



**I
N
A
O
E**

**COMPARACIÓN DE TÉCNICAS PARA
DESENVOLVER LA FASE DEL FRENTE
DE ONDA, EN PRUEBAS DE
SUPERFICIES ÓPTICAS.**

por

Jaime Sánchez Paredes

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA
ESPECIALIDAD DE ÓPTICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica
y Electrónica.**

Enero 2007

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

**Dr: Jorge Castro Ramos
Dr: Sergio Vázquez y Montiel**

© INAOE

Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias de esta tesis en
su totalidad o en partes.



RESUMEN

En esta tesis se emplea un interferómetro Twyman-Green para probar superficies ópticas, hacemos interferometría de desplazamiento de fase (PSI) colocando un espejo plano sobre un piezoeléctrico en uno de los brazos del interferómetro se desplaza y así se obtienen desplazamientos de fase deseados. Con una cámara CCD se toma una serie de interferogramas, estos interferogramas son usados para obtener la fase envuelta, el número de interferogramas que se toman depende del algoritmo que se use para decodificar la fase del frente de onda de la superficie bajo prueba. Finalmente desarrollamos la fase de los interferogramas obtenidos experimentalmente y de ellos hacemos una comparación cualitativa entre estas técnicas.

ABSTRACT

In this thesis we set up a Twyman-Green interferometer to test optical surfaces, we made Phase Shifting Interferometry (PSI) by using a plane mirror above a piezoelectric device in one arm of the interferometer, this is done to can displace the mirror small distances (some nanometers) and obtain the desired phase displacement. With a camera CCD we record a series of interferograms, these interferograms are used to obtain the wrapped phase, the number of this interferograms depends on the algorithm used to decode the wavefront phase of the surface under test. Finally we unwrap the phase with some techniques, we made a comparison between this techniques unwrapping interferograms obtained experimentally and we made some comments.

Agradecimientos

En primer lugar gracias a dios por darme vida, salud y fuerza para lograr mis metas.

Un agradecimiento especial a mis directores de tesis al Dr. Jorge Castro Ramos y al Dr. Sergio Vázquez y Montiel por sus consejos, por su confianza y por su apoyo para terminar esta etapa de mi vida.

A mis sinodales: Dr. Fermín Granados Agustín, Dr. Javier Salinas Luna y Dr. José Javier Báez Rojas.

A todos mis compañeros y amigos en el INAOE que me brindaron su apoyo, consejos, sinceridad y por todos los momentos agradables que pasamos juntos.

También quiero agradecer a todas las personas que laboran en el INAOE, en especial a las personas que laboran en el Laboratorio de Óptica Brasília Cabrera Pérez, Pedro Tecualt Tecuatl, Ana María Zárate Rivera y Francisco Renero Carrillo, también a las personas que laboran en la Coordinación de Óptica y en Coordinación Docente por su apoyo y atención brindada en los tramites administrativos.

Por ultimo quiero agradecer a CONACYT por haberme otorgado el apoyo económico y administrativo para terminar mis estudios de Maestría.

D e d i c a t o r i a

En primer lugar a mi querida esposa Alys Mae Muñoz Flores que es el amor de mi vida, una fuente de constante inspiración y mi motivación para seguir superándome día a día.

A mis padres Jaime Sánchez Ortega y Cecilia Paredes Méndez quienes me enseñaron que la perseverancia y dedicación son la base para lograr mis metas y por brindarme su apoyo incondicional.

A mis hermanos Yadira, Alejandra, Erick, Ivan y Joshua por estar conmigo en los momentos difíciles y ser mis mejores amigos.

A todos mis familiares, amigos y personas con las que convivo por darme ánimos de seguir adelante.

A mí familia

**COMPARACIÓN DE TÉCNICAS PARA
DESENVOLVER LA FASE DEL FRENTE DE ONDA,
EN PRUEBAS DE SUPERFICIES ÓPTICAS.**

Jaime Sánchez Paredes

Enero de 2007

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL	1
ÍNDICE DE FIGURAS	3
1. INTRODUCCIÓN	5
2. INTERFERENCIA	8
2.1. Introducción	8
2.2. Interferencia de dos ondas monocromáticas	9
2.3. Interferómetro de división del frente de onda	13
2.3.1. Interferómetro de Young	13
2.4. Interferómetro de división de amplitud	15
2.4.1. Interferómetro de Newton	15
2.4.2. Interferómetro de Michelson	18
2.4.3. Interferómetro Twyman-Green	20
2.5. Sistema del interferómetro Zygo	23
2.6. Conclusión	25
3. INTERFEROMETRÍA DE DESPLAZAMIENTO DE FASE	26
3.1. Introducción	26
3.2. Ventajas de PSI	27
3.3. Métodos de desplazamiento de fase	28
3.4. Detectando la fase del frente de onda	29
3.5. Algoritmos PSI	30
3.5.1. Técnica de detección de fase	30
3.5.2. Algoritmo Hariharan	33
3.6. Conclusión	35
4. DESENVOLVIMIENTO DE FASE	36
4.1. Introducción	36
4.2. Desenvolvimiento de fase, en 1-D por Tomas Kreis	38
4.2.1. Diferencias de fase absolutas.....	38
4.2.2. Diferencias de fase relativas.....	39
4.3. Desenvolvimiento de fase, en 2-D por Tomas Kreis	40
4.4. Desenvolvimiento de fase, de mapas de fase consistente de campo completo	41
4.5. Desenvolvimiento de fase, de mapas de fase consistente dentro de una región conecta simple	42

4.6.	Método robusto para desenvolver la fase en dos dimensiones	44
4.7.	Momentos geométricos.....	48
4.8.	Conclusión.....	55
5.	<i>ARREGLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES</i>	<i>56</i>
5.1.	Introducción.....	56
5.2.	Elementos ópticos usados en el interferómetro Twyman-Green.....	57
5.2.1.	Láser.....	57
5.2.2.	Objetivo de microscopio y pinhole.....	57
5.2.3.	Lentes.....	58
5.2.4.	Divisor de haz.....	58
5.2.5.	Espejo plano.....	59
5.2.6.	Piezoeléctrico.....	59
5.2.7.	Espejos cóncavos bajo prueba.....	60
5.2.7.1.	Espejo cóncavo de diámetro D=15cm y radio de curvatura RC=15cm.....	60
5.2.7.2.	Espejo cóncavo de diámetro D=15cm y radio de curvatura RC=40cm.....	60
5.2.7.3.	Espejo cóncavo de diámetro D=7.5cm y radio de curvatura RC=10cm.....	61
5.2.8.	Cámara CCD.....	61
5.2.9.	Atenuador de intensidad.....	61
5.3.	Arreglo experimental del Twyman-Green para hacer PSI.....	62
5.4.	Calibración de la fase desplazada	63
5.5.	Calibración del piezoeléctrico.....	64
5.6.	Resultados experimentales.....	66
5.6.1.	Prueba de espejo plano.....	66
5.6.2.	Prueba de espejos cóncavos.....	69
5.6.2.1.	Espejo cóncavo de diámetro D=15cm y radio de curvatura RC=15cm.....	69
5.6.2.2.	Espejo cóncavo de diámetro D=15cm y radio de curvatura RC=40cm.....	77
5.6.2.3.	Espejo cóncavo de diámetro D=7.5cm y radio de curvatura RC=10cm.....	83
5.7.	Comparación entre la sagita teórica y la experimental.....	91
5.8.	Conclusión.....	92
6.	<i>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO</i>	<i>93</i>
	<i>REFERENCIAS.....</i>	<i>97</i>
	<i>APÉNDICE A: DIAGRAMA A BLOQUES</i>	<i>99</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

FIG. 2.1 INTERFERENCIA DE DOS HACES DE IGUAL INTENSIDAD; VARIACIÓN DE INTENSIDAD CON LA DIFERENCIA DE FASE.....	12
FIG. 2.2 EXPERIMENTO DE YOUNG.....	13
FIG. 2.3 INTERFERENCIA CON DOS FUENTES PUNTUALES.....	14
FIG. 2.4 FRANJAS DE INTERFERENCIA DE YOUNG.....	15
FIG. 2.5 ARREGLO PARA OBTENER ANILLOS DE NEWTON.....	15
FIG. 2.6 ARREGLO PARA OBSERVAR LAS FRANJAS DE NEWTON EN EL TALLER ÓPTICO. CON ESTE ARREGLO SE PUEDEN PROBAR SUPERFICIES PLANAS Y SUPERFICIES ESFÉRICAS DE RADIO LARGO.	17
FIG. 2.7 PRINCIPIO DE FORMACIÓN DE FRANJAS RECTAS E IGUALMENTE ESPACIADAS ENTRE DOS SUPERFICIES ÓPTICAS PLANAS CUANDO EL HUECO DE AIRE ES EN FORMA DE UNA CUÑA. ESTAS LÍNEAS ESTÁN PARALELAS A LA LÍNEA DE INTERSECCIÓN DE LAS DOS SUPERFICIES PLANAS.	17
FIG. 2.8 INTERFERÓMETRO DE MICHELSON.....	19
FIG. 2.9 INTERFERÓMETRO DE MICHELSON CON LUZ COLIMADA.	22
FIG. 2.10 INTERFERÓMETRO TWYMAN-GREEN: ARREGLO PARA PROBAR LENTES.	23
FIG. 2.11 A) SISTEMA DEL INTERFERÓMETRO ZYGO, B) ESQUEMA USADO PARA PROBAR ESPEJOS CÓNCAVOS.....	25
FIG. 3.1 INTERFERÓMETRO TWYMAN-GREEN CON EL PIEZOELÉCTRICO EN EL BRAZO DE REFERENCIA PARA CONTROLAR LA LONGITUD DE LA TRAYECTORIA DE CAMINO ÓPTICO	31
FIG. 3.2 A) INTERFEROGRAMA CON UN DESPLAZAMIENTO DE FASE DE -2α , B) INTERFEROGRAMA CON UN DESPLAZAMIENTO DE FASE DE $-\alpha$, C) INTERFEROGRAMA SIN DESPLAZAMIENTO DE FASE, D) INTERFEROGRAMA CON UN DESPLAZAMIENTO DE FASE DE α Y E) INTERFEROGRAMA CON UN DESPLAZAMIENTO DE FASE DE 2α	35
FIG. 4.1 A) CONVERSIÓN DE LA FASE CALCULADA POR EL ARCOTANGENTE, A EL MÓDULO 2π DE LA FASE DEL FRENTE DE ONDA; B) PROCESO DE DESENVOLVIMIENTO DE FASE EN UNA DIMENSIÓN... ..	38
FIG. 4.2 TRAYECTORIA QUE SE SIGUE PARA DESENVOLVER LA FASE EN UNA DIMENSIÓN.....	40
FIG. 4.3 A), B) TRAYECTORIAS SEGUIDAS PARA DESENVOLVER LA FASE EN DOS DIMENSIONES	41
FIG. 4.4 TRAYECTORIA QUE SE SIGUE PARA DESENVOLVER LA FASE EN DOS DIMENSIONES	41
FIG. 4.5 EJEMPLO DE UNA REGIÓN CONECTA SIMPLE QUE CONTIENE DATOS DE FASE VALIDOS	43
FIG. 4.6 UNA IMAGEN Y LA ELIPSE CORRESPONDIENTE DE LA IMAGEN.....	53
FIG. 5.1 LÁSER USADO PARA ARMAR EL INTERFERÓMETRO	57
FIG. 5.2 A) OBJETIVO DE MICROSCOPIO Y PINHOLE USADO PARA ARMAR EL INTERFERÓMETRO, B) LENTE QUE SE USA PARA COLIMAR EL HAZ. C) LENTE USADA PARA PROBAR ESPEJOS CONCAVOS.	58
FIG. 5.3 A) DIVISOR DE HAZ, B) ESPEJO PLANO.	59
FIG. 5.4 A) PIEZOELÉCTRICO; B) MÓDULO PARA CONTROLAR EL PIEZOELÉCTRICO.....	60
FIG. 5.5 A) ESPEJO CÓNCAVO D=15CM Y RC=15CM, B) ESPEJO CÓNCAVO D=15CM Y RC=40CM, C) ESPEJO CÓNCAVO D=7.5CM, RC=10CM.	61
FIG. 5.6 A) CÁMARA CCD, B) ATENUADOR DE INTENSIDAD	62
FIG. 5.7 INTERFERÓMETRO TWYMAN-GREEN. A) VISTA HORIZONTAL, B) VISTA SUPERIOR.	62
FIG. 5.8 HISTOGRAMA DEL DESPLAZAMIENTO DE FASE DE LOS INTERFEROGRAMAS DE LA FIG. 3.1	64
FIG. 5.9 A) INCREMENTOS DE VOLTAJE; B) DECREMENTOS DE VOLTAJE; C) VENTANA DE HISTÉRESIS DEL FUNCIONAMIENTO DEL PIEZOELÉCTRICO.	65
FIG. 5.10 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.....	67
FIG. 5.11 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.....	68
FIG. 5.12 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 B).	68
FIG. 5.13 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6.....	69

5.14 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.	70
FIG. 5.15 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.	71
FIG. 5.16 A) MAPA DE FASE 2-D, EC.4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D EC. 4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 A).	71
FIG. 5.17 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 B); B) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4.	72
FIG. 5.18 MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6.	72
FIG. 5.19 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.	73
FIG. 5.20 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.	74
FIG. 5.21 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA DE LA FIG. 4.3 B).	74
FIG. 5.22 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6.	75
FIG. 5.23 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4 USANDO MOMENTOS GEOMÉTRICOS.	76
FIG. 5.24 MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6 UTILIZANDO LOS MOMENTOS GEOMÉTRICOS.	76
FIG. 5.25 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.	77
5.26 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.	78
FIG. 5.27 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2 TRAYECTORIA FIG. 4.3 B).	78
5.28 MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4.	79
FIG. 5.29 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.	80
5.30 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.	80
FIG. 5.31 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2 TRAYECTORIA FIG. 4.3 B).	81
FIG. 5.32 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6.	82
FIG. 5.33 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4 USANDO MOMENTOS GEOMÉTRICOS.	83
FIG. 5.34 MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6 UTILIZANDO LOS MOMENTOS GEOMÉTRICOS.	83
FIG. 5.35 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.	84
FIG. 5.36 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.	85
FIG. 5.37 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2 TRAYECTORIA FIG. 4.3 A).	85
FIG. 5.38 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA FIG. 4.3 B); MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4.	86
FIG. 5.39 MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6.	86
FIG. 5.40 A) INTERFEROGRAMA, B) HISTOGRAMA.	87
FIG. 5.41 A) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.1, B) MAPA DE FASE 1-D, EC. 4.2.	88
FIG. 5.42 A) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2, TRAYECTORIA FIG. 4.3 A); B) MAPA DE FASE 2-D, EC. 4.2 TRAYECTORIA FIG. 4.3 B).	88
FIG. 5.43 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6.	89
FIG. 5.44 A) MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4, B) MAPA DE FASE 2-D MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.4 USANDO MOMENTOS GEOMÉTRICOS.	90
FIG. 5.45 MAPA DE FASE 2-D, MÉTODO DE LA SECCIÓN 4.6 UTILIZANDO LOS MOMENTOS GEOMÉTRICOS.	90
FIG. 5.46 A) SAGITA TEÓRICA, B) SAGITA EXPERIMENTAL.	91
FIG. 5.47 DIFERENCIA ENTRE LA SAGITA TEÓRICA Y LA SAGITA EXPERIMENTAL.	92

Capítulo 1

1. INTRODUCCIÓN

El pionero de la Interferometría Albert Abraham Michelson nació el 19 de diciembre de 1852 en Strelno, Prusia (hoy Strzelno, Polonia). Llegó a los Estados Unidos con sus padres cuando tenía dos años. Desde Nueva York, la familia hizo su camino a Virginia City, Nevada y San Francisco.

A los 17, Michelson ingresó en la Academia Naval de los Estados Unidos en Annapolis, Maryland, y se graduó en 1873. Pronto Michelson cayó fascinado con las ciencias y el problema de medir la velocidad de la luz en particular. Tras dos años de estudios en Europa se retira de la armada en 1881 y se dispone a determinar la velocidad de la luz con una precisión sin precedentes utilizando su interferómetro.

Su dato permaneció como el mejor durante una generación y cuando fue mejorado, fue el propio Michelson quien lo hizo.

Hacia 1887 con la ayuda de su colega Edward Williams Morley llevó a cabo lo que se conoce como el experimento Michelson-Morley. Su experimento mostraba que no había desplazamiento significativo de la Tierra relativo al éter, el medio hipotético en el cual se suponía que viajaban las ondas lumínicas. Posteriormente este resultado dio lugar a la gestación de la Teoría de la Relatividad de Einstein.

Tras servir como profesor en la Universidad Clark en Worcester, Massachusetts, desde 1889, en 1892 Michelson fue designado profesor y

primer jefe del departamento de física de la recién organizada Universidad de Chicago. En 1907 Michelson se convierte en el primer americano que ha recibido el premio Nóbel de física.

Michelson murió el 9 de mayo de 1931 en Pasadena, California.

El interferómetro de Michelson es de gran importancia en nuestro trabajo, puesto que es la base para armar un interferómetro Twyman-Green.

Para la mejor comprensión del presente trabajo, la organización de los capítulos es la siguiente.

En el Capítulo 1 se explica brevemente el contenido de cada uno de los capítulos.

En el Capítulo 2 se da una introducción de interferencia, se explican los principios básicos y la teoría de este fenómeno, se analiza la interferencia entre ondas monocromáticas, se estudian los interferómetros de división de frente de onda y los interferómetros de división de amplitud, se analiza la configuración de algunos de los interferómetros más comunes que se pueden encontrar en la literatura y se estudian las características y funcionamiento del interferómetro ZYGO de ZYGO CORPORATION.

En el Capítulo 3 se da una introducción de la interferometría de desplazamiento de fase, se explican los conceptos fundamentales, sus ventajas, los métodos para hacer desplazamiento de fase, como se detecta el frente de onda y como se obtiene la fase con el algoritmo Hariharan.

En el Capítulo 4 se explica en que consiste el desenvolvimiento de la fase y se explican las diferentes técnicas para desenvolver la fase: el método de

Tomas Kreis en una y en dos dimensiones, el método que integra las diferencias de fase para mapas de fase de campo completo y para mapas de fase dentro de una región conectada simple y también se explica el método robusto para desarrollar la fase de Giglia. Por último se explican los momentos geométricos, se da su definición y propiedades, se ven los diferentes tipos de momentos geométricos, se ve la representación de forma usando los momentos geométricos, se estudia como se hace el cómputo de los momentos geométricos, se analizan los errores que pueden ser introducidos en el cómputo y lo más importante se explica cuál será su utilidad y de qué forma los utilizaremos en el presente trabajo.

En el Capítulo 5 se ilustran los diferentes elementos usados para armar el interferómetro, se dan algunas de las características más generales de algunos de ellos y se muestra el arreglo experimental, se explica cómo se hace la calibración de la fase desplazada y cómo se hace la calibración del piezoeléctrico, se muestran los resultados obtenidos al probar diferentes espejos y desarrollar la fase del frente de onda con diferentes métodos.

En el Capítulo 6 se dan las conclusiones del presente trabajo.

En el Apéndice A se muestra un diagrama a bloques del programa que se elaboró para desarrollar la fase con las diferentes técnicas mencionadas en el capítulo 4.

Capítulo 2

2. INTERFERENCIA

En este capítulo se da una introducción del fenómeno de interferencia, se describe la interferencia entre ondas monocromáticas, se explican los interferómetros de división de frente de onda y los de división de amplitud, como ejemplo de los de división de frente de onda se explica el interferómetro de Young y como ejemplo de los de división de amplitud se explican los interferómetros de Newton, Michelson y Twyman-Green y por último se describe brevemente el interferómetro ZYGO.

2.1. Introducción

El fenómeno de interferencia ^{[1][2]} ha sido usado para establecer la naturaleza ondulatoria de la luz y ahora tiene usos de importancia práctica por ejemplo en espectroscopia y metrología. Cuando dos a más haces de luz se superponen, la distribución de intensidad no puede ser descrita de una manera sencilla. Así, si la luz de una fuente es dividida en dos haces los cuales son superpuestos, la intensidad en la región de superposición es una variación punto a punto entre un valor máximo que puede ser igual a la suma de las intensidades y un mínimo que puede ser cero, a este fenómeno se le llama interferencia. Si los dos haces son originados en la misma fuente las fluctuaciones en los dos haces están en general correlacionadas y se dice que los haces son completa o parcialmente coherentes. En haces de diferentes fuentes, las fluctuaciones no están correlacionadas y se dice que

los haces son mutuamente incoherentes. Cuando los haces de diferentes fuentes son superpuestos, no se observa interferencia.

Existen dos métodos para obtener interferencia de un solo haz de luz y estos proveen una base para clasificar los arreglos usados para producir interferencia. En un método el haz se divide al pasar a través de aberturas colocadas lado a lado en una pantalla opaca. Este método es llamado división de frente de onda, es de uso únicamente con fuentes suficientemente pequeñas. De manera alternativa si el haz se divide en una o mas superficies parcialmente reflectoras, en las cuales una parte de la luz es reflejada y otra parte transmitida. Este método es llamado división de amplitud, este método se puede usar con fuentes extendidas y por lo tanto los efectos pueden ser de mayor intensidad que con el método de división de frente de onda.

2.2. Interferencia de dos ondas monocromáticas

La intensidad I de la luz se define como el promedio temporal de la cantidad de energía que atraviesa en una unidad de tiempo una unidad de área perpendicular a la dirección del flujo de energía ^{[1][2]}. Para una onda plana

$$I = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \langle E^2 \rangle \quad (2.1)$$

donde ε es conocida como la constante dieléctrica (o permitividad), μ es la permeabilidad magnética, E es el vector del campo eléctrico y c es la velocidad de la luz en el vacío. Si se trabaja principalmente con campos monocromáticos se representa el vector del campo eléctrico E en la forma

$$E(r, t) = \Re \{ A(r) e^{-i\omega t} \} = \frac{1}{2} [A(r) e^{-i\omega t} + A^*(r) e^{i\omega t}] \quad (2.2)$$

donde ω es la frecuencia angular temporal, $i = \sqrt{-1}$, t es el tiempo y \Re es la parte real del número complejo, e es la función exponencial y $*$ indica que es el complejo conjugado de A . Aquí A es un vector complejo con componentes cartesianas rectangulares

$$A_x = a_1(r)e^{ig_1(r)}, \quad A_y = a_2(r)e^{ig_2(r)}, \quad A_z = a_3(r)e^{ig_3(r)} \quad (2.3)$$

donde a_j y g_j ($j=1,2,3$) son funciones reales. Para una onda plana homogénea las amplitudes a_j son constantes, mientras que las funciones de fase son de la forma $g_j(r) = K \cdot r - \delta_j$, donde K es el vector de propagación y las δ_j son las constantes de fase las cuales especifican el estado de la polarización.

De la ec. 2.2,

$$E^2 = \frac{1}{4} (A^2 e^{-2i\omega t} + A^{*2} e^{-2i\omega t} + 2A \cdot A^*) \quad (2.4)$$

de donde, tomando el promedio temporal sobre un intervalo grande comparado con el periodo $T = 2\pi/\omega$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} A \cdot A^* = \frac{1}{2} (|A_x|^2 + |A_y|^2 + |A_z|^2) = \frac{1}{2} (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \quad (2.5)$$

Suponiendo que dos ondas monocromáticas E_1 y E_2 se superponen en un punto P . El campo eléctrico total en P es

$$E = E_1 + E_2 \quad (2.6)$$

de modo que

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2. \quad (2.7)$$

Por lo tanto la intensidad total en P es

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \quad (2.8)$$

donde

$$I_1 = \langle E_1^2 \rangle, \quad I_2 = \langle E_2^2 \rangle \quad (2.9)$$

son las intensidades de las dos ondas,

$$I_{12} = 2\langle E_1 \cdot E_2 \rangle \quad (2.10)$$

es el término de interferencia. Si A y B son las amplitudes complejas de las ondas donde

$$A_x = a_1 e^{ig_1}, \dots \quad B_x = b_1 e^{ih_1}, \dots \quad (2.11)$$

Las fases g_j y h_j de las dos ondas por lo general serán diferentes, desde que las ondas hayan llegado hasta P por diferentes trayectorias, pero si las condiciones experimentales son tales que se introduce la misma diferencia de fase δ entre las componentes correspondientes, tenemos

$$g_1 - h_1 = g_2 - h_2 = g_3 - h_3 = \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta S \quad (2.12)$$

donde ΔS es la diferencia entre las trayectorias ópticas de las dos ondas desde el punto común de la fuente hasta P y λ_0 es la longitud de onda en el vacío. En términos de A y B ,

$$E_1 \cdot E_2 = \frac{1}{4} (A e^{-i\alpha x} + A^* e^{i\alpha x}) \cdot (B e^{-i\alpha x} + B^* e^{i\alpha x}) = \frac{1}{4} (A \cdot B e^{-2i\alpha x} + A^* \cdot B^* e^{2i\alpha x} + A \cdot B^* + A^* \cdot B) \quad (2.13)$$

de modo que

$$I_{12} = 2\langle E_1 \cdot E_2 \rangle = \frac{1}{2} (A \cdot B^* + A^* \cdot B) = a_1 b_1 \cos(g_1 - h_1) + a_2 b_2 \cos(g_2 - h_2) + a_3 b_3 \cos(g_3 - h_3) \quad (2.14)$$

$$I_{12} = (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) \cos \delta.$$

donde \cos es la función trigonométrica coseno.

Esta expresión muestra la dependencia del término de interferencia en las componentes de amplitud y en la diferencia de fase de las dos ondas. Fresnel de Arago encontró que dos haces de luz polarizados a ciertos ángulos uno con respecto del otro, no interfieren de lo que se concluye que las vibraciones deben ser transversales. Considerando la distribución de intensidad que resulta de superponer dos ondas que se encuentran

propagando en la dirección z y están linealmente polarizados sus vectores E en la dirección x . Entonces

$$a_2 = a_3 = b_2 = b_3 = 0 \quad (2.15)$$

usando las ecs. 2.5, 2.9, 2.10 y 2.14,

$$I_1 = \frac{1}{2}a_1^2, \quad I_2 = \frac{1}{2}a_2^2 \quad (2.16)$$

$$I_{12} = a_1b_1 \cos \delta = 2\sqrt{I_1I_2} \cos \delta \quad (2.17)$$

La intensidad total es dada por la ec. 2.8 como

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \delta \quad (2.18)$$

Los máximos de intensidad se darán cuando

$$I_{MAX} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \quad (2.19)$$

$$|\delta| = 0, 2\pi, 4\pi, \dots,$$

y los mínimos de intensidad cuando

$$I_{MIN} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2} \quad (2.20)$$

$$|\delta| = \pi, 3\pi, \dots,$$

Cuando $I_1 = I_2$, ec. 2.18 se reduce a

$$I = 2I_1(1 + \cos \delta) = 4I_1 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (2.21)$$

y el valor de la intensidad varía entre un valor máximo $I_{MAX} = 4I_1$, y un valor mínimo $I_{MIN} = 0$ (Fig. 2.1).

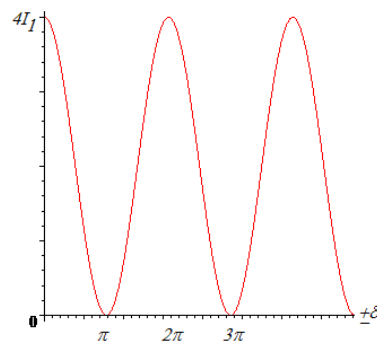


Fig. 2.1 Interferencia de dos haces de igual intensidad; variación de intensidad con la diferencia de fase.

2.3. Interferómetro de división del frente de onda

2.3.1. Interferómetro de Young

Para demostrar la interferencia de la luz, el arreglo experimental que se utilizó, fue el de Young ^{[1][2]}. La luz que proviene de una fuente puntual monocromática S pasa a través de dos aberturas pequeñas S_1 y S_2 las cuales están relativamente cerca una de la otra, en una pantalla A y equidistantes con respecto a S (Fig. 2.2). Las dos aberturas actúan como fuentes puntuales secundarias monocromáticas las cuales están en fase y los haces de las aberturas se superponen lejos de la pantalla A . En esta región es donde se forma el patrón de interferencia.

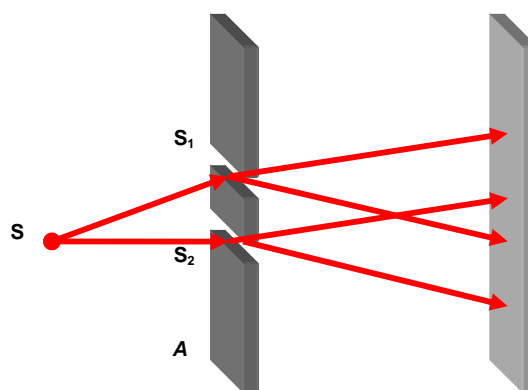


Fig. 2.2 Experimento de Young.

Si se supone que el patrón se observa sobre un plano XOY normal al bisector perpendicular CO de S_1S_2 con el eje x paralelo a S_1S_2 (Fig. 2.3). Siendo d la separación entre los orificios y a la distancia entre la línea que une las aberturas y los planos de observación. Para un punto $P(x, y)$ en el plano de observación

$$\begin{aligned}
 s_1 = S_1P &= \sqrt{a^2 + y^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}, \\
 s_2 = S_2P &= \sqrt{a^2 + y^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

por lo tanto

$$s_2^2 - s_1^2 = 2xd \quad (2.23)$$

La diferencia de la trayectoria geométrica de la luz de S_1 y S_2 a P se puede expresar de la siguiente forma

$$\Delta s = s_1 - s_2 = \frac{2xd}{s_2 + s_1} \quad (2.24)$$

En la práctica el patrón de interferencia se observa cuando d es mucho menor que a por lo tanto x y y son pequeñas comparadas con a ,

$$s_2 - s_1 \approx 2a \quad (2.25)$$

Si n es el índice de refracción del medio (se asume que es homogéneo) en el que se está realizando el experimento, la diferencia de camino óptico de S_2 y S_1 a P es

$$\Delta S = n\Delta s = \frac{nx d}{a} \quad (2.26)$$

y la diferencia de fase correspondiente es

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{nx d}{a} \quad (2.27)$$

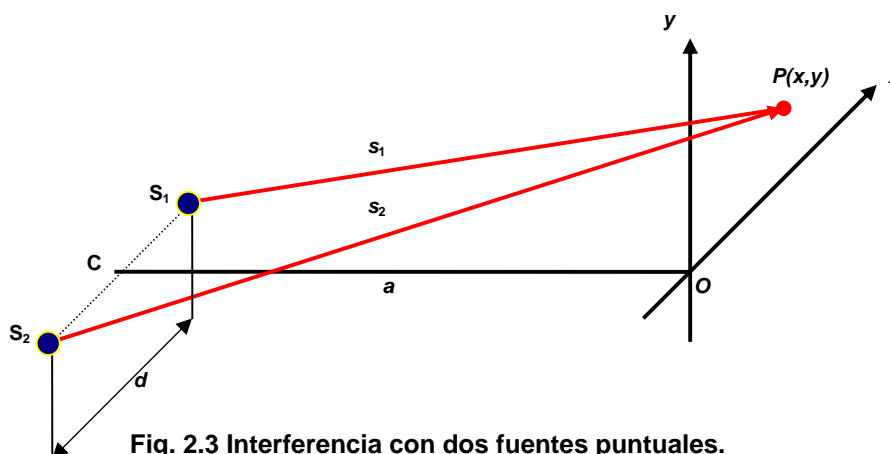


Fig. 2.3 Interferencia con dos fuentes puntuales.

El patrón de interferencia en el plano xy , consiste de bandas brillantes y oscuras llamadas franjas de interferencia como se ilustra en la Fig. 2.4.

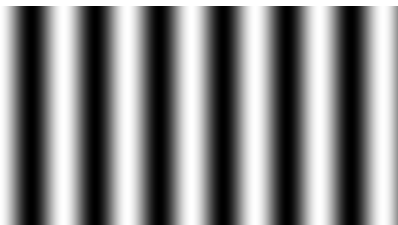


Fig. 2.4 Franjas de interferencia de Young.

2.4. Interferómetro de división de amplitud

2.4.1. Interferómetro de Newton

Se puede decir que un interferómetro de Newton ^[3] es cualquier arreglo de dos superficies en contacto, que se encuentran iluminadas por una fuente de luz monocromática. La forma más familiar en donde se obtienen anillos de Newton, en un experimento de óptica es también llamado interferómetro de Newton, la diferencia, es la abertura de aire conforme uno se mueve del punto de contacto, como se ve en la Fig. 2.5.

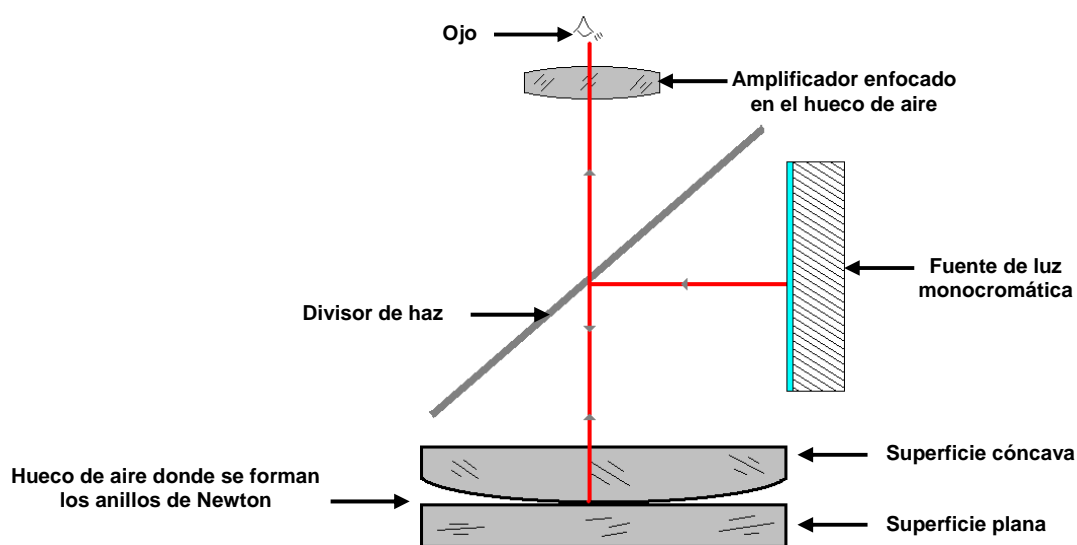


Fig. 2.5 Arreglo para obtener anillos de Newton.

En algunas ocasiones cuando se prueba una superficie con un radio de curvatura pequeño es necesario usar un amplificador o un microscopio de baja potencia para poder observar estos anillos. En el taller óptico, generalmente se requiere que una superficie óptica plana, que se fabrica, este acoplada exactamente con la superficie plana de referencia o que una superficie esférica cóncava, este emparejada con una superficie convexa llamada superficie de referencia. Bajo estas condiciones la abertura de aire es pocas veces más que unas cuantas longitudes de onda de luz en espesor. En las diferentes formas del interferómetro de Newton, principalmente se busca determinar la no uniformidad del espesor de esta cuña de aire, observando e interpretando las franjas de Newton. Una forma simple de observar estas franjas de Newton se ilustra en la Fig. 2.6. En este arreglo se puede usar cualquier fuente de luz como una lámpara de vapor de sodio, una lámpara de vapor de mercurio de baja presión, una lámpara de descarga de helio o una lámpara de tungsteno.

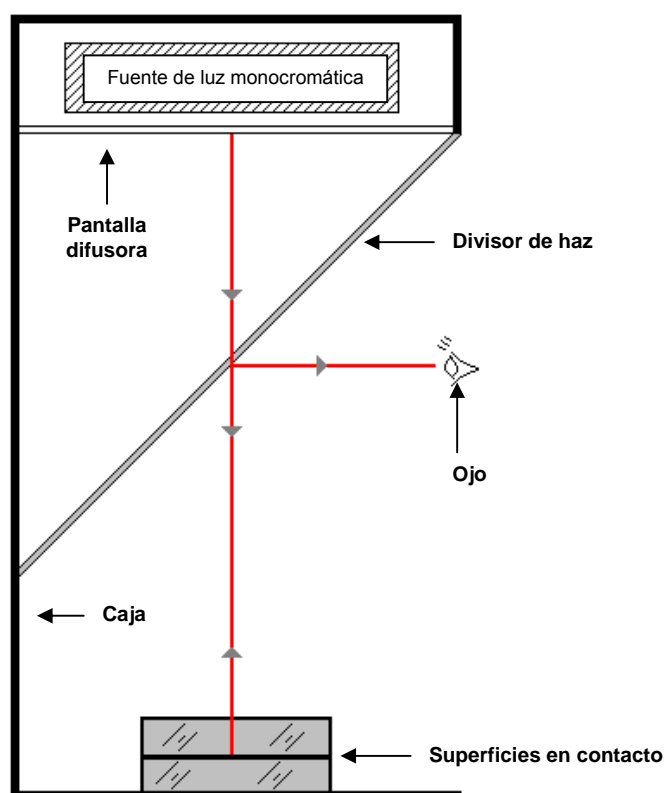


Fig. 2.6 Arreglo para observar las franjas de Newton en el taller óptico. Con este arreglo se pueden probar superficies planas y superficies esféricas de radio largo. Cuando dos superficies ópticas perfectamente planas se ponen en contacto una con otra formando una cuña de aire como se ilustra en la Fig. 2.7. La cuña de aire es delgada a la izquierda y gruesa a la derecha. El espesor de la abertura de aire incluso del lado angosto no será cero, tendrá un valor finito y aunque uno presione muy fuerte, es difícil hacer esta abertura de aire cero. Imaginemos dos planos proyectados hacia atrás como en la Fig. 2.7 y conociendo la línea de intersección. Si tenemos una fuente de luz monocromática de longitud de onda λ que incide normalmente en una superficie óptica plana, si α es el ángulo de la cuña entre las dos superficies y la abertura de aire a una distancia x de la línea de intersección de dos planos es αx . A esto le debemos sumar $\lambda/2$ debido al cambio de fase de π resultado de la reflexión en la superficie plana. Así tenemos una diferencia de camino óptico (OPD) en la distancia x dada por $(2\alpha x + \lambda/2)$.

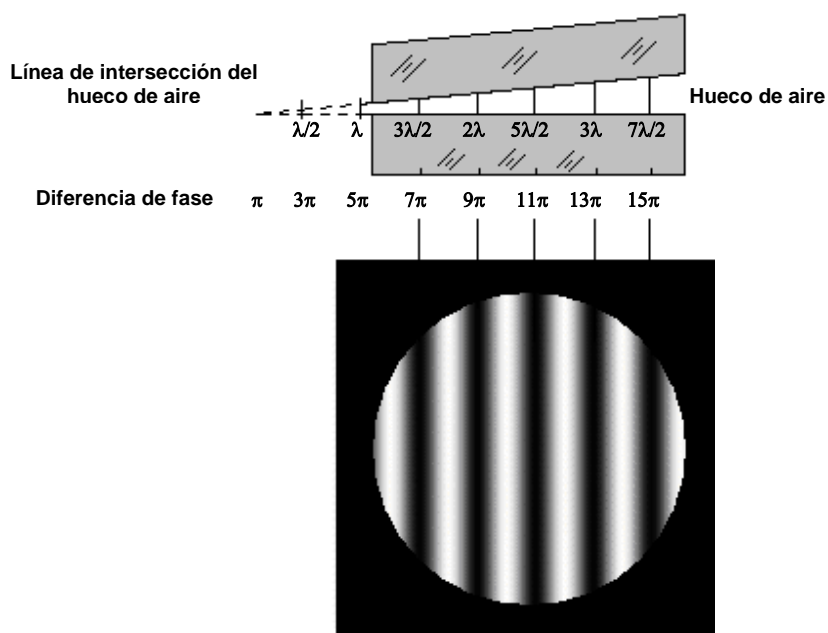


Fig. 2.7 Principio de formación de franjas rectas e igualmente espaciadas entre dos superficies ópticas planas cuando el hueco de aire es en forma de una cuña. Estas líneas están paralelas a la línea de intersección de las dos superficies planas.

Entonces las franjas oscuras pueden ser representadas por

$$2\alpha x = n\lambda \quad (2.28)$$

donde n es un entero y la franja brillante puede ser representada por

$$2\alpha x + \lambda/2 = n\lambda \quad (2.29)$$

Cada una de estas ecuaciones representa un sistema de franjas rectas igualmente espaciadas y la distancia d entre dos franjas oscuras o brillantes es

$$d = \lambda/2\alpha \quad (2.30)$$

2.4.2. Interferómetro de Michelson

La forma del interferómetro de Michelson ^[1] se ilustra en la Fig. 2.8. La luz de una fuente extendida S es dividida en una superficie semireflectora A de una placa de vidrio plano paralela D en dos haces a diferentes ángulos. Estos haces son reflejados en los espejos planos M_1, M_2 , y regresan a D donde son recombinados para entrar al telescopio de observación T . M_2 esta fijo, M_1 esta sobre una montura y puede acercarse o alejarse de D por medio de un tornillo micrométrico. El haz reflejado de M_1 atraviesa el material dispersivo de D tres veces antes de llegar a T , comparado con la única vez que pasa el haz reflejado M_2 . Para quitar esta asimetría que por otra parte prevendrá el uso de franjas de luz blancas, se usa una placa compensadora C de material y espesor idéntico a D y paralelo a este es introducido entre D y M_2 .

Supongamos que M_2' es la imagen de M_2 en el divisor de haz. La trayectoria óptica entre S y el punto P a lo largo de un rayo SI_1JI_2P , transmitido en A y reflejado en M_2 es igual a la trayectoria óptica entre S y P a lo largo de un rayo SI_1KI_2P reflejado en A y refractado en la superficie

virtual M_2' . El patrón de interferencia observado con el telescopio se puede considerar que se origina de una película de aire rodeada por la superficie reflectora real M_1 y la superficie reflectora virtual M_2' , con tal de que se asocie con el último cambio de fase ϕ igual a la diferencia entre los cambios de fase para reflexiones externas e internas en A . El valor de ϕ depende de la naturaleza del semireflector A .

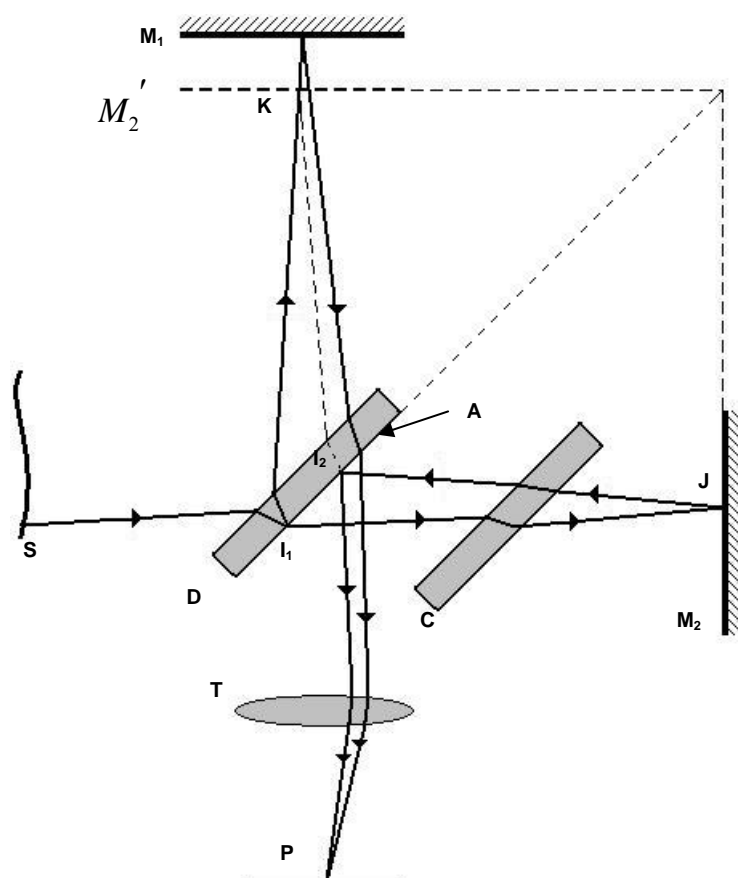


Fig. 2.8 Interferómetro de Michelson.

Cuando M_1 y M_2' son paralelos las franjas dadas por una fuente cuasi monocromática son circulares y localizadas en el infinito. Si M_1 se mueve de tal manera que se acerque a M_2' las franjas se contraen hacia el centro, pero la escala angular del patrón se incrementa hasta que M_1 coincide con

M_2' , la iluminación sobre el campo de visión es uniforme en un nivel el cual depende de ϕ . Se dice que los espejos están en contacto óptico. Cuando M_1 y M_2' están muy cerca pero mutuamente inclinados para formar una cuña con un ángulo pequeño, las franjas se localizan en ó cerca de la superficie de esta cuña. Si la separación de M_1 y M_2' es suficientemente pequeña, estas franjas son de igual espesor y también son líneas rectas equidistantes y paralelas al vértice de la cuña. Si la separación aumenta, por el rango del ángulo de incidencia que corresponde a cada punto del campo de visión y la variación del ángulo medio de incidencia cesa hasta ser insignificante; la visibilidad de las franjas decrece y se pueden volver curvas y con un lado convexo hacia el vértice de la cuña.

Si M_1 o M_2' son paralelas o inclinadas, un cambio de $\Delta_m \cdot \lambda_0$ (donde Δ_m ordenes de interferencia) en la trayectoria de cada brazo del instrumento, resulta en un desplazamiento del patrón hacia los ordenes Δ_m . Los desplazamientos pueden ser estimados del orden de 1/20 pero en ciertas circunstancias se pueden detectar desplazamientos del orden de 1/1000 con el método de Kennedy ^[4].

Cuando la separación de M_1 y M_2' , es únicamente unas cuantas longitudes de onda las franjas son visibles con luz blanca.

2.4.3. Interferómetro Twyman-Green

Si el interferómetro de Michelson es iluminado por una fuente de luz monocromática puntual S en el foco de una lente bien corregida L_1 y la luz emergente del interferómetro es colimada por una segunda lente bien

corregida L_2 , el arreglo es equivalente al interferómetro de Fizeau pero los haces tienen trayectorias claramente separadas Fig. 2.9. Si W_1 es un frente de onda plano del haz que regresa de M_1 , W_2 es el frente de onda correspondiente al haz que regresa de M_2 ; y W_1' es el frente de onda plano virtual que regresa de M_2 el cual emergerá del divisor de haz coincidente y en fase con W_1 . La diferencia de camino óptico entre los rayos emergentes los cuales se interceptan virtualmente en el punto P en W_2 es

$$\Delta S = nh \quad (2.31)$$

donde $h = PN$ es la distancia normal de W_1' a P y n es el índice de refracción del medio entre W_1' y W_2 . La diferencia de fase correspondiente es

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} nh \quad (2.32)$$

y por las ecs. 2.19 2.20 y 2.22 un ocular colocado en el plano focal de L_2 y enfocado en W_2 (con la ayuda de una lente auxiliar si es necesario) veremos en P una franja brillante si

$$nh = m\lambda_0, \quad |m| = 0,1,2,\dots \quad (2.33)$$

y una franja oscura si

$$nh = m\lambda_0, \quad |m| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \quad (2.34)$$

Así, ahí hay por lo general franjas en líneas rectas, paralelas al vértice de la cuña formada por W_1' y W_2 ; si la última es paralela ajustando la orientación de M_1 , el campo de visión está uniformemente iluminado. Si la fuente fuera un punto, las franjas no se localizarían, pero en práctica debido a las consideraciones de intensidad la extensión de la fuente no es clara. Desde que la trayectoria de los rayos emergentes corresponde a la reflexión de una cuña formada por M_2 y M_1' es la imagen virtual de M_1 en el divisor de haz, las franjas que son formadas por una fuente extensa son virtualmente

localizadas cerca de esta cuña, como en el caso de las franjas de Fizeau, y la fuente de extensión tolerable es muy grande cuando M_1' y M_2 coinciden.

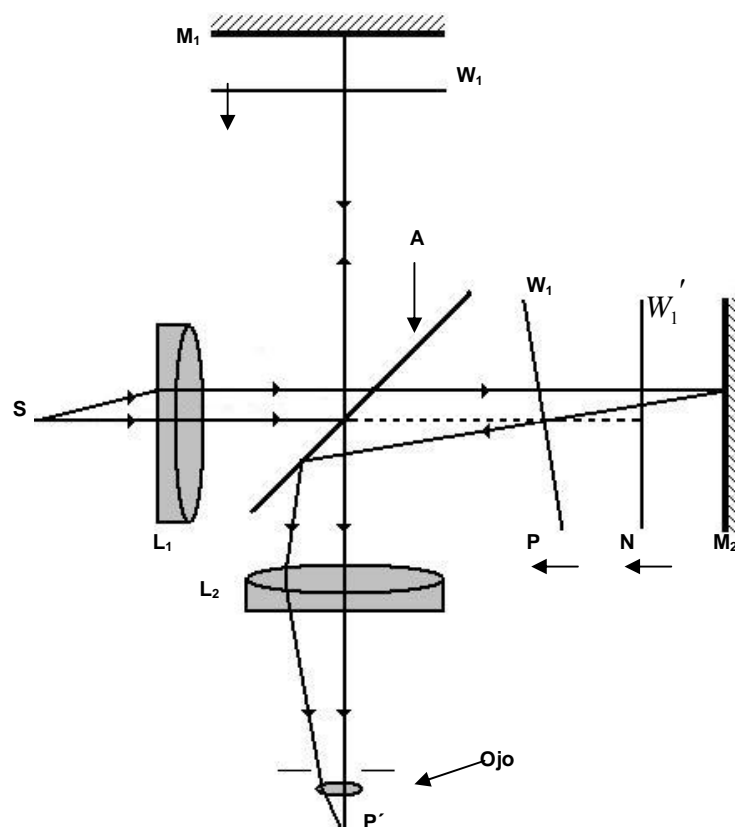


Fig. 2.9 Interferómetro de Michelson con luz colimada.

Debido al monocromatismo de la fuente, las franjas únicamente son visibles si las trayectorias ópticas en los brazos son casi iguales. Es importante tomar en cuenta que las condiciones de trayectorias ópticas iguales y la coincidencia de M_1' y M_2 por lo general no se satisfacen simultáneamente si el arreglo es asimétrico sobre A .

Esta modificación del interferómetro de Michelson fue introducida por Twyman y Green ^[1] para hacer pruebas de elementos ópticos. El elemento a prueba es insertado en el brazo AM_2 en un camino que si fuera perfecto, el frente de onda que regresa W_2 sería plano. Debido a las ecs. 2.24 y 2.25 las

franja brillante pueden ser consideradas como contornos de W_2 definidas por planos paralelos a W_1' en intervalos de λ_0 (tomando $n = 1$ para el aire), la deformación de W_2 resulta del doble paso de la luz en el elemento que está siendo medido. El signo de la deformación puede ser determinado de la dirección del movimiento de las franjas cuando la distancia de M_1 al divisor de haz se incrementa.

La Fig. 2.10 muestra la forma en que se puede usar este interferómetro para probar lentes, el espejo M_2 es un espejo esférico convexo con su centro de curvatura en el foco de la lente C que es la que se está probando.

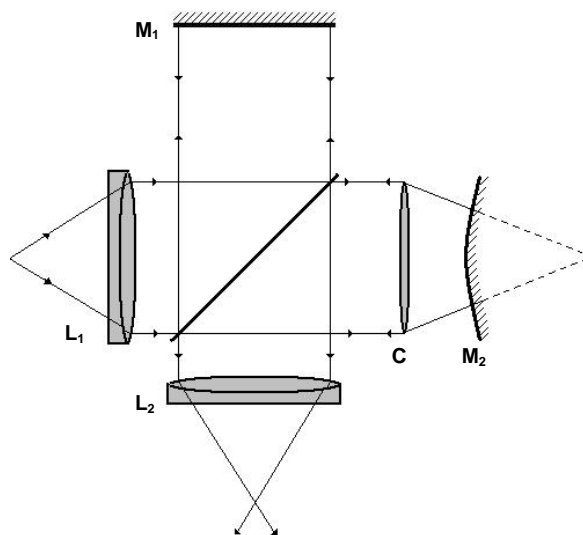


Fig. 2.10 Interferómetro Twyman-Green: arreglo para probar lentes.

2.5. Sistema del interferómetro Zygo

El sistema del interferómetro Zygo ^[5] está diseñado para ser usado en una gran variedad de aplicaciones, debido a la viabilidad de la arquitectura del sistema sobre la cual se basa.

Capacidades del sistema Zygo

Las principales capacidades de un sistema del interferómetro Zygo son:

1. Medir la distorsión de la superficie de:
 - Superficies planas
 - Superficies esféricas convexas
 - Superficies esféricas cóncavas
 - Superficies esféricas
2. Medir la calidad del frente de onda transmitido de:
 - Vidrios
 - Prismas
 - Lentes
 - Sistemas de lentes
 - Sistemas ópticos
3. Medir el radio de curvatura de
 - Superficies esféricas convexas
 - Superficies esféricas cóncavas

Esquema

Este sistema interferométrico usa un sistema de construir bloques ya que al parecer es la mejor forma práctica de trabajar con una gran diversidad de aplicaciones para las cuales el sistema a sido diseñado. La Fig. 2.11 a) muestra una fotografía del Zygo que es el núcleo del sistema de medida. Tiene un haz láser colimado de 100mm de diámetro el cual emerge del lado derecho de la fotografía. Usando los accesorios externos apropiados, se puede lograr ensamblar varias configuraciones. Por ejemplo un interferómetro de Fizeau, un interferómetro Twyman- Green ó un arreglo para probar espejos cóncavos como se ilustra en la Fig. 2.11 b). Este sistema ha sido diseñado para tener una gran versatilidad simplemente con colocar accesorios externos. Este sistema solo sirve para observar las franjas de interferencia de la superficie que se desea probar, la digitalización de las

imágenes y el proceso de análisis se realiza a través del programa Apex diseñado y distribuido por la compañía Lambda Research, dicho programa hace el análisis estático de un interferograma y hace el ajuste a los polinomios de Zernike del frente de onda de la superficie probada.

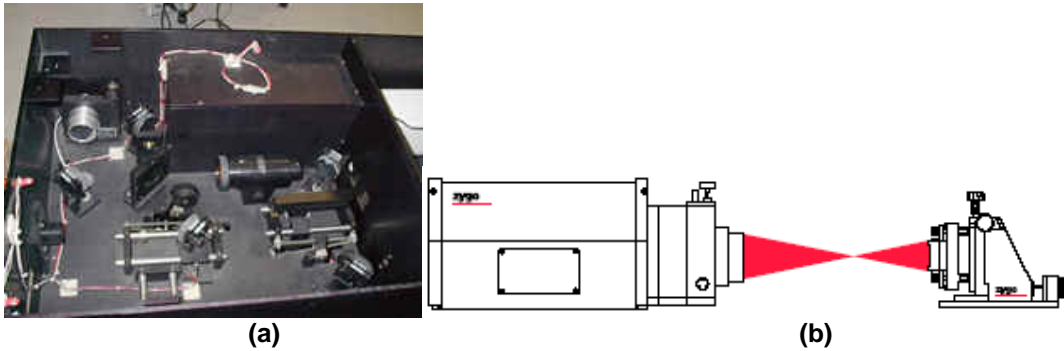


Fig. 2.11 a) Sistema del interferómetro Zygo, b) Esquema usado para probar espejos cóncavos.

2.6. Conclusión

En este capítulo se explica en qué consiste el fenómeno de interferencia y se explica de forma breve algunos de los interferómetros comúnmente usados, en el trabajo usamos un interferómetro Twyman-Green para hacer interferometría de desplazamiento de fase y probar varias superficies ópticas con esta técnica.

Capítulo 3

3. INTERFEROMETRÍA DE DESPLAZAMIENTO DE FASE

En este capítulo se da una breve introducción sobre la interferometría de desplazamiento de fase (PSI), se dan algunas de las ventajas de trabajar con PSI, se explican algunos métodos para obtener desplazamientos de fase, se explica como se detecta la fase del frente de onda, se explica en que consisten los algoritmos PSI.

3.1. Introducción

La interferometría de desplazamiento de fase (PSI) ^[6] no es una configuración óptica específica de hardware es más bien una forma de obtener datos y un método de análisis que puede ser aplicado a una gran variedad de situaciones de prueba.

Los análisis de interferogramas estáticos sufren la necesidad de encontrar los centros de las franjas. Los datos son colectados únicamente a lo largo de los centros de las franjas. Con un interferograma estático se requiere un poco de información adicional para determinar la polaridad del frente de onda (aumenta o disminuye la diferencia de camino óptico).

Electrónicamente PSI graba una serie de interferogramas cuando la fase de referencia del interferograma es cambiada. La fase del frente de onda está codificada en las variaciones en el patrón de intensidad de los interferogramas grabados y un simple cálculo punto a punto recupera la fase. La necesidad de localizar el centro de las franjas se elimina.

A través de los años esta técnica ha sido conocida con varios nombres incluyendo interferometría de medida de fase, interferometría de escaneo de franjas, interferometría de tiempo real, interferometría AC e interferometría heterodina.

3.2. Ventajas de PSI

Tradicionalmente los interferogramas han sido analizados identificando el centro de las franjas y asignando una superficie de altura constante a lo largo de cada franja. Franjas adyacentes representan un cambio de altura de media onda. Encontrar el centro de las franjas ha sido un límite inherente en la precisión de esta técnica y también ha restringido la cantidad de datos procesados que se pueden hacer a los resultados. Visualmente la localización del centro de las franjas puede ser alrededor de un décimo o veinteavo del espacio de una franja en condiciones ideales. Es difícil localizar con precisión el máximo o el mínimo de intensidad del patrón de franjas. Con un interferograma digitalizado por una cámara electrónica o un escáner de entrada esta situación se puede mejorar sobre un cincuentavo de una onda bajo condiciones ideales.

Debido a que el análisis requerido para PSI no requiere encontrar el centro de las franjas o la franja siguiente, cualquier tipo de patrón de franjas puede

ser analizado. Un patrón de franjas sin franjas (una franja que cubre el campo entero de visión) o con una serie complicada de franjas cerradas es correctamente analizado. Se obtiene una mayor precisión cuando el número de franjas en el campo es minimizado. Por la misma razón los datos pueden ser tomados y analizados en cualquier arreglo de rejilla que se desee. La rejilla mas común es un arreglo regular de píxeles en un sensor de estado sólido el cual es compatible con la mayoría de programas de procesamiento de datos. Otra ventaja de PSI es que es insensible a variaciones espaciales de intensidad, sensibilidad en el detector y patrones fijos de ruido.

La repetibilidad o precisión de PSI es mucho mayor que el análisis estático de un interferograma. Debido a que los datos son obtenidos sobre un intervalo de tiempo, se gana la ventaja en promediar secuencialmente los interferogramas grabados. La obtención de datos y el procedimiento de análisis para PSI es fundamentalmente diferente de los usados para interferogramas estáticos y resulta en una gran mejora en repetibilidad para PSI. Repetibilidades de uno sobre cien de una longitud de onda se pueden obtener con PSI, y valores de uno sobre mil sobre una longitud de onda han sido reportados y pueden ser obtenidos con los equipos comerciales de estos días ^[7].

3.3. Métodos de desplazamiento de fase

El método más usado para introducir un desplazamiento de fase en un sistema PSI, consiste en trasladar uno de los espejos o superficies ópticas en el interferómetro con un piezoeléctrico ^[8]. Estos dispositivos se expanden o contraen cuando se les aplica un voltaje externo. Dependiendo de la

configuración se necesitan unos cuantos volts para obtener el movimiento deseado en longitudes de onda o movimientos menores.

Haciendo un cambio discreto en el voltaje aplicado, el desplazamiento de fase inducido varía en una serie de pasos. Si el voltaje se programa para variar suavemente, un desplazamiento de fase de una forma funcional deseada puede ser producido. La información de la prueba interferométrica puede ser usada para calcular el movimiento del piezoeléctrico. Los interferómetros más comunes para obtener desplazamiento de fase son: el Twyman-Green, el Mach-Zender y el Fizeau. Los primeros dos interferómetros trasladan uno de los espejos en el brazo de referencia para obtener el desplazamiento de fase. En incidencia normal en el interferómetro Twyman-Green se necesita un desplazamiento de media longitud de onda en el espejo para obtener un desplazamiento de fase de 360°.

3.4. Detectando la fase del frente de onda

La diferencia entre varios esquemas de detección PSI es la forma en la cual la fase de referencia se varía, el número de veces que se varía y el rango en el cual el patrón de interferencia es medido. En nuestro caso empleamos la ec. 3.16 del algoritmo Hariharan ^{[6][18]}, la cual es evaluada en cada punto para obtener un mapa de fase del frente de onda. Este mapa de fase del frente de onda puede ser fácilmente relacionado a la altura de la superficie o a la diferencia de camino óptico (OPD) ^[6]:

$$OPD(x, y) = \lambda\phi(x, y) / 2\pi \quad (3.1)$$

3.5. Algoritmos PSI

Los algoritmos usan tanto la fase por pasos, como los métodos de integración que son los más comunes para PSI. Un número de estrategias diferentes para obtener la fase se han desarrollado de las cuales los algoritmos de los tres pasos ^[6], cuatro pasos ^[6] y Hariharan, son solo unos ejemplos. Todos estos algoritmos tienen características comunes: requieren que una serie de interferogramas sean grabados cuando se cambia la fase de referencia. El modulo 2π de la fase del frente de onda es calculado en cada punto, así como la función arcotangente de la intensidad del interferograma en cada punto individual. El mapa final del frente de onda es obtenido desarrollando las fases para remover las discontinuidades de fase de 2π . Las diferencias entre varios algoritmos se relacionan por el número de interferogramas grabados, el desplazamiento de fase entre estos interferogramas y la susceptibilidad del algoritmo a errores en el desplazamiento de fase o ruido ambiental tal como vibración o turbulencia.

Con los algoritmos PSI el valor inicial de la fase de referencia a menudo se selecciona para producir una expresión matemática más simple del frente de onda medido. En la práctica no se conoce (se necesita conocer) la fase de referencia absoluta, que es importante para los algoritmos en el desplazamiento de fase entre medidas.

3.5.1. Técnica de detección de fase

Si consideramos un interferómetro Twyman-Green como el de la Fig. 3.1, si se asume que las componentes son ideales, el frente de onda de referencia y el frente de onda bajo prueba son dados por las ecs. 3.2 y 3.3.

$$\omega_1 = a \exp(2ikl) \quad (3.2)$$

$$\omega_2 = b \exp[2ikw(x, y)] \quad (3.3)$$

$$k = 2\pi / \lambda \quad (3.4)$$

donde l es la longitud de camino medio del divisor de haz a la superficie de referencia, $w(x, y)$ representa el perfil buscado de la superficie bajo prueba y a y b son las amplitudes de los frentes de onda. De las ecs. 3.2 y 3.3 encontramos que la distribución de intensidad del patrón de interferencia es

$$I(x, y, l) = (\omega_1 + \omega_2)(\omega_1 + \omega_2)^* = a^2 + b^2 + 2ab \cos 2k[\omega(x, y) - l] \quad (3.5)$$

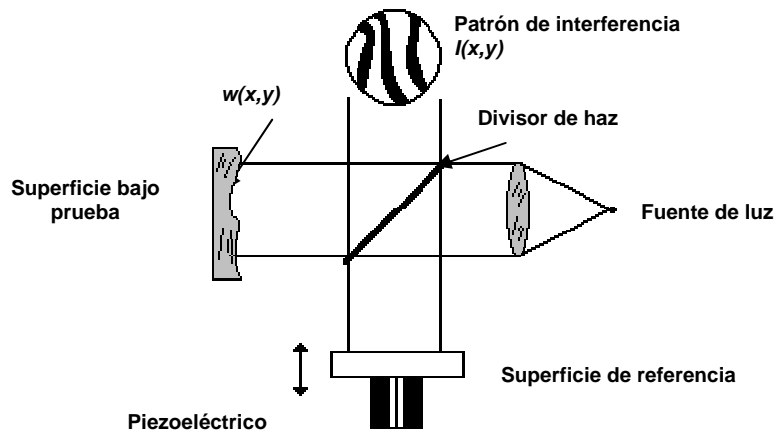


Fig. 3.1 Interferómetro Twyman-Green con el piezoeléctrico en el brazo de referencia para controlar la longitud de la trayectoria de camino óptico

El espaciamiento entre los mínimos de intensidad o entre franjas, corresponde a la diferencia de camino óptico (OPD) en los dos brazos del interferómetro y es de $\lambda/2$. Lo que realmente se quiere es que la función $w(x, y)$ sea una superficie o una OPD. De la ec. 3.5 se ve claramente que $I(x, y)$ es una función senoidal de l para toda (x, y) dentro del patrón de franjas.

Considerando una representación alternativa para la ec. 3.5 se obtiene ^[8]

$$I(x, y, l) = a_0 + a_1 \cos 2kl + b_1 \text{sen} 2kl \quad (3.6)$$

Esta es una representación en series de Fourier, únicamente con el término de dc y los primeros armónicos. Los coeficientes a_1 y b_1 son funciones de x y y . En el sentido de datos muestreados, los coeficientes a_1 y b_1 son encontrados en cada punto (x, y) , muestreando secuencialmente el patrón de franjas y haciendo uso de las propiedades de ortogonalidad de las funciones trigonométricas:

$$a_0 = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} I(x, y, l_i) = a^2 + b^2 \quad (3.7)$$

$$a_1 = \frac{2}{np} \sum_{i=1}^{np} I(x, y, l_i) \cos 2kl_i = 2ab \cos 2k\omega(x, y) \quad (3.8)$$

$$b_1 = \frac{2}{np} \sum_{i=1}^{np} I(x, y, l_i) \sin 2kl_i = 2ab \sin 2k\omega(x, y) \quad (3.9)$$

así

$$2k\omega(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{b_1}{a_1} \right) \text{ mod } 2\pi \quad (3.10)$$

$$l = l_i = \frac{i\lambda}{n2} \quad i = 1, 2, \dots, np \quad (3.11)$$

El entero p denota el número de periodos (franjas) sobre la cual el patrón de interferencia es muestreado y n es la cuantización de cada periodo. Por lo tanto en cada punto del patrón de interferencia, la fase del frente de onda se encuentra dentro de algún múltiplo de 2π . Debido a que $\omega(x, y)$ es una función continua de (x, y) dentro de la apertura, discontinuidades de $\lambda/2$ son fácilmente resueltas.

La representación de series de Fourier es una autocorrelación o técnica de detección sincronía. Los coeficientes determinados, representan la mejor aproximación en el sentido de mínimos cuadrados para $I(x, y, l)$. Debido a que esta es una técnica de detección síncrona, es sensible a movimientos y

turbulencia con componentes de frecuencia aproximados de $2kl(t)$ el recíproco del tiempo de muestreo. El tiempo de muestreo en este caso es el tiempo requerido para mover el espejo de referencia $p\lambda/2$ o p periodos de la función $I[x, y, l(t)]$. La sensibilidad de esta fuente de error es minimizada muestreando $I(x, y, l_i)$ en un orden pseudoaleatorio. Haciendo aleatorio el orden de los datos muestreados, transforma un movimiento con una componente principal cercana a la carga, en una con componentes frecuenciales uniformemente distribuidas sobre un espectro de frecuencia muy ancho. Si los datos son almacenados sobre varios periodos (p grande) en la presencia de movimientos lentos y grandes, la técnica de detección no dará resultados que mejoren con el tiempo de muestreo. Sin embargo, si varios frentes de onda son promediados, cada uno tomado de los datos acumulados sobre intervalos de tiempo relativamente pequeños con respecto al movimiento (p pequeño), los resultados mejoran con el número de datos. Esto resulta debido a que los movimientos tienden a ser lentos y lineales, estos efectos pueden ser removidos de los frentes de onda individuales con el cálculo y la extracción residual de los errores de inclinación (tilt) y foco. El movimiento puede ser evaluado para cada corrida, la cual normalmente consiste de 4 periodos con 25 muestras por periodo ($p = 4, n = 25$).

3.5.2. Algoritmo Hariharan

Este algoritmo de PSI es insensible a los errores en el desplazamiento de la fase de referencia y fue desarrollado por Hariharan ^{[6][18]}. Este algoritmo usa cinco medidas de la intensidad o cinco interferogramas grabados por una cámara CCD, los interferogramas se graban con un desplazamiento de fase lineal de α entre imágenes como se muestra en los interferogramas de la Fig. 3.2 y como se expresa con las ecs. 3.12 y 3.13

$$\delta_i = -2\alpha, -\alpha, 0, \alpha, 2\alpha; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (3.12)$$

Entonces

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos [\phi(x, y) - 2\alpha] \\ I_2(x, y) &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos [\phi(x, y) - \alpha] \\ I_3(x, y) &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos [\phi(x, y)] \\ I_4(x, y) &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos [\phi(x, y) + \alpha] \\ I_5(x, y) &= I'(x, y) + I''(x, y, \Delta) \cos [\phi(x, y) + 2\alpha] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Estas cinco ecuaciones son expandidas y combinadas para dar el resultado

$$\frac{\tan[\phi(x, y)]}{2\text{sen}(\alpha)} = \frac{I_2(x, y) - I_4(x, y)}{2I_3(x, y) - I_5(x, y) - I_1(x, y)} \quad (3.14)$$

Podemos escoger el desplazamiento de fase α y minimizar la variación de esta expresión a errores en la fase desplazada. Diferenciando esta ecuación con respecto a α encontramos

$$\frac{d}{d\alpha} \left\{ \frac{\tan[\phi(x, y)]}{2\text{sen}(\alpha)} \right\} = \frac{-\cos(\alpha) \tan[\phi(x, y)]}{2\text{sen}^2(\alpha)} \quad (3.15)$$

La cual se hace cero cuando $\alpha = \pi/2$. Cuando se usa este valor para el desplazamiento de fase, la ec. 3.14 se vuelve insensible a los errores en el desplazamiento de la fase y reduce el algoritmo final a

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{2(I_2(x, y) - I_4(x, y))}{2I_3(x, y) - I_5(x, y) - I_1(x, y)} \right] \quad (3.16)$$

En la ec. 3.16 se toma el mismo píxel en cada una de las cinco imágenes y se obtiene la fase de cada píxel.

Todos los algoritmos de PSI requieren que una serie de interferogramas sean grabados cuando la fase de referencia es desplazada y la fase del frente de onda es calculada en cada sitio de medida como una función de las intensidades medidas en ese sitio el resultado de estos cálculos debe de pasar a través de un proceso de desenvolvimiento de fase antes de que el mapa de frente de onda final sea producido. Los algoritmos son igualmente validos tanto para métodos de incrementos de fase u obtención de datos por integración bucket ^[6]. Para muchas aplicaciones el algoritmo Hariharan

proporciona un buen resultado entre complejidad computacional y susceptibilidad a errores.

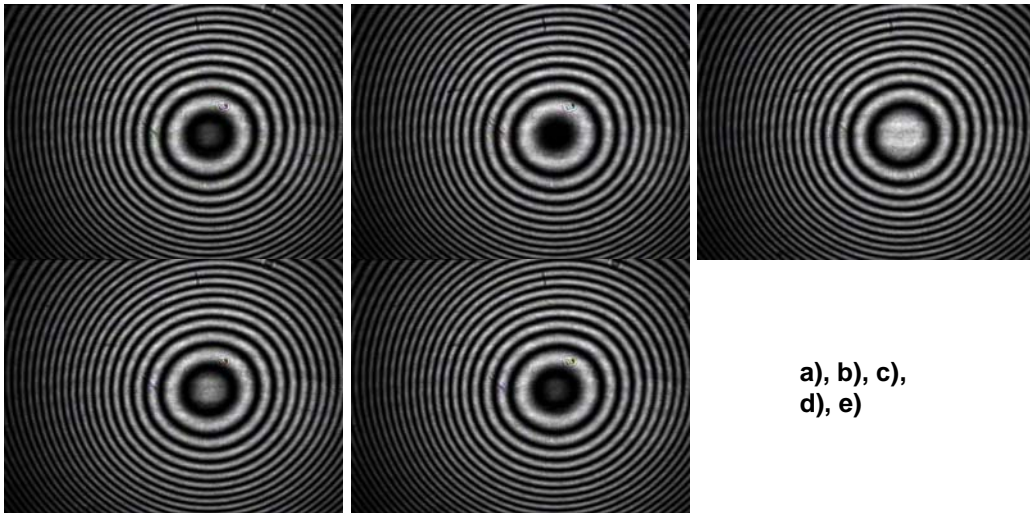


Fig. 3.2 a) Interferograma con un desplazamiento de fase de -2α , b) Interferograma con un desplazamiento de fase de $-\alpha$, c) Interferograma sin desplazamiento de fase, d) Interferograma con un desplazamiento de fase de α y e) Interferograma con un desplazamiento de fase de 2α

3.6. Conclusión

En este capítulo se dio una introducción de PSI, se dieron las ventajas de PSI, se comentó el mejor método para hacer PSI, se estudió cómo se recupera el frente de onda, se analizó la técnica de detección de la fase general usando los principales armónicos de las series de Fourier y se dio el algoritmo Hariharan para obtener la fase, se vio cómo se hace el análisis de los desplazamientos de fase para cada prueba.

Capítulo 4

4. DESARROLLO DE FASE

En este capítulo se explica en que consiste el desarrollo de fase, se explica el método de Tomas Kreis en una dimensión, se explica el método de Tomas Kreis en dos dimensiones y se explican dos algoritmos para desarrollar la fase con este método, se explica un método que integra las diferencias de fase para mapas de fase de campo completo y para mapas de fase dentro de una región conectada simple, se explica el método robusto de Giglia y Romero el cual usa la transformada rápida coseno de Fourier, de los momentos geométricos se da su definición y propiedades se explican los diferentes tipos, se explica como se hace la representación de forma usando momentos geométricos y por último se explica el uso de los momentos geométricos en el desarrollo de fase para mapas de fase de campo completo y para mapas de fase dentro de una región conectada simple.

4.1. Introducción

Cuando se emplea la técnica del cambio de fase interferométrica (PSI) más de una operación debe ser desarrollada para la fase $\phi(x, y)$ calculada, antes de que este lista para ser mostrada y evaluada. Se deben corregir las discontinuidades que ocurren en el cálculo de la fase como resultado de la función arcotangente. La función arcotangente esta definida únicamente sobre el rango limitado por los ángulos, $-\pi/2$ a $\pi/2$.

La primera corrección que puede ser usada para calcular la fase es extender el rango de calculo de 0 a 2π . Esto es posible ya que los signos del seno y coseno son conocidos independientemente del seno de la tangente. El numerador y denominador de la ecuación para calcular la fase con el algoritmo Hariharan, son directamente proporcionales al seno y al coseno. Relaciones similares existen para otros algoritmos la Tabla 4.1 da las condiciones necesarias para convertir los resultados del arcotangente a valores entre 0 y 2π como una función de los valores de seno y coseno, este proceso es mostrado gráficamente en la Fig. 4.1 a). El resultado de esta corrección es producir el modulo 2π de la fase del frente de onda; cada vez la fase actual es igual a un múltiplo de 2π , el valor calculado regresa a un valor cero. Para simplicidad esta fase corregida será referida como el modulo 2π de la fase.

Seno	Coseno	Fase corregida $\phi(x,y)$	Rango de fase
0	+	0	0
+	+	$\phi(x,y)$	0 to $\pi/2$
+	0	$\pi/2$	$\pi/2$
+	-	$\phi(x,y)+\pi$	$\pi/2$ to π
0	-	π	π
-	-	$\phi(x,y)+\pi$	π to $3\pi/2$
-	0	$3\pi/2$	$3\pi/2$
-	+	$\phi(x,y)+2\pi$	$3\pi/2$ to 2π

Tabla 4.1 Corrección del modulo 2π de la fase

El paso final en el proceso de reconstrucción del frente de onda es quitar las discontinuidades 2π que están presentes en los datos del modulo 2π de la fase que han sido generados. Este proceso es conocido como desenvolvimiento de la fase, integración de la fase o continuidad de la fase y convierte los datos en modulo de fase 2π a una representación continua del

frente de onda bajo prueba. Siempre que una discontinuidad grande ocurre en la reconstrucción, 2π o múltiplos de 2π son sumados o restados para unir los datos y remover la discontinuidad. Este proceso es mostrado gráficamente para datos de una dimensión en la Fig 4.1 b).

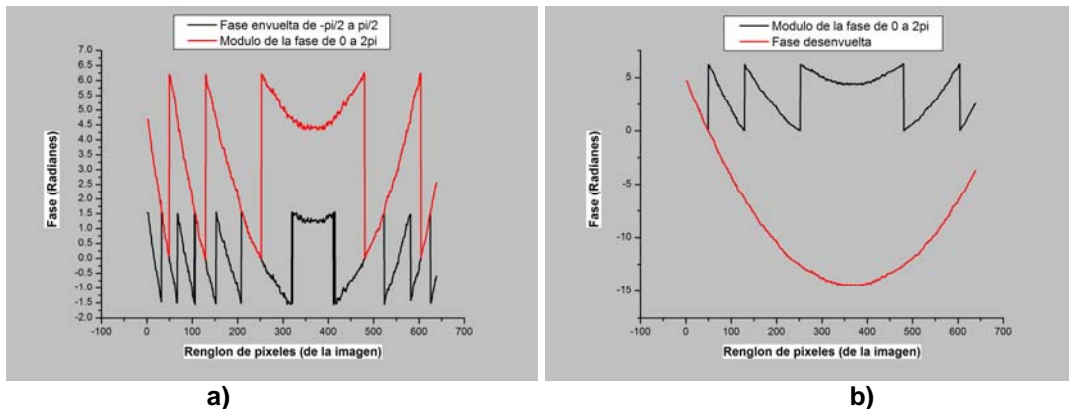


Fig. 4.1 a) Conversión de la fase calculada por el arcotangente, a el modulo 2π de la fase del frente de onda; b) proceso de desenvolvimiento de fase en una dimensión.

El problema de desenvolvimiento es trivial para mapas de fase calculados de interferogramas de buena calidad cuando las siguientes dos condiciones se satisfacen:

1. La señal esta libre de ruido.
2. La condición de Nyquist no se viola, lo cual significa que el valor absoluto de la diferencia de fase entre dos píxeles adyacentes es menor que π

4.2. Desenvolvimiento de fase, en 1-D por Tomas

Kreis

4.2.1. *Diferencias de fase absolutas*

El primer método que propuso Tomas Kreis^[10] para desenvolver la fase, se basaba en encontrar las diferencias de fase entre dos píxeles, si el valor

absoluto de la diferencia de fase era menor que π el índice $n(x_i)$ permanece igual, pero si el valor absoluto de la diferencia de fase entre los píxeles es mayor que π se le sumaba 1 al índice $n(x_i)$ y al final a cada píxel se le sumaba a la fase un múltiplo de 2π dependiendo el valor del índice $n(x_i)$ ec. 4.1. Esta técnica sólo funciona si la fase que se esta desarrollando es continua y va en aumento, si la fase esta disminuyendo la ec. 4.1 no desenvuelve la fase. Este método se sigue renglón por renglón como se observa en la Fig. 4.2.

$$\begin{aligned}
 n(x_0) &= 0 \\
 n(x_i) &= \begin{cases} n(x_{i-1}) & \text{if } |\phi(x_i) - \phi(x_{i-1})| < \pi \\ n(x_{i-1}) + 1 & \text{if } |\phi(x_i) - \phi(x_{i-1})| \geq \pi \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots \\
 \phi_{desenvuelta}(x_i) &= \phi(x_i) + 2\pi n(x_i) \quad i = 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.2.2. Diferencias de fase relativas

Este método de Tomas Kreis para desenvolver la fase, se basa en encontrar las diferencias de fase entre dos píxeles, si el valor de la diferencia de fase era menor que π el índice $n(x_i)$ permanece igual, si el valor de la diferencia de fase entre los píxeles es mayor o igual que π se le resta 1 al índice $n(x_i)$ y si el valor de la diferencia de fase entre los píxeles es menor o igual que $-\pi$ se le suma 1 al índice $n(x_i)$ y al final a cada píxel se le suma o se le resta a la fase un múltiplo de 2π dependiendo el valor del índice $n(x_i)$ ec. 4.2. Esta técnica funciona para mapas de fase que no contienen ruido y si la condición de Nyquist se cumple.

$$\begin{aligned}
 n(x_0) &= 0 \\
 n(x_i) &= \begin{cases} n(x_{i-1}) & \text{if } |\phi(x_i) - \phi(x_{i-1})| < \pi \\ n(x_{i-1}) + 1 & \text{if } \phi(x_i) - \phi(x_{i-1}) \leq -\pi \\ n(x_{i-1}) - 1 & \text{if } \phi(x_i) - \phi(x_{i-1}) \geq \pi \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots \\
 \phi_{desenvuelta}(x_i) &= \phi(x_i) + 2\pi n(x_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

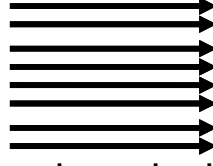


Fig. 4.2 Trayectoria que se sigue para desenvolver la fase en una dimensión

4.3. Desenvolvimiento de fase, en 2-D por Tomas

Kreis

Para desenvolver la fase en dos dimensiones Tomas Kreis ^[10] modifico la ec. 4.2, el principio es el mismo ya que se toman las diferencias de fase para saber si se suma o se resta un múltiplo de 2π a la fase, la diferencia es que en la ec. 4.3 desenvuelve el primer renglón de la fase y después cada píxel de ese renglón sirve como condición inicial para desenvolver la fase en sentido vertical como se observa en la Fig. 4.3 a). Un algoritmo diferente para desenvolver la fase se ilustra en la Fig. 4.3 b), este algoritmo sigue la trayectoria por renglones, primero se desenvuelve la fase en el primer renglón y el valor de fase del ultimo píxel es tomado como condición inicial para desenvolver la fase del siguiente renglón en sentido contrario y así sucesivamente.

$$\begin{aligned}
 n(x_0, y_0) &= 0 \\
 n(x_1, y_i) &= \begin{cases} n(x_1, y_{i-1}) & \text{if } |\phi(x_1, y_i) - \phi(x_1, y_{i-1})| < \pi \\ n(x_1, y_{i-1}) + 1 & \text{if } \phi(x_1, y_i) - \phi(x_1, y_{i-1}) \leq -\pi \\ n(x_1, y_{i-1}) - 1 & \text{if } \phi(x_1, y_i) - \phi(x_1, y_{i-1}) \geq \pi \end{cases} \quad i = 2, 3, \dots \\
 n(x_j, y_i) &= \begin{cases} n(x_{j-1}, y_i) & \text{if } |\phi(x_j, y_i) - \phi(x_{j-1}, y_i)| < \pi \\ n(x_{j-1}, y_i) + 1 & \text{if } \phi(x_j, y_i) - \phi(x_{j-1}, y_i) \leq -\pi \\ n(x_{j-1}, y_i) - 1 & \text{if } \phi(x_j, y_i) - \phi(x_{j-1}, y_i) \geq \pi \end{cases} \quad j = 2, 3, \dots \\
 \phi_{desenvuelta}(x_j, y_i) &= \phi(x_j, y_i) + 2\pi n(x_j, y_i) \quad i, j = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

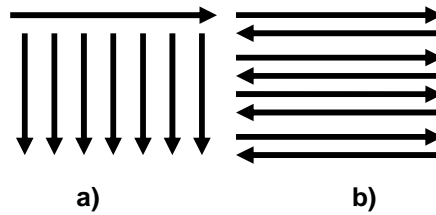


Fig. 4.3 a), b) Trayectorias seguidas para desenvolver la fase en dos dimensiones

4.4. *Desenvolvimiento de fase, de mapas de fase consistente de campo completo*

Esta técnica para desenvolver la fase es una de las más simples para desenvolver un buen mapa de fase liso (pequeño ruido de error). La técnica consiste en integrar las diferencias de fase a lo largo de una trayectoria como se muestra en la Fig. 4.4, (Malacara and Servin ^[11]) Si asumimos que el mapa de fase de campo-completo esta dado por $\phi_w(x, y)$ en un arreglo regular bidimensional L de tamaño $M \times N$ píxeles. Podemos desenvolver este mapa de fase desarrollando el primer renglón ($j = 0$) y de este tomar el ultimo valor como condición inicial para desenvolver el siguiente renglón de mapa de fase en la dirección positiva. Esto se hace usando la siguiente formula a lo largo del primer renglón:

$$\phi(x_{i+1}, y_0) = \phi(x_i, y_0) + V(\phi_w(x_{i+1}, y_0) - \phi(x_i, y_0)); \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.4)$$

donde $V(x) = \left[x - 2\pi \text{int}\left(\frac{x}{\pi}\right) \right]^2$ valida en el intervalo $(-\pi, \pi)$ es la función envuelta. Esta función es igual a $V(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\sin x}{\cos x} \right]$ en el mismo rango.

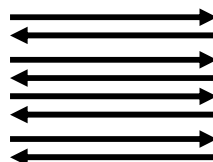


Fig. 4.4 Trayectoria que se sigue para desenvolver la fase en dos dimensiones

En ec. 4.4 Debemos usar como condición inicial

$$\phi(x_0, y_0) = \phi_0 \quad (4.5)$$

Teniendo la fase desenvuelta del primer renglón, debemos usar el último valor de la fase desenvuelta como la condición inicial para desenvolver la fase del segundo renglón ($j = 1$) en la dirección negativa que es

$$\phi(x_{i-1}, y_1) = \phi(x_i, y_1) + V(\phi_w(x_{i-1}, y_1) - \phi(x_i, y_1)), \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.6)$$

Para la dirección de regreso, debemos usar como condición inicial

$$\phi(x_{N-1}, y_0) = \phi(x_{N-1}, y_1) + V(\phi_w(x_{N-1}, y_1) - \phi(x_{N-1}, y_0)) \quad (4.7)$$

El desenvolvimiento entonces procede para el siguiente renglón ($j = 2$) en la dirección positiva

$$\phi(x_{i+1}, y_2) = \phi(x_i, y_2) + V(\phi_w(x_{i+1}, y_2) - \phi(x_i, y_2)) \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.8)$$

y la condición inicial

$$\phi(x_0, y_2) = \phi(x_0, y_1) - V(\phi_w(x_0, y_2) - \phi(x_0, y_1)) \quad (4.9)$$

el procedimiento de escaneo aquí descrito se sigue hasta que el mapa de fase de campo-completo esta desenvuelto.

4.5. Desenvolvimiento de fase, de mapas de fase

consistente dentro de una región conecta simple

De acuerdo a Malacara-Servin ^[11], si la forma del mapa de fase consistente esta rodeado por una región conecta simple arbitraria como se muestra en la Fig. 4.5, el algoritmo descrito en la sección anterior (ec. 4.4) en este caso se debe de usar el siguiente algoritmo para desenvolver un mapa de fase consistente. Para iniciar, definir y poner a cero una función indicador $\sigma(x, y)$ dentro del dominio D de datos de fase validos (como se muestra en la

Fig.4.5 . Entonces se selecciona un punto de inicio dentro de la región del dominio D y asignarle un valor de fase arbitraria $\phi(x, y) = \phi_0$. Marcar el sitio visitado como desenvuelto, por ejemplo $\sigma(x, y)$ igual a 1. Ahora que el píxel de fase de inicio esta definido, se procede con el proceso de desenvolvimiento siguiente:

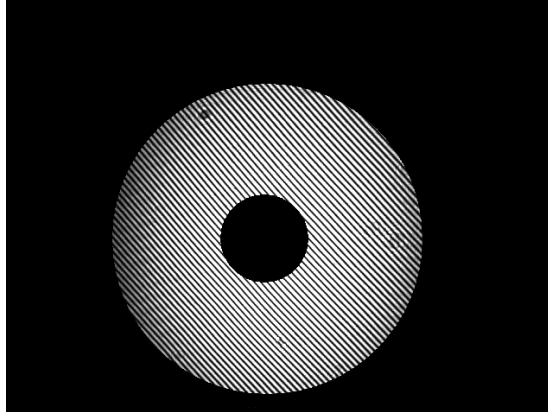


Fig. 4.5 Ejemplo de una región conecta simple que contiene datos de fase validos

1. Seleccionar un píxel (x, y) dentro de D (en un orden aleatorio o en un orden predescrito)
2. Verificar si el sitio visitado (x, y) dentro de D ya ha sido desenvuelto
 - a) Si el sitio seleccionado esta marcado como desenvuelto [$\sigma(x, y) = 1$], regresar al paso 1.
 - b) Si el sitio visitado esta envuelto [por ejemplo $\sigma(x, y) = 0$], entonces verificar por cualquier píxel adyacente desenvuelto (x', y') .
 - c) Si ningún píxel adyacente ha sido desenvuelto, regresar al paso 1.
 - d) Si algún píxel adyacente (x', y') ya ha sido desenvuelto, tomar su valor de fase $\phi(x', y')$ y usar este valor para desenvolver el sitio actual (x, y) como

$$\phi(x, y) = \phi(x', y') + V(\phi_w(x, y) - \phi(x', y'))$$
 donde $V(.)$ es la función envuelta
3. Marcar el sitio visitado como desenvuelto [$\sigma(x, y) = 1$].
4. Regresar al paso 1 hasta que todos los píxeles en D estén desenvueltos.

4.6. Método robusto para desenvolver la fase en dos dimensiones

De acuerdo con Giglia y Romero ^[12] suponer que conocemos la fase, ϕ módulo 2π de una función en una rejilla de puntos discretos.

Dados los valores de fase envuelta $\varphi_{i,j}$, se desean determinar los valores de fase desenvuelta $\phi_{i,j}$ en la misma localización de la rejilla, con el requerimiento de que las diferencias de fase de $\phi_{i,j}$ coincidan con $\varphi_{i,j}$ en un sentido de mínimos cuadrados. Para ver como se hace esto, primero se define un operador envuelto W que envuelve los argumentos de todos los valores dentro del rango $(-\pi, \pi)$, esto se hace sumando o restando 2π rad de su argumento. Por ejemplo $W\{\phi_{i,j}\} = \varphi_{i,j}$

$$\varphi_{i,j} = \phi_{i,j} + 2\pi k, \quad \mathbf{k \text{ un entero},} \quad (4.10)$$

$$-\pi < \phi_{i,j} \leq \pi, \quad i = 0 \dots M-1, \quad j = 0 \dots N-1 \quad (4.11)$$

Después se hace el cómputo de dos diferencias de fase: estas diferencias con respecto al índice i y al índice j . Específicamente de los valores conocidos de fase envuelta $\varphi_{i,j}$ se computan las siguientes diferencias de fase

$$\begin{aligned} \Delta_{i,j}^x &= W\{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}\} \\ i &= 0 \dots M-2, \quad j = 0 \dots N-1 \\ \Delta_{i,j}^x &= 0, \quad \mathbf{en \text{ otro lugar};} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,j}^y &= W\{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}\} \\ i &= 0 \dots M-1, \quad j = 0 \dots N-2 \\ \Delta_{i,j}^y &= 0, \quad \mathbf{en \text{ otro lugar}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde los superíndices x y y se refieren a las diferencias en los índices i y j , respectivamente. La solución $\phi_{i,j}$ que minimiza

$$\sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^x)^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^y)^2 \quad (4.14)$$

es la solución de mínimos-cuadrados.

La formulación de la matriz de Hunt muestra que las ecuaciones normales que dan la solución al desenvolvimiento de la fase en mínimos-cuadrados puede ser resumida por la siguiente ecuación:

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j} = \Delta_{i,j}^x - \Delta_{i-1,j}^x + \Delta_{i,j}^y - \Delta_{i,j-1}^y \quad (4.15)$$

La ec. 4.15 da la relación entre las diferencias de fase envuelta y los valores de fase desenvuelta $\phi_{i,j}$, en un sentido de error de mínimos-cuadrados. Una manipulación simple de la ec. 4.15 da

$$(\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}) + (\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}) = \rho_{i,j} \quad (4.16)$$

donde

$$\rho_{i,j} = (\Delta_{i,j}^x - \Delta_{i-1,j}^x) + (\Delta_{i,j}^y - \Delta_{i,j-1}^y) \quad (4.17)$$

Ahora es fácil observar que la ec. 4.16 es una discretización de la ecuación de Poisson en una rejilla rectangular de $M \times N$.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi(x, y) = \rho(x, y) \quad (4.18)$$

Es importante notar que la ec. 4.16 es valida para todos los índices en la rejilla rectangular, $i = 0 \dots M - 1$ $j = 0 \dots N - 1$ y que las diferencias de fase apropiadas que son usadas para computar $\rho_{i,j}$ en la ec. 4.17 no son cero únicamente si ellos provienen de fases enteramente dentro de la rejilla rectangular [por ejemplo ecs. 4.12 y 4.13]. Este requerimiento resulta directamente de la formulación de mínimos-cuadrados y forma la equivalencia discreta de la imposición de las condiciones de frontera de Neumann en la ecuación de Poisson. Específicamente se requiere que

$$\Delta_{-1,j}^x = 0,$$

$$\Delta_{M-1,j}^x = 0, \quad j = 0 \dots N-1, \quad (4.19)$$

$$\Delta_{i,-1}^y = 0,$$

$$\Delta_{i,N-1}^y = 0, \quad i = 0 \dots M-1, \quad (4.20)$$

También es importante notar que las diferencias de fase dadas por las ecs. 4.12 y 4.13 son el equivalente de las diferencias de fase medidas en la formulación de Hunt. Desde que el desenvolvimiento de fase tiene sus raíces en la óptica adaptativa, las diferencias de fase obtenidas con sensores de frente de onda de inclinación fueron necesariamente valores envueltos. Por lo tanto, desde que se está formulando el desenvolvimiento bidimensional de valores de fase envuelta medidos o computados, las diferencias de fase envuelta, no diferencias de fase ordinarias, deben ser usadas en la formación del término $\rho_{i,j}$ de la ecuación diferencial resultante.

Ahora se muestra como resolver la ec. 4.15 usando una forma específica de la expansión del coseno que proporciona una implementación de la Transformada Coseno Discreta Rápida (DCT). Una forma específica de la Transformada Coseno Discreta bidimensional es dada como sigue:

Transformada Coseno Discreta bidimensional

$$C_{m,n} = \begin{cases} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} 4x_{i,j} \cos\left[\frac{\pi}{2M} m(2i+1)\right] \cos\left[\frac{\pi}{2N} n(2j+1)\right] & 0 \leq m \leq M-1; \quad 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{en otro lugar} \end{cases} \quad (4.21)$$

Transformada Coseno Discreta bidimensional inversa

$$x_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} w_1(m) w_2(n) C_{m,n} \cos\left[\frac{\pi}{2M} m(2i+1)\right] \cos\left[\frac{\pi}{2N} n(2j+1)\right] & 0 \leq i \leq M-1, \quad 0 \leq j \leq N-1 \\ 0 & \text{en otro lugar} \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} w_1(m) &= 1/2, & m &= 0, \\ w_1(m) &= 1, & 1 \leq m \leq M-1, \\ w_2(n) &= 1/2, & n &= 0, \\ w_2(n) &= 1, & 1 \leq n \leq N-1 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Es importante notar que la expansión del coseno en las ecuaciones de arriba imponen las condiciones de frontera de Neumann, $\nabla \phi \cdot \vec{n} = 0$, automáticamente y da la solución exacta de la ec. 4.16 como se muestra en la ec. 4.24.

Se expande la solución deseada $\phi_{i,j}$ en la forma de la ec. 4.22.:

$$\phi_{i,j} = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} w_1(m)w_2(n)\hat{\phi}_{m,n} \times \cos\left[\frac{\pi}{2M}m(2i+1)\right] \cos\left[\frac{\pi}{2N}n(2j+1)\right] \quad (4.24)$$

y sustituir la ec. 4.24 en la ec. 4.16. Desarrollar una expansión similar y sustituir para el lado derecho de la 4.16 y reorganizando el resultado da la siguiente solución exacta en el dominio de DCT:

$$\hat{\phi}_{i,j} = \frac{\hat{\rho}_{i,j}}{2\left(\cos\frac{\pi i}{M} + \cos\frac{\pi j}{N} - 2\right)} \quad (4.25)$$

La fase desenvuelta $\phi_{i,j}$ es fácilmente obtenida con la Transformada Coseno Discreta bidimensional inversa de la ec. 4.25.

Se muestra fácilmente por simple sustitución que la expansión dada por la ec. 4.24 automáticamente impone el equivalente discreto de las condiciones de frontera de Neumann requeridas:

$$\begin{aligned} \phi_{0,j} - \phi_{-1,j} &= 0, \\ \phi_{M,j} - \phi_{M-1,j} &= 0, \quad j = 0 \dots N-1 \\ \phi_{i,0} - \phi_{i,-1} &= 0, \\ \phi_{i,N} - \phi_{i,N-1} &= 0, \quad i = 0 \dots M-1 \end{aligned} \quad (4.26)$$

El algoritmo bidimensional para desenvolver la fase es resumido como sigue: Desarrollar la Transformada Coseno Discreta bidimensional del arreglo de valores $\rho_{i,j}$ computados por la ec.4.17 para dar los valores $\hat{\rho}_{i,j}$.

Modificar los valores $\hat{\rho}_{i,j}$ de acuerdo a la ec. 4.25 para obtener $\hat{\phi}_{i,j}$.

Desarrollar la Transformada Coseno Discreta bidimensional inversa de $\hat{\phi}_{i,j}$ para obtener los valores de fase desenvuelta en mínimos-cuadrados $\phi_{i,j}$

Es importante notar que no se puede evaluar la ec. 4.22 para $i=0$ y $j=0$ simultáneamente, porque el denominador se convierte en cero. Esto significa que $\hat{\phi}_{0,0}$ es indeterminado porque la ecuación de Poisson no puede ser resuelta para una constante. En la práctica usualmente se pone $\hat{\phi}_{0,0} = \hat{\rho}_{0,0}$

4.7. Momentos geométricos

Los momentos geométricos ^[13] son las funciones más simples entre las funciones de los momentos, con la función kernel definida como el producto de las coordenadas de los píxeles. La principal ventaja de los momentos geométricos es que las transformaciones de las coordenadas de la imagen pueden ser fácilmente expresadas y analizadas en términos de las correspondientes transformaciones en los momentos espacio. Las funciones de los momentos geométricos que son invariantes con respecto a las transformaciones del plano imagen tienen demasiadas aplicaciones en la identificación de objetos y en su estimación de pose. El cómputo de los momentos geométricos en imágenes puede ser fácilmente desarrollado e implementado así como comparado con otros momentos con funciones de kernel complejo. Los momentos geométricos son también conocidos como momentos cartesianos o momentos regulares.

Definición y propiedades

Los momentos geométricos son definidos con el conjunto base $\{x^p y^q\}$. Los ordenes bidimensionales $(p + q)^{th}$ son denotados por m_{pq} , y pueden ser expresados como

$$m_{pq} = \iint_{\zeta} x^p y^q f(x, y) dx dy \quad p, q = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (4.27)$$

donde ζ es la región del espacio en píxeles en la cual la función intensidad de la imagen $f(x, y)$ esta definida. La ec. 4.27 tiene la forma de la proyección de la función $f(x, y)$ dentro del monomio $x^p y^q$.

TEOREMA DE UNICIDAD: Asumiendo que la función de intensidad $f(x, y)$ es discreta y rodeada por la región ζ , la secuencia de los momentos $\{m_{pq}\}$

es únicamente determinada por la función de intensidad $f(x, y)$ y a la inversa.

TEOREMA DE EXISTENCIA: Asumiendo que la función de intensidad $f(x, y)$ es discreta y rodeada por la región ζ , los momentos m_{pq} de todos los ordenes existen y son finitos.

Diferentes tipos de momentos geométricos

Variaciones en la definición de los momentos geométricos dada por la ec.4.27 puede ser encontrada en la literatura, dependiendo el área de aplicación. Algunas definiciones comúnmente usadas de los momentos geométricos son dadas a continuación.

Los momentos Silhouette se refieren a los momentos calculados de una imagen binaria. Aquí el valor de la intensidad $f(x, y)$ toma únicamente dos valores 0 y 1. Los niveles de grises de las imágenes en ocasiones se usa un valor de umbral para discretizarlas y segmentar el objeto del fondo. A los píxeles en la región del objeto se les asigna el valor de 1 y a los píxeles que esta en la región de fondo se les asigna el valor de 0. En este caso la región de la imagen ζ consiste únicamente de aquellos píxeles los cuales corresponden a puntos en el objeto y tienen un valor 1 y tales imágenes son llamadas imágenes Silhouette.

Los momentos de frontera de una imagen son computados usando únicamente los puntos de frontera de la imagen. La forma de un objeto es a menudo representada por su contorno y consecutivamente los puntos de frontera son únicamente usados en tales aplicaciones, para minimizar el espacio de almacenamiento de datos y el tiempo de computo. En este caso, la región de la imagen ζ consiste únicamente de los píxeles los cuales

corresponden a los puntos de frontera de la forma del objeto. Una definición alternativa de los momentos de frontera como una integrales de línea a lo largo de los segmentos del contorno fue introducida por Chen. El definió los momentos de frontera de una imagen binaria como

$$m_{pq} = \iint_C x^p y^q ds \quad p, q = 0,1,2,3... \quad (4.28)$$

donde $ds = (dx^2 + dy^2)^{1/2}$ y C denota el contorno.

Los momentos estándar son los momentos geométricos usuales de las imágenes los cuales son normalizados con respecto a escala, traslación y rotación. Las técnicas de normalización de imagen para derivar los momentos estándar son descritas mas adelante. Los momentos estándar tienen las siguientes propiedades:

$$m_{00} = 1; \quad m_{10} = m_{01} = m_{11} = 0; \quad m_{20} \geq m_{02}; \quad m_{30} \geq 0$$

Los momentos de rango son computados de imágenes de rango. La función de intensidad $f(x, y)$ en un píxel de una imagen de rango es una medida de la distancia del punto objeto correspondiente con respecto a la cámara. Usualmente para todos los puntos en el objeto en una imagen de rango, $f(x, y) > 0$; y para la región de fondo, $f(x, y) \leq 0$.

Representación de forma usando momentos geométricos

Los momentos geométricos de diferentes ordenes, representan diferentes características espaciales de la distribución de intensidades de la imagen. Así un conjunto de momentos pueden formar un descriptor global de forma de una imagen. La interpretación física de algunos momentos geométricos de una imagen, se describen abajo.

Por definición, el momento de orden cero (m_{00}) representa la intensidad total de una imagen. Para una imagen Silhouette este término da el área geométrica de la región de la imagen.

Las funciones de primer orden m_{10} , m_{01} dan los momentos de intensidad sobre el eje y y el eje x de la imagen respectivamente. El centroide de intensidad (x_0, y_0) esta dado por

$$x_0 = \frac{m_{10}}{m_{00}} ; \quad y_0 = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (4.29)$$

Para una imagen Silhouette, el punto (x_0, y_0) da el centro geométrico de la región de una imagen. A menudo es conveniente evaluar los momentos con el origen del sistema de referencia desplazado al centroide de intensidad de la imagen. Esta transformación hace que el cómputo del momento sea independiente de la posición del sistema de referencia de la imagen. Los momentos computados con respecto al centroide de intensidad son llamados momentos centrales y son definidos como

$$\mu_{pq} = \iint_{\xi} (x - x_0)^p (y - y_0)^q dx dy, \quad p, q = 0, 1, 2, 3... \quad (4.30)$$

De la definición de los momentos centrales, tenemos

$$\mu_{00} = m_{00}; \quad \mu_{10} = \mu_{01} = 0 \quad (4.31)$$

Los momentos de segundo orden, son una medida de variación de la distribución de intensidad de la imagen sobre el origen. Los momentos centrales μ_{20}, μ_{02} dan las variaciones sobre la media (centroide). La medida de covarianza, es dada por μ_{11} .

En mecánica el radio de giro de una distribución de mas plana sobre un eje esta definida como la distancia del eje a una línea donde se puede asumir

que toda la masa esta concentrada, sin cambio alguno en el segundo momento sobre el eje. Nosotros intentamos dar una definición similar del radio de giro de una imagen. Si $y = c$

denota la línea paralela al eje x , la cual es el radio de giro de la imagen sobre el eje x , entonces

$$m_{02} = \iint_{\xi} c^2 f(x, y) dx dy \quad (4.32)$$

de la cual obtenemos

$$c = \left(\frac{m_{02}}{m_{00}} \right)^{1/2} \quad (4.33)$$

De manera similar, el radio de giro de la imagen sobre el eje y es $\left(\frac{m_{20}}{m_{00}} \right)^{1/2}$.

Los momentos centrales de segundo orden se puede decir que son los momentos de inercia de una imagen sobre un conjunto de ejes de referencia paralelos a los ejes de coordenadas de la imagen y que pasan a través del centroide de intensidad. Los principales ejes de inercia de la imagen son definidos como el conjunto de dos líneas ortogonales a través del centroide de la imagen, la cual cuando es usada como sistema de referencia hace que el producto de la componente de inercia (μ_{11}) desaparezca. Los momentos de inercia (μ_{20}, μ_{02}) de la imagen sobre el sistema de referencia son llamados los principales momentos de inercia de la imagen. Si $\mu_{20}, \mu_{02}, \mu_{11}$ son los momentos centrales de segundo orden de la imagen en su cuadro actual de referencia de la imagen y si I_1, I_2 se refieren a los principales valores de inercia del momento, entonces

$$I_1 = \frac{(\mu_{20} + \mu_{02}) + [(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2]^{1/2}}{2}, \quad I_2 = \frac{(\mu_{20} + \mu_{02}) - [(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2]^{1/2}}{2} \quad (4.34)$$

Notar que si $\mu_{11} = 0$, entonces $I_1 = \mu_{20}$ e $I_2 = \mu_{02}$. El ángulo de orientación θ de uno de los principales ejes de inercia con el eje x esta dado por la siguiente ecuación:

$$\mu_{11} \tan^2 \theta + (\mu_{20} - \mu_{02}) \tan \theta - \mu_{11} = 0$$

De aquí

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right) \quad (4.35)$$

Las ecuaciones de I_1, I_2, θ pueden ser usadas para definir la elipse de una imagen la cual tiene los mismos momentos de inercia y ejes de dirección principales como la imagen original Fig. 4.6. Los radios a y b del eje mayor y menor de la elipse están dados por:

$$a = 2 \left(\frac{I_1}{\mu_{00}} \right)^{1/2}; \quad b = 2 \left(\frac{I_2}{\mu_{00}} \right)^{1/2} \quad (4.36)$$

La elipse de la imagen, también tiene un valor uniforme de intensidad k adentro y cero afuera, preservando el valor del momento de orden cero,

$$k = \mu_{00} / \pi ab \quad (4.37)$$

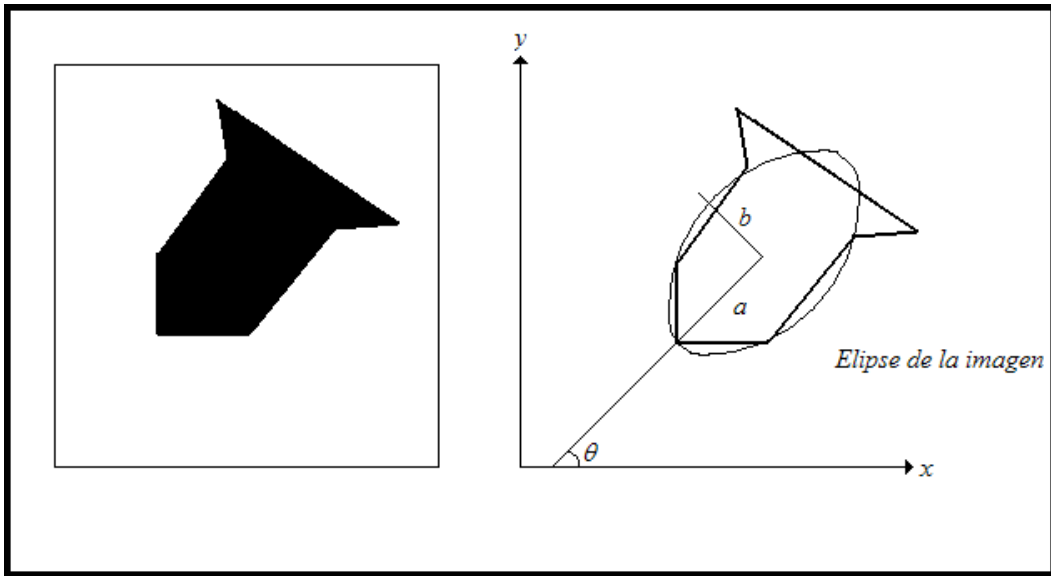


Fig. 4.6 Una imagen y la elipse correspondiente de la imagen

La elipse de una imagen, puede caracterizar los rasgos de formas fundamentales y también representar la posición y orientación bidimensional. El termino $(I_1 + I_2) / m_{00}^2$ es algunas veces llamado ensanchamiento de forma y el termino $(I_2 - I_1) / (I_1 + I_2)$ es llamado alargamiento de forma. Los parámetros a, b, θ son llamados los descriptores elípticos de forma de la imagen.

Los momentos de tercer orden μ_{30}, μ_{03} denotan la oblicuidad de las proyecciones de la imagen. La oblicuidad es una medida estadística del grado de desviación de la simetría sobre la media. Si una imagen es simétrica sobre la línea $x = x_0$, entonces $\mu_{30} = 0$. Podemos considerar entonces a μ_{30} como una medida de salida de simetría sobre la media del eje $x = x_0$. Desde que μ_{20} es siempre positivo, podemos dividir μ_{30} por el término $(\mu_{20})^{3/2}$ para encontrar una cantidad no dimensional. Así los coeficientes de oblicuidad de una imagen sobre el eje x y el eje y son

$$s_x = \mu_{30} / (\mu_{20})^{3/2}, \quad s_y = \mu_{03} / (\mu_{02})^{3/2} \quad (4.38)$$

Los momentos de cuarto orden μ_{40}, μ_{04} denotan la curtosis de una imagen. En estadística curtosis es una medida de que tan plana o que tan puntiaguda es una curva. Para una imagen la propiedad correspondiente de la distribución de intensidad a lo largo del eje x puede ser definida por la cantidad adimensional μ_{40} / μ_{20}^2 . Para una distribución normal esta cantidad tiene un valor de 3. Usualmente se usa la medida de la curtosis sobre una distribución normal. Así los coeficientes sobre el eje x y el eje y son definidos como

$$k_x = (\mu_{40} / \mu_{20}^2) - 3, \quad k_y = (\mu_{04} / \mu_{02}^2) - 3 \quad (4.39)$$

La discusión anterior muestra como los momentos geométricos de diferentes órdenes caracterizan diferentes rasgos de la forma de una imagen. En demasiadas aplicaciones, se requiere tener un único conjunto de descriptores de forma los cuales son invariantes con respecto a transformaciones en la imagen tales como variación de escala, traslación y rotación. Los rasgos invariantes de forma representaran en particular la vista de un objeto, sin considerar la distancia entre la cámara y el objeto.

4.8. Conclusión

En el presente capítulo se explicaron los métodos para desenvolver la fase de Tomas Kreis en una y en dos dimensiones, el método para desenvolver mapas de fase consistente de mapas de fase de campo completo, el método para desenvolver mapas de fase consistente dentro de una región conecta simple y el método Robusto de Giglia que usa la transformada coseno de Fourier, también se explican los momentos geométricos y su uso para desenvolver mapas de fase dentro de campo completo y mapas de fase dentro de una región conecta simple.

Capítulo 5

5. ARREGLO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo se describe brevemente cada uno de los elementos ópticos utilizados para armar el interferómetro Twyman-Green, como el láser, el objetivo de microscopio, el pinhole, las lentes, el divisor de haz, el piezoeléctrico, el espejo plano de referencia, los espejos cóncavos que se probaron, la cámara CCD, los atenuadores de intensidad, se explica como se hace la calibración de la fase desplazada, explica como se hace la calibración del piezoeléctrico, se explica como se hace la calibración de la fase desplazada y la calibración del piezoeléctrico, y finalmente se muestran los resultados experimentales al hacer pruebas ópticas con un espejo plano y tres espejos cóncavos y obtener la fase del frente de onda con diferentes métodos.

5.1. Introducción

Existe una gran variedad de elementos ópticos con características diferentes cada uno de ellos. En las siguientes secciones se describe brevemente cada uno de los elementos ópticos usados para armar el interferómetro Twyman-

Green para hacer PSI, se ilustra cada uno de los elementos y se explica cual es su uso en el interferómetro.

5.2. Elementos ópticos usados en el interferómetro

Twyman-Green

En esta sección se muestran los principales elementos ópticos utilizados para montar el interferómetro Twyman-Green aunque cabe mencionar que existen otros como monturas, vástagos, rieles bases etc., algunos de estas piezas fueron mandadas a hacer en el taller mecánico de acuerdo a las necesidades.

5.2.1. Láser

El láser (Fig. 5.1) que se usamos para armar el interferómetro es un He-Ne con una longitud de onda de 623.8nm y una potencia de 1mW , el uso del láser es para tener una fuente de luz cuasimonocromática.

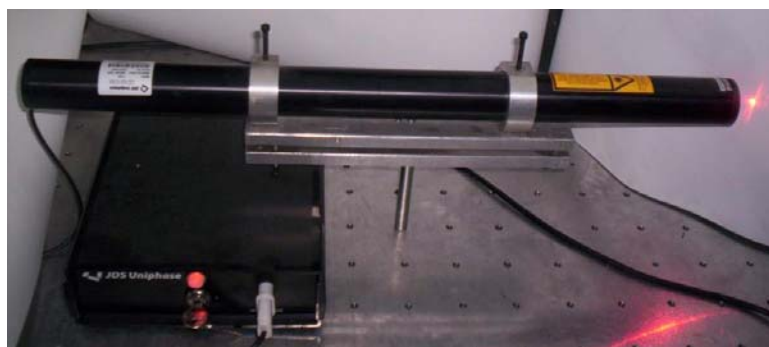


Fig. 5.1 Láser usado para armar el interferómetro

5.2.2. Objetivo de microscopio y pinhole

El objetivo de microscopio es un DIN 60, 0.85 y el pinhole es de $5\ \mu\text{m}$ [Fig.5.2 a)]. El objetivo de microscopio se usa para expandir el rayo de luz cuasimonocromática proveniente del láser y el pinhole es usado para tener una abertura muy pequeña de manera que cuando la luz salga del objetivo

de microscopio y pase por la abertura se obtenga un frente de onda esférico. A esto se le llama filtraje espacial y debido al tamaño de la abertura del pinhole a la salida se obtienen varios ordenes de difracción, el orden cero de difracción o disco de airy es el que nos interesa para el arreglo, esto ocurre debido al fenómeno de difracción.

5.2.3. Lentes

La lente de la Fig. 5.2 b) es una lente con un diámetro de 4cm y una distancia focal de 12cm, esta lente se usa para colimar la luz proveniente del pinhole, esto es que en frente de onda esférico se convierte en un frente de onda plano y se hace haciendo coincidir el foco de la lente con el pinhole.

La lente de la Fig. 5.2 c) es una lente con un diámetro de 5cm y una distancia focal de 9cm, esta lente se usa para poder probar espejos cóncavos, esto se logra haciendo coincidir el foco de la lente con el centro del radio de curvatura del espejo.

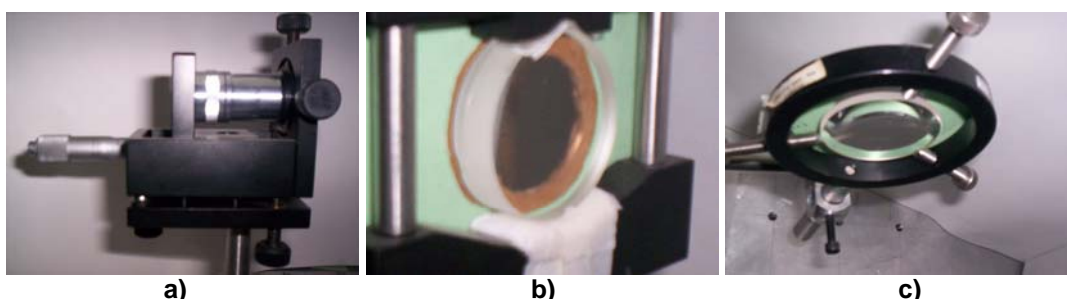


Fig. 5.2 a) Objetivo de microscopio y pinhole usado para armar el interferómetro, b) Lente que se usa para colimar el haz. c) Lente usada para probar espejos concavos.

5.2.4. Divisor de haz

El divisor de haz [Fig. 5.5 a)] que usamos es en forma de cubo y mide 4cm por lado y tiene una reflectancia de 50% y una transmitancia de 50%. El uso de este divisor es con el fin de dividir el frente de onda plano en dos frentes de onda planos con la misma amplitud.

5.2.5. Espejo plano

El espejo plano [Fig. 5.5 b)] de 5cm de diámetro. Se usa como espejo de referencia, a este espejo llega la luz proveniente del divisor de haz y se refleja nuevamente hacia el divisor para que haga interferencia con el frente de onda proveniente del espejo bajo prueba en el plano donde se encuentra la cámara CCD.

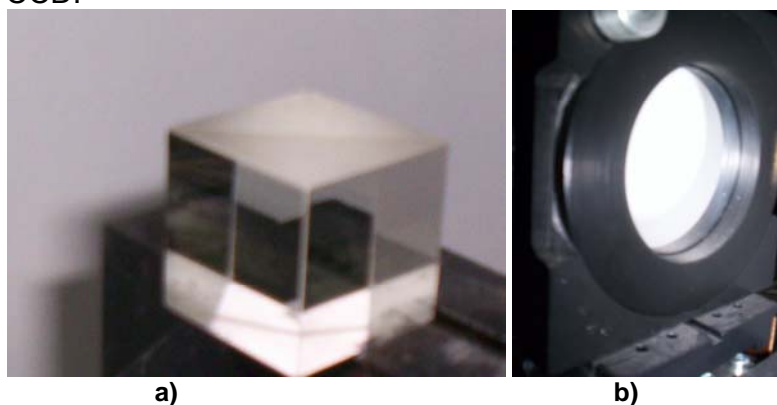


Fig. 5.3 a) Divisor de haz, b) Espejo plano.

5.2.6. Piezoeléctrico

El piezoeléctrico [Fig. 5.4 a)] se usa para desplazar el espejo de referencia distancias muy pequeñas (uno cuantos nanómetros) para hacer PSI. El modulo del piezoeléctrico [Fig. 5.4 b)] sirve para dar los incrementos o decrementos de voltaje adecuado al piezoeléctrico. Las especificaciones generales del piezoeléctrico [Fig. 5.4] son las siguientes:

- Resolución D/A 16-bit
- Resolución A/D 10-bit
- Suministro de voltaje +5V, +15V, -15V
 - +5V suministro de corriente 50mA (80mA max)
 - +15V suministro de corriente 16mA (20mA max)
 - 15V suministro de corriente 95mA (130mA max)
- Impedancia de entrada por canal $1M\Omega$, 3pF
- Impedancia de salida por canal $10K\Omega$

Las especificaciones de operación son las siguientes:

- Rango máximo de voltaje de salida -15V a 165V

- Rango de voltaje de salida calibrado 0 a 150V
- Resolución del voltaje de salida 2.75mV
- Rango de voltaje mostrado 0 a 200V
- Resolución del display 10-bit (195mV)

El software del piezoeléctrico Fig 5.4 c) sirve para poder dar los incrementos de voltaje al piezoeléctrico desde la PC.

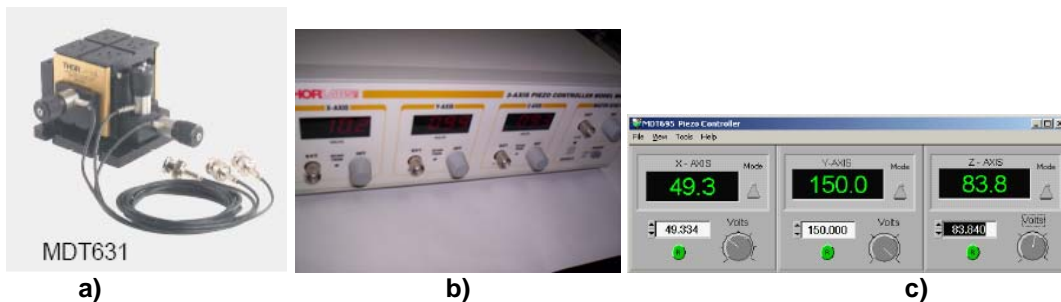


Fig. 5.4 a) Piezoeléctrico; b) modulo para controlar el piezoeléctrico.

5.2.7. Espejos cóncavos bajo prueba

5.2.7.1. Espejo cóncavo de diámetro $D=15\text{cm}$ y radio de curvatura $RC=15\text{cm}$

Este espejo [Fig. 5.5 a)] tiene un diámetro de 15 cm y un radio de curvatura de 15cm, es uno de los espejos cóncavos que se probó en el interferómetro y se desarrolló la fase, los resultados de dicho desenvolvimiento de fase se muestran en la sección 6.3.1 del capítulo seis.

5.2.7.2. Espejo cóncavo de diámetro $D=15\text{cm}$ y radio de curvatura $RC=40\text{cm}$

Este espejo [Fig. 5.5 b)] tiene un diámetro de 15 cm y un radio de curvatura de 40cm, es uno de los espejos cóncavos que se probó en el interferómetro y se desarrolló la fase, los resultados de dicho desenvolvimiento de fase se muestran en la sección 6.3.2 del capítulo seis.

5.2.7.3. Espejo cóncavo de diámetro $D=7.5\text{cm}$ y radio de curvatura $RC=10\text{cm}$

Este espejo [Fig. 5.5 c)] tiene un diámetro de 7.5 cm y un radio de curvatura de 10cm, es uno de los espejos cóncavos que se probó en el interferómetro y se desarrolló la fase, los resultados de dicho desenvolvimiento de fase se muestran en la sección 6.3.2 del capítulo seis.

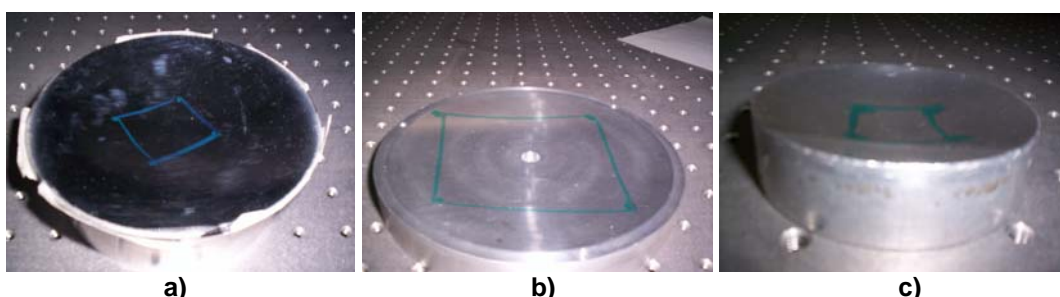


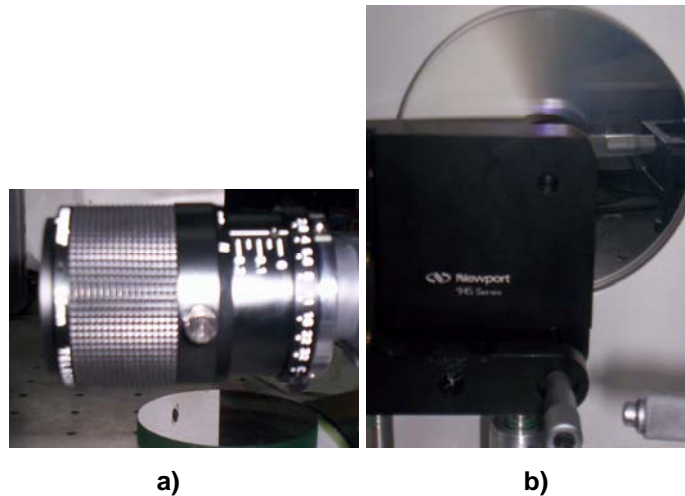
Fig. 5.5 a) Espejo cóncavo $D=15\text{cm}$ y $rc=15\text{cm}$, b) Espejo cóncavo $D=15\text{cm}$ y $rc=40\text{cm}$, c) Espejo cóncavo $D=7.5\text{cm}$, $rc=10\text{cm}$.

5.2.8. Cámara CCD

En la Fig. 5.6 a) se muestra la cámara CCD usada para tomar las imágenes de los interferogramas, tiene una resolución de 480 pixeles por 640 pixeles y puede detectar de 0 a 255 niveles de intensidad.

5.2.9. Atenuador de intensidad

En la Fig. 5.6 b) se muestra el atenuador de intensidad usado, la atenuación de intensidad es gradual y puede ser desde 0% hasta 60%.



a) b)
Fig. 5.6 a) Cámara CCD, b) Atenuador de intensidad

5.3. Arreglo experimental del Twyman-Green para hacer PSI

En la Fig. 5.7 a) y 5.7 b) se muestra el arreglo del interferómetro Twyman-Green armado para probar espejos cóncavos.

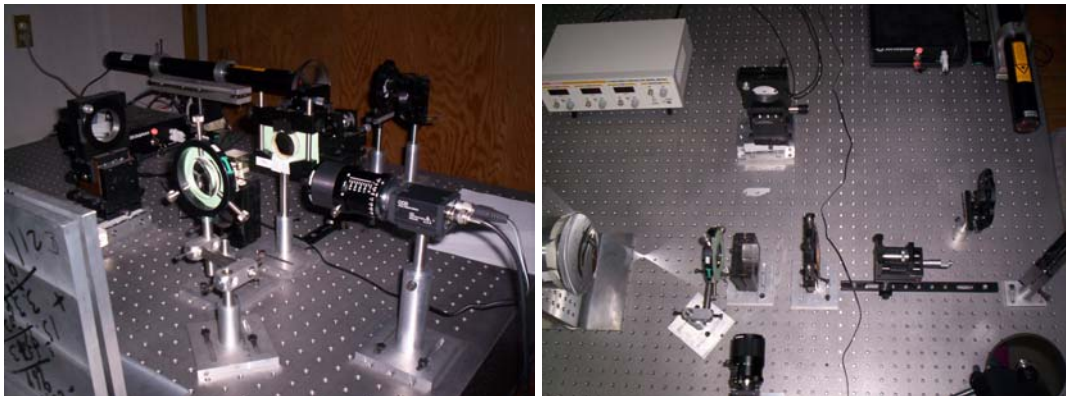


Fig. 5.7 Interferómetro Twyman-Green. a) Vista horizontal, b) Vista superior.

5.4. Calibración de la fase desplazada

Un paso en preparar un sistema PSI es calibrar el desplazamiento de fase α entre los interferogramas grabados. Algunos de los algoritmos son muy sensibles a errores al desplazamiento de fase, incluso los algoritmos que son tolerantes a errores en la fase requieren una calibración para un mejor desempeño. Si se usa el desarrollo de la integración bucket el centroide de la fase de cada periodo integrado debe de ser calibrado [9].

La forma mas usual para calibrar el desplazamiento de fase [6] es tomar 4 de los 5 interferogramas grabados con los desplazamientos de fase α del algoritmo Hariharan, el desplazamiento de fase es calculado en cada punto medido y la solución para el desplazamiento de fase es

$$\alpha(x, y) = \cos^{-1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{I_5(x, y) - I_1(x, y)}{I_4(x, y) - I_2(x, y)} - \right) \right] \quad (5.1)$$

La calibración de la fase desplazada se hace para cada prueba diferente con el fin de conocer cual fue el desplazamiento de fase entre los cinco interferogramas grabados, por ejemplo para los interferogramas de la Fig. 3.2 su histograma correspondiente se muestra en la Fig. 5.8, haciendo un análisis estadístico de los datos se obtiene que la media de los desplazamientos de fase es de 91.39801° y la desviación estándar de los desplazamientos de fase es de 5.63142 , esta calibración se hace en cada prueba diferente para saber cuales fueron los desplazamientos de fase entre los interferogramas, si la media de los desplazamientos esta muy alejada de 90° o si tiene una desviación muy grande lo mas conveniente es tomar nuevamente otra serie de interferogramas para obtener mejores resultados en la fase obtenida, ya que aunque el algoritmo es insensible a errores en el desplazamiento de la fase no significa que sea inmune a grandes errores en el desplazamiento de la fase.

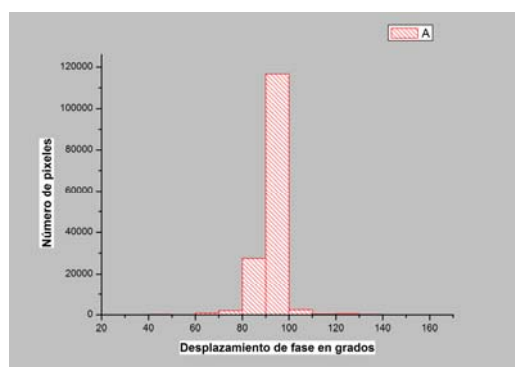
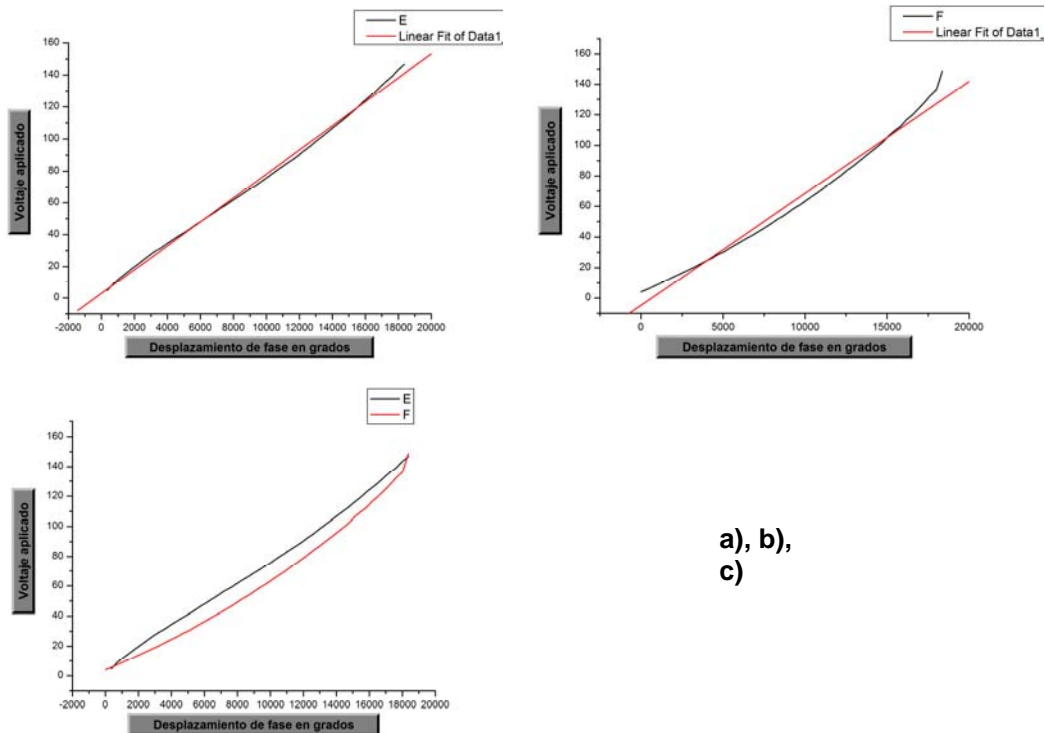


Fig. 5.8 Histograma del desplazamiento de fase de los interferogramas de la Fig. 3.1

5.5. Calibración del piezoeléctrico

Antes de tomar las imágenes se hace una calibración del piezoeléctrico, esta calibración se hace aumentando los voltajes del piezoeléctrico hasta que se observa un cambio de fase de 360° , iniciando desde 0-150 volts, y de 150-0 volts, en la Fig. 5.9 a) se muestra la curva de operación del piezoeléctrico cuando se incrementan los voltajes y su ajuste lineal, en la Fig. 5.9 b) se muestra la curva de operación del piezoeléctrico cuando se decrementan los voltajes y su ajuste lineal, y en la Fig. 5.9 c) se observa la ventana de histéresis del piezoeléctrico. Una vez que se tienen estas graficas se hace un ajuste lineal de los datos para obtener la pendiente de operación del piezoeléctrico ec. 5.1 y esta usarla para calcular los incrementos de voltaje adecuados de acuerdo a nuestras necesidades ^[9]



a), b),
c)

Fig. 5.9 a) Incrementos de voltaje; b) decrementos de voltaje; c) ventana de histéresis del funcionamiento del piezoeléctrico.

$$V = Ax + B \quad (5.1)$$

donde V es el voltaje aplicado, A es la pendiente de la recta cuando se hace el ajuste lineal, x es la variable del incremento de la fase y B es una constante diferente en cada calibración, debido a que se hace un ajuste lineal en todas las calibraciones podemos omitir esta constante.

En el interferómetro se hicieron 4 calibraciones del piezoeléctrico incrementando los voltajes y 4 calibraciones decrementando los voltajes, los valores del ajuste lineal de las curvas de operación se muestran en la Tabla 5.1 y finalmente promediando estos valores se obtiene una pendiente A de 0.00737, lo cual significa que para desplazar el piezoeléctrico 77.975 nm y así obtener un desplazamiento de fase de 90° es necesario aplicar un incremento de voltaje al piezoeléctrico de 0.66volts, pero como el modulo para controlar el piezoeléctrico tiene una resolución de 0.1 volt a la salida, es

necesario redondear este valor a 0.7 volts, lo cual significa que será difícil obtener en la practica desplazamientos de fase de 90° .

	Pendiente de la calibración A			
	1ª Cal.	2ª Cal.	3ª Cal.	4ª Cal.
Incrementos de voltaje	0.00752	0.00733	0.00694	0.00739
Decrementos de voltaje	0.00733	0.00739	0.00786	0.00723

Tabla 5.1 Tabla con los valores de las pendientes de los ajustes lineales en la calibración del piezoeléctrico realizada 4 veces.

5.6. Resultados experimentales

En esta sección se muestran los resultados en el desenvolvimiento de la fase para varios espejos [Fig. 5.3 b), 5.5 a), 5.5 b) y 5.5 c)], se ilustra uno de los cinco interrefogramas tomados, el histograma del desplazamiento de fase entre las imágenes y los mapas de fase desenvuelta con varios métodos.

5.6.1. Prueba de espejo plano

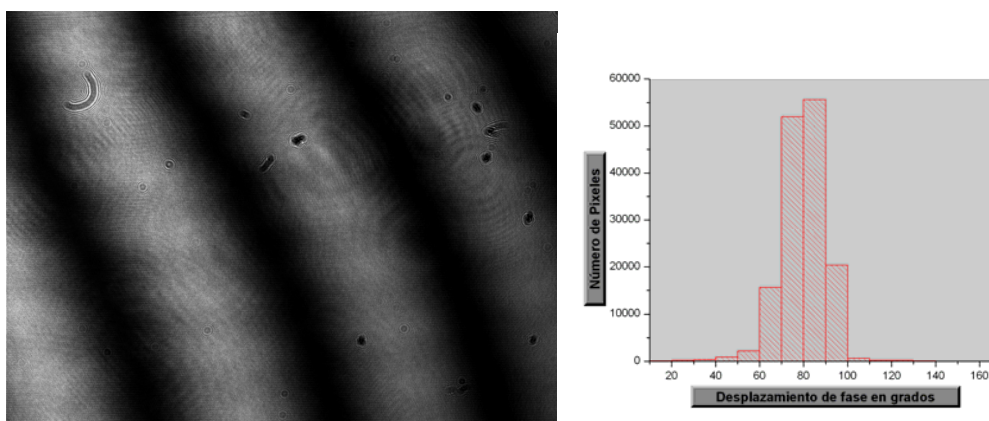
El espejo plano que se usa es el de la Fig. 5.3 b).

Interferograma

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.10 a) en la cual solo se observan 4 franjas brillantes y cuatro franjas oscuras, el interferograma tiene una buena visibilidad y se observan discontinuidades introducidas por polvo o pequeñas pelusas que se encuentran en la cámara CCD.

Histograma del desplazamiento de fase

La Fig. 5.10 b) muestra el histograma del desplazamiento de fase, la media del desplazamiento de fase es de 79.91° y tiene una desviación estándar de 9.94° .



a) b)
Fig. 5.10 a) Interferograma, b) Histograma.

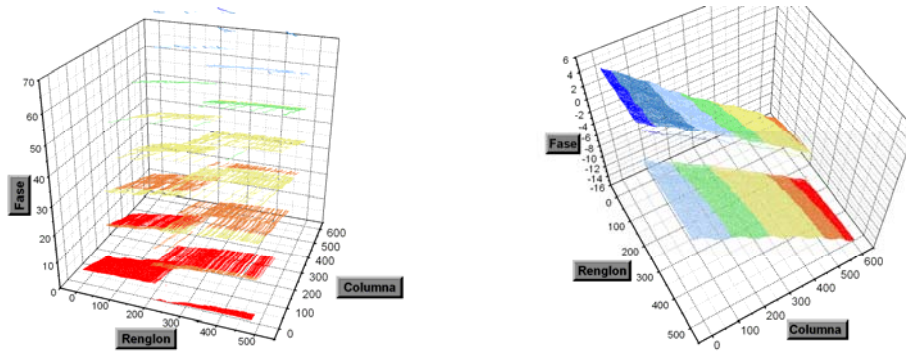
Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

Para obtener el modulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se usan las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

Debido a que el desenvolvimiento de fase de cada renglón es independiente, se le llama desenvolvimiento de fase en una dimensión. La Fig.5.11 a) muestra la fase del frente de onda del espejo plano utilizando la ec. 4.1 y siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2, debido a que la ec. 4.1 solo aumenta múltiplos de 2π en el momento de desenvolver la fase, esta ec. no sirve para desenvolver mapas de fase en donde la fase va disminuyendo en lugar de ir aumentando. Es por esto que en la imagen del mapa de fase desenvuelto se observan demasiadas discontinuidades.

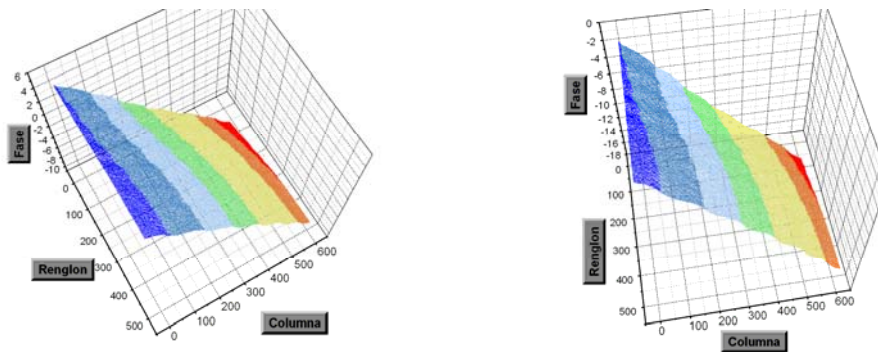
La Fig. 5.11 b) muestra el frente de onda del espejo plano utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, esta ecuación permite desenvolver mapas de fase en donde aumenta o disminuye el valor de la fase, según la trayectoria seguida al desenvolver la fase. Este mapa de fase desenvuelto tiene una discontinuidad debido a que cada renglón es desenvuelto independientemente.



a) b)
Fig. 5.11 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2

Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

Para poder desenvolver un mapa de fase en dos dimensiones, se usa la ecuación 4.2 y se sigue la trayectoria de la Fig. 4.3 a), el mapa de fase resultante con dicha ec. se muestra en la Fig. 5.12 a). En la Fig. 5.12 b) se muestra el mapa de fase desenvuelto en dos dimensiones con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b). Ambos mapas de fase fueron desenvueltos adecuadamente.



a) b)
Fig. 5.12 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 b).

La Fig. 5.13 a) muestra el mapa de fase desenvuelto con la ec. 4.4 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.4, la Fig. 5.13 b) muestra el mapa de fase desenvuelto con el método robusto descrito en la sección 4.6 el cual usa la

Transformada Coseno de Fourier directa e inversa y se obtienen resultados igual de óptimos que con mínimos cuadrados. La ec. 4.4 es mas sensible a ruido en las imágenes es por esta razón que en la imagen del mapa de fase desenvuelta se observan varias discontinuidades.

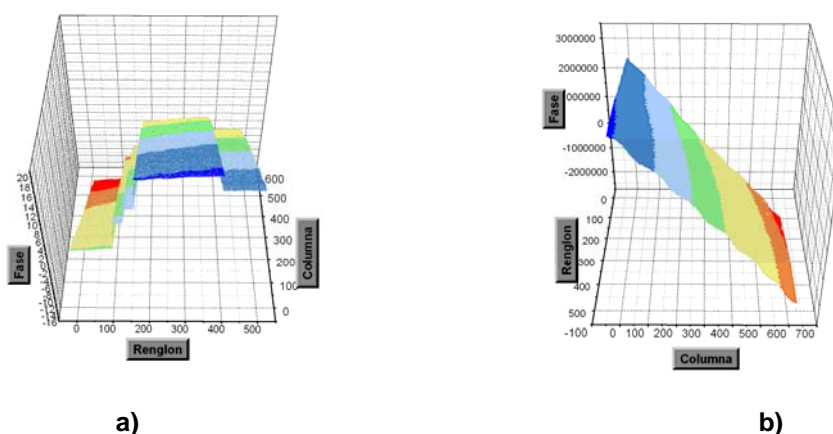


Fig. 5.13 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.6.

5.6.2. Prueba de espejos cóncavos

Los espejos de la Fig. 5.5 son los que se usaron para hacer pruebas y desenvolver la fase del frente de onda de cada uno de ellos con diferentes técnicas.

5.6.2.1. Espejo cóncavo de diámetro $D=15\text{cm}$ y radio de curvatura $RC=15\text{cm}$

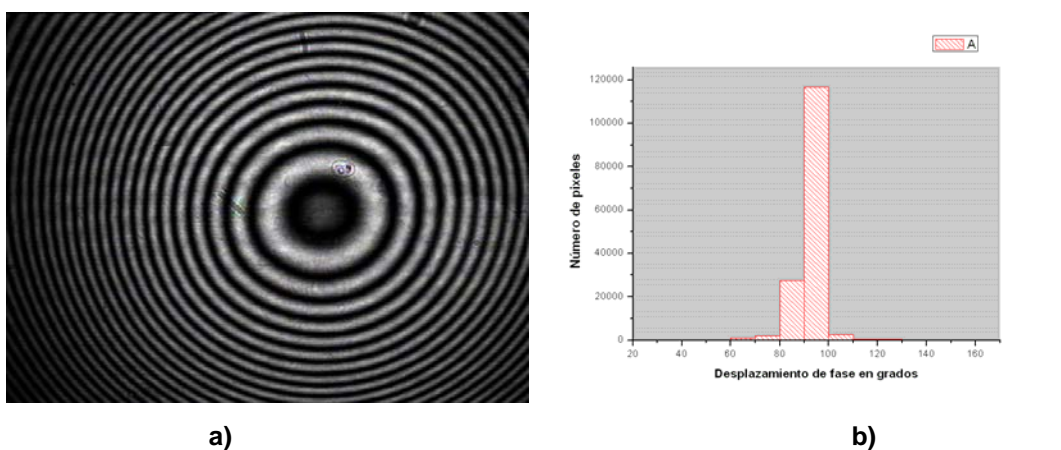
El espejo cóncavo que se usa es el de la Fig. 5.5 a).

5.6.2.1.1 Prueba para un mapa de fase de campo completo Interferograma tomado

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.14 a) en la cual se observan anillos concéntricos con buena visibilidad.

Histograma del desplazamiento de fase

En la Fig. 5.14 b) se muestra el histograma del desplazamiento de fase al realizar esta prueba, la media de los desplazamientos es de 91.39° con una desviación estándar de 5.63° .



5.14 a) Interferograma, b) Histograma.

Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

Para obtener el modulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se usan las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

La Fig.5.15 a) muestra la fase del frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.1 y siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2, Ya que la ec. 4.1 solo aumenta múltiplos de 2π en el momento de desenvolver la fase, esta ec. no sirve para desenvolver mapas de fase en donde la fase va disminuyendo en lugar de ir aumentando. Es por esto que en la imagen del mapa de fase desenvuelta se observan demasiadas discontinuidades.

La Fig. 5.15 b) muestra el frente de onda del espejo plano utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, este mapa de fase desenvuelto tiene varias discontinuidades debido a que cada renglón se desenvuelve independientemente.

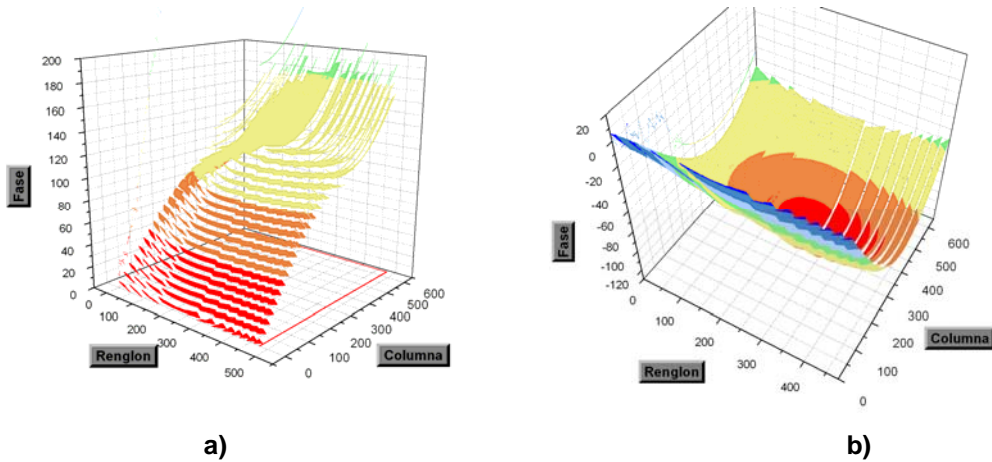


Fig. 5.15 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2.

Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

Para poder desenvolver un mapa de fase en dos dimensiones, se usa la ecuación 4.2 y se sigue la trayectoria de la Fig. 4.3 a), el mapa de fase resultante con dicha ec. se muestra en la Fig. 5.16 a). En la Fig. 5.12 b) se muestra el mapa de fase desenvuelto en dos dimensiones con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 a) pero iniciando el análisis en el pixel (20,20) y terminando en el pixel (460,620).

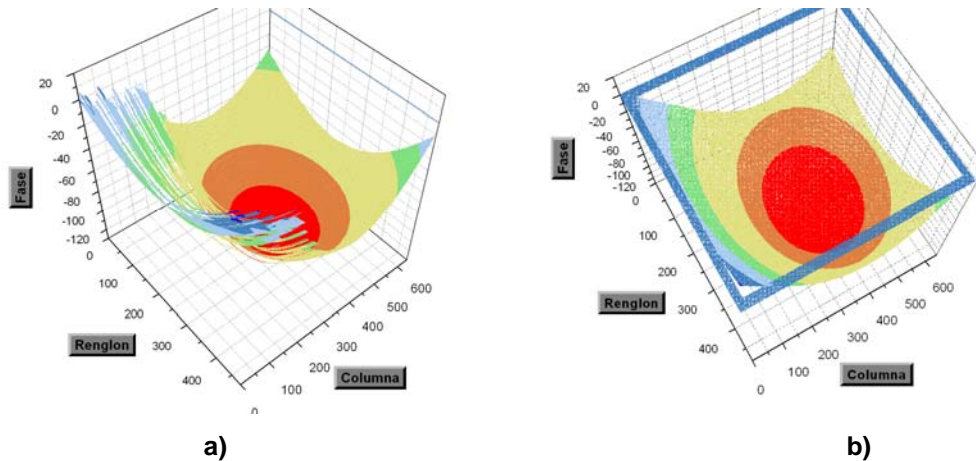


Fig. 5.16 a) Mapa de fase 2-D, ec.4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D ec. 4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 a).

Ambos mapas de fase fueron desenvueltos adecuadamente con la misma ecuación y siguiendo la misma trayectoria solo que en el de la derecha se

inicia en un pixel diferente y se termina en un pixel diferente, lo que nos permite eliminar algunos errores en el borde de la imagen y así obtener un buen desenvolvimiento de la fase.

La Fig. 5.17 a) muestra el mapa de fase utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b), para el interferograma que tiene buena visibilidad y poco ruido, el desenvolvimiento de fase fue adecuado.

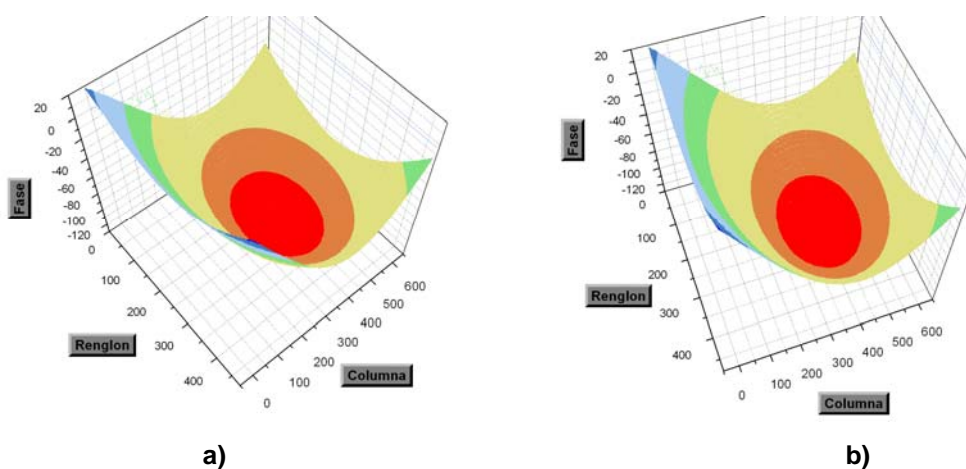


Fig. 5.17 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 b); b) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4.

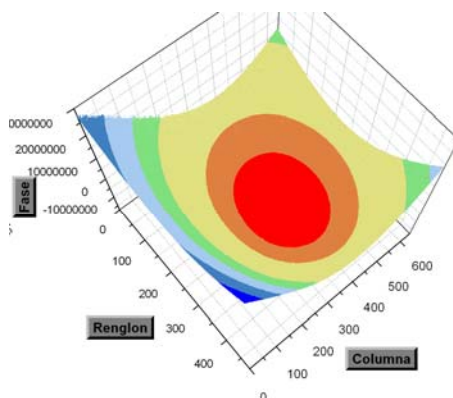


Fig. 5.18 Mapa de fase 2-D método de la sección 4.6.

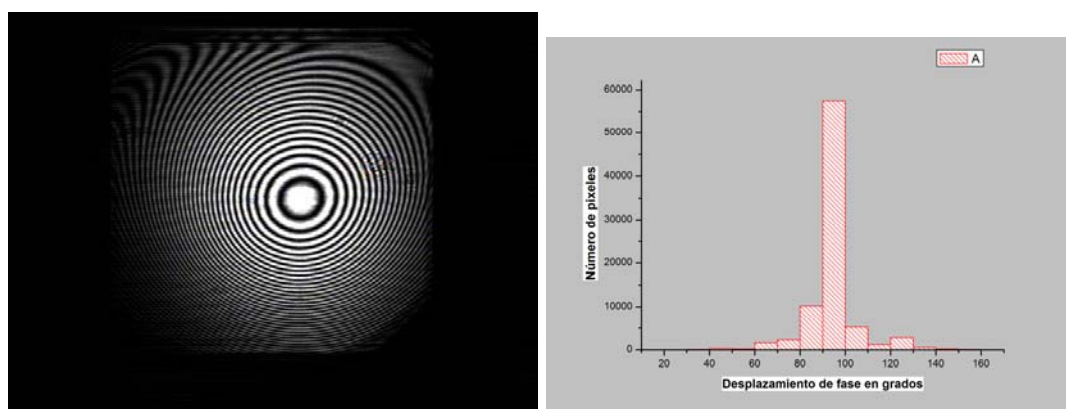
La Fig. 5.17 b) muestra el mapa de fase desenvuelto con el método de la sección 4.4, el desenvolvimiento con este método fue bueno. La Fig. 5.18 muestra el mapa de fase desenvuelto con el método de la sección 4.6.

5.6.2.1.2 Prueba para un mapa de fase dentro de una región conecta simple Interferograma tomado

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.19 a) en la cual solo se observan anillos concéntricos dentro de una región conecta simple con buena visibilidad y con poco ruido.

Histograma del desplazamiento de fase

La Fig. 5.19 b) muestra el histograma del desplazamiento de fase, la media del desplazamiento de fase es de 93.2° y tiene una desviación estándar de 11.1° .



a) b)

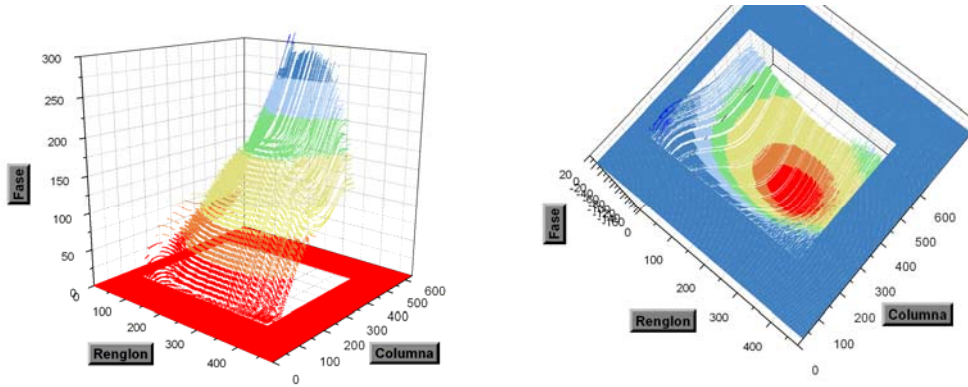
Fig. 5.19 a) Interferograma, b) Histograma.

Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

Para obtener el modulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

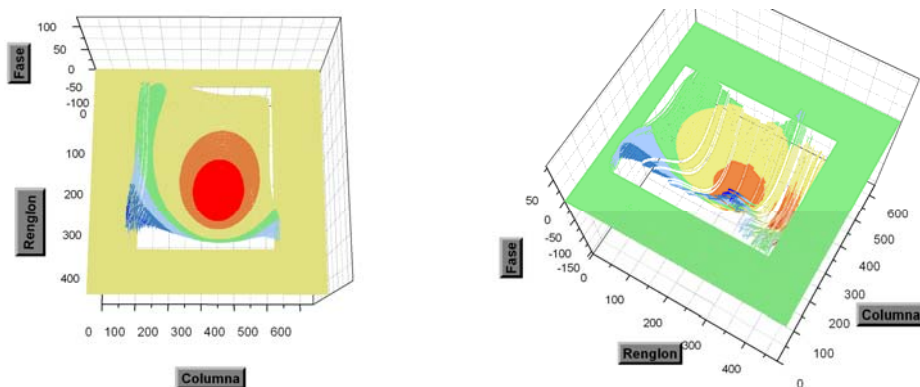
La Fig.5.20 a) muestra la fase del frente de onda del espejo plano utilizando la ec. 4.1 y siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2. La Fig. 5.20 b) muestra el frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, este mapa de fase desenvuelto tiene varias discontinuidades debido a que cada renglón es desenvuelto independientemente.



a) b)
Fig. 5.20 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2.

Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

Para poder desenvolver un mapa de fase en dos dimensiones, se usa la ecuación 4.2 y se sigue la trayectoria de la Fig. 4.3 a), el mapa de fase resultante con la ec. 4.2 se muestra en la Fig. 5.21 a). En la Fig. 5.21 b) se muestra el mapa de fase desenvuelto en dos dimensiones con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b). Ambos mapas de fase fueron desenvueltos con algunas discontinuidades debido a que valores no deseados fuera de la región conecta simple se tomaron en cuenta en el momento de hacer el análisis, para estos interferogramas se inicio dicho análisis en el pixel (40,130) y se termino en el pixel (390,500).



a) b)
Fig. 5.21 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria de la Fig. 4.3 b).

La Fig. 5.22 a) muestra el mapa de fase desenvuelto usando el método de la sección 4.4. La Fig. 5.22 b) muestra el mapa de fase desenvuelto usando el método de la sección 4.6. En la imagen de la izquierda se observan algunas discontinuidades introducidas por tomar valores de fase que se encontraban fuera de la región conecta simple. En la imagen de la derecha el desenvolvimiento de fase es muy bueno tomando en cuenta que el mapa de fase valido se encuentra dentro de una región conecta simple.

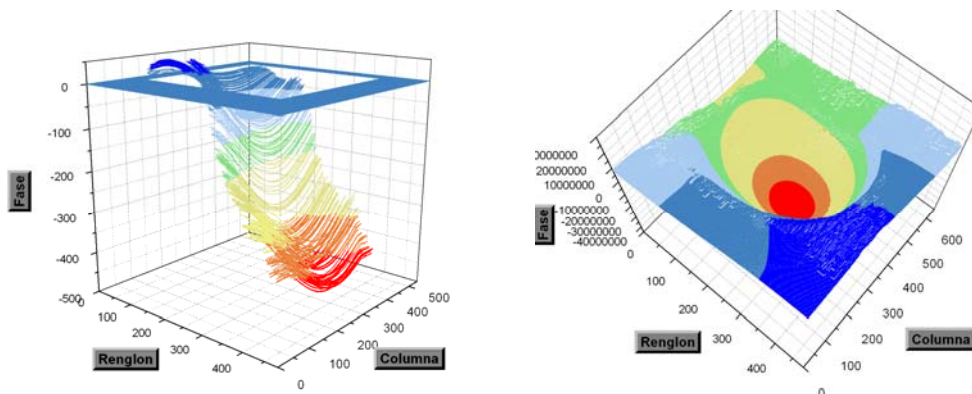
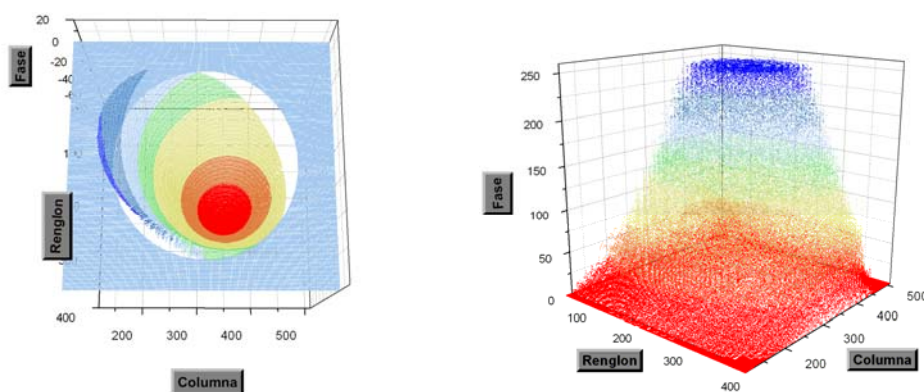


Fig. 5.22 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.6.

La Fig. 5.23 a) se desarrolló usando el método de la sección 4.4 y con el algoritmo descrito en la sección 4.5, al desarrollar este método se le introdujo un pixel como centro de un círculo (217,315) y un radio del círculo de la región conecta simple de 140 pixeles, si se hubiera dado un radio mayor el método hubiera tenido errores y mostrado discontinuidades debido a que se estarían desarrollando datos que no son validos y que están fuera de la región de mapa de fase valida. La Fig. 5.23 b) muestra el mapa de fase desenvuelto utilizando el método de la sección 4.4 y con ayuda de los momentos geométricos descritos en la sección 4.7, aquí se observan varias discontinuidades debido a que en el programa, uno tiene que introducir un nivel de intensidad como umbral para saber que fase si es valida, el nivel de intensidad que se le dio en el momento de ejecutar el programa fue de 20 en

escala de grises (0-255), debido a valores mayores de 20 fuera de la región conecta tomados como valores validos, afectaron los resultados obtenidos con los momentos geométricos como el centro de la elipse y los radios de la elipse.



a) b)
Fig. 5.23 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.4 usando momentos geométricos

La Fig. 5.24 muestra una combinación del método de la sección 4.6 y los momentos geométricos, como se observa los resultados son muy buenos ya que para detectar el mapa de fase valido se usan los momentos geométricos y para desenvolver la fase se usa el método robusto de la sección 4.6.

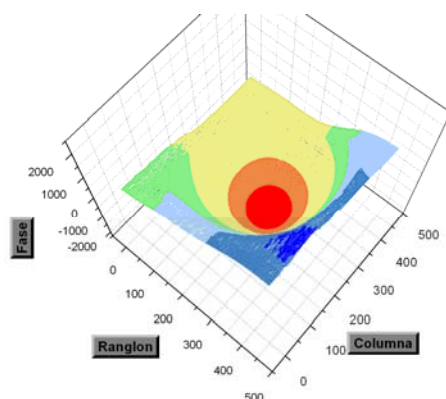


Fig. 5.24 Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.6 utilizando los momentos geométricos.

5.6.2.2. Espejo cóncavo de diámetro $D=15\text{cm}$ y radio de curvatura $RC=40\text{cm}$

Interferograma tomado

El espejo cóncavo que se usa es el de la Fig. 5.5 b).

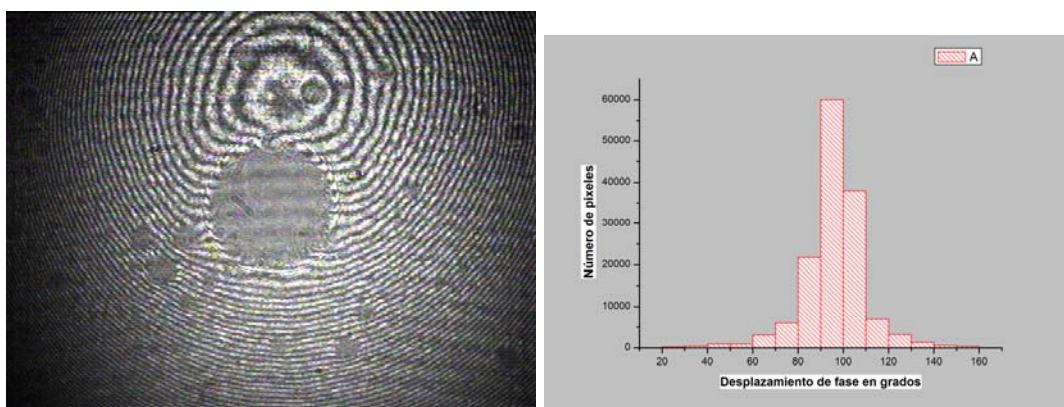
5.6.2.2.1 Prueba para un mapa de fase de campo completo

Interferograma tomado

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.25 a) en la cual solo se observan anillos con no muy buena visibilidad, una región que no es mapa de fase valida en el centro y con ruido debido a la rugosidad de la superficie del espejo.

Histograma del desplazamiento de fase

En la Fig. 5.25 b) se muestra el histograma del desplazamiento de fase al realizar esta prueba, la media de los desplazamientos es de 95.78° con una desviación estándar de 14.03°



a) b)

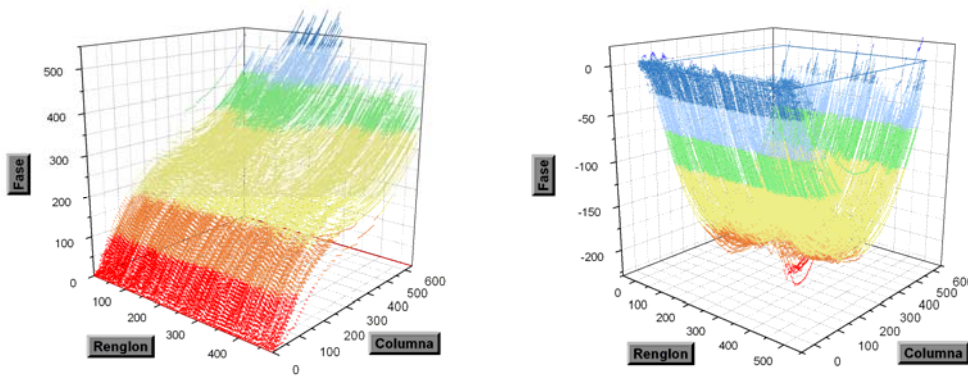
Fig. 5.25 a) Interferograma, b) Histograma.

Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

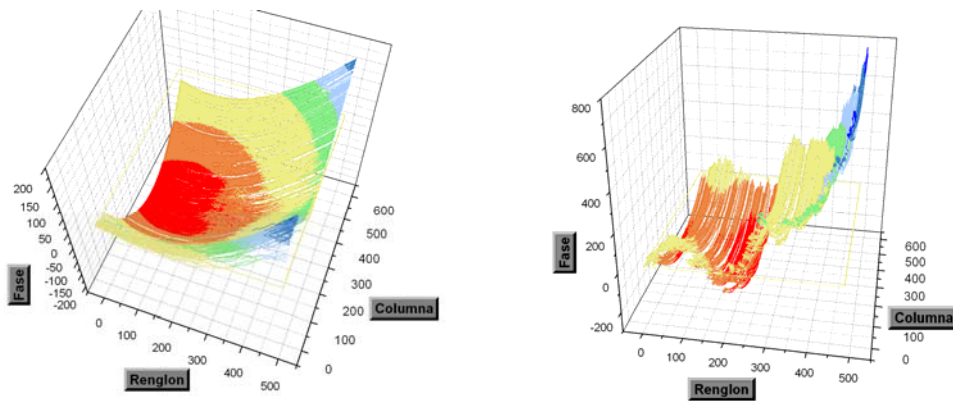
Para obtener el modulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

La Fig.5.26 a) muestra la fase del frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.1 y siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2. La Fig. 5.26 b) muestra el frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, este mapa de fase desenvuelto tiene varias discontinuidades debido a que cada renglón es desenvuelto independientemente.



a) b)
5.26 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2.



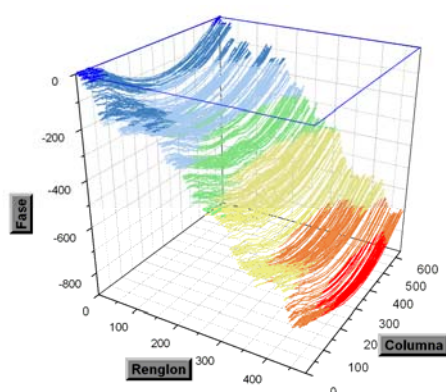
a) b)
Fig. 5.27 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2 trayectoria Fig. 4.3 b).

Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

La Fig. 5.27 a) muestra el mapa de fase desenvuelto con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 a). La Fig. 5.27 b) muestra el mapa de fase

desenvuelto con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b). La imagen de la derecha fue desenvuelta correctamente y la imagen de la izquierda fue desenvuelta con varias discontinuidades por lo que se observa que aunque la ec. sea la misma, el desenvolvimiento depende en gran medida de la trayectoria seguida para hacer el desenvolvimiento de la fase.

La Fig. 5.28 muestra el mapa de fase desenvuelto con el método de la sección 4.4, como se observa el desenvolvimiento no es muy bueno.



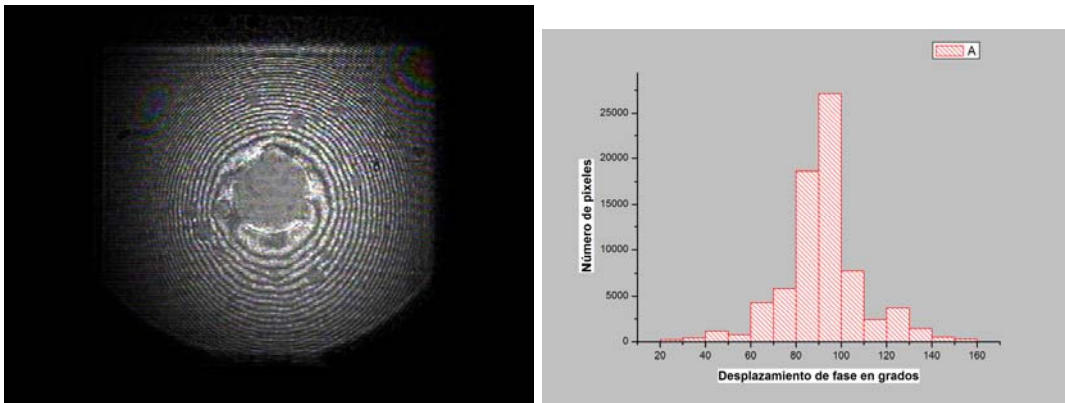
5.28 Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4.

5.6.2.2.2 Prueba para un mapa de fase dentro de una región conectada simple Interferograma tomado

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.29 a) en la cual solo se observan anillos concéntricos dentro de una región conectada simple con poca visibilidad y con ruido.

Histograma del desplazamiento de fase

La Fig. 5.29 b) muestra el histograma del desplazamiento de fase, la media del desplazamiento de fase es de 91.27° y tiene una desviación estándar de 17.95° .



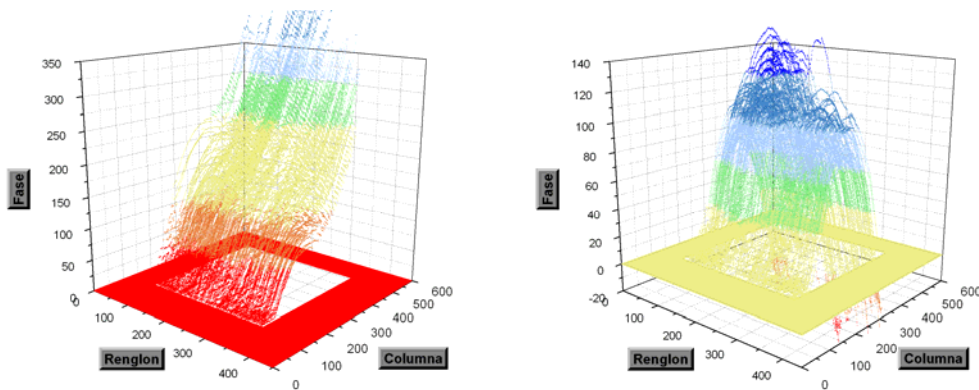
a) b)
Fig. 5.29 a) Interferograma, b) Histograma.

Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

Para obtener el módulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

La Fig.5.30 a) muestra la fase del frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.1 siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2. La Fig. 5.30 b) muestra el frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, el mapa de fase desenvuelto tiene discontinuidades debido a que cada renglón se desenvuelve independientemente y al ruido presente en las imágenes.



a) b)
5.30 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2.

Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

Para poder desenvolver un mapa de fase en dos dimensiones, se usa la ecuación 4.2 y se sigue la trayectoria de la Fig. 4.3 a), el mapa de fase resultante con dicha ec. se muestra en la Fig. 5.31 a). En la Fig. 5.31 b) se muestra el mapa de fase desenvuelto en dos dimensiones con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b). Ambos mapas de fase fueron desenvueltos con algunas discontinuidades debido a que valores no deseados fuera de la región conecta simple se tomaron en cuenta en el momento de hacer el análisis, para estos interferogramas se inicio dicho análisis en el pixel (70,130) y se termino en el pixel (350,510).

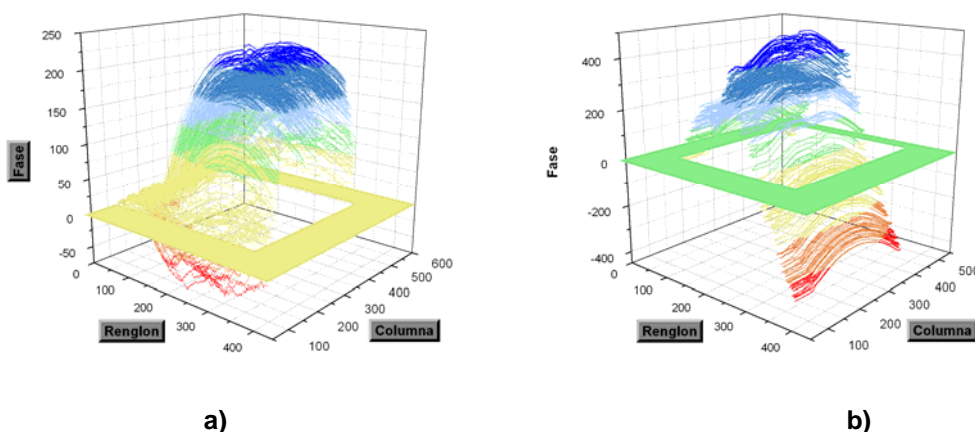


Fig. 5.31 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2 trayectoria Fig. 4.3 b).

La Fig. 5.32 a) muestra el mapa de fase desenvuelto usando el método de la sección 4.4. La Fig. 5.32 b) muestra el mapa de fase desenvuelto usando el método de la sección 4.6. En la imagen de la izquierda se observan algunas discontinuidades introducidas por tomar valores de fase que se encontraban fuera de la región conecta simple y por el ruido presente en la imagen. En la imagen de la derecha el desenvolvimiento de fase es muy bueno tomando en cuenta que el mapa de fase valido se encuentra dentro de una región conecta simple, tiene ruido y existe una región en el centro que no son datos validos para el análisis.

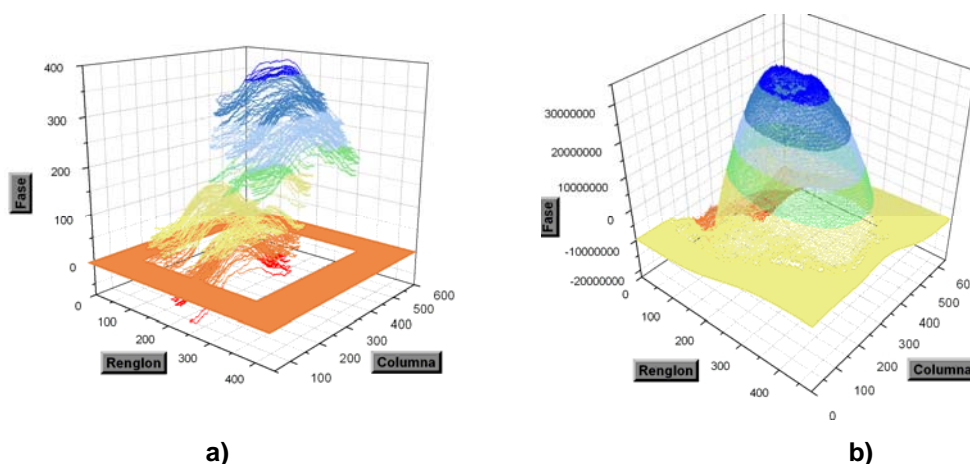
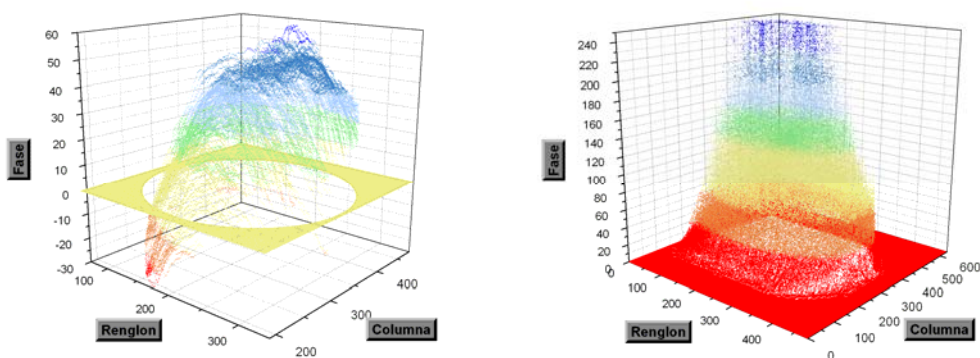


Fig. 5.32 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.6.

La Fig. 5.33 a) se desarrolló usando el método de la sección 4.4 y con el algoritmo descrito en la sección 4.5, al desarrollar este método se le introdujo un pixel como centro de un círculo (210,320) y un radio del círculo de la región conecta simple de 125 pixeles, debido a que el radio es mayor, el método tiene errores y muestra discontinuidades debido a que se están desarrollando datos que no son validos y que están fuera de la región de mapa de fase valida. La Fig. 5.33 b) muestra el mapa de fase desarrollado utilizando el método de la sección 4.4 y con ayuda de los momentos geométricos descritos en la sección 4.7, aquí se observan varias discontinuidades debido a que en el programa, uno tiene que introducir un nivel de intensidad como umbral para saber que fase si es valida, el nivel de intensidad que se le dio en el momento de ejecutar el programa fue de 20 en escala de grises (0-255), debido a valores mayores de 20 fuera de la región conecta tomados como valores validos, afectaron los resultados obtenidos con los momentos geométricos como el centro de la elipse y los radios de la elipse.

La Fig. 5.34 muestra una combinación del método de la sección 4.6 y los momentos geométricos, como se observa los resultados son muy buenos ya

que para detectar el mapa de fase valido se usan los momentos geométricos y para desenvolver la fase se usa el método robusto de la sección 4.6.



a) b)
Fig. 5.33 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.4 usando momentos geométricos.

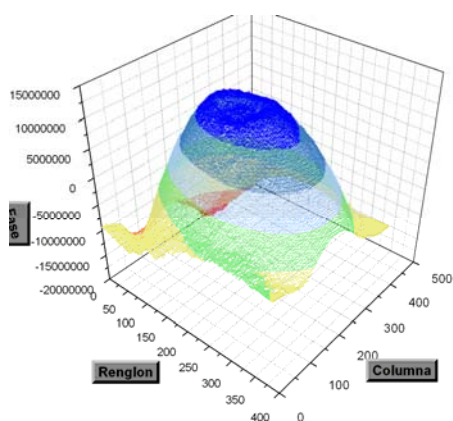


Fig. 5.34 Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.6 utilizando los momentos geométricos.

5.6.2.3. Espejo cóncavo de diámetro $D=7.5\text{cm}$ y radio de curvatura $RC=10\text{cm}$

Interferograma tomado

El espejo cóncavo que se usa es el de la Fig. 5.5 c).

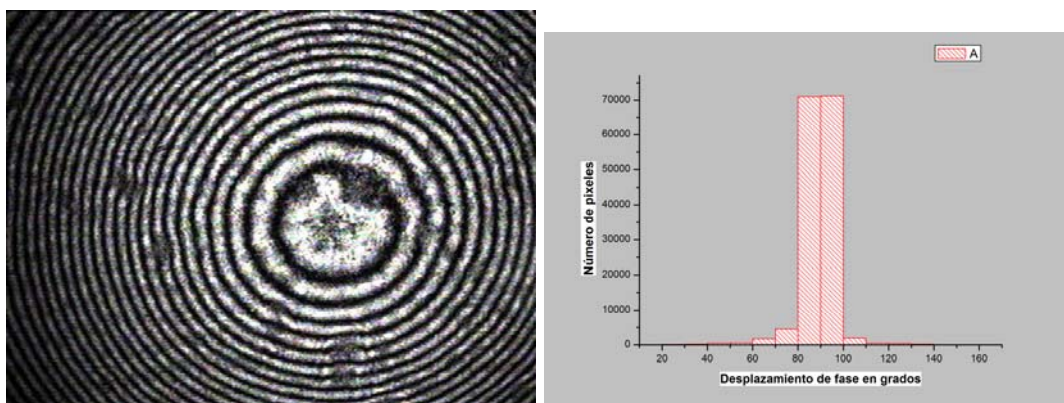
5.6.2.3.1 Prueba para un mapa de fase de campo completo

Interferograma tomado

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.35 c) en la cual solo se observan anillos con no muy buena visibilidad.

Histograma del desplazamiento de fase

En la Fig. 5.35 b) se muestra el histograma del desplazamiento de fase al realizar esta prueba, la media de los desplazamientos es de 89.01° con una desviación estándar de 7.09°



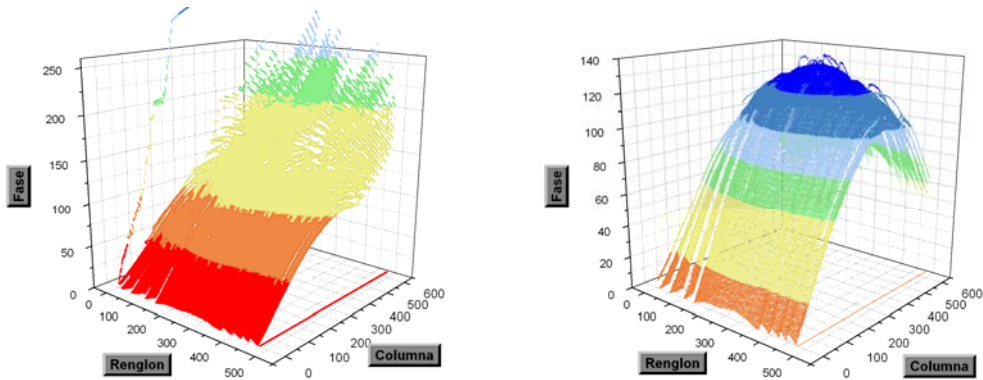
a) b) Fig. 5.35 a) Interferograma, b) Histograma.

Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

Para obtener el modulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

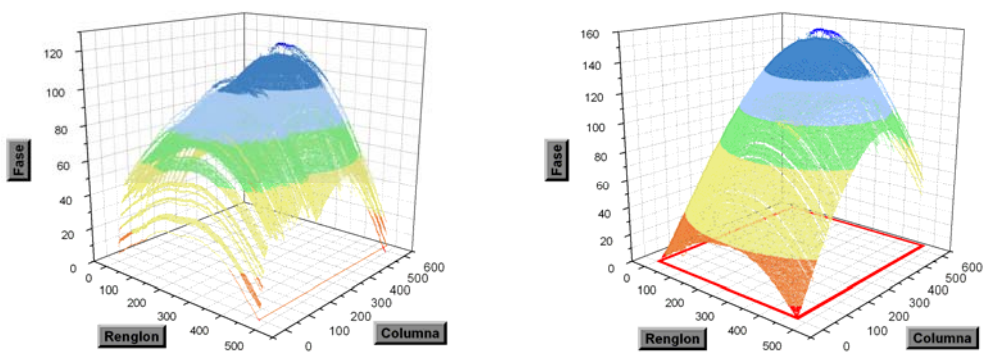
La Fig.5.36 a) muestra la fase del frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.1 y siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2. La Fig. 5.36 b) muestra el frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, este mapa de fase desenvuelto tiene varias discontinuidades debido a que cada renglón es desenvuelto independientemente.



a) b)
Fig. 5.36 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2.

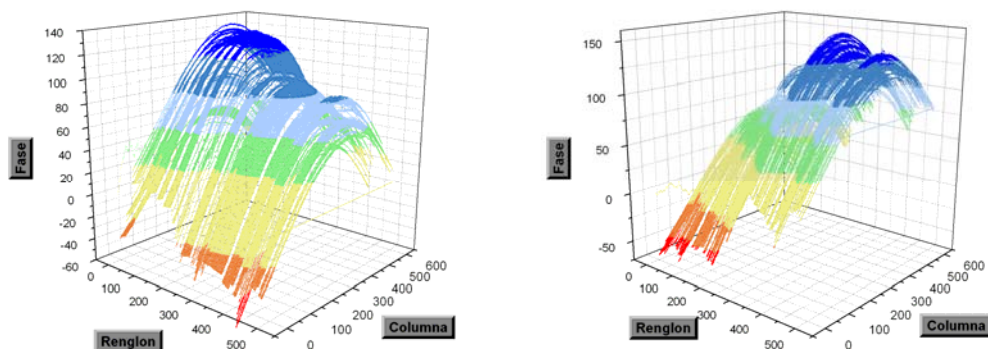
Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

La Fig. 5.37 a) muestra el mapa de fase desenvuelto con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 a). La Fig. 5.37 b) muestra el mapa de fase desenvuelto con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 a). Ambos métodos son desenvueltos con la misma ec. y siguiendo la misma trayectoria la diferencia entre estos es que en el de la izquierda se inicia el desenvolvimiento en el pixel (10,10) y se termina en el pixel (470,630), esto se hace con el fin de evitar los errores en los bordes de la imagen de los interferogramas.



a) b)
Fig. 5.37 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2 trayectoria Fig. 4.3 a).

La Fig. 5.38 a) Muestra el mapa de fase desenvuelto con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b). La Fig. 5.38 b) Muestra el mapa de fase desenvuelto con el método de la sección 4.4.



a) b)
Fig. 5.38 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria Fig. 4.3 b); Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4.

La Fig. 5.39 muestra el mapa de fase desenvuelto con el método de la sección 4.6.

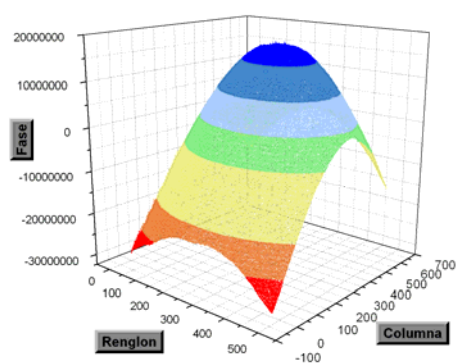


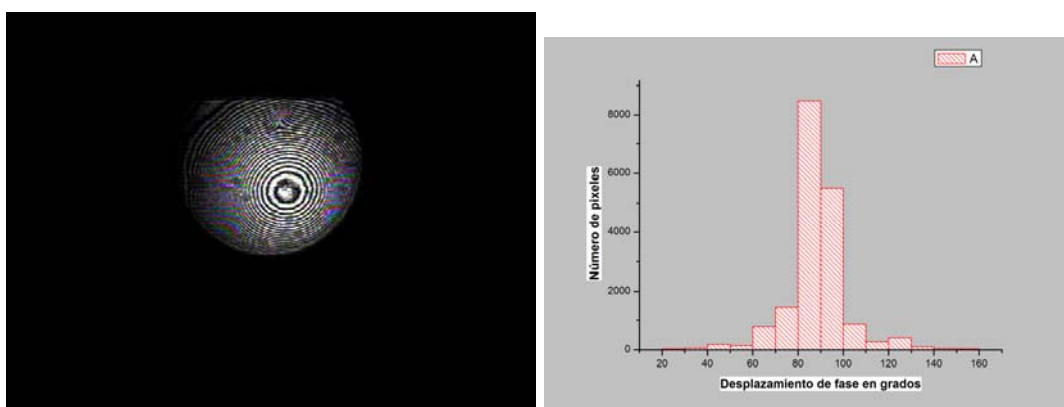
Fig. 5.39 Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.6.

5.6.2.3.2 Prueba para un mapa de fase dentro de una región conecta simple Interferograma tomado

El Interferograma tomado al probar este espejo se muestra en la Fig. 5.40 a) en la cual solo se observan anillos concéntricos dentro de una región conecta simple con poca visibilidad y con ruido.

Histograma del desplazamiento de fase

La Fig. 5.40 b) muestra el histograma del desplazamiento de fase, la media del desplazamiento de fase es de 87.89° y tiene una desviación estándar de 13.25° .



a) b)

Fig. 5.40 a) Interferograma, b) Histograma.

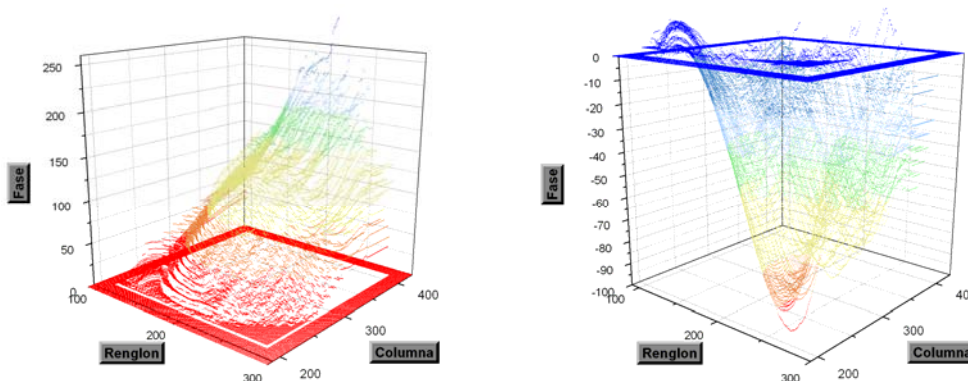
Mapas de fase obtenidos con diferentes técnicas

Para obtener el modulo de la fase se usa el método Hariharan y para desenvolver la fase se las técnicas descritas en el capítulo 4.

Mapas de fase obtenidos en una dimensión

La Fig.5.41 a) muestra la fase del frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.1 siguiendo la trayectoria de la Fig.4.2. La Fig. 5.41 b) muestra el frente de onda del espejo utilizando la ec. 4.2 y siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2, el mapa de fase desenvuelto tiene discontinuidades debido a que cada

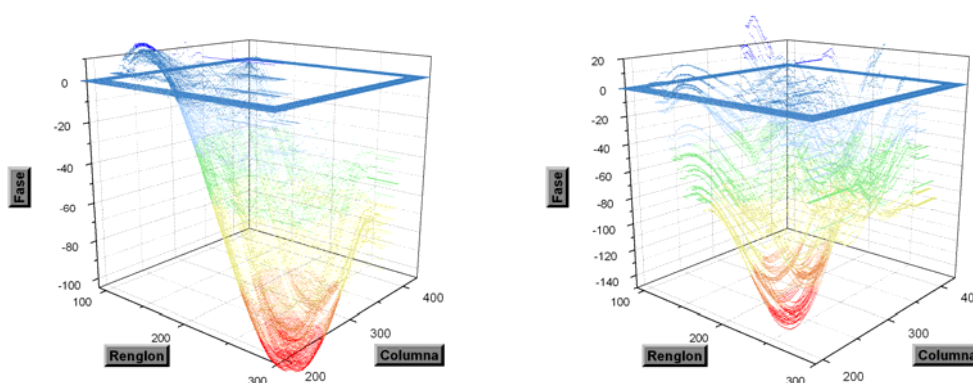
renglón se desenvuelve independientemente y al ruido presente en las imágenes.



a) b)
Fig. 5.41 a) Mapa de fase 1-D, ec. 4.1, b) Mapa de fase 1-D, ec. 4.2.

Mapas de fase obtenidos en dos dimensiones

Para poder desenvolver un mapa de fase en dos dimensiones, se usa la ecuación 4.2 y se sigue la trayectoria de la Fig. 4.3 a), el mapa de fase resultante con dicha ec. se muestra en la Fig. 5.42 a). En la Fig. 5.42 b) se muestra el mapa de fase desenvuelto en dos dimensiones con la ec. 4.2 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b). Ambos mapas de fase fueron desenvueltos con algunas discontinuidades debido al ruido presente en la imagen ocasionado por la rugosidad del espejo.



a) b)
Fig. 5.42 a) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2, trayectoria Fig. 4.3 a); b) Mapa de fase 2-D, ec. 4.2 trayectoria Fig. 4.3 b).

La Fig. 5.43 a) muestra el mapa de fase desenvuelto usando el método de la sección 4.4. La Fig. 5.43 b) muestra el mapa de fase desenvuelto usando el método de la sección 4.6. En la imagen de la izquierda se observan algunas discontinuidades introducidas por tomar valores de fase que se encontraban fuera de la región conecta simple. En la imagen de la derecha el desenvolvimiento de fase es muy bueno tomando en cuenta que el mapa de fase valido se encuentra dentro de una región conecta simple.

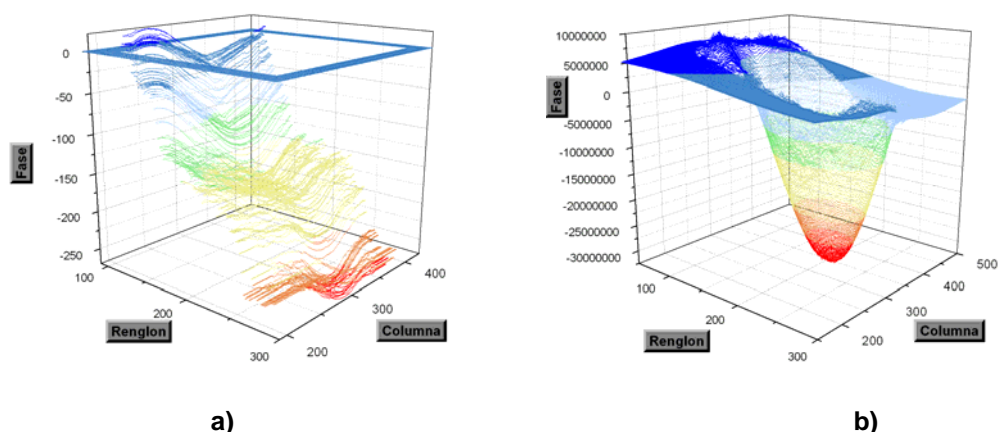


Fig. 5.43 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.6.

La Fig. 5.44 a) se desenvolió usando el método de la sección 4.4 y con el algoritmo descrito en la sección 4.5, al desarrollar este método se le introdujo un pixel como centro de un circulo (196,320) y un radio del circulo de la región conecta simple de 90 pixeles, si se hubiera dado un radio mayor el método hubiera tenido errores y mostrado discontinuidades debido a que se estarían desenvolviendo datos que no son validos y que están fuera de la región de mapa de fase valida. La Fig. 5.44 b) muestra el mapa de fase desenvuelto utilizando el método de la sección 4.4 y con ayuda de los momentos geométricos descritos en la sección 4.7, aquí se observan varias discontinuidades debido a que en el programa, uno tiene que introducir un nivel de intensidad como umbral para saber que fase si es valida, el nivel de

intensidad que se le dio en el momento de ejecutar el programa fue de 20 en escala de grises (0-255), debido a valores mayores de 20 fuera de la región conecta tomados como valores validos, afectaron los resultados obtenidos con los momentos geométricos como el centro de la elipse y los radios de la elipse.

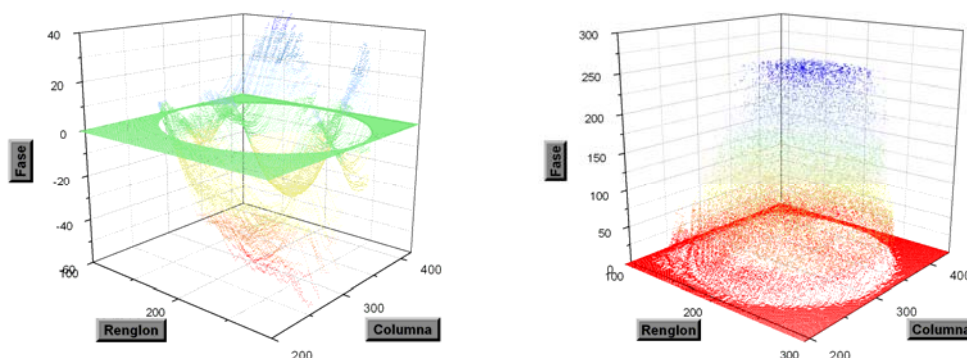


Fig. 5.44 a) Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.4, b) Mapa de fase 2-D método de la sección 4.4 usando momentos geométricos.

La Fig. 5.45 muestra una combinación del método de la sección 4.6 y los momentos geométricos, como se observa los resultados son muy buenos ya que para detectar el mapa de fase valido se usan los momentos geométricos y para desenvolver la fase se usa el método robusto de la sección 4.6.

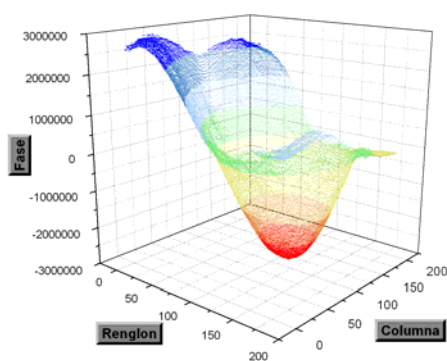


Fig. 5.45 Mapa de fase 2-D, método de la sección 4.6 utilizando los momentos geométricos.

5.7. Comparación entre la sagita teórica y la experimental.

Para obtener la sagita teórica de una superficie esférica se usa la ec. 5.2, para obtener la sagita experimental se usa la ec. 5.3,

$$z_{teorica} = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - c^2\rho^2}} \quad (5.2)$$

donde

$$c = \frac{1}{RC}, \quad \rho^2 = x^2 + y^2$$

$$z_{experimental} = 2w(x, y) \quad (5.3)$$

donde $w(x,y)$ es el frente de onda de la superficie.

La sagita teórica para el espejo de $RC= 15\text{cm}$ y $D=15\text{cm}$ se ilustra en la Fig. 5.46 a), y la sagita experimental se ilustra en la Fig 5.46 b).

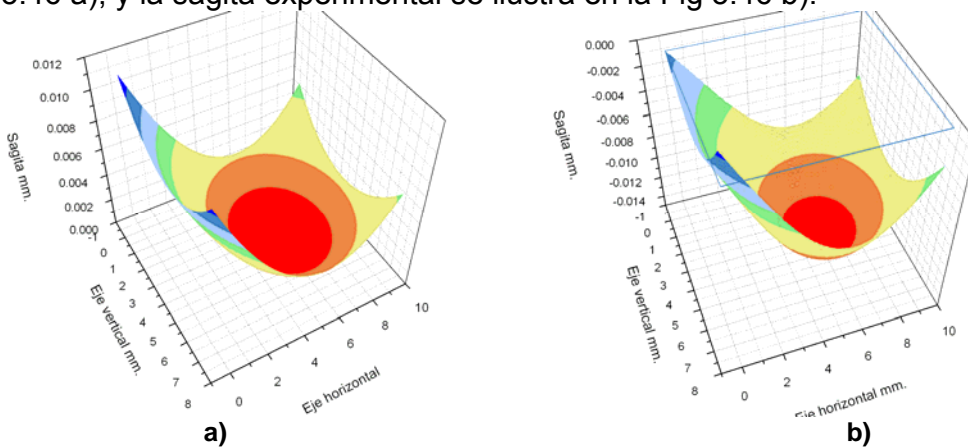


Fig. 5.46 a) Sagita teórica, b) Sagita experimental

Ambas figuras aparentemente son iguales, para saber que tanto se aleja la sagita obtenida experimentalmente de la obtenida teóricamente hacemos la diferencia de ambas sagitas e idealmente deberíamos obtener un plano, en la Fig. 5.47 se ilustra la diferencia obtenida entre ambas sagitas, como se observa aunque parecen casi idénticas las sagitas, en realidad no lo son. Esta comparación entre sagitas solo se realizó para una prueba y queda pendiente como trabajo futuro, realizar más y mejores análisis.

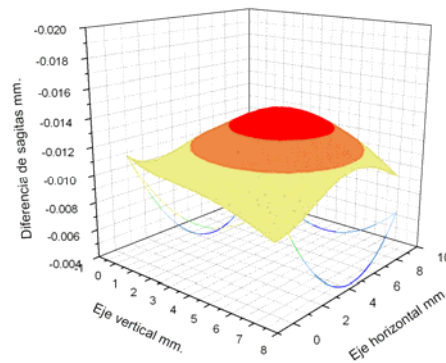


Fig. 5.47 Diferencia entre la sagita teórica y la sagita experimental.

5.8. Conclusión

En este capítulo se ilustraron los elementos utilizados para armar el interferómetro Twyman-Green. Se mostraron imágenes del interferómetro. Se explicó como se hizo la calibración del piezoeléctrico y como se hizo la calibración del desplazamiento de fase.

Se muestran los resultados obtenidos al probar un espejo plano y tres cóncavos, a cada uno se le tomaron dos series de interferogramas, una de mapa de campo completo y la segunda en donde la fase se encuentra dentro de una región conectada simple. La fase de cada serie de interferogramas fue desentrelazada con los métodos explicados en el capítulo 4.

Capítulo 6

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Se ha implementado un interferómetro tipo Twyman-Green que nos permite obtener la fase del frente de onda de superficies planas y curvas, falta por obtener el error total, la precisión y la repetibilidad del arreglo experimental, pero se considera que este interferómetro supera al Zygo, que se encuentra en el taller de óptica, porque tiene la ventaja de obtener la fase de manera automática sin la necesidad de emplear software externo, además de que la obtención de la fase es de forma dinámica ya que se toma una serie de cinco interferogramas.

Con el interferómetro Zygo solo se puede tomar un interferograma, lo que nos limita a tener que recurrir a un método estático para obtener el frente de onda, el método viene en el programa Apex de Lambda Research, en dicho programa se tiene que encontrar el centro de las franjas de un interferograma el cual tenga pocas franjas, buena visibilidad y este libre de ruido para poder hacer un análisis óptimo, lo cual es una gran limitante a la hora de desenvolver una gran variedad de superficies.

Se ha realizado la calibración del piezoeléctrico, con el método de Hariharan se obtiene el desplazamiento de fase entre los cinco interferogramas.

Se ha realizado un programa en Visual C++ en el cual se han implementado varias técnicas de desenvolvimiento de fase entre las que se incluyen:

1. Método de Tomas Kreis explicado en la sección 4.2.1 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2.
2. Método de Tomas Kreis explicado en la sección 4.2.2, siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.2.
3. Método de Tomas Kreis explicado en la sección 4.3 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 a).
4. Método de Tomas Kreis explicado en la sección 4.3 siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b).
5. Método explicado en la sección 4.4, siguiendo la trayectoria de la Fig. 4.3 b).
6. Método Robusto explicado en la sección 4.6.
7. Método explicado en la sección 4.4, en donde uno puede decidir el centro de una circunferencia y un radio antes de realizar el análisis, utilizando el algoritmo explicado en la sección 4.5.
8. Método explicado en la sección 4.4, utilizando los momentos geométricos explicados en la sección 4.7.
9. Método explicado en la sección 4.6, utilizando los momentos geométricos.

Los primeros seis métodos antes mencionados se utilizan al desenvolver mapas de fase de campo completo, los últimos tres métodos se utilizan en el desenvolvimiento de mapas de fase dentro de una región conecta simple.

El método No. 1 es en una dimensión y no de resultados buenos. El método No. 2 también es en una dimensión y los resultados que se obtienen son buenos en una sola dimensión. El método No. 3 es el mejor de estos ya que es en dos dimensiones y aunque la ec. 4.2 es utilizada en tres métodos, la trayectoria que se sigue en el desenvolvimiento de la fase es diferente. El

método No. 4 es en dos dimensiones, también usa la ec. 4.2 pero la trayectoria que se sigue a la hora de hacer el desenvolvimiento de la fase es diferente por lo que los resultados obtenidos no son tan óptimos como con la otra trayectoria. El método No. 5 usa es mas sensible a ruido presente en las imágenes, los resultados obtenidos con este método son de la misma calidad que con el método No. 4. De estos métodos el que da mejores resultados al desenvolver un mapa de fase de campo completo es el método No. 6, este método puede desenvolver mapas de fase con demasiadas franjas con poca visibilidad e incluso con ruido, la desventaja de este método es el tiempo de cómputo necesario para realizar el desenvolvimiento. Este tiempo de computo depende del tipo de procesador y memoria RAM de la computadora utilizada para hacer el análisis, el numero de operaciones necesarias para el análisis de este método es $32 \cdot M^2 N^2$.

Los métodos No. 7 y No. 8 usan la misma ec. para desenvolver la fase, la diferencia entre estos es que el No. 7 usa el algoritmo de la sección 4.5 y el No.8 usa los momentos geométricos, al igual que en el método No. 5 estos métodos son sensibles al ruido, a la visibilidad y al numero de franjas. El método No. 9 Es el que da mejores resultados ya que usa el método robusto de la sección 4.6 y los momentos geométricos de la sección 4.7 los cuales sirven para detectar las regiones de mapa de fase valida y así disminuir el tiempo de computo necesitado en el desenvolvimiento.

Se trato de hacer una comparación de los interferogramas desenvueltos con el programa Apex, pero se encontró con la limitante de que nuestros interferogramas algunos tienen demasiadas franjas, ruido y en ocasiones poca visibilidad, el programa Apex no podía encontrar el centro de las franjas y por lo mismo daba resultados erróneos.

Como trabajo futuro se pretende desarrollar otros métodos robustos y hacer la comparación entre estos. También se pretende mejorar el arreglo experimental, hacer un arreglo experimental y practico con su correspondiente resolución que iguale o supere el Zygo comercial disponible. Incluir todos los programas y hacer uno solo que sea amigable con el usuario en donde el usuario pueda desde controlar el piezoeléctrico, escoger el método para obtener la fase, obtener las los interferogramas, escoger el método para desenvolver la fase, hacer un ajuste de los polinomios de Zernike y hacer el graficado directo. Con estas mejoras que se pretenden realizar no nos queda la menor duda de que si se logran nuestros objetivos se superaría por mucho al programa Apex.

A su vez también pretendemos seguir perfeccionándonos y aprendiendo día a día tanto en el ámbito profesional como personal.

REFERENCIAS

1. Max Born and Emil Wolf, *Principles of optics*, Ch. 7, 7th edition, Cambridge.
2. Hecht, *Óptica*, Ch. 2, 5, 9, Tercera edición, Addison Wesley.
3. M. V. R. K., in *Optical Shop Testing* Ch. 1, *“Newton, Fizeau, and Haidinger Interferometers”*, Ed. Daniel Malacara, Wiley&Sons, USA 1992.
4. R. J. Kennedy, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 12 (1926), 621.
5. Paul F. Forman, Zygo Corporation, *“The Zygo interferometer System”*, *Proc. of SPIE*, Vol. 0192, Interferometry, ed. George W. Hopkins (Aug 1979).
6. J. E. Greivenkamp and H. Bruning, in *Optical Shop Testing* Ch. 14, *“Phase shifting interferometry”*, Ed. Daniel Malacara, Wiley&Sons, USA 1992.
7. Yeou-Yen and James C. Wyant, *“Phase shifter calibration in phase shifting interferometry”*, *Applied Optics*, Vol. 24, No. 18, 15 September 1985.
8. J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, and D. J. Brangaccio, *“Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses”*, *Applied Optics*, Vol. 13, No. 11, November 1974.
9. J. Sánchez-Paredes, J. Castro-Ramos and S. Vázquez-Montiel, *A comparison between 2D phase unwrapping techniques*, *Proc. of SPIE* Vol. 6292 62921K
10. Kreis T., *“Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method”* *J. Opt. Soc. Am. A*, 3, 847-855 (1986).
11. Daniel Malacara, Manuel Servin, *“Interferogram analysis for optical testing”*, Marcell Decker, USA, 1998.

12. Giglia and Romero, "Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods" Vol. 11, No.1, , J. Opt. Soc. Am. A., 1994.
13. R. Mukundan, K. R. Ramakrishnan, "Moment functions in image analysis Theory and Applications"
14. Fried D. L. "Least squares fitting a wavefront distortion estimate to an array of phase difference measurements" Vol. 67, J. Opt. Soc. Am. A. 1977.
15. Hunt B. R., "Matrix formulation of the reconstruction of phase values from phase differences", Vol. 69, pp. 393, J. Opt. Soc. Am.A, 1979.
16. Noll R. J., "Phase Estimates from slope type wave front sensors", Vol. 68, pp. 139, J. Opt. Soc. Am. A., 1978.
17. Kreis T., "Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method" J. Opt. Soc. Am. A, 3, 847-855 (1986).
18. P. Hariharan, B. F. Oreb and T. Eiju, "Digital Phase shifting interferometry, a simple error compensating phase calculation", Appl. Opt. 26, 2504, 1987.
19. Carré, P. "Installation et utilisation du comparateur photoelectrique et interferencial du bureau international des poids de mesures", Metrologia, 2, 13, 1966.
20. Kazuyoshi Itoh. "Analysis of the phase unwrapping algorithm" *Applied Optics*, Vol.21, Issue 14, pp.2470, 1982.

APÉNDICE A: DIAGRAMA A BLOQUES

