



INAOE

**Estructuras Recursivas
Fundamentales para
Conversión de Razón de
Muestreo de Factor Entero**

por

Fernando Javier Trejo Torres

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA
ESPECIALIDAD DE ELECTRÓNICA**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y
Electrónica**

Agosto 2007

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dra. Gordana Jovanovic Dolecek, INAOE

©INAOE 2007

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias en su totalidad o en
partes de esta tesis



Resumen

En esta tesis se estudian los sistemas de radio reconfigurables (software radio) en base a sus requerimientos y funcionamiento. Se analizan diversas técnicas de diseño de filtros decimadores eficientes para factor entero propuestas por diferentes autores, aplicables a software radio. Se propone una nueva estructura para decimación basada en la conexión en cascada de prefiltro coseno, filtro CIC y un novedoso filtro compensador simétrico de segundo orden. Esta estructura mejora considerablemente el desempeño en la banda de paso y exhibe buenas características en la banda de rechazo, a través de un mínimo incremento en hardware. Adicionalmente, se presentan resultados comparativos entre los filtros decimadores propuestos y los filtros decimadores reportados. La descripción de los algoritmos de los filtros decimadores propuestos programados en MATLAB se muestra en Apéndice A. En Apéndice B se presenta la lista de publicaciones resultantes de esta tesis. El código en MATLAB de las estructuras propuestas se anexa en un disco compacto al final de la tesis.

Abstract

In this thesis, we study software radio systems, its requirements and functioning. We analyze several design techniques for efficient decimation filters with integer factor proposed by different authors, with applications in software radio. We propose a new decimation structure based on a cascade of cosine prefilter, CIC filter and novel second order symmetric FIR compensation filter. This structure shows an improvement in passband frequency and exhibits good frequency characteristics in stopband, through a minimum increase in hardware. Additionally, we present comparative results between proposed decimation filter and reported decimation filters. The description of MATLAB files for proposed algorithms is included in Appendix A. In Appendix B the list of publications resulting from this thesis is presented. MATLAB files of proposed decimation structure are attached in a compact disc located at the end of the thesis.

Agradecimientos

Agradezco ampliamente a las siguientes personas e instituciones que me brindaron el apoyo necesario para la realización de este trabajo de tesis:

A la Dra. Gordana Jovanovic Dolecek por su apoyo, asesoría y consejos para poder culminar este trabajo.

A mis sinodales, Dr. Alfonso Fernández Vázquez, Dr. Roberto Rosas Romero y Dr. Juan Manuel Ramírez Cortés, por sus comentarios y correcciones en este trabajo de tesis.

Al Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (INAOE) por brindarme los estudios de maestría, el uso de sus instalaciones y la ayuda económica otorgada para la compra de libros y para la beca de cursos propedéuticos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que me brindó durante todo el transcurso de mis estudios de maestría.

A mis padres:

Eustoquio Trejo Domínguez

y

Leonor Edith Torres González

Índice General

Resumen	pp
	i
Abstract	iii
Agradecimientos	v
Índice	ix
Prefacio	xiii
Capítulo 1	
<hr/>	
Introducción	
1.1 Software Radio	1
1.1.1 Introducción	1
1.1.2 ¿Qué es Software Radio?	2
1.1.3 Beneficios Exhibidos en un Sistema de Software Radio	4
1.1.4 Estructura y Funcionamiento de un Sistema de Software Radio	6
1.1.5 Conversión de Razón de Muestreo (SRC) en un Sistema de Software Radio	11

1.2	Fundamentos de Procesamiento de Señales Digitales	
	Multirazón	12
1.2.1	Decimación	12
1.2.2	Interpolación	17
1.2.3	Representaciones Polifásicas para Decimación e Interpolación	21

Capítulo 2

Técnicas de Diseño de Estructuras Multirazón para Decimación

2.1	Estructuras Multietapa para Decimación	25
2.2	Filtro Integrador-Diferenciador en Cascada (CIC)	26
2.3	Decimador Multietapa CIC-SINC Rotado (RS) Modificado	30
2.3.1	Filtro CIC Multietapa	31
2.3.2	Filtro RS Modificado	34
2.3.3	Estructura Eficiente	41
2.4	Filtro Decimador CIC-Coseno Modificado	43
2.4.1	Prefiltro Coseno	43
2.4.2	Filtro CIC-Coseno Modificado	45
2.4.3	Estructura Eficiente	50
2.5	Diseño de Filtros de Compensación	51
2.5.1	Técnica de Afilado (Sharpening)	51
2.5.2	Polinomios Interpolados de Segundo Orden (ISOP's) para Diseño de Filtros Decimadores	55
2.5.3	Compensador de Segundo Orden de Filtrado CIC	58

2.5.4	Filtro FIR Compensador para un Convertidor Analógico Digital (A/D) Sigma Delta ($\Sigma\Delta$)	62
2.5.5	Filtro Compensador de Filtrado CIC en Receptor de Frecuencia Intermedia (IF) Digital para W-CDMA	67

Capítulo 3

Propuesta para Decimación Basada en Estructura Multietapa Eficiente

3.1	Representación Eficiente de Coeficientes de Filtro FIR con Mínimo Número de Potencias de Dos	71
3.2	Filtro Compensador Propuesto para Filtrado CIC	74
3.2.1	Diseño de Filtro Compensador	74
3.3	Estructura Propuesta para Decimación Basada en Filtrado CIC-Coseno Multietapa Compensado	81
3.3.1	Selección de Parámetros de Diseño	86

Capítulo 4

Comparaciones de Técnicas de Diseño para Filtros Compensadores

4.1	Estructuras CIC Afilado (Sharpening) y CIC-Compensador Propuesto	95
4.2	Estructuras CIC-ISOP y CIC-Compensador Propuesto	97

4.3	Estructuras CIC Compensado y CIC-Compensador Propuesto	98
4.4	Estructuras CIC-Compensador FIR y CIC-Compensador Propuesto	100
4.5	Estructuras CIC-Compensador de Roll-Off y CIC-Compensador Propuesto	101

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo Futuro

5.1	Conclusiones	105
5.2	Trabajo Futuro	108

Apéndice A

Programas y Funciones en MATLAB para Diseño de Filtros Compensados Decimadores Propuestos	109
--	------------

Apéndice B

Artículos Publicados	117
Índice de Figuras	133
Índice de Tablas	139
Referencias	143

Prefacio

En un sistema de radio reconfigurable por software (software radio), el diseño de un filtro decimador eficiente es importante debido a que la razón de muestreo a la entrada del filtro es muy alta, y sus anchos en las bandas de paso y transición son muy agostos. Para este fin, se requieren filtros digitales multirazón que eviten el uso de multiplicadores y sean atractivos en la implementación. Un ejemplo de una estructura popular para el diseño de filtros decimadores eficientes con aplicaciones en radios reconfigurables es el filtro integrador-diferenciador en cascada (CIC). Este filtro posee una estructura simple libre de multiplicadores y almacenamiento limitado convirtiéndolo en un filtro digital económico para su uso en la primera etapa de decimación. Sin embargo, la respuesta en magnitud de esta estructura presenta alta caída en la banda de paso de interés y reducida atenuación en la banda de rechazo.

El objetivo de esta tesis es investigar filtros decimadores eficientes que presenten características aplicables en software radio y desarrollar una nueva técnica de diseño basada en filtros decimadores libres de multiplicadores para la compensación de la caída en la banda de paso del filtro CIC.

Para alcanzar este objetivo, primero se estudia el funcionamiento y los requerimientos de los sistemas de radio reconfigurables encontrados en la literatura. Esto es presentado en el Capítulo 1. En el Capítulo 2 se procede a investigar diversas técnicas eficientes de diseño reportadas para filtros digitales decimadores.

Basándose en los resultados descritos en los Capítulos 1 y 2, se proponen filtros decimadores eficientes para la compensación de caída en la banda de paso presente en los filtros CIC y CIC-coseno modificado. Las técnicas propuestas, las cuales son programadas en MATLAB, se presentan en el Capítulo 3.

Finalmente, en el Capítulo 4, las estructuras de compensación basadas en: afilado (sharpening) de Kaiser 1970, polinomio interpolado de segundo orden (ISOP) de Chan 1999, algoritmo de búsqueda aleatoria de Yeung 2004, filtro FIR simétrico de Ren 2005 y reducción de caída (roll-off) de filtro CIC de Kim 2006 son comparadas con el filtro de compensación propuesto.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se da una breve explicación de los conceptos relacionados a software radio la cual abarca su definición, funcionamiento y ventajas presentes en el sistema de radio reconfigurable. También se expone el motivo de la necesidad de estructuras multirazón en el contexto de software radio. Finalmente, se presentan los fundamentos matemáticos para el procesamiento digital de señales multirazón y sus respectivas estructuras eficientes.

1.1 Software Radio

1.1.1 Introducción

Desde los inicios de 1980 un crecimiento exponencial en los sistemas móviles celulares ha sido observado, el cual ha producido, en todo el mundo, la definición de una gran cantidad de estándares analógicos y digitales, donde se demanda bajo costo, baja potencia y dispositivos convergentes [1]. Esta tendencia estimula el desarrollo de receptores en un solo chip capaces de adaptarse a diferentes estándares de comunicación en modernos servicios inalámbricos, los cuales tienen las premisas de movilidad sin límite, en cualquier momento y en cualquier lugar.

La eficacia de las arquitecturas de radio tradicional está en función de hardware principalmente, con un mínimo uso de reconfiguración en banda base vía

software. El hardware está compuesto de amplificadores, filtros, mezcladores y osciladores. Debido a que el hardware representa la mayor parte del sistema, el hecho de actualizar un radio convencional implica deshacerse del viejo diseño y empezar uno nuevo. Para superar estos problemas en el diseño de sistemas de radio convencionales, el concepto de software radio ha surgido.

Debido al éxito y difusión de los sistemas de comunicación móvil, la idea de software radio está fuertemente relacionada a terminales móviles y estaciones base de sistemas de comunicación móvil. Así, sobre este revolucionario paradigma dispositivos de comunicaciones inalámbricas multimodo tienen que ser diseñados, los cuales son capaces de implementar las diferentes funcionalidades de capa física en una plataforma de hardware reconfigurable al ejecutar simplemente el software correspondiente. Por lo tanto, un hardware fijo común se debería preferir para permitir una reconfiguración de la terminal a través de software [2].

El objetivo es tener una terminal que tenga capacidades multipersonales. Cualquier combinación de banda de radiofrecuencia (RF), interfaz aérea, protocolo, codificación, y funciones relacionadas deben realizarse en una plataforma de hardware programable por software. Por lo tanto, la plataforma de hardware es un componente clave para tal fin.

El reto para la creación de sistemas de software radio radica en el amplio alcance de conocimiento necesario para su diseño, incluyendo algoritmos de procesamiento de señales digitales, circuitos de RF, metodologías de software y circuitos digitales.

1.1.2 ¿Qué es Software Radio?

El término software radio fue acuñado por Joe Mitola en 1991 para referirse a la clase de radios reprogramables y reconfigurables, es decir, la misma pieza de

hardware puede desempeñar diferentes funciones en diferentes tiempos. Una definición rigurosa y exacta para el concepto de software radio aún no existe, aunque la necesidad para clarificar que se entiende por software radio ha sido expuesta por muchos autores [3-14]:

- Arquitectura flexible de transmisión y recepción, controlada y programada por software.
- Procesamiento de señal capaz de reemplazar, tanto como sea posible, las funcionalidades del radio.
- “Capacidad de transferencia directa de la interfaz aérea”: equipo de radio dinámicamente reconfigurable por software capaz de ser descargado en cada nivel del protocolo.
- Realización de software de terminales “modo/estándar múltiple”.
- Transreceptor donde lo siguiente puede definirse vía software:
 - ❖ Banda de frecuencia y ancho de banda del canal del radio.
 - ❖ Modulación y esquema de codificación.
 - ❖ Recursos del radio y administración de movilidad de de los protocolos.
 - ❖ Aplicaciones del usuario.

Estos parámetros pueden ser adaptados y cambiados por el operador de la red, el proveedor de servicio, o el usuario final. Por lo tanto, la siguiente definición podría ser utilizada: “*Software radio es una tecnología emergente pensada para construir sistemas de radio flexibles, de múltiple servicio, para múltiples estándares, de banda múltiple, reconfigurables y reprogramables por software*” [1].

La idea de un radio por medio de software surgió por el rápido desarrollo del procesamiento digital de señales, y específicamente por las tecnologías de semiconductores disponibles. Esta idea se basa en:

- Receptor. La señal de RF es digitalizada cerca de la antena y es introducida a un procesador digital de señales programable por software. El procesador realiza el procesamiento restante.
- Transmisor. La señal a transmitir es generada en el procesador de señales y construida por el convertidor digital análogo antes de pasar por la antena o por el amplificador de potencia.

La concepción de software radio implica la capacidad de cambiar la interfaz aérea al descargar el software respectivo. Debido a que los componentes analógicos son difíciles de parametrizar, estas tareas han tenido que ser trasladadas al dominio digital, y así poder ser realizadas de forma independiente. En tales receptores reconfigurables la tarea de conversión de razón de muestreo (SRC) es esencial y tiene que ser realizada de una forma adaptable [2].

1.1.3 Beneficios Exhibidos en un Sistema de Software Radio

Software radio representa un cambio considerable en el paradigma de diseño de radios en el cual una gran porción de la funcionalidad es implementada mediante dispositivos programables de procesamiento de señales [15]. El surgimiento de software radio se debe a las numerosas ventajas que presenta:

- Facilidad de diseño. El diseño de radios tradicionales requiere de años de experiencia así como un amplio conocimiento por parte del diseñador para entender la interacción entre los diferentes componentes que conforman al sistema. El tiempo necesario para desarrollar un producto comercial es un factor clave en el diseño de ingeniería moderna. La implementación de sistemas de software radio reduce los ciclos de diseño para nuevos productos, liberando al ingeniero de muchos de los problemas asociados al diseño de hardware analógico. Es posible diseñar diferentes productos de radio utilizando una interfaz de RF con

la frecuencia y ancho de banda deseados en conjunto con los diferentes tipos de software para el procesamiento de señales.

- Sencillez en la fabricación. Dos componentes analógicos idénticos no exhiben de forma exacta el mismo desempeño, necesitando para ello rigurosos controles de calidad y pruebas durante el proceso de fabricación. Sin embargo, dos procesadores digitales a los cuales se les proporcionan la misma señal de entrada y ejecutan el mismo software, producirán señales de salida idénticas. De aquí que, la utilización de hardware digital reduce los costos asociados a los procesos de fabricación y pruebas de radios.
- Operación de modo múltiple. El gran crecimiento de las comunicaciones inalámbricas ha permitido la proliferación de diferentes estándares de transmisión, siendo deseable la funcionalidad de un radio para más de un estándar. Sin embargo, un sistema de software radio puede cambiar sus modos de operación al cargar el software apropiado dentro de la memoria.
- Uso de técnicas avanzadas de procesamiento digital de señales. La disponibilidad de procesamiento de señales a alta velocidad en el sistema de radio permite la implementación de nuevas estructuras de receptores y novedosas técnicas de procesado de señales.
- Pocos componentes discretos. En un procesador de señales de alta velocidad es posible implementar diversas funciones de radios tradicionales tales como sincronización, demodulación, detección de error, disminuyendo la cantidad de componentes requeridos así como reduciendo el tamaño y costo del radio.
- Flexibilidad para incorporar funcionalidad adicional. Los sistemas de software radio pueden ser modificados para corregir problemas imprevistos o actualizar el radio. Otra mejora importante es la capacidad de autodiagnóstico de las operaciones del radio, lo cual representa mejor confiabilidad con menor intervención humana.

1.1.4 Estructura y Funcionamiento de un Sistema de Software Radio

En contraste a la mayoría de los sistemas de comunicaciones inalámbricas los cuales emplean procesamiento digital de señales solamente en banda base, los sistemas de software radio usualmente empiezan con el procesamiento digital de señales en la banda de frecuencia intermedia (IF). Al utilizar procesadores digitales de señales programables en IF y en banda base, los sistemas de software radio llegan a ser flexibles y pueden lograr soportar comunicaciones multibanda y multiestándar [15].

En software radio, un filtro del sistema selecciona un ancho de banda cubriendo todos los servicios que software radio debe proporcionar. Dentro de este ancho de banda, se encuentran señales de diferentes interfaces aéreas (estándares) posiblemente utilizadas por diferentes operadores. Esto se muestra en la Figura 1.1, donde se tienen tres diferentes servicios.

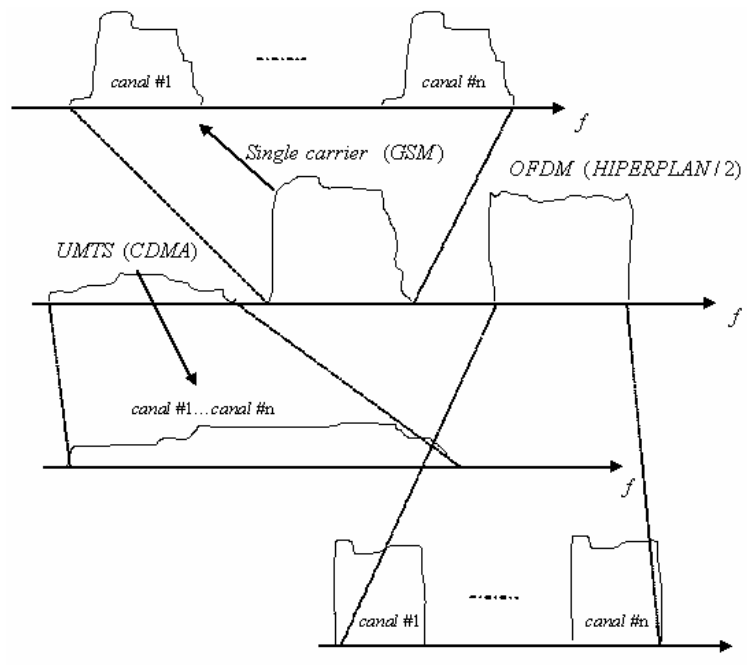


Figura 1.1. Servicios soportados por software radio [16].

Estos servicios son el sistema global para comunicaciones móviles (GSM) como un sistema típico de portadora simple basado en acceso múltiple por división en frecuencia (FDMA), el sistema de telecomunicaciones móviles universal (UMTS) como un representante de un sistema de espectro disperso e HIPERLAND/2 como un sistema de múltiples portadoras basado en multiplexación por división de frecuencias ortogonales (OFDM).

El ancho de banda de cada servicio es dividido de nuevo en diferentes canales, en el caso de FDMA o transmisión de múltiples portadoras, o totalmente ocupado por cada canal del servicio, en el caso de sistemas de espectro disperso. Debido a las características típicas de las señales de comunicaciones móviles, los niveles de potencia de diferentes canales divididos en frecuencia en una interfaz aérea particular pueden variar considerablemente. Por lo tanto, las señales de comunicaciones móviles que poseen diferentes canales o servicios múltiples pueden tener un rango dinámico muy alto. Esto aunado con el amplio ancho de banda que una terminal de software radio tiene que soportar, hace imposible recibir y procesar (especialmente la conversión analógica digital) todo el ancho de banda del servicio de software radio al mismo tiempo. En receptores de software radio realizables, el ancho de banda de la señal se debe reducir. El desarrollo de un sistema de software radio implica, sobre todo, el logro de dos objetivos principales [1]:

- Mover lo más cerca posible, en el transmisor y receptor, la conversión digital analógica y analógica digital de banda ancha, respectivamente hacia la antena.
- Reemplazar los circuitos integrados de aplicación específica (ASICs) de hardware dedicado por procesadores de señales digitales (DSPs) o arreglos de compuertas programables (FPGAs) para el procesamiento de señales en IF y en banda base y así, poder definir las funcionalidades del radio a través de software tanto como sea posible.

En realidad, los transmisores y receptores empleados en sistemas de radio móviles están basados en el esquema tradicional súper heterodino (Figura 1.2), donde las etapas de RF e IF son analógicas, mientras que el componente digital está presente solamente en la etapa de banda base (BB), usualmente construido con tecnología ASIC.

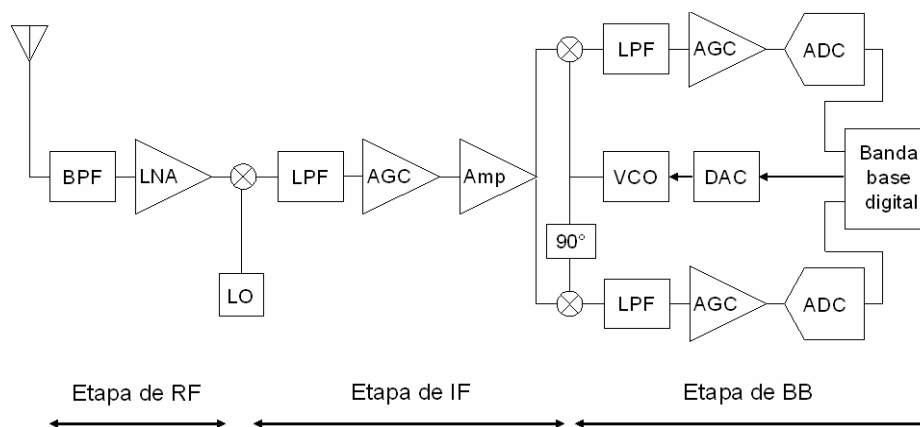


Figura 1.2. Receptor súper heterodino tradicional [1].

Por el contrario, el esquema ideal de un transreceptor de software radio tiene una etapa analógica muy reducida: los únicos componentes analógicos son la antena, el filtro pasabanda (BPF), y el amplificador de bajo ruido (LNA) como se muestra en la Figura 1.3. La conversión analógica digital es realizada en RF para convertir digitalmente la señal en un ambiente completamente reprogramable [1].

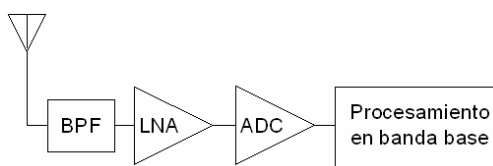


Figura 1.3. Receptor ideal de software radio [1].

El receptor de software radio que se ilustra en la Figura 1.3 se define como ideal debido a que se tienen diversos asuntos que lo hacen, al menos por el momento, imposible de realizar con la tecnología disponible hoy en día. En primer lugar, no es

razonable utilizar una sola etapa de RF para un sistema de banda múltiple debido a que no es posible llevar a cabo la fabricación de antenas y amplificadores de bajo ruido (LNAs) en un intervalo de ancho de banda que va de los cientos de Mega Hertz a unidades o decenas de Giga Hertz. Otro obstáculo se debe a la conversión de datos en RF que presenta extremas restricciones en el convertidor de datos, el cual necesitaría:

- Alta razón de muestreo para soportar los amplios anchos de banda de la señal.
- Gran número de bits de cuantización para poseer un rango dinámico muy amplio.
- Ancho de banda de operación de varios GHz para permitir la conversión de una señal sobre un amplio rango de frecuencia variable.
- Habilidad para satisfacer todos los requerimientos previos sin consumir una cantidad excesiva de potencia y teniendo un precio razonable.

La solución más viable, por el momento, se conoce como transreceptor de radio digital cuya sección del receptor se muestra en la Figura 1.4. Su estructura es similar a la del transreceptor de banda ancha, con la etapa de RF analógica y la parte digital extendiéndose hacia la etapa de IF [1].

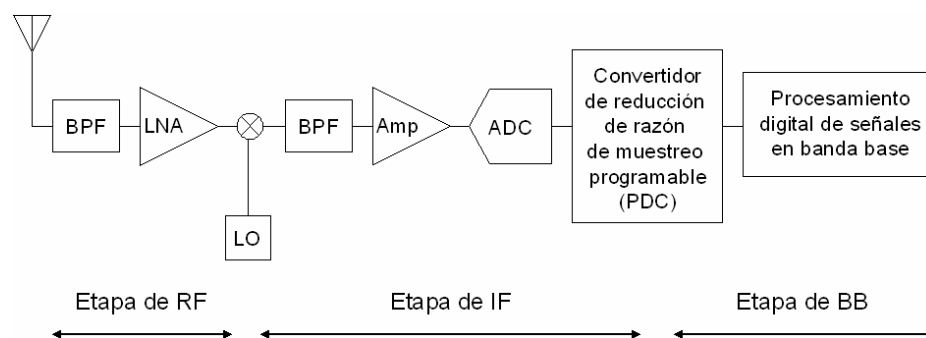


Figura 1.4. Radio receptor digital [1].

El convertidor analógico digital (A/D) muestrea todo el espectro asignado al sistema, mientras que el convertidor de reducción de razón de muestreo programable (PDC) proporciona las siguientes operaciones:

- Reducción de razón de muestreo: conversión digital de IF a banda base, utilizando una tabla de búsqueda que contiene las muestras de la portadora sinusoidal. La tabla de búsqueda reemplaza al oscilador utilizado en el reductor analógico de frecuencia.
- Canalización: selección de la portadora y del canal a los cuales se les aplicará filtrado digital. En los receptores analógicos convencionales esta operación es llevada a cabo mediante filtros analógicos, con requerimientos muy exigentes, antes de realizarse la conversión a banda base.
- Adaptación de razón de muestreo: reducción de muestreo de la salida de la señal del filtro de canalización para ajustar la razón de muestreo al ancho de banda del canal seleccionado.

El desarrollo de un transreceptor de radio digital presenta bastantes dificultades en las etapas de IF y banda base. Para la etapa de IF, así como para RF, diversos retos tecnológicos están relacionados con el desempeño de los convertidores A/D y D/A, debido a que es necesario un compromiso entre la razón de muestreo y la resolución: de hecho, cuanto más alta es la razón de muestreo, más baja es la resolución (el número de bits de un convertidor A/D representa las muestras). Las tecnologías de hoy en día, por ejemplo, permiten alcanzar razones de muestreo de 1G muestra/s con una resolución de 6 a 8 bits, 100 M muestras/s con 10 bits y 150 K muestras/s con 16 bits [6-7]. Los procesadores digitales de señales utilizados en el procesamiento en banda base tienen que hacerle frente a restricciones precisas, particularmente exigentes si se consideran desde el punto de vista de una terminal móvil:

- Complejidad limitada del circuito.
- Bajo costo.
- Bajo consumo de potencia.
- Dimensiones reducidas del transreceptor.

1.1.5 Conversión de Razón de Muestreo (SRC) en un Sistema de Software Radio

La razón de muestreo es un asunto de interés que es vital para la reconstrucción de la señal analógica a partir de sus muestras. Siempre y cuando el teorema de muestreo se obedezca, la razón de muestreo actual puede variarse para satisfacer los requerimientos de otros sistemas. Por consiguiente, es posible que dos señales digitales que posean diferentes razones de muestreo representen la misma señal en tiempo continuo [16].

En las terminales de un sistema de software radio, el problema de la conversión de razón de muestreo (SRC) surge si la razón de muestreo del convertidor A/D es diferente de la razón de bit (la razón de muestreo a la cual se desea trabajar) de la interfaz aérea cuyas señales son procesadas. Este es un inconveniente porque el procesamiento en banda base es usualmente realizado a la razón de muestreo a la cual se desea trabajar y no a una razón de muestreo arbitraria.

Debido a que una terminal de software radio debe soportar diferentes interfaces aéreas, una gran variedad de estándares de comunicaciones móviles con diferentes razones de muestreo objetivo deben funcionar en tal sistema. En principio, esto se puede realizar al ajustar el reloj del convertidor A/D a una razón de muestreo específica para la interfaz aérea actual, lo cual significa que un oscilador sintonizable de alta calidad debe ser diseñado para la terminal. Ya que el uso de componentes analógicos complejos se debe evitar, una razón de muestreo sintonizable para un convertidor A/D no es la mejor opción. Alternativamente, una señal digital con una razón de muestreo a la cual se desea trabajar se puede obtener directamente de la primera señal digital obtenida del convertidor A/D. De esta forma SRC es la solución [16].

Para aplicaciones de alta complejidad, es deseable alternar la razón de muestreo utilizada en diferentes etapas del sistema para reducir la complejidad de cómputo requerido y permitir el uso de estructuras de procesamiento digital de señales de bajo costo [15]. El procesamiento digital de señales que utiliza razones de muestreo variables se conoce como procesamiento multirazón de señales digitales.

1.2 Fundamentos de Procesamiento de Señales Digitales

Multirazón

El proceso de convertir la razón de muestreo de una señal en otra razón diferente se conoce como conversión de razón de muestreo (SRC) [17]. SRC es una de las operaciones principales en un sistema multirazón. Los sistemas que manejan diferentes razones de muestreo para realizar una operación se les llama Sistemas Multirazón. Una de las características importantes de los sistemas multirazón es su alta eficiencia computacional [18].

Las técnicas de filtrado multirazón son ampliamente utilizadas en sistemas de conversión de razón de muestreo y en diseño de filtros con razones de entrada y salida iguales para casos en los cuales el uso de métodos convencionales llega a ser costoso. Los sistemas multirazón tienen dos operaciones básicas: decimación e interpolación.

1.2.1 Decimación

La reducción de la razón de muestreo de una señal se conoce como decimación [19]. Esta se compone de dos etapas: filtro anti-traslape (anti-aliasing) y reductor de razón de muestreo (downsampler), como se muestra en la Figura 1.5. Decimación es una operación lineal y variante en el tiempo.

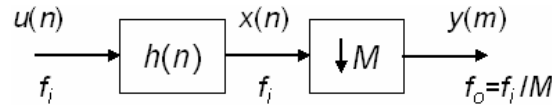


Figura 1.5. Decimación está compuesta de un filtro anti-traslape y la etapa de decremento de razón de muestreo M .

El símbolo cuadrado que se muestra en la Figura 1.5 con la flecha apuntando hacia abajo, se llama reductor de razón de muestreo. El reductor de razón de muestreo disminuye la frecuencia de muestreo de la señal de entrada, f_i , a través de un factor entero M , que se conoce como factor de decremento. Es decir, que el reductor de razón de muestreo solo permite que en la señal de salida se preserve únicamente cada M -ésima muestra de la señal de entrada, descartando el resto. La relación entre la señal de entrada $x(n)$ y la señal de salida $y(m)$ está dada por,

$$y(m) = x(mM). \quad (1.1)$$

El proceso de decremento de razón de muestreo se puede dividir en dos pasos [19]:

Primer paso. La señal de salida, $x'(n)$, se representa como la multiplicación de $x(n)$ con la función de muestreo discreto $c_M(n)$, donde M es el factor de reducción de la razón de muestreo

$$x'(n) = x(n)c_M(n), \quad (1.2)$$

donde

$$c_M(n) = \begin{cases} 1, & n = mM \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}; \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (1.3)$$

Debido a que la función de muestreo $c_M(n)$ es periódica con periodo M , se puede expresar mediante la serie discreta de Fourier

$$c_M(n) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} C(k) e^{j \frac{2\pi kn}{M}}, \quad (1.4)$$

donde $C(k)$ son coeficientes de Fourier de valores complejos, dados por

$$C(k) = \sum_{n=0}^{M-1} c_M(n) e^{-j2\pi kn} \quad (1.5)$$

Al sustituir (1.3) en (1.5) se tiene $C(k)=1$ para toda k . Por lo tanto,

$$c_M(n) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^{j2\pi kn} \quad (1.6)$$

Al aplicar la transformada de Fourier a $x(n)$ dada en (1.3) se obtiene

$$X'(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) c_M(n) e^{-j\omega n} \quad (1.7)$$

Sustituyendo (1.6) en (1.7) la expresión previa se convierte en

$$X'(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \left(\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^{j2\pi kn} \right) e^{-j\omega n} \quad (1.8)$$

Arreglando (1.8), para $X'(e^{j\omega})$ se produce

$$X'(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-jn \left(\omega - \frac{2\pi k}{M} \right)} \quad (1.9)$$

Finalmente, se obtiene

$$X'(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X \left(e^{j \left(\omega - \frac{2\pi k}{M} \right)} \right) \quad (1.10)$$

Partiendo de (1.10) se concluye que la amplitud de la señal se reduce a $1/M$ y las repeticiones del espectro de la señal de entrada se presentan en múltiplos de $2\pi/M$.

Segundo paso. Los ceros introducidos en el primer paso son eliminados, causando escalamiento en tiempo de factor $1/M$, es decir, $x'(mM)$ se asigna a $y(m)$. Con esto, se produce una multiplicación de M en la escala de frecuencia y así, la respuesta en frecuencia de $X'(e^{j\omega/M})$ llega a ser $Y(e^{j\omega})$. Al aplicar la transformada de Fourier a $x'(n)$ considerando $n=mM$ y $\omega=\omega/M$, se obtiene

$$X' \left(e^{j \frac{\omega}{M}} \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'(n) e^{-jn \frac{\omega}{M}} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x'(mM) e^{-jm\omega} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(m) e^{-jm\omega} = Y(e^{j\omega}) \quad (1.11)$$

Mediante los resultados previos se obtiene

$$Y(e^{jM\omega}) = X'(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X\left(e^{j\left(\omega - \frac{2\pi k}{M}\right)}\right). \quad (1.12)$$

Sustituyendo $e^{j\omega}$ por z en (1.12) se obtiene la transformada z de $y(m)$

$$Y(z^M) = X'(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X(zW_M^k), \quad (1.13)$$

donde

$$W_M^k = e^{\frac{-j2\pi k}{M}}, \quad k = 0, \dots, M-1. \quad (1.14)$$

En la Figura 1.6 se ilustran los pasos, en tiempo discreto, para llevar a cabo el decremento de razón de muestreo de una señal para $M=4$. El proceso de decremento de razón de muestreo en el dominio de la frecuencia para $M=4$ se muestra en la Figura 1.7.

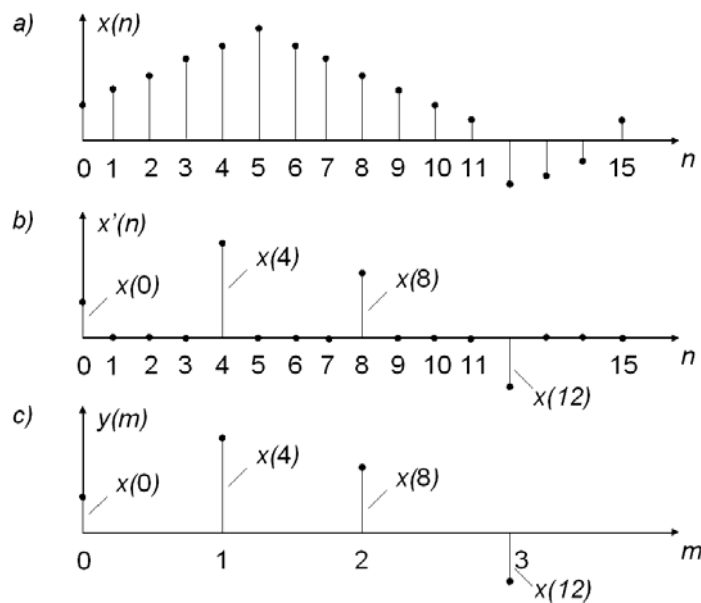


Figura 1.6. Pasos a seguir para el decremento de razón de muestreo de una señal discreta: a) señal discreta, b) primer paso, c) segundo paso [18].

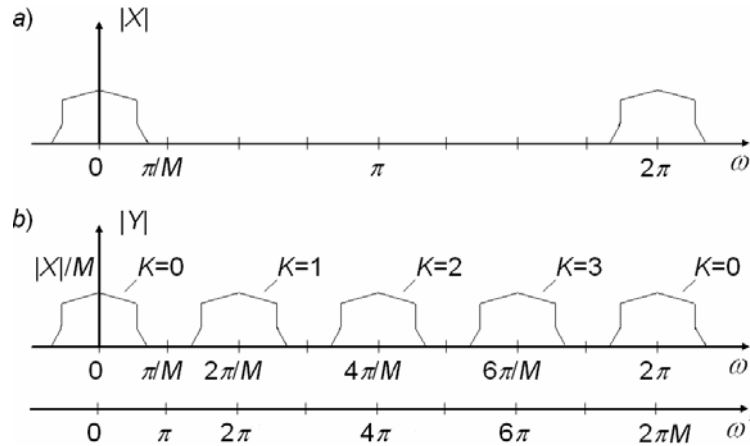


Figura 1.7. Proceso de decremento de razón de muestreo en el dominio de la frecuencia: a) espectro de la señal original, b) espectro de la señal con decremento de razón de muestreo [18].

Para evitar el efecto de traslape (aliasing), se utiliza un filtro pasabajas anti-traslape previo al reductor de razón de muestreo para suprimir las componentes de la señal en el intervalo $[\pi/M, \pi]$ y preservar la señal en el intervalo $[0, \omega_c/M]$ tanto como sea posible, donde ω_c representa la frecuencia más alta que se debe mantener [18]. Las especificaciones de diseño del filtro pasabajas anti-traslape son [19],

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c / M \\ 0, & \pi / M \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (1.15)$$

El efecto del filtro pasabajas anti-traslape en el proceso de decimación se ilustra en la Figura 1.8.

La señal obtenida después de ser filtrada es

$$x(n) = u(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k) \cdot h(n-k), \quad (1.16)$$

la cual reduce su razón de muestreo tal como se expresa en (1.1). De aquí que, la totalidad del proceso de decimación está dado por

$$y(m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k) \cdot h(mM - k). \quad (1.17)$$

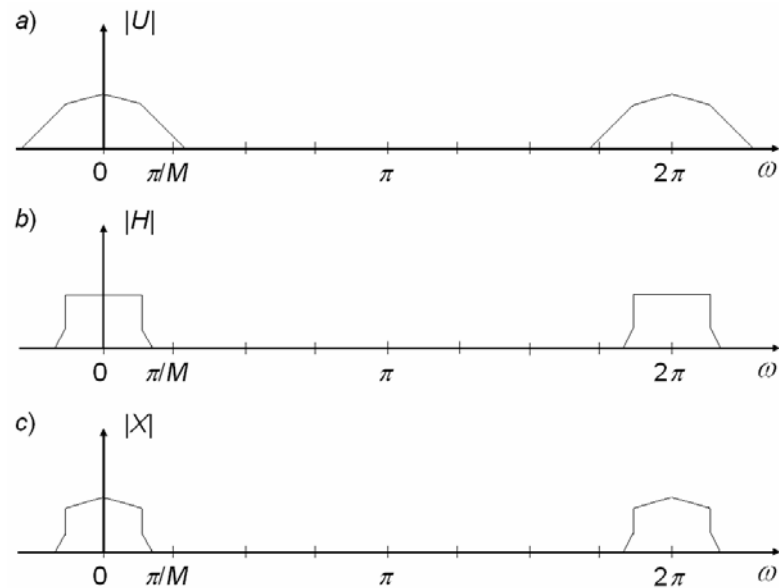


Figura 1.8. Efecto del filtro anti-traslape en el proceso de decimación:

a) espectro de la señal de entrada con ancho de banda no limitado, b) respuesta en frecuencia de filtro pasabajas anti-traslape, c) espectro de la señal de entrada filtrada con ancho de banda limitado [18].

Considerando (1.13), la transformada z de (1.17) se puede expresar como

$$Y(z^M) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H(zW_M^k) U(zW_M^k). \quad (1.18)$$

1.2.2 Interpolación

El incremento de la razón de muestreo de una señal discreta se llama interpolación, y consta de un aumentador de razón de muestreo (upsampler) y de filtrado anti-imagen (anti-imaging) [19]. Esto se muestra en la Figura 1.5. Interpolación es una operación lineal y variante en el tiempo.

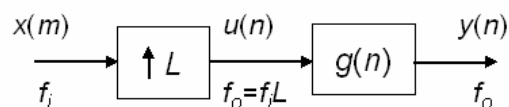


Figura 1.9. Interpolación está compuesta de un etapa de incremento de razón de muestreo L y un filtro anti-imagen.

El bloque ilustrado en la Figura 1.9 con la flecha apuntando hacia arriba, se conoce como aumentador de razón de muestreo. La razón de muestreo de una señal discreta $x(m)$ es incrementada por un factor L dando como resultado la introducción de $L-1$ réplicas del espectro de la señal de entrada cada $2\pi/L$ en el intervalo $[0, 2\pi]$. Esto genera que en tiempo discreto se coloquen $L-1$ ceros igualmente espaciados entre cada par de muestras de la señal de entrada. La señal resultante $u(n)$ está expresada como

$$u(n) = \begin{cases} x(n/L) & \text{para } n = mL, m \text{ entero,} \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (1.19)$$

En la Figura 1.10 se muestra el proceso de aumento de razón de muestreo aplicado a la señal $x(m)$ para $L=4$ en el dominio del tiempo discreto.

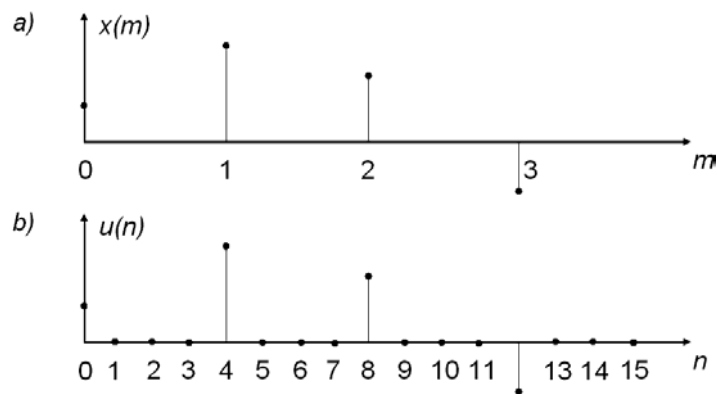


Figura 1.10. Incremento de razón de muestreo: a) señal discreta, b) inserción de $L-1$ ceros entre cada muestra de la señal original [18].

Aplicando la transformada de Fourier en la relación entre la entrada y la salida, $x(m)$ y $u(n)$ respectivamente, dada por (1.19) se obtiene

$$U(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n)e^{-j\omega n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(mL)e^{-j\omega mL} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)e^{-j\omega mL} = X(e^{j\omega L}). \quad (1.20)$$

Sustituyendo $e^{j\omega}$ por z en (1.20) se obtiene

$$U(z) = X(z^L). \quad (1.21)$$

El proceso de aumento de razón de muestreo en el dominio de la frecuencia para $L=4$ se muestra en la Figura 1.11.

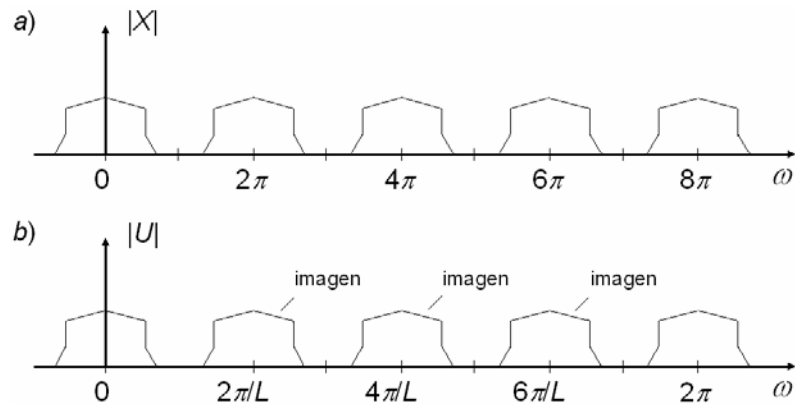


Figura 1.11. Proceso de aumento de razón de muestreo en el dominio de la frecuencia: a) espectro de la señal original, b) espectro de las imágenes de la señal original [18].

A partir de la respuesta en frecuencia que se presenta en la Figura 1.11 se observa que el espectro de la señal de entrada no sufre ningún cambio al aplicársele la operación de incremento de la razón de muestreo. El único efecto que se presenta es un cambio en la escala de la frecuencia resultando así, un cambio en la razón de muestreo de $\omega=2\pi$ a $\omega=2\pi/L$.

La adición de ceros a la señal que se muestra en la Figura 1.10, es solo el primer paso para así lograr el incremento en la razón de muestreo. Para poder concluir el proceso de incremento de razón de muestreo en la señal de entrada, es necesario interpolar los valores iguales a cero introducidos por la etapa de aumento de razón de muestreo [18]. En términos de frecuencia, lo anterior se refiere a la eliminación de las imágenes del espectro de la señal de entrada que se ilustran en la Figura 1.11. Para este fin es necesario el uso de filtrado pasabajas con una frecuencia de corte $\omega=\pi/L$, como se muestra en la Figura 1.12. El filtrado pasabajas se debe realizar posterior a la etapa de incremento de razón de muestreo, tal como se muestra en la Figura 1.9. Este tipo de filtrado se conoce como filtrado anti-imagen.

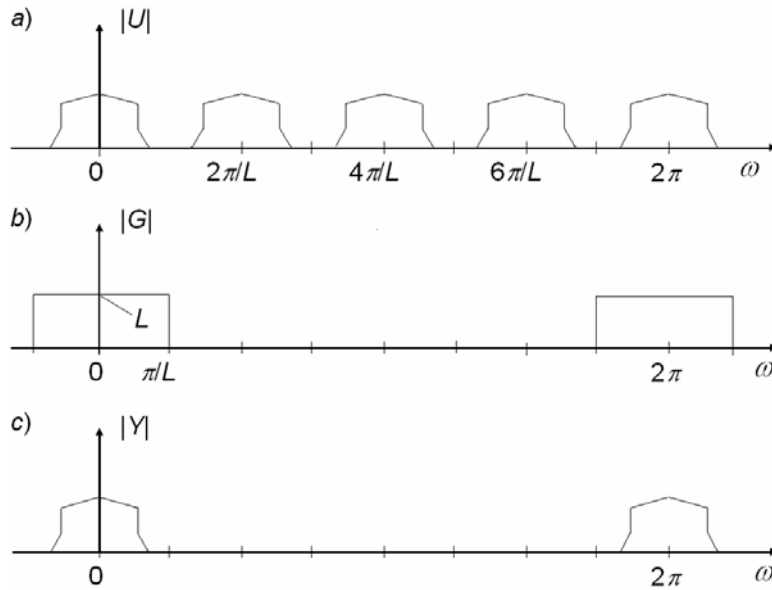


Figura 1.12. Efecto del filtro anti-imagen en el proceso de interpolación:
a) espectro de las imágenes de la señal original, b) filtrado anti-imagen con un filtro pasabajas ideal, c) espectro de señal de salida filtrada [18].

Las especificaciones de diseño del filtro anti-imagen o filtro interpolador son [19]

$$|G(e^{j\omega})| = \begin{cases} L, & |\omega| \leq \omega_c / L \\ 0, & \pi / L \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (1.22)$$

donde ω_c es la frecuencia más alta que se necesita conservar en la señal interpolada.

El factor L de ganancia presente en el filtro interpolador (1.22), se deriva a través de la siguiente explicación [19]. Se considera a $x(m)$, mostrada en la Figura 1.9, como una señal generada a partir del muestreo de una señal continua de banda limitada $x_c(t)$, utilizando el criterio de Nyquist. La transformada de Fourier de la señal discreta $X(e^{j\omega})$ se relaciona con la transformada de Fourier de la señal continua $X_c(j\Omega)$, donde Ω representa la frecuencia continua, como

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_x} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(\frac{j\omega}{T_x} - \frac{j2\pi k}{T_x}\right); \quad \Omega = \frac{\omega}{T_x}, \quad \Omega_{T_x} = \frac{2\pi}{T_x}, \quad (1.23)$$

donde T_x representa el periodo de muestreo y Ω_{T_x} denota la frecuencia angular de muestreo.

De igual manera, se puede asumir que la señal interpolada $y(n)$, mostrada en la Figura 1.9, es obtenida a partir del muestreo de la misma señal continua $x_c(t)$ utilizando un periodo de muestreo $T_y=T_x/L$. La transformada de Fourier de $Y(e^{j\omega})$ está relacionada con $X_c(j\Omega)$ mediante la siguiente expresión

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(\frac{j\omega}{T_y} - \frac{j2\pi k}{T_y}\right) = \frac{L}{T_x} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(\frac{j\omega L}{T_x} - \frac{j2\pi kL}{T_x}\right); \quad \Omega = \frac{\omega}{T_y}, \Omega_{T_y} = \frac{2\pi}{T_y}. \quad (1.24)$$

Debido a que la señal interpolada, $y(n)$, ha pasado por una etapa de filtrado pasabajas, solamente el espectro en banda base se mantiene. Por lo tanto, el resto de las componentes espectrales para $k \neq 0$ son eliminadas, generando así

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{L}{T_x} X_c\left(\frac{j\omega L}{T_x}\right) = LX(e^{j\omega L}). \quad (1.25)$$

Debido a que no se presenta un escalamiento en amplitud en la etapa de incremento de razón de muestreo, el factor de ganancia L en (1.25) es proporcionado por la etapa de filtrado. Reemplazando $e^{j\omega}$ por z en (1.25) se obtiene

$$Y(z) = L \cdot X(z^L). \quad (1.26)$$

1.2.3 Representaciones Polifásicas para Decimación e Interpolación

La eficiencia de filtros de respuesta finita al impulso (FIR) para SRC se mejora significativamente al utilizar la representación polifásica. Las componentes polifásicas son utilizadas en las operaciones de decimación e interpolación permitiendo el funcionamiento del filtrado a una razón más baja. La estructura polifásica es paralela y se representa como una función de transferencia de orden N compuesta de M o L componentes polifásicas, donde $M, L < N$ [20]. De forma general, la descomposición polifásica de R ramas de la función de transferencia

$$H(z) = \sum_{n=0}^N h(n)z^{-n}, \quad (1.27)$$

de orden N se puede expresar de la forma

$$H(z) = \sum_{r=0}^{R-1} z^{-r} E_r(z^R), \quad (1.28)$$

donde

$$E_r(z) = \sum_{n=0}^{\lfloor (N+1)/R \rfloor} h(Rn+r)z^{-n}, \quad 0 \leq r \leq R-1, \quad (1.29)$$

donde $h(n)=0$ para $n>N$.

En las Figuras 1.13 y 1.14 se muestran las estructuras polifásicas para decimación e interpolación, respectivamente. La estructura de decimación mostrada en la Figura 1.13 (a), puede ser reorganizada de forma eficiente utilizando identidades de filtrado multirazón [18], y con esto se logra reducir el número de operaciones del filtro y la cantidad de memoria en un factor de M , tal como se ilustra en la Figura 1.13 (b).

De manera similar, utilizando identidades de filtrado multirazón [18] aplicadas al diagrama a bloques de interpolación en la Figura 1.14 (a), puede mejorarse el desempeño del sistema disminuyendo el número de operaciones del filtro y la cantidad de memoria en un factor de L , tal como se muestra en la Figura 1.14 (b).

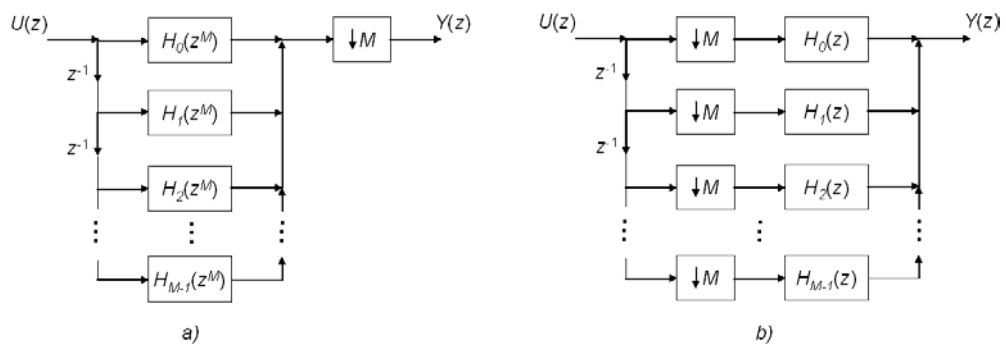


Figura 1.13. Estructuras polifásicas para decimación: a) descomposición polifásica, b) descomposición polifásica eficiente en un factor de M [18].

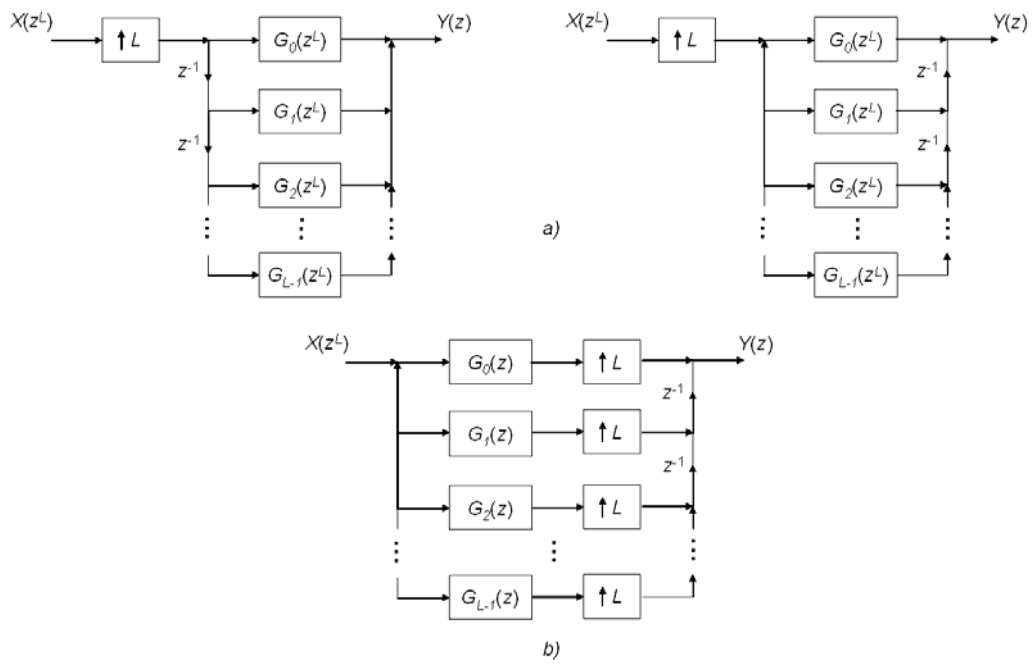


Figura 1.14. Estructuras polifásicas para interpolación: a) descomposición polifásica, b) descomposición polifásica eficiente en un factor de L [18].

Capítulo 2

Técnicas de Diseño de Estructuras Multirazón para Decimación

En este capítulo se presentarán diversas técnicas de filtrado digital para realizar de forma eficiente procesamiento digital de señales multirazón, particularmente para decimación.

2.1 Estructuras Multietapa para Decimación

El concepto de utilizar una serie de etapas para implementar un sistema de conversión de razón de muestreo (SRC) se puede extender a los casos de decimación e interpolación [17]. Para un decimador M a 1, si la razón de decimación total M puede ser factorizada como el producto

$$M = \prod_{n=1}^N M_n, \quad (2.1)$$

entonces, la estructura general de una sola etapa de decimación presentada en la Figura 2.1(a) puede ser convertida en la estructura multietapa mostrada en la Figura 2.1(b). Las razones por las cuales se requiere utilizar una estructura multietapa como la mostrada en la Figura 2.1(b), son [17]:

- Reducción significativa de cómputo para implementar el sistema.
- Disminución de almacenamiento en el sistema.
- Simplificación en el problema de diseño de filtros.

- Menores efectos de longitud de palabra finita, por ejemplo, ruido de redondeo, sensibilidad de los coeficientes, en la implementación de los filtros.

Sin embargo, estas estructuras presentan algunas desventajas, tales como [17]:

- Incremento en la estructura de control para implementar un proceso de m etapas.
- Dificultad para la selección del número de etapas requeridas, N , y los factores de decimación, M_n , de cada etapa en (2.1).

-

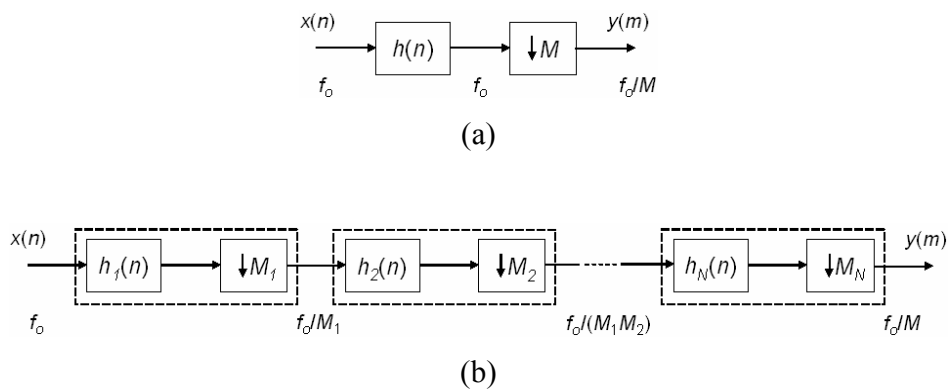


Figura 2.1. Estructuras de decimación de una sola etapa y multietapa [17].

2.2 Filtro Integrador-Diferenciador en Cascada(CIC)

El filtro integrador-diferenciador en cascada (CIC) es un filtro de respuesta finita al impulso (FIR) de fase lineal, el cual es comúnmente utilizado para decimación. Esta estructura fue propuesta por Hogenauer [21] y consiste de dos secciones principales: la sección del integrador, la cual es una conexión en cascada de K integradores que trabajan a una razón de muestreo alta f_s , descrita con la función de transferencia

$$H_I^K(z) = \left(\frac{1}{M} \frac{1}{1-z^{-1}} \right)^K, \quad (2.2)$$

donde M es el factor de decimación, y la sección del diferenciador, la cual es una conexión en cascada de K diferenciadores que trabajan a una razón de muestreo baja f_s/M , representada mediante la siguiente función de transferencia

$$H_C^K(z) = (1 - z^{-1})^K. \quad (2.3)$$

Las secciones integrador y diferenciador se encuentran separadas por un reductor de razón de muestreo con un factor de decimación M , como se muestra en la Figura 2.2.

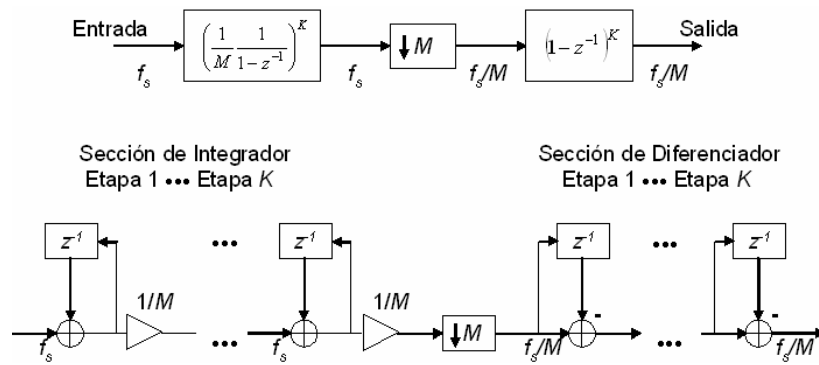


Figura 2.2. Diagrama a bloques de un filtro CIC decimador [21].

El filtro CIC decimador se puede representar como un filtro que trabaja a la razón de muestro alta, f_s , y que precede al reductor de razón de muestreo presentando la función de transferencia

$$H(z) = H_I^K(z)H_C^K(z) = \left[\frac{1}{M} \frac{1 - z^{-M}}{1 - z^{-1}} \right]^K = \left[\frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i} \right]^K, \quad (2.4)$$

donde el factor $1/M$ proporciona al filtro CIC una ganancia unitaria. La respuesta en frecuencia del filtro CIC se puede expresar como

$$H(e^{j\omega}) = \left[\frac{1}{M} \frac{\text{sen} \frac{\omega M}{2}}{\text{sen} \frac{\omega}{2}} e^{-j\omega[(M-1)/2]} \right]^K, \quad (2.5)$$

donde la respuesta en magnitud viene dada por

$$|H(e^{j\omega})| = \left| \frac{1}{M} \frac{\text{sen} \frac{\omega M}{2}}{\text{sen} \frac{\omega}{2}} \right|^K. \quad (2.6)$$

En (2.6) ω presenta $M-1$ ceros localizados en

$$\omega = \frac{2\pi k}{M}, k = 1, \dots, M-1, \quad (2.7)$$

y por consiguiente, las bandas de frecuencia que se traslapan dentro de la señal de banda base deseada debido a la operación de decimación son centradas al rededor de los nulos. Esto proporciona un rechazo natural al traslape. La frecuencia en la cual sucede el peor caso de traslape viene dada por

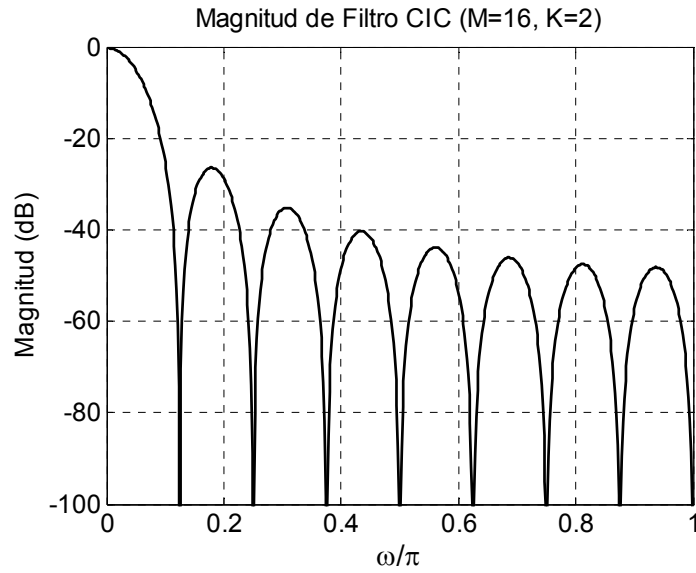
$$\omega_{Al} = \frac{2\pi}{M} - \omega_c, \quad (2.8)$$

donde ω_c es la frecuencia en la banda de paso de interés. La popularidad que tiene el filtro CIC decimador se debe a que no presenta multiplicadores y utiliza un almacenamiento reducido convirtiéndolo en un filtro digital económico usualmente utilizado en la primera etapa de decimación. Sin embargo presenta las siguientes desventajas [21]:

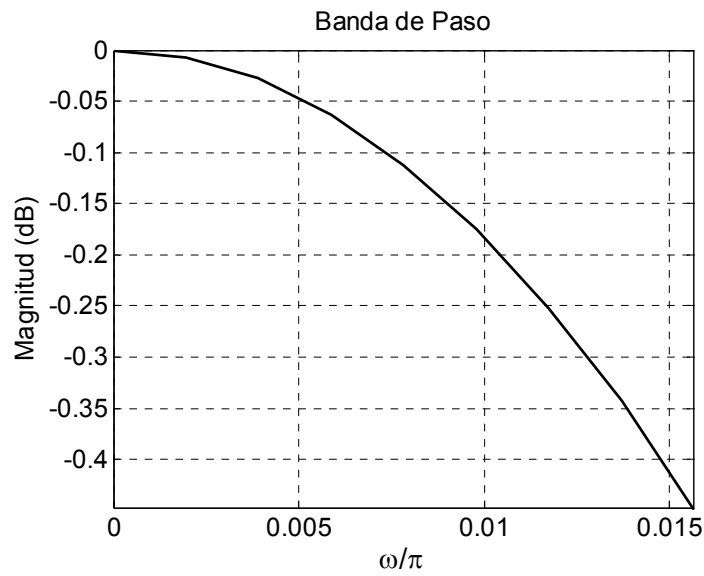
- La sección del integrador trabaja a la razón de muestreo alta resultando en una mayor área del circuito y mayor consumo de potencia especialmente cuando el factor de decimación es alto.
- Caída en la banda de paso de interés la cual depende del factor de decimación y del número de conexiones en cascada del filtro CIC.
- Poca atenuación en la banda de rechazo.

Ejemplo 2.1. Se diseña un filtro CIC considerando $M=16$ y $K=2$ cuya respuesta en magnitud se muestra en la Figura 2.3(a). La caída en la banda de paso para la frecuencia normalizada $\omega_c/\pi=1/64$ es $A_c=-0.447\text{dB}$ como se ilustra en la Figura 2.3(b). Así mismo, la atenuación en la frecuencia normalizada $\omega_{Al}/\pi=7/64$ donde se

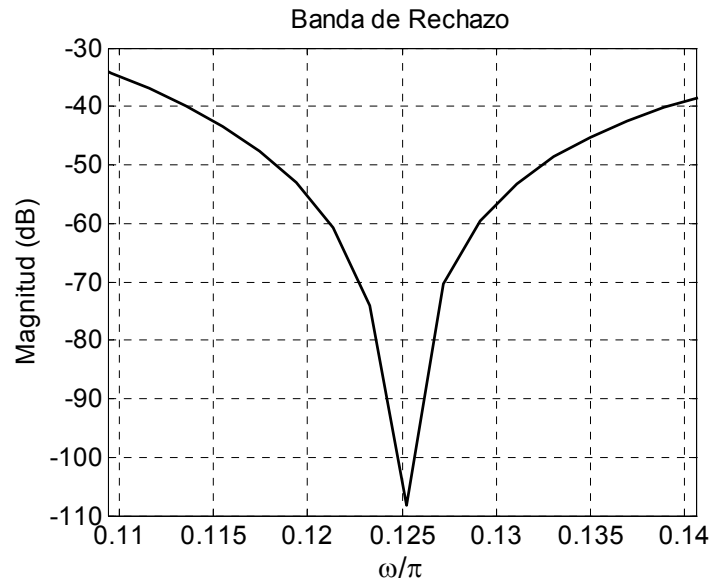
presenta el peor caso de traslape es $A_{AI} = -34.167\text{dB}$ tal como se ilustra en la Figura 2.3(c).



(a) Respuesta en magnitud del filtro CIC



(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 2.3. Respuesta en frecuencia de filtro CIC para $M=16$ y $K=2$.

2.3 Decimador Multietapa CIC-SINC Rotado (RS) Modificado

Este método, propuesto en [22], presenta una estructura multietapa, en la cual el número de etapas depende del factor de decimación del filtro CIC original. La primera etapa se realiza de forma no recursiva mientras que las etapas restantes se realizan de forma recursiva. Al utilizar descomposición polifásica, los subfiltros de la primera sección pueden operar a una razón menor que depende del factor de decimación de la primera etapa. La respuesta en magnitud de esta estructura mejora a la del filtro CIC original al utilizar el filtro sinc rotado (RS) modificado. A diferencia de la estructura presentada en [23] donde un multiplicador del filtro RS trabaja a alta razón de muestreo y el otro multiplicador trabaja a baja razón de muestreo, en esta estructura ambos multiplicadores del filtro RS modificado trabajan a baja razón de muestreo.

2.3.1 Filtro CIC Multietapa

El filtro CIC presenta una banda de transición muy grande y su banda de paso de interés es pequeña. Para separar la banda de paso y eliminar las frecuencias presentes en la banda de transición, la etapa de decimación del filtro CIC es usualmente conectada a una segunda etapa de decimación con filtrado pasabajas.

El factor de decimación de la segunda etapa, R , es más pequeño que el factor de decimación presente en la etapa de decimación del filtro CIC. El factor de decimación R de la siguiente etapa de decimación determina la frecuencia ω_c , donde el peor caso de distorsión en la banda de paso ocurre, y la frecuencia ω_{Al} , donde ocurre el peor caso de traslape [24]. Las frecuencias normalizadas ω_c/π y ω_{Al}/π están dadas por

$$\frac{\omega_c}{\pi} = \frac{\pi}{MR} \cdot \frac{1}{\pi} = \frac{1}{MR}, \quad \frac{\omega_{Al}}{\pi} = \frac{2}{M} \cdot \frac{1}{MR} = \frac{2R-1}{MR}. \quad (2.9)$$

Considerando el caso en el cual el factor de decimación puede ser expresado de la forma

$$M = M_1 M_2 M_3 \dots M_N, \quad (2.10)$$

es posible describir (2.4) como

$$H(z) = \left[\prod_{i=0}^{N-1} H_i(z) \right]^K, \quad (2.11)$$

donde

$$H_i(z) = \frac{1}{M_{N-i}} \left(\frac{1 - z^{-\prod_{j=0}^{N-i} M_j}}{1 - z^{-\prod_{j=0}^{N-(i+1)} M_j}} \right); \quad M_0 = 1. \quad (2.12)$$

Utilizando (2.11) y (2.12) es posible expresar el filtro CIC modificado como

$$H_m(z) = H_0^{K_0}(z) H_1^{K_1}(z) \dots H_{N-1}^{K_{N-1}}(z). \quad (2.13)$$

Para

$$H_k(z) = \left[\frac{1 - z^{-L_2}}{L_1 - z^{-L_3}} \right]^{L_4}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (2.14)$$

la respuesta en magnitud correspondiente es

$$\left| H_k(e^{j\omega}) \right| = \left[\frac{1 - \text{sen}(\omega L_2 / 2)}{L_1 - \text{sen}(\omega L_3 / 2)} \right]^{L_4}, \quad (2.15)$$

donde $L_i, i=1, \dots, 4$ son enteros.

Ejemplo 2.2. Se desea diseñar un filtro CIC multietapa bajo los parámetros de diseño: $M=32, R=8$ y $N=3$. Considerando

$$M_1 = 4, M_2 = 4, M_3 = 2, \quad (2.16)$$

se produce

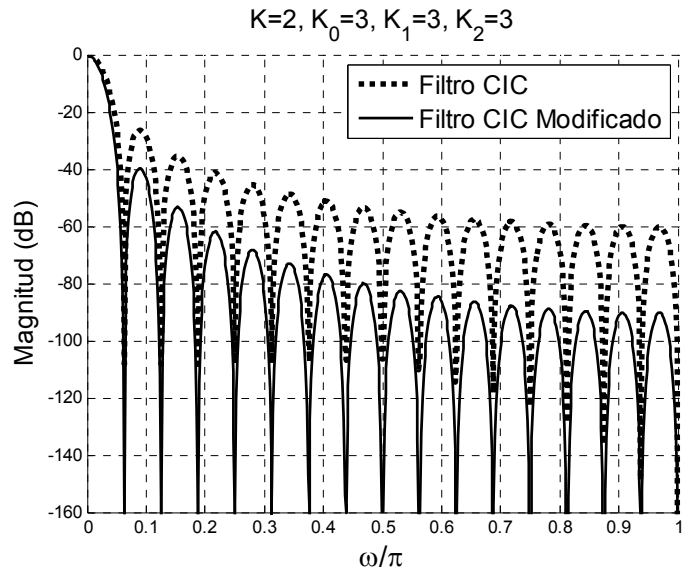
$$H_m(z) = \left[\frac{1 - z^{-32}}{2 - z^{-16}} \right]^{K_0} \left[\frac{1 - z^{-16}}{4 - z^{-4}} \right]^{K_1} \left[\frac{1 - z^{-4}}{4 - z^{-1}} \right]^{K_2}. \quad (2.17)$$

Utilizando (2.6) y (2.15) se produce

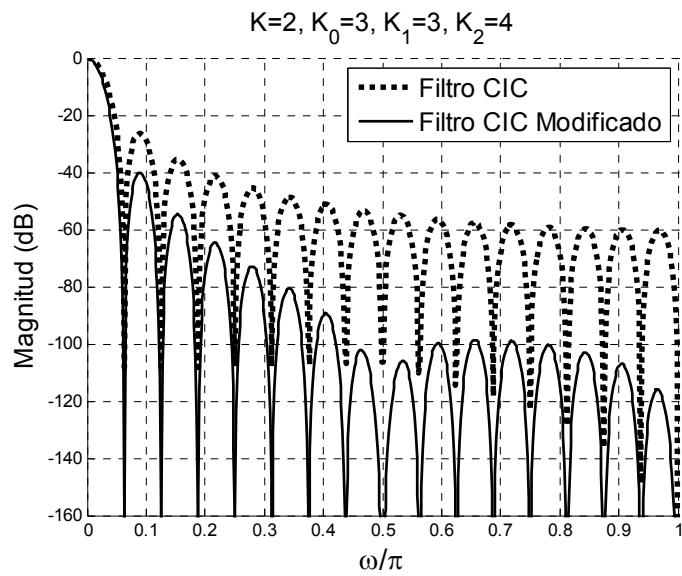
$$\left| H(e^{j\omega}) \right| = \left[\frac{1 - \text{sen}(16\omega)}{32 - \text{sen}(\omega/2)} \right]^{K_1}, \quad (2.18)$$

$$\left| H_m(e^{j\omega}) \right| = \left[\frac{1 - \text{sen}(16\omega)}{2 - \text{sen}(8\omega)} \right]^{K_0} \left[\frac{1 - \text{sen}(8\omega)}{4 - \text{sen}(2\omega)} \right]^{K_1} \left[\frac{1 - \text{sen}(2\omega)}{4 - \text{sen}(\omega/2)} \right]^{K_2}. \quad (2.19)$$

La Figura 2.4 muestra las respuestas en magnitud de los filtros CIC y CIC modificado para $K=2$ y para diferentes valores de K_0, K_1 y K_2 . Se puede observar que al utilizar diferentes valores para K_i en cada etapa, las características en magnitud del filtro CIC modificado son mejores con respecto a las características en magnitud del filtro CIC.



(a) Respuestas de magnitud para $K=2, K_0=3, K_1=3, K_2=3$



(b) Respuestas de magnitud para $K=2, K_0=3, K_1=3, K_2=4$

Figura 2.4. Respuestas de magnitud de los filtros CIC y CIC modificado.

2.3.2 Filtro RS Modificado

El filtro RS propuesto en [23] incrementa la atenuación en la banda de rechazo del filtro CIC sin incrementar de forma considerable la complejidad computacional. Sin embargo, para alcanzar los requerimientos deseados en la banda de rechazo se necesita la introducción de dos multiplicadores en una estructura recursiva con uno de los multiplicadores trabajando a razón de muestreo alta. Además, este método no proporciona ninguna mejora con respecto a la caída en la banda de paso.

Al aplicarle a (2.4) una rotación de α radianes en sentido contrario a las manecillas del reloj se obtiene la función de transferencia [23]

$$H_u(z) = \frac{1}{M} \frac{1 - z^{-M} e^{j\alpha M}}{1 - z^{-1} e^{j\alpha}}. \quad (2.20)$$

Una expresión equivalente se obtiene al aplicar en (2.4) una rotación de α radianes en sentido de las manecillas del reloj

$$H_d(z) = \frac{1}{M} \frac{1 - z^{-M} e^{-j\alpha M}}{1 - z^{-1} e^{-j\alpha}}. \quad (2.21)$$

Como se puede observar de (2.20) y (2.21), $H_u(z)$ y $H_d(z)$ tienen coeficientes complejos, pero al conectarse en cascada, se obtiene un nuevo filtro $H_r(z)$ el cual posee coeficientes reales

$$H_r(z) = H_u(z)H_d(z) = \frac{1}{M^2} \left(\frac{1 - 2 \cos(\alpha M) z^{-M} + z^{-2M}}{1 - 2 \cos(\alpha) z^{-1} + z^{-2}} \right). \quad (2.22)$$

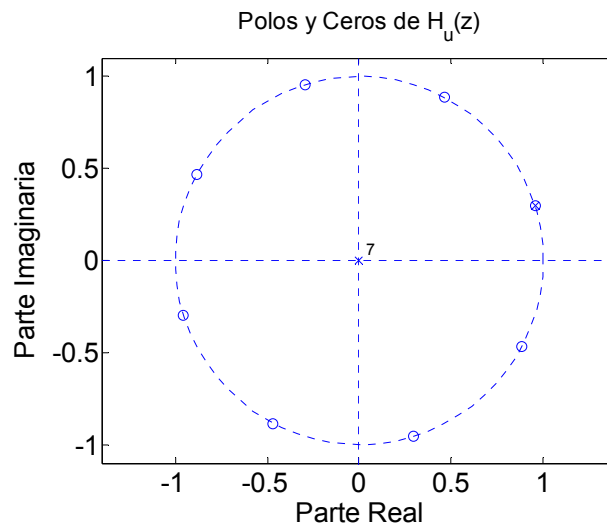
Las conexiones en cascada de (2.4) y (2.22) se presentan en [23] como el filtro CIC-RS, $H_R(z)$

$$H_R(z) = H(z)H_r(z) = \left[\frac{1}{M} \frac{1 - z^{-M}}{1 - z^{-1}} \right]^K \left[\frac{1}{M^2} \left(\frac{1 - 2 \cos(\alpha M) z^{-M} + z^{-2M}}{1 - 2 \cos(\alpha) z^{-1} + z^{-2}} \right) \right]. \quad (2.23)$$

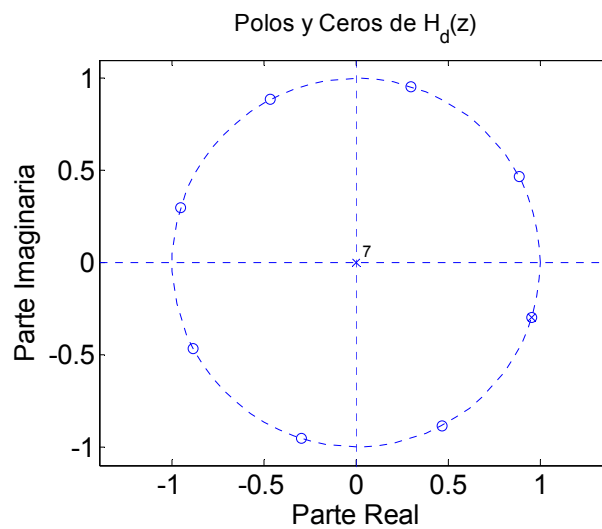
La respuesta en magnitud de (2.23) se presenta como

$$|H_R(e^{j\omega})| = \left[\frac{1}{M} \frac{\text{sen}(\omega M / 2)}{\text{sen}(\omega / 2)} \right]^K \left\| \frac{1}{M^2} \frac{\text{sen}((\omega + \alpha)M / 2)}{\text{sen}((\omega + \alpha) / 2)} \frac{\text{sen}((\omega - \alpha)M / 2)}{\text{sen}((\omega - \alpha) / 2)} \right\|. \quad (2.24)$$

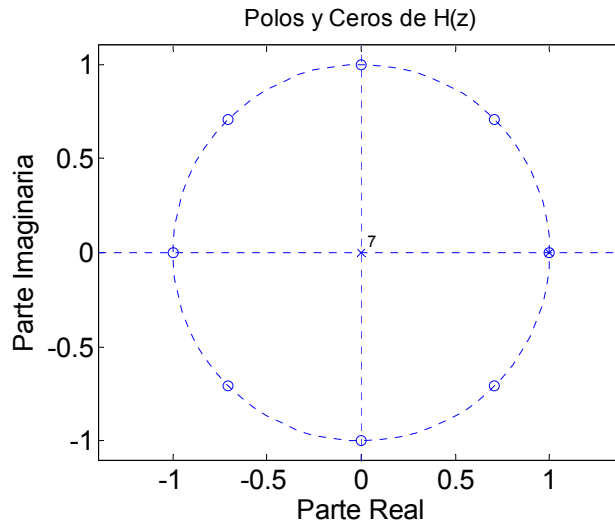
A continuación se muestran los comportamientos de los polos y ceros en el plano z del filtro CIC-RS propuesto en [23] considerando los parámetros $\alpha=0.3$, $M=8$ y $K=1$. En la Figura 2.5(a) se muestran los ceros de $H_u(z)$ rotados 0.3 radianes en sentido contrario a las manecillas del reloj, en la Figura 2.5(b) se rotan los ceros de $H_d(z)$ 0.3 radianes en sentido de las manecillas del reloj y en la Figura 2.5(c) se muestran los polos y ceros de $H(z)$. Finalmente, los polos y ceros de $H_R(z)$ se muestran en la Figura 2.5(d).



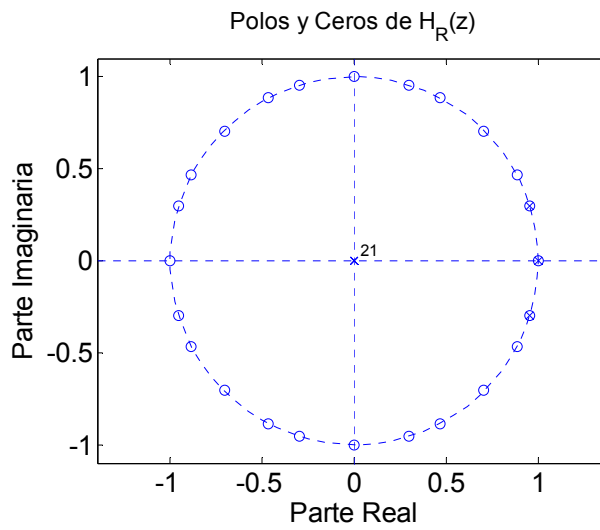
(a) Polos y ceros de $H_u(z)$



(b) Polos y ceros de $H_d(z)$



(c) Polos y ceros de $H(z)$



(d) Polos y ceros de $H_R(z)$

Figura 2.5. Comportamiento de polos y ceros en el plano z del filtro CIC-RS propuesto en [23] bajo los parámetros $\alpha=0.3$, $M=8$ y $K=1$.

Al modificar (2.22), se tiene

$$H_{rm}(z) = H_{um}(z)H_{dm}(z) = \frac{1}{(M/M_1)^2} \left(\frac{1 - 2\cos(\alpha M)z^{-M} + z^{-2M}}{1 - 2\cos(\alpha M_1)z^{-M_1} + z^{-2M_1}} \right), \quad (2.25)$$

donde M_i es un factor de M . El filtro CIC-RS modificado correspondiente se obtiene al conectar en cascada el filtro CIC modificado (2.13) y el filtro RS modificado (2.25)

$$H_{Rm}(z) = H_m(z)H_{rm}(z). \quad (2.26)$$

La respuesta en magnitud de (2.26) se presenta como

$$|H_{Rm}(e^{j\omega})| = |H_m(e^{j\omega})| \left| \frac{M_1^2 \operatorname{sen}((\omega + \alpha)M/2) \operatorname{sen}((\omega - \alpha)M/2)}{M^2 \operatorname{sen}((\omega + \alpha)M_1/2) \operatorname{sen}((\omega - \alpha)M_1/2)} \right|. \quad (2.27)$$

Ejemplo 2.3. Se requiere diseñar un filtro CIC-RS modificado para $M=16$, $R=8$ y $N=3$. Considerando

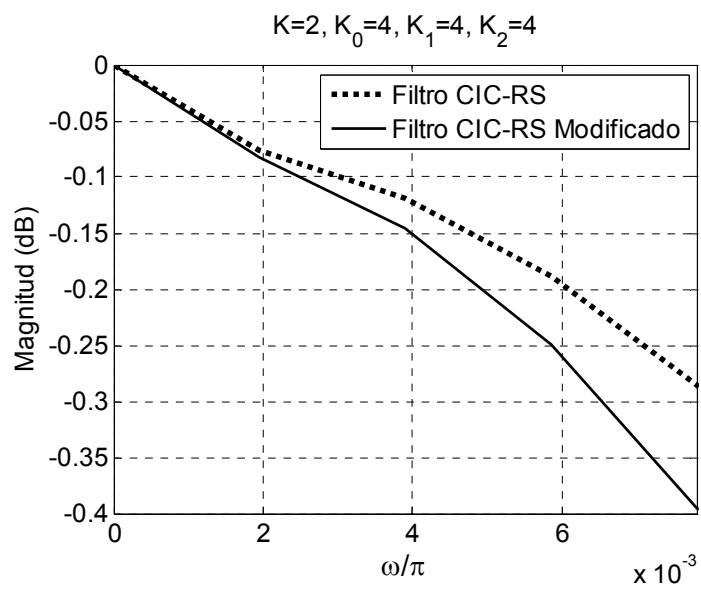
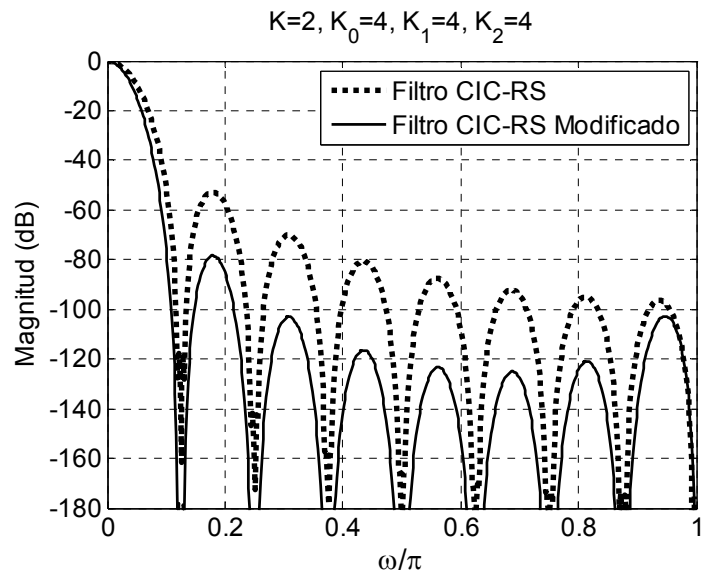
$$M_1 = 2, M_2 = 2, M_3 = 4, \quad (2.28)$$

y utilizando (2.24) y (2.27) se tiene

$$|H_R(e^{j\omega})| = \left[\frac{1 \operatorname{sen}(8\omega)}{16 \operatorname{sen}(\omega/2)} \right]^K \left| \frac{1 \operatorname{sen}((\omega + \alpha)8) \operatorname{sen}((\omega - \alpha)8)}{16^2 \operatorname{sen}((\omega + \alpha)/2) \operatorname{sen}((\omega - \alpha)/2)} \right|. \quad (2.29)$$

$$|H_{Rm}(e^{j\omega})| = \left[\frac{1 \operatorname{sen}(8\omega)}{4 \operatorname{sen}(2\omega)} \right]^{K_0} \left[\frac{1 \operatorname{sen}(2\omega)}{2 \operatorname{sen}(\omega)} \right]^{K_1} \left[\frac{1 \operatorname{sen}(\omega)}{2 \operatorname{sen}(\omega/2)} \right]^{K_2} \times \left| \frac{1 \operatorname{sen}((\omega + \alpha)8) \operatorname{sen}((\omega - \alpha)8)}{8^2 \operatorname{sen}(\omega + \alpha) \operatorname{sen}(\omega - \alpha)} \right|. \quad (2.30)$$

Las gráficas de $|H_R(e^{j\omega})|$ y $|H_{Rm}(e^{j\omega})|$ de respuesta en magnitud, bandas de paso y rechazo considerando $\alpha=0.0184$ y $K=2$, $K_0=4$, $K_1=4$, $K_2=4$ se muestran en las Figuras 2.6(a), 2.6(b) y 2.6(c), respectivamente. Así mismo, las respuestas en magnitud, bandas de paso y rechazo para $K=1$, $K_0=2$, $K_1=2$, $K_2=4$ se muestran en las Figuras 2.7(a), 2.7(b) y 2.7(c), respectivamente. Como se puede notar, cualquier atenuación deseada en la banda de rechazo puede ser obtenida al elegir los valores apropiados de K_i y α . Los datos pertenecientes a la caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo al utilizar (2.9), se exhiben en la Tabla 2.1.



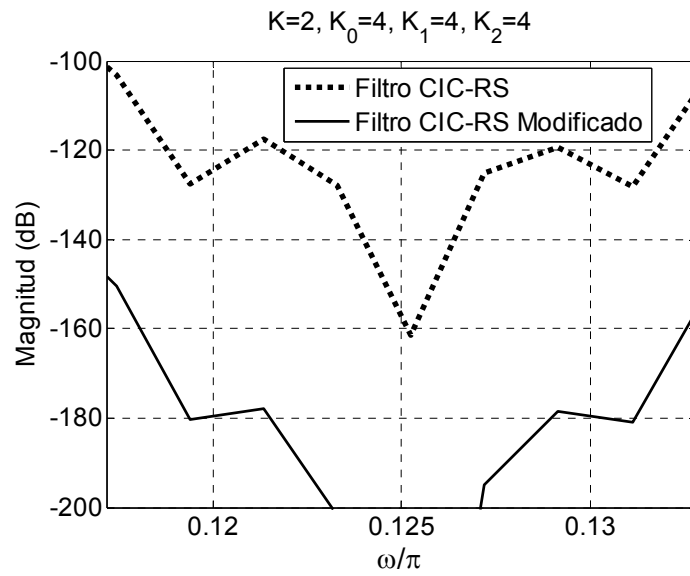
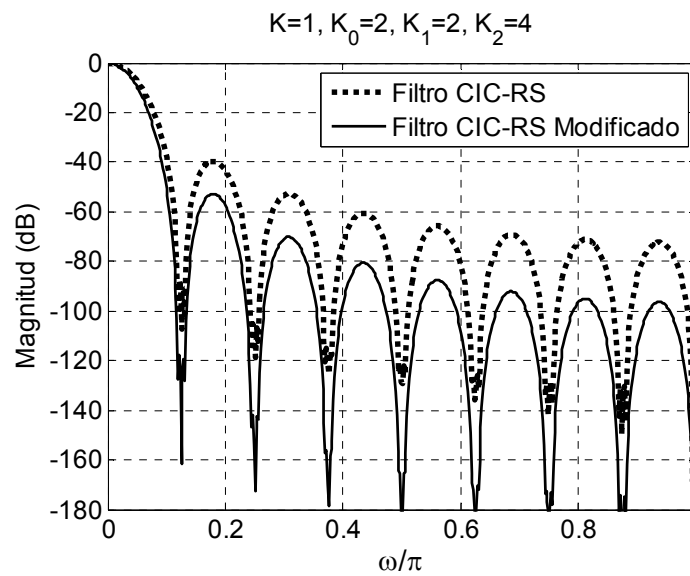
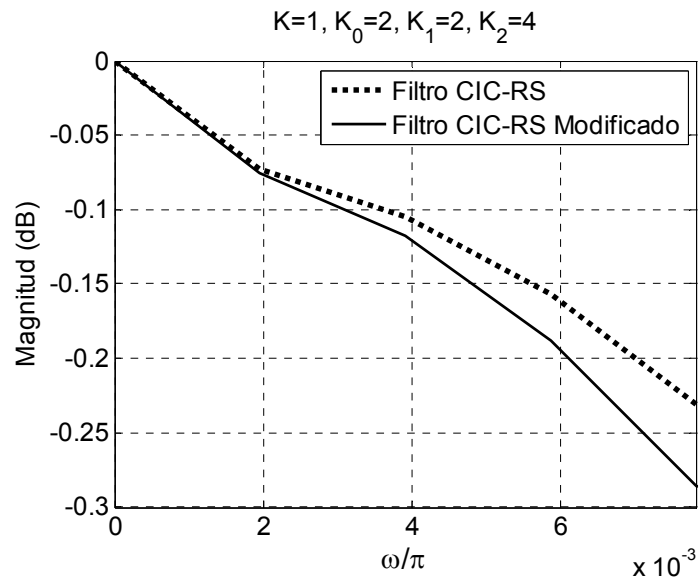
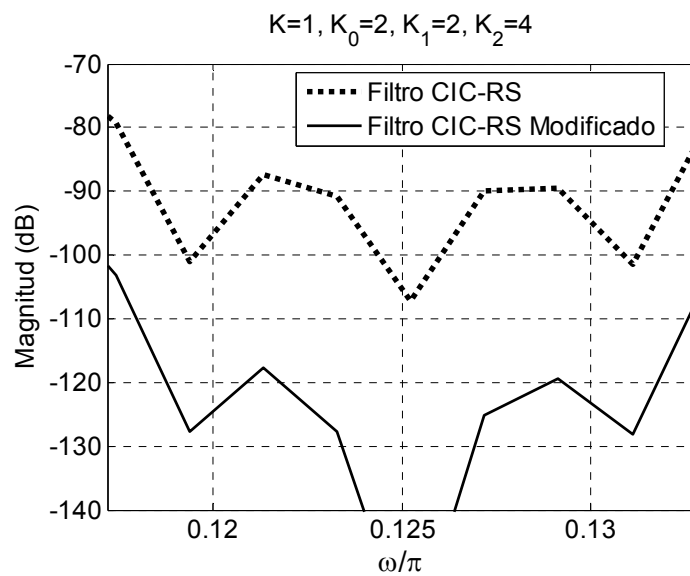


Figura 2.6. Respuestas en frecuencia de filtros CIC-RS y CIC-RS modificado para $K=2, K_0=4, K_1=4, K_2=4$.





(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 2.7. Respuestas en frecuencia de filtros CIC-RS y CIC-RS modificado para $K=1, K_0=2, K_1=2, K_2=4$.

Filtro	Caída en la banda de paso(dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC-RS: $\alpha=0.0184, K=2$	-0.2856	-101.3267
CIC-RS: $\alpha=0.0184, K=1$	-0.23	-77.7981
CIC-RS modificado: $\alpha=0.0184, K=2, K_0=4, K_1=4, K_2=4$	-0.3949	-148.0871
CIC-RS modificado: $\alpha=0.0184, K=1, K_0=2, K_1=2, K_2=4$	-0.2849	-101.3259

Tabla 2.1. Caída en la banda de paso ($\omega_c/\pi=0.0078125$) y atenuación en la banda de rechazo ($\omega_{Al}/\pi=0.1171875$).

2.3.3 Estructura Eficiente

Al utilizar (2.13) se obtiene la estructura multietapa para el filtro CIC modificado que se muestra en la Figura 2.8(a). Esta estructura consiste de filtros CIC en cascada separados por sus respectivas etapas de decremento de razón de muestreo. En la primera sección de decimación que posee un factor de decimación M_1 , la conexión en cascada de K_{N-1} filtros CIC de longitud M_1 presenta la función de transferencia

$$H_{N-1}^{K_{N-1}}(z) = \left(\frac{1}{M_1} \right)^{K_{N-1}} H'_{N-1}(z), \quad (2.31)$$

donde

$$H'_{N-1}(z) = \sum_{n=0}^{K_{N-1}(M_1-1)} h(n)z^{-n}. \quad (2.32)$$

Los coeficientes de este filtro son enteros y simétricos. Una descomposición polifásica de la función de transferencia (2.32) se presenta como

$$H'_{N-1}(z) = E_0(z^{M_1}) + \dots + z^{-(M_1-1)} E_{M_1-1}(z^{M_1}), \quad (2.33)$$

donde

$$E_s(z^{M_1}), \quad s = 0, \dots, M-1, \quad (2.34)$$

representa a las M_l componentes polifásicas. De esta manera, la primera etapa de decremento de razón de muestreo M_l , puede ser colocada antes del filtrado. Como resultado, los filtros polifásicos en la primera sección de decimación son movidos a una razón de muestro menor, la cual es M_l veces menor con respecto a la razón de muestreo en la entrada.

Al considerar (2.25) se obtiene

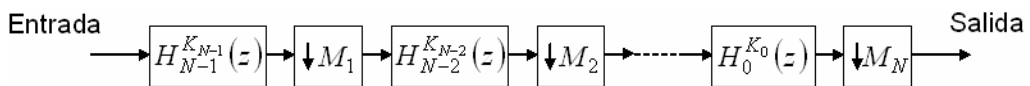
$$H_{rm}(z) = \frac{1}{(M/M_1)^2} \frac{N_{rm}(z^M)}{D_{rm}(z^{M_1})}, \quad (2.35)$$

donde

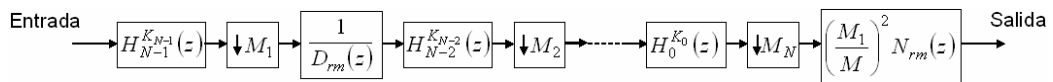
$$N_{rm}(z^M) = \frac{1}{(M/M_1)^2} (1 - 2\cos(\alpha M)z^{-M} + z^{-2M}), \quad (2.36)$$

$$\frac{1}{D_{rm}(z^{M_1})} = \frac{1}{1 - 2\cos(\alpha M_1)z^{-M_1} + z^{-2M_1}}. \quad (2.37)$$

Por lo tanto, $1/D_{rm}(z^{M_1})$ puede ser movido a la segunda etapa de decimación, trabajando así a una razón M_l veces más baja. Además, $N_{rm}(z^M)$ puede ser movido después de la etapa de decimación M_N , trabajando a una razón de muestreo M veces más baja con respecto a la razón de muestreo de la entrada. La estructura eficiente para el filtro decimador CIC-RS modificado se muestra en la Figura 2.8(b).



(a) Estructura eficiente de filtro decimador CIC modificado



(b) Estructura eficiente de filtro decimador CIC-RS modificado

Figura 2.8. Estructuras multietapa eficientes [22].

2.4 Filtro Decimador CIC-Coseno Modificado

En este método, presentado en [25], se reemplaza al filtro CIC por una estructura multietapa, donde cada etapa está compuesta de conexiones en cascada de filtros CIC simples y sus respectivos reductores de razón de muestreo. El número de filtros conectados en cascada puede ser diferente para cada etapa. La primera etapa se realiza de forma no recursiva, mientras que las etapas restantes se realizan de forma recursiva. Al utilizar descomposición polifásica, los subfiltros de la primera sección pueden operar a una razón menor la cual depende del factor de decimación de la primera etapa. La respuesta en magnitud de este filtro es mejorada al utilizar prefiltros coseno [26]. La estructura resultante no presenta filtrado alguno a alta razón de muestreo y no posee multiplicadores.

2.4.1 Prefiltro Coseno

La respuesta en frecuencia del prefiltro coseno se deriva de la combinación de dos funciones coseno. Al conectar en cascada estos prefiltros con un ecualizador apropiado, se pueden obtener filtros de baja complejidad con alta atenuación en la banda de rechazo. El prefiltro coseno permite un ahorro significativo en el número de operaciones aritméticas presentes en la conexión en cascada prefiltro-ecualizador [26].

Se consideran dos filtros de respuesta finita al impulso (FIR) $H_1(z^N)$ y $H_2(z^N)$ los cuales poseen las respuestas en frecuencia

$$H_1(e^{jN\omega}) = 0.5e^{-j2N\omega} \cos(N\omega), \quad (2.38a)$$

$$H_2(e^{jN\omega}) = 0.5e^{-j2N\omega} \cos^2(N\omega), \quad (2.38b)$$

donde N es un entero positivo. Si $H_1(z^N)$ y $H_2(z^N)$ son sumadas, un nuevo filtro $H_{\text{cos}}(z^N)$ es formado. Este filtro presenta la función de transferencia

$$H_{COS}(z^N) = 0.125(1+z^{-2N})(1+z^{-N})^2, \quad (2.39)$$

cuya respuesta en magnitud puede ser escrita como

$$|H_{COS}(e^{jN\omega})| = \frac{1}{2} |\cos(N\omega) + \cos^2(N\omega)|. \quad (2.40)$$

Debido a que $H_{COS}(z^N)$ solamente emplea coeficientes con valores igual a uno, este filtro es libre de multiplicadores. La conexión en cascada de prefiltros coseno tiene la función de transferencia [25]

$$H_{CCOS}(z) = \prod_{i=1}^K H_{COS}(z^{N_i}). \quad (2.41)$$

Al utilizar (2.40) se muestra que la frecuencia relativa del primer cero del prefiltro coseno ocurre en

$$\frac{\omega}{\pi} = \frac{1}{2N}. \quad (2.42)$$

Para incrementar la atenuación en los alrededores del primer cero del filtro CIC, el valor de N_1 es elegido de manera que el primer cero de la conexión en cascada de prefiltros coseno en (2.41) se ubique en la misma frecuencia del primer cero del filtro CIC. Por lo tanto, utilizando

$$\frac{2}{M} = \frac{1}{2N_1}, \quad (2.43)$$

se tiene

$$N_1 = \frac{M}{2^2}. \quad (2.44)$$

La expresión general de (2.44) se presenta como

$$N_i = \frac{M}{2^{i+1}}. \quad (2.45)$$

Ejemplo 2.4. Se requiere diseñar un filtro compuesto de filtrado CIC y prefiltros coseno considerando $M=32$ y $K=4$. Al utilizar (2.41) y (2.45) se tiene $N_1=8$, $N_2=4$, $N_3=2$, $N_4=1$. La función de transferencia de la conexión en cascada del filtro CIC y prefiltros coseno es

$$H_{CCOS}(z) = \frac{(0.125)^4}{32} H(z) H_{COS}(z) H_{COS}(z^8) H_{COS}(z^4) H_{COS}(z^2) H_{COS}(z), \quad (2.46)$$

y de forma detallada está dada por

$$H_{CCOS}(z) = \frac{(0.125)^4}{32} \frac{1-z^{-32}}{1-z^{-1}} (1+z^{-16}) (1+z^{-8})^3 (1+z^{-4})^3 (1+z^{-2})^3 (1+z^{-1})^2. \quad (2.47)$$

En la Figura 2.9 se muestran las gráficas de respuesta en magnitud de los filtros CIC y CIC-coseno. Como se puede observar los prefiltros coseno presentan un comportamiento pasabajas permitiendo mayor atenuación en la banda de rechazo.

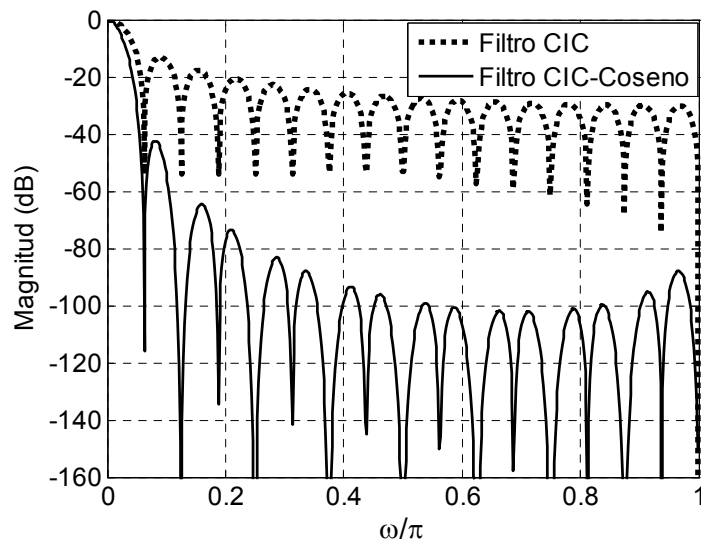


Figura 2.9. Respuestas en magnitud de filtros CIC y CIC-coseno.

2.4.2 Filtro CIC-Coseno Modificado

Considerando el caso donde el factor de decimación puede ser factorizado como el producto

$$M = M_1 M_2 \dots M_N, \quad (2.48)$$

es posible expresar (2.4) como

$$H(z) = \left[\prod_{i=1}^N H_i \left(z^{\prod_{j=0}^{i-1} M_j} \right) \right]^K, \quad (2.49)$$

donde

$$H_i \left(z^{j=0} \prod_{j=0}^{i-1} M_j \right) = \frac{1}{M_i} \left(\frac{1-z}{1-z^{-\prod_{j=1}^i M_j}} \right); \quad M_0 = 1. \quad (2.50)$$

Al utilizar (2.49) y (2.50) es posible expresar el filtro CIC modificado $H_m(z)$ como

$$H_m(z) = H_1^{K_1}(z) \cdot H_2^{K_2}(z^{M_1}) \dots H_N^{K_N}(z^{M_1} \dots z^{M_{N-1}}), \quad (2.51)$$

donde K_i es el número de filtros conectados en cascada H_i . Se asume que el valor mínimo N_i de (2.45) en (2.41) debe ser igual a M_1 , es decir $N_K = M_1$. Por consiguiente, los prefiltros coseno se pueden mover a una razón de muestreo menor. La función de transferencia de la conexión en cascada del filtro CIC modificado y los prefiltros coseno se expresa como

$$H_{mCCOS}(z) = H_m(z) \prod_{i=1}^K H_{COS}^{n_i}(z^{N_i}), \quad (2.52)$$

donde n_i es el número de prefiltros coseno conectados en cascada y $N_K = M_1$.

Ejemplo 2.5. Se requiere diseñar un filtro decimador CIC-coseno modificado bajo los parámetros $M=32$ y $N=3$. Al considerar (2.48), se obtienen los factores de decimación multietapa

$$M_1 = 2, M_2 = 4, M_3 = 4. \quad (2.53)$$

Al utilizar (2.45) y recordar que $M_K = M_1$ se produce

$$N_1 = 8, N_2 = 4, N_3 = M_1 = 2. \quad (2.54)$$

Partiendo de (2.52), (2.53) y (2.54) se tiene

$$H_{mCCOS}(z) = H_1^{K_1}(z) H_2^{K_2}(z^2) H_3^{K_3}(z^8) H_{COS}^{n_1}(z^8) H_{COS}^{n_2}(z^4) H_{COS}^{n_3}(z^2), \quad (2.55)$$

donde

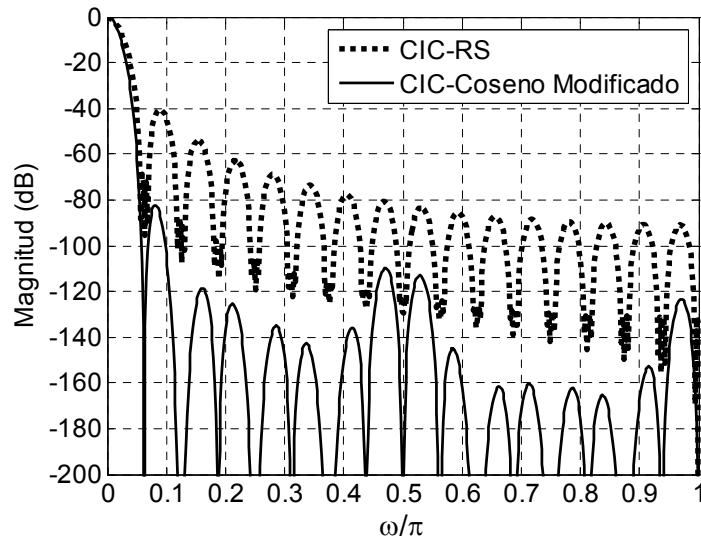
$$H_1(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1-z^{-2}}{1-z^{-1}} \right), \quad H_2(z^2) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-z^{-8}}{1-z^{-2}} \right), \quad H_3(z^8) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-z^{-32}}{1-z^{-8}} \right), \quad (2.56)$$

y

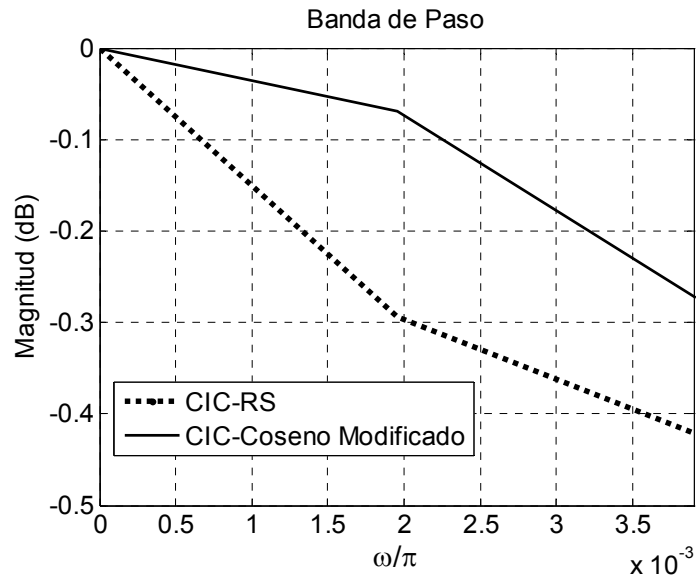
$$\begin{aligned}
 H_{COS}(z^8) &= \frac{1}{8}(1+z^{-16})(1+z^{-8})^2, & H_{COS}(z^4) &= \frac{1}{8}(1+z^{-8})(1+z^{-4})^2, \\
 H_{COS}(z^2) &= \frac{1}{8}(1+z^{-4})(1+z^{-2})^2
 \end{aligned}
 \tag{2.57}$$

En la Figura 2.10 se muestran las respuestas en magnitud, bandas de paso y rechazo de los filtros CIC-coseno modificado y CIC-RS propuesto en [23] para $\alpha=0.0184$, $K=1$, $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$ y $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=1$. De manera similar en la figura 2.11 se ilustran las respuestas en magnitud, bandas de paso y rechazo de los filtros CIC-coseno modificado y CIC-RS para $\alpha=0.0184$, $K=1$, $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$ y $n_1=2$, $n_2=4$, $n_3=4$. Los datos pertenecientes a la caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo al utilizar (2.9), se presentan en la Tabla 2.2.

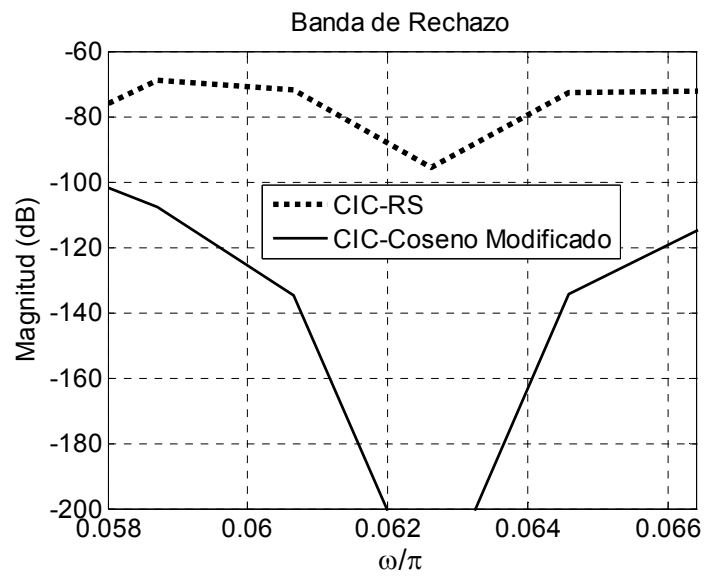
Como se puede observar en las Figuras 2.10, 2.11 y la Tabla 2.2, el filtro CIC-coseno modificado presenta mejoras tanto en la banda de paso como en la banda de rechazo respecto al filtro CIC-RS descrito en [23].



(a) Respuesta en magnitud

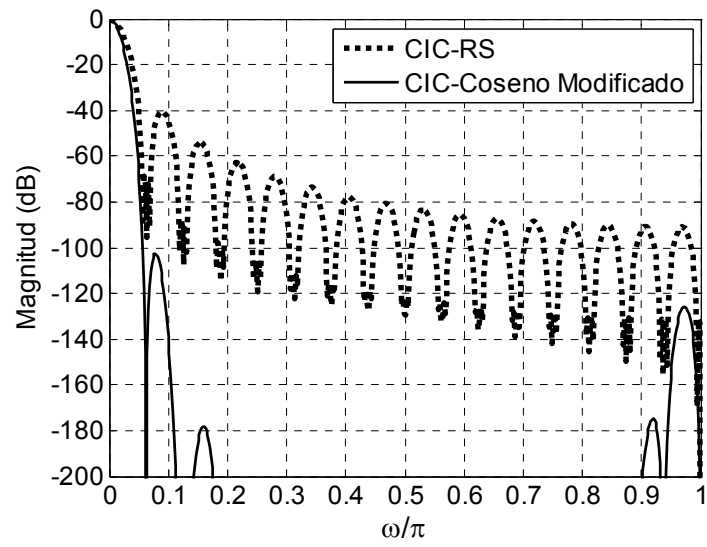


(b) Banda de paso

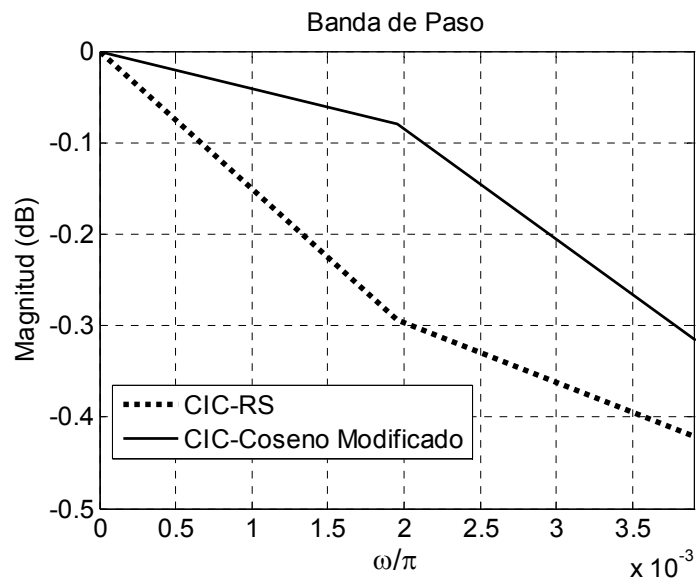


(c) Banda de rechazo

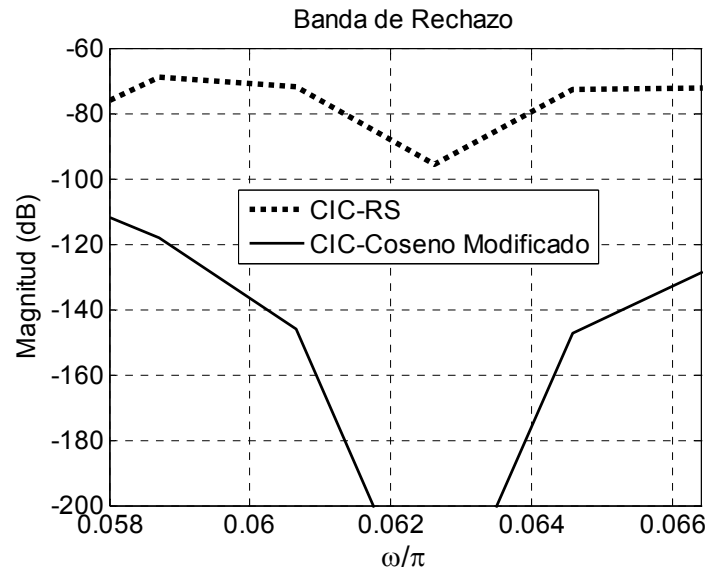
Figura 2.10. Respuesta en magnitud de filtros CIC-RS y CIC-coseno modificado para $\alpha=0.0184$, $K=1$, $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$ y $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=1$.



(a) Respuesta en magnitud



(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 2.11. Respuesta en magnitud de filtros CIC-RS y CIC-coseno modificado para $\alpha=0.0184$, $K=1$, $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$ y $n_1=2$, $n_2=4$, $n_3=4$.

Filtro	Caída en la banda de paso(dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC-RS: $\alpha=0.0184$, $K=1$	-0.42	-68.9375
CIC-coseno modificado: $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=1$	-0.273	-106.4859
CIC-coseno modificado: $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$, $n_1=2$, $n_2=4$, $n_3=4$	-0.3162	-116.7993

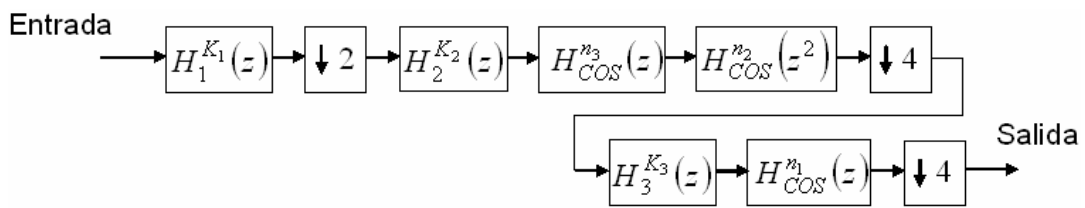
Tabla 2.2. Caída en la banda de paso ($\omega_c/\pi=0.00390625$) y atenuación en la banda de rechazo ($\omega_{A1}/\pi=0.05859375$).

2.4.3 Estructura Eficiente

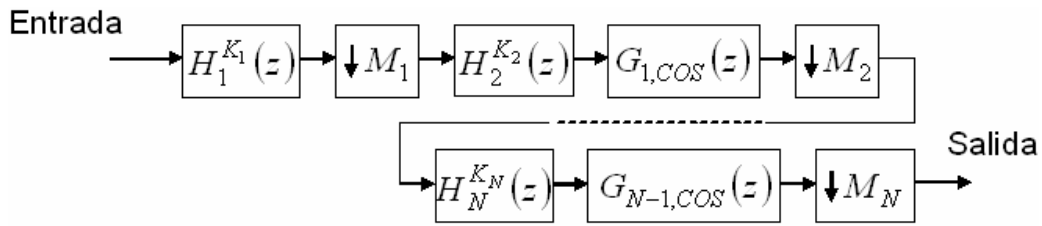
Partiendo de (2.52) y (2.55) es posible obtener una estructura eficiente del Ejemplo 2.5, tal como se muestra en la Figura 2.12(a). El caso general de una estructura eficiente para filtrado CIC-coseno modificado para decimación se ilustra en la Figura

2.12(b). Los filtros $H_i^{K_i}(z)$ se presentan como filtros CIC de menor complejidad. La descomposición polifásica del filtro CIC en la primer etapa de decimación permite que los subfiltros polifásicos sean movidos a una razón de muestreo M_1 veces menor con respecto a la razón de muestreo en la entrada. Los filtros $G_{i,COS}(z)$ representan a los prefiltros coseno. Al observar las Figuras 2.12(a) y 2.12(b) se llega a

$$G_{1,COS}(z) = H_{COS}^{n_3}(z)H_{COS}^{n_2}(z^2), \quad G_{N-1}(z) = H_{COS}^{n_1}(z). \quad (2.58)$$



(a) Estructura eficiente del Ejemplo 2.5



(b) Estructura eficiente para caso general

Figura 2.12. Estructuras multietapas eficientes del filtro CIC-coseno modificado [25].

2.5 Diseño de Filtros de Compensación

2.5.1 Técnica de Afilado (Sharpening)

Cuando se realiza procesamiento de datos a través de filtrado, en ocasiones es necesario mejorar el desempeño de los filtros, ya sea incrementando la atenuación en la banda de rechazo, reduciendo el error en la banda de paso, o ambos requerimientos en bandas de paso y rechazo [27].

La técnica de afilado (sharpening), propuesta por Kaiser y Hamming [27], es comúnmente utilizada para reducir el rizo en la banda de paso e incrementar la atenuación en la banda de rechazo utilizando múltiples copias del filtro diseñado. La técnica de afilado se puede aplicar a filtros FIR de fase lineal, con coeficientes simétricos y de orden par. El proceso de afilado se basa en el concepto de función de cambio de amplitud (ACF), la cual mejora mediante un comportamiento cuadrático los errores en las bandas de paso y rechazo como se muestra en la Figura 2.13. Esta transformación se realiza en la amplitud del filtro y se aplica igualmente a filtros pasabajas, pasaaltas, pasabanda y rechazabanda de cualquier complejidad y cualquier número de bandas de paso y rechazo [27]. Debido a que las frecuencias no están relacionadas con la transformación, las frecuencias de interés no cambian.

La función de transferencia más simple, que satisface las condiciones de afilado es

$$Sh\{H(z)\} = H^2(z) \left[3z^{-(N-1)/2} - 2H(z) \right], \quad (2.59)$$

donde N es la longitud del filtro y su respuesta en magnitud viene dada por

$$|Sh\{H(e^{j\omega})\}| = |H^2(e^{j\omega})| \cdot |3 - 2H(e^{j\omega})|. \quad (2.60)$$

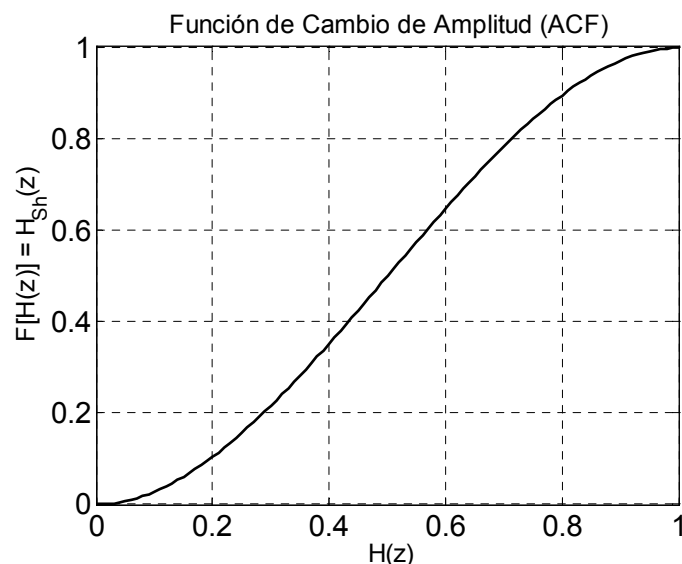


Figura 2.13. La función $Sh\{H(z)\}$ operando en función de $H(z)$.

El diagrama a bloques del proceso de afilado en (2.59) se muestra en la Figura 2.14. La implementación de la técnica de afilado requiere tres copias del filtro original $H(z)$, dos multiplicadores de valores 3 y -2, respectivamente y una línea de retardo $z^{-(N-1)/2}$.

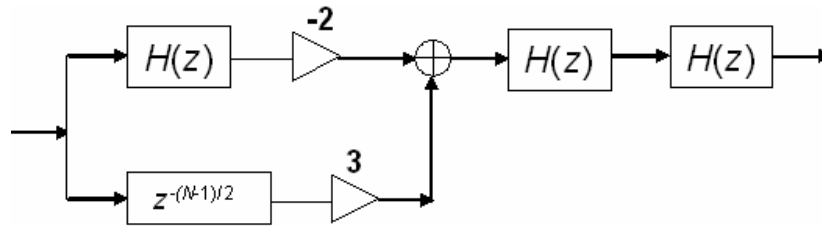


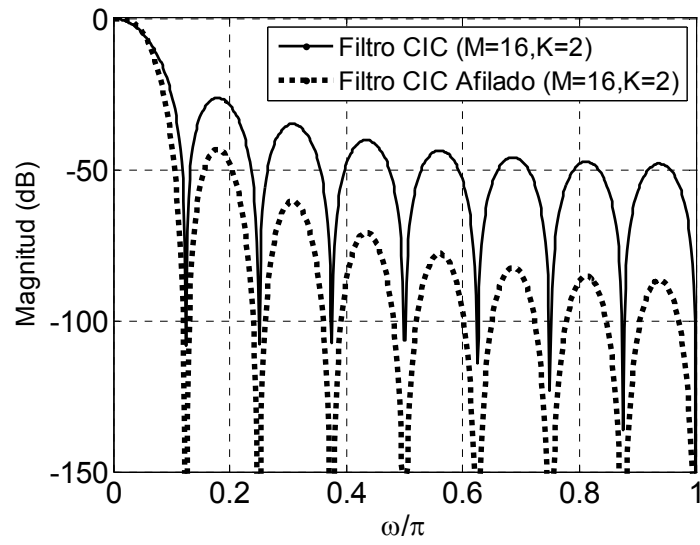
Figura 2.14. Diagrama a bloques de un filtro afilado [27].

La generalización de la técnica de afilado, la cual se basa en la función ACF, es una relación polinomial de la forma $H_{Sh}=f(H)$ entre las amplitudes del filtro afilado y el filtro original, H_{Sh} y H , respectivamente. Las mejoras en la banda de paso, alrededor de $H=1$, o en la banda de rechazo, alrededor de $H=0$, dependen del orden de las tangentes m y n de la función ACF en $H=1$ y $H=0$, respectivamente. La expresión de afilado propuesta por Kaiser y Hamming para las tangentes de orden m y n de la función ACF en $H=1$ y $H=0$, respectivamente, está dada mediante la función de transferencia

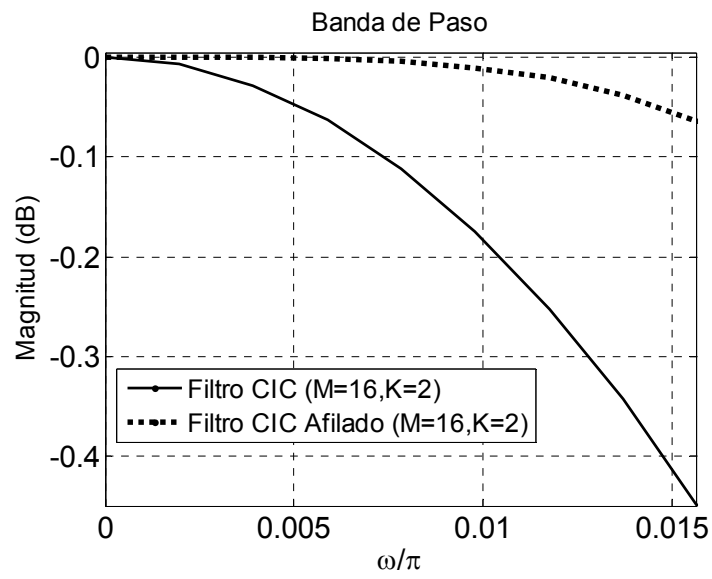
$$Sh\{H(z)\} = H^{n+1} (z) \sum_{k=0}^m \frac{(n+k)!}{n!k!} [1-H(z)]^k. \quad (2.61)$$

donde $Sh\{\cdot\}$ es el operador de afilado.

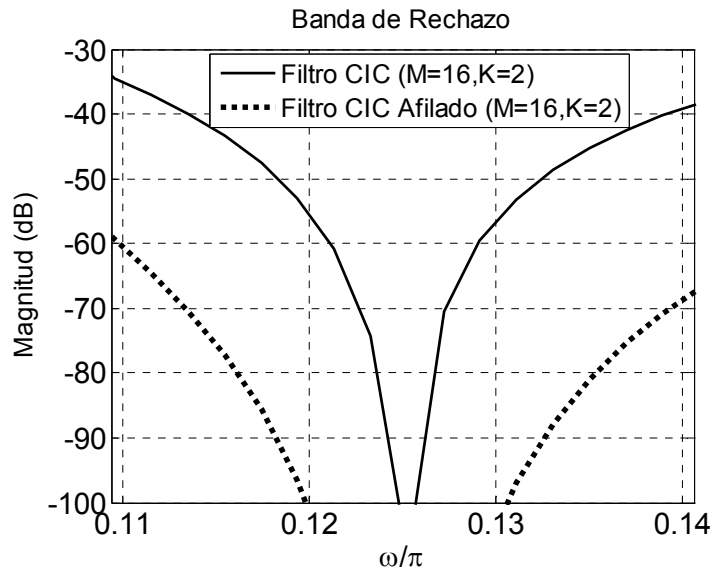
Ejemplo 2.6. Se considera el filtro CIC realizado en el Ejemplo 2.1 para $M=16$ y $K=2$, al cual se le aplica la técnica de afilado dada en (2.59). Las respuestas en magnitud de los filtros CIC y CIC afilado se muestran en la Figura 2.15. Las caídas en la banda de paso para la frecuencia normalizada $\omega_c/\pi=1/64$ son $A_c=-0.447$ dB y $A_c=-0.0636$ dB, respectivamente, tal como se ilustra en la Figura 2.15(b). Así mismo, las atenuaciones en la frecuencia normalizada $\omega_{AI}/\pi=7/64$ donde se presenta el peor caso de traslape son $A_{AI}=-34.167$ dB y $A_{AI}=-58.906$ dB, mostradas en la Figura 2.15(c). Por lo tanto, al aplicar la técnica de afilado se mejoran las bandas de paso y rechazo.



(a) Respuesta en magnitud



(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 2.15. Respuesta en frecuencia de filtros CIC y CIC afilado para $M=16$.

2.5.2 Polinomios Interpolados de Segundo Orden (ISOP's) para Diseño de Filtros Decimadores

El filtro propuesto en [28] consiste de una conexión en cascada de filtrado CIC y filtrado mediante polinomios interpolados de segundo orden (ISOP's). Los ISOP's se utilizan en el diseño de filtros CIC decimadores eficientes para reducir la caída en la banda de paso, causada por el filtrado CIC. En contraparte, esta técnica de compensación presenta una pequeña reducción de atenuación en la banda de rechazo. El diseño de ISOP's se basa específicamente en técnicas de optimización.

La expresión del polinomio de segundo orden en el dominio z es

$$S(z) = \frac{1}{|c+2|} (1 + cz^{-1} + z^{-2}), \quad (2.62)$$

cuya respuesta en magnitud se presenta como

$$|S(e^{j\omega})| = \frac{1}{|c+2|} |c+2 \cos \omega|, \quad (2.63)$$

donde c es un número real. La respuesta en magnitud del polinomio $S(z)$ es monótonamente creciente en $\omega \in [0, \pi]$ si $c < -2$. En (2.63) se presenta ganancia unitaria en $\omega=0$ debido a la presencia del factor $1/|c+2|$. Adicionalmente, la pendiente de (2.63) varía en función del parámetro c .

La función de transferencia del filtro ISOP $P(z)$ está dada por

$$P(z) = \frac{1}{|c+2|} (1 + cz^{-I} + z^{-2I}), \quad (2.64)$$

donde I es un entero positivo y representa el factor de interpolación. La respuesta en magnitud de $P(z)$ es expresada como

$$|P(e^{j\omega})| = \frac{1}{|c+2|} |c+2 \cos I\omega|, \quad (2.65)$$

la cual es monótonamente creciente en $\omega \in [0, \pi/I]$ y periódica con periodo $2\pi/I$. El propósito del filtro ISOP es compensar la caída en la banda de paso del filtro CIC, el cual presenta un decremento monótono en el intervalo $\omega \in [0, \pi/I]$. Por consiguiente, al diseñar filtros ISOP's se deben elegir los valores de I que cumplan con

$$1 \leq I \leq \left\lceil \frac{1}{2f_c} \right\rceil, \quad (2.66)$$

donde f_c es la frecuencia perteneciente a la caída de la banda de paso. Al considerar $I=kM$, (2.66) se convierte en

$$1 \leq k \leq \left\lceil \frac{1}{2Mf_c} \right\rceil, \quad (2.67)$$

donde k es un entero positivo y $\lceil x \rceil$ es el entero más cercano a x . Al analizar (2.65) se obtienen valores máximos y mínimos de $|P(e^{j\omega})|$, los cuales son $|c-2|/|c+2|$ y 1, respectivamente. En la Figura 2.16 se exhibe la respuesta en magnitud de la conexión en cascada de los filtros CIC e ISOP, considerando diferentes valores para k y $c < -2$ y K , que representa el número de filtros CIC conectados en cascada. La pendiente de $|H(e^{j\omega})P(e^{j\omega})|$ aumenta al disminuir $|c|$ y al aumentar k .

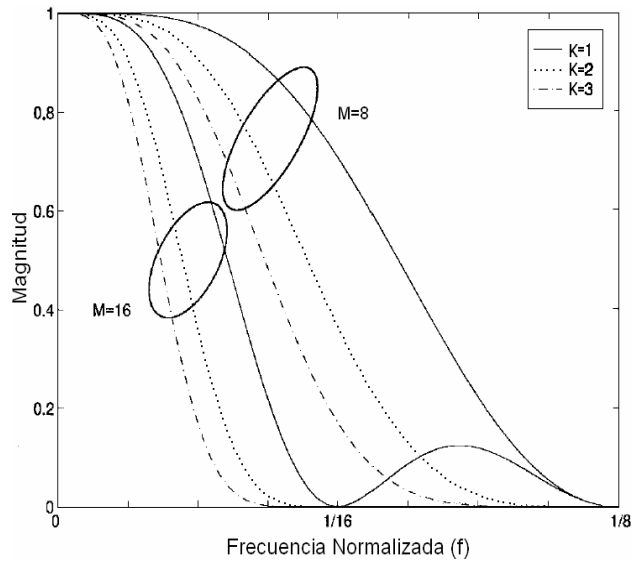


Figura 2.16. Respuesta en magnitud de conexión en cascada de filtros CIC e ISOP para diferentes valores de k , $c < -2$, K [28].

En la Figura 2.17 se muestra una estructura eficiente de la conexión en cascada CIC-ISOP. Para la realización del diseño de esta conexión en cascada de filtros, si el filtro CIC es proporcionado, un filtro ISOP óptimo puede ser obtenido al utilizar métodos como el algoritmo Parks-McClellan y programación lineal. Específicamente, para cada entero k que cumpla (2.67), se resuelve

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } \delta \\ &\text{sujeto a } |H(e^{j\omega}) \cdot P(e^{j\omega}) - 1| < \delta, \\ &\text{para } 0 \leq \omega \leq 2\pi f_c \end{aligned} \quad (2.68)$$

donde $H(e^{j\omega})$ y $P(e^{j\omega})$ son las respuestas en frecuencia de los filtros CIC e ISOP, respectivamente. Después de resolver (2.68) para cada k , el par (k, c) que presente el valor más pequeño de δ es seleccionado.

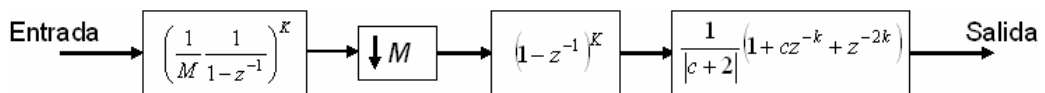


Figura 2.17. Estructura eficiente de conexión en cascada de CIC-ISOP [28].

En la Tabla 2.3 se presentan las características de desempeño del filtro CIC y de la conexión en cascada CIC-ISOP para diferentes valores de K , ω_c y ω_{AI} . Como se puede observar, la conexión en cascada CIC-ISOP mejora la caída en la banda de paso del filtro CIC. Sin embargo, se presenta una pequeña reducción en la banda de rechazo con respecto al filtro CIC.

Filtros con $M=8$		$\omega_c/\pi=1/4M$	$\omega_{AI}/\pi=7/4M$	$\omega_c/\pi=1/2M$	$\omega_{AI}/\pi=3/2M$
		Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)	Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC	$K=4$	0.88	67.82	3.59	41.32
	$K=6$	1.33	101.73	5.39	61.97
CIC-ISOP	$K=4$	0.0248	66.96	0.41	38.14
	$K=6$	0.046	100.45	0.754	57.33

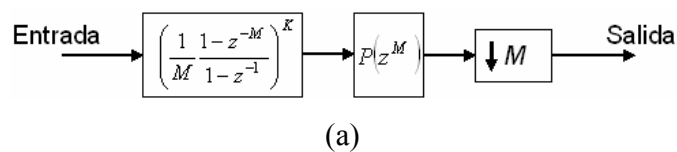
Tabla 2.3. Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo del filtro CIC y de la conexión en cascada CIC-ISOP para $M=8$ [28].

2.5.3 Compensador de Segundo Orden de Filtrado CIC

En [29] el siguiente filtro compensador de segundo orden para filtrado CIC es propuesto

$$P(z) = a + bz^{-1} + az^{-2}, \quad (2.69)$$

donde a y b son constantes de valores reales a ser determinadas. En la Figura 2.18(a) el compensador se coloca después del filtrado CIC. Al utilizar las identidades de sistemas multirazón [18], el compensador de filtrado CIC se presenta de manera eficiente, tal como se muestra en la Figura 2.18(b).



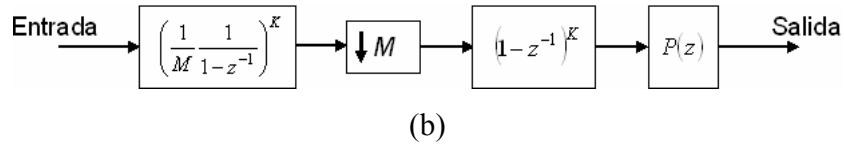


Figura 2.18. Filtro CIC compensado: (a) antes y (b) después de la aplicación de las identidades de sistemas multirazón [29].

El filtro $P(z)$ se diseña para tener fase lineal, evitando cualquier distorsión en fase y para reducir la complejidad en la implementación. Dada la respuesta en magnitud del filtro CIC en (2.6), los coeficientes a y b pueden ser obtenidos mediante el uso del algoritmo Parks-McClellan. Para lograr un filtrado de compensación libre de multiplicadores, las constantes a y b pueden ser implementadas como un número limitado de corrimientos y sumas al utilizar representación de sumas de potencias de dos (SOPOT) [29]

$$\hat{b} = \sum_{r=1}^R u_r 2^{a_r}, \quad (2.70)$$

donde $u_r \in \{-1, 1\}$ y $a_r \in \{-l_b, \dots, -1, \dots, -1, 0, 1, \dots, u_b\}$; l_b y u_b son enteros positivos y sus valores determinan el rango dinámico de los coeficientes; y R es el número de términos empleados para la aproximación del coeficiente.

En [30,31] la representación SOPOT de los coeficientes del compensador de segundo orden es determinada a través del algoritmo de búsqueda aleatoria. La función de interés a ser minimizada puede ser expresada como

$$\min \langle T_{\text{SOPOT}} \rangle \text{ sujeto a } \begin{cases} \delta_p < \delta_{p-\max} \\ \delta_s < \delta_{s-\max}, \quad \phi = [-0.5, 0.5], \\ \delta_d < \delta_{d-\max} \end{cases} \quad (2.71)$$

donde

$$\delta_p = \max_{0 < |\omega| < \omega_p} \left\langle \left| \hat{H}(e^{j\omega}, \phi) - H_d(e^{j\omega}, \phi) \right| \right\rangle, \quad (2.72)$$

es el rizo en la banda de paso;

$$\delta_s = \max_{\omega_s < |\omega| < \pi} \left\langle \left| \hat{H}(e^{j\omega}, \phi) - H_d(e^{j\omega}, \phi) \right| \right\rangle, \quad (2.73)$$

es el rizo en la banda de rechazo;

$$\delta_d = \max_{0 < |\omega| < \omega_p} \left\langle \left| \tau(\phi) - \hat{\tau}(\phi) \right| \right\rangle, \quad (2.74)$$

es el rizo de retardo fraccional; T_{SOPOT} es el número total de términos SOPOT utilizados para implementar todos los coeficientes SOPOT del filtro; $H_d(e^{j\omega}, \phi)$ y $\tau(\phi)$ son, respectivamente la respuesta en frecuencia deseada y retardo de grupo; $\hat{H}(e^{j\omega}, \phi)$ y $\hat{\tau}(\phi)$ son, respectivamente, la respuesta en frecuencia y el retardo de grupo del filtro CIC compensado libre de multiplicadores mediante representación SOPOT; $\delta_{p\text{-max}}$, $\delta_{s\text{-max}}$ y $\delta_{d\text{-max}}$ son las tolerancias máximas de los rizos de banda de paso, banda de rechazo y retardo de grupo, respectivamente [29]. En el algoritmo de búsqueda aleatoria [30,31], los coeficientes de representación SOPOT del filtro compensador son obtenidos mediante un algoritmo que calcula de forma iterativa un vector candidato que presenta términos SOPOT \mathbf{X}_c , el cual es expresado como

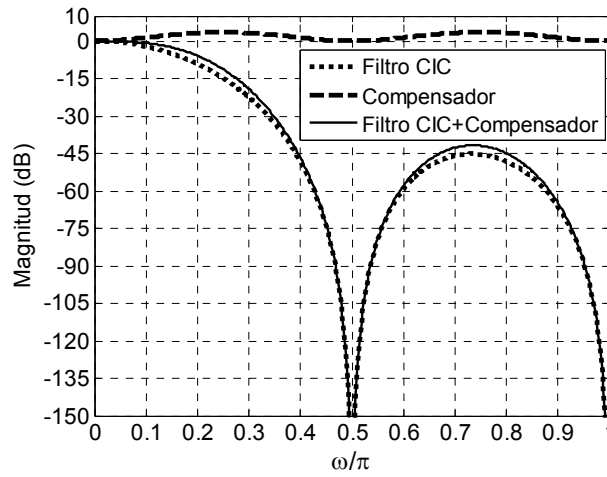
$$\mathbf{X}_c = \lfloor \mathbf{X} + \lambda \mathbf{X}_p \rfloor_{\text{SOPOT}}, \quad (2.75)$$

donde \mathbf{X} es el vector que contiene los coeficientes de valores reales a y b obtenidos con el algoritmo Parks-McClellan; \mathbf{X}_p es un vector aleatorio que presenta números seleccionados en el intervalo $[-1, 1]$; λ es una variable definida por el usuario utilizada para controlar el tamaño de la vecindad en la cual se realiza la búsqueda; y $\lfloor \cdot \rfloor_{\text{SOPOT}}$ es el operador de redondeo que convierte cada elemento del vector de entrada a su valor SOPOT más cercano, acotado entre u_b y l_b dados en (2.70). Posteriormente, los valores de desempeño δ_p , δ_s y δ_d los cuales están en función de los nuevos coeficientes SOPOT son obtenidos. El vector \mathbf{X}_c que cumpla con el mínimo número de términos SOPOT, $\min\langle T_{\text{SOPOT}} \rangle$ dado en (2.71), y que al mismo tiempo pueda satisfacer las especificaciones y restricciones descritas en el proceso de optimización previamente descrito, será considerado como la solución óptima [30,31].

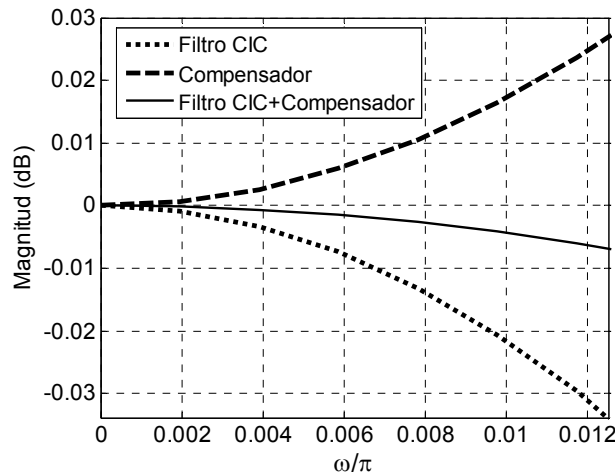
Las respuestas en frecuencia del filtro CIC, filtro compensador y filtro CIC compensado para $M=4$ y $K=4$ se muestran en la Figura 2.19. Los coeficientes SOPOT resultantes son

$$a = -2^{-3}, \quad b = 2^0 + 2^{-2}. \quad (2.76)$$

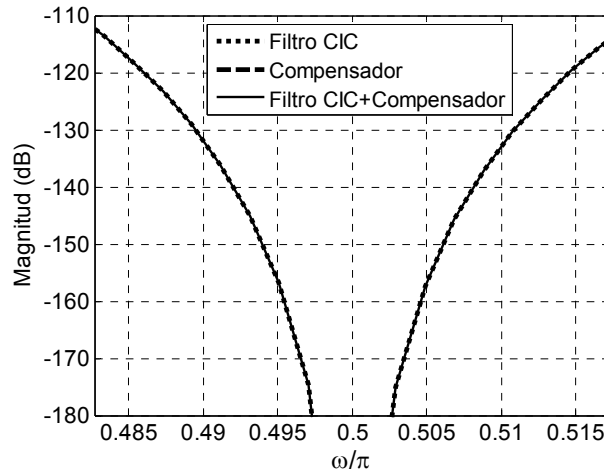
Los peores casos de desviación en la banda de paso $\omega_c/\pi=0.012557$ y traslape en la banda de rechazo $\omega_{Al}/\pi=0.482718$ en el filtro CIC compensado están dados por -0.006864dB y -112.30914dB , respectivamente, y los peores casos en las bandas de paso y rechazo para el filtro CIC son -0.0338dB y -112.36dB , respectivamente. Por lo tanto, el filtro compensador mejora la caída en la banda de paso del filtro CIC en un poco más de un factor de cuatro. Al mismo tiempo, el filtro CIC compensado mantiene una atenuación en la banda de rechazo comparable a la del filtro CIC.



(a) Respuesta en magnitud



(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 2.19. Respuestas en frecuencia de filtros CIC, compensador y CIC compensado para $M=4$ y $K=4$.

2.5.4 Filtro FIR Compensador para un Convertidor Analógico Digital (A/D) Sigma Delta ($\Sigma\Delta$)

La implementación en hardware de un convertidor analógico digital (A/D) sigma delta ($\Sigma\Delta$) consiste de un modulador $\Sigma\Delta$ y un filtro pasabajas a la salida del modulador. Para diseñar un convertidor A/D $\Sigma\Delta$ eficiente el cual posea un modulador $\Sigma\Delta$ de orden L , se debe tener una etapa de $L+1$ filtros CIC conectados en cascada a la salida del modulador $\Sigma\Delta$ [32]. Por lo tanto, si se tiene un modulador $\Sigma\Delta$ de primer orden se deben incorporar dos filtros CIC en cascada para rechazar el ruido de cuantización a alta frecuencia. La respuesta en magnitud de dos filtros CIC conectados en cascada es

$$|H_{\text{CIC}}(f)| = \left| \frac{1}{M} \frac{\text{sen}(M\pi F)}{\text{sen}(\pi F)} \right|^2, \quad (2.77)$$

donde $F=f/f_s$ y f_s es la frecuencia de muestreo. La gráfica de respuesta en magnitud de (2.77) para $M=8$, $K=2$ y $f_s=1\text{GHz}$ se muestra en la Figura 2.20.

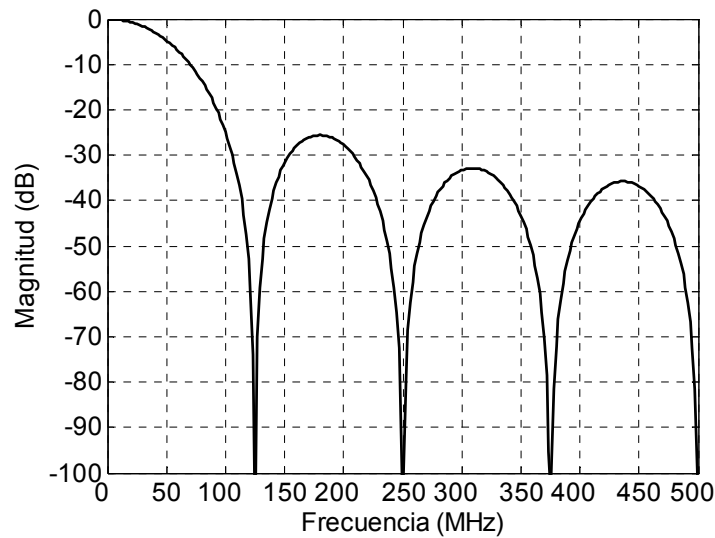


Figura 2.20. Respuesta en frecuencia de $|H_{CIC}(f)|$ para $M=8$, $K=2$ y $f_s=1\text{GHz}$.

Idealmente un filtro pasabajas presenta una magnitud, en escala lineal, de uno en la banda de paso en el intervalo de frecuencia $[0, f_b]$, donde f_b es el ancho de banda de la señal. Sin embargo el filtro CIC presenta una caída en la banda de paso, $f_b < f_s/2M$, la cual debe ser compensada mediante un filtro de compensación. El filtro compensador debe presentar en la banda de paso una respuesta en frecuencia que permita a la conexión en cascada del filtro CIC y el filtro compensador presentar un valor de uno con un error menor a la resolución del convertidor A/D. En la Figura 2.21 se muestra un diagrama a bloques de un convertidor A/D $\Sigma\Delta$ compuesto de un modulador $\Sigma\Delta$, dos filtros CIC conectados en cascada y la etapa de compensación.

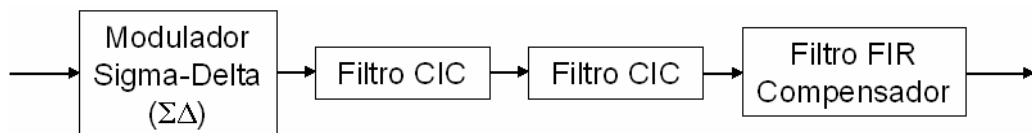


Figura 2.21. Diagrama a bloques de un convertidor A/D $\Sigma\Delta$ [32].

En [32] se presenta un método de diseño para un filtro FIR compensador el cual presenta un número reducido de coeficientes, satisfaciendo los requerimientos en

las bandas de paso y rechazo. Para este fin se parte de la función de transferencia de un filtro FIR

$$H_{FIR}(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}. \quad (2.78)$$

Al asumir que la expresión dada en (2.78) representa a un filtro FIR de fase lineal, los coeficientes son simétricos. Por lo tanto, $a_0 = a_n$, $a_1 = a_{n-1}$, ... La respuesta en frecuencia de un filtro FIR de fase lineal de orden $2L$ está dada por

$$H_{FIR}(f) = h(0) + 2 \sum_{n=1}^L h(n) \cos(2n\pi F), \quad (2.79)$$

donde $h(n)$ son los coeficientes del filtro. La expresión dada en (2.79) puede ser representada de forma vectorial como

$$H_{FIR}(f) = \mathbf{d}^T \mathbf{h}, \quad (2.80)$$

donde

$$\mathbf{d}^T = [1 \quad 2 \cos 2\pi F \quad 2 \cos 4\pi F \quad \dots \quad 2 \cos 2L\pi F], \quad (2.81)$$

y

$$\mathbf{h}^T = [h(0) \quad h(1) \quad \dots \quad h(L)]. \quad (2.82)$$

Para determinar los coeficientes del filtro FIR a diseñar los cuales se encuentran en el vector \mathbf{h} , se deben especificar $L+1$ valores correspondientes a $L+1$ frecuencias de la respuesta deseada. Esto puede ser expresado como

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H(0) \\ H(f_1) \\ \vdots \\ H(f_L) \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{h}, \quad (2.83)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \cos\left(2\pi \frac{f_1}{f_s}\right) & \dots & 2 \cos\left(2L\pi \frac{f_1}{f_s}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 \cos\left(2\pi \frac{f_L}{f_s}\right) & \dots & 2 \cos\left(2L\pi \frac{f_L}{f_s}\right) \end{bmatrix}_{(L+1) \times (L+1)}. \quad (2.84)$$

Si el vector \mathbf{H} es especificado, el vector \mathbf{h} se obtiene de

$$\mathbf{h} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{H}. \quad (2.85)$$

Los valores del vector \mathbf{H} deben ser elegidos de la siguiente manera

$$H(0)=1, H(f_1)=\frac{1}{H_{CIC}(f_1)}, \dots, H(f_m)=\frac{1}{H_{CIC}(f_m)}; \text{ para } f_m \leq f_b. \quad (2.86)$$

El número de puntos $f_0=0, f_1, \dots, f_m$ debe ser suficiente para así obtener la precisión deseada en la respuesta del filtro compensador en el intervalo $[0, f_b]$. Posteriormente, la región de transición debe ser definida al especificar valores para $H(f_i)$ en $f_b < f_i < f_b + \Delta f$. Finalmente, se especifica la banda de rechazo para diversos puntos en el intervalo de frecuencias $f_i \geq f_b + \Delta f$ donde $H(f_i)=0$.

Ejemplo 2.7. Se desea diseñar un filtro FIR compensador que reduzca la caída en la banda de paso del filtro CIC representado por (2.77) y mostrado en la Figura 2.20, considerando un ancho de banda de 50MHz y una resolución en el convertidor A/D $\Sigma\Delta$ de 8 bits, permitiendo un margen de error de 2^{-8} en el filtro compensador. Por lo tanto, en el vector de frecuencia \mathbf{f} se seleccionan 21 puntos con valores dentro del intervalo $0 \leq f \leq 500\text{MHz}$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 & 14 & 28 & 38 & 45.5 & 49.5 & 100 & 140 & 170 & 200 & 225 \\ 250 & 275 & 300 & 325 & 350 & 375 & 400 & 430 & 460 & 490 \end{bmatrix}^T. \quad (2.87)$$

Los primeros seis valores en MHz de \mathbf{f} se localizan en la banda de paso, por lo cual en \mathbf{H} se debe tener $H(f_i)=1/H_{CIC}(f_i)$, para $0 \leq i \leq 5$. El séptimo valor de 100MHz en el vector \mathbf{f} se localiza en la banda de transición, asignando un valor de 6 en \mathbf{H} a esta frecuencia. Para los últimos catorce valores presentes en \mathbf{f} , que se encuentran en la banda de rechazo, en \mathbf{H} se asigna $H(f_i)=0$, para $7 \leq i \leq 20$. Por lo tanto, los coeficientes del filtro en el vector \mathbf{h} son determinados al resolver (2.85). Esto genera como resultado 21 valores para los coeficientes del filtro, debido a que los otros 20 valores son simétricos. De esta forma, se tienen en total 41 coeficientes. Los valores de los coeficientes del filtro compensador son

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} -0.02 & 0 & 0.04 & 0.08 & 0.01 & -0.09 & -0.16 & -0.12 & 0.02 & 0.18 \\ 0.29 & 0.24 & 0.05 & -0.2 & -0.4 & -0.46 & -0.32 & -0.02 & 0.35 & 0.65 & 0.77 \\ 0.65 & 0.35 & -0.02 & -0.32 & -0.46 & -0.4 & -0.2 & 0.05 & 0.24 & 0.29 \\ 0.18 & 0.02 & -0.12 & -0.16 & -0.09 & 0.01 & 0.08 & 0.04 & 0 & -0.02 \end{bmatrix}^T. \quad (2.88)$$

Los coeficientes presentes en \mathbf{h} están redondeados a la segunda posición decimal para así limitar el tamaño de palabra de los coeficientes de 8 bits. En la Figura 2.22 se ilustra la respuesta en frecuencia del filtro FIR compensador.

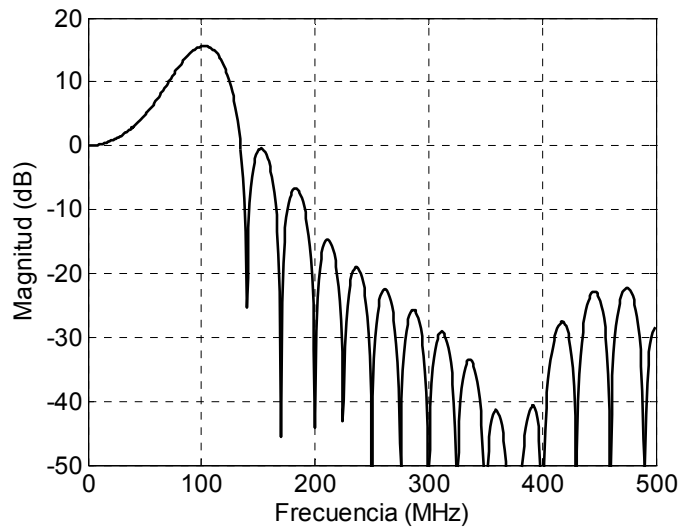


Figura 2.22. Respuesta en frecuencia de filtro FIR compensador de 41 coeficientes.

Las respuestas en frecuencia de la conexión en cascada de los dos filtros CIC dada por (2.77) y del filtro FIR compensador se muestran en la Figura 2.23.

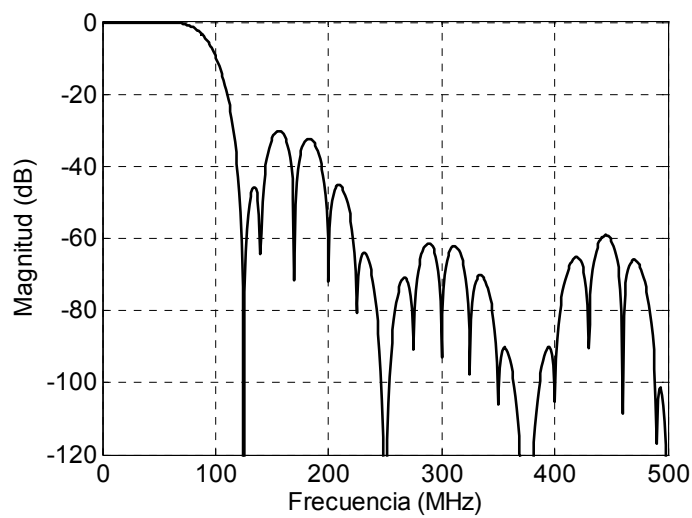


Figura 2.23. Respuesta en frecuencia de la conexión en cascada de los dos filtros CIC y el filtro FIR compensador.

La respuesta en frecuencia mostrada en la Figura 2.23 presenta 0dB en la banda de paso con un error de 2^{-8} , mientras que la banda de transición es muy angosta y la banda de rechazo es baja.

2.5.5 Filtro Compensador de Filtrado CIC en Receptor de Frecuencia Intermedia (IF) Digital para W-CDMA

En un receptor de frecuencia intermedia (IF) digital, el proceso de decimación es llevado a cabo para reducir la complejidad computacional [33]. Adicionalmente el filtro CIC se utiliza como filtro anti-traslape debido a que no presenta multiplicadores y a la sencillez de su implementación. Sin embargo, el filtro CIC presenta un fenómeno de caída en la banda de paso, causando cierta degradación en el desempeño del receptor.

En [33] se propone para un receptor IF digital para W-CDMA un método de diseño basado en un filtro compensador el cual debe reducir la distorsión generada por filtrado CIC en la banda de paso. El filtro compensador debe ser un filtro FIR simétrico de orden mínimo. Los coeficientes del filtro compensador vienen dados por

$$c(n) = -\frac{a}{1-2a} \delta(n+1) + \frac{1}{1-2a} \delta(n) - \frac{a}{1-2a} \delta(n-1), \quad (2.89)$$

donde $a \neq 0.5$. Adicionalmente, la respuesta en frecuencia de (2.89) es expresada como

$$C(\omega) = \frac{1-2a \cos \omega}{1-2a}, \quad (2.90)$$

donde $a \neq 0.5$. De (2.89) y (2.90) se puede notar que el desempeño del filtro de compensación depende del valor asignado en a . Por lo tanto, como parámetro de diseño se considera la función error entre las respuestas en frecuencia de un filtro digital ideal $F(\omega)$ y el filtro CIC $F(\omega)$ compensado por $C(\omega)$

$$E(a) = \int_0^{\pi} [D(\omega) - C(\omega)F(\omega)]^2 W(\omega) d\omega, \quad (2.91)$$

donde $W(\omega)$ es una función de peso. En un sistema W-CDMA la función de peso es representada por un filtro en raíz de coseno elevado (root raised cosine) dado por

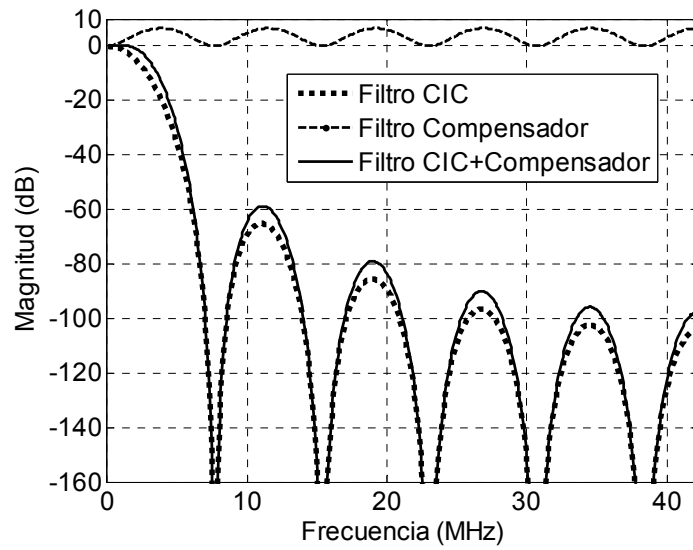
$$RC(t) = \frac{\text{sen}\left(\pi \frac{t}{T_c}(1-\alpha)\right) + 4\alpha \frac{t}{T_c} \cos\left(\pi \frac{t}{T_c}(1+\alpha)\right)}{\pi \frac{t}{T_c} \left(1 - \left(4\alpha \frac{t}{T_c}\right)^2\right)}, \quad (2.92)$$

donde T_c es la duración de chip y $\alpha=0.22$ es factor de caída (roll-off). La función de error $E(a)$ es minimizada cuando el coeficiente a del filtro compensador es expresado como [33]

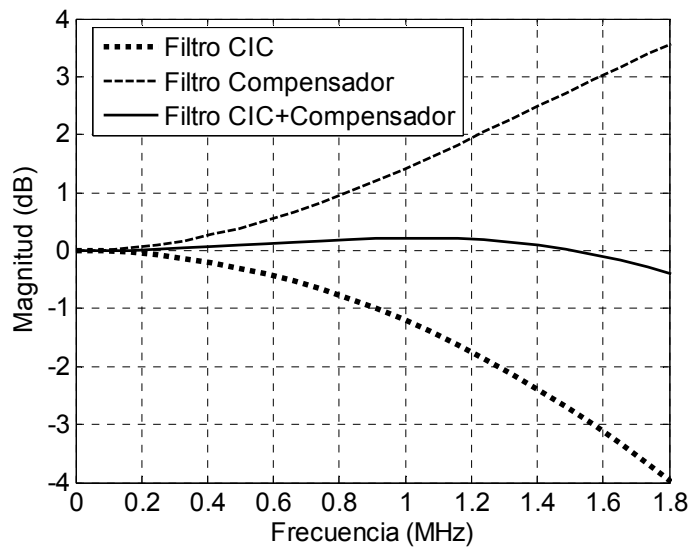
$$a = \frac{\int_0^{\pi} F(\omega)(1 - \cos \omega F(\omega))(1 - F(\omega))W(\omega)d\omega}{\int_0^{\pi} F(\omega)(1 - \cos \omega F(\omega))(1 - \cos(\omega))W(\omega)d\omega}. \quad (2.93)$$

En la Figura 2.24 se muestra la respuesta en frecuencia del filtro CIC, filtro compensador y filtro CIC compensado, considerando un factor de decimación $M=5$ y $K=5$. Para este caso el cálculo del coeficiente en filtro compensador al utilizar (2.93) es $a=0.1799$.

En la Figura 2.24(b) se puede notar que el filtro compensador realiza su función de compensar la caída del filtro CIC en la banda de frecuencia de 0 a 1.4976MHz, presentándose de esta manera en la banda de paso del filtro CIC compensado un valor de 0.2132dB con respecto a la caída en la banda de paso del filtro CIC original de -2.7288dB.



(a) Respuesta en frecuencia



(b) Banda de paso

Figura 2.24. Respuesta en frecuencia de filtro CIC, filtro de compensación y filtro CIC compensado para $M=11$, $K=5$ y $a=0.1799$.

Capítulo 3

Propuesta para Decimación Basada en Estructura Multietapa Eficiente

Las estructuras multietapa propuestas, las cuales se dedican al decremento de la razón de muestreo, son expuestas en este capítulo. El filtro digital multietapa a presentarse está compuesto de dos secciones: filtrado CIC-Coseno modificado y etapa de compensación propuesta libre de multiplicadores. El concepto es aplicable a decimadores de factor entero.

3.1 Representación Eficiente de Coeficientes de Filtro FIR con Mínimo Número de Potencias de Dos

Los filtros FIR son ampliamente utilizados en el procesamiento digital de señales. Sin embargo, la forma tradicional de implementar sus coeficientes es a través de multiplicadores lo que trae como consecuencia:

- Complejidad en el hardware.
- Incremento en los costos.
- Alto consumo de potencia.
- Limitaciones en las aplicaciones de filtrado a alta velocidad.

Al considerar los coeficientes como sumas y restas de potencias de dos, cada multiplicación en el filtro FIR puede ser remplazada por operaciones simples de suma/resta y corrimiento. De esta manera, cada coeficiente de la respuesta al impulso de un filtro FIR puede ser representado como

$$\hat{b} = \sum_{k=1}^L s_k 2^{p_k} \quad (3.1)$$

donde $s_k \in \{-1, 0, 1\}$; $p_k \in \{-l_b, \dots, -1, \dots, -1, 0, 1, \dots, u_b\}$; l_b y u_b son enteros positivos y sus valores determinan el rango dinámico de los coeficientes; y L es el número de dígitos diferentes de cero [34]. Esta representación es conocida como código de dígitos con signo en base dos. En general, existen varias representaciones de dígitos con signo para la respuesta al impulso de un filtro FIR $h(n)$ dado.

Para reducir al mínimo el número de sumas o restas de potencias de dos que sustituyen a los coeficientes de $h(n)$ en (3.1), es posible utilizar la representación de dígitos canónicos con signo (CSD) y de esta forma incrementar la velocidad y reducir la complejidad del hardware [35]. CSD está conformado por un conjunto de dígitos ternarios que comprende $\{1, 0, \bar{1}\}$ donde $\bar{1}$ denota -1 . La expresión CSD de un número dado es única y tiene dos propiedades:

- El número de dígitos diferentes de cero es mínimo. Para un número de n bits expresados mediante CSD, existen a lo más $\lfloor n/2 \rfloor$ dígitos diferentes de cero.
- El producto de dos dígitos adyacentes es cero. Por lo tanto, para la multiplicación de dígitos CSD adyacentes se debe cumplir, $c_i * c_{i-1} = 0$.

Las transformaciones básicas de conversión para CSD vienen dadas por [36]:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \dots & 0 & \underset{i+k}{0} & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \underset{i}{1} & 0 & \dots \\ & & & & & & & \Downarrow & & & \\ \dots & 0 & \underset{i+k}{1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \underset{i}{\bar{1}} & 0 & \dots \end{array} \quad (3.2.a)$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\dots & \bar{1} & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 & \dots & & \\
& \substack{\bar{1} \\ i+k} & & & & & & \substack{1 \\ i} & & & \\
& & & & & \Downarrow & & & & & \\
\dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \bar{1} & 0 & \dots & & \\
& \substack{0 \\ i+k} & & & & & & \substack{\bar{1} \\ i} & & &
\end{array} , \tag{3.2.b}$$

donde $\{k, i\} \in \mathbb{Z}$. Los pasos a seguir para realizar la conversión de un número en sistema decimal a representación CSD son los siguientes:

- 1) Convertir el número de notación decimal a notación binaria. Si el número en notación decimal es positivo se convierte a sistema binario y se agrega un bit de valor cero a la izquierda del bit más significativo (MSB+1). Sin embargo, si el número en notación decimal es negativo se pasa a sistema binario y se obtiene su complemento a dos. Posteriormente, se agrega un bit de valor uno a la izquierda del bit más significativo (MSB+1).
- 2) Revisar el bit ubicado en MSB+1. Si el bit en la posición MSB+1 es 1 se cambia por $\bar{1}$, esto es $-1 \Rightarrow \bar{1}$. Por el contrario, si el bit en la posición MSB+1 es 0 no se realiza ningún cambio.
- 3) Obtener la representación CSD. Se analizan las parejas de dígitos adyacentes de derecha a izquierda realizando la conversión a CSD al utilizar las transformaciones básicas dadas por (3.2).

Ejemplo 3.1. Se desean convertir los números 93 y -81 a su representación CSD equivalente. El proceso de conversión de sistema decimal a CSD, previamente comentado, se muestra en (3.3)

$$\begin{array}{cccccccc}
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \bar{1} & 0 & 1, \\
1 & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & \bar{1} & 0 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
\bar{1} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
\bar{1} & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \bar{1}. \\
\bar{1} & 1 & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & 0 & \bar{1} \\
0 & \bar{1} & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & 0 & \bar{1}
\end{array} \tag{3.3}$$

A partir de los resultados obtenidos en (3.3), estos se pueden presentar como sumas o diferencias de potencias de dos

$$(1 \ 0 \ \bar{1} \ 0 \ 0 \ \bar{1} \ 0 \ 1)_2 = (2^7 - 2^5 - 2^2 + 2^0)_{10}, \quad (3.4)$$

$$(0 \ \bar{1} \ 0 \ \bar{1} \ 0 \ 0 \ 0 \ \bar{1})_2 = (-2^6 - 2^4 - 2^0)_{10}.$$

donde $(x)_y$ representa a un número x en base y . Los términos CSD pueden ser determinados para valores no enteros al utilizar los mismos principios y propiedades.

3.2 Filtro Compensador Propuesto para Filtrado CIC

En esta sección se presenta un procedimiento alternativo de diseño para un filtro compensador de segundo orden para filtrado CIC. El filtro compensador propuesto es un filtro FIR simétrico de segundo orden, cuyos coeficientes son obtenidos al resolver un sistema de ecuaciones lineales. Posteriormente, estos coeficientes son expresados como el mínimo número de sumas o diferencias de potencias de dos a través de la representación CSD anteriormente expuesta. De esta forma, los coeficientes del filtro compensador pueden ser representados como operaciones de suma/diferencia y corrimiento, reduciendo de esta forma la complejidad del hardware.

3.2.1 Diseño de Filtro Compensador

El filtro compensador de segundo orden propuesto es descrito mediante su función de transferencia interpolada por un factor M

$$H_{COMP}(z^M) = a + bz^{-M} + az^{-2M}, \quad (3.5)$$

donde M es el factor de decimación y $\{a, b\} \in \mathfrak{R}$. Los coeficientes a y b en (3.5) son obtenidos al resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2a & + & b & = & 1 \\ 2a \cos(M\omega_c) & + & b & = & \delta_{comp} \end{cases}, \quad (3.6)$$

donde ω_c es la frecuencia en la banda de paso de interés, M es el factor de decimación y δ_{comp} es el factor de compensación en escala lineal dado por

$$\delta_{comp} = 1 / \delta_c, \quad (3.7)$$

donde δ_c es la caída en la banda de paso en escala lineal del filtro CIC a ser compensada. El sistema de ecuaciones mostrado en (3.6) puede ser expresado de forma matricial como

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 \cos(M\omega_c) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \delta_{comp} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Por lo tanto, al resolver el vector de coeficientes los valores de a y b del filtro compensador son obtenidos de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 \cos(M\omega_c) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \delta_{comp} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

donde $[x]^{-1}$ representa la matriz inversa de $[x]$. Al obtener la matriz inversa expresada como

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 \cos(M\omega_c) & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2(\cos(M\omega_c)-1)} & \frac{1}{2(\cos(M\omega_c)-1)} \\ \frac{\cos(M\omega_c)}{\cos(M\omega_c)-1} & -\frac{1}{\cos(M\omega_c)-1} \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

para $\cos(M\omega_c) \neq 1$, se obtiene de forma explícita la solución a los coeficientes del filtro compensador mediante las operaciones matriciales

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2(\cos(M\omega_c)-1)} & \frac{1}{2(\cos(M\omega_c)-1)} \\ \frac{\cos(M\omega_c)}{\cos(M\omega_c)-1} & -\frac{1}{\cos(M\omega_c)-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \delta_{comp} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Debido a que la precisión de los coeficientes a y b es considerable en sus partes de punto flotante, estos son cuantizados a través de las expresiones

$$a_q = 2^{-k} \lfloor a / 2^{-k} \rfloor, \quad b_q = 2^{-k} \lfloor b / 2^{-k} \rfloor, \quad (3.12)$$

donde a_q y b_q son los valores cuantizados de a y b respectivamente, k es el factor de cuantización y $\lfloor x \rfloor$ representa la parte entera de x . Basándose en (3.6), los coeficientes cuantizados a_q y b_q deben satisfacer la siguiente condición

$$2a_q + b_q = 1. \quad (3.13)$$

El diseño del filtro compensador se logra al llevar a cabo el siguiente procedimiento

- 1) Obtención de los coeficientes del filtro compensador a, b al resolver (3.11).
- 2) Inicio de proceso de cuantización de los coeficientes a y b para $k=2$.
- 3) Incremento del factor de cuantización k , hasta lograr que la condición en (3.13) se cumpla.
- 4) Si la caída en la banda de paso del filtro CIC compensado se encuentra dentro de los límites de diseño requeridos, los coeficientes de cuantización correspondientes a_q, b_q son convertidos a su forma CSD. De lo contrario, se regresa al paso 3) hasta que la compensación en la banda de paso cumpla los requerimientos de diseño deseados.

El diagrama a bloques del procedimiento de diseño del filtro compensador propuesto se ilustra en la Figura 3.1.

La función de transferencia del filtro compensador de segundo orden interpolado por el factor de decimación M , cuyos coeficientes cuantizados se expresan mediante representaciones CSD, viene dada por

$$H_{COMP_CSD}(z^M) = a_{CSD} + b_{CSD}z^{-M} + a_{CSD}z^{-2M}, \quad (3.14)$$

donde a_{CSD}, b_{CSD} son las representaciones CSD de los coeficientes cuantizados a_q, b_q del filtro compensador.

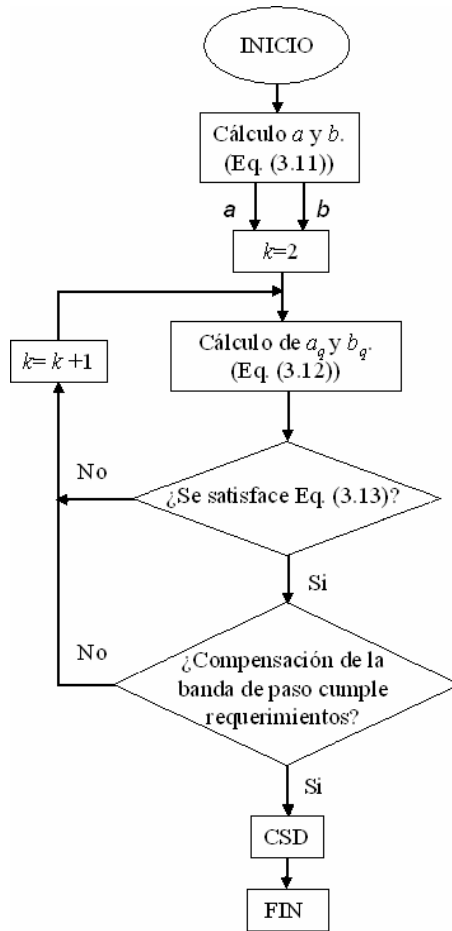


Figura 3.1. Diagrama de flujo para filtro de compensación de segundo orden.

En la Figura 3.2 se presenta la estructura eficiente del filtro CIC conectado en cascada con el filtro compensador de segundo orden cuyos coeficientes están representados como CSD.

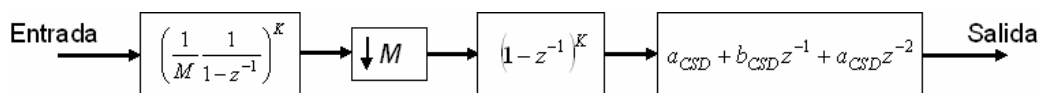


Figura 3.2. Estructura eficiente de conexión en cascada de filtrado CIC y filtro de compensación propuesto.

Una restricción del filtro de compensación de segundo orden se presenta en el límite de la banda de paso a compensar para la cual debe cumplirse

$$\frac{\omega_c}{\pi} \leq \frac{1}{2M}, \quad (3.15)$$

donde ω_c/π es la frecuencia normalizada de la banda de paso y M es el factor de decimación.

Ejemplo 3.2. Se requiere diseñar un filtro de compensación para un filtro CIC decimador bajo los parámetros $M=4$, $K=4$. Las frecuencias en la bandas de paso y rechazo de interés son $\omega_c/\pi=0.03125$ y $\omega_{At}/\pi=0.46875$, respectivamente. La caída en la banda de paso y la atenuación en la banda de rechazo corresponden a $A_c=-0.2095792\text{dB}$ y $A_{At}=-91.112673\text{dB}$, respectivamente. El requerimiento de diseño para el filtro compensador especifica una caída en la banda de paso menor a $A_c=-0.01\text{dB}$.

A partir de (3.7) se tiene un factor de compensación de caída en la banda de paso en escala lineal $\delta_{comp}=1.02442214823189$. Utilizando los parámetros de diseño para el filtrado CIC y el filtro de compensador, el sistema de ecuaciones en (3.6) se expresa como

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 2a \cos(4 \cdot 0.03125\pi) + b = 1.02442214823189 \end{cases} \quad (3.16)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones en (3.16) se utiliza la expresión matricial dada en (3.11) y así, obtener el vector de coeficientes a , b del filtro compensador

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2(\cos(4 \cdot 0.03125\pi)-1)} & \frac{1}{2(\cos(4 \cdot 0.03125\pi)-1)} \\ \frac{\cos(4 \cdot 0.03125\pi)}{\cos(4 \cdot 0.03125\pi)-1} & -\frac{1}{\cos(4 \cdot 0.03125\pi)-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1.02442214823189 \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

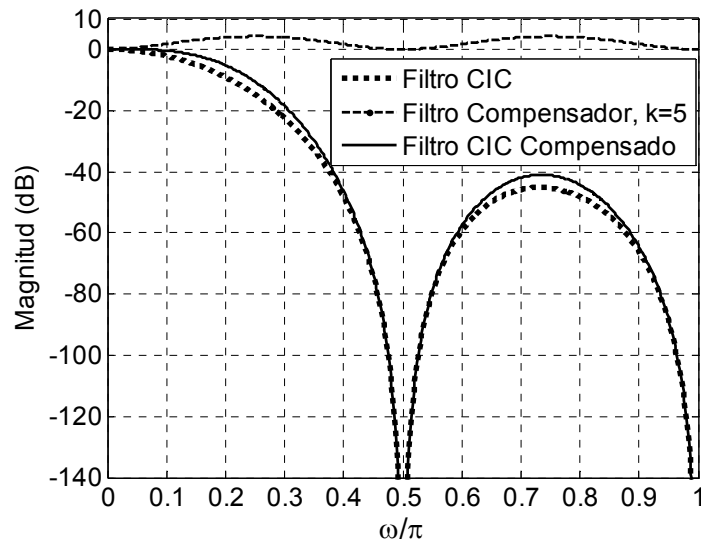
$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.16041774990093 \\ 1.32083549980185 \end{bmatrix}.$$

La condición en (3.13) se cumple para los factores de cuantización $k=3$ y $k=5$, mostrados en negritas en la Tabla 3.1. Sin embargo, el factor de cuantización $k=5$ es el único que cumple con los requerimientos de diseño en la banda de paso del filtro CIC compensado. Las respuestas en magnitud, banda de paso y rechazo del filtro CIC, filtro compensador propuesto para $k=5$ y filtro CIC compensado se muestran en la Figura 3.3. Las representaciones CSD de los coeficientes cuantizados para $k=5$ se presentan en la función de transferencia del filtro de compensación como

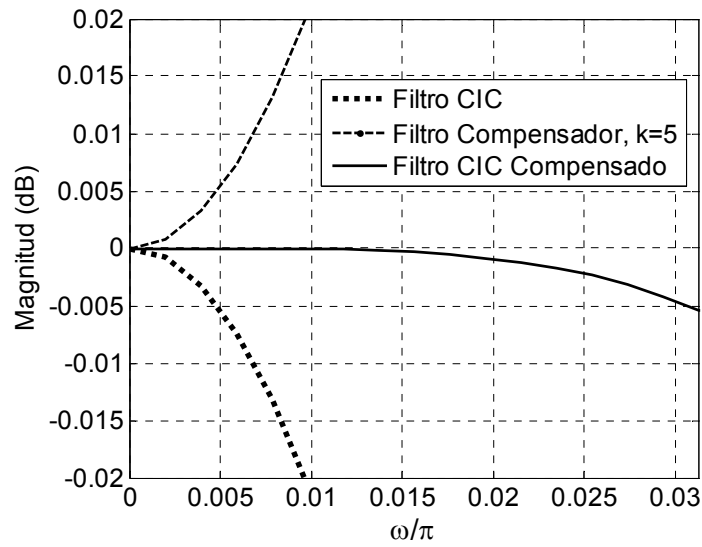
$$H_{COMP_CSD}(z^4) = (-2^{-3} - 2^{-5}) + (2^0 + 2^{-2} + 2^{-4})z^{-4} + (-2^{-3} - 2^{-5})z^{-8}. \quad (3.18)$$

k	a_q	b_q	$A_c(\text{dB})$	$A_{At}(\text{dB})$
2	0	1.25		
3	-0.125	1.25	-0.0458388	-90.948932
4	-0.125	1.3125		
5	-0.15625	1.3125	-0.005381495	-90.908475

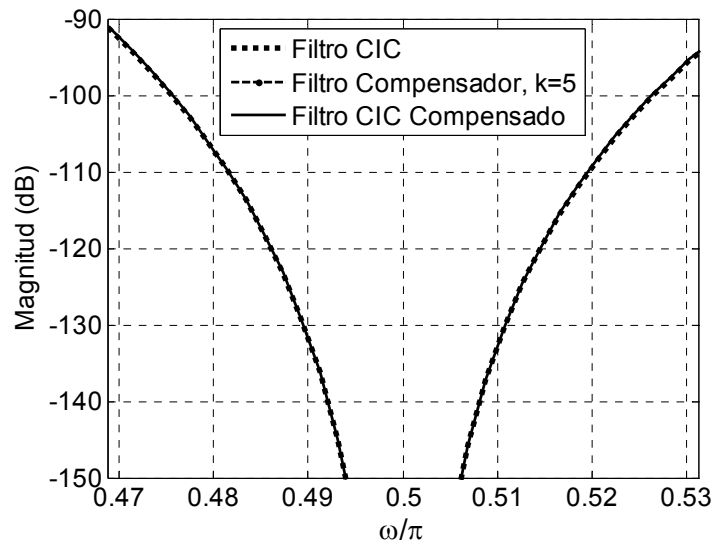
Tabla 3.1. Factores de cuantización (k), coeficientes cuantizados (a_q, b_q), caída en la banda de paso (A_c) y atenuación en la banda de rechazo (A_{At}).



(a) Respuesta en magnitud



(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 3.3. Respuestas en frecuencia de filtro CIC, filtro de compensación propuesto para $k=5$ y filtro CIC compensado.

3.3 Estructura Propuesta para Decimación Basada en Filtrado CIC-Coseno Multietapa Compensado

En la Sección 3.2 se presentó el diseño del filtro compensador de segundo orden propuesto cuyos coeficientes son representados de forma eficiente como CSD. Por lo tanto, estos coeficientes se pueden remplazar por un mínimo número de operaciones de suma/resta y corrimiento lográndose así, la ausencia de multiplicadores. Al conectar en cascada el filtro CIC con esta técnica de compensación, se logra una reducción significativa de la caída en la banda de paso. Sin embargo, el filtro CIC compensado tiene las siguientes desventajas

- La sección del integrador opera a la razón de muestreo de la entrada provocando incremento en área del circuito y aumento en consumo de potencia especialmente cuando el factor de decimación es alto.
- Poca atenuación en la banda de rechazo.

Para poder superar estos inconvenientes se propone remplazar el filtro CIC por el filtro CIC-coseno modificado descrito en [25]. Las ventajas presentes en el filtro CIC-coseno modificado son

- Estructura multietapa.
- Filtro libre de multiplicadores.
- Ausencia de filtrado a alta razón de muestreo.
- Aumento en el número de parámetros de diseño.
- Mayor atenuación de la banda de rechazo.

De esta forma la estructura propuesta consta de la conexión en cascada del filtro CIC-coseno modificado y el filtro compensador de segundo orden propuesto en la Sección 3.2. La función de transferencia de la estructura propuesta es

$$G(z) = H_{mCCOS}(z)H_{COMP_CSD}(z^M), \quad (3.19)$$

donde $H_{mCCOS}(z)$ en (2.52) y $H_{COMP_CSD}(z^M)$ en (3.14) representan las funciones de transferencia del filtro CIC-coseno modificado y del filtro compensador cuantizado mediante representación CSD, respectivamente.

La estructura eficiente del filtro CIC-coseno modificado compensado para decimación se ilustra en la Figura 3.4. Los filtros $H_i^{K_i}(z)$ se presentan como filtros CIC de menor complejidad. La descomposición polifásica del filtro $H_1^{K_1}(z)$ le permite trabajar a una razón de muestreo M_1 veces menor con respecto a la razón de muestreo en la entrada. Los filtros $G_{i,COS}(z)$ representan a los prefiltros coseno. Por último, el filtro de compensación de segundo orden cuantizado y representado mediante CSD trabaja a la razón de muestreo de salida la cual es M veces menor que la razón de muestro a la entrada.

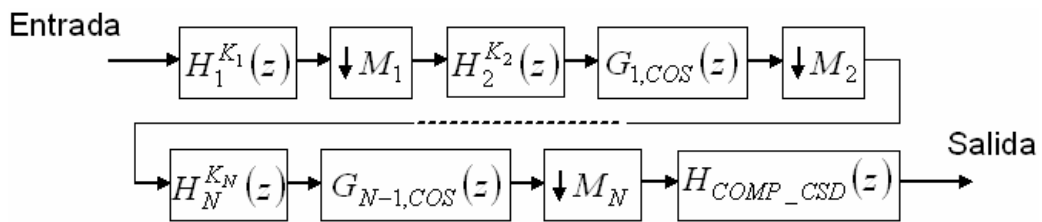


Figura 3.4. Estructura eficiente de filtro CIC-coseno modificado compensado.

Ejemplo 3.3. Se requiere diseñar un filtro de decimación para $M=32$ y $R=8$. La caída de la banda de paso en la frecuencia de interés debe ser menor a 0.002dB. Adicionalmente, la atenuación de la banda de rechazo para la frecuencia de interés debe ser mayor de 110dB.

Para satisfacer los requerimientos de diseño se utiliza la técnica de filtrado CIC-coseno modificado cuyos factores de decimación se eligen de la siguiente forma

$$M_1 = 2, M_2 = 4, M_3 = 4. \quad (3.20)$$

Esto genera que la función de transferencia del filtro CIC modificado en (2.51) sea expresada como

$$H_m(z) = H_1^4(z)H_2^2(z^2)H_3^2(z^8), \quad (3.21)$$

donde $H_1(z)$, $H_2(z^2)$ y $H_3(z^8)$ son las correspondientes funciones de transferencia de los filtros CIC multietapa

$$H_1(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1-z^{-2}}{1-z^{-1}} \right), \quad H_2(z^2) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-z^{-8}}{1-z^{-2}} \right), \quad H_3(z^8) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-z^{-32}}{1-z^{-8}} \right). \quad (3.22)$$

Para incrementar la atenuación en banda de rechazo del filtro $H_m(z)$ en (3.21) se emplea la conexión en cascada de diferentes prefiltros coseno mostrada en (2.41) cuya función de transferencia es

$$H_{CCOS}(z) = H_{COS}^2(z^8)H_{COS}^4(z^4)H_{COS}^4(z^2), \quad (3.23)$$

donde

$$\begin{aligned} H_{COS}(z^8) &= \frac{1}{8} (1+z^{-16})(1+z^{-8})^2, & H_{COS}(z^4) &= \frac{1}{8} (1+z^{-8})(1+z^{-4})^2, \\ H_{COS}(z^2) &= \frac{1}{8} (1+z^{-4})(1+z^{-2})^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

De esta manera, la función de transferencia del filtro CIC-coseno modificado en (2.52) se presenta como

$$H_{mCCOS}(z) = H_1^4(z)H_2^2(z^2)H_3^2(z^8)H_{COS}^2(z^8)H_{COS}^4(z^4)H_{COS}^4(z^2). \quad (3.25)$$

A partir de (2.9) y considerando $M=32$ y $R=8$, las frecuencias normalizadas de interés en las bandas de paso y rechazo son

$$\frac{\omega_c}{\pi} = 0.00390625, \quad \frac{\omega_{Al}}{\pi} = 0.05859375. \quad (3.26)$$

La atenuación de la banda de rechazo en la frecuencia de interés resulta ser $A_{Al}=-116.79937\text{dB}$, lo cual satisface uno de los requerimientos de diseño. Sin embargo, la caída en la banda de paso $A_c=-0.3162\text{dB}$ no se encuentra dentro de límite deseado. Para reducir esta caída se hace uso del filtro compensador de segundo orden propuesto en la Sección 3.2. El sistema de ecuaciones lineales a resolver es

$$\begin{cases} 2a & + & b & = & 1 \\ 2a \cos(32 \cdot 0.00390625\pi) & + & b & = & 1.03707660444651 \end{cases} \quad (3.27)$$

Al emplear (3.11), los coeficientes del filtro compensador son

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2435389959475 \\ 1.487077991895 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Los valores de los coeficientes cuantizados a_q , b_q en función de diferentes factores de cuantización k , se muestran en la Tabla 3.2. El factor de cuantización $k=7$, así como sus respectivos coeficientes cuantizados son los únicos parámetros, presentes en la Tabla 3.2, que satisfacen tanto a la condición dada en (3.13) así como a los requerimientos de diseño al obtenerse una caída en la banda de paso $A_c=-0.001723\text{dB}$ y una atenuación en la banda de rechazo $A_{Af}=-116.4848\text{dB}$.

k	a_q	b_q
2	0	1.25
3	-0.125	1.375
4	-0.1875	1.4375
5	-0.21875	1.46875
6	-0.234375	1.484375
7	-0.2421875	1.484375

Tabla 3.2. Factores de cuantización k , coeficientes cuantizados a_q , b_q .

Por lo tanto, la función de transferencia del filtro CIC-coseno modificado compensado es

$$G(z) = H_1^4(z)H_2^2(z^2)H_3^2(z^8)H_{COS}^2(z^8)H_{COS}^4(z^4)H_{COS}^4(z^2)H_{COMP_CSD}(z^{32}), \quad (3.29)$$

donde

$$H_{COMP_CSD}(z^{32}) = (-2^{-2} + 2^{-7}) + (2^1 - 2^{-1} - 2^{-6})z^{-32} + (-2^{-2} + 2^{-7})z^{-64}. \quad (3.30)$$

En la Figura 3.5 se muestran las respuestas en magnitud de los filtros CIC-coseno modificado y CIC-coseno modificado compensado. Adicionalmente, se muestran detalles en las bandas de paso y rechazo.

Al aplicársele a $G(z)$, en (3.29), las identidades de filtrado multirazón [18] se obtiene la estructura multietapa eficiente tal como se muestra en la Figura 3.6.

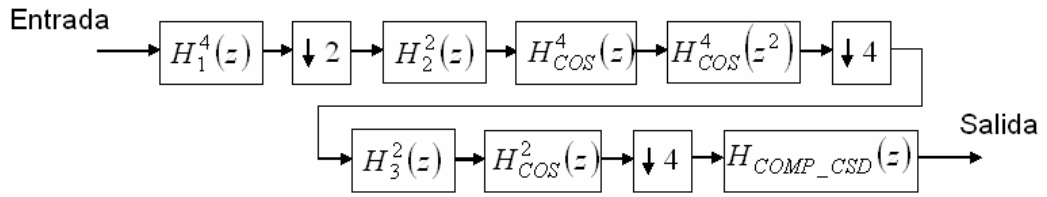
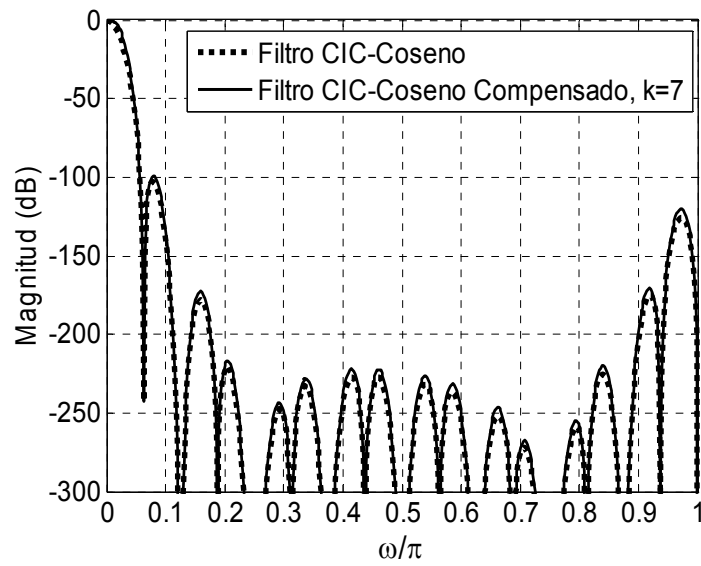
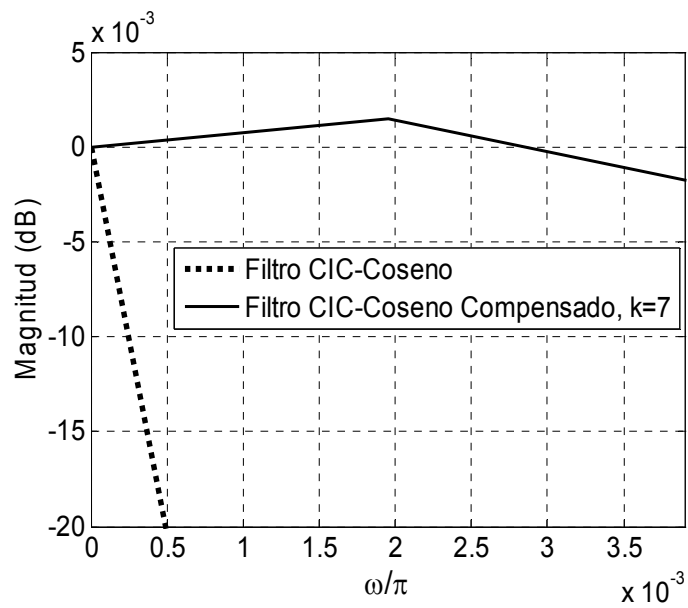


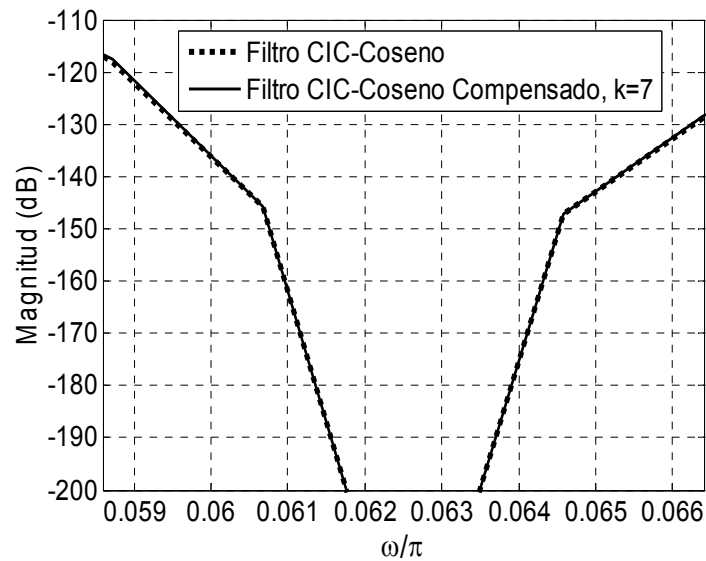
Figura 3.6. Estructura eficiente para el Ejemplo 3.3.



(a) Respuesta en magnitud



(b) Banda de paso



(c) Banda de rechazo

Figura 3.5. Respuestas en frecuencia de filtro CIC-coseno modificado y filtro CIC modificado compensado para $k=7$.

3.3.1 Selección de Parámetros de Diseño

En la estructura tradicional de filtrado CIC en [21] los únicos parámetros de diseño son el número de filtros CIC conectados en cascada K y el factor de decimación M . Por consiguiente, los resultados en el diseño del filtro CIC típico no cumplen con los requerimientos deseados. Sin embargo, la técnica de diseño del filtro CIC-coseno modificado cumple más fácilmente los requerimientos necesarios debido a que presenta mayor cantidad de parámetros de diseño tales como los factores de decimación multietapa M_i , los número de filtros CIC conectados en cascada K_i en cada etapa de decimación, los de prefiltros coseno N_i , así como sus correspondientes conexiones en cascada n_i .

La selección de los factores de decimación M_i , son un compromiso entre el consumo de potencia y la respuesta en magnitud del filtro. Grandes valores en el factor de decimación M_1 reducen de forma significativa la frecuencia de muestreo de la primera etapa resultando interesante en lo que respecta al consumo de potencia. Sin embargo, altos valores de M_1 incrementan el orden del filtro $H_1^{K_1}(z)$, lo cual resulta en coeficientes más complejos y mayor número de productos parciales.

La selección de factores de decimación M_i en orden descendente resulta en un menor consumo de potencia debido a que el filtrado trabajará a menores razones de muestreo. Por otra parte, la elección en los valores M_i de forma ascendente genera un mayor consumo de potencia.

En la Tabla 3.3 se muestran la caída de la banda de paso A_c y atenuación de la banda de rechazo A_{AI} en las frecuencias normalizadas de interés ω_c/π y ω_{AI}/π dadas en (2.9), respectivamente para $R=8$. Adicionalmente, se presentan diferentes factores de decimación M_i , factores de prefiltros coseno N_i y las conexiones en cascada $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=3$, $n_4=3$. En la Figura 3.7 se muestra que la respuesta en magnitud del filtro CIC-coseno modificado es mejorada si los factores de decimación M_i se eligen de forma ascendente.

Para poder mejorar la caída en la banda de paso del filtro CIC-coseno modificado, se utiliza el filtro compensador de segundo orden propuesto en la Sección 3.2. En la Tabla 3.4 se muestra la caída de la banda de paso A_c y la atenuación de la banda de rechazo A_{AI} en las frecuencias normalizadas de interés $(\omega_c/\pi, \omega_{AI}/\pi)$ del filtro CIC-coseno modificado compensado para diferentes factores de cuantización k y sus respectivos coeficientes a_{CSD} , b_{CSD} representados como CSD. Cabe destacar que para el diseño del filtro compensador de segundo orden existe un compromiso entre la caída en la banda de paso y la complejidad en el número de términos CSD. Por lo tanto, mientras más exigentes sean los requerimientos en la

banda de paso, el número de términos CSD en a_{CSD} y b_{CSD} es mayor, incrementándose el hardware, debido al aumento en las operaciones de suma/resta y corrimiento.

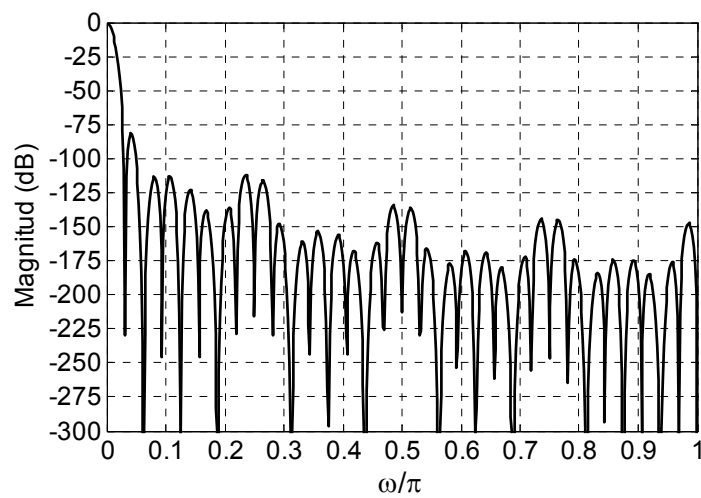
M	M_i	N_i	A_c (dB)	A_{At} (dB)
16	$M_1=4$	$N_1=4$	-0.2435	-99.3228
	$M_2=2$			
	$M_3=2$			
16	$M_1=2$	$N_1=4$	-0.2697	-105.7361
	$M_2=4$	$N_2=2$		
	$M_3=2$			
16	$M_1=2$	$N_1=4$	-0.2697	-105.7361
	$M_2=2$	$N_2=2$		
	$M_3=4$			
32	$M_1=4$	$N_1=8$	-0.2704	-105.8834
	$M_2=4$	$N_2=4$		
	$M_3=2$			
32	$M_1=4$	$N_1=8$	-0.2704	-105.8834
	$M_2=2$	$N_2=4$		
	$M_3=4$			
32	$M_1=2$	$N_1=8$	-0.2808	-108.2827
	$M_2=4$	$N_2=4$		
	$M_3=4$	$N_3=2$		
64	$M_1=8$	$N_1=16$	-0.2705	-105.9202
	$M_2=4$	$N_2=8$		
	$M_3=2$			
64	$M_1=4$	$N_1=1$	-0.281	-108.3195
	$M_2=8$	$N_2=8$		
	$M_3=2$	$N_3=4$		
64	$M_1=2$	$N_1=16$	-0.2836	108.9109
	$M_2=4$	$N_2=8$		
	$M_3=8$	$N_3=4$		
		$N_4=2$		

Tabla 3.3. Resultados del filtro CIC-coseno modificado para diferentes parámetros de diseño.

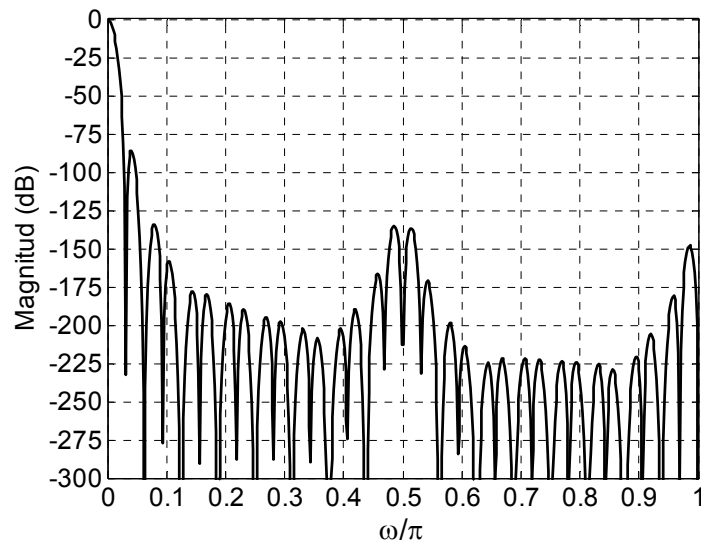
M	M_i	N_i	k	a_{CSD}	b_{CSD}	A_c (dB)	A_{At} (dB)
16	$M_1=4$	$N_1=4$	3	-2^{-3}	2^0+2^{-2}	-0.0798	-99.159
	$M_2=2$		10	$-2^{-2}+2^{-4}+2^{-10}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}-2^{-9}$	1.4608×10^{-3}	-99.0796
	$M_3=2$						
16	$M_1=2$	$N_1=4$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0253	-105.4916
	$M_2=4$	$N_2=2$	6	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}$	-5.2368×10^{-3}	-105.4715
	$M_3=2$		8	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}-2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}+2^{-7}$	1.8268×10^{-3}	-105.4665
16	$M_1=2$	$N_1=4$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0253	-105.4916
	$M_2=2$	$N_2=2$	6	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}$	-5.2368×10^{-3}	-105.4715
	$M_3=4$		8	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}-2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}+2^{-7}$	1.8268×10^{-3}	-105.4665
32	$M_1=4$	$N_1=8$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0259	-105.639
	$M_2=4$	$N_2=4$	6	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}$	-5.8908×10^{-3}	-105.6189
	$M_3=2$		8	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}-2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}+2^{-7}$	1.2866×10^{-3}	-105.6139
32	$M_1=4$	$N_1=8$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0259	-105.639
	$M_2=2$	$N_2=4$	6	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}$	-5.8908×10^{-3}	-105.6189
	$M_3=4$		8	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}-2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}+2^{-7}$	1.2866×10^{-3}	-105.6139
32	$M_1=2$	$N_1=8$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0364	-108.0382
	$M_2=4$	$N_2=4$	8	$-2^{-2}+2^{-5}+2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-4}-2^{-7}$	-1.3379×10^{-3}	-108.0032
	$M_3=4$	$N_3=2$	10	$-2^{-2}+2^{-5}+2^{-8}-2^{-10}$	$2^1-2^{-1}-2^{-4}-2^{-7}+2^{-9}$	1.5815×10^{-3}	-108.0019
64	$M_1=8$	$N_1=16$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0261	-105.6758
	$M_2=4$	$N_2=8$	6	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}$	-6.0543×10^{-3}	-105.6557
	$M_3=2$		8	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}-2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}+2^{-7}$	-1.0453×10^{-3}	-105.6507
64	$M_1=4$	$N_1=16$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0365	-108.075
	$M_2=8$	$N_2=8$	8	$-2^{-2}+2^{-5}+2^{-8}$	$2^1-2^{-1}-2^{-4}-2^{-7}$	-1.5014×10^{-3}	-108.04
	$M_3=2$	$N_3=4$	10	$-2^{-2}+2^{-5}+2^{-8}-2^{-10}$	$2^1-2^{-1}-2^{-4}-2^{-7}+2^{-9}$	-2.5104×10^{-4}	-108.0387
64	$M_1=2$	$N_1=16$	4	$-2^{-2}+2^{-4}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}$	-0.0392	-108.6664
	$M_2=4$	$N_2=8$	10	$-2^{-2}+2^{-5}+2^{-10}$	$2^1-2^{-1}-2^{-4}-2^{-9}$	-3.6706×10^{-4}	-108.6276
	$M_3=8$	$N_3=4$					
	$M_4=2$	$N_4=2$					

Tabla 3.4. Resultados del filtro CIC-coseno modificado compensado para diferentes parámetros de diseño.

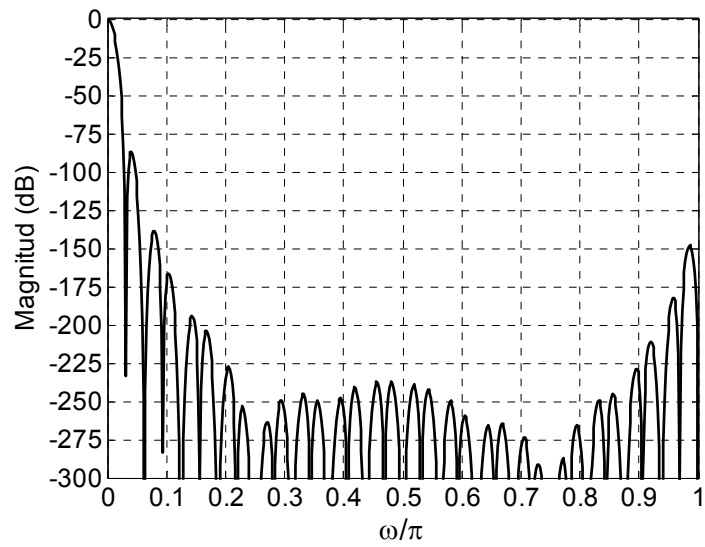
En las Figuras 3.8 y 3.9 se muestran los detalles en las bandas de paso y rechazo del filtro CIC-coseno modificado con $M=64$, cuyos factores de decimación M_i se eligen en orden ascendente, y el filtro CIC-coseno modificado compensado para factores de cuantización $k=4$ y $k=10$, respectivamente. Es evidente que el aumento del factor de cuantización k reduce la caída en la banda de paso, pero al mismo tiempo se incrementan el número de sumas/restas y corrimientos.



(a) $M=64$, $M_1=8$, $M_2=4$, $M_3=2$, $n_1=2$, $n_2=2$

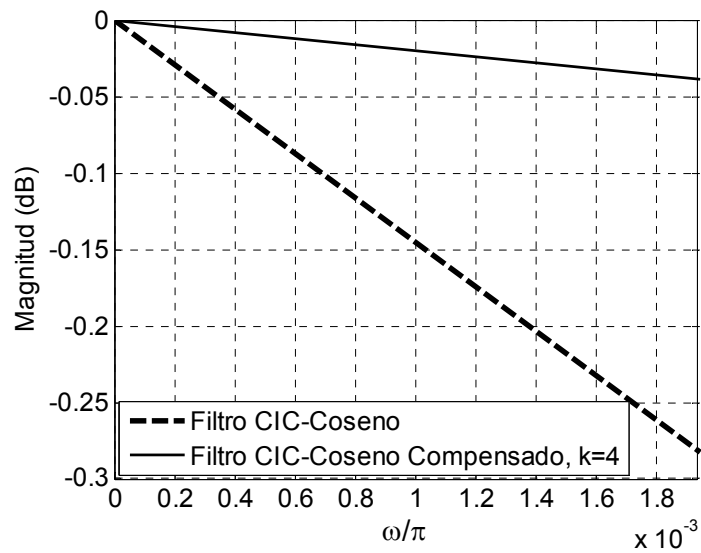


(b) $M=64$, $M_1=4$, $M_2=8$, $M_3=2$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=3$

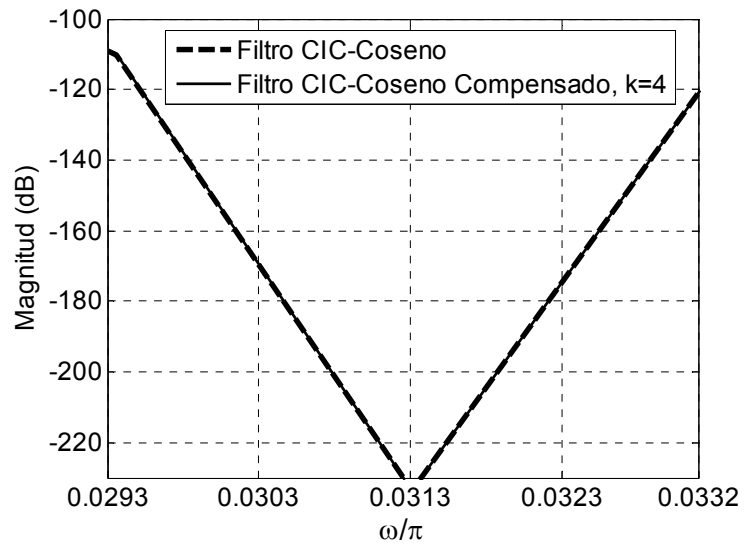


(c) $M=64, M_1=2, M_2=4, M_3=8, n_1=2, n_2=2, n_3=3, n_4=3$

Figura 3.7. Respuesta en magnitud de filtro CIC-coseno modificado con $M=64$ para diferentes valores de M_i .

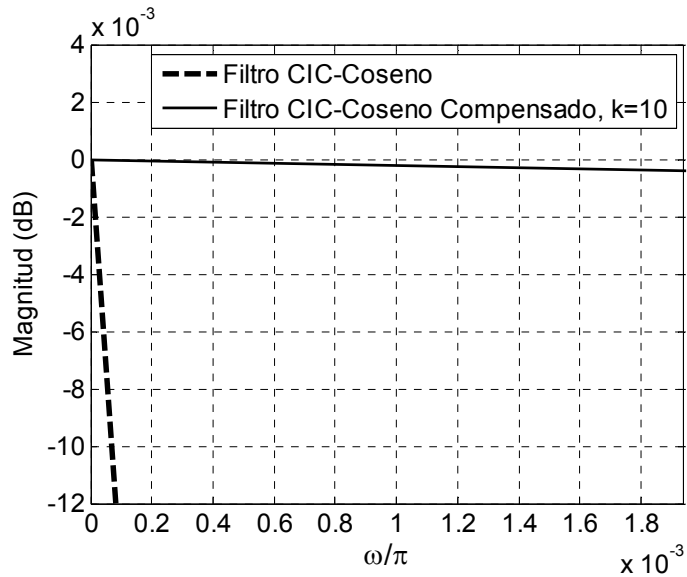


(a) Banda de paso

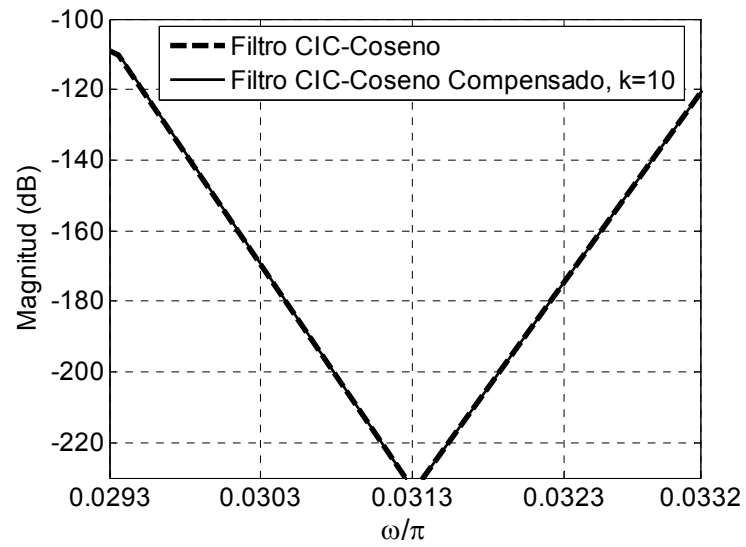


(b) Banda de rechazo

Figura 3.8. Respuesta en magnitud de filtros CIC-coseno modificado y CIC-coseno modificado compensado con factor de cuantización $k=4$ para $M=64$, $M_1=2$, $M_2=4$, $M_3=8$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=3$, $n_4=3$.



(a) Banda de paso



(b) Banda de rechazo

Figura 3.9. Respuesta en magnitud de filtros CIC-coseno modificado y CIC-coseno modificado compensado con factor de cuantización $k=10$ para $M=64$, $M_1=2$, $M_2=4$, $M_3=8$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=3$, $n_4=3$.

Capítulo 4

Comparaciones de Técnicas de Diseño para Filtros Compensadores

En este capítulo se muestran las comparaciones entre los resultados obtenidos de simular las respuestas en magnitud de las estructuras de compensación descritas en la Sección 2.5 y la estructura de compensación propuesta presentada en la Sección 3.2.

4.1 Estructuras CIC Afilado (Sharpening) y CIC-Compensador Propuesto

Para examinar las características en desempeño entre los filtros CIC-compensador propuesto y la técnica de afilado, estos filtros fueron diseñados para diferentes valores de factor de decimación M , número de filtros CIC conectados en cascada K y frecuencias normalizadas de bandas de paso y rechazo ω_c/π y ω_{AI}/π , respectivamente. Los resultados se muestran en la Tabla 4.1. Cabe mencionar que los filtros CIC afilado y CIC-compensador propuesto reducen la caída en la banda de paso del filtro CIC presentándose simultáneamente cierta degradación en la atenuación de la banda de rechazo. Sin embargo, el filtro CIC compensado propuesto presenta un mejor desempeño con respecto a la técnica de afilado.

Como ejemplo, se considera el filtro CIC compensado propuesto para $M=8$, $K=6$ y el filtro CIC afilado para $M=8$, $K=2$. Estos filtros emplean el mismo número de

filtros CIC, que son 6. Adicionalmente, el filtro CIC compensado propuesto presenta su etapa de compensación cuyos coeficientes son expresados mediante CSD y se presentan en la Tabla 4.2. A partir de la Tabla 4.1, se observa que el filtro CIC compensado propuesto es mejor que el filtro CIC afilado, debido a que el primero presenta mayor reducción en la caída de la banda de paso y una mayor atenuación en la banda de rechazo.

Filtros	Parámetros de diseño	$\omega_c/\pi=1/4M$	$\omega_{A1}/\pi=7/4M$	$\omega_c/\pi=1/2M$	$\omega_{A1}/\pi=3/2M$
		Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)	Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC	$M=8, K=6$	-1.3254	-101.7285	-5.3888	-61.9714
CIC-compensador propuesto	$M=8, K=6$	0.0439	-100.4039	-0.528	-57.1107
CIC afilado ($m=1, n=1$)	$M=8, K=2$	-0.0621	-58.3941	-0.835	-32.326
CIC	$M=16, K=6$	-1.3411	-102.5015	-5.4516	-62.5386
CIC-compensador propuesto	$M=16, K=6$	0.0363	-101.1768	-0.5908	-57.6778
CIC afilado ($m=1, n=1$)	$M=16, K=2$	-0.0636	-58.906	-0.8522	-32.69

Tabla 4.1. Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-compensador propuesto y CIC afilado (sharpening).

Parámetros de diseño		k	a_{CSD}	b_{CSD}	
$M=8$	$K=6$	$\omega_c/\pi=1/4M$	5	$-2^{-2}-2^{-5}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}$
		$\omega_c/\pi=1/2M$	3	$-2^{-1}+2^{-3}$	2^1-2^{-2}
$M=16$	$K=6$	$\omega_c/\pi=1/4M$	5	$-2^{-2}-2^{-5}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}$
		$\omega_c/\pi=1/2M$	3	$-2^{-1}+2^{-3}$	2^1-2^{-2}

Tabla 4.2. Factor de cuantización k y coeficientes expresados como CSD a_{CSD} , b_{CSD} para conexión en cascada CIC-compensador propuesto.

4.2 Estructuras CIC-ISOP y CIC-Compensador Propuesto

Los resultados de las comparaciones entre los filtros CIC-ISOP y CIC compensado propuesto se muestran en la Tabla 4.3. Como se ilustra en la Tabla 4.3, el filtro propuesto presenta un mejor desempeño en la banda de paso con respecto al filtro CIC-ISOP, al reducir considerablemente la caída en la banda de paso del filtro CIC. Sin embargo, la conexión CIC-ISOP presenta una ligera mejoría sobre el filtro CIC compensado propuesto para la atenuación de la banda de rechazo. En la Tabla 4.4 se presentan los factores de cuantización k y sus coeficientes cuantizados representados como CSD a_{CSD} y b_{CSD} , pertenecientes al filtro CIC-compensador propuesto.

Filtros con $M=8$		$\omega_c/\pi=1/4M$	$\omega_{A1}/\pi=7/4M$	$\omega_c/\pi=1/2M$	$\omega_{A1}/\pi=3/2M$
		Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)	Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC	$K=4$	-0.88	-67.82	-3.59	-41.32
	$K=6$	-1.33	-101.73	-5.39	-61.97
CIC-ISOP	$K=4$	-0.0248	-66.96	-0.41	-38.14
	$K=6$	-0.046	-100.45	-0.754	-57.33
CIC-compensador propuesto	$K=4$	0.0169	-66.9497	0.3609	-37.7925
	$K=6$	0.0439	-100.4039	-0.528	-57.1107

Tabla 4.3. Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-ISOP y CIC-compensador propuesto para $M=8$.

Parámetros de diseño		k	a_{CSD}	b_{CSD}	
$M=8$	$K=4$	$\omega_c/\pi=1/4M$	7	$-2^{-2}+2^{-4}+2^{-7}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}-2^{-6}$
		$\omega_c/\pi=1/2M$	2	-2^{-2}	2^1-2^{-1}
	$K=6$	$\omega_c/\pi=1/4M$	5	$-2^{-2}-2^{-5}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}$
		$\omega_c/\pi=1/2M$	3	$-2^{-1}+2^{-3}$	2^1-2^{-2}

Tabla 4.4. Factor de cuantización k y coeficientes expresados como CSD a_{CSD} , b_{CSD} para la conexión en cascada CIC-compensador propuesto.

Las desventajas del filtro compensador basado en el polinomio interpolado de segundo orden (ISOP) son

- Alto rango dinámico de sus coeficientes. Debido a que los coeficientes del filtro CIC-ISOP no son presentados como operaciones de sumas/restas y corrimientos, sus valores poseen gran resolución generando un incremento considerable en el hardware.
- Larga cadena de retardos. El número de bloques de retardo z^{-1} en la etapa ISOP dependen del parámetro de diseño k .

Esto trae como consecuencia mayor complejidad en el proceso de implementación del filtro CIC-ISOP.

4.3 Estructuras CIC Compensado y CIC-Compensador Propuesto

Los resultados de desempeño de los filtros CIC, CIC compensado presentado en [29] y CIC-compensador propuesto bajo los parámetros de diseño $M=4$, $K=4$, $\omega_c/\pi=0.012557$ y $\omega_s/\pi=0.482718$ se muestran en la Tabla 4.5. En esta tabla de resultados se aprecia que los desempeños de los filtros CIC compensado y CIC-compensador propuesto para las bandas de paso y rechazo son los mismos. En la Tabla 4.6 se muestran los coeficientes SOPOT del filtro CIC compensado descrito en [29], el factor de cuantización y los coeficientes CSD a_{CSD} , b_{CSD} pertenecientes a la estructura CIC-compensador propuesto.

Aunque los desempeños así como, los respectivos coeficientes de las estructuras CIC compensado en [29] y CIC-compensador propuesto son iguales, es importante mencionar las diferencias presentes entre las técnicas de diseño de ambas estructuras para llegar a estos resultados.

Filtros para $M=4, K=4$	$\omega_c/\pi=0.012557$	$\omega_{AI}/\pi=0.482718$
	Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC	-0.0338	-112.36
CIC compensado [29]	-6.864×10^{-3}	-112.30914
CIC-compensador propuesto	-6.864×10^{-3}	-112.30914

Tabla 4.5. Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC compensado [29] y CIC-compensador propuesto.

Parámetros de diseño		a_{SOPOT}	b_{SOPOT}	k	a_{CSD}	b_{CSD}
$M=4, K=4$	$\omega_c/\pi=0.012557$	-2^{-3}	2^0+2^{-2}	2	-2^{-3}	2^0+2^{-2}

Tabla 4.6. Coeficientes SOPOT a_{SOPOT} , b_{SOPOT} , factor de cuantización k y coeficientes CSD a_{CSD} , b_{CSD} para filtros CIC compensado [29] y CIC-compensador propuesto.

A diferencia de la técnica de compensación propuesta, la cual posee un diseño bastante regular y relativamente sencillo basado en la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales y posteriormente, la representación de sus coeficientes como expresiones CSD, la técnica de compensación descrita en [29] está basada en

- Algoritmo Parks-McClellan. Este algoritmo se presenta como programa en la paquetería de MATLAB.
- Método de búsqueda aleatoria. Este método se basa en técnicas de optimización para la simplificación de los coeficientes del filtro compensador presentándolos como suma de potencias de dos (SOPOT).

Por lo tanto, es posible considerar como más sencillo al diseño del filtro de compensación propuesto con respecto al diseño del filtro compensador en [29], debido a que este último requiere un tiempo de cómputo mayor para así obtener las expresiones SOPOT simplificadas de sus coeficientes.

4.4 Estructuras CIC-Compensador FIR y CIC-Compensador Propuesto

En la Tabla 4.7 se muestran los resultados de los desempeños en frecuencia de los filtros CIC, CIC-compensador FIR y CIC-compensador propuesto. Para los parámetros de diseño $M=4$, $K=4$ el filtro propuesto mejora la caída en la banda de paso del filtro descrito en [32]; y para $M=8$, $K=4$ el filtro CIC-compensador FIR supera el desempeño en la banda de paso del filtro propuesto. Para la banda de rechazo se tiene que bajo los parámetros $M=4$, $K=4$ en la estructura CIC-compensador FIR se aumenta la atenuación con respecto al filtro CIC-compensador propuesto. Sin embargo, para los parámetros de diseño $M=8$, $K=4$ el filtro propuesto presenta mejor desempeño en la banda de rechazo con respecto al filtro presentado en [32]. Estos cambios presentes en el desempeño del filtro CIC-compensador FIR se deben a que este se diseña en base a parámetros de entrada, como son el vector de frecuencias y su respectivo vector de valores de compensación.

Filtros	Parámetros de diseño		Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC	$M=4, K=4$	$\omega_c/\pi=0.03125,$ $\omega_{Al}/\pi=0.46875$	-0.2095	-91.1126
CIC-compensador FIR, $L=4$			1.2948×10^{-3}	-93.76
CIC-compensador propuesto			1.2144×10^{-3}	-90.903
CIC	$M=8, K=4$	$\omega_c/\pi=0.015625,$ $\omega_{Al}/\pi=0.234375$	-0.22	-93.5224
CIC-compensador FIR, $L=8$			5.6687×10^{-6}	-78.5416
CIC-compensador propuesto			1.1233×10^{-3}	-93.3023

Tabla 4.7. Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-compensador FIR y CIC-compensador propuesto.

A diferencia del filtro propuesto el cual presenta un método de diseño sencillo y sistemático con sus coeficientes a , b representados como CSD, el filtro presentado en [32] presenta las siguientes desventajas

- Dependencia del parámetro de diseño L . El número de coeficientes del filtro de compensación FIR simétrico, dado por $2L+1$, el número de bloques de retardo z^{-1} , dado por $2L$, y el número de puntos suma, dado por $2L$, están en función del parámetro L .
- Complejidad en el diseño. Debido a que el diseño del filtro FIR compensador se basa en la solución de $\mathbf{A}^{-1} * \mathbf{H}$, donde \mathbf{A}^{-1} es una matriz de orden $(L+1) \times (L+1)$ y \mathbf{H} es un vector de orden $(L+1) \times (1)$, mientras mayor sea el orden del filtro compensador FIR mayor será la matriz \mathbf{A}^{-1} y el vector \mathbf{H} , provocando una mayor complejidad para la obtención de los coeficientes del filtro descrito en [32].
- Alto rango dinámico de los coeficientes. Debido a que estos no se cuantizan ni se representan como suma de potencias de dos.

Los puntos mencionados arriba traen como consecuencia un incremento considerable en los recursos de hardware al implementar esta estructura. Para obtener una estructura eficiente de dicho filtro que trabaje a la razón de muestreo de salida, es necesario utilizar descomposición polifásica.

4.5 Estructuras CIC-Compensador de Roll-Off y CIC-Compensador Propuesto

En la Tabla 4.8 se ilustran los resultados de caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo para los filtros CIC, CIC-compensador de roll-off y CIC-compensador propuesto, considerando diferentes parámetros de diseño M y K . Cabe mencionar, que el desempeño de la estructura propuesta es mayor al desempeño de la estructura CIC-compensador de roll-off, tanto en la banda de paso como en la banda

de rechazo. Las representaciones CSD de los coeficientes del filtro CIC-compensador propuesto así como sus respectivos factores de cuantización para diferentes parámetros de diseño M y K se muestran en la Tabla 4.9. El filtro CIC compensado propuesto posee dos coeficientes a_{CSD} , b_{CSD} cuyos rangos dinámicos son reducidos debido al uso de la representación CSD y una mínima cadena de dos retardos. Tanto el número de coeficientes como el número de retardos para el filtro compensador propuesto son independientes de los parámetros de diseño. Por lo tanto, la reducción en hardware es considerable. Las desventajas del filtro CIC-compensador de roll-off con respecto a su técnica de diseño son

- Alta dificultad en el diseño del filtro compensador. La obtención del parámetro a del filtro compensador de roll-off presentado en [33] se basa en la solución de un cociente de integrales.
- Alto rango dinámico de los coeficientes. Los coeficientes del filtro CIC-compensador de roll-off, los cuales dependen del parámetro a , poseen un rango dinámico bastante amplio y carecen de representaciones mediante sumas de potencias de dos.

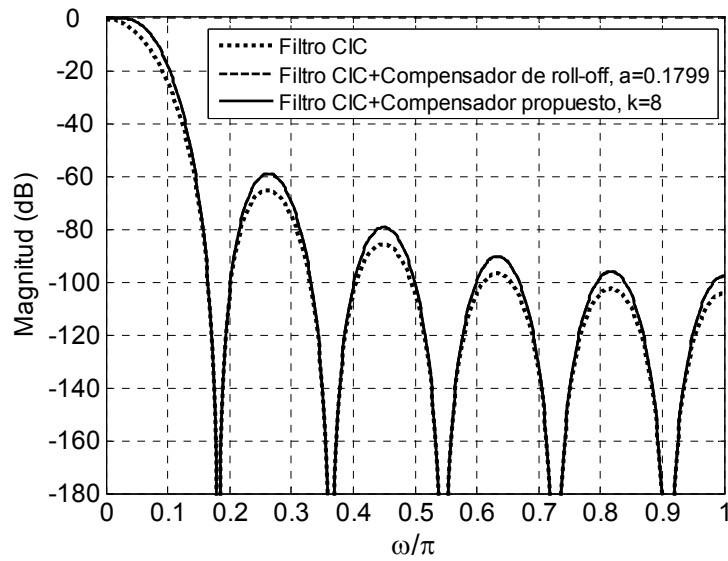
Las respuestas en magnitud y los detalles en la banda de paso de los filtros CIC, CIC-compensador de roll-off para $a=0.1799$ y CIC-compensador propuesto para $k=8$, bajo los parámetros de diseño $M=11$ y $K=5$, se muestran en la Figura 4.1.

Parámetros de diseño		k	a_{CSD}	b_{CSD}
$M=2, K=5$	$\omega_c/\pi=0.195$	6	$-2^{-2}+2^{-4}-2^{-6}$	$2^1-2^{-1}-2^{-3}+2^{-5}$
$M=5, K=5$	$\omega_c/\pi=0.078$	10	$-2^{-2}-2^{-6}-2^{-8}+2^{-10}$	$2^1-2^{-1}+2^{-5}+2^{-7}-2^{-9}$
$M=8, K=5$	$\omega_c/\pi=0.04875$	10	$-2^{-2}-2^{-5}+2^{-8}+2^{-10}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}-2^{-7}-2^{-9}$
$M=11, K=5$	$\omega_c/\pi=0.03545$	8	$-2^{-2}-2^{-5}+2^{-8}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}-2^{-7}$
$M=14, K=5$	$\omega_c/\pi=0.02785$	9	$-2^{-2}-2^{-5}+2^{-9}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}-2^{-8}$
$M=17, K=5$	$\omega_c/\pi=0.02294$	10	$-2^{-2}-2^{-5}+2^{-10}$	$2^1-2^{-1}+2^{-4}-2^{-9}$

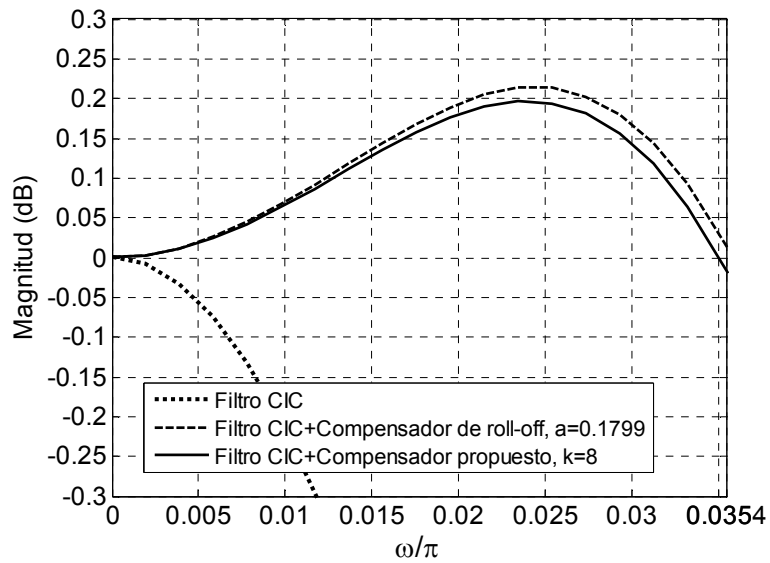
Tabla 4.9. Factor de cuantización k y coeficientes expresados como CSD a_{CSD} , b_{CSD} para conexión en cascada CIC-compensador propuesto.

Filtros	Parámetros de diseño		Caída en la banda de paso (dB)	Atenuación en la banda de rechazo (dB)
CIC	$M=2, K=5$	$\omega_c/\pi=0.195,$ $\omega_{A1}/\pi=0.805$	-2.07	-52.0658
CIC-compensador de roll-off, $a=0.1458$			0.1498	-49.9747
CIC-compensador propuesto			0.1358	-49.999
CIC	$M=5, K=5$	$\omega_c/\pi=0.078,$ $\omega_{A1}/\pi=0.322$	-2.6425	-62.4595
CIC-compensador de roll-off, $a=0.1757$			0.2054	-59.7999
CIC-compensador propuesto			0.194	-59.8197
CIC	$M=8, K=5$	$\omega_c/\pi=0.04875,$ $\omega_{A1}/\pi=0.20125$	-2.7088	-63.6016
CIC-compensador de roll-off, $a=0.1789$			0.2118	-60.8772
CIC-compensador propuesto			0.2011	-60.8957
CIC	$M=11, K=5$	$\omega_c/\pi=0.03545,$ $\omega_{A1}/\pi=0.14636$	-2.7288	-63.9441
CIC-compensador de roll-off, $a=0.1799$			0.2132	-61.1993
CIC-compensador propuesto			0.1963	-61.23
CIC	$M=14, K=5$	$\omega_c/\pi=0.02785,$ $\omega_{A1}/\pi=0.115$	-2.7374	-64.0909
CIC-compensador de roll-off, $a=0.1803$			0.2148	-61.3379
CIC-compensador propuesto			0.2012	-61.3604
CIC	$M=17, K=5$	$\omega_c/\pi=0.02294,$ $\omega_{A1}/\pi=0.0947$	-2.7418	-64.167
CIC-compensador de roll-off, $a=0.1805$			0.2153	-61.41
CIC-compensador propuesto			0.2046	-61.4284

Tabla 4.8. Caída en banda de paso y atenuación en banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-compensador de roll-off y CIC-compensador propuesto.



(a) Respuesta en magnitud



(b) Banda de paso

Figura 4.1. Respuesta en frecuencia de filtros CIC, CIC-compensador de roll-off y CIC-compensador propuesto, bajo los parámetros $M=11$, $K=5$, $\omega_c/\pi=0.03545$ y $\omega_{Al}/\pi=0.14636$.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo Futuro

5.1 Conclusiones

Los sistemas de radio reconfigurables vía software presentan mejoras con respecto a los sistemas de radio tradicionales. Esto se debe a que la mayoría de los dispositivos en una terminal de radio convencional son analógicos y solo la sección de procesamiento en banda base se realiza de forma digital. Esto trae como consecuencia, iniciar un nuevo diseño de la terminal y desechar el actual con el fin de procesar información de nuevos estándares de comunicación móvil. Además, los dispositivos analógicos son sensibles al ruido lo cual puede ocasionar distorsión en el procesamiento e interpretación de la señal. Por el contrario, en los sistemas de radio reconfigurables vía software la mayor parte de sus componentes son dispositivos digitales de alta velocidad reprogramables (DSP, FPGA) que trabajan en las secciones de IF y banda base, mientras que el procesamiento en la banda de RF se realiza de forma analógica. Como consecuencia, esta terminal tiene la capacidad de procesar diferentes estándares de comunicación móvil, al descargar un nuevo software. Para el diseño de sistemas basados en software radio se necesita conocimiento de procesamiento digital de señales, circuitos de RF, circuitos digitales, hardware reconfigurable por software, entre otros.

En una terminal de radio reconfigurable es de vital importancia la reducción de razón de muestreo de IF a banda base. Por consiguiente, es necesario el uso de estructuras decimadoras que tengan sencillez en el diseño, alto desempeño, bajo costo

y reducido consumo de potencia. Una estructura decimadora que posee simplicidad en su diseño debido a la ausencia de multiplicadores, es el filtro CIC. Sin embargo, este filtro tiene bajo desempeño debido a su alta caída en la banda de paso y la poca atenuación exhibida en la banda de rechazo. Además, la sección del integrador trabaja a la razón de muestreo de la entrada, representando un incremento en el consumo de potencia. Un filtro decimador que conserva la sencillez del filtro CIC en el diseño y adicionalmente, exhibe gran atenuación en la banda de rechazo trabajando a baja razón de muestreo es el filtro decimador CIC-coseno modificado.

Existen diferentes técnicas para filtros decimadores basadas en la compensación de caída en la banda de paso presente en el filtro CIC. Un nuevo diseño alternativo de estructuras decimadoras que exhiben mejoras satisfactorias en la banda de paso se basa en filtrado CIC, CIC-coseno modificado y una novedosa técnica de compensación. El método de compensación propuesto se presenta como la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales. Este filtro compensador posee dos bloques de retardo y dos coeficientes cuyos rangos dinámicos se reducen debido a sus representaciones CSD como el mínimo número de potencias de dos. Este filtro trabaja a la razón de muestreo de salida. Por lo tanto, la reducción de recursos en hardware es considerable. Esta técnica mejora la caída en la banda de paso del filtro CIC en un factor mayor a cuatro. Sin embargo, se presenta una ligera reducción de la atenuación en la banda de rechazo. Existe un compromiso entre el número de términos CSD y la compensación de caída en la banda de paso. Aproximadamente, más del 50% de los factores de cuantización obtenidos satisfacen las características de compensación. Además, el ancho de la banda de paso a compensar debe ser menor o igual a $\pi/2M$, donde M es el factor de decimación.

Para comparar las características de desempeño entre el filtro compensador propuesto y las técnicas de compensación reportadas, se realizaron simulaciones en MATLAB de estas estructuras para diferentes factores de decimación y número de filtros CIC conectados en cascada. El método propuesto presentó un mejor

desempeño con respecto a la técnica de afilado en las bandas de paso y rechazo. Por otra parte, el filtro compensador planteado exhibió una reducción mayor en la caída en la banda de paso con respecto a la estructura CIC-ISOP. Sin embargo, la conexión CIC-ISOP tuvo mejoras mayores que el filtro propuesto para la atenuación en la banda de rechazo. Las desventajas del filtro compensador basado en el polinomio interpolado de segundo orden (ISOP) son el alto rango dinámico de sus coeficientes y el incremento en el número de bloques de retardo. Esto trae como consecuencia un aumento considerable de recursos de hardware. Adicionalmente, el tiempo de cómputo requerido para la obtención de sus coeficientes es elevado, debido al uso de técnicas de optimización para la banda de paso. Los resultados en las bandas de paso y rechazo de los filtros CIC compensado descrito en [29] y CIC-compensador propuesto fueron los mismos. A diferencia de la técnica de compensación planteada, la cual presenta un diseño regular y sencillo, la estructura de compensación mostrada en [29] se basa en el uso de algoritmos de MATLAB para filtros digitales como Parks-McClellan y complejas técnicas de optimización mediante búsqueda aleatoria para la simplificación de los coeficientes, mediante representaciones de sumas de potencias de dos. Por otra parte, la conexión en cascada CIC-compensador FIR en [32] presenta variaciones en sus resultados con respecto al filtro CIC-compensador propuesto al modificarse el factor de decimación M y el parámetro L , el cual determina el orden del filtro FIR compensador. Esta estructura posee mayor flexibilidad debido a las especificaciones arbitrarias de la respuesta en frecuencia deseada. Sin embargo, para obtener mejores características en las bandas de paso y rechazo es necesario incrementar el orden del filtro. El diseño de este filtro consiste en la solución de operaciones matriciales, donde su complejidad depende del orden del filtro compensador FIR. Por consiguiente, mientras mayor sea el orden del filtro, mayor será la dificultad para la obtención de sus coeficientes. Además, los coeficientes de esta estructura no poseen representaciones de sumas de potencias de dos, lo cual hace a esta estructura poco atractiva para su implementación. Por último, el filtro CIC-compensador propuesto supera el desempeño de la conexión en cascada CIC-compensador de roll-off en ambas bandas, de paso y rechazo. Las desventajas

del filtro compensador de roll-off son la dificultad en su diseño que se basa en la solución de un cociente de integrales, y el alto rango dinámico de sus coeficientes debido a que estos no se presentan como sumas de potencias de dos.

5.2 Trabajo Futuro

Como trabajo futuro de esta tesis se pretenden llevar a cabo los siguientes puntos

- Realizar el diseño digital de las estructuras propuestas a nivel bloque a través de código VHDL, al utilizar la herramienta de hardware reconfigurable Xilinx.
- Implementar las estructuras propuestas en un arreglo de compuertas programables (FPGA), seguido de la verificación entre los resultados prácticos y teóricos.

Apéndice A

Programas y Funciones en MATLAB para Diseño de Filtros Compensados Decimadores Propuestos

A continuación se presenta una breve descripción de los algoritmos de filtros compensados propuestos para decimación programados en MATLAB. Estos programas y funciones se realizaron durante este trabajo de Tesis.

Filtro Decimador CIC Compensado Propuesto

Para cada uno de los siguientes nombres de archivos .m programados en MATLAB se describen sus correspondientes parámetros de entrada y salida, así como las tareas a realizar de cada programa.

Control_Parametros_CIC_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- K . Número de Filtros CIC conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k_{FIN} . Máximo factor de cuantización deseado.

Descripción:

Este archivo es el programa principal para el diseño propuesto de filtros CIC compensados. Adicionalmente, este programa realiza la interfaz con el usuario al leer los parámetros de diseño y llamar a las demás funciones involucradas.

Tabla_Filtro_CIC_Compensado.m**Entradas:**

- M . Factor de decimación.
- K . Número de Filtros CIC conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k_{FIN} . Máximo factor de cuantización deseado.

Descripción:

Esta función es utilizada en *Control_Parametros_CIC_compensado.m*. Su objetivo es mostrar las tablas de resultados de diseño de los filtros CIC y CIC compensado propuesto. Además, muestra una lista de los coeficientes CSD a_{CSD} y b_{CSD} en función del factor de cuantización k . El primer renglón de a_{CSD} y b_{CSD} representa el vector de bases de dos y el segundo renglón representa el vector de potencias, correspondiente al vector de bases de dos.

Compensacion_CIC.m**Entradas:**

- M . Factor de decimación.
- K . Número de Filtros CIC conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k . Factor de cuantización.

Salidas:

- a, b . Coeficientes originales de filtro compensador simétrico de segundo orden.
- a_q, b_q . Coeficientes cuantizados de filtro compensador.

Descripción:

Este archivo es utilizado por *Tabla_Filtro_CIC_Compensado.m*. Esta función calcula el factor de compensación, en escala lineal, del filtro CIC para la banda de paso. También calcula los coeficientes a, b del filtro compensador y sus respectivos coeficientes cuantizados a_q, b_q en función del factor de cuantización, k .

Datos_Filtro_CIC_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- K . Número de Filtros CIC conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- a_q, b_q . Coeficientes cuantizados de filtro compensador.

Salidas:

- H_{CIC}_ω . Vector de valores de filtro CIC correspondiente a caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo.
- $H_{CIC_COMPENSADOR}_\omega$. Vector de valores de filtro CIC compensado perteneciente a caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo.

Descripción:

Este programa es utilizado en *Tabla_Filtro_CIC_Compensado.m*. En función a los parámetros de entrada calcula el vector H_{CIC}_ω y el vector $H_{CIC_COMPENSADOR}_\omega$.

Filtro_CIC_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- K . Número de Filtros CIC conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k . Factor de cuantización.
- a_q, b_q . Coeficientes cuantizados de filtro compensador.

Salidas:

H_CIC_COMP_MAX. Rizo máximo en el intervalo de frecuencia $[0, \omega_c]$.

Descripción:

Esta función despliega las gráficas de respuesta en magnitud de los filtros CIC compensados propuestos correspondientes a los factores de cuantización, dentro del intervalo $[2, k_{FIN}]$, que cumplen con la condición de compensación para filtrado CIC. Esta función es usada por *Tabla_Filtro_CIC_Compensado.m*.

CSD_A_B.m

Entradas:

- k . Factor de cuantización.
- x, y . Coeficientes cuantizados.

Salidas:

- x_{mod} . Vector de bases dos de x .
- $index_x_{mod}$. Vector de exponentes correspondiente a vector de base dos, x_{mod} .
- y_{mod} . Vector de bases dos de y .
- $index_y_{mod}$. Vector de exponentes correspondiente a vector de base dos, y_{mod} .

Descripción:

En este programa se introduce el factor de cuantización deseado y los coeficientes x, y a convertir en representación CSD. Se obtiene a la salida las representaciones CSD de ambos números a través de $x_mod, index_x_mod, y_mod, index_y_mod$. Este archivo es utilizado en el programa *Tabla_Filtro_CIC_Compensado.m*.

Coeficientes_CSD.m

Entradas:

- k . Factor de cuantización.
- a . Coeficiente a cuantizar.

Salidas:

- d_mod . Vector de bases dos de a .
- $index_d_mod$. Vector de exponentes correspondiente a vector de base dos, d_mod .

Descripción:

En este programa calcula la representación CSD de un número a en función del factor de cuantización k . Los resultados se presentan en un vector de bases de dos, d_mod y un vector de exponentes, $index_d_mod$. Este programa es usado en *CSD_A_B.m*.

Filtro Decimador CIC-Coseno Modificado Compensado Propuesto

Para cada uno de los siguientes archivos .m programados en MATLAB se describen sus correspondientes parámetros de entrada y salida. Debido a que el funcionamiento de estos programas es similar al del programa *filtro decimador CIC compensado propuesto*, la descripción de las tareas a realizar de cada uno de los siguientes programas es omitida.

Control_Parametros_CIC_Coseno_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- n_{M_i} . Número de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- M_i . Vector de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- K_i . Vector de número de filtros CIC multietapa conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k_{FIN} . Máximo factor de cuantización deseado.
- n . Vector de números de prefiltros coseno conectados en cascada.

Factores_Prefiltro_Coseno.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- M_i . Vector de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.

Salida:

- n_{N_i} . Número de prefiltros coseno.
- N_i . Vector de factores de prefiltro coseno.

Tabla_Filtro_CIC_Coseno_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- n_{M_i} . Número de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- M_i . Vector de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- K_i . Vector de número de filtros CIC multietapa conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).

- k_{FIN} . Máximo factor de cuantización deseado.
- n_{N_i} . Número de prefiltros coseno.
- N_i . Vector de factores de prefiltro coseno.
- n . Vector de números de prefiltros coseno conectados en cascada.

Compensacion_CIC_Coseno.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- n_{M_i} . Número de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- M_i . Vector de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- K_i . Vector de número de filtros CIC multietapa conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k . Factor de cuantización.
- n_{N_i} . Número de prefiltros coseno.
- N_i . Vector de factores de prefiltro coseno.
- n . Vector de números de prefiltros coseno conectados en cascada.

Salidas:

- a, b . Coeficientes originales de filtro compensador simétrico de segundo orden.
- a_q, b_q . Coeficientes cuantizados de filtro compensador.

Datos_Filtro_CIC_Coseno_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- n_{M_i} . Número de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- M_i . Vector de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- K_i . Vector de número de filtros CIC multietapa conectados en cascada.

- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- n_N_i . Número de prefiltros coseno.
- N_i . Vector de factores de prefiltro coseno.
- n . Vector de números de prefiltros coseno conectados en cascada.
- a_q, b_q . Coeficientes cuantizados de filtro compensador.

Salidas:

- $H_CIC_COS_w$. Vector de valores de filtro CIC-coseno correspondiente a caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo.
- $H_CIC_COS_COMPENSADOR_w$. Vector de valores de filtro CIC-coseno compensado perteneciente a caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo.

Filtro_CIC_Coseno_Compensado.m

Entradas:

- M . Factor de decimación.
- n_M_i . Número de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- M_i . Vector de factores parciales de decimación de filtro CIC multietapa.
- K_i . Vector de número de filtros CIC multietapa conectados en cascada.
- ω_c . Frecuencia de banda de paso normalizada (ω/π).
- k . Factor de cuantización.
- n_N_i . Número de prefiltros coseno.
- N_i . Vector de factores de prefiltro coseno.
- n . Vector de números de prefiltros coseno conectados en cascada.
- a_q, b_q . Coeficientes cuantizados de filtro compensador.

Salidas:

- $H_CIC_COS_COMP_MAX$. Rizo máximo en el intervalo de frecuencia $[0, \omega_c]$.

Apéndice B

Artículos Publicados

Aquí se presentan los artículos publicados resultado del trabajo de Tesis.

“One method for multiplierless FIR decimation filter design”

Este artículo fue presentado en XXVIII International Congress of Electronic Engineering, ELECTRO 2006, Chihuahua México, 11,12 y 13 de Octubre de 2006. En este artículo se presenta el diseño de un filtro decimador sin multiplicadores que trabaja a baja razón de muestreo. Este filtro está basado en las técnicas IFIR (Interpolation Finite Impulse Response), redondeo (rounding) y afilado (sharpening).

“Multiplierless multiband FIR decimation filter”

Este artículo fue presentado en 2nd International Conference on Electronic Design, ICED 206, Veracruz, México, 21, 22 y 23 de Noviembre de 2006. Este artículo presenta el diseño de un filtro FIR multibanda decimador sin multiplicadores que trabaja a baja razón de muestreo. Para este filtro se utiliza la técnica de redondeo (rounding).

“Compensated CIC-cosine decimation filter”

Este artículo se va a presentar en 7th International Symposium on Communications and Information Technologies, ISCIT 2007, Sydney, Australia, 16-19 de Octubre de 2007. En este artículo se presenta una nueva técnica de compensación basada en un filtro FIR simétrico de segundo orden. Este filtro compensador es conectado en cascada con el filtro CIC-coseno modificado. De esta manera, se mejora considerablemente la caída en la banda de paso del filtro CIC-coseno modificado.

ONE METHOD FOR MULTIPLIERLESS FIR DECIMATION FILTER DESIGN

Jovanovic Dolecek Gordana, Nagrale Rao Naina, Trejo Javier Fernando
 National Institute of Astrophysics, Optics and Electronics, INAOE
 Department of Electronics
 P.O. BOX 51 & 216, 72000 Puebla, Pue., Mexico
 Phone & Fax: + 222-2470517
 gordana@inaoep.mx, nainarao@inaoep.mx, fjtrejo2001@inaoep.mx

ABSTRACT

This paper presents the design of a multiplierless decimation filter based on Interpolation Finite Impulse Response (IFIR) filter. The rounding technique is applied to the interpolation and the model filters. The resulting filter is a multiplierless filter because the integer multiplications can be realized by only additions and shifts. The sharpening technique is applied to both rounded filters in order to improve the magnitude response and finally satisfy the desired specification. Using the polyphase decomposition and the multirate identity, model and interpolation filters are moved to a lower rate.

1. INTRODUCTION

Sampling rate conversion (SRC) is a necessary task in many applications such as software radio, sigma-delta conversion, subband coding, among others [1]. The reduction of a sampling rate is called decimation, because the original sample set is reduced (decimated).

Decimation consists of two stages: filtering and downsampling as shown in Fig. 1.

Downsampling reduces the input sampling rate by an integer factor M , which is known as a downsampling factor. Downsampling introduces the repeated replicas of the original spectrum. However, if the original signal is not bandlimited to π/M , the replicas will overlap. This overlapping effect known as aliasing, sometimes changes the signal irreversibly. Consequently these phenomena must be avoided by the SRC system in order to preserve the signal content.

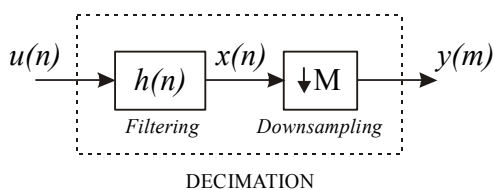


Figure 1. Decimation.

To avoid aliasing, it is necessary to limit the spectrum of the signal before downsampling to below π/M . Thus the design of systems for SRC is mainly a filter design problem [1] where is a great need to get their best implementations in terms of power consumption while keeping area and time performance in acceptable ranges.

There have been a lot of efforts for design of efficient decimator filters [1]-[8]. However, so far there is no universal solution that would be suitable for all applications [2].

The objective of the work presented in this paper is the design of the multiplierless decimation filter with an high attenuation, and a low passband droop and no filtering at the high input rate, which are requirements usually used in the multistandard radio concept.

The novelty of the proposed approach is the use of Interpolated FIR (IFIR) structure [9], and the rounding and sharpening techniques [10] in order to get high performances of the decimation filter.

The rest of the paper is organized as follows. The next section gives short overview of the IFIR filters and the rounding and sharpening techniques. The proposed method is described in the Section 3 and illustrated with one example.

2. IFIR, ROUNDING AND SHARPENING

The basic idea of an IFIR structure is to implement a FIR filter as a cascade of two FIR filter sections, as shown in Figure 2. One section is the expanded model filter $G(z^M)$ and another is the interpolator $I(z)$. The filter $G(z^M)$, where M is the interpolation factor, is obtained by introducing $M - 1$ zeros between each pair of samples of the unit

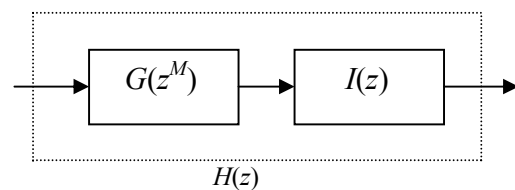


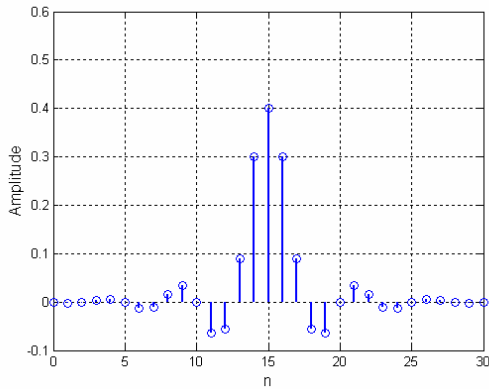
Figure 2. IFIR structure.

sample response of $G(z)$. The function of the interpolator filter $I(z)$ is to eliminate images introduced by $G(z^M)$. More details can be found in [9].

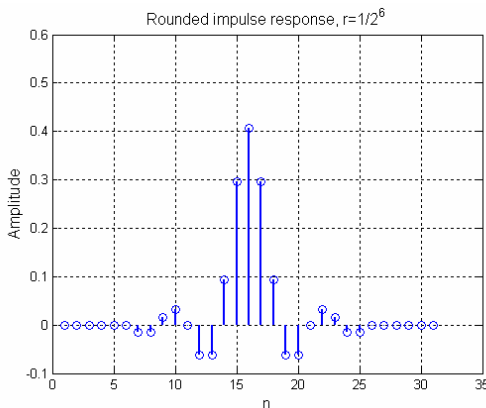
The coefficients of the given impulse response $h(n)$ are rounded to the nearest integer. This can be done in MATLAB using the *round.m* function. The value which determines the precision of the approximation is called the rounding constant r . The coefficients of the new impulse response $g(n)$ are multiples of the rounding constant r

$$g(n) = r g'(n), \quad (1)$$

where $g'(n)$ is the impulse response with integer coefficients obtained by rounding the impulse response $h(n)$. Considering that the integer coefficient multiplications can be accomplished with only shift-and-add operations, and choosing the rounding constant $r=2^{-k}$ where k is an integer, the rounded impulse response filter is a multiplier free. Figure 3 illustrates an original impulse response $h(n)$ and the rounded impulse response using $r=2^{-6}$.



a. Original impulse response.



b. Rounded impulse response.
Figure 3.

We observe:

- The process of rounding introduces some zero-valued coefficients in the rounded impulse response. The number of nonzero integer coefficients corresponds to the number of the sums and decreases with the increase of the constant r .
- Some nonzero coefficients of the rounded filter have the same values. Therefore the number of integer multiplications corresponds to the number of a different positive integer coefficients values. (The values 1 and the corresponding negative values are not counted). This number also decreases with the increase of the constant r .

The rounding introduces the distortion in the magnitude response. We propose to use the sharpening technique to improve the magnitude response of the rounded filter.

The filter sharpening technique introduced by Kaiser and Hamming 1977, [10], can be used for simultaneous improvement of both pass band and stop band characteristics of a linear-phase FIR digital filter. The technique uses amplitude change function (ACF). An ACF is a polynomial relationship of the form $H_0=f(H)$ between the amplitudes of the overall and the prototype filters, H_0 and H , respectively. The improvement in the pass band, near $H=1$, or in the stop band, near $H=0$, depends on the order of tangencies m and n of the ACF at $H=1$ or at $H=0$.

The expressions proposed by Kaiser and Hamming for the m^{th} and n^{th} order tangencies of the ACF at $H=1$ and $H=0$, respectively, are given as,

$$\begin{aligned} H_0 &= H^{n+1} \sum_{k=0}^m \frac{(n+k)!}{n! k!} (1-H)^k \\ &= H^{n+1} \sum_{k=0}^m C(n+k, k) (1-H)^k \end{aligned} \quad (2)$$

where $C(n+k, k)$ is the binomial coefficient.

In this work we use the polynomial for $m=n=1$, as follows

$$H_0(z) = 3H^2(z) - 2H^3(z) \quad (3)$$

3. PROPOSED METHOD

The filter must eliminate all spectra replicas, and to this end its normalized stopband frequency is $\omega_s = 1/M$, and the stopband attenuation must be at least 80 dB. The passband is $3/4 \omega_s$, and the passband droop is less than 0.1 dB.

We suppose that the decimation factor can be presented as the product of two factors

$$M = M_1 M_2 . \quad (4)$$

We design the decimation filter with the given specification using the IFIR structure with the factor M_1 , as shown in Figure 4.a. In that way the original decimation filter is designed using two less order filters, the model filter $G(z)$ and the interpolation filter $I(z)$.

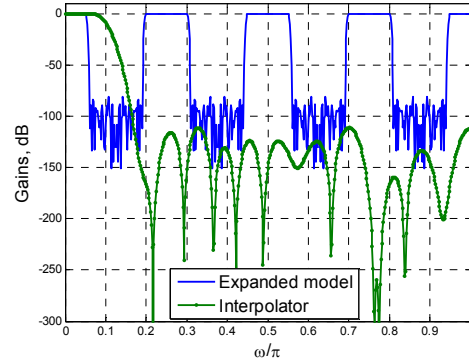
Using well known multirate identity [3] we move the expanded model filter $G(z)$ after downsampling with the factor of M_1 , as shown in Figure 4. b. Finally using the polyphase representation of the interpolation filter we get the structure shown in Figure 4.c , where $I_p(z)$ represent the polyphase components of the filter $I(z)$. Note that there is no filtering at the high input rate.

Next issue is to eliminate the multiplications. To this end we apply the rounding technique to the interpolation and the model filter. The resulting filter is a multiplierfree filter because the integer multiplications can be realized by only additions and shifts [5].

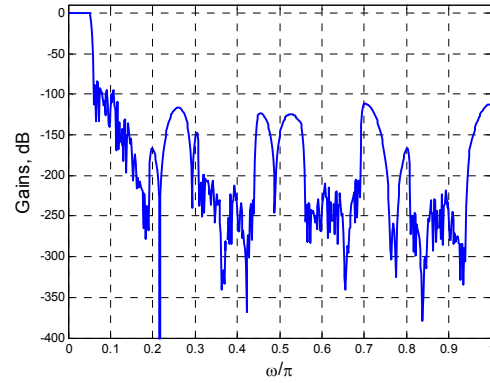
Unfortunately this filter has an distorted magnitude response. In order to improve its magnitude response and finally satisfy the desired specification we apply the sharpening technique [10]. The resulting structure is presented in Figure 4 d, where index r means rounding and $Sh\{\cdot\}$ means sharpening. The method is illustrated in the following example.

Example 1:

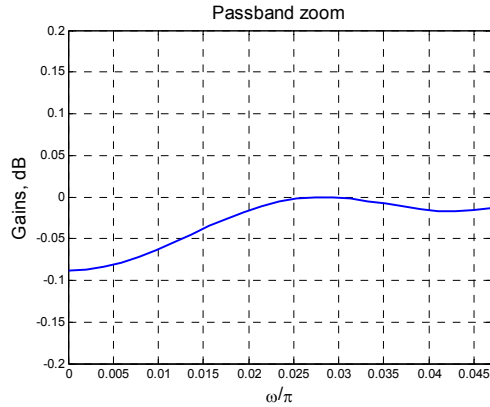
We design the decimation filter with the decimation factor $M=16$. The normalized stopband frequency is $1/16$ and the corresponding passband frequency is $3/4$ of the stopband. The maximum passband ripple is 0.1 dB and the minimum stopband attenuation is 80 dB. The corresponding equiripple filter has an order of 427 and requires 214 multipliers. Using $M_1=8$ we get the model filter of the order 79 and the interpolator of the order 70. Applying the rounding technique with the factor $r=0.015625$ in both, the model filter, and interpolator, we get the rounded model filter of an order 59 with 17 integer multiplications. The rounded interpolator has an order 52, and 17 integer multiplications. The sharpening polynomial is $3H^2 - 2H^3$, [10]. The expanded rounded and sharpened model filter, and interpolator are shown in Fig. 5.a while the resulting magnitude response is shown in Fig. 5. b. The passband and stopband details (Figs 5. c and d) show that the desired specification is satisfied.



a. Model and interpolator filters.



b. Overall magnitude response.



c. Passband.

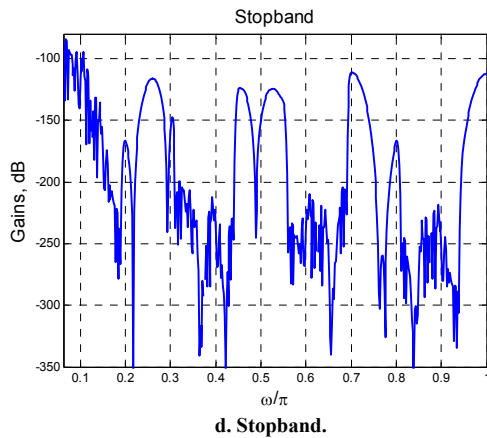


Figure 5. Designed filter.

4. CONCLUSIONS

This paper presents on simple method for design of the decimation filters without multipliers and a high stopband attenuation and a low passband ripples. The method is based on the IFIR filter and the rounding and sharpening techniques. Using IFIR technique, two less order filters, the expanded model and the interpolator filter are designed. According to multirate identity the expanded model filter is moved to the lower rate. The interpolator is also moved to the lower rate using the polyphase decomposition. In that way there is no filtering at high input rate. The rounding technique is applied to both, the model and the interpolation filters. The filter coefficients are rounded to the nearest integers. Considering that the integer coefficient multiplications can be accomplished with only shift-and-add operations, and choosing the rounding constant $r=2^{-k}$ where k is an integer, the rounded impulse response filter is a multiplier free.

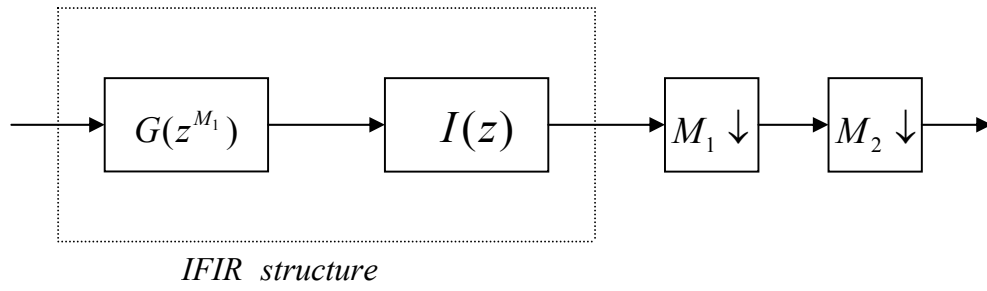
Unfortunately the rounded filter has an distorted magnitude response. In order to improve its magnitude response and finally satisfy the desired specification we apply the sharpening technique. We propose to use the simple sharpening polynomial $m=n=1$.

ACKNOWLEDGEMENT

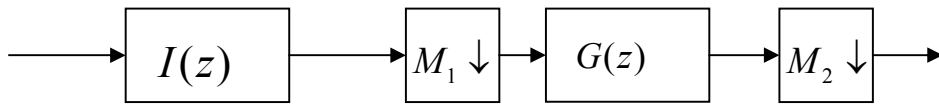
This work is supported by the CONACYT grant No. 49640.

5. REFERENCES

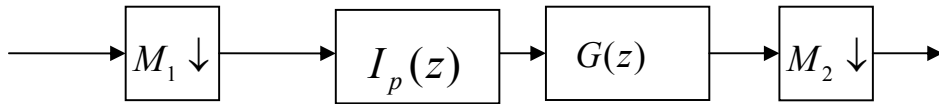
- [1] P. Burns, *Software Defined Radio for 3G*, Artech House, 2003.
- [2] D. Babic and M. Renfors, "Decimation by non-integer factor in multistandard radio receivers," *Elsevier Signal Processing*, vol.85, pp.1211-1224, 2005.
- [3] G. Jovanovic Dolecek, *Multirate Systems: Design and Applications*, IGP, USA, 2002.
- [4] A.W. Abu-Al-Saud and G.L. Stuber, "Efficient sample rate conversion for software radio systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.54, no.3, pp.932-939, March 2006.
- [5] K.S. Yeung and S.C. Chan, "The design and multiplier-less realization of software radio receivers with reduced system delay," *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, vol.51, no.12, pp.2444-2459, Dec. 2004.
- [6] U. Meyer-Baese, S. Rao, J. Ramirez, and A. Garcia, "Cost-effective Hogenauer cascaded integrator comb decimation filter design for custom ICs," *Electronic Letters*, vol.41, no.3, pp.1252-1253, February 2005.
- [7] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "A new two-stage sharpened comb decimator," *IEEE Transactions on Circuits and Systems, TCAS I: regular Papers*, vol.52, no.7, pp.1416-1420, July 2005.
- [8] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "A new multistage comb-modified rotated sinc (RS) decimator with sharpened magnitude response," *IEICE Transactions Special Issue on Recent Advances in Circuits and Systems*, vol.E88-D, no.7, pp.1331-1339, 2005.
- [9] Y. Neuvo, D. Cheng-Yu, and S.K. Mitra, "Interpolated finite impulse response filters," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-32, pp.563-570, June 1984.
- [10] J.F. Kaiser and R.W. Hamming, "Sharpening the response of a symmetric nonrecursive filter," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-25, pp.415-422, October 1977.



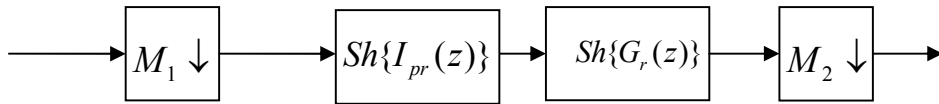
a. IFIR structure based decimation filter.



b. More efficient structure.



c. Polyphase interpolator based structure.



d. Resulting structure.

Figure 4. Proposed structure.

Multiplierless Multiband FIR Decimation Filter

G. Jovanovic Dolecek, F.J. Trejo, N.R. Nagrale

Department on Electronics, Institute INAOE, E. Erro 1, 72 840, Tonantzintla, Puebla, Mexico
 gordana@inaoep.mx, fjtrepo2001@inaoep.mx, nainarao@inaoep.mx

Abstract

This paper presents the design of multiplierless decimation filter based on the Remez design of the multiband Finite Impulse Response (FIR) filter and the rounding technique. The coefficients of the designed multiband filter are rounded to the nearest integers. Considering that the integer coefficients can be realized with only shift-and-add operations, the rounded impulse response filter is a multiplier-free. The cascade of the rounded multiband filters is used in order to improve the overall magnitude characteristic. Using the polyphase decomposition of the rounded filter the filtering is moved to a lower rate. This method is efficient for low decimation factors, typically less than 10.

1. Introduction

The process of converting the given rate of a signal into a different rate is called the sampling rate conversion (SRC). Therefore, sample rate conversion is a process of resampling which itself causes aliasing and imaging. These two fundamental characteristics of resampling require filtering. Thus the design of systems for SRC is mainly a filter design problem where is a great need to get their best implementations in terms of power consumption while keeping area and time performance in acceptable ranges [1].

In this paper we consider the decreasing of sampling rate or decimation, which consists of two blocks: antialiasing filter and the downsampling as illustrated in Fig.1.

A commonly used decimation filter is the cascaded-integrator-comb (CIC) filter, which consists of two main sections: an integrator and a comb, separated by a down-sampler, [2]. The CIC decimation filter performs SRC efficiently using only additions/subtractions, which makes him attractive in many applications.

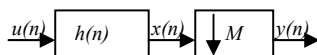


Fig. 1. Decimation.

The transfer function of the resulting decimation filter is given by

$$H(z) = \left[\frac{1}{M} \left(\frac{1-z^{-M}}{1-z^{-1}} \right) \right]^K \quad (1)$$

where M is the decimation ratio and K is the number of the stages. The relation (1) is also known as recursive running sum (RRS) filter.

The comb section operates at the lower data rate, while the integrator section works at the higher input data rate thereby resulting in higher chip area and higher power dissipation for this section. Magnitude response of the filter exhibits a linear-phase, lowpass $\sin Mx/\sin x$ characteristic which can be expressed as

$$\left| H(e^{j\omega}) \right| = \left| \frac{\sin(\omega M / 2)}{M \sin(\omega / 2)} \right|^K, \quad (2)$$

The characteristic has a low attenuation and a high droop in the desired passband that is dependent upon the decimation factor M and the cascade size K .

Several schemes have been proposed to design CIC filters with improved magnitude response as for example [3]-[12].

The main goal of this work is to design the decimation filter which is, like CIC filter, also multiplier free and performs filtering by using only additions/subtractions, but has better performances i.e. a lower passband droop and a higher stopband attenuation. To this end, we propose to design first the multiband filter which is shown in Fig. 2, where the don't care bands are denoted by ϕ ,

δ_p, δ_s are the passband and the stopband tolerances, and M is the decimation factor.

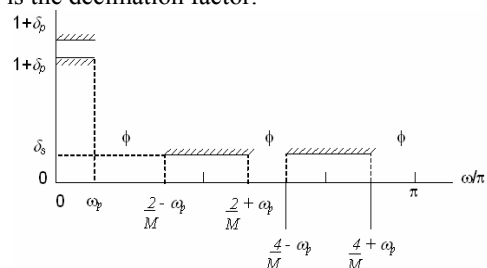


Fig. 2. Multiband filter.

In the next step we apply the rounding technique to present the filter coefficients as integers.

The rest of the paper is organized as follows. Next section briefly describes the rounding technique. The proposed method is given in Section 3 and illustrated with two examples.

2. Rounding technique

Using the rounding technique the coefficients of the given impulse response $h(n)$ are rounded to the nearest integer values as

$$h_r(n) = r \cdot h_i(n) = r \cdot \text{round}(h(n)/r) \quad (3)$$

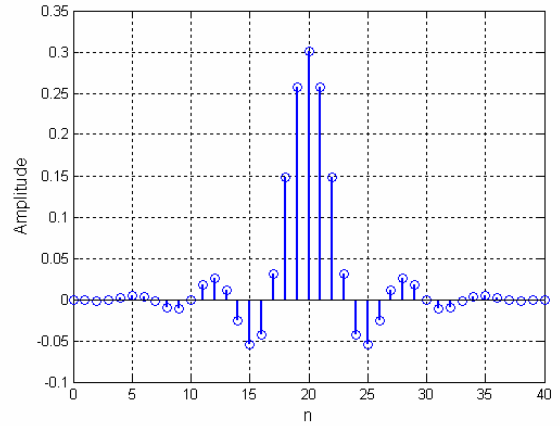
where $h_i(n)$ is the new impulse response derived by rounding all coefficients of $h(n)$ to the nearest integer, and $\text{round}(\cdot)$ means the rounding operation. The rounded impulse response $h_i(n)$ is scaled by r in order that gain in dB of the rounded filter $h_r(n)$ has the value $(0 \pm R_p)$ dB

in the passband, where R_p is the specified passband ripple. The rounding constant r determines the precision of the approximation of $h_r(n)$ to $h(n)$. Considering that the integer coefficient multiplications can be implemented with only shift-and-add operations, the rounded impulse response filter is multiplier-free. We consider the rounding constant in the form 2^{-k} where k is an integer.

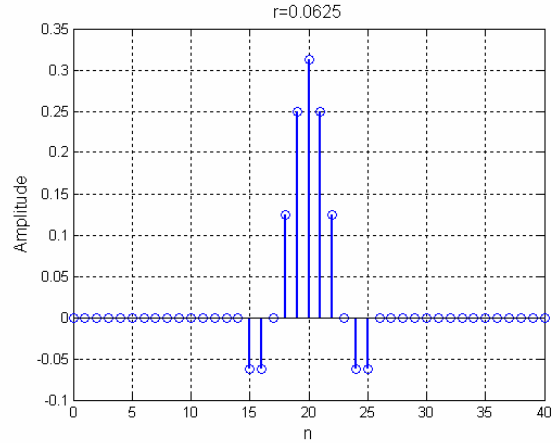
As an example consider the rounding of the coefficients of the impulse response $h(n)$ shown in Fig. 3(a). Using the rounding constants $r = 0.0625$, and 0.0039 , we obtained the rounded impulse responses $h_i(n)$ shown in Figs. 3(b), and (c), respectively. The corresponding gain responses of the scaled impulse responses $h_r(n)$ are shown in Fig. 4.

We observe:

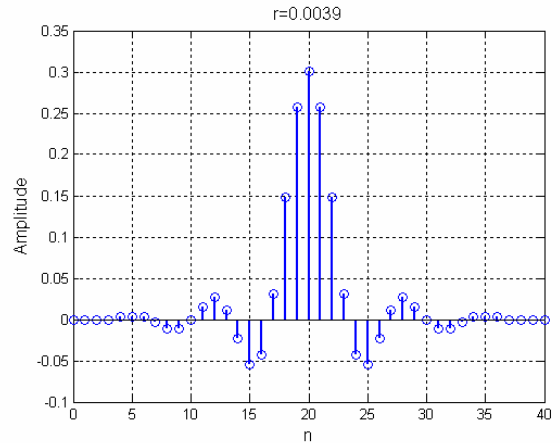
- The process of rounding introduces some zero-valued coefficients in the rounded impulse response. The number of nonzero integer coefficients N_s corresponds to the number of the sums and decreases with the increase of the constant r as shown in Fig. 3.
- Some nonzero coefficients of the rounded filter have the same values. Therefore the number of integer multiplications corresponds to the number N_M of different positive integer coefficients values. (The values 1 and the corresponding negative values are not counted). This number also decreases with the increase of the constant r , as shown in Fig. 3.



a. Impulse response of the original filter.



b. Rounding with $r=2^{-4}=0.0625$.



c. Rounding with $r=2^{-8}=0.0039$.

Figure 3. Impulse responses.

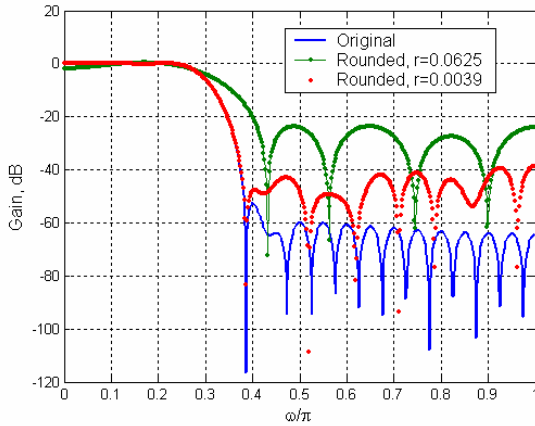


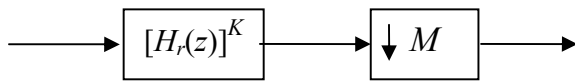
Figure 4. Gain responses.

3. Description of method

At first we design the multiband $H(z)$, which must eliminate n bands of interest in the vicinity of the points $2\pi k/M$, where M is the decimation factor, and $k \leq 2/M$. This filter is designed using the Remez algorithm where the order of the filter is typically $N=nM < 60$, where n is an integer. We consider that the signal occupies $3/4$ of the digital band. In the next step we round the impulse response of the designed filter using the rounding constant in the form 2^{-k} where k is an integer. Finally we cascade the rounded filters in order to improve the overall magnitude response. The corresponding structure is shown in Fig.5a. where $[H_r(z)]^K$ presents the cascade of K rounded multiband filters.

The next issue is to move the filtering to lower rate. To this end we apply the polyphase decomposition [13] to the cascade of the rounded filters. Figure 5.b. illustrates the resulting structure where $H_{rp}(z)$ indicates the polyphase components.

The method is illustrated in the following examples.



a. Proposed structure.



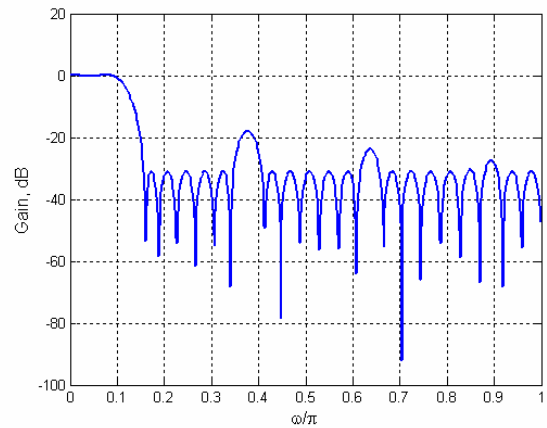
b. More efficient structure.

Figure 5.

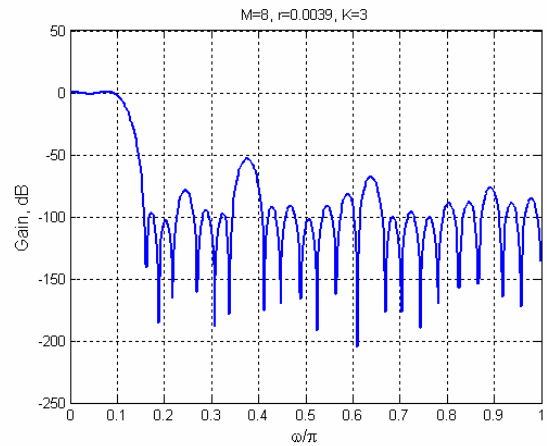
Example 1.

In this example we consider the design of the decimation filter for $M=8$. The designed multiband filter has an order $N=48$ and its magnitude response is given in Fig.6.a.

Using the rounded constant $r=0.0039$ we get the rounded filter with 45 adders and 11 integer multiplications. The gain response of the cascade of $K=3$ rounded filters is given in Fig.5.b. Minimum stopband attenuation in the bands of interest is 75 dB and the total numbers of adders and integer multipliers are 135 and 33, respectively. The numbers of adders, and the integer multipliers and the minimum stopband attenuations for different rounding constants are given in Table I.



a. Multiband filter.



b. Proposed filter.

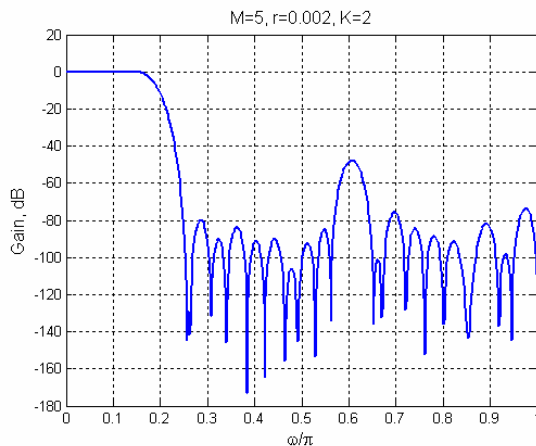
Figure 6. Example 1.

Table I.

r	2-5	2-6	2-7
Adders	88	102	126
Integer multiplication	12	18	24
Minimum attenuation	55	60	70

Example 2.

Consider the design of decimation filter for $M=5$. The corresponding multiband filter has an order of 50. Using the rounding constant $r=0.002$ we have the rounded filter with 12 integer multipliers and 47 adders. The cascade of $K=2$ rounded filters provides a minimum attenuation of 75 dB, and has 24 integer multipliers and 94 adders. The corresponding gain response is given in Fig.7.



As expected, less complexity design results for less value of M because the don't care bands are wider.

2. Conclusions

This paper presents one simple method for decimation filter design based on the rounding of multiband filters. The multiband filters are designed using the Remez algorithm. The passband is $\frac{3}{4}$ of the total digital band after decimation. To avoid a high distortion of the gain response, introduced by rounding, the order of the multiband filter is typically less than 60. The choice of the rounding constant is the trade-off between the filter complexity (number of adders and integer multipliers) and the gain distortion. The gain response of the rounded filter is improved by cascading the rounded filters. Considering that the integer coefficients can be realized with only shift-and-add operations, the rounded impulse response filter is a multiplier-free. Applying the polyphase decomposition the polyphase filters of the cascaded rounded filters are moved to the lower rate. This method is efficient for the decimation factors less than 10.

Acknowledgement

This work is supported by CONACYT grant No. 49640.

References

[1] T. Hentschel and G. Fettweis, "Sample rate conversion for software radio," *IEEE*

Communications Magazine, pp.142-150, August 2000.

[2] E.B. Hogenauer, "An economical class of digital filters for decimation and interpolation," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-29, no.2, pp.155-162, April 1981.

[3] S. Chu and C.S. Burrus, "Multirate filter designs using comb filters," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol.CAS-31, no.11, pp.913-924, Nov. 1984.

[4] T. Saramaki and T. Ritonieni, "A modified comb filter structure for decimation," *Proc. IEEE International Symposium on Circuits & Systems*, Hong Kong, pp.2353-2356, June 1997.

[5] U. Meyer-Baese, S. Rao, J. Ramirez and A. Garcia, "Cost-effective Hogenauer cascaded integrator comb decimation filter design for custom ICs," *Electronic Letters*, vol.41, no.3, pp.1252-1253, Feb. 2005.

[6] W.A. Abu-Al-Saud and G.L. Stuber, "Modified CIC filter for sample rate conversion in software radio systems," *IEEE Signal Processing Letters*, vol.10, no.5, pp.152-154, May 2003.

[7] C. Lei, Z. Yuanfu, G. Deyuan, W. Wu, W. Zongmin, Z. Xiaofei, and P. Heping, "A decimation filter design and implementation for oversampled sigma delta A/D converters," *IEEE Workshop VLSI design & video Tech.*, May 2005.

[8] J. Richard, G. Harnett, and F. Boudreaux-Bartels, "Improved filter sharpening," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.43, no.12, December 1995.

[9] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "A new sharpened cascaded comb-cosine decimation filter," *European Signal Processing Conference EUSIPCO 2005*, Antalya, Turque, Proc. in CD, ISBN975-00188-0-X, 4-8 September 2005.

[10] A.Y. Kwentus, Z. Jian, and A. Willson, Jr., "Application of filter sharpening to cascaded integrator-comb decimation filters," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.45, no.2, February 1997.

[11] A. Gerosa and A. Neviani, "A low-power decimation filter for sigma-delta converter based on a power-optimized sinc filter," *International Conference ISCAS-04*, Vancouver, Canada, vol.2, pp.245-248, May 2004.

[12] S.M. Mortazavi Zanjani, S.M. Fakhraie, and O. Shoaiei, "A comparative study and design of decimation filter for high-precision audio data converters," *The 17th International Conference on microelectronics*, 13-15 Dec. 2005.

[13] G. Jovanovic Dolecek, *Multirate Systems: Design and Applications*, IGP, Hershey, USA, 2003.

Compensated CIC-Cosine Decimation Filter

Fernando Javier Trejo Torres
 Department of Electronics
 Institute INAOE
 Puebla, Mexico
 fjtrepo2001@inaoep.mx

Gordana Jovanovic Dolecek
 Department of Electronics
 Institute INAOE
 Puebla, Mexico
 gordana@inaoep.mx

Abstract—This paper presents efficient modification of the CIC-cosine decimation filter. The second order compensator filter is introduced at last decimation stage in order to improve the passband of interest. The coefficients of the compensator filter are presented as canonical signed digits (CSD) and can be implemented using only adders and shifts. Consequently, the resulting filter is a multiplier-free filter and exhibits a high attenuation in the stopband, as well as a low passband droop in the passband.

I. INTRODUCTION

The process of digitally converting the given rate of a signal into a different rate is called sampling rate conversion (SRC) [1]. The reduction of a sampling rate is called decimation, and accomplished in two stages, filtering and downsampling.

Hogenauer [2] introduced a very simple decimation filter called cascaded integrator comb (CIC) filter, which consists of two sections, cascaded integrators and differentiators separated by a downsampler as shown in Fig. 1. The transfer function of the resulting decimation filter is given as

$$H(z) = \left[\frac{1}{M} \left(\frac{1-z^{-M}}{1-z^{-1}} \right) \right]^K, \quad (1)$$

where M is the decimation factor and K represents the number of cascaded filters.

This structure requires no multipliers and uses limited storage converting it in an economical digital filter which is usually used at the first stage of decimation [2]. However, this decimation filter presents some drawbacks. The integrator section works at the high input data rate resulting in a larger chip area and higher power consumption especially when the decimation factor is high. The magnitude response of the CIC filter has a high droop in the desired passband and a low stopband attenuation.

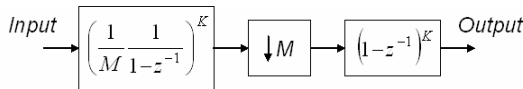


Fig. 1. CIC decimation filter.

The decimation factor R of the next decimation stage determines the frequency ω_c , where the worst passband distortion occurs, and the frequency ω_A , where the worst case aliasing occurs [3]. The normalized frequencies ω_c/π and ω_A/π are at

$$\frac{\omega_c}{\pi} = \frac{\pi}{MR} \cdot \frac{1}{\pi} = \frac{1}{MR} \quad \frac{\omega_A}{\pi} = \frac{2}{M} - \frac{1}{MR} = \frac{2R-1}{MR}. \quad (2)$$

Several structures have been proposed to design CIC filters with improved frequency response as for example [3]-[9].

A new multiplierless CIC-cosine decimation filter with no filtering at the high input rate is introduced in [8]. This structure exhibits high stopband attenuation, but presents a considerable passband droop.

The goal of this work is to compensate the passband droop of the cascaded CIC-cosine decimation filter [8], introducing a simple compensator at the lowest rate. The rest of the paper is organized as follows. In Section 2 we describe the proposed second order compensator filter. The modified compensated CIC-cosine decimation filter is described in the next section.

II. SECOND ORDER CIC COMPENSATOR

In [10] is proposed the second order CIC compensator with the following transfer function

$$P(z^M) = a + bz^{-M} + az^{-2M}, \quad (3)$$

where a and b are real valued constants determined using the Parks-McClellan algorithm. To reduce the implementation complexity a and b are expressed as sum of powers of two (SOPOT) terms. The random search algorithm [10] is employed to minimize the SOPOT terms.

In this paper we propose an alternative procedure to design the second order CIC compensator. We get the coefficients a and b in (3) solving the following equations

$$2a + b = 1 \quad (4a)$$

$$2a \cos(M\omega_c) + b = \delta_{comp}, \quad (4b)$$

where ω_c is defined in (2), M is decimation factor of the CIC

decimation stage, and δ_{comp} is the compensation factor in a linear scale.

$$\delta_{comp} = 1 / \delta_c, \quad (5)$$

where δ_c is the passband droop of the filter to be compensated. The corresponding quantized values a_q and b_q , for the coefficients a and b , respectively, are

$$a_q = 2^{-k} \lfloor a / 2^{-k} \rfloor \quad b_q = 2^{-k} \lfloor b / 2^{-k} \rfloor, \quad (6)$$

where k is the quantization factor and $\lfloor x \rfloor$ represents the integer part of x .

From (4a) we have the following condition which the quantized coefficients must satisfy

$$2a_q + b_q = 1. \quad (7)$$

Starting with $k=2$ the value of k is increased until the condition (7) is satisfied. If the corresponding passband droop is within the desired limit, the corresponding quantized coefficients a_q and b_q are presented in canonical signed digit (CSD) form [11]-[14].

Otherwise, the procedure is continued until the desired passband compensation is reached. This procedure is programmed in Matlab, and the corresponding block diagram is shown in Fig. 2. The procedure is illustrated in the following example.

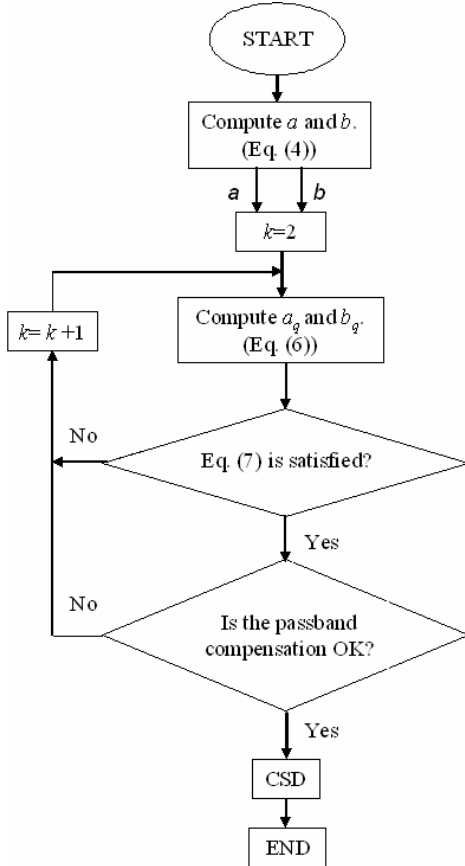


Fig. 2. Flow diagram of compensator filter.

Example 1: Consider the design of compensator for cascaded CIC decimation filter with $M=4$, $K=4$, and decimation factor of second stage is $R=8$.

The passband droop at normalized frequency ω_c/π is -0.2095792dB. We want to have a resulting passband droop less than 0.01dB. From (5) $\delta_{comp}=1.02442214823189$.

The corresponding equations (4) are

$$2a + b = 1 \quad (8a)$$

$$2a \cos(4 \cdot 0.03125\pi) + b = 1.02442214823189, \quad (8b)$$

resulting in

$$\begin{aligned} a &= -0.16041774990093 \\ b &= 1.32083549980185 \end{aligned} \quad (9)$$

Starting with $k=2$ we find the quantized values as shown in Table I. The condition (7) satisfies only the values of $k=3$ and 5, shown in bold in Table I.

For $k=3$ the passband droop doesn't satisfy the desired specifications, but the quantization factor $k=5$ does. Therefore for $k=5$ we find corresponding CSD terms for quantized coefficients and the transfer function is given by

$$H_{comp}(z^4) = (-2^{-3} - 2^{-5}) \cdot (1 + z^{-8}) + (2^0 + 2^{-2} + 2^{-4}) z^{-4}. \quad (10)$$

The passband details of magnitude responses for CIC and compensated CIC filters are shown in Fig. 3.

TABLE I. QUANTIZED FACTORS AND COEFFICIENTS

k	a_q	b_q	$A_c(dB)$
2	0	1.25	
3	-0.125	1.25	-0.0458388
4	-0.125	1.3125	
5	-0.15625	1.3125	-0.005381495

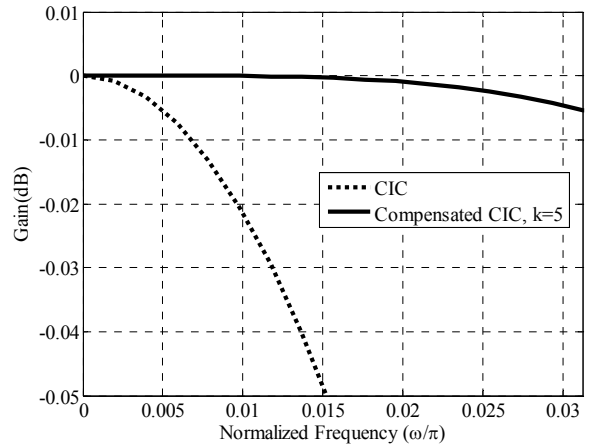


Fig. 3. Passband zoom for Example 1.

III. PROPOSED DECIMATION FILTER

The proposed filter is the cascade of the CIC-cosine filter $H_{mccos}(z)$ [8] and the compensator filter introduced in Section 2,

$$G(z) = H_{mccos}(z)H_{comp}(z^M). \quad (11)$$

At the first step we design CIC-cosine filter as described in [8], and find compensation factor from (5).

In the next we design compensation filter as described in Section 2. In that way proposed filter exhibits good magnitude response in both passband and stopband. The method is illustrated in Example 2.

Example 2: We design decimation filter for $M=32$, which has passband droop at the frequency of interest less than 0.002dB, and stopband attenuation in the frequency of interest less than 110 dB. First we design CIC-cosine filter choosing $M_1=2$, $M_2=4$ and $M_3=4$ yielding

$$H_1(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1-z^{-2}}{1-z^{-1}} \right), H_2(z^2) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-z^{-8}}{1-z^{-2}} \right), \quad (12)$$

$$H_3(z^8) = \frac{1}{4} \left(\frac{1-z^{-32}}{1-z^{-8}} \right)$$

In the next we cascade filters $H_1(z)$, $H_2(z^2)$ and $H_3(z^8)$ as shown in the following equation

$$H_m(z) = H_1^4(z) H_2^2(z^2) H_3^2(z^8). \quad (13)$$

The stopband attenuation of this filter is further improved introducing cascades of the expanded filters

$$H_{CCOS}(z) = H_{COS}^2(z^8) H_{COS}^4(z^4) H_{COS}^4(z^2), \quad (14)$$

where

$$H_{COS}(z^N) = 0.125(1+z^{-2N})(1+z^{-N})^2. \quad (15)$$

From (2) using $R=8$ the passband and stopband frequencies of interest are

$$\omega_c / \pi = 0.00390625$$

$$\omega_A / \pi = 0.05859375 \quad (16)$$

Stopband attenuation in the frequency of interest is $A_s=-116.7993$ dB, i.e., it is satisfied. However the passband droop is $A_c=-0.3162$ dB. In order to improve passband we design compensation filter as described in Section 2. Solving (4) we get the coefficients

$$a = -0.2435389959475$$

$$b = 1.487077991895 \quad (17)$$

We find quantized values a_q and b_q as shown in table II.

The condition (7) is satisfied only for $k=7$ resulting in the corresponding passband droop of $A_c=-0.001723$ dB. Therefore we present quantized coefficients for $k=7$ in CSD terms

$$H_{comp}(z^{32}) = (-2^{-2} + 2^{-7}) \cdot (1 + z^{-64}) + (2^1 - 2^{-1} - 2^{-6}) z^{-32}. \quad (18)$$

Finally from (11) to (15) we have proposed decimation filter as

$$H_{mCCOS_COMP}(z) = H_1^4(z) H_2^2(z^2) H_3^2(z^8) \times H_{COS}^2(z^8) H_{COS}^4(z^4) H_{COS}^4(z^2) H_{comp}(z^{32}) \quad (19)$$

Overall magnitude response is shown in Fig. 4.a along with that of the CIC-cosine filter.

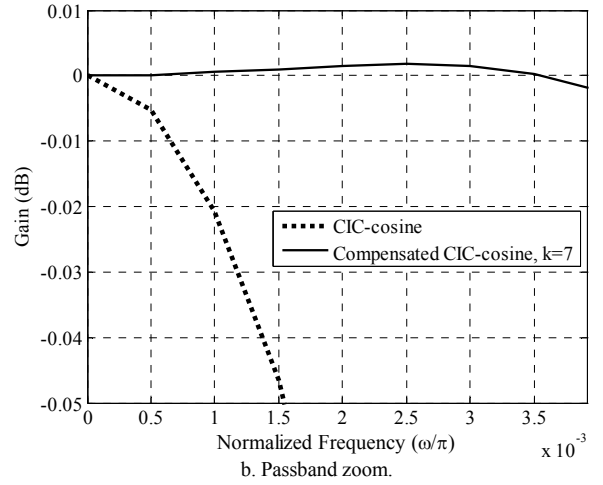
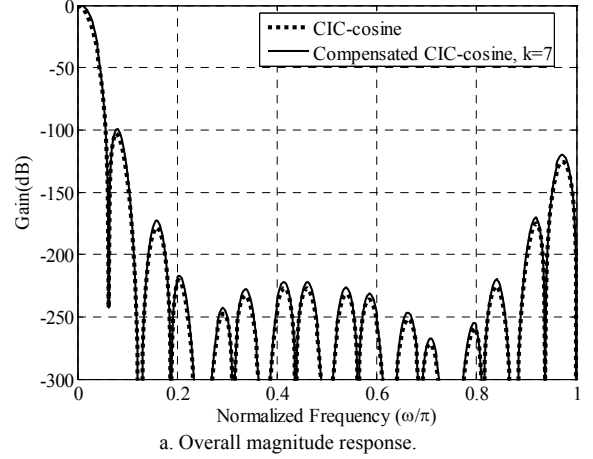
Corresponding passband zoom is shown in Fig. 4.b.

Fig. 4.c illustrates attenuation in the neighborhood of the first zero.

Using multirate identities we have efficient structure shown in Fig. 5.

TABLE II. QUANTIZED FACTORS AND COEFFICIENTS

k	a_q	b_q
2	0	1.25
3	-0.125	1.375
4	-0.1875	1.4375
5	-0.21875	1.46875
6	-0.234375	1.484375
7	-0.2421875	1.484375



IV. CONCLUSION

We propose a multistage decimation filter based on CIC-cosine decimation filter and symmetric second order compensator. The coefficients of the compensator are expressed in CSD terms and can be implemented using only adders and shifts. As a result the proposed filter is a multiplier free filter. There is a trade-off between the desired compensation of the passband droop and the complexity of the CSD representation. The overall filter exhibits a low passband droop, and a high stopband attenuation at the frequencies of interest.

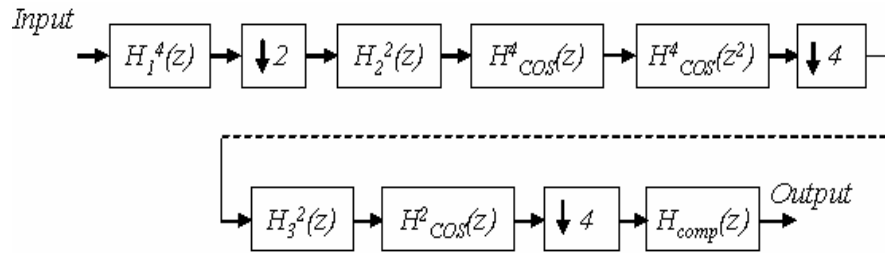
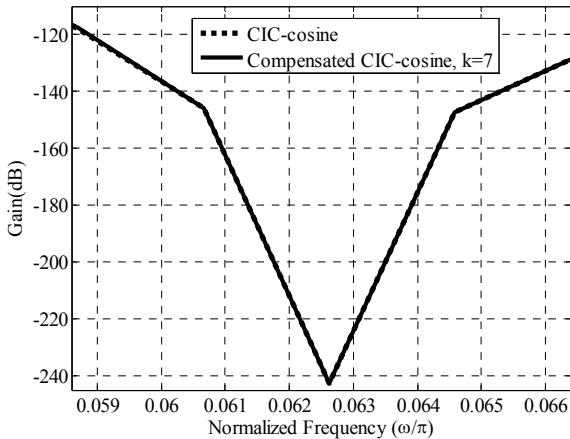


Fig. 5. Efficient structure for Example 2.



c. Stopband zoom.

Fig. 4. Magnitude response for Example 2.

REFERENCES

- [1] R.E. Crochiere and L.R. Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983.
- [2] E.B. Hogenuer, "An economical class of digital filters for decimation and interpolation," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-29, no.2, pp.155-162, April 1981.
- [3] A. Kwentus, Z. Jiang, and A. Willson, Jr., "Application of filter sharpening to cascaded integrator-comb decimation filters," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, pp. 457-467, February 1997.
- [4] L.L. Presti, "Efficient modified-sinc filters for sigma delta A/D converters," *IEEE Transactions on Circuits & Systems – II: Analog and Digital Signal Processing*, vol.47, pp.1204-1213, Nov. 2000.
- [5] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "Efficient multistage comb-modified rotated sinc (RS) decimator," *Proceedings of the European Signal Processing Conference EUSIPCO 2004*, Viena, Austria, pp.1425-1428, September 2004.
- [6] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "A new multistage comb-modified rotated sinc (RS) decimator with sharpened magnitude response," *IEICE Transactions Special Issue on Recent Advances in Circuits and Systems*, vol.E88-D, no.7, pp.1331-1339, 2005.
- [7] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "A new two-stage sharpened comb decimator," *IEEE Transactions on Circuits and Systems, TCAS I: regular Papers*, vol.52, no.7, pp.1416-1420, July 2005.
- [8] G. Jovanovic Dolecek and J. Diaz Carmona, "A new cascaded modified CIC-cosine decimation filter," *International IEEE Conference ISCAS 2005*, Kobe, Japan, Proc. printed by IEEE, pp.3733-3736, May 2005.
- [9] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "A new sharpened cascaded comb-cosine decimation filter," *European Signal Processing Conference EUSIPCO 2005*, Antalya, Turque, Proc.en CD, ISBN975-00188-0-X, 4-8 September 2005.
- [10] S.C. Chan and K.S. Yeung, "On the design and multiplier-less realization of digital IF for software radio receivers with prescribed output accuracy," in *Proc. DSP*, vol.1, pp.277-280, July 2002.
- [11] M. Bhattacharya and T. Saramaki, "Some observations leading to multiplierless implementation of linear phase filters," *Proc. ICASSP 2003*, pp.II-517-II-520, 2003.
- [12] Y.C. Lim, "Design of discrete-coefficient-value linear phase FIR filters with optimum normalized peak ripple magnitude," *IEEE Trans. on Circuits & Systems*, vol.CAS-37, pp.1480-1486, Dec. 1990.
- [13] Y.C. Lim and B. Liu, "Design of cascade form FIR filters with discrete valued coefficients," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-36, pp.1735-1739, Nov. 1988.
- [14] Y.C. Lim, J.B. Evans, and B. Liu, "Decomposition of binary integers into signed powers-of-two terms," *IEEE Trans. on Circuits & Systems*, vol.CAS-38, pp.667-672, June 1991.

Índice de Figuras

Capítulo 1

Introducción

	pp
Figura 1.1 Servicios soportados por software radio	6
Figura 1.2 Receptor súper heterodino tradicional	8
Figura 1.3 Receptor ideal de software radio	8
Figura 1.4 Radio receptor digital	9
Figura 1.5 Decimación está compuesta de un filtro anti-traslape y la etapa de decremento de razón de muestreo M .	13
Figura 1.6 Pasos a seguir para el decremento de razón de muestreo de una señal discreta	15
Figura 1.7 Proceso de decremento de razón de muestreo en el dominio de la frecuencia	16
Figura 1.8 Efecto del filtro anti-traslape en el proceso de decimación	17
Figura 1.9 Interpolación está compuesta de un etapa de incremento de razón de muestreo L y un filtro anti-imagen.	17
Figura 1.10 Incremento de razón de muestreo	18
Figura 1.11 Proceso de aumento de razón de muestreo en el dominio de la frecuencia	19

Figura 1.12	Efecto del filtro anti-imagen en el proceso de interpolación	20
Figura 1.13	Estructuras polifásicas para decimación	22
Figura 1.14	Estructuras polifásicas para interpolación	23

Capítulo 2

Técnicas de Diseño de Estructuras Multirazón para Decimación

Figura 2.1	Estructuras de decimación de una sola etapa y multietapa	26
Figura 2.2	Diagrama a bloques de un filtro CIC decimador	27
Figura 2.3	Respuesta en frecuencia de filtro CIC para $M=16$ y $K=2$	30
Figura 2.4	Respuestas de magnitud de los filtros CIC y CIC modificado	33
Figura 2.5	Comportamiento de polos y ceros en el plano z del filtro CIC-RS propuesto en [23] bajo los parámetros $\alpha=0.3$, $M=8$ y $K=1$	36
Figura 2.6	Respuestas en frecuencia de filtros CIC-RS y CIC-RS modificado para $K=2$, $K_0=4$, $K_1=4$, $K_2=4$	39
Figura 2.7	Respuestas en frecuencia de filtros CIC-RS y CIC-RS modificado para $K=1$, $K_0=2$, $K_1=2$, $K_2=4$	40
Figura 2.8	Estructuras multietapa eficientes	42
Figura 2.9	Respuestas en magnitud de filtros CIC y CIC-coseno	45

Figura 2.10	Respuesta en magnitud de filtros CIC-RS y CIC-coseno modificado para $\alpha=0.0184$, $K=1$, $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$ y $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=1$	48
Figura 2.11	Respuesta en magnitud de filtros CIC-RS y CIC-coseno modificado para $\alpha=0.0184$, $K=1$, $K_1=4$, $K_2=2$, $K_3=2$ y $n_1=2$, $n_2=4$, $n_3=4$	50
Figura 2.12	Estructuras multietapas eficientes del filtro CIC-coseno modificado	51
Figura 2.13	La función $Sh\{H(z)\}$ operando en función de $H(z)$	52
Figura 2.14	Diagrama a bloques de un filtro afilado	53
Figura 2.15	Respuesta en frecuencia de filtros CIC y CIC afilado para $M=16$	55
Figura 2.16	Respuesta en magnitud de conexión en cascada de filtros CIC e ISOP para diferentes valores de k , $c < -2$, K	57
Figura 2.17	Estructura eficiente de conexión en cascada de CIC-ISOP	57
Figura 2.18	Filtro CIC compensado: (a) antes y (b) después de la aplicación de las identidades de sistemas multirazón	59
Figura 2.19	Respuestas en frecuencia de filtros CIC, compensador y CIC compensado para $M=4$ y $K=4$	62
Figura 2.20	Respuesta en frecuencia de $ H_{CIC}(f) $ para $M=8$, $K=2$ y $f_s=1\text{GHz}$	63
Figura 2.21	Diagrama a bloques de un convertidor A/D $\Sigma\Delta$	63
Figura 2.22	Respuesta en frecuencia de filtro FIR compensador de 41 coeficientes	66
Figura 2.23	Respuesta en frecuencia de la conexión en cascada de los dos filtros CIC y el filtro FIR compensador	66

Figura 2.24	Respuesta en frecuencia de filtro CIC, filtro de compensación y filtro CIC compensado para $M=11$, $K=5$ y $a=0.1799$	69
-------------	--	----

Capítulo 3

Propuesta para Decimación Basada en Estructura Multietapa Eficiente

Figura 3.1	Diagrama de flujo para filtro de compensación de segundo orden	77
Figura 3.2	Estructura eficiente de conexión en cascada de filtrado CIC y filtro de compensación propuesto	77
Figura 3.3	Respuestas en frecuencia de filtro CIC, filtro de compensación propuesto para $k=5$ y filtro CIC compensado	80
Figura 3.4	Estructura eficiente de filtro CIC-coseno modificado compensado	82
Figura 3.5	Respuestas en frecuencia de filtro CIC-coseno modificado y filtro CIC modificado compensado para $k=7$	86
Figura 3.6	Estructura eficiente para el Ejemplo 3.3	85
Figura 3.7	Respuesta en magnitud de filtro CIC-coseno modificado con $M=64$ para diferentes valores de M_i	91
Figura 3.8	Respuesta en magnitud de filtros CIC-coseno modificado y CIC-coseno modificado compensado con factor de cuantización $k=4$ para $M=64$, $M_1=2$, $M_2=4$, $M_3=8$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=3$, $n_4=3$	92

Figura 3.9 Respuesta en magnitud de filtros CIC-coseno modificado y CIC-coseno modificado compensado con factor de cuantización $k=10$ para $M=64$, $M_1=2$, $M_2=4$, $M_3=8$, $n_1=2$, $n_2=2$, $n_3=3$, $n_4=3$ 93

Capítulo 4

Comparaciones de Técnicas de Diseño para Filtros Compensadores

Figura 4.1 Respuesta en frecuencia de filtros CIC, CIC-compensador de roll-off y CIC-compensador propuesto, bajo los parámetros $M=11$, $K=5$, $\omega_c/\pi=0.03545$ y $\omega_{Al}/\pi=0.14636$ 104

Índice de Tablas

Capítulo 2

Técnicas de Diseño de Estructuras Multirazón para Decimación

	pp
Tabla 2.1 Caída en la banda de paso ($\omega_c/\pi=0.0078125$) y atenuación en la banda de rechazo ($\omega_{Al}/\pi=0.1171875$)	41
Tabla 2.2 Caída en la banda de paso ($\omega_c/\pi=0.00390625$) y atenuación en la banda de rechazo ($\omega_{Al}/\pi=0.05859375$)	50
Tabla 2.3 Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo del filtro CIC y de la conexión en cascada CIC-ISOP para $M=8$	58

Capítulo 3

Propuesta para Decimación Basada en Estructura Multietapa Eficiente

Tabla 3.1 Factores de cuantización (k), coeficientes cuantizados (a_q, b_q), caída en la banda de paso (A_c) y atenuación en la banda de rechazo (A_{Al})	79
---	----

Tabla 3.2	Factores de cuantización k , coeficientes cuantizados a_q, b_q	84
Tabla 3.3	Resultados del filtro CIC-coseno modificado para diferentes parámetros de diseño	88
Tabla 3.4	Resultados del filtro CIC-coseno modificado compensado para diferentes parámetros de diseño	89

Capítulo 4

Comparaciones de Técnicas de Diseño para Filtros Compensadores

Tabla 4.1	Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-compensador propuesto y CIC afilado (sharpening)	96
Tabla 4.2	Factor de cuantización k y coeficientes expresados como CSD a_{CSD}, b_{CSD} para conexión en cascada CIC-compensador propuesto	96
Tabla 4.3	Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-ISOP y CIC-compensador propuesto para $M=8$	97
Tabla 4.4	Factor de cuantización k y coeficientes expresados como CSD a_{CSD}, b_{CSD} para la conexión en cascada CIC-compensador propuesto	97
Tabla 4.5	Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC compensado [29] y CIC-compensador propuesto	99

Tabla 4.6	Coeficientes SOPOT a_{SOPOT} , b_{SOPOT} , factor de cuantización k y coeficientes CSD a_{CSD} , b_{CSD} para filtros CIC compensado [29] y CIC-compensador propuesto	99
Tabla 4.7	Caída en la banda de paso y atenuación en la banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-compensador FIR y CIC-compensador propuesto	100
Tabla 4.8	Caída en banda de paso y atenuación en banda de rechazo de los filtros CIC, CIC-compensador de roll-off y CIC-compensador propuesto	103
Tabla 4.9	Factor de cuantización k y coeficientes expresados como CSD a_{CSD} , b_{CSD} para conexión en cascada CIC-compensador propuesto	102

Referencias

- [1] E. Buracchini, "The software radio concept," *IEEE Commun. Mag.*, vol.38, issue 9, pp.138-143, Sep. 2000.
- [2] M. Henker and G. Fettweis, "Extended algorithms for sample rate conversion," in *2nd Karlsruhe Workshop on Software Radios (WSR-2002)*, Karlsruhe, Germany, pp.33-40, March 2002.
- [3] J. Mitola, "The software radio architecture," *IEEE Commun. Mag.*, vol.33, issue 5, pp.26-38, May 1995.
- [4] J. Mitola, "Software radio technology challenges and opportunities," *1st European Workshop on Software Radios*, Brussels, Belgium, May 1997.
- [5] B. Kraemer et al., "Advances in semiconductor technology enabling software radio," *1st European Workshop on Software Radios*, Brussels, Belgium, May 1997.
- [6] J. Wepman, "A/D converters and their applications in radio receivers," *IEEE Commun. Mag.*, vol.33, pp.39-45, May 1995.
- [7] Special issue on software radio, *IEEE Pers. Commun.*, vol.6, no.4, Aug. 1999.
- [8] W. Tuttlebee, "The impact of software radio," *1st European Workshop on Software Radios*, Brussels, Belgium, May 1997.
- [9] R. Baines, "The DSP bottleneck," *IEEE Commun. Mag.*, vol.33, issue 5, pp.46-54, May 1995.
- [10] Z. Kotic, "DSPs in cellular radio communications," *IEEE Commun. Mag.*, Dec. 1997.

- [11] Y. Shinagawa, "Software radio technologies," *Proc. 1st Int'l Software Radio Workshop*, Rhodes, Greece, June 1998.
- [12] H. Huomo, "Software radio, a manufacturers perspective," *1st Int'l Software Radio Workshop*, Rhodes, Greece, June 1998.
- [13] P. Carpenter et al., "Implementing terminal configurability in the network," *1st European Workshop on Software Radios*, Brussels, Belgium, May 1997.
- [14] B. Robinson, "Software radio: the standards perspective," *1st European Workshop on Software Radios*, Brussels, Belgium, May 1997.
- [15] J.H. Reed, *Software Radio: A Modern Approach to Radio Engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [16] T. Hentschel, *Sample Rate Conversion in Software Configurable Radios*, Artech House, Inc., Norwood, MA, 2002.
- [17] R.E. Crochiere and L.R. Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1983.
- [18] N.J. Fliege, *Multirate Digital Signal Processing*, Wiley, New York, NY, 1994.
- [19] G. Jovanovic Dolecek, *Multirate Systems: Design and Applications*, Hershey, PA, Idea Group Publishing.
- [20] S.K. Mitra, *Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach*, Mc Graw Hill, New York, NY, 2001.
- [21] E.B. Hogenauer, "An economical class of digital filters for decimation and interpolation," *IEEE Trans. on Acustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-29, no.2, pp.155–162, April 1981.
- [22] G. Jovanovic Dolecek and S.K. Mitra, "Efficient multistage comb-modified rotated sinc (RS) decimator," *Proc. European Signal Processing Conference EUSIPCO 2004*, pp.1425–1428, Vienna, Austria, Sept. 2004.
- [23] L.L. Presti, "Efficient modified-sinc filters for sigma-delta A/D converters," *IEEE Trans. on Circuits & Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, vol.47, no.11, pp.1204–1213, Nov. 2000.

- [24] A.Y. Kwentus, Z. Jiang, and A. Willson, Jr., "Application of filter sharpening to cascaded integrator-comb decimation filters," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol.45, pp.457-467, February 1997.
- [25] G. Jovanovic Dolecek and J. Diaz Carmona, "A new cascaded modified CIC-cosine decimation filter," *IEEE International Symposium on Circuits and Systems ISCAS 2005*, Kope, Japan, vol.4, pp.3733-3736, May 2005.
- [26] Y. Lian and Y.C. Lim, "New prefilter structure for designing FIR filters," *Electronics Letters*, vol.29, issue 11, pp.1034-1036, May 1993.
- [27] J.F. Kaiser and R.W. Hamming, "Sharpening the response of a symmetric nonrecursive filter," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.ASSP-25, no.5, pp.415-422, Oct. 1977.
- [28] H.J. Oh, S. Kim, G. Choi, and Y.H. Lee, "On the use of interpolated second-order polynomials for efficient filter design in programmable downconversion," *IEEE Journal on Selected Areas in Commun.*, vol.17, no.4, pp.551-560, April 1999.
- [29] K.S. Yeung and S.C. Chan, "The design and multiplier-less realization of software radio receivers with reduced system delay," *IEEE Trans. on Circuits & Systems I*, vol.51, no.12, pp.2444-2459, Dec. 2004.
- [30] S.C. Chan and K.S. Yeung, "On the design and multiplier-less realization of digital IF for software radio receivers with prescribed output accuracy," *14th International Conference on Digital Signal Processing, 2002*, Hellas, Greece, vol.1, pp.277-280, July 2002.
- [31] S.C. Chan, K.M. Tsui, K.S. Yeung, and T.I. Yuk, "Design of complexity optimization of a new digital IF for software radio receivers with prescribed output accuracy," *IEEE Transactions on Circuits & Systems I: Regular Papers*, vol.54, no.2, issue 2, pp.351-366, Feb. 2007.
- [32] S. Ren, R. Siferd, R. Blumgold, and R. Ewing, "Hardware efficient FIR compensation filter for delta sigma modulator analog to digital converters," *48th Midwest Symposium on Circuits and Systems, 2005*, vol.2, pp.1514-1517, Aug. 2005.

- [33] S. Kim, W. Lee, S. Ahn, and S. Choi, "Design of CIC roll-off compensation filter in a W-CDMA digital IF receiver," *Digital Signal Processing*, vol.16, issue 6, pp.846-854, July 2006.
- [34] W.J. Oh and Y.H. Lee, "Implementation of programmable multiplierless FIR filters with powers-of-two coefficients," *IEEE Transactions on Circuits & Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, vol.42, issue 8, pp.553-556, Aug. 1995.
- [35] R.M. Hewlitt and E.S. Swartzlantler, Jr., "Canonical signed digit representation for FIR digital filters," *IEEE Workshop on Signal Processing Systems, SiPS 2000*, pp.416-426, 2000.
- [36] P. Pirsch, *Architectures for Digital Signal Processing*, Wiley, New York, NY, 1998.