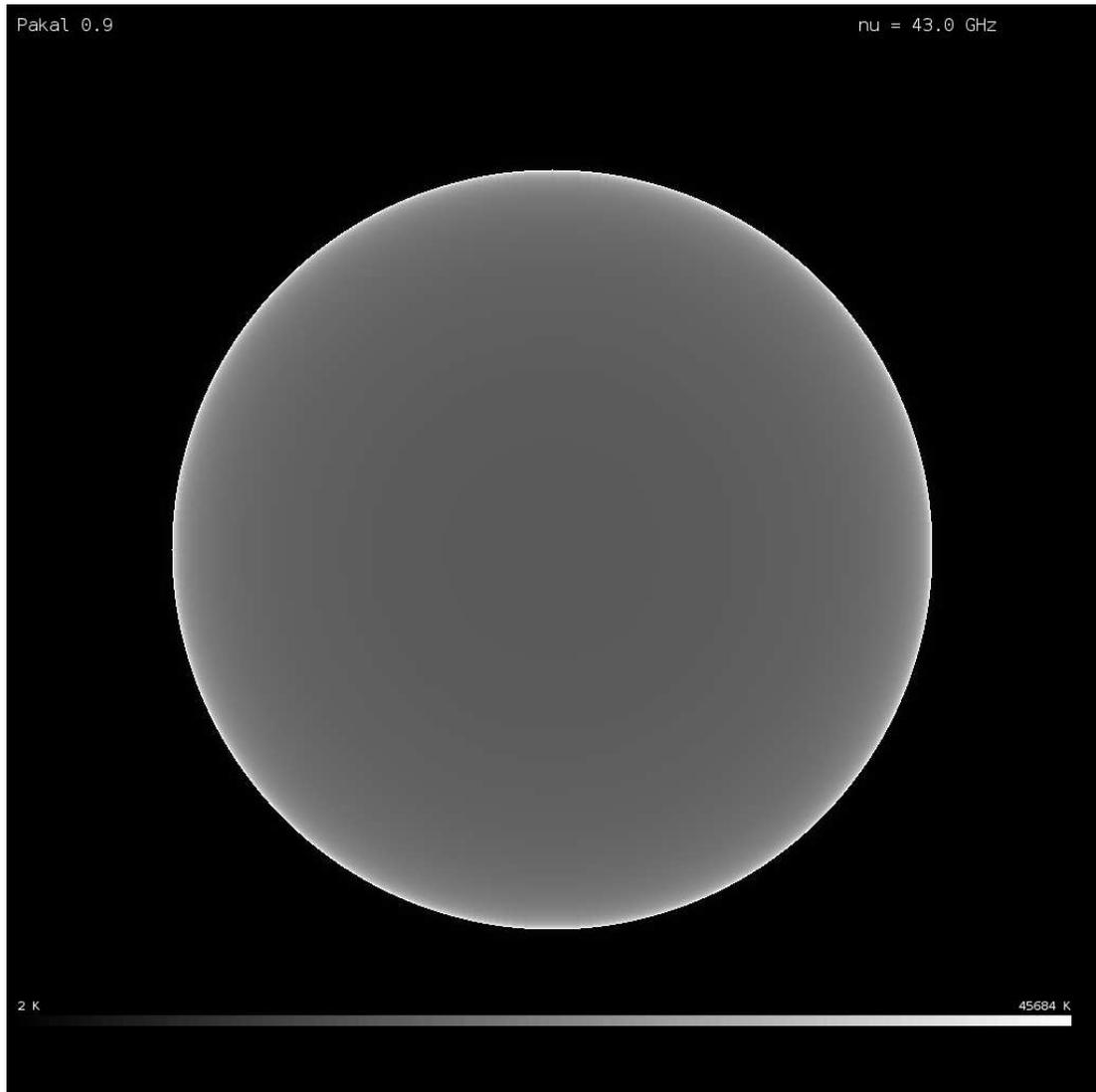


Figura 7.10: Sol Quieto a 43GHz.

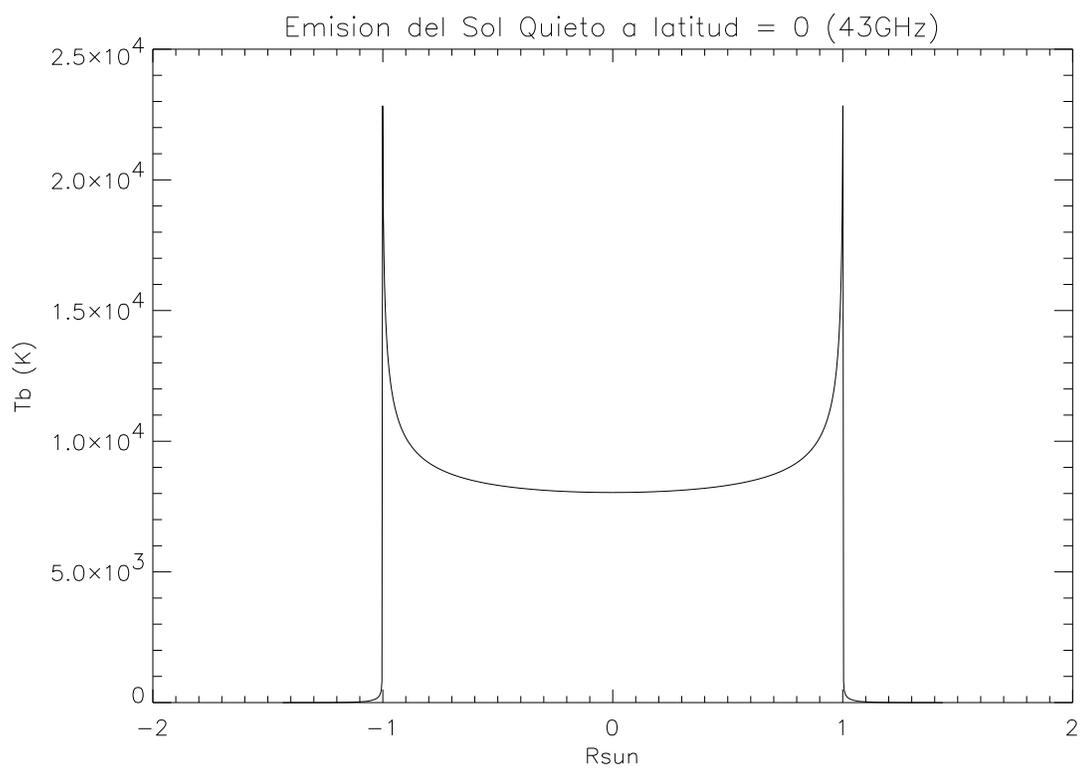


Figura 7.11: Abrillantamiento al limbo a 43GHz.

de aproximadamente 7500K para el centro del disco solar interpolando observaciones realizadas a 50GHz.

### **7.5.5. Análisis en Profundidad**

Para tener una mejor idea de lo que está ocurriendo en el proceso de emisión, generamos las imágenes en profundidad proporcionadas por Pakal para el centro del disco solar. En la Figura 7.12 podemos observar los 4 perfiles generados. En la primera imagen de izquierda a derecha y de arriba para abajo, podemos observar la emisión local. De nuevo observamos que la zona de ionización nos está generando una mayor emisión en esta zona. Sin embargo si observamos la siguiente figura, llamada la de emisión total, podemos observar que la mayor contribución ya no se genera en esa parte, mas bien, se genera en la primera capa de integración. Podemos observar, en la 4a grafica de la Figura 7.12, que se debe a que el medio se hace opticamente delgado más cerca de la Fotosfera. Sin embargo, la opacidad sigue presentando un salto en la zona de ionización.

## **7.6. Conclusiones**

Como pudimos observar, la generación de imágenes y datos en profundidad es relativamente sencillo. Teniendo un conjunto de perfiles, Pakal resuelve todos los pasos intermedios y nos presenta los resultados de una manera amigable para que podamos analizarlos. El tiempo de integración es de suma importancia, ya que al no contar con máquinas lo suficientemente rápidas debemos de establecer los parámetros óptimos para su eficaz funcionamiento. Desafortunadamente, nuestro modelo parece no corresponder exactamente con las observaciones. Sin embargo, tengo que aclarar que se construyeron 3 diferentes modelos de integración, el aquí presentado es el más eficiente, sin embargo, en todos, se obtuvo una mayor emisión, mas o menos similar a Pakal.

Ahora, es importante señalar que se pudo aislar la posible zona del problema, la zona de la Cromosfera alta. Sin embargo, optamos por no modificar arbitrariamente los perfiles, ya que en el trasfondo existe una teoría totalmente desarrollada, modificar los perfiles sería destruir arbitrariamente y sin bases los modelos anteriores.

En el siguiente capitulo daremos nuestras conclusiones finales y trataremos de dar posibles soluciones al problema de la mayor emisión a bajas frecuencias.

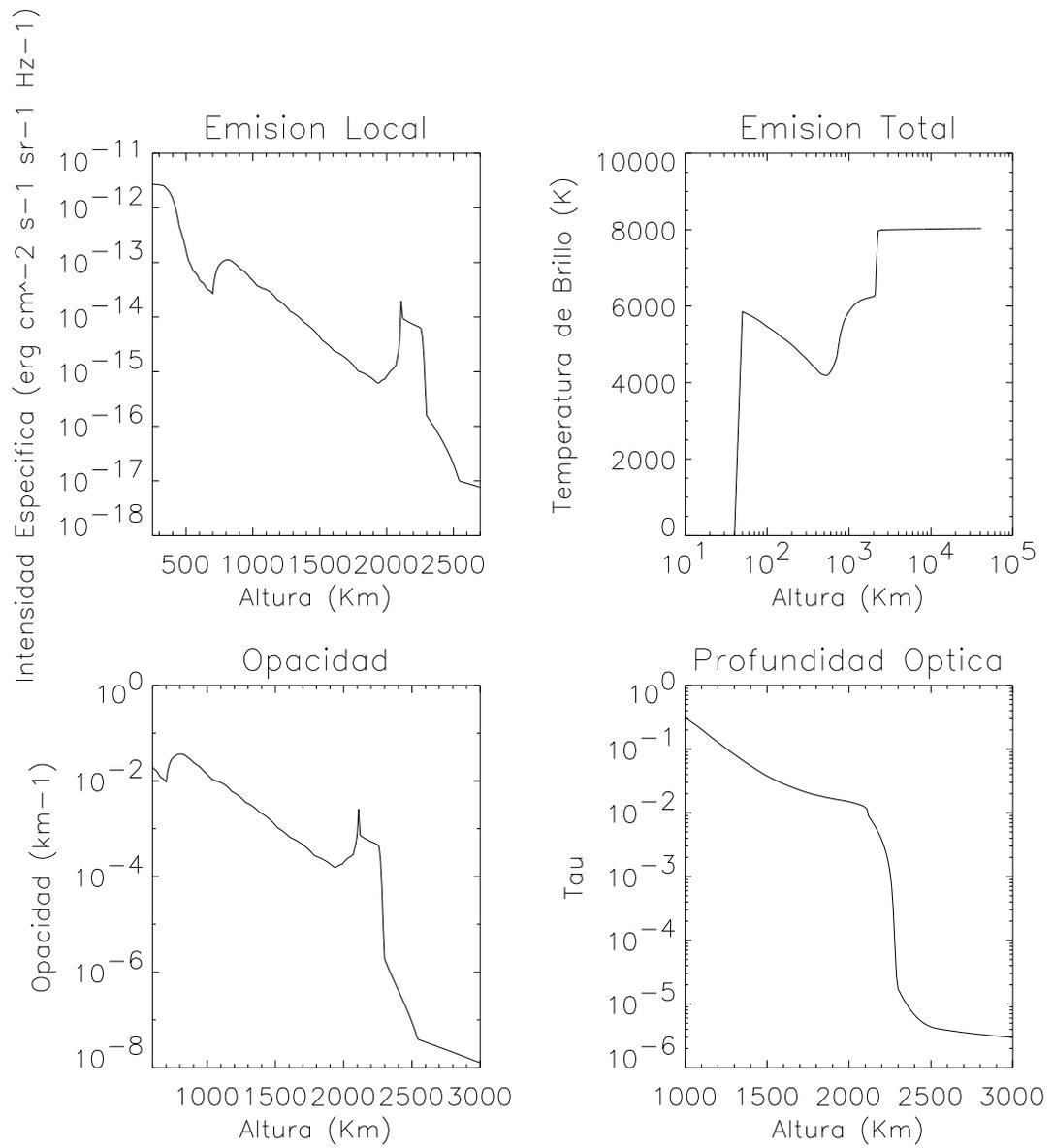


Figura 7.12: Análisis de emisión a 43GHz para el centro del disco solar.

# Capítulo 8

## Conclusiones Generales

En este trabajo construimos un nuevo software llamado Pakal. Totalmente modular, el cual resuelve la ecuación de transporte radiativo a partir de un autómata celular llamado *Tulum*. Dentro de *Tulum*, construimos un sistema experto que permite ampliar la base de conocimientos para poder así tomar mejores decisiones en la resolución de la ecuación de transporte. Tiene como entradas un modelo numérico para la ecuación de transporte, un modelo geométrico en donde se resolverá la ecuación de transporte, funciones de opacidad, función fuente y la función para la frecuencia crítica del medio. Toma como valores de entrada perfiles predefinidos de temperatura, densidad electrónica y densidad de Hidrógeno, porcentajes de ionización para un gas de Hidrógeno-Helio. Toma valores de inicio en la consola para configurar la integración. Este código puede emplearse para integrar tridimensionalmente y generar imágenes bidimensionales así como datos en profundidad para una gran cantidad de situaciones físicas, en este trabajo, desarrollamos toda la infraestructura que necesita Pakal, para el caso del Sol Quieto.

Construimos un modelo numérico para resolver la ecuación de transporte radiativo, utilizando la aproximación de atmósferas plano paralelas. Desarrollamos un modelo geométrico tridimensional que puede trazar trayectorias en profundidad y calcular cuándo esas trayectorias chocan con un cuerpo esférico. Este modelo geométrico puede ser modificado fácilmente. Generamos perfiles de temperatura, densidad electrónica e Hidrógeno total tomando en cuenta los modelos existentes desde la fotosfera hasta la corona. Implementamos funciones de opacidad clásica para la emisión libre-libre. Integramos todas estas características a Pakal para resolver el Sol Quieto en equilibrio Termodinámico Local utilizando una aproximación de atmósfera homogénea.

Aunque el algoritmo Pakal, en estos momentos solo toma un perfil para cualquier ángulo, dada la geometría 3D, se pueden caracterizar perfiles para cada ángulo diferente. Pakal está listo para leer perfiles que dependen del ángulo con respecto al centro del disco solar. Pakal también está listo para explorar no solo diferentes perfiles y funciones de opacidad, también está listo para explorar estructuras 3D. Como parte de los resultados generados por Pakal, se pueden reproducir trabajos clásicos en 1D y 2D, además de poder estudiar en “profundidad” (eje  $z$ ) y en cualquier ángulo y posición en la esfera

solar cualquier proceso de emisión, generar su imagen y comparar con observaciones. Estos resultados tienen una alta resolución angular y espacial, llegando a resoluciones angulares menores al segundo de arco y en profundidad en decenas de kilómetros. Tomando los parámetros óptimos, los tiempos de integración se pueden mejorar hasta en un orden de magnitud. Mejoramos el orden del algoritmo a menor que lineal. Sin embargo, los resultados obtenidos en el rango milimétrico difieren, como es el caso a 17GHz, en casi un 50 %.

A esta frecuencia, pudimos detectar la zona de mayor contribución a la emisión total, la cual es una franja de 100km que comienza en la zona alta de la cromosfera a unos 2100Km de la fotosfera.

Si la frecuencia sube, esta zona deja de contribuir, por lo que a 43GHz esta mayor emisión parece desaparecer.

Trabajos anteriores usan la aproximación de  $n_{HII} = n_e$ , utilizando solo el Hidrógeno (Landi & Chiuderi Drago (2003)). Como observamos, esta aproximación es válida para alturas mayores de 2500Km. Sin embargo, la mayor contribución a la emisión parece estar en alturas menores, donde la forma de la emisión la dicta el perfil de iones.

Para las simulaciones realizadas por Pakal a bajas frecuencias, existe una clara diferencia entre las observaciones publicadas hasta el momento. Sin embargo, trabajos anteriores, utilizando las mismas entradas, reportan emisiones similares o mayores. Como bien apunta Zirin et al. (1991) en su sección 4. Este problema comenzó desde la década de los cincuenta, cuando se hacían las primeras mediciones para la temperatura de brillo en la corona a partir de las líneas de emisión. En un principio, se enfocaron al problema de la diferencia entre la temperatura electrónica y la temperatura de iones. Sin embargo, al quedar resuelto este problema surgió uno nuevo, los perfiles de temperatura calculados con estas técnicas no son consistentes con los modelos teóricos en radio y los observados.

Noci (2003) hace un recorrido histórico, desde las primeras observaciones de la corona en el siglo XIX hasta las últimas estimaciones, producto de las observaciones del satélite SOHO. Continuando con nuestras conclusiones, damos algunas posibilidades del origen de la diferencia entre las temperaturas de brillo teóricas y las observadas:

- La función de opacidad está mal estimada. Partículas supratérmicas que emitan en UV pero no en radio (Ralchenko et al. (2007)), funciones de distribución de velocidades no maxwellianas (Chiuderi & Chiuderi Drago (2004)).
- El perfil de Temperatura es incorrecto. Mala calibración en líneas del UV (Loukitcheva et al. (2004)).
- Los perfiles de densidad electrónica o de Hidrógeno son incorrectos. La presión del campo magnético es subestimada en el cálculo de la presión, no existe equilibrio hidrostático entre las capas.
- Las abundancias están mal definidas. Sobreestimación de las abundancias en la atmósfera solar (Yang & Bi (2007), Avrett et al. (1976)).

- Falta mayor detalle en el cálculo. Las estructuras como las espículas y los agujeros coronales tienen un mayor impacto en la radio emisión (Wilhelm (2006), Solanki (2004) y Kuznetsova (1978)).
- El campo magnético del Sol Quietamente tiene una mayor influencia que la considerada. El mínimo de actividad solar no coincide con el dipolo magnético total en el campo del Sol. La estructura dipolar del Sol parece estar entre los 3 y 4 años después del máximo solar, no necesariamente en el mínimo. Una mayor influencia en el campo magnético produciría un aumento en la presión magnética del gas. Sin embargo, en nuestros modelos tomamos perfiles que no toman en cuenta esta contribución magnética a la presión total del gas y recordemos que estos perfiles se calculan a partir del equilibrio hidrostático.
- Existen procesos de absorción que no hemos, ni han considerado en los modelos (plasma interplanetario, opacidad para otros iones).

Todas estas diferencias nos dan una clara idea del arduo trabajo que se sigue desarrollando para entender los procesos físicos que envuelve la emisión en radio y en especial en el milimétrico. Trabajos recientes, especialmente Landi & Chiuderi Drago (2003) y Chiuderi & Chiuderi Drago (2004), atacan el problema con buenos resultados. Sin embargo, las funciones de opacidad que usan discriminan la aportación de los iones, aproximándolos a la densidad electrónica ( $N_i = N_e$ ). Pero como vimos en este trabajo, la estructura en la densidad de iones es la que dicta la forma de la emisión.

Para tratar de discriminar entre los posibles responsables de la sobrecontribución necesitamos generar una estructura solar con espículas de forma 3D, ya que hasta el momento, la contribución de tales espículas se basa en un término  $\alpha$  llamado factor de llenado o filling factor. Este factor también es modificado arbitrariamente (al igual que los perfiles de temperatura y de densidades) para hacerlos corresponder con las observaciones. Sin embargo, si podemos caracterizar una región no homogénea del Sol podríamos saber si el factor de llenado es responsable de la sobreemisión. Podemos modificar el perfil de temperatura pero al mismo tiempo calcular el cociente de líneas de emisión en UV o en rayos X para volver el cambio autoconsistente.

Para modificar el perfil de densidad electrónica, necesitamos recalcular el perfil de Hidrógeno. Necesitamos saber cómo contribuye un campo magnético no dipolar a la presión total, especialmente en la zona de ionización, a unos 2100 km de la fotosfera. Para modificar las abundancias relativas de otros elementos, o por lo menos del Helio, necesitamos mejores mediciones de estos elementos.

Para saber si el plasma interplanetario es responsable de la absorción de la radiación en milimétrico, necesitamos observaciones de centelleo interplanetario para tratar de caracterizar la absorción de dichas estructuras. Necesitamos incluir las opacidades para otros iones (especialmente los negativos, que parecen ser importantes en la zona baja de la cromosfera) y ver en qué proporción influyen en la absorción. Para la función de opacidad, un estudio local de las distribuciones de velocidades es indispensable. Parece ser que la aproximación de equilibrio termodinámico no es válida en todas las capas

de la atmósfera, en especial en la Zona de Transición. Para la emisión a 43GHz parece corresponder con las observaciones, por lo que proponemos estas imágenes como calibradores para las observaciones que se realizarán en el radiotelescopio RT5.

Por último, generamos imágenes bidimensionales multifrecuencia, pero más importante, generamos una nueva herramienta para el estudio del proceso de emisión en radio, la cual es totalmente libre y seguirá en desarrollo para tratar de entender la falla que existe en nuestro modelo a bajas frecuencias en la teoría de emisión en radio.

El trabajo que sigue es introducir una estructura solar más cercana a la realidad. Introduciremos las espículas y los agujeros coronales. Calcularemos la emisión producto de la interacción de la materia con un campo magnético intenso (Un loop coronal) y realizaremos estudios detallados en procesos de emisión térmica observados en multifrecuencia. También trataremos de extender las aplicaciones de Pakal, estudiando la emisión de regiones HII y la interacción de la radiación con nubes de gas. Como en las regiones de formación estelar.

# Apéndice A

## Elementos Teóricos de la Radioastronomía Solar

### A.1. Aspectos Generales

La Radioastronomía Solar tiene como base la teoría electromagnética propuesta, desde hace más de un siglo, por Maxwell. Esta teoría tiene aplicaciones tanto en el plano teórico como en el experimental. La instrumentación para el área de la radioastronomía sigue aplicando satisfactoriamente esta teoría, sin embargo, la mecánica cuántica tiene aquí también grandes aplicaciones. En el plano teórico, la teoría de transporte radiativo, surge de la necesidad de explicar la interacción de la radiación electromagnética con el medio. En este capítulo, daremos una breve introducción de estas herramientas teóricas, necesarias para entender los procesos de emisión y de absorción, así como los mecanismos usados para la medición del flujo, enfocándonos en la región del Radio.

#### A.1.1. Rangos Espectrales

En la actualidad, el espectro electromagnético se divide en 6 regiones: radio, infrarrojo, visible, ultravioleta, rayos X y rayos gamma.

La región del radio es la de más baja frecuencia, se define entre

$$1\text{mm} \leq \lambda \leq 10\text{m}$$

más allá de 10 m la ventana del radio termina, producto de la extinción atmosférica, haciendo imposible medir ondas de radio en la superficie terrestre. Este rango espectral es el de más bajas frecuencias y tiene como vecino, el Milimétrico y el lejano infrarrojo (FIR).

#### A.1.2. Extinción Atmosférica

Para longitudes menores a un metro, las principales moléculas que afectan la radiación son el  $\text{O}_2$  y el  $\text{H}_2\text{O}$  pero la que tiene más impacto es la molécula del agua.

Para longitudes de onda larga, la parte que afecta a la señal es la ionosfera y esta caracterizada por su frecuencia característica dada por

$$\nu_p = \left( \frac{N(t)e^2}{\pi m} \right)^{1/2}$$

donde  $N$  es la densidad electrónica,  $e$  la carga del electrón y  $m$  su masa. Entre más atmósfera existe mayor dispersión, por eso entre más alto mejor.

Cuando hay lluvia las observaciones se afectan, debido al aumento de humedad y el consiguiente aumento de moléculas de agua en la atmósfera.

### A.1.3. Partes de un Radiotelescopio

Al igual que un telescopio óptico, un radio telescopio tiene la finalidad de captar, amplificar y registrar fotones de alguna fuente astronómica:

- Captar** Para capturar la señal se utilizan antenas de diferentes tipos, de acuerdo a su forma y configuración, estas tienen propiedades muy diferentes, pero la parte más importante que define a una antena es llamada función de respuesta o patrón de antena. Esta función nos dice como responde una antena ante la radiación incidente a partir del ángulo de llegada (en la sección A.3.1 de este capítulo definimos ampliamente el patrón de antena).
- Amplificar** Para amplificar y filtrar la señal, un radiotelescopio utiliza un receptor, el cual es un conjunto de elementos electrónicos que transforman en corriente eléctrica la señal recibida, permite seleccionar una o varias bandas, elimina los componentes no deseados de alta frecuencia, pasa la señal a otro ancho de banda, permite sumar la señal de dos o más antenas, combina una fuente de ruido con la señal de origen y amplifica la señal de llegada para que sea posible su registro. Mas adelante veremos que, en el espectro del radio, la mayor parte de la radiación incidente, es muy débil.
- Los receptores se dividen principalmente en dos tipos: los directos y los superheterodino, su diferencia es que el primero solo amplifica la señal mientras que el segundo utiliza un heterodino, el cual es un componente electrónico capaz de mezclar dos señales diferentes con el propósito de modificar (bajar) la frecuencia de una de las señales y eliminar sus componentes de alta frecuencia.
- Como vemos, la amplificación y la filtración de señales es una parte muy extensa que no abordaré en este trabajo, sin embargo hago incapie en el hecho de que conocer detalladamente la electrónica del radiotelescopio es fundamental para la reducción de la señal.
- Registrar** La última parte es el registro de la señal, la cual se realiza a través de un graficador o de un convertidor analógico/digital para procesarlo por computadora. Actualmente nadie registra en un graficador ya que resulta tedioso y complicado reducir

las señales en el papel, sin contar con los inconvenientes errores humanos que a menudo se presentan en este tipo de trabajo.

## A.2. Teoría de la Radiación

La teoría del transporte radiativo es una herramienta fisico-matemática que permite el estudio de procesos de emisión y su interacción con la materia a través de una trayectoria. Permite, entre otros, el estudio de:

- Atmósferas estelares.
- Interacción de la emisión con el medio interplanetario e interestelar.
- Interacción de la radiación con la atmósfera terrestre.
- Cantidad de flujo recibido en un telescopio.
- Emisión en nubes moleculares.

Cabe mencionar que la teoría del transporte radiativo sólo toma en cuenta los efectos macroscópicos de los sistemas. Sin embargo, estos efectos macroscópicos son el producto del análisis detallado de los procesos de interacción de la materia y la radiación a niveles atómicos.

### A.2.1. Intensidad Específica

La Intensidad Específica ( $I_\nu$ ) es la unidad básica en la Teoría del Transporte. Se define como la cantidad de energía ( $dE$ ) que pasa por unidad de área ( $dA$ ) por unidad de tiempo ( $dt$ ) por unidad de ángulo sólido  $d\omega$  por intervalos de frecuencias ( $d\nu$ ) a través de una dirección dada ( $\hat{r}$ ).

$$dI = \frac{dE}{dA dt d\omega d\nu \hat{r} \cdot \hat{n}}$$

donde  $\hat{r}$  y  $\hat{n}$  son el vector dirección y el vector normal a la superficie  $dA$ , los vectores están normalizados. También podemos escribir

$$\hat{r} \cdot \hat{n} = \cos \theta = \mu.$$

Podemos caracterizar la intensidad específica construyendo una función tal que

$$I = I_\nu(\theta, \phi, t) \quad [\text{erg cm}^{-2} \text{ t}^{-1} \text{ srad}^{-1} \text{ Hz}^{-1}],$$

donde  $\theta = [0, \pi]$  y  $\phi = [0, 2\pi]$ . Para la intensidad específica, existen varias aproximaciones, entre las más importantes se encuentran:

- Eddington-Barbier.

$$I_\nu(\tau) = a_\nu + b_\nu \tau_\nu,$$

donde la intensidad depende linealmente de la profundidad optica.

- Emisión de Cuerpo Negro

$$I_\nu = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

donde la emisión es igual a la de un gas en equilibrio termodinamico y depende exclusivamente de su temperatura.

- Ley de Kirchhoff

$$I_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu},$$

donde la emisividad depende de su opacidad.

## A.2.2. Flujo

La siguiente cantidad importante es el flujo, muchos libros confunden o hacen confusa la diferencia entre flujo e intensidad especifica, la única diferencia es que el flujo no depende de la dirección, es decir, integramos sobre todo el ángulo sólido y eso nos da la cantidad de energía que pasa en todas las direcciones en un punto fijo del espacio

$$F_\nu = \int_{\omega} I_\nu(\theta, \phi, t) \cos(\theta) d\omega$$

El  $\cos(\theta)$  se usa como la cantidad de superficie que interactúa con la energía.

Ahora bien  $d\omega = \sin(\theta) d\theta d\phi$ , si suponemos que la intensidad no depende del ángulo  $\phi$

$$F_\nu = 2\pi \int_0^\pi I_\nu(\theta, t) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

Podemos dividir esta integral en 2, una parte para saber lo que sale y otra para saber lo que entra

$$F_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2} I_\nu(\theta, t) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta - 2\pi \int_{\pi/2}^\pi I_\nu(\theta, t) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

$$F_\nu = F_\nu^+ - F_\nu^-$$

Si suponemos que no depende de  $\theta$  ni del tiempo y medimos solo lo que sale (como en el caso de la fotosfera del sol)

$$F_\nu = \pi I_\nu$$

Existen otras ecuaciones para el flujo, por ejemplo, si podemos resolver el objeto ( $\Omega$ ) y suponemos que la intensidad especifica es igual en cada punto del objeto, entonces

$$F_\nu = \Omega I_\nu.$$

### A.2.3. Luminosidad

La luminosidad es la cantidad total de flujo que sale en un área específica

$$L_\nu = \int_S F_\nu dA$$

Si suponemos el área como una esfera que cubre la totalidad de una fuente de radio R

$$L_\nu = 4\pi R^2 F_\nu$$

### A.2.4. Momentos

Para el estudio de la emisión, se definen 3 momentos o medidas estadísticas de la energía:

$$J_\nu = \frac{\int_\Omega I_\nu d\omega}{\int_\Omega d\omega}$$
$$H_\nu = \frac{\int_\Omega I_\nu \cos \theta d\omega}{\int_\Omega \cos \theta d\omega}$$
$$K_\nu = \frac{\int_\Omega I_\nu \cos^2 \theta d\omega}{\int_\Omega \cos^2 \theta d\omega}$$

Si observamos, el primer momento es el promedio de la intensidad específica, el segundo es el promedio pero en flujo.

### A.2.5. Ecuación del Transporte Radiativo

La variación de energía  $dI_\nu$  que pasa a través de una distancia  $ds$  es igual a la absorción que siente  $-\kappa_\nu I_\nu$  mas la emisión  $\epsilon_\lambda$  que se podría producir a lo largo de esa distancia y se define como

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \epsilon_\lambda.$$

Ahora en una atmósfera plano-paralela podemos redefinir  $ds$  en términos de la profundidad geométrica  $dx$  como

$$dx = ds \cos(\theta) = ds\mu,$$

entonces podemos reescribir la ecuación de transporte como

$$\mu \frac{dI_\lambda}{\kappa_\lambda dx} = -I_\lambda + \frac{\epsilon_\lambda}{\kappa_\lambda}.$$

## Profundidad Óptica

La profundidad óptica es una representación de la profundidad geométrica pero que depende de la absorción del medio

$$d\tau_\nu = -\kappa_\nu dx. \quad (\text{A.1})$$

Por convención la profundidad óptica va al revés de la profundidad geométrica, es decir en la superficie de una estrella

$$\tau_\nu = 0.$$

Se dice que un objeto es ópticamente delgado a una frecuencia si

$$0 < \tau_\nu < 1$$

y ópticamente grueso si

$$\tau_\nu \gg 1$$

## Ley de Kirchhoff

En un gas en equilibrio termodinámico en donde la radiación es homogénea e isotrópica se puede decir que la emisividad depende de la opacidad y de la fuente que la genera

$$\epsilon_\nu = \kappa_\nu S_\nu.$$

Esta afirmación se vale para cualquier cuerpo en Equilibrio Termodinámico pero también puede ser válida como aproximación para gradientes de temperatura pequeños.

### A.2.6. Soluciones a la Ecuación de Transporte

Con las definiciones de profundidad óptica y tomando la ley de Kirchhoff podemos reescribir la ecuación de Transporte Radiativo como

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} - \frac{I_\lambda}{\mu} = -\frac{S_\lambda}{\mu}.$$

Multiplicando por su factor integrante  $e^{-\tau_\lambda/\mu}$  e integrando entre  $\tau_{1,\lambda}$  y  $\tau_{2,\lambda}$  donde  $\tau_{1,\lambda} > \tau_{2,\lambda}$  son dos profundidades ópticas diferentes llegamos a

$$I_\lambda(\tau_{2,\lambda}) = I_\lambda(\tau_{1,\lambda})e^{-(\tau_{1,\lambda}-\tau_{2,\lambda})/\mu} - \frac{1}{\mu} \int_{\tau_{1,\lambda}}^{\tau_{2,\lambda}} S_\lambda(\tau_\lambda) e^{-(\tau_\lambda-\tau_{2,\lambda})/\mu} d\tau_\lambda, \quad (\text{A.2})$$

que es la solución general de la ecuación de transporte. A partir de las condiciones iniciales, se pueden encontrar aproximaciones que son muy importantes para ejemplificar los procesos de emisión estelar.

### **Atmósfera Plano Paralela Infinita**

Suponemos una atmósfera plana con

$$0 \leq \mu \leq 1$$

e infinita en profundidad,

$$\tau_{1,\lambda} = \infty,$$

donde a una profundidad infinita su emisión sea 0

$$\lim_{\tau_{1,\lambda} \rightarrow \infty} I_{\lambda}(\tau_{1,\lambda}) e^{-\tau_{1,\lambda}/\mu} = 0$$

y midiendo en la superficie de la atmósfera

$$\tau_{2,\lambda} = 0,$$

entonces la solución general es:

$$I_{\lambda}(0) = \frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) e^{-\tau_{\lambda}/\mu} d\tau_{\lambda}. \quad (\text{A.3})$$

### **Aproximación de Eddington-Darbies**

Tomando el resultado anterior, ahora suponemos a la función fuente como

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = a_{\lambda} + b_{\lambda}\tau_{\lambda},$$

i.e. su emisividad depende linealmente de su profundidad óptica. Sustituyendo en la ecuación A.3 llegamos a

$$I_{\lambda}(0) = a_{\lambda} + b_{\lambda}\mu,$$

es decir, dependiendo del ángulo vamos a medir regiones diferentes con diferentes profundidades ópticas. Esta es la primera aproximación para explicar el oscurecimiento al limbo.

### **Aproximación de Función Fuente Constante con Fuentes de Emisión**

Si suponemos emisión constante

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = C,$$

solamente en la dirección del observador

$$\mu = 1,$$

con una fuente de emisión a una profundidad  $\tau_{1,\lambda}$ , igual a

$$I_{\tau_{1,\lambda}} \neq 0.$$

Ahora, en la superficie de la atmósfera

$$\tau_{2,\lambda} = 0,$$

sustituyendo en A.2 llegamos a

$$I_\lambda(0) = I_\lambda(\tau_{1,\lambda})e^{-\tau_{1,\lambda}} + S_\lambda(1 - e^{-\tau_{1,\lambda}}). \quad (\text{A.4})$$

Este caso se da, por ejemplo, en una nube de gas, que emite de forma constante ( $S_\lambda = C$ ) y se encuentra entre de una fuente de radiación y el observador. La fuente de radiación puede ser una estrella o la misma radiación de fondo ( $I_\lambda(\tau_{1,\lambda})$ ). Es interesante observar que si la nube de gas es transparente ( $\tau_\lambda = 0$ ) entonces la intensidad específica que mediríamos en la superficie de la nube sería

$$I_\lambda(0) = I_\lambda,$$

es decir la radiación de fondo, en otro caso, si la nube fuera ópticamente gruesa ( $\tau_\lambda \gg 0$ ), lo que mediríamos sería

$$I_\lambda(0) = S_\lambda,$$

i.e. lo que mediríamos sería la fuente de emisión producida por la nube, la radiación de fondo, no atravesaría el medio.

### **Aproximación a una Función Fuente Constante sin Emisión de Fondo**

Si suponemos que no hay radiación de fondo

$$I_\lambda(\tau_{1,\lambda}) = 0,$$

entonces la ecuación A.4 se transforma en

$$I_\lambda(0) = S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}).$$

Si es transparente

$$\tau_\lambda = 0,$$

no va a producir energía

$$I_\lambda(0) = 0.$$

Si es ópticamente delgado

$$0 < \tau_\lambda < 1,$$

va a producir energía en un porcentaje proporcional a su profundidad óptica. Si es muy delgado, casi no va a producir energía, si es grueso, va a producir una mayor cantidad de energía. Si su profundidad óptica es 1

$$\tau_\lambda = 1,$$

va a producir toda la energía, de acuerdo a su función fuente

$$I_\lambda(0) = S_\lambda,$$

en otro caso, si la profundidad óptica

$$\tau_\lambda > 1,$$

lo que nos dice la ecuación es el camino libre medio de los fotones dentro de la nube. Si queremos medir el flujo de esta fuente de emisión, lo único que tenemos que hacer es multiplicar la intensidad específica por el ángulo sólido que forma con el observador

$$F_\lambda = \Omega S_\lambda (1 - e^{-\tau_\lambda}). \quad (\text{A.5})$$

### A.2.7. Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell son un conjunto de 4 ecuaciones que relacionan los campos magnético ( $\vec{B}$ ) y eléctrico ( $\vec{E}$ ). Estos campos, dependen del espacio y del tiempo:

$$\vec{E}(x, y, z, t),$$

$$\vec{B}(x, y, z, t).$$

Vamos a enumerar las 4 ecuaciones, también conocidas como las 4 leyes del electromagnetismo.

#### Ley de Gauss

El campo eléctrico debido a una carga  $q$  está definido como

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi q, \quad (\text{A.6})$$

donde  $S$  es una superficie cerrada. Si  $S$  encierra un volumen  $V$  y dentro del volumen se encuentra la carga  $q$  entonces

$$\int_V \rho dV = q. \quad (\text{A.7})$$

Si utilizamos el teorema de la divergencia

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{E} dV, \quad (\text{A.8})$$

donde  $V$  es el volumen contenido por la superficie  $S$ . Ahora, de A.6, A.7 y A.8 llegamos a la primera ley:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho. \quad (\text{A.9})$$

También se puede definir una función potencial

$$\vec{E} = -\nabla\phi, \quad (\text{A.10})$$

o bien

$$\nabla^2\phi = -4\pi\rho. \quad (\text{A.11})$$

## Ley de Ampère

Esta ley dice que cargas en movimiento producen campos magnéticos

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I, \quad (\text{A.12})$$

donde  $\Gamma$  es una trayectoria cerrada e  $I$  es la carga en movimiento mejor conocida como la corriente, la cual está definida como

$$dI = \frac{dq}{dt}.$$

Si usamos el teorema de Stokes

$$\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l}, \quad (\text{A.13})$$

donde  $S$  es la superficie encerrada por la trayectoria  $\Gamma$ . También definimos otra cantidad importante, la llamada densidad de corriente  $\vec{J}$

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I, \quad (\text{A.14})$$

donde  $S$  es una superficie perpendicular a la dirección de la corriente. Ahora, de A.12, A.13 y A.14 llegamos

$$\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \int_S \frac{4\pi}{c} \vec{J} \cdot d\vec{s}, \quad (\text{A.15})$$

por el teorema fundamental del calculo

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}. \quad (\text{A.16})$$

Sin embargo, esta ecuación solo es válida para estados estacionarios o estáticos. Cuando los campos son variables en el tiempo, la densidad de corriente se transforma en

$$\int_S \left( \vec{J} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = I, \quad (\text{A.17})$$

en donde

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

se le conoce como corriente de desplazamiento. Entonces, la segunda ley del electromagnetismo o segunda ecuación de Maxwell en el caso general

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (\text{A.18})$$

## Ley de Faraday

Faraday encontró empíricamente que una corriente es inducida a un circuito si existe un cambio de corriente en otro circuito que se encuentre cercano, o cuando un imán se mueve a corta distancia del circuito.

Primero definimos la fuerza electromotriz como

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \text{fem}. \quad (\text{A.19})$$

La fuerza electromotriz (fem) es la capacidad de producir una corriente en un circuito cerrado. La fem también se puede definir en términos de la variación del flujo magnético

$$\text{fem} = -\frac{1}{c} \frac{\partial F}{\partial t}, \quad (\text{A.20})$$

donde el flujo magnético  $F$  está definido como

$$F = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS, \quad (\text{A.21})$$

$\hat{n}$  es un vector ortonormal a  $\vec{B}$ . Entonces de A.19, A.20 y A.21

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS, \quad (\text{A.22})$$

entonces, la tercera ley del electromagnetismo

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{A.23})$$

## Ley de los Monopolos Magnéticos

Esta ley, nos dice que nadie a visto los monopolos magnéticos, sin embargo, no queda excluida la posibilidad de que existan

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (\text{A.24})$$

## Ecuación de Onda

Si usamos A.18 y A.23 considerando a  $\vec{J} = \vec{0}$  y  $\rho = 0$ , es decir, un campo eléctrico en el vacío y sin cargas, llegamos a

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (\text{A.25})$$

de forma análoga podemos llegar a la misma expresión para el campo magnético

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}. \quad (\text{A.26})$$

Una solución para esta ecuación parcial de segundo orden esta dada por

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{a}_1$$

Es decir, la existencia de las 4 leyes del electromagnetismo permite la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío, estas ondas son en realidad campos oscilantes interdependientes y necesariamente perpendiculares entre si y en la dirección de propagación.

La forma en que estos dos vectores se propagan en el espacio explican la idea de polarización que veremos a continuación.

### A.2.8. Polarización

Como vimos anteriormente, una solución para las ecuaciones de Maxwell es la onda electromagnética. La cual es una variación del campo magnético y eléctrico perpendicular a la dirección de propagación. Una forma de estudiar las diferentes trayectorias que puede tomar la variación del campo de una onda electromagnética son los parámetros de Stokes. Los cuales, son una simplificación conceptual de las diferentes formas de polarización de una onda plana.

Sabemos que la solución de una onda plana genera dos vectores, uno del campo eléctrico y otro para el campo magnético y que ambos son perpendiculares entre si y están definidos en términos de la dirección de propagación.

Supongamos que la dirección de propagación esta dada en el eje Z y que podemos descomponer el campo eléctrico como combinación lineal en el plano X-Y de la siguiente forma:

$$E_x = E_1 \sin(\omega t + \delta_1),$$

$$E_y = E_2 \sin(\omega t + \delta_2).$$

Definimos

$$S_x = \frac{E_1^2}{z}, S_y = \frac{E_2^2}{z}; \quad (\text{A.27})$$

con

$$z = \sqrt{\mu/\epsilon},$$

donde  $\mu$  es la permeabilidad magnética del medio,  $\epsilon$  la constante dieléctrica y  $z$  es la impedancia del medio. En otras palabras, podemos definir a partir de estos parametros el vector de pointing

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{B}),$$

dado en  $Watts/m^2$ , esté vector nos ayudara a definir los estados de polarización de una onda electromagnética.

Los parámetros de Stokes, definen el estado de polarización de una onda electromagnética, basándose en una elipse de polarización, definiéndola a partir de dos ángulos<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Nótese que *epsilon* no es la constante dieléctrica.

$$-45^\circ \leq \epsilon \leq 45^\circ,$$

$$0^\circ \leq \tau \leq 180^\circ;$$

con

$$I = S = S_x + S_y, \quad (\text{A.28})$$

$$Q = S \cos(2\epsilon) \cos(2\tau), \quad (\text{A.29})$$

$$U = S \cos(2\epsilon) \sin(2\tau), \quad (\text{A.30})$$

$$V = S \sin(2\epsilon); \quad (\text{A.31})$$

donde

$$S = |\vec{S}|$$

es la magnitud del vector de pointing. También se cumple que

$$\frac{U}{Q} = \tan(2\tau),$$

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2.$$

Dado que el campo electromagnético producido por una onda plana se puede representar como un par de vectores perpendiculares entre si y entre la dirección de propagación, el par de vectores (uno eléctrico y el otro magnético) pueden estudiarse tomando en cuenta a solo uno de ellos y suponiendo que el otro siempre es perpendicular.

Así tomamos como base al vector que define el campo eléctrico. Este vector, puede tener varios comportamientos, dependiendo del comportamiento de sus componentes:

1. El primero de ellos es que uno de los componentes ( $E_x$  o  $E_y$ ) sea cero. Este comportamiento se le llama polarización lineal y esta definida como

$$I = S, Q = S, U = 0, V = 0.$$

2. Si el vector del campo eléctrico cambia su dirección de manera constante pero no su intensidad, e.d. la variación en los componentes  $E_x$  y  $E_y$  son iguales, entonces nos encontramos ante la polarización circular, que puede ser izquierda o derecha, dependiendo de la dirección que proyecte en el plano perpendicular a la propagación.

a) Polarización circular izquierda

$$I = S, Q = 0, U = 0, V = S.$$

b) Polarización circular derecha

$$I = S, Q = 0, U = 0, V = -S.$$

3. Si el vector cambia su dirección y su intensidad, pero de manera armónica, e.d. que después de un ciclo, el vector apunte en la misma dirección con la misma intensidad, entonces tenemos polarización elíptica,

### A.2.9. Teorema de Nyquist

En un circuito sin fuentes siempre existe una pequeña corriente producida por los electrones libres, sin embargo, en promedio es cero

$$\langle V \rangle = 0,$$

pero

$$\langle V^2 \rangle > 0.$$

Si aumenta la temperatura, el movimiento de los electrones también aumenta, produciendo un incremento en la corriente. Este fenómeno fue investigado en 1929 por H. Nyquist. El mostró que este problema es análogo al de movimiento Browniano con un termino de fricción. La potencia promedio por unidad de ancho de banda producida por un resistor  $R$

$$W = \frac{\langle V^2 \rangle}{2R} = \frac{1}{4R} \langle V_N^2 \rangle$$

donde  $V$  es el voltaje producido por una corriente  $i$  a través de una resistencia  $R$  y  $\langle V_N^2 \rangle$  es la corriente producida por los electrones libres.

Un análisis del proceso del camino aleatorio nos muestra que

$$\langle V_N^2 \rangle = 4RkT$$

De la ecuación anterior tenemos

$$W = kT\Delta\nu$$

Entonces vemos que la corriente está asociada a la temperatura.

### A.2.10. Temperatura de Brillo

Sabemos que la emisión de un cuerpo en equilibrio termodinámico se aproxima a la de un cuerpo negro.

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (\text{A.32})$$

En la región del radio, se cumple que

$$h\nu \ll kT.$$

Por esta razón podemos tomar una expansión de serie de Taylor del termino

$$e^{h\nu/kT} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}.$$

Sustituyéndola en A.32 llegamos a

$$B_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} kT,$$

que es la aproximación de Rayleigh-Jeans.

Si despejamos T

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} B_\nu, \quad (\text{A.33})$$

es la temperatura de brillo.

Existe otra definición de temperatura de brillo, la cual indica que si tenemos el flujo en una sola frecuencia entonces la temperatura de brillo es la temperatura que debería tener un cuerpo negro para que la planckiana pase por ese punto, sin tomar en cuenta las demás mediciones en otras frecuencias.

Podemos introducir el concepto de temperatura de brillo a la ecuación de transporte. De la ecuación A.4, si suponemos que el medio es isotérmico, podemos llegar a

$$T_b(s) = T_b(0)e^{-\tau_\nu(0)} + T(1 - e^{-\tau_\nu(0)}),$$

donde T es la temperatura termodinámica. Con esta ecuación podemos llegar a dos resultados importantes

1. Ópticamente delgado

$$T_b = \tau_\nu T.$$

2. Ópticamente grueso

$$T_b = T.$$

## A.3. Parámetros de Antena

Existen una gran cantidad de Antenas, en este trabajo sólo nos vamos a enfocar en las antenas de tipo parabólico, así que todas las definiciones que a continuación se enuncian solo son válidas para esta configuración.

### A.3.1. Patrón de Antena

El patrón de antena o función de respuesta es la forma en que responde una antena con respecto al ángulo que forma con el tren de onda producido por una fuente puntual.

$$l = D \sin \theta$$

donde  $D$  es el diametro de la antena y  $\theta$  el angulo que se forma entre el vector de desplazamiento del tren de onda y la recta que une los dos extremos de la parabola. Si  $\sin \theta \ll 1$  y  $l = \lambda/2$  entonces podemos definir:

- Ángulo destructivo del componente principal

$$\theta_D \simeq \frac{\lambda}{2D_i}. \quad (\text{A.34})$$

- Ángulo al que se da el ancho a potencia media del haz

$$\theta_{0.5} = 0.5093 \frac{\lambda}{D}. \quad (\text{A.35})$$

- Resolución angular del haz

$$\theta_A = 1.02 \frac{\lambda}{D}. \quad (\text{A.36})$$

- Ángulo ciego, donde la interferencia es totalmente destructiva

$$\theta_{cero} = 1.22 \frac{\lambda}{D}. \quad (\text{A.37})$$

Haciendo el análisis para diferentes diámetros podemos aproximar esta función de varias maneras:

1. Usando un sinc

$$P(\theta) = P_o \frac{\text{sinc}^2 \left( \frac{\pi D \theta}{\lambda} \right)}{\left( \frac{\pi D \theta}{\lambda} \right)^2}. \quad (\text{A.38})$$

2. Usando la función de Bessel

$$P(\theta) = P_o \left[ \frac{2J_1 \left( \frac{\pi D \theta}{\lambda} \right)}{\left( \frac{\pi D \theta}{\lambda} \right)} \right]^2. \quad (\text{A.39})$$

3. Usando una Gaussiana

$$P(\theta) = \exp \left( -4 \ln(2) \frac{\theta^2}{\theta_A^2} \right). \quad (\text{A.40})$$

Ahora bien, Tomando como base  $\nu = 43GHz$ , el diametro de la antena  $D = 5m$  y la aproximación dada por la ecuación A.39 se genero el patron de antena mostrado en la figura A.1.

A partir de esta aproximación se obtuvo la resolución angular del haz dado como

$$\theta_A = 3.23136\text{rad}$$

$$\theta_A = 3.23136\text{rad}$$

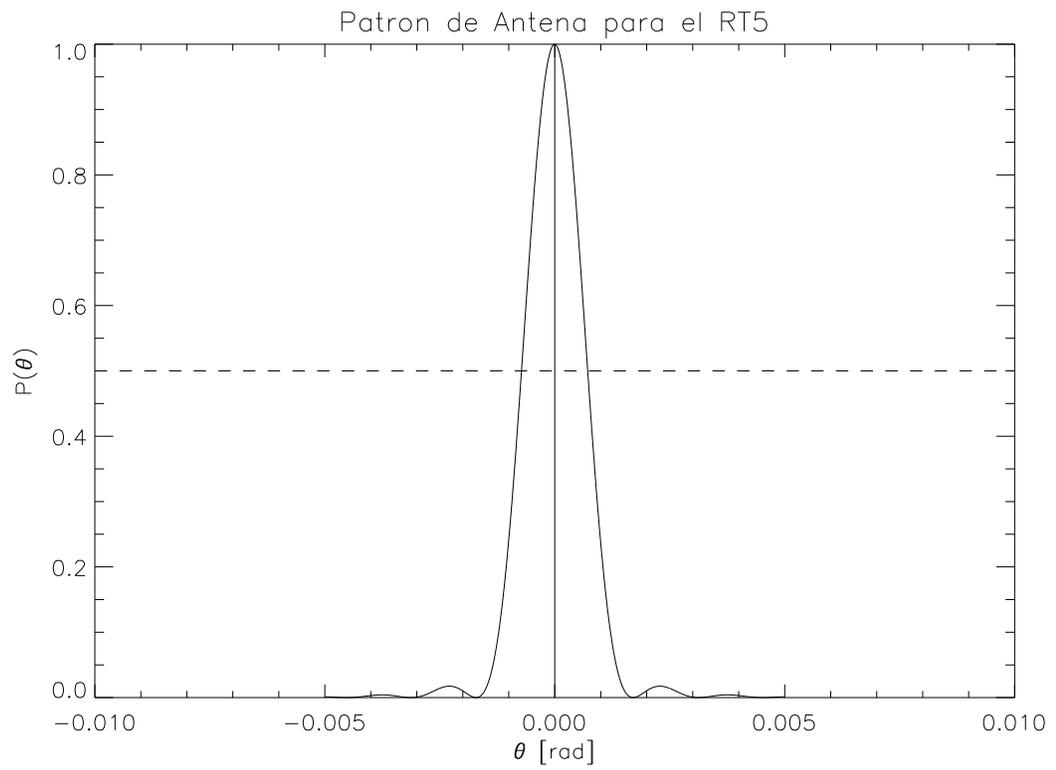


Figura A.1: Patron de Antena del RT5 a una frecuencia de  $43GHz$ .

### A.3.2. Resolución Angular

Otro aspecto interesante es la diferencia que existe entre un telescopio óptico y uno de radio, esta diferencia es la resolución angular, la cual esta definida por

$$\phi = 1.02 \frac{\lambda}{D},$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda y  $D$  es el diámetro del telescopio, como podemos observar en el óptico las longitudes de onda son pequeños, teniendo como consecuencia que la resolución angular sea mejor<sup>2</sup>, e.d. se pueden resolver objetos con separaciones angulares pequeñas, mientras que para el caso de las ondas de radio, las frecuencias son menores por lo que la resolución angular se hace mas grande, e.d. la capacidad de resolver objetos cercanos entre si se hace mas difícil.

Por este hecho, es muy complicado obtener imágenes en radio.

### A.3.3. Ángulo Sólido

El ángulo solido mide que tanta superficie ocupa un objeto en una esfera si el observador se encuentra en el centro de la esfera. En el caso general, el ángulo solido esta definido como

$$\Omega = \frac{A}{r^2}, \quad (\text{A.41})$$

donde  $A$  es el área que ocupa en realidad y  $r$  la distancia a la que se encuentra del observador. Existe otra forma de calcularlo, si conocemos su diámetro angular  $\theta$

$$\Omega = \pi r^2 = \pi \left( \frac{\theta}{2} \right)^2. \quad (\text{A.42})$$

Como vemos, el ángulo solido es una medida ambigua, por ejemplo, el sol y la luna tienen el mismo ángulo solido, sin embargo su área y su distancia son totalmente diferentes.

Por otra parte, el ángulo solido de una antena significa lo mismo. Da una medida del tamaño del haz de nuestra antena, nos dice el poder de resolución espacial

$$\Omega_A = \int_{4\pi} P_n d\Omega. \quad (\text{A.43})$$

En el caso de la antena parabólica

$$\Omega_A = \frac{\pi}{4} \phi^2, \quad (\text{A.44})$$

sus unidades son los steradianes o grados cuadrados.

---

<sup>2</sup> Para el caso de la resolución angular entre menor sea la razón mejor es la resolución.

### A.3.4. Directividad

La directividad se define como la potencia máxima dividida entre la potencia promedio

$$D = \frac{P(\theta, \phi)_{\max}}{\langle P \rangle}.$$

Para nuestro caso

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A},$$

nos dice la capacidad de transmitir de nuestra antena, como podemos observar, si el ángulo sólido es pequeño, la directividad es grande.

### A.3.5. Área Efectiva

El área efectiva es el área real que podemos usar como superficie reflectora. Es importante hacer notar que el paraboloides de la antena aparte de tener imperfecciones que dispersan la luz y las propias características reflejantes de la superficie, tiene a su vez, elementos que crean sombra y reducen el área efectiva, como lo son los tripoides para el reflector secundario, el mismo reflector secundario y el orificio central de la antena parabólica donde normalmente se encuentra el receptor.

Ahora bien, si se conoce el área efectiva entonces podemos relacionarla con el ángulo sólido de la antena

$$A_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{\Omega_A}. \quad (\text{A.45})$$

Sin embargo, si suponemos la  $\Omega_A$  teórica, en ningún caso podemos relacionar el área efectiva con ella.

### A.3.6. Temperatura de Antena

La temperatura de antena es el concepto más importante que se debe de entender en la caracterización de un radiotelescopio. Este concepto es un resultado de la Ley de Nyquist.

La temperatura de antena es la temperatura que debe tener una resistencia para que nos entregue una potencia igual a la recibida por un radiotelescopio para una una fuente dada

$$T_A = \frac{W}{k\Delta\nu}. \quad (\text{A.46})$$

Por esta razón, al momento de realizar una medición, debemos de comparar la señal recibida con una producida en un ambiente controlado. Esta señal es la llamada, temperatura de resistencia. Comparando ambas señales podemos deducir la temperatura de antena. Existe una relación importante entre la temperatura de brillo y la temperatura de antena, dada por

$$T_A = \int_{4\pi} \frac{A_{\text{eff}} T_B}{\lambda^2} d\Omega,$$

ahora bien, dependiendo de la relación entre el ángulo solido producido por el haz del telescopio ( $\Omega_A$ ) y el creado por la fuente ( $\Omega_S$ ) tenemos dos casos

1.  $\Omega_A \ll \Omega_S$ , i.e. el objeto se puede resolver con la antena, entonces

$$T_A = T_B.$$

2.  $\Omega_A \gg \Omega_S$ , i.e. el objeto no se puede resolver, entonces

$$T_A = \frac{\Omega_S}{\Omega_A} T_B.$$

### A.3.7. Sensibilidad

La sensibilidad de un telescopio esta dado por

$$T_A = \Gamma S_\nu,$$

aquí  $\Gamma$  es la sensibilidad del telescopio medida en  $K Jy^{-1}$  y nos da un parámetro entre el flujo medido de la fuentes y la temperatura registrada en la antena. Existe también otro definición de sensibilidad la cual esta dada por

$$\Delta T = \frac{k T_{sys}}{\sqrt{\Delta \nu \tau}},$$

donde

$$T_{sys} = T_A + T_N,$$

siendo  $T_A$  la temperatura de antena y  $T_N$  la temperatura del ruido,  $k$  un parámetro que depende del sistema de medición,  $\tau$  el tiempo de integración y  $\Delta \nu$  el ancho de banda.

# Apéndice B

## Analisis de Estados para Tulum

Para probar que el algoritmo funciona, debemos de suponer los casos y verificar que reacciona de la forma correcta. Para eso, utilizamos varios escenarios y revisaremos el “stack” del autómata:

1. Todo el tiempo hay suficiente emisión.

En este caso, esperaríamos que siempre integraría de manera detallada. Suponemos una trayectoria de 5 puntos  $(x_o, x_1, \dots, x_4)$  a intervalos  $dz_{detail} = 1$ ,  $I_l = 1$ ,  $\tau = 1$  e  $I_o = 0$ .

$x_o$  Nos posicionamos en el estado A1. No se ejecuta nada, es el primer punto. En un caso mas general, aqui se calcularia la emisión de fondo. Para nuestro ejemplo  $I=0$ . El paso de integración es detail, por lo tanto

$$\begin{aligned}x_a &= x_o \\x_b &= x_o + detail = x_1\end{aligned}$$

Estas dos posiciones seran tomadas en cuenta en la siguiente iteración.

$x_1$  Para  $x_a$  y  $x_b$  del paso anterior, calculamos

$$\begin{aligned}\tau &= (\kappa_{x_1} + \kappa_{x_2})(x_1 - x_o)/2 \\I_l &= S((T(x_o) + T(x_1))/2)(1 - e^{-tau}) = 1.0 \\n_0 &= f_{crit}(x_2)\end{aligned}$$

estos valores  $(\tau, I_1, n_0)$  son enviados al experto, el cual regresa las siguientes recomendaciones (a partir del modelo de la figura 6.4)

$$q = 2, y = 0$$

Observando en la tabla 6.1 estos valores nos dice que hay suficiente emisión y que deberiamos de continuar con un paso pequeño.

Ahora, vamos a la tabla 6.2, el renglón 3 caza con las recomendaciones ( $q=2, y=0$ ). Las intrucciones nos dicen que ejecutemos

$$I = 0 + 1(1 - e^{-1})$$

y tambien que calculamos los siguientes valores

$$x_a = x_1$$

$$x_b = x_2$$

$$\epsilon = 0$$

Ahora, como estamos en A1 y  $\epsilon = 0$ , la tabla 6.3 renglón 1, dice que nos quedamos en el estado A1 y no ejecutamos nada.

$x_2$  Del ciclo anterior tenemos que  $x_a = x_1$  y  $x_b = x_2$ , calculamos de nuevo los  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 2, y = 0$ , como estamos en el mismo estado y son las mismas recomendaciones entonces

$$I = (1 - e^{-1})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-2}$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_2$  y  $x_b = x_3$ . Como  $\epsilon = 0$  y estamos en A1, la tabla 6.3 dice que nos quedamos en el estado A1.

$x_3$  Del ciclo anterior tenemos que  $x_a = x_2$  y  $x_b = x_3$ , calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 2, y = 0$ , entonces

$$I = (1 - e^{-2})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-3}$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_3$  y  $x_b = x_4$ . La tabla 6.3 dice que nos quedamos en el estado A1.

$x_4$  Del ciclo anterior tenemos que  $x_a = x_3$  y  $x_b = x_4$ , calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 2, y = 0$ , entonces

$$I = (1 - e^{-2})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-3}$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_4$  y  $x_b = x_5$ . La tabla 6.3 dice que nos quedamos en el estado A1.

2. Como observamos en el caso mas básico, el algoritmo funciona correctamente. Ahora supongamos que existe el punto  $x_5$  y que en  $x_5$  se refleja la emisión:

$x_5$  Del ciclo anterior tenemos que  $x_a = x_4$  y  $x_b = x_5$ , calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 0, y = 0$  (Se reflejo en  $x_b$ ), entonces de la tabla 6.2 el renglón 1 nos dice que

$$I = 0$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_5$  y  $x_b = x_6$  con  $\epsilon = 0$ . La tabla 6.3 dice que nos quedamos en el estado A1.

3. Ahora supongamos que existe el punto  $x_6$  y que en  $x_6$  ya no nos reflejamos y existe una buena cantidad de emisión:

$x_6$  Del ciclo anterior tenemos que  $x_a = x_5$  y  $x_b = x_6$ , calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 2, y = 0$ , entonces de la tabla 6.2 el renglón 3 nos dice que

$$I = 0 + 1(1 - e^{-1})$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_6$  y  $x_b = x_7$  con  $\epsilon = 0$ . La tabla 6.3 (renglón 1) dice que nos quedamos en el estado A1.

4. Como observamos, no hemos cambiado de estado, ahora pongamos las cosas interesantes. Si seguimos integrando a pasos pequeños el automata no cambiara de estado, sin embargo, si en  $x_7$  hay muy poca emisión y suponemos que

$$x_{10} = x_7 + dzbig$$

(en este caso  $dzbig = 3(x_2 - x_1)$  si suponemos los puntos anteriores constantes y  $dzdetail = x_2 - x_1$ ), veamos que pasa:

$x_7$  Del ciclo anterior tenemos que  $x_a = x_6$  y  $x_b = x_7$ , calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 1, y = 1$ , es decir, hay muy poca emisión y nos recomienda dar un salto grande. Con estos valores observamos la tabla 6.2 en el renglón 3 dice que no le hagamos nada a la emisión anterior

$$I = 1 - e^{-1}$$

y calculamos el siguiente punto

$$\begin{aligned} x_a &= x_7 \\ x_b &= x_7 + dzbig = x_{10} \end{aligned}$$

pero ahora

$$\epsilon = 1$$

La tabla 6.3 indica que no ejecutemos nada y que cambiemos al estado A2

A1,1 → A2

5. Ahora estamos en el estado A2, es decir, estamos en pasos de integración grandes, supongamos que en  $x_{10}, x_{13}$  y  $x_{16}$  hay muy poca emisión.

$x_{10}$  Del ciclo anterior tenemos que

$$\begin{aligned} x_a &= x_7 \\ x_b &= x_{10} \end{aligned}$$

, calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , enviamos los valores al experto, nos regresa  $q = 1, y = 1$ , es decir, nos dice que hay muy poca emisión y nos recomienda dar un salto grande. Observamos la tabla 6.2 en el renglón 5 nos dice que  $\epsilon = 1$

$$I = 1 - e^{-1}$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_{10}$  y  $x_b = x_{10} + dzbig = x_{13}$ . La tabla 6.3 dice

A2,1  $\rightarrow$  A2

$x_{13}$   $x_a = x_{10}$  y  $x_b = x_{13}$ , calculamos  $\tau, I_l, n_0$ , nos regresa  $q = 1, y = 1$ , de la tabla 6.2 en el renglón 5 nos dice que  $\epsilon = 1$  e

$$I = 1 - e^{-1}$$

calculamos el siguiente punto  $x_a = x_{13}$  y  $x_b = x_{13} + dzbig = x_{16}$ . La tabla 6.3 dice

A2,1  $\rightarrow$  A2

$x_{16}$  Del paso anterior

$$x_a = x_{13}$$

$$x_b = x_{16}$$

Calculamos

$$I(x_{16}), \tau(x_{13}, x_{16}), n_0(x_{16})$$

El experto contesta

$$q = 1, y = 1$$

entonces ejecutamos

$$I = 1 - e^{-1}$$

$$x_a = x_{16}$$

$$x_b = x_{19}$$

$$\epsilon = 1$$

Así que

$$A2,1 \rightarrow A2$$

6. El ultimo inciso dice como es que realmente se prueba un autómata, solo tomamos su estado inicial, el proceso que realiza, el símbolo que consume y su cambio de estado.

Ahora con estas nuevas simplificaciones conceptuales vamos a ver que pasa si en el siguiente paso grande ( $x_{19}$ ), nos encontramos con que ya existe emisión considerable y hay que regresar a integrar detalladamente, solo recordemos que en este caso  $n = 3$

$x_{19}$  Tenemos que en A2 con  $q = 2, y = 0$  y

$$x_a = x_{16}$$

$$x_b = x_{19},$$

ejecutamos

$$I = 1 - e^{-1}$$

$$x_a = x_{16}$$

$$x_b = x_{16} + dzdetail = x_{17}$$

$$\epsilon = 2,$$

entonces

$$A2, 2 \rightarrow A3, i = 1.$$

$x_{17}$  Tenemos que en A3 con  $q = 2, y = 0$  y

$$x_a = x_{16}$$

$$x_b = x_{17}$$

Ejecutamos

$$I = (1 - e^{-1})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-2}$$

$$x_a = x_{17}$$

$$x_b = x_{18}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A3, 1\&1 < 3 \rightarrow A3, i = 2.$$

$x_{18}$  Tenemos que en A3 con  $q = 2, y = 0$ :

$$x_a = x_{17}$$

$$x_b = x_{18}$$

Ejecutamos:

$$I = (1 - e^{-2})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-3}$$

$$x_a = x_{18}$$

$$x_b = x_{19}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A3, 1\&2 < 3 \rightarrow A3, i = 3.$$

$x_{19}$  Tenemos que en A3 con  $q = 2, y = 0$ :

$$x_a = x_{18}$$

$$x_b = x_{19}$$

Ejecutamos:

$$I = (1 - e^{-3})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-4}$$

$$x_a = x_{19}$$

$$x_b = x_{20}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A3, 1\&3 == 3 \rightarrow A1.$$

7. Supongamos que el siguiente caso hay una buena emisión

$x_{20}$  Tenemos que en A1 con  $q = 2, y = 0$ :

$$x_a = x_{19}$$

$$x_b = x_{20}$$

Ejecutamos:

$$I = (1 - e^{-4})e^{-1} + 1(1 - e^{-1}) = 1 - e^{-5}$$

$$x_a = x_{20}$$

$$x_b = x_{21}$$

$$\epsilon = 0,$$

entonces

$$A1, 0 \rightarrow A1.$$

8. Observamos que regresamos a nuestro estado base, por ultimo vamos a simular que en  $x_{21}$  no hay suficiente emisión, después en  $x_{24}$  hay emisión suficiente pero al analizar detalladamente en  $x_{22}, x_{23}$  y  $x_{24}$  la emisión localmente es muy pequeña. Es decir suponemos que en un paso de integración grande la poca contribución de muchos segmentos es apreciable (situación muy común en nuestras simulaciones) y por esta razón hay que considerarlo.

$x_{21}$  Tenemos que en A1  $q = 1, y = 1$  con

$$x_a = x_{20}$$

$$x_b = x_{21}$$

Ejecutamos:

$$I = 1 - e^{-5}$$

$$x_a = x_{21}$$

$$x_b = x_{24}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A1, 1 \rightarrow A2.$$

$x_{24}$  Tenemos que en A2  $q = 2, y = 0$  con

$$x_a = x_{21}$$

$$x_b = x_{24}$$

Ejecutamos:

$$I = 1 - e^{-5}$$

$$x_a = x_{21}$$

$$x_b = x_{22}$$

$$\epsilon = 2,$$

entonces

$$A2, 2 \rightarrow A3, i = 1.$$

$x_{22}$  Tenemos que en A3  $q = 1, y = 1$  con

$$x_a = x_{21}$$

$$x_b = x_{22}$$

Ejecutamos:

$$I = (1 - e^{-5})e^{-1} + (1 - e^{-1}) = 1 - e^{-6}$$

$$x_a = x_{22}$$

$$x_b = x_{23}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A3, 1, 1 < 3 \rightarrow A3, i = 2.$$

$x_{23}$  Tenemos que en A3  $q = 1, y = 1$  con

$$x_a = x_{22}$$

$$x_b = x_{23}$$

Ejecutamos:

$$I = (1 - e^{-6})e^{-1} + (1 - e^{-1}) = 1 - e^{-7}$$

$$x_a = x_{23}$$

$$x_b = x_{24}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A3, 1, 2 < 3 \rightarrow A3, i = 3.$$

$x_{24}$  Tenemos que en A3  $q = 1, y = 1$  con

$$x_a = x_{23}$$

$$x_b = x_{24}$$

Ejecutamos:

$$I = (1 - e^{-7})e^{-1} + (1 - e^{-1}) = 1 - e^{-8}$$

$$x_a = x_{24}$$

$$x_b = x_{25}$$

$$\epsilon = 1,$$

entonces

$$A3, 1, 3 == 3 \rightarrow A1.$$

9. Si suponemos que en  $x_{25}$  se detiene, entonces terminamos.

Actualmente existen programas que te permiten construir tu gramática<sup>1</sup> y ellos te construyen los estados, sin embargo son poco eficientes y algunas veces difíciles de programar.

---

<sup>1</sup> Lo que realmente hicimos en los últimos incisos fue probar una gramática relativamente sencilla, ya que un autómata se puede representar como un lenguaje.

# Apéndice C

## Código Fuente

### C.1. pakal.c

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>
#include "lineal.h"
#include "functions.h"
#include "physics.h"
#include "geometry.h"
#include "help.h"
#include "modelonumerico.h"
#include "tulum.h"
#define VERSION "1.0"
void imprime(FILE *b, FILE *c,resultados resultado,
microMalla posicion,
estadoFisico estadofisico){
    //Imprimiendo los perfiles.
    fprintf(c,"%le %le %le %le %le %le %le %le %le %le\n",
posicion.xb.z,
posicion.xb.r-Rsun,
estadofisico.perfil[0], //temperatura
estadofisico.perfil[1], //n_e
estadofisico.perfil[2], //H total
estadofisico.perfil[3], //HI
estadofisico.perfil[4], //HII
estadofisico.perfil[6], //HeI
estadofisico.perfil[7], //HeII
estadofisico.perfil[8]); //HeIII
//Imprimiendo la emision
fprintf(b,"%le %le %le %le %le %le\n",
```

```

    posicion.xb.z,
    posicion.xb.r-Rsun,
    estadofisico.kappa,
    estadofisico.tau,
    estadofisico.II,
    resultado.I);
}

int main(int argc, char **argv){
    double porcentaje;
    int pori;
    int edoA,iA;
    int line=0;
    int isline=0;
    int verbose = 0;
    int puntoenx = 0;
    int puntoeny = 0;
    int solounpunto = 0;
    int xini,xfin,yini,yfin;
    int x,y,m;
    int parai=0;
    double z,z_0,dzDetail;
    double alpha,beta,dz,dzBig;
    int n = 5; //ok
    double min = 1e-25;
    double detail = 0.5;
    double F = -2.0*Rsun; //OK
    double H = 2.0*Rsun; //OK
    double dl = 20.0; //km
    double deltaTau = dl;
    double nu = 43e9; //OK Hz
    double wl = 0.0; //OK
    double r,theta,phi,I,rt,n0,tau,mt;
    int epsilon;
    double localintensity;
    double t_temp;
    int cuadrante=0;
    char outputfile[100];
    char outputfileverbose[100];
    char temperaturefile[100];
    char densityfile[100];
    char hydrogenfile[100];
    char comando[200];

```

```

char perfilesOut[100];
char emisionOut[100];
lineal temperature;
lineal density;
lineal hydrogen;
lineal HI;
lineal HII;
lineal HeI;
lineal HeII;
lineal HeIII;
FILE *fout;
FILE *foute;
FILE *foutp;
int i,j;
int surface = 0; //no estoy en la superficie
pixel pix;
microMalla posicion;
punto xa,xb;
resultados resultado;
estadoFisico estadofisico;
recomendacion recomendaciones;
estado Automata;
int nStep = 100;
sprintf(outputfile,"sun.dat");
sprintf(temperaturefile,"data/temperature.dat");
sprintf(densityfile,"data/electronic.dat");
sprintf(hydrogenfile,"data/hydrogen.dat");
sprintf(outputfileverbose,"verbose_sun.dat");
sprintf(perfilesOut,"perfiles.dat");
sprintf(emisionOut,"emision.dat");
/*****Get Parameters*****/
printf("Pakal ");
printf(VERSION);
printf(" GNU/GPL license\n");
for (i=1; i<argc;i++){
    sprintf(comando,"%s",argv[i]);
    if (strcmp(comando,"-v") == 0){
        verbose = 1;
    }
    if (strcmp(comando,"-xy") == 0){
        sprintf(comando,"%s",argv[++i]);
        if (sscanf(comando,"%i\n",&puntoenx) > 0){
            printf(".");
        }
    }
}

```

```

        sprintf(comando,"%s",argv[++i]);
        if (sscanf(comando,"%i\n",&puntoeny) > 0){
            printf(".");
            solounpunto=1;
        }else{
imprimeInstrucciones();
            return 0;
        }
    }else{
        imprimeInstrucciones();
        return 0;
    }
}
if (strcmp(comando,"-detail") == 0){
    sprintf(comando,"%s",argv[++i]);
    if (sscanf(comando,"%le\n",&detail) > 0){
        printf(".");
    }else{
        imprimeInstrucciones();
        return 0;
    }
}
if (strcmp(comando,"-min") == 0){
    sprintf(comando,"%s",argv[++i]);
    if (sscanf(comando,"%lf\n",&min) > 0){
        printf(".");
    }else{
        imprimeInstrucciones();
        return 0;
    }
}
if (strcmp(comando,"-l") == 0){
    sprintf(comando,"%s",argv[++i]);
    if (sscanf(comando,"%i\n",&line) > 0){
isline=1;
        printf(".");
    }else{
        imprimeInstrucciones();
        return 0;
    }
}
if (strcmp(comando,"-help") == 0){
    imprimeAyuda();
}

```

```

        return 0;
    }
    if (strcmp(comando, "-w1") == 0){
        sprintf(comando, "%s", argv[++i]);
        if (sscanf(comando, "%lf\n", &w1) > 0)
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-nu") == 0){
        sprintf(comando, "%s", argv[++i]);
        if (sscanf(comando, "%lf\n", &nu) > 0)
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-h") == 0){
        sprintf(comando, "%s", argv[++i]);
        if (sscanf(comando, "%lf\n", &H) > 0)
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-f") == 0){
        sprintf(comando, "%s", argv[++i]);
        if (sscanf(comando, "%lf\n", &F) > 0)
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-big") == 0){
        sprintf(comando, "%s", argv[++i]);
        if (sscanf(comando, "%i\n", &nStep) > 0)
printf(".");
        else{

```

```

imprimeInstrucciones();
return 0;
    }
}
    if (strcmp(comando, "-r") == 0){
        sprintf(comando, "%s", argv[++i]);
        if (sscanf(comando, "%i\n", &n) > 0)
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-o") == 0){
        if (sprintf(outputfile, "%s", argv[++i])){
printf(".");
sprintf(outputfileverbose, "verbose_%s", outputfile);
        }else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-t") == 0){
        if (sprintf(temperaturefile, "%s", argv[++i]))
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-d") == 0){
        if (sprintf(densityfile, "%s", argv[++i]))
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();
return 0;
        }
    }
    if (strcmp(comando, "-H") == 0){
        if (sprintf(hydrogenfile, "%s", argv[++i]))
printf(".");
        else{
imprimeInstrucciones();

```

```

return 0;
    }
}

}
dl=((double)nStep)*detail;
printf("\nValues : \n");
if ( (n % 2) == 0) n++;
if (wl != 0.0)
    printf("Wavelength  %lf\n",wl);
else
    printf("Frecuency  %lf\n",nu);
printf("Height      %lf\n",H/Rsun);
printf("Floor       %lf\n",F/Rsun);
printf("Int. step   %lf\n",dl);
printf("Detail      %le\n",detail);
printf("Resolution  %ix%i\n",n,n);
printf("Minimal LI  %le\n",min);
printf("(OUT) File Image %s\n",outputfile);
printf("(IN) Temperature file %s\n",temperaturefile);
printf("(IN) Electronic Density file %s\n",densityfile);
printf("(IN) Hydrogen Density file %s\n",hydrogenfile);
/***** (END)Get Parameters*****/

/***** OUTPUTS FILES *****/
fout = fopen(outputfile, "w+");
temperature = ilineal(temperaturefile);
density = ilineal(densityfile);
hydrogen = ilineal(hydrogenfile);
HI = ilineal("data/HI.dat");
HII = ilineal("data/HII.dat");
HeI = ilineal("data/HeI.dat");
HeII = ilineal("data/HeII.dat");
HeIII = ilineal("data/HeIII.dat");
if (verbose==1){
    foutp = fopen(perfilesOut, "w+");
    foute = fopen(emisionOut, "w+");
}
/***** (END) OUTPUTS FILES *****/
if (solounpunto==1){ //Vamos a integrar un punto
    printf("Single Point  (%i, %i)\n",puntoenx,puntoeny);
    xini = xfin = puntoenx;
    yini = yfin =puntoeny;
}

```

```

}else if (isline==1){ // Vamos a integrar una linea
    yini= 0;
    yfin = (n-1)/2;
    xini = xfin =line;
    printf("Image Line (%i,%i:%i)\n",line,yini,yfin);
}else{ //vamos a integrar toda la imagen
    xini= -(n-1)/2;
    xfin = (n-1)/2;
    yini=-(n-1)/2;
    yfin=(n-1)/2;
}

/*****
*****
***** COMIENZA LA INTEGRACION *****
*****
*****
*****
*****
*/
for (x = xini; x <= xfin;x++ ){
    alpha = Alpha((double)x, n); //ok
    for (y= yini; y <= yfin;y++ ){
        beta = Beta((double)x,(double)y,n); //ok
        cuadrante = 0;
        if (alpha >= 0.0 && beta >= 0.0) cuadrante=1;
        if (alpha <= 0.0 && beta >= 0.0) cuadrante=2;
        if (alpha <= 0.0 && beta <= 0.0) cuadrante=3;
        if (alpha >= 0.0 && beta <= 0.0) cuadrante=4;
        z_0 = Z_0(alpha,beta,F);
        dzBig = Dz(alpha,beta,dl);
        dzDetail = Dz(alpha,beta,detail);
        pix.alpha=alpha;
        pix.beta = beta;
        pix.cuadrante = cuadrante;
        pix.dzBIG = dzBig;
        pix.dzDETAIL = dzDetail;
        pix.dlBIG = dl;
        pix.dlDETAIL = detail;
        z=z_0;
        xa = calculaPunto(pix,z);
        nu_0 = nu_0(f(density,xa.r-Rsun));
        if (z_0 > F){

```

```

//Si estoy en la superficie
if (n0 <= nu){ //Se refleja?
    //NO
    //La radiacion de fondo es el de un cuerpo negro normal.
    I = S_nu(nu,f(temperature,rt-Rsun));
}else{
    //SI
    I=0.0; //se reflejo
}
}

}else{
I=0; //no hay radiacion de fondo.
}
z += pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix,z);
posicion.pix = pix;
posicion.xa = xa;
posicion.xb = xb;
posicion.step= 0;
Automata.i = 0;
Automata.A = 1;
Automata.n = nStep;
recomendaciones.y=0;
recomendaciones.q=0;
/*****
*** LINEA DE VISION ***
****INICIA*****/
j=0;
while (z <= H){
estadofisico= modeloFisico(temperature,density,hydrogen,
    HI, HII, HeI, HeII, HeIII,
    posicion, nu);
recomendaciones = experto(estadofisico, min,nu);
resultado = tomarDecision(recomendaciones, Automata,
    estadofisico,posicion,I);
if (verbose)
    imprime(foute,foutp,resultado,posicion,estadofisico);
epsilon = resultado.epsilon;
edoA=Automata.A;
iA =Automata.i;
Automata = automata(Automata, epsilon);
I = resultado.I;
porcentaje=100.0*(1.0-((H-z)/(H-z_0)));
j++;

```

```

if (j==10000 ){
    j=0;
    printf("A%i,%i,i=%i -> ",edoA, epsilon, iA);
    printf("A%i,i=%i %lf %le %le %lf\n",
Automata.A,
Automata.i,
porcentaje,
z,
estadofisico.II,
C_light*C_light*I/(2.0*K*nu*nu));
}
posicion = resultado.posicion;
z = posicion.xb.z;
    }
    /*****TERMINA*****/
    *** LINEA DE VISION ***
    *****/
    printf("%i %i %le %lf\n",x,y,I,
C_light*C_light*I/(2.0*K*nu*nu));
    fprintf(fout,"%i %i %le\n",x,y,I);
    fflush(fout);
    }
}
fclose(fout);
if (verbose==1){
    fclose(foute);
    fclose(foutp);
}
return 0;
}

```

## C.2. geometry.h

```

#ifndef GEOMETRY_H
#define GEOMETRY_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
#include <math.h>
#include "physics.h"
typedef struct{
    double r;

```

```

    double theta;
    double phi;
    double z;
}punto;
typedef struct{
    double alpha;
    double beta;
    int cuadrante;
    double dzBIG;
    double dzDETAIL;
    double dlBIG;
    double dlDETAIL;
}pixel;
typedef struct{
    pixel pix;
    punto xa;
    punto xb;
    int step;
}microMalla;
//Le pasamos el punto del pixel y su posicion en z
punto calculaPunto(pixel p, double z);
double Alpha(double x,int n);
double Beta(double x, double y,int n);
double R(double alpha, double beta, double z);
double Theta(double alpha,double beta, double z);
double Phi(double alpha, double beta, double z);
double Z_A(double alpha, double beta);
double Z_0(double alpha, double beta, double F);
double Dz(double alpha, double beta, double dl);
double toX(double r, double theta, double phi);
double toY(double r, double theta, double phi);
double toZ(double r, double theta, double phi);
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif /* GEOMETRY_H */

```

### C.3. geometry.c

```

#include <math.h>
#include <stdio.h>
double Alpha(double x,int n){

```

```

    return atan(2.0*Rt*x/(UA*((double)n-1.0)));
}
double Beta(double x, double y,int n){
    return atan(2.0*Rt*y /
    (sqrt(pow(2.0*Rt*x,2.0)+pow(((double)n-1.0)*UA,2.0))));
}
double R(double alpha, double beta, double z){
    double C;
    double C2;
    double D;
    double B;
    double B2;
    if (alpha == 0.0){ //bug NAN!! corregido
        C = UA-z;
        D = z;
    }else{
        C = (UA-z)/cos(alpha);
        C2 = pow(UA,2.0) + (pow(C,2.0) - 2.0*UA*C*cos(alpha));
        D = sqrt(C2);
    }
    B = C*tan(beta);
    B2 = pow(B,2.0)+pow(D,2.0);
    return sqrt(B2);
}
double Theta(double alpha,double beta, double z){
    double C = (UA-z)/cos(alpha);
    double D = sqrt(pow(UA,2.0) + pow(C,2.0) - 2.0*UA*C*cos(alpha));
    if (z >= 0.0 && alpha==0)
        return 0.0;
    if (z < 0.0 && alpha==0)
        return 3.141592654;
    return acos((pow(UA,2.0)+pow(D,2.0)-pow(C,2.0))/(2.0*UA*D));
}
double Phi(double alpha, double beta, double z){
    double C = (UA-z)/cos(alpha);
    double B = C*tan(beta);
    double E = sqrt(pow(B,2.0)+pow(C,2.0));
    double D = sqrt(pow(UA,2.0) + pow(C,2.0) - 2.0*UA*C*cos(alpha));
    double G = C + D;
    double r = sqrt(pow(B,2.0)+pow(D,2.0));
    if (B==0.0)
        return 0.0;
    else

```

```

        return acos( (pow(G,2.0)+pow(r,2.0)-pow(E,2.0))/(2.0*G*r));
        // return acos( D / sqrt(pow(B,2.0)-pow(D,2.0)));
    }
double Z_A(double alpha, double beta){
    double K1 = (pow(tan(beta),2.0)/pow(cos(alpha),2.0)) +
    pow(tan(alpha),2.0);
    double A1 = pow(2.0*K1*UA,2.0) -4.0*(K1+1.0)*
    (K1*UA*UA - R_sun*R_sun);
    double pre = 0.0;
    if (A1 < 0.0){
        printf("Error on %le %le\n",alpha,beta);
        return -1.0;
    }
    pre = (2.0*K1*UA + sqrt(A1))/(2.0*(K1+1.0));
    if (pre >= 0.0) return pre;
    printf("Error on %le %le\n",alpha,beta);
    return -1.0;
}
double Z_0(double alpha, double beta, double F){
    double r = 0.0;
    if (F >= 0.0){
        r = R(alpha,beta,F);
        if (r > R_sun) return F;
        else
            return Z_A(alpha,beta);
    }else{
        r = R(alpha,beta,0.0);
        if (r > R_sun) return F;
        else
            return Z_A(alpha,beta);
    }
}
double Dz(double alpha, double beta, double dl){
    return cos(alpha)*cos(beta)*dl;
}
double toX(double r, double theta, double phi){
    return r*cos(phi)*sin(theta);
}
double toY(double r, double theta, double phi){
    return r*sin(phi);
}
double toZ(double r, double theta, double phi){
    return r*cos(phi)*cos(theta);
}

```

```

}
punto calculaPunto(pixel p, double z){
    punto x;
    double r,theta,phi;
    r =      R(p.alpha, p.beta, z);
    theta = Theta(p.alpha, p.beta, z);
    phi =    Phi(p.alpha, p.beta, z);
    switch(p.cuadrante){
    case 0:
        printf("Error al definir cuadrante\n");
        break;
    case 2 :
        theta = -theta;
        break;
    case 3:
        theta = -theta;
        phi = -phi;
        break;
    case 4:
        phi = -phi;
        break;
    }
    x.r=r;
    x.theta=theta;
    x.phi=phi;
    x.z=z;
    return x;
}

```

## C.4. physics.h

```

#ifndef PHYSICS_H
#define PHYSICS_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
#define UA 1.5e8 //km
#define Rsun 6.96e5 //km
#define Rt 1e6 //km
#define C_light 2.99792458e10 //cm s^-1
#define GAMMA 0.577215665 //Euler constant
#define K 1.380658e-16 //erg K^-1

```

```

#define ALPHA 4.41e16 //in cgs units
#define PI 3.141592654
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif /* CALLBACKS_H */

```

## C.5. functions.h

```

#ifndef FUNCTIONS_H
#define FUNCTIONS_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
#include "physics.h"
#include "lineal.h"
//Public Functions
double nu_0(double ne);
double k_nu(double T, double n_e, double HII,
            double HeII, double HeIII, double nu);
double Tau(double k1, double k2, double dx);
double S_nu(double nu, double temperature);
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif /* FUNCTIONS_H */

```

## C.6. functions.c

```

#include<math.h>
/* Calcula la frecuencia critica del medio
*/
double nu_0(double ne){
    return (9e3)*sqrt(ne);
}
double Lambda(double t, double nu){
    return log(ALPHA*pow(t,3.0)/pow(nu,2.0)) - 5.0*GAMMA;
}
/* The Opacity Function
*/
double k_nu(double T, double n_e, double HII, double HeII, double HeIII, double n

```

```

double n_i[] = {HII,HeII,HeIII};
double Z_i[] = {1.0,1.0,2.0};
double A=0.0;
int i ;
/*kundu
* double lambda= C_light/nu;
* double K_HI;
* double K_HII;
* double Kappa;
* double A1 = lambda*n_e;
*/
// DULK
for(i=0;i<3;i++){
    A+=n_i[i]*Z_i[i]*Z_i[i];
}
if (T<=2.0e5){
    return ((9.78e2)*n_e*A/(nu*nu*pow(T,1.5)))*(18.2+1.5*log(T)-log(nu));
}else{
    return ((9.78e2)*n_e*A/(nu*nu*pow(T,1.5)))*(24.5+log(T)-log(nu));
}
//
// K_HI= (2.0e-23/pow(T,1.5))*pow(A1,2.0)*(10.6+1.9*log(T)-1.26
//      *log(C_light/lambda));
// K_HII = (1.38e-35)*(HI/n_e)*pow(A1,2.0)*(35459.0-0.40192*T-(874692.0/T));
// Kappa = (K_HI+K_HII);
// return Kappa;
//
// Chiuderi
// return (1.0e5)*((2.0*1.56e-47)/sqrt(PI*K))*
// ((pow(C_light,2.0)/pow(nu,2.0))/(2.0*K))*
// (n_e*A / pow(T,1.5))*Lambda(T,nu);
}
double Tau(double k1, double k2, double dx){
    return (dx/2.0)*(k1+k2);
}
double S_nu(double nu, double temperature){
    double h_plank = 6.6260693e-27; //erg*s
    return 2.0*K*pow(nu,2.0)*temperature/pow(C_light,2.0);
}

```

## C.7. help.h

```
#ifndef HELP_H
#define HELP_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
    void imprimeInstrucciones();
    void imprimeAyuda();
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif /* HELP_H */
```

## C.8. help.c

```
#include<stdlib.h>
#include"help.h"
void imprimeInstrucciones(){
    printf("usage: pakal [-wl wavelength / -nu frequency] [-h high]\n");
    printf("          [-f floor] [-detail nDetail] [-big nStep] \n");
    printf("          [-r resolution]\n");
    printf("          [-o output_file] [-t temperature_file]\n");
    printf("          [-d density_file] [-xy x y] [-l line] [-v]\n");
    printf("          [-min min_intensity] [-detail detail_is] [-? help]\n");
}
void imprimeAyuda(){
    imprimeInstrucciones();
    printf("Where: \n");
    printf("  wavelenght      Wavelength (mm). \n");
    printf("  frequency       Frequency (Hz) [43e9].\n");
    printf("  high            Cut High (solar radii) [2].\n");
    printf("  floor           Cut floor (solar radii) [-2].\n");
    printf("  nDetail         Length of integration step (km) [1].\n");
    printf("  nStep           Big integration step = nStep*nDetail [100] .\n");
    printf("  resolution      Image resolution (px) [5].\n");
    printf("  output_file     Output file [sun.dat].\n");
    printf("  temperature_file Input temperature file [data/temperature.dat].\n");
    printf("  density_file    Input density file [data/density.dat].\n");
    printf("  x y             x,y image coordinate to calculate only.\n");
    printf("  line            The image line for integration.\n");
    printf("  min_intensity   The local minimal intensity to stop the detail"
```

```

        "integration [1e-25].\n");
printf("    -v                Verbose mode (file)\n");
}

```

## C.9. lineal.h

```

#ifndef LINEAL_H
#define LINEAL_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
typedef struct{
    int n; //Numero de splines generados
    long double x[450];
    long double y[450];
    long double m[450];
}lineal;
    lineal ilineal(char *file);
    double f(lineal lin, double x);
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif

```

## C.10. lineal.c

```

#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "lineal.h"
lineal ilineal(char *file){
    lineal pol;
    FILE *f;
    int n;
    int i=0;
    if ((f = fopen(file, "rw")) > 0){
        n=0;
        while (fscanf(f,"%Le %Le",&(pol.x[n]),&(pol.y[n])) > 0) n++;
        n--;
        for (i=0; i < n; i++){
            pol.m[i] = (pol.y[i+1]- pol.y[i]) / (pol.x[i+1]- pol.x[i]);

```

```

        //printf("m_%i=%le\n",i,pol.m[i]);
    }
    pol.n = n;
    fclose(f);
}
else{
    printf("Error en el archivo %s.\n",file);
}
printf(".");
return pol;
}
long double S(long double x1,long double y1,long double m,long double x){
    return m*(x-x1)+y1; //m*x+(y1-m*x1); //m*(x-x1) + y1;
}
double f(lineal pol,double xa){
    int n = pol.n;
    int i;
    long double x = (long double)xa;
    if (x < pol.x[0]){
        //printf("%le Es menor\n",x);
        return (double)S(pol.x[0] ,pol.y[0], pol.m[0], x);
    }
    if (x >= pol.x[n-1]){
        //printf("%le Es mayor\n",x);
        return (double)S(pol.x[n-1] ,pol.y[n-1], pol.m[n-1], x);
    }
    for (i=0; i < n; i++){
        if ( pol.x[i] <= x && x < pol.x[i+1]){
            //printf("%le Esta en %i\n",x,i);
            return (double)S(pol.x[i] ,pol.y[i], pol.m[i], x);
        }
    }
    return 0.0;
}
}

```

## C.11. modelonumerico.h

```

#ifndef MODELONUMERICO_H
#define MODELONUMERICO_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
#include "functions.h"

```

```

#include "geometry.h"
typedef struct{
    double perfil[10]; //T, ne, h, hi, hii,he, hei, heii, heiii,n_i
    double I1; //Emission local en xb
    double tau; //tau_xb - tau_xa
    double kappa; //kappa_xb
    double n0; //Frecuencia critica en xb
}estadoFisico;
estadoFisico modeloFisico(lineal T , lineal Ne , lineal NH , lineal NHI,
lineal NHII, lineal NHeI, lineal NHeII,
lineal NHeIII, microMalla posicion,double nu);
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif

```

## C.12. modelonumerico.c

```

#include "functions.h"
#include "modelonumerico.h"
#include "lineal.h"
#include "geometry.h"
estadoFisico modeloFisico(lineal temperature, lineal Ne,
                          lineal NH, lineal NHI,
                          lineal NHII, lineal NHeI,
                          lineal NHeII, lineal NHeIII,
                          microMalla posicion,double nu){
    estadoFisico plasma;
    punto xa = posicion.xa;
    punto xb = posicion.xb;
    double H = f(NH, xb.r-Rsun);
    double n_e = f(Ne, xb.r-Rsun);
    double T = f(temperature, xb.r-Rsun);
    double HI = H*f(NHI,T); //Total de Hidrogeno Neutro.
    double HII = H*f(NHII,T);
    double He = (0.1)*H;
    double HeI = He*f(NHeI,T);
    double HeII = He*f(NHeII,T);
    double HeIII = He*f(NHeIII,T);
    double Ta = f(temperature, xa.r-Rsun);
    double n_ea = f(Ne, xa.r-Rsun);
    double Ha = f(NH, xa.r-Rsun);
}

```

```

double Hea      = (0.1)*Ha;
double HIIa     = Ha*f(NHII,Ta);
double HeIIa    = Hea*f(NHeII,Ta);
double HeIIIa   = Hea*f(NHeIII,Ta);
double kappa_a;
plasma.perfil[0] = T;
plasma.perfil[1] = n_e;
plasma.perfil[2] = H;
plasma.perfil[3] = HI;
plasma.perfil[4] = HII;
plasma.perfil[5] = He;
plasma.perfil[6] = HeI;
plasma.perfil[7] = HeII;
plasma.perfil[8] = HeIII;
plasma.perfil[9] = HII+HeII+HeIII;
plasma.kappa = k_nu(T,n_e,HII,HeII,HeIII,nu);
kappa_a = k_nu(Ta,n_ea,HIIa,HeIIa,HeIIIa,nu);
if (posicion.step == 0 || posicion.step == 2) //paso pequeño
    plasma.tau = Tau(plasma.kappa,kappa_a,posicion.pix.dlDETAIL);
else if (posicion.step == 1) //paso grande
    plasma.tau = Tau(plasma.kappa,kappa_a,posicion.pix.dlBIG);
else
    printf("Error al leer el paso de integracion (modelonumerico.c L62)\n");
plasma.II = S_nu(nu,T)*(1.0 - exp(-plasma.tau));
plasma.n0 = nu_0(n_e);
return plasma;
}

```

### C.13. tulum.h

```

#ifndef TULUM_H
#define TULUM_H
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif /* __cplusplus */
#include "geometry.h"
#include "modelonumerico.h"
typedef struct{
    int i;
    int A;
    int n;
}estado;

```

```

typedef struct{
    int y;
    int q;
}recomendacion;
typedef struct{
    int epsilon;
    microMalla posicion; //Nueva posicion
    double I;           //la emision total.
}resultados;
    recomendacion experto(estadoFisico delPlasma, double min,double nu);

    resultados tomarDecision(recomendacion delExperto, estado delAutomata,
                             estadoFisico delPlasma,microMalla posicion, double I);
    estado automata(estado delAutomata, int epsilon);
#ifdef __cplusplus
} /* extern "C" */
#endif /* __cplusplus */
#endif

```

## C.14. tulum.c

```

#include "tulum.h"

recomendacion experto(estadoFisico delPlasma, double min, double nu){
    recomendacion resp;
    if (delPlasma.n0 > nu){// se refleja
        //si
        resp.y = 0;
        resp.q = 0;
    }else{
        if (delPlasma.I1 >= min){
            resp.y = 0;
            resp.q = 2;
        }else{
            resp.y = 1;
            resp.q = 1;
        }
    }
    return resp;
}

resultados tomarDecision(recomendacion delExperto,

```

```

                                estado delAutomata, estadoFisico delPlasma,
                                microMalla posicion, double I){
resultados resultado;
int y = delExperto.y;
int q = delExperto.q;
int A = delAutomata.A;
int epsilon = 3; //3 es no se que hacer.
double Il = delPlasma.Il;
double tau = delPlasma.tau;
punto xa = posicion.xa;
punto xb = posicion.xb;
pixel pix = posicion.pix;
double z; //variable dummy
int step;
resultado.posicion.pix = pix; //guardo los valores
//Primero ejecuto, luego cambio los estados!!!!
switch (A){

    /*****
    ***** ESTADO A1 *****/
    *****/

case 1:
    switch (q){
        case 0: //switch A=1, q=0
            switch (y){ //1,0,0
                case 0:
I=0.0; //Se reflejo
xa = xb;
z= xb.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=0;
step = 0;
break;
                default: //1 0 X
epsilon = 3; //NO SE QUE HACER
break;
            } //switch A=1, q=0, y
            break;
        case 1: //switch A=1, q=1 ,y
            switch (y){
                case 1: // 1, 1, 1
xa = xb;
z= xb.z + pix.dzBIG;

```

```

xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=1;
step = 1;
break;
    default:
epsilon = 3; //NO SE QUE HACER
break;
    } //switch A=1, q=1, y
    break;
    case 2: //switch A=1, q=2
    switch (y){
        case 0: // 1, 2, 0
I = I*exp(-tau) + I1;
xa = xb;
z= xb.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=0;
step = 0;
break;
        default:
epsilon=3; //no se que hacer
break;
    } //switch A=1, q=2, y
    break;
    default://switch A=1, q=X
    epsilon=3; //no se que hacer
    break; //switch A=1, q=X
    }
break; //1
/***** ESTADO A2 *****/
case 2:
    switch (q){
    case 0: //switch A=2, q=0
        switch (y){
            case 0: //2,0,0
I=0.0;
xa=xb;
z= xb.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=0;
step = 0;

```

```

break;
    default:
epsilon=3;
break;
    } //switch A=2, q=0, y
    break;
    case 1: //switch A=2, q=1
    switch (y){
    case 1: //2,1,1
xa=xb;
z= xb.z + pix.dzBIG;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=1;
step = 1;
break;
    default:
epsilon=3;
break;
    } //switch A=2, q=1, y
    break;
    case 2: //switch A=2, q=2
    switch (y){
    case 0: //2,2,0
z= xa.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=2;
step = 2; //aunque en realidad es hacia atras
break;
    default:
epsilon=3;
break;
    } //switch A=2, q=2, y
    break;
default://switch A=2, q=X
epsilon=3;
break; //switch A=2, q=X
}
break; //2
/*****
***** ESTADO A3 *****/
*****/
case 3:
switch (q){

```

```

        case 0: //switch A=3, q=0
            switch (y){
                case 0: //3 0 0
I=0.0;
xa=xb;
z= xb.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=0;
step=0;
break;
                default:
epsilon=3;
break;
            } //switch A=3, q=0, y
            break;
        case 1: //switch A=3, q=1
            switch (y){
                case 1: //3,1,1
I= I*exp(-tau) + I1;
xa=xb;
z= xb.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=1;
step=0;
break;
                default:
epsilon=3;
break;
            } //switch A=3, q=1, y
            break;
        case 2: //switch A=2, q=2
            switch (y){
                case 0: //3,2,0
I= I*exp(-tau) + I1;
xa=xb;
z= xb.z + pix.dzDETAIL;
xb = calculaPunto(pix, z);
epsilon=1;
step=0;
break;
                default:
epsilon=3;
break;
            }

```

```

    } //switch A=3, q=2, y
    break;
default://switch A=3, q=X
    epsilon=3;
    break; //switch A=3, q=X
}
break; //3
/*****
***** ESTADO A4 *****/
*****/
default:
    printf("Error en tulum 1203.\n");
    epsilon=3;
    break;
}
resultado.epsilon = epsilon;
resultado.I = I;
resultado.posicion.xa = xa;
resultado.posicion.xb = xb;
resultado.posicion.step = step;
return resultado;
}
estado automata(estado delAutomata, int epsilon){
    int A = delAutomata.A;
    int i = delAutomata.i;
    int n = delAutomata.n;
    estado nuevoEstado;
    switch(A){
    case 1:
        switch(epsilon){
        case 0:      A = 1;      break;
        case 1:      A = 2;      break;
        case 2:      A = 4;      break;
        default:     A = 4;      break;
        }
        break;
    case 2:
        switch(epsilon){
        case 0:      A = 1;      break;
        case 1:      A = 2;      break;
        case 2:      A = 3; i=1; break;
        default:     A = 4;      break;
        }
    }
}

```

```

        break;
    case 3:
        if (epsilon == 0) A=1;
        else if (epsilon == 1 && i < n){ A=3; i++;}
        else if (epsilon == 1 && i == n){ A=1;}
        else if (epsilon == 2){ A=4;}
        else{ A=4;}
        break;
    case 4:
        printf("Estado 4: E R R O R.....\n");
        break;
    default:
        printf("Estado > 4: E R R O R.....\n");
        break;
}
nuevoEstado.A = A;
nuevoEstado.i = i;
nuevoEstado.n = n;
return nuevoEstado;
}

```

# Índice de figuras

1.1.	Emisor y receptor usado por Hertz para detectar ondas electromagnéticas.	2
1.2.	Radio Interferómetro Solar RIS, el primer radiotelescopio en México.	12
1.3.	Arreglo dipolar en Teoloyucan.	14
1.4.	Vista de los 4096 elementos que conforman el MEXART.	15
1.5.	El radiotelescopio RT5 antes de ser desensamblado en Fort Davids TX.	16
1.6.	La cúpula del RT5 en la sierra negra (2007).	17
1.7.	Vista del Gran Telescopio Milimétrico en la Sierra Negra.	19
2.1.	Emisión de cuerpo negro con una temperatura de 100K, donde podemos observar que el máximo se da en la región del radio.	26
2.2.	Observaciones realizadas en longitudes de onda Milimétricas Avrett & Linsky (1970) publicadas por Vernazza et al. (1973).	29
2.3.	Abrillantamiento al limbo a 6cm Ahmad & Kundu (1981).	30
2.4.	Comparación entre modelos para el Sol quieto Shimabukuro & Stacey (1968).	30
2.5.	Observación de Nobeyama para el Sol Quietos a 17GHz.	31
2.6.	Corte transversal de una observación de Nobeyama para el Sol Quietos a 17GHz.	32
3.1.	Interpolación del perfil de temperatura.	36
3.2.	Perfiles de Hidrógeno total, densidad electrónica, Hidrógeno neutro, número de protones y el índice de partida con respecto a la altura (Vernazza et al. (1973)).	38
3.3.	Interpolación para el Hidrógeno total usando los valores de la Tabla 3.2.	40
3.4.	Diferentes poblaciones en equilibrio dependientes de la temperatura a partir de la ecuación de Saha.	42
3.5.	Interpolación para la densidad electrónica usando el modelo C de Vernazza et al. (1981), para regiones de la Corona usamos la neutralidad de carga	45
4.1.	Geometría general para el modelo numérico.	49
5.1.	Definiendo el camino óptico para un píxel.	53

5.2.	Matriz de ángulos que representan los píxeles de la imagen formada en el plano XY. . . . .	54
5.3.	Modelo lógico global. . . . .	55
5.4.	Definiendo el ángulo $\alpha$ . . . . .	56
5.5.	Definiendo la geometría para $\beta$ . . . . .	57
5.6.	Definiendo la longitud $dz$ . . . . .	61
5.7.	Geometría para calcular $\vec{r}_{\alpha,\beta}(z)$ . . . . .	62
5.8.	Calculando $\theta$ . . . . .	63
5.9.	Calculando $\phi$ . . . . .	63
5.10.	Geometría de prueba vista desde “atrás” del Sol. . . . .	66
5.11.	Proyección en el plano XY, ZY y XZ de los caminos óptico de prueba. . . . .	67
6.1.	Arquitectura de Pakal. . . . .	72
6.2.	Geometría en la que se desenvuelve el autómata tulum. . . . .	77
6.3.	Diagrama de flujo del coordinador para tulum. . . . .	78
6.4.	Diagrama de flujo del experto para tulum. . . . .	79
6.5.	Diagrama de estados para el autómata tulum. . . . .	79
6.6.	Análisis de convergencia para Pakal variando los pasos de integración. Arriba podemos ver la convergencia del algoritmo con respecto al tamaño del paso de integración. Abajo, el tiempo que tardó en integrar la trayectoria. . . . .	83
6.7.	Análisis de convergencia para Pakal variando la emisión mínima. Arriba, la convergencia variando la emisión mínima a considerar. Abajo, el tiempo que tardo en integrar la trayectoria. . . . .	85
6.8.	Análisis de convergencia para Pakal variando el paso de integración grande. Arriba, la convergencia de Pakal variando la relación entre pasos grandes y pequeños. Abajo, el tiempo que tardo en integrar una trayectoria. . . . .	86
6.9.	Análisis de convergencia para Pakal variando el paso de integración detallado con los parametros optimos: ./pakal -xy 0 0 -nu 17e9 -min 1e-17 -detail X -big 60 . Podemos observar, el resultado de la optimización. . . . .	87
7.1.	Simulaciones multifrecuencia (línea punteada) tomadas de Landi & Chiuderi Drago (2003) y comparadas contra observaciones (Zirin et al. (1991)). . . . .	90
7.2.	Comparación entre el modelo Pakal (línea continua), Allen (1963) (línea a trazos), Van de Hulst (1953) (línea punteada) y observaciones hechas por Zirin et al. (1991). . . . .	91
7.3.	Análisis de emisión a 17GHz para la coordenada (0,0). . . . .	94
7.4.	Análisis de emisión a 17GHz para la coordenada (0,0), detallado. . . . .	95
7.5.	Análisis para los parámetros de eficiencia de emisión y absorción a 17GHz para la coordenada (0,0), con $\tau = \tau_1 - \tau_2$ en intervalos de 1 km. . . . .	96

7.6. Abrillatamiento al Limbo a 17GHz, comparación con Nobeyama para el Sol Quietó. . . . .	97
7.7. Análisis de abrillatamiento al limbo a 17GHz en la coordenada (0,357)., la línea punteada en la figura de iones/electrones simbolizan los iones. . . . .	98
7.8. Sol Quietó a 17GHz. . . . .	100
7.9. Análisis de especies en la coordenada (0,0). . . . .	101
7.10. Sol Quietó a 43GHz. . . . .	103
7.11. Abrillatamiento al limbo a 43GHz. . . . .	104
7.12. Análisis de emisión a 43GHz para el centro del disco solar. . . . .	106
A.1. Patron de Antena del RT5 a una frecuencia de 43GHz. . . . .	127

# Índice de Tablas

2.1. Radio observaciones realizadas para el Sol Quiet, Zirin et al. (1991). . . . .	29
3.1. Perfil de Temperatura, altura desde la Fotósfera, tomada del modelo C de Vernazza et al. (1981) para la parte de la Cromósfera y del modelo de Gabriel (1976) para la parte de la Corona. . . . .	35
3.2. Perfil de densidad de Hidrógeno, altura desde la Fotósfera. Utilizando el modelo C publicado por Vernazza et al. (1981), para valores de la Corona tomamos el modelo de Gabriel (1976) publicados en Foukal (1990). . . . .	39
3.3. Abundancias relativas para elementos pesados, su energía de ionización y los coeficientes para su función de partición tomados de Withbroe (1981). . . . .	41
3.4. Perfil de Densidad Electrónica, altura desde la Fotósfera. . . . .	46
6.1. Tabla de estados para el sistema experto . . . . .	80
6.2. Tabla de decisión para los estados i. . . . .	81
6.3. Tabla de estados, en este caso $n = dzbig/dzdetail$ . . . . .	82

# Bibliografía

- Ahmad, I. A., & Kundu, M. R. 1981, *Sol. Phys.*, 69, 273
- Allen, C. W. 1963, in *IAU Symposium*, Vol. 16, *The Solar Corona*, ed. J. W. Evans, 1–+
- Avrett, E. H., & Linsky, J. L. 1970, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 2, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 181–+
- Avrett, E. H., Vernazza, J. E., & Linsky, J. L. 1976, *ApJ*, 207, L199
- Büchner, J., & Nikutowski, B. 2005, in *ESA Special Publication*, Vol. 596, *ESA Special Publication*, ed. D. E. Innes, A. Lagg, & S. A. Solanki
- Carramiñana, A. 2005, *Procesos Radiativos (INAOE)*
- Chiuderi, C., & Chiuderi Drago, F. 2004, *A&A*, 422, 331
- Chiuderi Drago, F., Kundu, M. R., & Schmahl, E. J. 1983, *Sol. Phys.*, 85, 237
- Costa, J. E. R., Silva, A. V. R., Makhmutov, V. S., Rolli, E., Kaufmann, P., & Magun, A. 1999, *ApJ*, 520, L63
- Dulk, G. A. 1985, *ARA&A*, 23, 169
- Feldman, U., Doschek, G. A., Schühle, U., & Wilhelm, K. 1999a, *ApJ*, 518, 500
- Feldman, U., Widing, K. G., & Warren, H. P. 1999b, *ApJ*, 522, 1133
- Foukal, P. 1990, *Solar astrophysics* (New York, Wiley-Interscience, 1990, 492 p.)
- Fuerst, E. 1980, in *IAU Symposium*, Vol. 86, *Radio Physics of the Sun*, ed. M. R. Kundu & T. E. Gergely, 25–39
- Gabriel, A. H. 1976, *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 281, 339
- Gibson, E. G. 1973, *The quiet sun* (NASA SP, Washington: National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1973)

- Grayer, G. H. 1999, *Journal of the British Astronomical Association*, 109, 294
- Hertz, H. 1883, *Annalen der Physik*, 255, 782
- Kundu, M. R. 1965, *Solar radio astronomy* (New York: Interscience Publication, 1965)
- Kundu, M. R., & White, S. M. 1990, in *IAU Symposium*, Vol. 142, *Basic Plasma Processes on the Sun*, ed. E. R. Priest & V. Krishan, 457–463
- Kuznetsova, N. A. 1978, *Soviet Astronomy*, 22, 345
- Landi, E., & Chiuderi Drago, F. 2003, *ApJ*, 589, 1054
- Lantos, P., Alissandrakis, C. E., & Rigaud, D. 1992, *Sol. Phys.*, 137, 225
- Lie-Svendson, Ø., Hansteen, V. H., & Leer, E. 2003, *ApJ*, 596, 621
- Loukitcheva, M., Solanki, S. K., Carlsson, M., & Stein, R. F. 2004, *A&A*, 419, 747
- Mallo, D., & Cabado, A. 1980, *El Maravilloso Mundo de la Tecnología* (Fundación Cultural Televisa)
- Mariska, J. T. 1992, *The solar transition region* (Cambridge Astrophysics Series, New York: Cambridge University Press, —c1992)
- Marsh, J. C. D. 1998, *Journal of the British Astronomical Association*, 108, 317
- Maxwell, J. C. 1904, *Treatise on Electricity and Magnetism Third Edition* (Oxford)
- Melrose, D. B. 1980, *Plasma astrophysics: Nonthermal processes in diffuse magnetized plasmas. Volume 1 - The emission, absorption and transfer of waves in plasmas* (New York, Gordon and Breach Science Publishers, 1980. 276 p.)
- Michelson, A. A., & Morley, E. W. 1887, *American Journal of Science*, 134, 333
- Muller, H., Herrmann, S., Braxmaier, C., Schiller, S., & Peters, A. 2003, *Physical Review Letters*, 91, 020401
- Noci, G. 2003, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 74, 704
- Ralchenko, Y., Feldman, U., & Doschek, G. A. 2007, *ApJ*, 659, 1682
- Raulin, J.-P., & Pacini, A. A. 2005, *Advances in Space Research*, 35, 739
- Reber, E. E. 1971, *Sol. Phys.*, 16, 75
- Reber, G. 1944, *ApJ*, 100, 279
- Robinson, R. D. 1983, *Proceedings of the Astronomical Society of Australia*, 5, 208

- Scheuer, P. A. G. 1960, MNRAS, 120, 231
- Shimabukuro, F. I., & Stacey, J. M. 1968, ApJ, 152, 777
- Smith, A. G. 1969, Radioexploración del Sol (Van Nostrand Momentum Books)
- Solanki, S. K. 2004, in IAU Symposium, Vol. 223, Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity, ed. A. V. Stepanov, E. E. Benevolenskaya, & A. G. Kosovichev, 195–202
- van de Hulst, H. C. 1953, The Chromosphere and the Corona (The Sun), 207–+
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1973, ApJ, 184, 605
- . 1976, ApJS, 30, 1
- . 1981, ApJS, 45, 635
- Whitehurst, R.Ñ., & Mitchell, F. H. 1956, AJ, 61, 192
- Wilhelm, K. 2006, A&A, 455, 697
- Withbroe, G. 1981, in The Sun as a Star, ed. S. Jordan, 321–329
- Yang, W. M., & Bi, S. L. 2007, ApJ, 658, L67
- Zheleznyakov, V. V. 1965, Soviet Astronomy, 8, 819
- Zirin, H. 1966, The solar atmosphere (A Blaisdell Book in the Pure and Applied Sciences, Waltham, Mass.: Blaisdell, —c1966)
- Zirin, H., Baumert, B. M., & Hurford, G. J. 1991, ApJ, 370, 779