Desarrollo de Clasificadores basados en Reglas de Asociación de Clase

Por

Raudel Hernández León

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD DE CIENCIAS COMPUTACIONALES

en el

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica
Tonantzintla, Puebla
2011

Supervisada por:

Dr. Jesús Ariel Carrasco Ochoa
Investigador titular del INAOE

Dr. José Hernández Palancar
Investigador titular del CENATAV

A Leduar.

Agradecimientos

Expreso mis más sinceros agradecimientos a mis asesores de tesis, los Drs. Jesús A. Carrasco Ochoa y José Hernández Palancar, por el apoyo brindado durante todos estos años de duro trabajo.

Un agradecimiento especial al Dr. José Fco. Martínez Trinidad por su colaboración durante toda la investigación.

Agradezco a los Drs. Eduardo F. Morales Manzanares, René A. Cumplido Parra, Claudia Feregrino Uribe, Carlos A. Reyes García y Daniel Sánchez Fernández, miembros del comité de sinodales, por sus críticas constructivas y oportunos comentarios.

Durante todo este tiempo me he relacionado con la mayoría de los doctores de la Coordinación de Ciencias Computacionales del INAOE, a todos agradezco sus orientaciones, críticas y sugerencias.

Agradezco al colectivo de trabajadores del CENATAV por el apoyo brindado todos estos años.

Pido perdón por estar lejos a mis hijos Leduar y Dangel, espero el sacrificio de todos estos años sea provechoso para ellos en el futuro. Igualmente, agradezco a mi esposa, padres, hermanos y demás familiares queridos por todo su cariño y confianza.

Agradezco eternamente al flaco (mi carnal) por los últimos 10 años de amistad. Mención especial también para muchos otros amigos que han sabido ganarse mi amistad y a los cuales agradezco la suya: Chang (el figurín), Sandro, Migue, Pipo Pérez, Reynel, el Voro y muchos otros.

Finalmente, agradezco al INAOE y al Conacyt por el apoyo brindado durante toda la investigación.

Raudel Hernández León.
Ciudad de la Habana, 28 de octubre de 2011.

Resumen

La *clasificación* basada en Reglas de Asociación de Clase (CARs) es una técnica de la Minería de Datos que consiste en dado un conjunto de instancias de entrenamiento, identificar ciertas características en las instancias para construir reglas que posteriormente se utilicen en la clasificación de nuevas instancias. La clasificación basada en CARs se ha utilizado en diferentes tareas como: la clasificación y segmentación de textos, el etiquetado automático de imágenes, entre otras. No obstante, los principales clasificadores desarrollados, basados en CARs, presentan varias limitaciones.

En el marco de esta tesis doctoral se introduce un algoritmo para calcular el conjunto de reglas, CAR-CA, el cual introduce una nueva estrategia de poda que permite obtener reglas específicas, en lugar de reglas generales, con altos valores de la medida de calidad. Además, se introducen dos clasificadores basados en CARs, CAR-IC y CAR-NF, que utilizan una nueva estrategia de ordenamiento basada en el tamaño de las reglas, un nuevo criterio de cubrimiento que considera el cubrimiento inexacto en ausencia de reglas que cubran completamente a la nueva instancia, y un nuevo criterio de decisión para asignar una clase a la nueva instancia. Adicionalmente, ambos clasificadores utilizan como umbral de la medida de calidad, el mínimo valor que evita la ambigüedad al momento de clasificar. En el caso específico del clasificador CAR-NF se introduce el uso de la medida de calidad Netconf para calcular las reglas. Los experimentos realizados muestran que los clasificadores propuestos son superiores en calidad a los clasificadores más exitosos basados en CARs.

Abstract

Classification based on Class Association Rules (CARs) or associative classification is a data mining technique that consists of, given a training instance set, finding certain characteristics in the instances in order to build rules that are subsequently used for classifying unseen instances. Associative classification has been used in different tasks, for example: text classification, text segmentation, and automatic image annotation, among others. However, associative classification methods still have some weaknesses.

In this doctoral dissertation we propose an algorithm called CAR-CA, which introduces a new pruning strategy that allows to obtain specific rules with high values of the quality measure. Besides, we introduce two classifiers based on CARs, CAR-IC and CAR-NF, both use a new way for ordering the set of CARs based on the rule size, a new covering criterion that considers the inexact coverage when any rule covers the new instance, and a new strategy for deciding the class of a new instance. Additionally, these classifiers use as threshold for the quality measure, the minimum value that avoids ambiguity at the classification stage. In particular, The CAR-NF classifier introduces the use of the Netconf measure to compute the set of CARs. The experimental results show that the proposed CARs based classifiers CAR-IC and CAR-NF have better performance than the main successful classifiers based on CARs.

Índice general

1. Introducción **1**
1.1. Introducción . . . 1
1.2. Problemática actual . . . 3
1.3. Objetivos . . . 6
1.4. Organización de la tesis . . . 7

2. Marco teórico **9**
2.1. Conceptos preliminares . . . 9
2.2. Medidas de calidad . . . 15
2.3. Estrategias de ordenamiento . . . 19
2.4. Criterios de decisión . . . 21
2.5. Síntesis y conclusiones . . . 22

3. Trabajo relacionado **24**
3.1. Clasificadores de dos etapas . . . 25
3.1.1. CBA . . . 25
3.1.2. CMAR . . . 26
3.1.3. MCAR . . . 27
3.2. Clasificadores integrados . . . 29
3.2.1. PRM y CPAR . . . 29
3.2.2. TFPC . . . 30
3.2.3. HARMONY y RCBT . . . 34
3.2.4. DDPMine . . . 36
3.3. Síntesis y conclusiones . . . 37

4. Algoritmo CAR-CA para calcular un conjunto de CARs **39**
4.1. Características del algoritmo CAR-CA . . . 40
4.2. Algoritmo CAR-CA . . . 45
4.3. Síntesis y conclusiones . . . 51

5. Clasificadores propuestos **52**
5.1. Estrategia propuesta de ordenamiento de CARs 52
5.2. Criterio de cubrimiento propuesto 54
5.3. Criterio de decisión propuesto 56
5.4. CAR-IC 61
5.4.1. Análisis de los umbrales de Soporte y Confianza 61
5.4.2. Clasificador CAR-IC 65
5.4.3. Resultados experimentales 67
5.5. CAR-NF 72
5.5.1. Medida de calidad Netconf 73
5.5.2. Clasificador CAR-NF 85
5.5.3. Resultados experimentales 86
5.6. Síntesis y conclusiones 91

6. Conclusiones **94**
6.1. Conclusiones 94
6.2. Aportaciones de la tesis doctoral 96
6.3. Trabajo futuro 97
6.4. Trabajos publicados, aceptados o enviados 98

Referencias **98**

Anexos **105**

Notaciones **108**

Acrónimos **109**

Índice de figuras

2.1. Retículo de las CARs que se forman con tres ítems y dos clases. 11
2.2. Estructura arbórea derivada del retículo de la Figura 2.1. 12

4.1. Ejemplo de la representación de un conjunto con 64 transacciones en una arquitectura de 32 *bits*. 42
4.2. Espacio de búsqueda de CARs estructurado en clases de equivalencia. . . 43
4.3. Representación binaria en una arquitectura de 4 *bits*. 48
4.4. Obtención de las clases de equivalencia de EC_5 que se generan a partir de E. 48

Índice de tablas

2.1. Representación general de un conjunto de transacciones. 10
2.2. (a) Conjunto de transacciones D y (b) Soportes de algunos conjuntos de ítems en D. 19

3.1. Resumen de las principales característica de los clasificadores basados en CARs. 37

5.1. Ejemplo de estrategias de ordenamiento. 53
5.2. Ejemplo de un conjunto de CARs. 54
5.3. Ejemplo de dos conjuntos de reglas ((a) y (b)) y el resultado de ordenarlas utilizando la estrategia propuesta en la Sección 5.1((c) y (d)). 57
5.4. Ejemplo de dos conjuntos de reglas ((a) y (b)) y el resultado de ordenarlas con la estrategia propuesta en la Sección 5.1((c) y (d)). 58
5.5. Reglas maximales del Ejemplo 5.1 que cubren a la transacción $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$. 59
5.6. Reglas maximales del Ejemplo 5.2 que cubren a la transacción $\{i_1, i_2, i_3, i_4\}$. 60
5.7. Conjunto de transacciones utilizado en la demostración de la Proposición 5.3. 65
5.8. Conjuntos de datos utilizados en los experimentos. 68
5.9. Comparación de eficacia de CAR-IC y los principales clasificadores basados en CARs. 69
5.10. Ranking de posición basado en la eficacia obtenida en cada conjunto de datos. 70
5.11. Impacto de cada aporte en la eficacia de CAR-IC. 71
5.12. % de abstenciones y eficacia de CAR-IC con y sin cubrimiento inexacto. 72
5.13. Diferentes formas en que dos conjuntos de ítems pueden aparecer en un conjunto de transacciones. 76
5.14. Conjunto de transacciones utilizado en la demostración de la Proposición 5.10. 82
5.15. Conjunto de transacciones con solo dos clases, donde ambas CARs ($X \Rightarrow c_1$ y $X \Rightarrow c_2$) tienen Netconf igual a 0. 84
5.16. Comparación de eficacia de CAR-NF y los principales clasificadores basados en CARs. 87

5.17. Ranking basado en la eficacia obtenida en cada conjunto de datos. 88
5.18. Impacto de cada aporte en la eficacia de CAR-NF. 90
5.19. % de abstenciones y eficacia de CAR-NF con y sin cubrimiento inexacto. 91
5.20. Mejores valores reportados por cada clasificador, independientemente de la técnica de discretización/normalización utilizada. 92
5.21. Comparación dos a dos de los clasificadores evaluados. Cada celda muestra el número de veces que el clasificador de la fila gana/pierde con respecto al clasificador de la columna en los 20 conjuntos de datos. 92

6.1. Ejemplo de conjunto de atributos mezclados (nominales, continuos y enteros). 106
6.2. Discretización/normalización del conjunto de datos de la Tabla 6.1. . . . 107

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

Actualmente, la mayor parte de la información generada por los sistemas informáticos se almacena para su posterior consulta y/o procesamiento. Por ejemplo, en las cajas de los supermercados se registra información sobre las compras de los clientes; la evaluación de esta información puede ser útil para trazar estrategias de mercado más eficientes. Sin embargo, el volumen de información almacenado por los sistemas actuales es muy grande para ser analizado por un humano. Para atacar este problema, la Minería de Datos ofrece diversas técnicas para descubrir información implícita en grandes conjuntos de datos.

Una de las técnicas más estudiadas de la Minería de Datos es la clasificación supervisada o simplemente "clasificación". La clasificación consiste en identificar características esenciales de diferentes clases de instancias a partir de un conjunto de instancias de entrenamiento y posteriormente, utilizar estas características para determinar la clase de nuevas instancias.

Entre los enfoques de clasificación más utilizados en el estado del arte se encuentran los probabilísticos [Duda & Hart, 1973; Friedman *et al.*, 1997], los basados en inducción de reglas [Quinlan & Cameron-Jones, 1993; Cohen, 1995], los árboles de decisión [Quinlan, 1993], las máquinas de soporte vectorial [Dumais *et al.*, 1998], las redes neuronales [Lippmann, 1989], los híbridos que combinan reglas de asociación y listas de decisión [Berzal *et al.*, 2004] y las reglas de asociación de clase [Liu *et al.*, 1998]. Particularmente, los clasificadores basados en reglas de asociación de clase (CAR por sus siglas en inglés) son preferidos por muchos especialistas debido a su alta interpretabilidad [Li *et al.*, 2001; Yin & Han, 2003; Wang & Karypis, 2006; Wang *et al.*, 2008], aspecto que hace que tanto el proceso de clasificación como los resultados sean más fáciles de entender. Además, su alta interpretabilidad permite a los especialistas modificar las reglas con base en su experiencia y así mejorar la eficacia del clasificador.

Además de los clasificadores basados en CARs, los árboles de decisión también generan reglas comprensibles. Para construir un clasificador utilizando árboles de decisión se sigue una estrategia voraz seleccionando en cada momento la característica que mejor separa las clases. Sin embargo, esta estrategia voraz puede podar reglas interesantes. En [Veloso *et al.*, 2006], los autores probaron que las reglas obtenidas de los árboles de decisión son un subconjunto de las reglas generadas por los clasificadores basados en CARs, asumiendo un umbral relativamente bajo de concurrencia de los elementos que componen la regla.

Una CAR es un caso particular de regla de asociación (AR por sus siglas en inglés) que está compuesta por un conjunto de elementos o ítems (antecedente) y una clase (consecuente). Un ejemplo de CAR es el siguiente:

$$\text{pan, leche, carne} \Rightarrow \text{efectivo}$$

lo que se interpreta cómo:

$$(\text{compró pan}) \wedge (\text{compró leche}) \wedge (\text{compró carne}) \Rightarrow (\text{pagó en efectivo})$$

donde "$\wedge$" es el operador lógico de conjunción. Esta regla nos dice que el antecedente formado por los ítems "pan", "leche" y "carne" implica al consecuente (la clase) formado por el ítem "efectivo". Dado un conjunto de transacciones de compras realizadas en un mercado, puede resultar interesante una CAR que ocurra muchas veces o una CAR donde la probabilidad del consecuente dado el antecedente sea alta; la frecuencia con que ocurre una CAR en un conjunto de transacciones es conocido como el Soporte de la CAR y la probabilidad de que esté presente el consecuente, dado que está presente el antecedente, se conoce como la Confianza de la CAR.

Los clasificadores basados en CARs se han utilizado en diferentes tareas como: la reducción de fallas en las telecomunicaciones y la detección de redundancia en exámenes médicos [Ali *et al.*, 1997], la clasificación de imágenes médicas [Antonie *et al.*, 2001; Rajendran & Madheswaran, 2009, 2010; Perumal & Bhaskaran, 2010], la clasificación de secuencias de genes [Kianmehr & Alhajj, 2008], la clasificación de textos [Buddeewong & Kreesuradej, 2005], la diferenciación de células madres mesenquimales en mamíferos [Wang *et al.*, 2009] y la predicción de tipos de interacciones proteína-proteína [Park *et al.*, 2009], entre otros.

1.2. Problemática actual

En general, un clasificador basado en CARs está compuesto por un conjunto ordenado de CARs y un criterio de decisión. Para clasificar una nueva transacción t, se determina el conjunto de CARs que satisfacen o cubren a t y se utiliza el criterio de decisión para determinar la clase a la que pertenece t.

Varios trabajos [Li *et al.*, 2001; Yin & Han, 2003; Thabtah *et al.*, 2004] han proporcionado evidencias de que los clasificadores basados en CARs son competitivos con los clasificadores probabilísticos [Duda & Hart, 1973], con los basados en árboles de decisión [Quinlan, 1993] y con los basados en inducción de reglas [Quinlan & Cameron-Jones, 1993; Cohen, 1995]. No obstante, los principales clasificadores desarrollados, basados en CARs, presentan las siguientes limitaciones:

- Para generar las CARs se utilizan las dos medidas de calidad mencionadas en la Sección 1.1 denominadas Soporte y Confianza, las cuales representan la frecuencia de la regla y la Confianza que se tiene en la misma; la Confianza se mide como la proporción de veces en las que el antecedente implica a la clase. No obstante, ambas medidas presentan varias limitaciones. La selección de un umbral de Soporte muy alto puede generar CARs que contengan información demasiado evidente, pero dejar de generar CARs interesantes. Por el contrario, la selección de un umbral de Soporte muy bajo puede generar un gran volumen de CARs, las cuales pueden ser de poca relevancia para el análisis de los datos o inducir a criterios falsos como resultado de dicho análisis. Entre las limitaciones de la Confianza se encuentran las siguientes: (1) no detecta independencia estadística entre el antecedente y el consecuente de la regla, (2) no detecta dependencias negativas; lo que trae como consecuencia que se generen reglas engañosas y (3) no considera en su definición al consecuente, en nuestro caso, la clase. Adicionalmente a las limitaciones mencionadas, en ningún trabajo se fundamentan los umbrales de Soporte y Confianza utilizados para evaluar la calidad de las CARs.

- Los trabajos recientes, en el afán de reducir el volumen de CARs generadas, podan el espacio de CARs cada vez que encuentran una CAR que satisface ciertas restricciones. Utilizando esta heurística se obtienen CARs demasiado generales (pequeñas) dejándose de obtener posibles CARs un poco más específicas (grandes) que pudieran ser de mayor interés.

- Al momento de la clasificación de nuevas transacciones, una CAR cubre a una transacción si todos los ítems de su antecedente están contenidos en la transacción. Debido a esto, sucede con frecuencia que ninguna CAR cubre a la nueva transacción y el clasificador asigna a la nueva instancia la clase mayoritaria o se abstiene. Un gran número de asignaciones de la clase mayoritaria o abstenciones puede afectar la eficacia del clasificador.

- Los criterios de decisión existentes (“La Mejor Regla”, “Las Mejores K Reglas”, “Todas las Reglas”), para determinar la clase que se asignará a una nueva transacción, tienen las siguientes limitaciones:

  a) Si se utiliza el criterio “La Mejor Regla” se está apostando a que una sola regla puede predecir correctamente la clase de cada transacción que ésta cubra, lo cual es poco probable.

  b) Si se utiliza el criterio “Las Mejores K Reglas” puede afectarse la eficacia cuando 1) existe desbalance en el número de CARs con altos valores de la medida de calidad, por clase, que cubren a la nueva transacción; o cuando 2) la mayoría de las mejores K reglas se obtuvieron a partir del mismo ítem, dando lugar a cierta redundancia.

  c) Si se utiliza el criterio “Todas las Reglas” pueden incluirse reglas con bajos valores de la medida de calidad en el conjunto de reglas utilizado para clasificar.

Como se acaba de mencionar, independientemente de cuánto se ha avanzado en el desarrollo de clasificadores basados en CARs, aún quedan aspectos que resolver. Los diferentes resultados que se presentan en esta tesis doctoral van dirigidos a resolver estas deficiencias.

1.3. Objetivos

Con base en las limitaciones mencionadas en la Sección 1.2, el objetivo general de esta tesis doctoral es:

- Construir un clasificador basado en CARs, a partir de una muestra de entrenamiento, que alcance mayor eficacia que los clasificadores existentes basados en CARs.

Para cumplir este objetivo se propusieron los siguientes objetivos específicos:

1. Determinar una nueva medida de calidad para el cálculo del conjunto de CARs, que no tenga las limitaciones de la Confianza e introducir una nueva estrategia de ordenamiento que utilice esta medida de calidad.

2. Diseñar e implementar un nuevo algoritmo para calcular el conjunto de CARs. Este algoritmo debe tener las siguientes características:

    a) Utilizar la medida de calidad del objetivo 1.

    b) Introducir una nueva estrategia de poda que permita generar más reglas de buena calidad, *e.g.* reglas específicas con altos valores de la medida de calidad.

    c) Ser competitivo con respecto a la eficiencia y el consumo de memoria con los algoritmos reportados para el cálculo de CARs.

3. Proponer un nuevo criterio de cubrimiento para reducir los casos en que ninguna CAR cubra a la transacción que se desea clasificar y así reducir el número de asignaciones de la clase mayoritaria o abstenciones.

4. Proponer un nuevo criterio de decisión, para asignar una clase, que resuelva los problemas de los criterios de decisión existentes.

5. Proponer un nuevo criterio de desambiguación de clases para reducir la cantidad de asignaciones aleatorias o asignaciones de la clase mayoritaria cuando hay clases empatadas.

6. Diseñar e implementar un clasificador basado en CARs, a partir de una muestra de entrenamiento, que utilice las propuestas de los objetivos anteriores y que alcance mayor eficacia que los clasificadores existentes basados en CARs.

1.4. Organización de la tesis

El resto del documento está organizado de la siguiente forma:

En el Capítulo 2 se presenta el marco teórico necesario para abordar el problema de la clasificación basada en CARs. Se incluyen los conceptos preliminares, las medidas de calidad utilizadas para calcular las CARs, las estrategias de ordenamiento de CARs y los criterios de decisión existentes.

En el Capítulo 3 se describen los principales clasificadores existentes basados en CARs, divididos en dos grupos, los clasificadores de dos etapas y los clasificadores integrados.

En el Capítulo 4 se introduce el algoritmo CAR-CA, desarrollado para calcular un conjunto de CARs a partir de un conjunto de entrenamiento.

En el Capítulo 5 se introducen la nueva estrategia de ordenamiento y los nuevos criterios de cubrimiento y decisión. Adicionalmente, se introducen los clasificadores que se proponen en esta tesis doctoral y se presentan los experimentos realizados para evaluarlos.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones, aportaciones y trabajo futuro.

Capítulo 2

Marco teórico

En este capítulo se presenta el marco teórico necesario para abordar el problema de la clasificación basada en CARs. En la Sección 2.1 se define formalmente el problema de la construcción de clasificadores basados en CARs y se dan los conceptos necesarios para entender el resto del documento. En la Sección 2.2 se realiza un análisis crítico de las medidas de calidad de ARs utilizadas para calcular las CARs y en las Secciones 2.3 y 2.4 se analizan las estrategias de ordenamiento de CARs y los criterios de decisión, utilizados para elegir la clase que se asigna a la nueva instancia, reportados en la literatura. Finalmente, en la Sección 2.5 se presenta un resumen y las conclusiones del capítulo.

2.1. Conceptos preliminares

El problema de la construcción de clasificadores basados en CARs se define formalmente como sigue:

Dados I un conjunto de ítems, C un conjunto de clases, T^C un conjunto de transacciones de la forma $\{i_1, i_2, ..., i_n, c\}$ tal que $\forall_{1 \leq k \leq n}[i_k \in I \wedge c \in C]$ (ver Tabla 2.1); construir un clasificador basado en CARs consiste en: 1) encontrar un conjunto de reglas R, de la forma $X \Rightarrow c$ tal que $X \subseteq I$ y $c \in C$; 2) ordenar el conjunto de reglas R y 3) definir un criterio de decisión D que utilice a R para asignar una clase a cada transacción t que se desee clasificar.

Tabla 2.1: Representación general de un conjunto de transacciones.

	T^C			Ítems		Clase
Transacciones	t_1	i_{11}	i_{12}	...	i_{1k_1}	c_1
	t_2	i_{21}	i_{22}	...	i_{2k_2}	c_2
	...			...		
	t_n	i_{n1}	i_{n2}	...	i_{nk_n}	c_n

Al igual que el minado de conjuntos frecuentes de ítems, paso previo al minado de ARs [Agrawal & Srikant, 1994; Zaky *et al.*, 1997; Han *et al.*, 2000], el cálculo de todas las CARs es una tarea que consume muchos recursos debido a su complejidad exponencial [Agrawal & Srikant, 1994]. Por lo general, el cálculo de las CARs se corresponde con un recorrido por el retículo[1] formado por las CARs. Para comprender mejor lo anterior, supóngase un conjunto de tres ítems $I = \{i_1, i_2, i_3\}$ y dos clases $C = \{c_1, c_2\}$. En la Figura 2.1 se observa el retículo (espacio de búsqueda) de las CARs que se pueden formar con los ítems del conjunto I y las clases del conjunto C. El primer nivel del retículo está compuesto por las CARs de tamaño dos; noten que en este nivel, con el objetivo de ser más intuitivos, se repitieron los ítems de tamaño uno y se intercalaron las clases entre ellos. También buscando simplicidad se omitió el conjunto vacío y se representó cada CAR como un conjunto con los ítems que forman el antecedente al principio y la clase como último elemento, *e.g.* el conjunto $\{i_1, i_2, c_1\}$ representa a la CAR $\{i_1, i_2\} \Rightarrow c_1$.

Es fácil comprobar que los Soportes de las CARs (ver Definiciones 2.2 y 2.6) disminuyen al recorrer el espacio de búsqueda desde el primer nivel hasta el último, verificándose

[1] Un retículo, red o *lattice* es un conjunto parcialmente ordenado en el cual todo subconjunto finito no vacío tiene un supremo y un ínfimo.

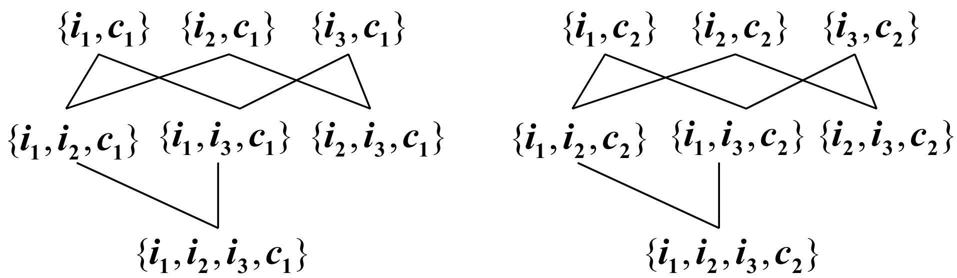


Figura 2.1: Retículo de las CARs que se forman con tres ítems y dos clases.

la clausura descendente del Soporte [2] al igual que sucede en el retículo que forman los conjuntos de ítems [Agrawal & Srikant, 1994]. Los algoritmos de minado de CARs definen diferentes estrategias para recorrer el espacio de búsqueda. Estas estrategias pueden clasificarse atendiendo a la dirección del recorrido en:

- Descendentes: Si el recorrido se realiza desde el primer nivel (CARs de tamaño 2) hacia el último nivel, deteniéndose en el nivel donde no se genere ninguna CAR.
- Ascendentes: Si el recorrido se realiza en el sentido opuesto, desde un nivel aproximado a los últimos niveles donde se generen CARs (variaciones del algoritmo Eclat [Zaky *et al.*, 1997] de minado de ARs) hacia el primer nivel.

Al mismo tiempo, dentro de estas estrategias se pueden generar las CARs de dos formas:

1. En amplitud (*Breadth-First Search*): Se generan todas las CARs de tamaño k antes de generar las CARs de tamaño $k+1$. Un clasificador que sigue esta estrategia es el CBA, que utiliza para calcular las CARs una modificación del algoritmo *Apriori* de minado de ARs.

[2] La clausura descendente del Soporte plantea que todo subconjunto de un conjunto frecuente de ítems es frecuente o lo que es igual, todo superconjunto de un conjunto no frecuente de ítems es no frecuente.

2. En profundidad (*Depth-First Search*): Se generan las CARs por cada rama de la estructura arbórea derivada del retículo (ver Fig. 2.2), es decir, por cada clase, se toma como antecedente el primer ítem y se extiende, tanto como sea posible, con los ítems lexicográficamente mayores a los ya incluidos, generando todos los superconjuntos frecuentes y retrocediendo (*backtracking*) cuando no se pueda extender más. Después de terminar con un ítem se toma el siguiente y se realiza el mismo proceso. Algunos de los clasificadores que siguen esta estrategia son CMAR y TFPC, los cuales utilizan modificaciones de los algoritmos de minado de ARs *Fp-growth* y Apriori-TFP respectivamente.

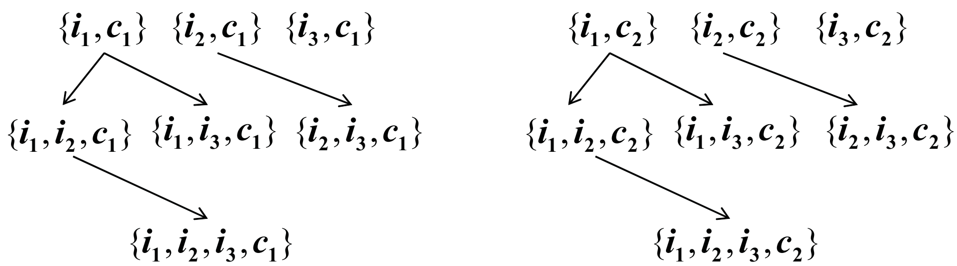


Figura 2.2: Estructura arbórea derivada del retículo de la Figura 2.1.

Si se observa la estructura arbórea de la Figura 2.2, se puede apreciar que a partir del segundo nivel la CAR que etiqueta a cada nodo (CAR asociada al nodo) es el resultado de extender, con un nuevo ítem, el antecedente de la CAR asociada al nodo padre. En el caso del primer nivel, cada CAR se genera con un ítem y una clase.

En la estructura arbórea de la Figura 2.2 se puede observar que las CARs asociadas a los hijos de un nodo coinciden con la CAR asociada al nodo padre en todos los ítems del antecedente con excepción del último ítem. Adicionalmente, se puede notar que para cada clase c, el subárbol cuyo nodo raíz tiene asociada la CAR con el antecedente formado solo por el primer ítem abarca la mitad del espacio de búsqueda derivado de c; el subárbol cuyo nodo raíz tiene asociada la CAR con el antecedente formado solo por el segundo ítem abarca la cuarta parte del espacio de búsqueda derivado de c, y así sucesivamente; sobre esta característica de la estructura arbórea regresaremos en la Sección 4.1.

Luego de formalizar el problema de la construcción de clasificadores basados en CARs y describir los recorridos del espacio de búsqueda reportados en la literatura, se presentarán los conceptos básicos del minado de ARs y sus extensiones al minado de CARs. Estos conceptos son necesarios para una mejor comprensión de esta tesis doctoral y se utilizarán en el resto del documento.

Sean $I = \{i_1, i_2, \ldots, i_n\}$ un conjunto de n ítems y T un conjunto de transacciones, donde cada transacción $t \in T$ está formada por un conjunto de ítems X tal que $X \subseteq I$.

Definición 2.1. El tamaño de un conjunto de ítems está dado por su cardinalidad; un conjunto de ítems de cardinalidad k se denomina k-itemset.

Es importante aclarar que cuando se haga referencia a un conjunto de ítems X se estará hablando de un subconjunto de I y se supondrá, sin pérdida de generalidad, que existe un orden entre los ítems del conjunto I.

Definición 2.2. El Soporte de un conjunto de ítems X, en adelante Sop(X), es la fracción de transacciones en T que contienen a X y se define como $\frac{|T_X|}{|T|}$, donde T_X es el conjunto de transacciones en T que contienen a X. El Soporte toma valores en el intervalo $[0, 1]$.

Aunque el Soporte toma valores en el intervalo cerrado $[0, 1]$, en algunas demostraciones durante esta tesis se trabajará con el intervalo abierto $(0, 1)$ ya que un conjunto de ítems con Soporte igual a 0 no está presente en ninguna transacción y un conjunto de ítems con Soporte igual a 1 está presente en todas las transacciones. En ambos casos, las reglas generadas por estos conjuntos de ítems no son útiles para clasificar.

Definición 2.3. Sea *minSop* el umbral de Soporte previamente establecido, un conjunto de ítems X se denomina frecuente si $Sop(X) \geq minSop$.

Definición 2.4. Una AR sobre el conjunto de ítems I es una implicación $X \Rightarrow Y$ tal que $X \subset I$, $Y \subset I$ y $X \cap Y = \emptyset$.

Definición 2.5. Dadas dos reglas $R_1 : X_1 \Rightarrow Y$ y $R_2 : X_2 \Rightarrow Y$, R_1 es más específica que R_2 (R_2 es más general que R_1) si $X_2 \subset X_1$.

Definición 2.6. El Soporte de una regla de asociación $X \Rightarrow Y$ es igual a $Sop(X \cup Y)$.

Definición 2.7. La Confianza de una regla de asociación $X \Rightarrow Y$, en adelante Conf(X $\Rightarrow$ Y), es la probabilidad de encontrar a Y en las transacciones que contienen a X y se define, en función del Soporte, como $\frac{Sop(X \cup Y)}{Sop(X)}$. La Confianza toma valores en el intervalo $[0, 1]$.

Para extender las definiciones anteriores al problema de clasificación basada en CARs, además del conjunto I, se tiene un conjunto de clases C y un conjunto de transacciones etiquetadas T^C (conjunto de entrenamiento). Las transacciones del conjunto T^C están formadas por un conjunto de ítems X y una clase $c \in C$. Esta extensión no afecta las definiciones de Soporte y Confianza enunciadas previamente.

Definición 2.8. Una CAR es una implicación $X \Rightarrow c$ tal que $X \subseteq I$ y $c \in C$. El Soporte de una CAR $X \Rightarrow c$ es igual a $Sop(X \cup \{c\})$ y la Confianza es igual a $\frac{Sop(X \cup \{c\})}{Sop(X)}$.

Definición 2.9. El tamaño de una CAR $X \Rightarrow c$ está dado por su cardinalidad, *i.e.* $\mid X \mid + 1$; una CAR de cardinalidad k se denomina k-CAR.

Como se mencionó anteriormente, para cada nueva transacción t que se desee clasificar se selecciona el subconjunto de CARs que la cubren y con este subconjunto se determina la clase que se asigna a t. El criterio de cubrimiento utilizado en los trabajos reportados exige que todos los ítems del antecedente de la CAR estén contenidos en t (ver Def. 2.10).

Definición 2.10. Una CAR $X \Rightarrow c$ satisface o cubre totalmente (de manera exacta) a una transacción t si $X \subseteq t$.

Este criterio de cubrimiento será referenciado en el resto de esta tesis como "cubrimiento exacto".

2.2. Medidas de calidad

Los principales algoritmos de minado de ARs utilizan el Soporte y la Confianza para evaluar la calidad de las ARs [Agrawal & Srikant, 1994; Zaky *et al.*, 1997; Han *et al.*, 2000; Coenen *et al.*, 2004; Hernández *et al.*, 2010].

No obstante, en la literatura se han reportado diferentes medidas de calidad como alternativa al Soporte y la Confianza (*Lift*, *Conviction* y *Certainty Factor*). En [Berzal *et al.*, 2002], los autores presentaron un análisis de estas medidas señalando las limitaciones de cada una.

La medida *Lift* (Eq. 2.1) mide la dependencia entre el antecedente y el consecuente de la regla. El valor 1 indica independencia y los valores mayores que 1 indican una correlación o dependencia positiva entre el antecedente y el consecuente. La medida *Lift* tiene la limitación de ser no acotada, por tanto, las diferencias de los valores de *Lift* no resultan significativas siendo difícil definir un umbral para esta medida. Además, esta medida es simétrica (Eq. 2.1), lo cual casi no sucede en situaciones prácticas, puesto que el hecho de que un conjunto de atributos esté presente, con cierta frecuencia, en una clase no significa que sean los únicos atributos de ésta, ni siquiera que sean los más predominantes, de modo que no siempre es posible afirmar que dicha clase implique dicho conjunto de atributos.

$$Lift(X \Rightarrow Y) = \frac{Sop(X \Rightarrow Y)}{Sop(X)Sup(Y)} = \frac{Sop(X \cup Y)}{Sop(X)Sop(Y)} = \frac{Sop(Y \Rightarrow X)}{Sop(Y)Sop(X)} = Lift(Y \Rightarrow X) \tag{2.1}$$

La medida *Conviction* (Eq. 2.2) es similar a la medida *Lift* pero mide la dependencia entre X y $\neg Y$, donde $\neg Y$ significa ausencia de Y y su Soporte se define como: $Sop(\neg Y) = 1 - Sop(Y)$. El valor 1 indica independencia mientras que los valores mayores que 1 indican una dependencia negativa entre el antecedente X y el consecuente $\neg Y$, lo que implica una dependencia positiva entre X y Y.

$$Conv(X \Rightarrow Y) = \frac{Sop(X)Sop(\neg Y)}{Sop(X \Rightarrow \neg Y)} = \frac{Sop(X)Sop(\neg Y)}{Sop(X) - Sop(X \Rightarrow Y)} \tag{2.2}$$

La medida de calidad *Certainty Factor* (Eq. 2.3) se define en dependencia de si $Conf(X \Rightarrow Y)$ es menor, mayor o igual que $Sop(Y)$. Valores negativos del *Certainty Factor* indican dependencia negativa entre el antecedente y el consecuente, valores positivos indican dependencia positiva y 0 indica independencia. Sin embargo, el valor del *Certainty Factor* de una regla $X \Rightarrow Y$ depende del $Sop(Y)$ cuando éste es cercano a $Conf(X \Rightarrow Y)$ y ambos son cercanos a 1.

$$CF(X \Rightarrow Y) = \begin{cases} \frac{Conf(X \Rightarrow Y) - Sop(Y)}{1 - Sop(Y)} & si\ Conf(X \Rightarrow Y) > Sop(Y) \\ \frac{Conf(X \Rightarrow Y) - Sop(Y)}{Sop(Y)} & si\ Conf(X \Rightarrow Y) < Sop(Y) \\ 0 & si\ Conf(X \Rightarrow Y) = Sop(Y) \end{cases} \tag{2.3}$$

Para una mejor comprensión, veamos el siguiente ejemplo tomado de Ahn & Kim [2004]:

Ejemplo 2.1. *Supongamos que* $Sop(X) = 0.5$ *y* $Sop(Y) = 0.9$*. Si* $Sop(X \Rightarrow Y) = 0.45$

entonces X *y* Y *son independientes según el Certainty Factor ya que:*

$$Conf(X \Rightarrow Y) = \frac{Sop(X \Rightarrow Y)}{Sop(X)} = \frac{0.45}{0.5} = \frac{0.5 * 0.9}{0.5} = 0.9 = Sop(Y)$$

$$\therefore CF(X \Rightarrow Y) = 0$$

Si Sop$(X \Rightarrow Y)$ = *0.43 entonces* $CF(X \Rightarrow Y)$ = *-0.044 por Eq. 2.3, esto significa que existe una ligera dependencia negativa entre* X *y* Y*. Por otro lado, si Sop*$(X \Rightarrow Y)$ = *0.47 entonces* $CF(X \Rightarrow Y)$ = *0.4 por Eq. 2.3, esto muestra que* X *y* Y *tienen una alta dependencia positiva. La diferencia entre 0.43 y 0.45 es igual a la diferencia entre 0.45 y 0.47, sin embargo, el Certainty Factor obtiene valores muy diferentes.*

En los algoritmos de minado de CARs, de manera similar a los algoritmos de minado de ARs, el Soporte y la Confianza han sido las medidas más utilizadas para evaluar la calidad de las CARs. No obstante, se han propuesto otras medidas de calidad que han dado buenos resultados.

En [Arunasalam & Chawla, 2006] y [Verhein & Chawla, 2007], los autores propusieron dos medidas denominadas *Complement Class Support* (CCS) y *Class Correlation Ratio* (CCR) que permiten obtener CARs correlacionadas positivamente, *i.e.* CARs donde exista una dependencia positiva entre el antecedente y el consecuente. El uso de estas medidas de calidad mostró buenos resultados para conjuntos de datos no balanceados, *i.e.* conjuntos de datos con desbalance en la cantidad de transacciones de cada clase. En [Azevedo & Jorge, 2007] se presentó un estudio donde se evaluó el uso de las medidas *Conviction*, *Lift*, χ^2 (Chi-Cuadrado), Confianza, *Laplace*, *Mutual Information*, *Cosine*, *Jaccard* y ϕ-*Coefficient* en la construcción de clasificadores basados en CARs. Los experimentos realizados sobre 17 conjuntos de datos del repositorio UCI [Asuncion & Newman, 2007] mostraron los mejores resultados para las medidas *Conviction*, Confianza y *Laplace*.

Aunque el Soporte y la Confianza son las medidas de calidad más utilizadas en el minado de CARs, no son necesariamente las medidas ideales. Ambas medidas se han criticado por muchos autores [Brin *et al.*, 1997; Aggarwal & Yu, 1998; Silverstein *et al.*, 1998; Adamo, 2001; Berzal *et al.*, 2002; Steinbach & Kumar, 2007]. La selección de un umbral de Soporte muy alto puede generar CARs que contengan conocimiento demasiado evidente y a su vez dejar de generar CARs interesantes. Por el contrario, la selección de un umbral de Soporte muy bajo puede generar un gran volumen de CARs, las cuales pueden ser redundantes o introducir ruido. Por tanto, el Soporte no es una medida de calidad apropiada para calcular las CARs y resulta difícil determinar un umbral adecuado.

De manera similar al Soporte, la Confianza presenta varias limitaciones, *e.g.* (1) no detecta independencia estadística (ver a continuación Ej. 2.2), (2) no detecta dependencias negativas lo que trae como consecuencia que se generen reglas engañosas (ver a continuación Ej. 2.3) y (3) no considera en su definición al consecuente, en nuestro caso, la clase.

Ejemplo 2.2. *Considérese el conjunto de transacciones mostrado en la Tabla 2.2(a), donde las filas representan las transacciones y las columnas representan los ítems. La Tabla 2.2(b) muestra el Soporte de los conjuntos de ítems* $\{i_1\}$, $\{i_2\}$ *y* $\{i_1, i_2\}$. *Debido a que* $Sop(\{i_1\})Sop(\{i_2\}) = 0.25 = Sop(\{i_1, i_2\})$, *se tiene que* $\{i_1\}$ *y* $\{i_2\}$ *son estadísticamente independientes y la Confianza no permite detectar este hecho, dado que* $Conf(i_1 \Rightarrow i_2) = 0.25/0.5 = 0.5 \neq 0$

Ejemplo 2.3. *Supongamos que se tiene un conjunto de datos* T *tal que* $Sop(X) = 0.5$, $Sop(c) = 0.7$, $Sop(X \Rightarrow c) = 0.3$, $Conf(X \Rightarrow c) = 0.6$ *y umbral de Confianza* $minConf = 0.5$. *Con estos valores, se puede pensar que* $X \Rightarrow c$ *es una CAR interesante pero no es así. La clase* c *se encuentra en el* 70 % *de las transacciones, por tanto, asignar*

Tabla 2.2: (a) Conjunto de transacciones D y (b) Soportes de algunos conjuntos de ítems en D.

(a)

T_{id}	i_1	i_2	i_3
t_1	1	0	0
t_2	0	0	1
t_3	1	1	1
t_4	0	1	1

(b)

Conjunto de ítems	Soporte
$\{i_1\}$	0.50
$\{i_2\}$	0.50
$\{i_1, i_2\}$	0.25

siempre c es más confiable que utilizar la CAR $X \Rightarrow c$, la cual tiene una Confianza del 60 %. *En este caso $X \Rightarrow c$ es una regla engañosa.*

Como puede apreciarse, son varias las medidas utilizadas para evaluar la calidad de las reglas, tanto en el minado de ARs como en el minado de CARs. En ambas áreas, los principales trabajos optan por utilizar el Soporte y la Confianza a pesar de las limitaciones que presentan.

2.3. Estrategias de ordenamiento

Para construir un clasificador basado en CARs, deben ordenarse las CARs generadas llevando las de mayor interés a las primeras posiciones del orden. En la literatura se han reportado cinco estrategias fundamentales de ordenamiento:

a) CSA (Confianza - Soporte - longitud del Antecedente): La estrategia de ordenamiento CSA combina la Confianza, el Soporte y la longitud del antecedente (cantidad de ítems que lo forman). CSA ordena las CARs en forma descendente de acuerdo con la Confianza. Las CARs que tengan valores iguales de Confianza se ordenan en forma descendente de acuerdo con el Soporte, y en caso de empate, se ordenan en forma ascendente de acuerdo con la longitud del antecedente [Liu *et al.*, 1998; Li *et al.*, 2001].

b) ACS (longitud del Antecedente - Confianza - Soporte): La estrategia de ordenamiento ACS es una variante de la estrategia CSA, pero considera primero la longitud del antecedente, seguida de la Confianza y el Soporte [Coenen & Leng, 2004].

c) WRA (del inglés *Weighted Relative Accuracy*): La estrategia de ordenamiento WRA, asigna a cada CAR un peso calculado en función del Soporte y la Confianza y después ordena el conjunto de CARs en forma descendente de acuerdo con los pesos asignados [Lavraĉ *et al.*, 1999; Coenen & Leng, 2004; Wang *et al.*, 2007b, 2008]. Dada una regla $X \Rightarrow c$ el valor de WRA se calcula como sigue:

$$WRA(X \Rightarrow c) = Sop(X)(Conf(X \Rightarrow c) - Sop(c))$$

d) LAP (del inglés *LAPlace expected error estimate*): La estrategia de ordenamiento LAP fue introducida en [Clark & Boswell, 1991] y posteriormente se usó en otros clasificadores [Yin & Han, 2003; Wang *et al.*, 2007b]. Al igual que en la estrategia WRA, en LAP se asigna a cada CAR un peso y después se ordena en forma descendente de acuerdo con los pesos asignados. Dada una regla $X \Rightarrow c$ el valor de LAP se define como:

$$LAP(X \Rightarrow c) = \frac{Sop(X \Rightarrow c) + 1}{Sop(X) + \mid C \mid}$$

donde C es el conjunto predefinido de clases.

e) χ^2 (Chi-Cuadrado): La estrategia de ordenamiento χ^2 es una técnica bien conocida en estadística que se utiliza para determinar si dos variables, en nuestro caso ítems, son independientes o no. Luego de calcular el valor de χ^2 para cada CAR, también en función del Soporte y la Confianza, se ordenan las CARs en forma descendente de acuerdo con los valores de χ^2 [Li *et al.*, 2001].

En todas las estrategias anteriores, en caso de persistir el empate entre algunas CARs, prevalece el orden en que éstas fueron generadas. Es importante notar que estas estrategias se definen en función del Soporte y/o la Confianza, por lo que pudieran tener las mismas limitaciones de estas medidas.

2.4. Criterios de decisión

Luego de construido el clasificador, para clasificar una nueva transacción t se determina el subconjunto de CARs que la cubren de manera exacta (ver Def. 2.10) y se utiliza un criterio de decisión para asignar una clase a t. En la literatura se reportan tres criterios de decisión:

1. La Mejor Regla: En este criterio de decisión se selecciona la primera regla en el orden establecido (la mejor regla) que cubra a t y se asigna a t la clase de la regla seleccionada [Liu *et al.*, 1998].

2. Las Mejores K Reglas: En este criterio de decisión se seleccionan, por cada clase, las primeras K reglas en el orden establecido que cubran a t, se promedian los valores de calidad de las reglas en cada clase y se asigna a t la clase para la que se obtenga mayor promedio [Wang *et al.*, 2007b].

3. Todas las Reglas: En este criterio de decisión se seleccionan, para cada clase, todas las reglas que cubran a t, se promedian los valores de calidad de las reglas en cada

clase y se asigna a t la clase para la que se obtenga mayor promedio [Li *et al.*, 2001].

Si la estrategia de ordenamiento es CSA o ACS, para el caso "Las Mejores K Reglas" y "Todas las Reglas", se utiliza el valor de Confianza para promediar. Los tres criterios de decisión previamente mencionados tienen limitaciones que pueden afectar la eficacia del clasificador:

- Los clasificadores que siguen el criterio "La Mejor Regla" apuestan a una sola regla para clasificar y como se menciona en [Coenen & Leng, 2004], no se puede esperar que una sola regla prediga exactamente la clase de cada transacción que ésta cubra.
- Los clasificadores que siguen el criterio "Las Mejores K Reglas" pueden verse afectados si: 1) hay desbalance en el número de reglas con altos valores de la medida de calidad, por cada clase, que cubren a la transacción que se desee clasificar, o 2) si la mayoría de las mejores K reglas se obtuvieron a partir del mismo ítem, lo cual trae consigo cierta redundancia.
- Los clasificadores que siguen el criterio "Todas las Reglas" pueden incluir reglas de baja calidad para clasificar [Yin & Han, 2003].

2.5. Síntesis y conclusiones

En este capítulo se han definido formalmente los conceptos necesarios para una mejor comprensión del resto de la tesis. Primero, se definió el problema de la construcción de clasificadores basados en CARs. Luego, se presentaron los conceptos básicos del minado de ARs y sus extensiones al minado de CARs. Finalmente, se abordaron las medidas de calidad utilizadas en el minado de CARs así como los criterios de ordenamiento y decisión desarrollados en clasificadores previos basados en CARs, mencionando sus limitaciones. Estas limitaciones son parte de la motivación para que, como se verá en los capítulos posteriores, en esta tesis se proponga una nueva medida de calidad que no presenta las limitaciones de las medidas de calidad utilizadas en el minado de CARs y además, nuevos criterios de ordenamiento y decisión que resuelven las limitaciones de los existentes.

Capítulo 3

Trabajo relacionado

Como se mencionó en el Capítulo 1, son varios los enfoques de clasificación reportados en la literatura, entre los que se encuentran los probabilísticos [Duda & Hart, 1973; Friedman *et al.*, 1997], los basados en inducción de reglas [Quinlan & Cameron-Jones, 1993; Cohen, 1995], los árboles de decisión [Quinlan, 1993], las máquinas de soporte vectorial [Dumais *et al.*, 1998], las redes neuronales [Lippmann, 1989], los híbridos que combinan reglas de asociación y listas de decisión [Berzal *et al.*, 2004] y las reglas de asociación de clase [Liu *et al.*, 1998]. En particular, en esta tesis doctoral se aborda el enfoque basado en reglas de asociación de clase.

Son varios los trabajos desarrollados para mejorar el rendimiento, tanto en eficiencia como en eficacia, de los clasificadores basados en CARs [Liu *et al.*, 1998; Li *et al.*, 2001; Yin & Han, 2003; Coenen *et al.*, 2005; Wang & Karypis, 2006; Wang *et al.*, 2008; Park *et al.*, 2009].

En general, estos clasificadores pueden dividirse en dos grupos de acuerdo a la estrategia seguida para calcular las CARs: (1) Clasificadores de dos etapas y (2) Clasificadores integrados. El presente capítulo consta de tres secciones. En la Sección 3.1, se describen los principales clasificadores de dos etapas; en la Sección 3.2, se describen los principales clasificadores integrados y finalmente, en la Sección 3.3 se presenta un resumen y las conclusiones del capítulo.

3.1. Clasificadores de dos etapas

Los clasificadores de dos etapas calculan, en una primera etapa, todas las CARs que satisfacen ciertas restricciones. Durante el proceso de generación de las CARs o después de generadas, se aplican estrategias de poda para reducir el número de CARs. Luego, en una segunda etapa, se ordenan las CARs y se selecciona, según el orden establecido, un subconjunto de CARs que cubra al conjunto de entrenamiento. Con este subconjunto de CARs se construye el clasificador. Ejemplos de clasificadores que siguen este enfoque son CBA [Liu *et al.*, 1998] y CMAR [Li *et al.*, 2001].

3.1.1. CBA

El primer clasificador que integró las técnicas de ARM (*Association Rules Mining*) y CRM (*Classification Rule Mining*) fue CBA (del inglés *Classification based on Association*)[Liu *et al.*, 1998]. En una primera etapa, CBA calcula todas las CARs que satisfacen los umbrales de Soporte y Confianza. Luego, en una segunda etapa, CBA selecciona un subconjunto más pequeño de CARs que cubra al conjunto de entrenamiento y con ese subconjunto construye el clasificador.

Para calcular las CARs, CBA utiliza el algoritmo CBA-RG basado en el algoritmo Apriori [Agrawal & Srikant, 1994] de minado de ARs. CBA-RG calcula todas las CARs que satisfacen los umbrales de Soporte y Confianza (0.01 y 0.5 respectivamente). Si hay más de una CAR con igual antecedente y diferente consecuente, entonces se selecciona la CAR de mayor Confianza y se eliminan las demás; si se mantiene el empate entre los valores de Confianza de algunas CARs, entonces se selecciona una de ellas, aleatoriamente. CBA-RG realiza diferentes recorridos sobre el conjunto de entrenamiento, en el primer recorrido calcula los conjuntos frecuentes de ítems de tamaño 1 (1-itemsets, ver Def. 2.1), en el segundo recorrido calcula las CARs de tamaño 2 (2-CARs, ver Def. 2.9) y en los siguientes recorridos utiliza las $(k-1)$-CARs del recorrido anterior para calcular las k-CARs del recorrido actual. A las CARs calculadas en cada recorrido se les aplica una estrategia de poda basada en el *pessimistic error rate* [Quinlan, 1993], de esta forma se reduce considerablemente el número final de CARs.

Una vez calculadas las CARs, se construye el clasificador utilizando un algoritmo denominado CBA-CB. Este algoritmo ordena las CARs siguiendo la estrategia de ordenamiento CSA (ver Sec. 2.3) y selecciona, según el orden establecido, un subconjunto de CARs que cubra al conjunto de entrenamiento. Con este subconjunto de CARs se construye el clasificador.

Para clasificar una nueva transacción t, CBA utiliza el criterio de decisión "La Mejor Regla" (ver Sec. 2.4). Los experimentos realizados sobre 26 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que CBA obtiene, en promedio, mejor eficacia que C4.5 [Quinlan, 1993], un clasificador tradicional basado en árboles de decisión.

3.1.2. CMAR

El clasificador CMAR (del inglés *Classification based on Multiple Association Rules*), propuesto en [Li *et al.*, 2001], mejoró en varios aspectos al clasificador CBA. En la primera etapa, para calcular las CARs, CMAR utiliza una extensión del algoritmo Fp-growth [Han *et al.*, 2000] de minado de ARs, el cual es más eficiente que el algoritmo Apriori, utilizado en CBA.

Las CARs calculadas se almacenan en un árbol de prefijos, denominado CR-tree, el cual funciona como índice para las CARs y facilita un rápido acceso a las mismas. Antes de insertar las CARs en la estructura CR-tree, CMAR utiliza una nueva estrategia de poda para seleccionar solo las CARs donde el antecedente y el consecuente se correlacionan positivamente, para ello aplica el test χ^2 y selecciona las CARs cuyos valores de χ^2 sobrepasan cierto umbral.

En la segunda etapa, al igual que CBA, CMAR ordena el conjunto de CARs siguiendo la estrategia de ordenamiento CSA y para construir el clasificador, selecciona según el orden establecido un subconjunto de CARs que cubra al conjunto de entrenamiento.

A diferencia de CBA, que utiliza el criterio de decisión "La Mejor Regla" para clasificar, CMAR utiliza el criterio de decisión "Todas las Reglas". Si todas las CARs que cubren a la nueva transacción t tienen asociada la misma clase, CMAR asigna esta clase a t. En caso contrario, CMAR divide el conjunto de CARs R_t que cubren a t en tantos grupos como clases diferentes haya en R_t. Para decidir la clase, CMAR estima la "fortaleza" de cada grupo de CARs utilizando la medida *weighted* χ^2 [Li, 2001], que refleja cuán fuerte es una CAR en dependencia de su Soporte y la distribución de su clase. Finalmente, la clase del grupo más fuerte se asigna a t.

Los experimentos realizados sobre 26 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que CMAR obtiene, en promedio, mejor eficacia que CBA y C4.5. En el caso del clasificador C4.5 se utilizaron los parámetros por defecto utilizados en [Quinlan, 1993]. Tanto en CMAR como en CBA se utilizó un umbral de Soporte igual a 0.01 y un umbral de Confianza igual a 0.5.

3.1.3. MCAR

El clasificador MCAR (del inglés *Multi-class Classification based on Association Rules*), propuesto en [Thabtah *et al.*, 2005], utiliza una extensión del algoritmo Eclat

[Zaky *et al.*, 1997] de minado de ARs para calcular el conjunto de CARs. El algoritmo utilizado recorre el conjunto de entrenamiento una sola vez para contar los Soportes de los 1-itemsets frecuentes y al mismo tiempo, representa cada ítem frecuente i_j con la lista de los *ids* de las transacciones donde i_j está presente (*rowIds*). Adicionalmente, las clases también son representadas con listas de *ids*. Luego, para calcular el Soporte de los conjuntos de ítems de tamaño mayor que 1, se intersectan las listas *rowIds* de los ítems involucrados; este procedimiento también permite calcular el Soporte de las CARs. Una limitación de este algoritmo, mencionada por los autores, es que el número de intersecciones requeridas puede ser muy grande cuando se tienen muchos ítems frecuentes, esto sucede principalmente con umbrales de Soporte bajos.

Para ordenar las CARs, MCAR propone una extensión de la estrategia de ordenamiento CSA donde incorpora dos nuevos criterios para los casos en que la Confianza, el Soporte y la longitud del antecedente son iguales. En esos casos, MCAR ordena las CARs en forma descendente de acuerdo con el Soporte del antecedente; si persiste el empate, entonces se da prioridad a la CAR que se generó primero. Al igual que CBA y CMAR, para construir el clasificador, MCAR selecciona, según el orden establecido, un subconjunto de CARs que cubra al conjunto de entrenamiento.

Para clasificar una nueva transacción, MCAR utiliza el criterio de decisión "La Mejor Regla". Los experimentos realizados sobre 15 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que MCAR obtiene, en promedio, mejor eficacia que CBA y C4.5.

En [Thabtah *et al.*, 2006], los mismos autores de MCAR, propusieron otra extensión de la estrategia de ordenamiento CSA, denominada CSAFR. La estrategia CSAFR, al igual que la estrategia propuesta en [Thabtah *et al.*, 2005], incorpora dos nuevos criterios para los casos en que la Confianza, el Soporte y la longitud del antecedente son iguales. En esos casos, las reglas empatadas se ordenan en forma descendente de acuerdo con el Soporte de la clase; si persiste el empate, entonces se da prioridad a la CAR que haya sido generada a partir de la transacción que primero aparezca en el conjunto de entrenamiento. Los experimentos realizados sobre 12 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que la estrategia CSAFR obtiene, en promedio, mejor eficacia que la estrategia CSA. Ambas estrategias se implementaron en el clasificador MCAR.

3.2. Clasificadores integrados

Los clasificadores integrados utilizan diferentes heurísticas para calcular directamente el conjunto final de CARs. Estas heurísticas incluyen estrategias de poda y estrategias de ordenamiento. De esta forma construyen el clasificador en una sola etapa, evitando el proceso de cubrimiento de los clasificadores de dos etapas. Ejemplos de clasificadores que siguen este enfoque son CPAR [Yin & Han, 2003], TFPC [Coenen & Leng, 2004] y HARMONY [Wang & Karypis, 2006].

3.2.1. PRM y CPAR

En [Yin & Han, 2003], los autores presentaron el clasificador PRM (del inglés *Predictive Rule Mining*) y una extensión, denominada CPAR (del inglés *Classification based on Predictive Association Rules*). El clasificador PRM calcula el conjunto de CARs directamente del conjunto de entrenamiento (en una sola etapa), para ello utiliza el algoritmo de inducción de reglas FOIL [Quinlan & Cameron-Jones, 1993].

FOIL es un algoritmo voraz que calcula un conjunto de reglas para clasificar cuando solo existen dos clases, *i.e.* para diferenciar ejemplos positivos de ejemplos negativos. En el proceso de generación de las reglas se utiliza una medida denominada *Information Gain* que refleja la ganancia de adicionar un nuevo ítem a una regla [Quinlan & Cameron-

Jones, 1993], como umbral de la medida *Information Gain* se utiliza el valor 0.7. A medida que FOIL calcula las reglas, elimina las transacciones del conjunto de entrenamiento que éstas cubran, este proceso finaliza cuando se han eliminado todas las transacciones del conjunto de entrenamiento. En caso de existir más de dos clases en el conjunto de entrenamiento, se aplica FOIL a cada clase c, tomando las transacciones que contienen a c como ejemplos positivos y las transacciones restantes como ejemplos negativos.

En PRM, cuando una transacción es cubierta por una CAR, en vez de eliminarla, se disminuye su peso. De esta forma, se generan más CARs y cada transacción del conjunto de entrenamiento tiene la posibilidad de ser cubierta por más de una CAR. PRM acumula los valores de la medida *Information Gain* de cada CAR y luego ordena el conjunto de CARs en forma descendente de acuerdo a los valores acumulados. Para clasificar una nueva transacción t, PRM utiliza el criterio de decisión "La Mejor Regla".

A diferencia de PRM, CPAR utiliza la estrategia de ordenamiento LAP (ver Sec. 2.3) y además, clasifica utilizando el criterio de decisión "Las Mejores K Reglas", con $K = 5$ como en [Yin & Han, 2003]. Los experimentos realizados sobre 26 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que CPAR obtiene, en promedio, mejor eficacia que los clasificadores CMAR, CBA y C4.5. En [Yin & Han, 2003], los autores presentaron PRM como un clasificador intermedio entre FOIL y CPAR y no realizaron experimentos donde se compare su eficacia con los otros clasificadores evaluados.

3.2.2. TFPC

Otro clasificador integrado es TFPC (del inglés *Total from Partial Classification*), presentado en [Coenen & Leng, 2004]. TFPC se ha utilizado en varios trabajos de los mismos autores para evaluar las diferentes estrategias de ordenamiento [Coenen & Leng, 2007], así como para evaluar la combinación de estas estrategias [Wang *et al.*, 2007a,b, 2008].

TFPC calcula el conjunto de CARs utilizando una extensión del algoritmo de minado de ARs Apriori-TFP [Coenen *et al.*, 2004]. El algoritmo Apriori-TFP emplea dos estructuras arbóreas (*P-Tree* y *T-Tree*) para calcular los Soportes parciales y totales de los conjuntos de ítems. TFPC modifica ambas estructuras para calcular los Soportes parciales y totales de las CARs. En la generación de las CARs, TFPC poda el espacio de búsqueda cada vez que encuentra una CAR que cumpla los umbrales de Soporte y Confianza establecidos. Con esta estrategia de poda, los autores apuestan a las CARs generales con altos valores de Confianza.

Para ordenar el conjunto de CARs, TFPC sigue la estrategia de ordenamiento CSA y para clasificar una nueva transacción utiliza el criterio de decisión "La Mejor Regla". Los experimentos realizados sobre 18 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que TFPC obtiene, en promedio, mejor eficacia que CMAR y CPAR. En el caso del clasificador CPAR, se utilizaron los parámetros por defecto utilizados en [Yin & Han, 2003]. Tanto en TFPC como en CMAR se utilizó un umbral de Soporte igual a 0.01 y un umbral de Confianza igual a 0.5.

El clasificador TFPC ha sido utilizado, por sus autores, en trabajos posteriores. Estos trabajos se han centrado en la combinación de estrategias de ordenamiento con el objetivo de mejorar la eficacia en la clasificación.

En [Wang *et al.*, 2007a], se presentó un estudio de las cinco estrategias de ordenamiento de CARs reportadas en la Sección 2.3. Para ello, se dividieron en dos grupos: (1) las estrategias basadas en el Soporte y la Confianza de las CARs y (2) las estrategias basadas en la asignación de pesos a las CARs. El primer grupo lo integraron las estrategias CSA y ACS, y el segundo grupo las estrategias WRA, LAP y χ^2. Luego, tomando una estrategia de cada grupo, se propusieron seis estrategias híbridas (*Hybrid*

CSA/WRA, *Hybrid* CSA/LAP, *Hybrid* CSA/χ^2, *Hybrid* ACS/WRA, *Hybrid* ACS/LAP, *Hybrid* ACS/χ^2). La idea genérica de estas seis estrategias es la siguiente: se extraen, de la lista original de CARs, las mejores K CARs (para cada clase predefinida) siguiendo la estrategia seleccionada del segundo grupo. Se reordena la lista de las mejores K CARs y la lista original siguiendo la estrategia seleccionada del primer grupo. Finalmente, se coloca la lista de las mejores K CARs al inicio de la lista original.

Para evaluar las estrategias propuestas se tomó $K = 5$ como en [Yin & Han, 2003] y se empleó el criterio de decisión "La Mejor Regla". Los experimentos se realizaron sobre 24 conjuntos de datos del repositorio UCI. En el primer experimento se evaluaron las estrategias CSA, ACS, WRA, LAP y χ^2 obteniéndose, en promedio, la mejor eficacia con la estrategia CSA. En el segundo experimento se evaluaron las 6 estrategias híbridas propuestas y se obtuvo el mejor resultado con la estrategia *Hybrid* CSA/LAP. En todos los casos las estrategias híbridas fueron mejores que las estrategias individuales (*Hybrid* CSA/WRA fue mejor que CSA y que WRA, *Hybrid* CSA/LAP fue mejor que CSA y que LAP, etc).

Posteriormente, en [Wang *et al.*, 2007b], se propuso una estrategia, denominada CISRW, para asignar un peso a cada CAR $X \Rightarrow c$ en función de cuán significativo es cada ítem del antecedente X para la clase c. La significancia o contribución de un ítem i_j a una clase c, la definieron como $\zeta^c(i_j)$ (ver Ec. 3.1),

$$\zeta^c(i_j) = \frac{\mid i_j \cup c \mid}{\mid c \mid}(1 - \frac{\mid i_j \cup \neg c \mid}{\mid \neg c \mid})\frac{\mid C \mid}{ClassCount(i_j, C)} \tag{3.1}$$

donde $ClassCount(i_j, C)$ es el número de clases $c \in C$ para las cuales hay al menos una transacción que contiene a i_j.

Para calcular el peso CISRW de una CAR $X \Rightarrow c$ se promedia la contribución de los ítems del antecedente X. Luego, se ordenan las CARs en forma descendente de acuerdo a los valores de CISRW. Adicionalmente a la estrategia de ordenamiento CISRW, los autores propusieron dos estrategias de ordenamiento híbridas, similares a las presentadas en [Wang *et al.*, 2007a], combinando la estrategia CISRW con las estrategias CSA y ACS.

Al igual que en [Wang *et al.*, 2007a], para evaluar las estrategias anteriores se tomó $K = 5$ y se empleó el criterio de decisión "La Mejor Regla". Los experimentos se realizaron sobre 20 conjuntos de datos del repositorio UCI. En el primer experimento se evaluaron las estrategias CSA, ACS, WRA, LAP, χ^2 y CISRW obteniéndose, en promedio, la mejor eficacia con la estrategia CSA. En el segundo experimento se compararon las dos nuevas estrategias híbridas con las seis estrategias híbridas propuestas en [Wang *et al.*, 2007a]. La mayor eficacia, en promedio, se obtuvo con la estrategia *Hybrid* CSA/CISRW (73.72) seguida por la estrategia *Hybrid* CSA/LAP (73.62); la estrategia Hybrid ACS/CISRW quedó en la sexta posición (71.15). En ambos casos las nuevas estrategias fueron mejores que las estrategias individuales (*Hybrid* CSA/CISRW fue mejor que CSA y que CISRW e *Hybrid* ACS/CISRW fue mejor que ACS y que CISRW).

Por último, en [Wang *et al.*, 2008], se propusieron tres estrategias híbridas de ordenamiento; producto de combinar (en forma similar a los trabajos anteriores) la estrategia de ordenamiento CSAFR con WRA, LAP y χ^2:

Para evaluar las estrategias propuestas se tomó $K = 5$ y se empleó el criterio de decisión "La Mejor Regla". Los experimentos se realizaron sobre 19 conjuntos de datos del repositorio UCI. En el primer experimento se evaluaron las estrategias CSA, ACS, CSAFR, WRA, LAP y χ^2 obteniéndose, en promedio, la mejor eficacia con la estrategia CSA. En el segundo experimento se compararon las tres estrategias híbridas propuestas con las seis estrategias híbridas presentadas en [Wang *et al.*, 2007a]. Los mejores resultados de eficacia, en promedio, se obtuvieron con las estrategias *Hybrid* CSAFR/χ^2 e *Hybrid* CSA/χ^2 (79.48 y 79.46 respectivamente). En todos los casos las estrategias híbridas fueron mejores que las estrategias individuales (*Hybrid* CSAFR/WRA fue mejor que CSAFR y que WRA, *Hybrid* CSAFR/LAP fue mejor que CSAFR y que LAP e *Hybrid* CSAFR/χ^2 fue mejor que CSAFR y χ^2).

3.2.3. HARMONY y RCBT

En [Wang & Karypis, 2006], los autores presentaron el clasificador HARMONY (del inglés *Highest confidence clAssification Rule Mining fOr iNstance-centric classifYing*), el cual calcula para cada transacción del conjunto de entrenamiento las CARs de mayor Confianza que la cubren. Para calcular las CARs, HARMONY combina la técnica "divide y vencerás" con una estrategia de búsqueda en profundidad. Dado un conjunto de ítems $I = \{i_1, i_2, \ldots, i_m\}$, HARMONY primero calcula todas las CARs que contienen al ítem i_1, luego calcula todas las CARs que contienen a i_2 pero no contienen a i_1 y así sucesivamente.

Con el objetivo de aumentar la eficiencia en la obtención de las reglas, trabajos anteriores ordenan los ítems frecuentes en "forma descendente de acuerdo con el Soporte" [Han *et al.*, 2000] o en "forma ascendente de acuerdo con el Soporte" [Gade *et al.*, 2004]. En HARMONY, debido a que se buscan las CARs de mayor Confianza que cubran a cada transacción, las dos estrategias anteriores no son todo lo efectivas que se requiere. Por este motivo, en HARMONY se proponen tres nuevas estrategias para ordenar los ítems frecuentes.

Dado el antecedente X, el conjunto de ítems frecuentes $I = \{i_1, i_2, \ldots, i_n\}$ y el conjunto de clases predefinidas $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$; se define como Confianza máxima del ítem $i_j \in I$, denotada por $CMax_{i_j}$, a la mayor Confianza de las m reglas $X \cup \{i_j\} \Rightarrow c_s$ $(1 \leq s \leq m)$. Las estrategias propuestas son las siguientes:

1. Orden descendente de acuerdo con los valores de $CMax_{i_j}$ $(1 \leq j \leq n)$.

2. Orden ascendente de acuerdo con la entropía de los conjuntos de transacciones que contienen a los conjuntos de ítems $X \cup \{i_j\}$ $(1 \leq j \leq n)$, en adelante $T_{X\cup\{i_j\}}$.

3. Orden ascendente de acuerdo con los coeficientes de correlación de los conjuntos de transacciones $T_{X\cup\{i_j\}}$ $(1 \leq j \leq n)$.

Las estrategias anteriores fueron propuestas con el objetivo de calcular eficientemente las CARs de mayor Confianza que cubran a cada transacción del conjunto de entrenamiento. La idea intuitiva de la primera estrategia resulta obvia porque al considerar primero los ítems que, al extender al antecedente, generan con alguna de las clases las reglas de mayor Confianza, aumenta la probabilidad de obtener rápidamente las CARs de mayor Confianza que cubren a una transacción. En el caso de la segunda estrategia, los autores probaron que mientras menor es la entropía del conjunto de transacciones $T_{X\cup\{i_j\}}$ $(1 \leq j \leq m)$ mayor es la probabilidad de generar CARs con altos valores de Confianza a partir de $T_{X\cup\{i_j\}}$. De igual forma, para la tercera estrategia, los autores probaron que mientras mayor es la similaridad de la distribución de las clases en los conjuntos de transacciones T_X y $T_{X\cup\{i_j\}}$ menor es la probabilidad de generar CARs con altos valores de Confianza a partir de $T_{X\cup\{i_j\}}$. La tercera estrategia resultó ser la más eficiente, como se mostró en los experimentos, y fue la estrategia adoptada por defecto en HARMONY.

HARMONY, al igual que TFPC, poda el espacio de búsqueda cada vez que encuentra una CAR que cumpla los umbrales de Soporte y Confianza establecidos. Para construir el clasificador, HARMONY ordena las CARs siguiendo la estrategia de ordenamiento CSA. En los experimentos, se evaluaron los tres criterios de decisión y se obtuvieron los mejores resultados con el criterio "Todas las Reglas". Finalmente, los experimentos realizados sobre 20 conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que HARMONY obtiene, en promedio, mejor eficacia que CPAR, FOIL y clasificadores tradicionales como *Find-Similar*, *Naïve-Bayes*, *Bayes-Nets*, *Decision-Trees* y *Linear* SVM, todos obtenidos de [Dumais *et al.*, 1998].

En [Cong *et al.*, 2005], se presentó un clasificador, denominado RCBT, que sigue la misma idea de HARMONY pero fue desarrollado específicamente para clasificar secuencias de genes. RCBT, al igual que HARMONY, obtiene las mejores K (*top-K*) CARs que describen a cada secuencia de genes y las utiliza para clasificar las nuevas secuencias. La idea de calcular las mejores K CARs que describen a una transacción, directamente del conjunto de entrenamiento, es similar a la idea utilizada en [Wang *et al.*, 2007b] donde se emplea el criterio de decisión "Las Mejores K Reglas" para clasificar; la diferencia radica en que en [Wang *et al.*, 2007b] se seleccionan las mejores K en el momento de clasificar.

En los experimentos se utilizaron cuatro conjuntos de secuencias de genes (*clinical data on ALL-AML leukemia*[1], *lung cancer*[2], *ovarian cancer*[3] y *prostate cancer*[4]) y se comparó el clasificador RCBT con los clasificadores CBA y C4.5, obteniendo RCBT la mejor eficacia en promedio.

3.2.4. DDPMine

En [Cheng *et al.*, 2008] los autores propusieron un clasificador, denominado DDPMine (del inglés *Direct Discriminative Pattern Mining*), que calcula el conjunto de CARs en una sola etapa. Para ello, DDPMine almacena el conjunto de transacciones en un árbol de prefijos (*FP-tree*) y utiliza una estrategia de ramificación y poda (*branch and bound*) para calcular las reglas.

La estrategia de generación de CARs empleada por DDPMine se basa en el algoritmo FP-growth de minado de ARs. DDPMine calcula directamente los patrones o reglas

[1]http://www-genome.wi.mit.edu/cgi-bin/cancer
[2]http://www.chestsurg.org
[3]http://clinicalproteomics.steem.com/
[4]http://www-genome.wi.mit.edu/mpr/prostate

significativas y elimina las instancias de entrenamiento a medida que son cubiertas por las reglas obtenidas. Para crecer los antecedente de las CARs (extender los patrones), DDPMine utiliza la medida *Information Gain* al igual que el clasificador CPAR.

Los experimentos realizados sobre ocho conjuntos de datos del repositorio UCI mostraron que DDPMine obtiene, en promedio, mejor eficacia que el clasificador HARMONY. Sin embargo, los autores no describen cómo utilizaron las CARs para clasificar e hicieron mayor énfasis en la eficiencia y escalabilidad de la etapa de obtención de las reglas que en la eficacia del clasificador.

3.3. Síntesis y conclusiones

En este capítulo se han expuesto los principales trabajos del estado del arte relacionados con esta tesis doctoral (ver un resumen de sus características en la Tabla 3.1). Los clasificadores presentados se han dividido en dos grupos de acuerdo a la estrategia que siguen para calcular las CARs: (1) Clasificadores de dos etapas y (2) Clasificadores integrados.

Tabla 3.1: Resumen de las principales característica de los clasificadores basados en CARs.

Clasificador	Med. de calidad	Crit. de ordenamiento	Crit. de decisión
CBA	Sop./Conf.	CSA	La Mejor Regla
CMAR	Sop./Conf.	CSA/χ^2	Todas las Reglas
MCAR	Sop./Conf.	CSA	La Mejor Regla
CPAR	Info. Gain	LAP	Las Mejores K Reglas
TFPC	Sop./Conf.	CSA	La Mejor Regla
TFPC(versiones)	Sop./Conf.	ACS/WRA	Las Mejores K Reglas
HARMONY	Sop./Conf.	CSA	Todas las Reglas
DDPMine	Info. Gain	-	La Mejor Regla

En todos los casos, se han descrito las etapas fundamentales que siguen los clasificadores basados en CARs: cálculo de las CARs, estrategias de poda, estrategias de ordenamiento y criterios de decisión utilizados para clasificar una nueva transacción. Además, se han mencionado los resultados obtenidos por cada clasificador así como los conjuntos de datos utilizados en los experimentos.

Como se puede observar, la mayoría de los clasificadores basados en CARs, reportados en la literatura, son integrados. Estos clasificadores han obtenido los mejores resultados en calidad de clasificación, además de evitar el costoso proceso de cubrimiento del conjunto de entrenamiento, de los clasificadores de dos etapas. Sin embargo, como se ha mencionado a lo largo del documento, aún existen limitaciones por resolver que han motivado el desarrollo de esta tesis doctoral.

En los próximos capítulos se proponen soluciones a las limitaciones existentes. Primeramente, se propone un algoritmo para calcular CARs que introduce una estrategia de poda dirigida a obtener reglas específicas con altos valores de la medida de calidad; además, CAR-CA utiliza como umbral, de la medida de calidad, el mínimo valor que evita la ambigüedad al momento de clasificar. Posteriormente, se introducen dos clasificadores basados en CARs que utilizan una nueva estrategia de ordenamiento basada en el tamaño de las CARs, un nuevo criterio de cubrimiento que considera el cubrimiento inexacto en ausencia de CARs que cubran completamente a la nueva transacción, y un nuevo criterio de decisión para asignar una clase a la nueva transacción.

Capítulo 4

Algoritmo CAR-CA para calcular un conjunto de CARs

Como se menciona en la Sección 3, varios han sido los algoritmos de minado de ARs (Apriori, Fp-growth, Eclat y Apriori-TFP) que se han modificado para calcular CARs. Debido a que en esta tesis doctoral se utiliza una medida de calidad diferente a la utilizada por estos algoritmos (ver Sec. 5.5) y se introduce una nueva estrategia para podar el espacio de búsqueda de las CARs (ver Sec. 4.1), también diferente a la estrategia de poda empleada por estos algoritmos, es necesario proponer un nuevo algoritmo para calcular las CARs que además de utilizar la nueva medida de calidad e implementar la nueva estrategia de poda, sea competitivo con respecto a la eficiencia y el consumo de memoria con los algoritmos previamente mencionados.

En este capítulo se introduce el algoritmo CAR-CA (del inglés *Class Association Rules using Compressed Arrays*), desarrollado para calcular un conjunto de CARs a partir de un conjunto de entrenamiento. CAR-CA es una modificación del algoritmo CA [Hernández *et al.*, 2010] de minado de ARs. De acuerdo con los experimentos mostrados en [Hernández *et al.*, 2010], CA es más eficiente[1] que los algoritmos Apriori (utilizado en CBA), Fp-growth (utilizado en CMAR), Eclat (utilizado en MCAR) y Apriori-TFP (utilizado en TFPC). Es importante resaltar que en la construcción de clasificadores basados en CARs el mayor costo computacional lo tiene el algoritmo utilizado para calcular las CARs. El costo de calcular las CARs es igual al costo de calcular los conjuntos frecuentes de ítems (las clases se consideran como un ítem más) pues las CARs se obtienen a partir de los conjuntos frecuentes de ítems de forma inmediata, *e.g.* el conjunto $\{i_1, i_2, c_1\}$ da lugar a la CAR $\{i_1, i_2\} \Rightarrow c_1$.

CAR-CA aprovecha las ventajas del algoritmo CA respecto al cálculo de los Soportes de los conjuntos de ítems e introduce una estrategia de poda que permite obtener CARs específicas (ver Def. 2.5) con altos valores de la medida de calidad.

El presente capítulo consta de tres secciones. En la Sección 4.1 se exponen las características del algoritmo CAR-CA. En la Sección 4.2 se describe el algoritmo CAR-CA y finalmente, en la Sección 4.3 se presenta un resumen y las conclusiones del capítulo.

4.1. Características del algoritmo CAR-CA

Un factor determinante para lograr un cálculo eficiente del Soporte de las CARs es la forma en que se representen los datos. Conceptualmente, un conjunto de transacciones es una matriz de dos dimensiones donde las filas representan las transacciones y las columnas representan los ítems. En la literatura se han reportado cuatro formas de representar esta matriz [Shenoy *et al.*, 2000]:

- Lista Horizontal de Ítems (LHI): Se construye por cada transacción una lista con los ítems presentes en ella.

[1] En [Hernández *et al.*, 2010] se realizaron experimentos con conjuntos de datos grandes, densos y dispersos; adicionalmente se hicieron pruebas de escalamiento del algoritmo CA.

- Vector Horizontal de Ítems (VHI): Se construye por cada transacción un vector binario donde un 1 en la posición i-ésima denota la presencia del i-ésimo ítem en la transacción y un 0 denota la ausencia.

- Lista Vertical de Identificadores de Transacciones (LVTid): Se construye por cada ítem una lista con los identificadores de las transacciones (Tids) donde aparece el mismo.

- Vector Vertical de Identificadores de Transacciones (VVTid): Se construye por cada ítem un vector binario donde un 1 en la posición i-ésima denota la presencia del ítem en la i-ésima transacción y un 0 denota la ausencia.

Con el objetivo de aprovechar las ventajas de las operaciones *bit-a-bit*, en CAR-CA se utiliza una representación VVTid considerando cada clase como un ítem más. Para ello, se representa el conjunto de datos como una matriz binaria de m x n, donde m es el número de transacciones y n es el número de ítems (incluyendo las clases). Cada vector binario asociado a un ítem j se comprime y representa como un arreglo de enteros I_j de la siguiente forma:

$$I_j = \{W_{1,j}, W_{2,j}, \ldots, W_{q,j}\},\ q = \lceil m/32 \rceil \tag{4.1}$$

donde cada entero del arreglo I_j representa 32 transacciones (en una arquitectura de 32 *bits*).

En la Figura 4.1 se muestra un ejemplo de la representación utilizada para el caso de una arquitectura de 32 *bits*. Este ejemplo contiene 64 transacciones, cuatro ítems y dos clases. En la sección a) se muestra un conjunto de transacciones, cada una formada por un conjunto de ítems y una clase. En la sección b) se representa la presencia de un ítem en una transacción con un 1 y la ausencia con un 0. Finalmente, en la sección c), se toman las secuencias de 32 valores consecutivos de 1s y 0s, verticalmente por cada ítem, y se convierten en el número entero correspondiente a la secuencia de *bits* con esos valores. Por ejemplo, las primeras 32 transacciones del ítem 1 se convierten en el entero $W_{1,1}$, las siguientes 32 transacciones se convierten en el entero $W_{2,1}$, etc.

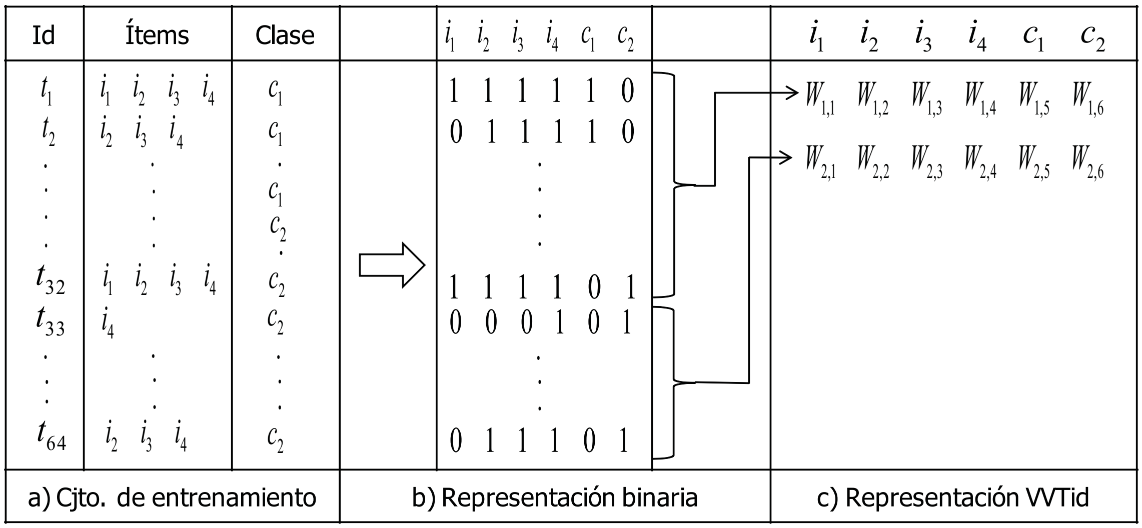


Figura 4.1: Ejemplo de la representación de un conjunto con 64 transacciones en una arquitectura de 32 *bits*.

Otro factor importante, en el proceso de generación de las CARs, es la estrategia que se utilice para recorrer el retículo o espacio de búsqueda (ver Fig. 2.1 en la Sección 2.1). Al igual que en [Zaky *et al.*, 1997], CAR-CA divide el espacio de búsqueda en clases de equivalencia. En [Zaky *et al.*, 1997], para calcular los conjuntos frecuentes de ítems, los autores proponen agrupar en una misma clase de equivalencia a los conjuntos de ítems de tamaño k que coincidan en los primeros $(k-1)$ ítems (prefijo de longitud $(k-1)$). En CAR-CA, para estructurar el espacio de búsqueda, proponemos la siguiente relación de equivalencia:

Definición 4.1. Sea U el conjunto de todas las CARs, diremos que $r_1 \in U$ está relacionada con $r_2 \in U$ $(r_1 \, R \, r_2)$ si se cumple que:

- r_1 y r_2 tienen el mismo tamaño (k).
- r_1 y r_2 tienen el mismo consecuente (la misma clase).
- r_1 y r_2 coinciden en los primeros $k-2$ ítems del antecedente, el cual tiene $k-1$ ítems.

Es trivial comprobar que la relación propuesta es reflexiva, simétrica y transitiva, por lo que es una relación de equivalencia. Las relaciones de equivalencia definen clases de equivalencia. En la Figura 4.2 se muestra gráficamente la estructuración en clases de equivalencia definida por la relación de equivalencia propuesta.

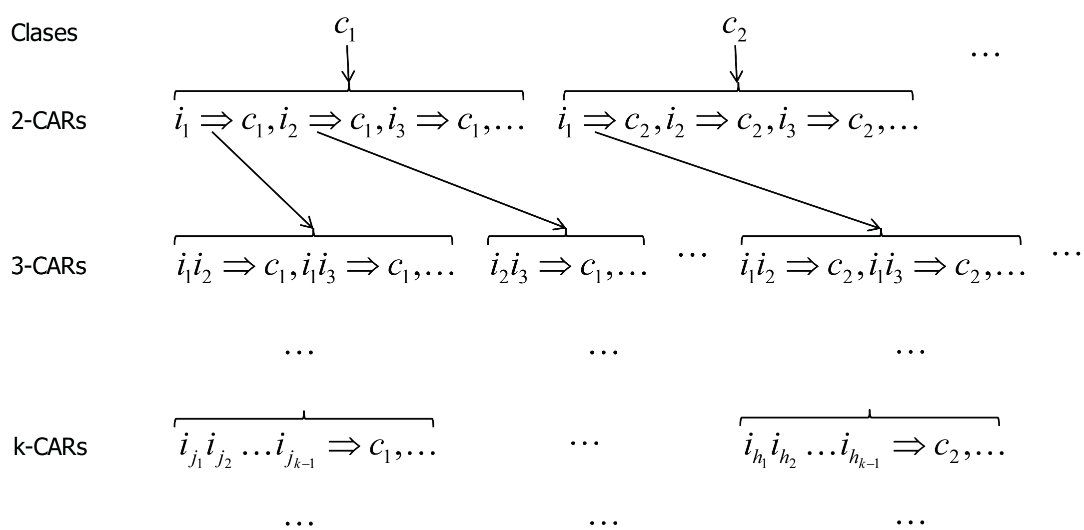


Figura 4.2: Espacio de búsqueda de CARs estructurado en clases de equivalencia.

En general, la clase de equivalencia de un elemento a, según una relación R sobre un conjunto Q, es el subconjunto de todos los elementos $q \in Q$ tales que $q\,R\,a$. El conjunto de todas las clases de equivalencia definidas sobre Q según la relación R, forma una partición de ese conjunto, es decir, son un conjunto de subconjuntos disjuntos y la unión de todos ellos es el conjunto Q. Por tanto, al estructurar el espacio de búsqueda de CARs en clases de equivalencia, se pueden calcular por separado las CARs agrupadas en cada clase de equivalencia.

Como se vio en la Sección 2.1, del retículo formado por las CARs se deriva una estructura arbórea donde cada clase es raíz de un árbol y determina un subespacio de búsqueda asociado a ella. Además, para cada clase c, el subárbol cuyo nodo raíz tiene asociada la CAR con el antecedente formado solo por el primer ítem abarca la mitad del espacio de búsqueda derivado de c; el subárbol cuyo nodo raíz tiene asociada la CAR con el antecedente formado solo por el segundo ítem abarca la cuarta parte del espacio de búsqueda derivado de c, y así sucesivamente. Lo anterior implica que: si el primer ítem i tiene un Soporte muy alto, entonces la cantidad de CARs candidatas que contengan a i será muy grande y por consiguiente, la cantidad de clases de equivalencia generadas en los próximos niveles, también será grande. Para eliminar ese problema el algoritmo CAR-CA ordena los ítems frecuentes de tamaño 1 en orden ascendente de su Soporte, de esta forma cada subárbol minimiza su altura y el algoritmo procesa más rápido cada clase de equivalencia.

Independientemente de la estrategia seguida para recorrer el espacio de búsqueda, pueden generarse millones de CARs [Agrawal & Srikant, 1994; Zaky *et al.*, 1997; Holt & Chung, 2001]. Para afrontar este problema, los trabajos recientes [Coenen *et al.*, 2005; Wang *et al.*, 2007a,b, 2008] podan el espacio de búsqueda cada vez que encuentran una CAR que satisface el umbral de la medida de calidad (ACC[2]) que utilizan. Esta estrategia de poda tiene las siguientes limitaciones:

- Muchas ramas o caminos del espacio de búsqueda pueden ser recorridas en vano debido a que nunca se satisfaga el umbral de ACC.

[2]Los clasificadores desarrollados, basados en CARs, utilizan medidas de calidad basadas en el soporte. Sin embargo, los resultados obtenidos en esta tesis pueden aplicarse para cualquier medida de calidad.

- Si se obtiene una CAR $X \Rightarrow c$ entonces se poda y no se buscan más CARs, por tanto, no pueden obtenerse CARs de la forma $X' \Rightarrow c$ con $X \subset X'$, de esta forma no se consideran CARs específicas (grandes) con mayor valor de ACC, las cuales podrían ser útiles para clasificar.

En el algoritmo CAR-CA, se introduce una nueva estrategia de poda que permite obtener CARs específicas con altos valores de ACC. Esta estrategia de poda se aplica en dos situaciones diferentes:

1. Si una CAR candidata $X \Rightarrow c$ no satisface el umbral de ACC entonces no se sigue extendiendo, de esta forma se evita recorrer en vano algunas partes del espacio de búsqueda, *i.e.* se poda el espacio de búsqueda evitando generar CARs candidatas a partir de CARs que no satisfacen el umbral de ACC.

2. Si una CAR candidata $X \Rightarrow c$ satisface el umbral de ACC, entonces se continúa extendiendo, mientras $ACC(X \cup \{i\} \Rightarrow c)$ sea mayor o igual que $ACC(X \Rightarrow c)$, de esta forma se permite obtener CARs más específicas con altos valores de ACC.

Como se verá en el Capítulo 5, utilizar CARs específicas con altos valores de ACC tiene un impacto positivo en la eficacia de los clasificadores. Adicionalmente, la combinación de la representación VVTid del conjunto de datos y la estructuración del espacio de búsqueda en clases de equivalencia reduce el consumo de memoria y acelera el cálculo del Soporte durante el cálculo de las CARs.

4.2. Algoritmo CAR-CA

Para calcular el conjunto de CARs, el algoritmo CAR-CA sigue una estrategia de recorrido en amplitud por cada clase de equivalencia. CAR-CA genera iterativamente una lista L_{EC_k} que representa las clases de equivalencia que agrupan CARs de tamaño k (k-CARs), los elementos de L_{EC_k} tienen el siguiente formato:

$$\langle c, AntPref_{k-2}, IA_{AntPref_{k-2}}, AntSuff \rangle, \tag{4.2}$$

donde:

- c es el consecuente de las CARs agrupadas.
- $AntPref_{k-2}$ es el $(k-2)$-itemset común a los antecedentes de las clases agrupadas (prefijo del antecedente).
- $AntSuff$ es el conjunto de los ítems j que pueden extender al prefijo $AntPref_{k-2}$ (sufijos del antecedente), donde j es lexicográficamente mayor que todos los ítems de $AntPref_{k-2}$.
- $IA_{AntPref_{k-2}}$ es un arreglo de pares $(value, id)$, con $value > 0$ y $1 \leq id \leq q$ ($q = \lceil m/32 \rceil$, m es la cantidad de transacciones), que se construye mediante intersecciones de los arreglos I_j, con $j \in AntPref_{k-2}$, utilizando operaciones de AND.

Los arreglos IA almacenan el Soporte del prefijo del antecedente de cada clase de equivalencia EC_k, el cual se utiliza para calcular el Soporte del antecedente de cada CAR en EC_k. Si k es grande, el número de elementos de IA es pequeño porque las operaciones AND generan muchos ceros, los cuales no se almacenan porque no influyen en el cómputo del Soporte. El procedimiento para obtener IA es el siguiente: Sean i y j dos ítems, se tiene que:

$$IA_{\{i\} \cup \{j\}} = \{(W_{k,i} \ \& \ W_{k,j}, k) \mid (W_{k,i} \ \& \ W_{k,j}) > 0, k \in [1, q]\} \tag{4.3}$$

análogamente, sean X un conjunto de ítems y j un ítem, se tiene que:

$$IA_{X\cup\{j\}} = \{(b \,\&\, W_{k,j}, k) \mid (b,k) \in IA_X, (b \,\&\, W_{k,j}) > 0, k \in [1,q]\} \tag{4.4}$$

Para calcular el Soporte de un conjunto de ítems X asociado con un arreglo de enteros IA_X, se utiliza la expresión (4.5):

$$Sop(X) = \sum_{(b,k)\in IA_X} BitCount(b) \tag{4.5}$$

donde $BitCount(b)$ es una función que calcula la cantidad de *bits* iguales a 1 que tiene la representación binaria del entero b.

Para ilustrar el proceso de minado de CARs seguido por el algoritmo CAR-CA, supongamos que se tiene la clase de equivalencia $E = \langle c_1, \{i_1, i_2\}, IA_{i_1 i_2}, \{i_3, i_4, \ldots\}\rangle$, la cual agrupa CARs de tamaño 4 ($E \in EC_4$); las CARs $\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$ y $\{i_1, i_2, i_4\} \Rightarrow c_1$ son ejemplos de CARs agrupadas en E. Para mayor claridad, se asume una arquitectura de 4 *bits* y se muestran en la Figura 4.3 los arreglos de enteros I_{c_1}, I_{i_3} y I_{i_4} para 16 transacciones (cuatro bloques de cuatro transacciones cada uno). Adicionalmente, se muestran los pares $(value, id)$ del arreglo de enteros $IA_{i_1 i_2}$ que almacena el Soporte del prefijo del antecedente $\{i_1, i_2\}$ de la clase de equivalencia E (ver $IA_{i_1 i_2}$ en la Figura 4.3).

En la Figura 4.4, se muestran los pasos para construir las clases de equivalencia de EC_5 que se generan a partir de la clase de equivalencia E. En el primer paso, mostrado en la Figura 4.4(a), se obtiene el arreglo $IA_{i_1 i_2 i_3}$ intersectando el arreglo I_{i_3} con los valores almacenados en $IA_{i_1 i_2}$, solo se intersectan los bloques con igual *id*. El arreglo $IA_{i_1 i_2 i_3}$ almacena el Soporte de $\{i_1, i_2, i_3\}$, el cual puede calcularse como $BitCount(6) = 2$ (Ec. 4.5). En el segundo paso, mostrado en la Figura 4.4(b), se obtiene el arreglo $IA_{i_1 i_2 i_3 i_4 c_1}$ de forma análoga y se calcula el Soporte de la CAR $\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$ como

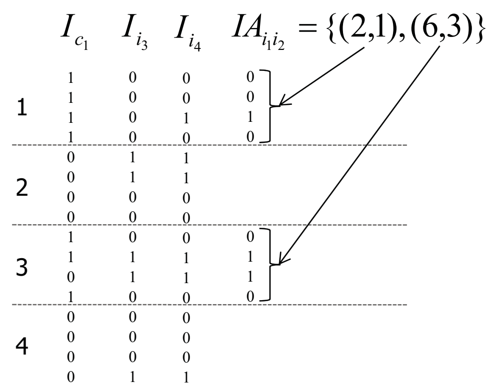
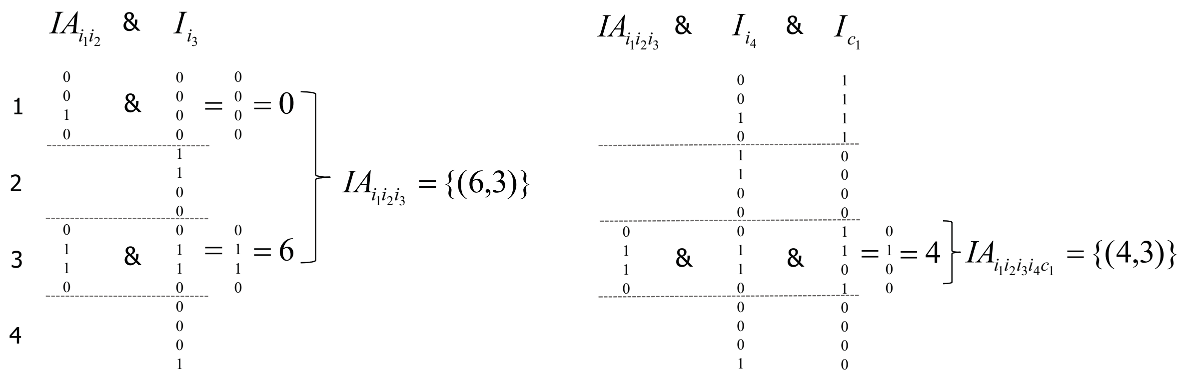


Figura 4.3: Representación binaria en una arquitectura de 4 *bits*.

$BitCount(4) = 1$. Si $ACC(\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1)$ es mayor o igual que el umbral de ACC entonces se construiría la clase de equivalencia $\langle c_1, \{i_1, i_2, i_3\}, IA_{i_1 i_2 i_3}, \{i_4, \ldots\}\rangle$.



(a) Calculando $IA_{i_1 i_2 i_3}$. (b) Calculando $IA_{i_1 i_2 i_3 i_4 c_1}$.

Figura 4.4: Obtención de las clases de equivalencia de EC_5 que se generan a partir de E.

El uso de arreglos de enteros pudiera parecer poco eficiente respecto al consumo de memoria, sin embargo, es importante hacer notar que el número de elementos de los arreglos de enteros decrece rápidamente debido a la gran cantidad de ceros que generan las operaciones AND y como se mencionó, los ceros no son almacenados por nuestro algoritmo.

En el algoritmo 1 se muestra el pseudocódigo de CAR-CA. En la línea 3 del algoritmo 1 se calculan los 1-itemsets. En la línea 5, se construyen, para cada clase c, las clases de

Algoritmo 1: CAR-CA

Input: Conjunto de entrenamiento en representación VVTid
Output: Conjunto de CARs

1 $Answer = \emptyset$
2 $C = \{$Conjunto de clases predefinidas$\}$
3 $L = \{$1-itemsets$\}$
4 **forall** $c \in C$ **do**
5   `ECGen(`$\langle\{c\}, \emptyset, NULL, \{L\}\rangle, L_{EC_2} = \emptyset$`)`
6     $Answer = Answer \cup L_{EC_2}$
7     $k = 3$
8     $L_{EC_k} = \emptyset, L_{EC_{k+1}} = \emptyset, \ldots$
9   **while** $L_{EC_{k-1}} \neq \emptyset$ **do**
10   **forall** $ec \in L_{EC_{k-1}}$ **do**
11   `ECGen(`ec, L_{EC_k}`)`   // *ec está en formato* $< \ldots >$
12   **end**
13         $Answer = Answer \cup L_{EC_k}$
14         $k = k + 1$
15   **end**
16 **end**
17 **return** $Answer$

equivalencia de tamaño 2. En las líneas $7 - 15$, se procesa cada clase de equivalencia de tamaño 2 utilizando la función *ECGen*. La función *ECGen* recibe como argumento el umbral de ACC (α), una clase de equivalencia de tamaño $k - 1$ y el conjunto de clases de equivalencia de tamaño k (*ecSet*); como resultado, *ECGen* actualiza el conjunto de clases de equivalencia *ecSet* (ver algoritmo 2). Las clases de equivalencia generadas por *ECGen* solo contienen CARs con ACC mayor o igual que α.

Consumo de memoria

Como se describió en la Sección 4.1, en la literatura se han reportado cuatro formas de representar la matriz de datos, dos horizontales (*LHI* y *VHI*) y dos verticales (*LVTid* y *VVTid*). Todos los autores coinciden en las ventajas del almacenamiento vertical sobre el horizontal, esta ventaja se debe principalmente a que el almacenamiento vertical permite

Algoritmo 2: ECGen

Input: Un umbral α

Una EC en formato $\langle c, AntPref, IA_{AntPref}, AntSuff \rangle$

Un conjunto de clases de equivalencia $ecSet$

Output: El conjunto actualizado de clases de equivalencia $ecSet$

forall $i \in AntSuff$ **do**
    $AntPref' = AntPref \cup \{i\}$
    $IA_{AntPref'} = IA_{AntPref \cup \{i\} \cup \{c\}}$
    $AntSuff' = \emptyset$
    forall $(i' \in AntSuff) \wedge (i'$ *mayor lexicográficamente que* $i)$ **do**
        $V =$ `ACC`$(AntPref' \Rightarrow c)$
        $V' =$ `ACC`$(\{AntPref' \cup \{i'\}\} \Rightarrow c)$
        if $V' > \alpha$ *y* $V' >= V$ **then**
            $AntSuff' = AntSuff' \cup \{i'\}$
        end
    end
    if $AntSuff' \neq \emptyset$ **then**
        $ecSet = ecSet \cup \{\langle c, AntPref', IA_{AntPref'}, AntSuff' \rangle\}$
    end
end
return $ecSet$

calcular los Soportes de los conjuntos de ítems mediante intersecciones de listas o arreglos de enteros, según sea el caso.

Tomar una decisión, referente al consumo de memoria, entre las representaciones *LVTid* y *VVTid* no es una tarea trivial. En Burdick *et al.* [2001], los autores analizaron estos dos formatos y concluyeron experimentalmente, que la eficiencia en memoria depende de la densidad de los datos. Particularmente, en arquitecturas de 32 *bits* el formato *LVTid* resulta más costoso en términos de memoria si el Soporte de los conjuntos de ítems es mayor que 1/32 o cercano al 3 % del total de transacciones. En este formato, se necesita un entero para representar la presencia de un ítem contra un simple *bit* en el formato *VVTid*.

En el algoritmo *CAR-CA* se necesita, por cada clase de equivalencia, un par de enteros por cada 32 transacciones, uno para el valor del bloque de 32 transacciones y el otro para el identificador del bloque (en el arreglo IA solo se almacenan los enteros mayores que cero). El consumo de memoria de este formato es mayor que el del formato $VVTid$ si la cantidad de bloques diferentes de 0 es mayor que el 50 % del total de bloques.

Considerando un conjunto de datos con m transacciones en una arquitectura de 32 bits y un umbral de Soporte igual a $minSop$, el formato $VVTid$ requiere $\lceil m/8 \rceil$ bytes de memoria mientras que $CAR\text{-}CA$, en el peor de los casos cuando el conjunto de datos es disperso, requiere $8 * \text{mín}\{m * minSop, \lceil m/32 \rceil\}$ bytes. A medida que el umbral de Soporte $minSop$ sea más pequeño, el algoritmo $CAR\text{-}CA$ será más eficiente con respecto al consumo de memoria.

4.3. Síntesis y conclusiones

En este capítulo se ha introducido el primer resultado de esta tesis doctoral, un nuevo algoritmo para calcular las CARs denominado CAR-CA. El algoritmo CAR-CA utiliza una representación VVTid de los datos, considerando como un ítem más a cada clase. Para estructurar el espacio de búsqueda, CAR-CA propone una nueva relación de equivalencia que facilita el recorrido por el espacio de búsqueda, el cual se realiza en amplitud por cada clase de equivalencia.

Adicionalmente, CAR-CA introduce una nueva estrategia de poda que permite obtener CARs específicas con altos valores de la medida de calidad, las cuáles, como se mostrará en los siguientes capítulos, son buenas para clasificar. El algoritmo CAR-CA es competitivo con los algoritmos reportados para el cálculo de CARs con respecto a la eficiencia y al consumo de memoria; esto se debe a que el algoritmo CAR-CA está basado en un algoritmo de minado de ARs que es más eficiente que los algoritmos de cálculo de ARs utilizados por los demás clasificadores, para calcular CARs.

Capítulo 5

Clasificadores propuestos

Como se mencionó en la Sección 1.2, un clasificador basado en CARs está compuesto por un conjunto ordenado de CARs y un criterio de decisión. Al momento de clasificar una nueva transacción t, se determina el conjunto de CARs que cubren a t y se utiliza el criterio de decisión para asignar una clase a t.

En este capítulo se introducen dos clasificadores basados en CARs; el primero, denominado CAR-IC (ver Sec. 5.4), utiliza el Soporte y la Confianza como medidas de calidad para calcular las CARs, el segundo, denominado CAR-NF (ver Sec. 5.5), utiliza para calcular las CARs el Netconf. En las primeras secciones del presente capítulo se introducen las estrategias de ordenamiento (ver Sec. 5.1) y los criterios de cubrimiento y decisión (ver Sec. 5.2 y 5.3) utilizados por ambos clasificadores.

5.1. Estrategia propuesta de ordenamiento de CARs

Una vez calculadas las CARs, antes de proceder a la etapa de clasificación, estas reglas se deben ordenar. En esta tesis doctoral se introduce una estrategia de ordenamiento que es consecuente con la estrategia de poda propuesta en la Sección 4.1, la cual favorece a las CARs específicas con altos valores de ACC.

La idea intuitiva detrás de esta estrategia de ordenamiento es que las CARs más específicas deben ser preferidas antes que las CARs más generales, ya que las primeras contienen más ítems de la transacción que se desea clasificar. En caso de empate, deben ser preferidas las CARs con mayor valor de ACC (las más interesantes). Por ejemplo, en la Tabla 5.1(a), se tiene un clasificador compuesto por tres CARs que están ordenadas, considerando primero, las CARs más generales. Dada la transacción $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$ y utilizando el criterio de decisión de “La Mejor Regla”, se clasificaría la transacción como perteneciente a la clase c_1. No obstante, intuitivamente, las clases c_2 y c_3 tienen mayor probabilidad de ser la clase correcta ya que las CARs $\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$ y $\{i_4, i_5, i_6\} \Rightarrow c_3$ contienen tres de los seis ítems de la transacción, mientras que la CAR $\{i_1\} \Rightarrow c_1$ solo contiene al ítem i_1.

Tabla 5.1: Ejemplo de estrategias de ordenamiento.

(a) CARs más generales primero

#	CAR	ACC
1	$\{i_1\} \Rightarrow c_1$	0.75
2	$\{i_4, i_5, i_6\} \Rightarrow c_3$	0.75
3	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$	0.70

(b) CARs más específicas primero

#	CAR	ACC
1	$\{i_4, i_5, i_6\} \Rightarrow c_3$	0.75
2	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$	0.70
3	$\{i_1\} \Rightarrow c_1$	0.75

En la Tabla 5.1(b), se muestran las mismas tres CARs ordenadas, considerando primero, las CARs más específicas y en caso de empate, considerando primero, las de mayor valor de ACC. En este caso, dada la transacción $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$, se asignaría la clase c_3 porque la CAR $\{i_4, i_5, i_6\} \Rightarrow c_3$ tiene el mismo tamaño que la CAR $\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$, pero la primera tiene mayor valor de ACC.

La estrategia de ordenamiento propuesta consiste en ordenar el conjunto de CARs en forma descendente de acuerdo con el tamaño de las CARs (las más grandes primero) y en caso de empate, ordenar en forma descendente de acuerdo con los valores de ACC (las de mayor valor primero). De persistir el empate, se mantiene el orden en que fueron generadas las CARs.

5.2. Criterio de cubrimiento propuesto

Para clasificar una nueva transacción t, se selecciona el conjunto de CARs que cubre a t y se emplea un criterio de decisión para asignar una clase a t. El criterio de cubrimiento utilizado en los trabajos reportados en la literatura, el cual denominamos "cubrimiento exacto" (ver Def. 2.10), exige que todos los ítems del antecedente de la CAR estén contenidos en t. Considérese el conjunto de CARs de la Tabla 5.2, si se utilizaran estas reglas para clasificar las transacciones $\{i_2, i_3\}$ y $\{i_2, i_3, i_4\}$, entonces se asignaría la clase por defecto (o el clasificador se abstendría), ya que no se cubriría ninguna de estas transacciones, utilizando el criterio de cubrimiento exacto, por alguna CAR de la Tabla 5.2.

Tabla 5.2: Ejemplo de un conjunto de CARs.

CAR	ACC
$\{i_1\} \Rightarrow c$	0.52
$\{i_1, i_2\} \Rightarrow c$	0.52
$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c$	0.54
$\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c$	0.56
$\{i_5\} \Rightarrow c$	0.51
$\{i_5, i_6\} \Rightarrow c$	0.53
$\{i_5, i_6, i_7\} \Rightarrow c$	0.53

Para aliviar este problema y con el objetivo de reducir el número de transacciones no cubiertas, en esta sección se propone un nuevo criterio de cubrimiento para los casos en que ninguna CAR cubre a la transacción t de manera exacta:

Definición 5.1. Una CAR $X \Rightarrow c$, con $|X| = n \geq 2$, cubre parcialmente (de manera inexacta) a la transacción t si existe un conjunto de ítems $X' \subseteq t$ tal que $X' \subset X$ y $|X'| = n - 1$.

Utilizando este criterio de cubrimiento parcial o inexacto, las transacciones $\{i_2, i_3\}$ y $\{i_2, i_3, i_4\}$ son cubiertas por las CARs $\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c$ y $\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c$, respectivamente. Este criterio de cubrimiento permite reducir el número de transacciones no cubiertas, lo cual puede repercutir directamente en la eficacia del clasificador.

Es importante resaltar que debido a la estrategia seguida por el algoritmo CAR-CA (ver Cap. 4) para generar las CARs, el hecho de que ninguna regla cubra a la transacción $\{i_2, i_3\}$ de manera exacta significa que a partir de los ítems $\{i_2\}$ y $\{i_3\}$ no se generó ninguna CAR interesante, pues en ese caso las reglas $\{i_2\} \Rightarrow c$ y $\{i_3\} \Rightarrow c$ ($c \in C$) cubrirían a la transacción $\{i_2, i_3\}$ de manera exacta. Siguiendo este análisis y dado que ninguna regla cubre a t de manera exacta, para que una regla r cubra t de manera inexacta todos los ítems de r con excepción del primero tienen que pertenecer a t. Como se puede observar, la Definición 5.1 se planteó de forma general y no sólo considerando la exclusión del primer ítem, lo cual la hace útil cuando se utilicen otras estrategias para generar las CARs diferentes a la utilizada por el algoritmo CAR-CA.

Por otro lado, en la Definición 5.1 se exige que al menos $n-1$ ítems del antecedente de la regla (de un total de n ítems) pertenezcan a la transacción que se desea clasificar. Hacer más flexible esta exigencia, *i.e.* permitir el cubrimiento inexacto si menos de $n-1$ ítems del antecedente de la regla pertenecen a la transacción, pudiera traer como consecuencia que la mayoría de las CARs de tamaño mayor o igual a $k+1$ (suponiendo que se permitió el cubrimiento inexacto con sólo $n-k$ ítems) cubran a la transacción, siendo el resultado de la clasificación similar al que se obtiene si no se considera cubrimiento alguno y se seleccionan siempre, por cada clase, todas las reglas de tamaño mayor o igual que $k+1$. Este análisis se comprobó experimentalmente para $k=2$ y $k=3$.

5.3. Criterio de decisión propuesto

Como se mencionó en la Sección 2.4, se han reportado tres criterios de decisión para asignar una clase al momento de clasificar. Estos criterios de decisión tienen limitaciones que pueden afectar la eficacia del clasificador (ver Sec. 2.4).

De los tres criterios de decisión, el criterio "Las Mejores K Reglas" ha sido el que mejores resultados ha brindado [Wang *et al.*, 2007b]. Sin embargo, utilizar este criterio de decisión cuando la mayoría de las mejores K reglas se obtuvieron extendiendo el mismo ítem o cuando existe desbalance en el número de CARs con altos valores de ACC, por cada clase, que cubren a la nueva transacción, puede afectar la eficacia del clasificador (ver Ej. 5.1 y 5.2 respectivamente).

Ejemplo 5.1. *Supóngase que se tienen los dos conjuntos de CARs mostrados en las Tablas 5.3(a) y 5.3(b). Supóngase además, que se desea clasificar la transacción* $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$ *utilizando el criterio "Las Mejores K Reglas" con* $K = 5$ *(valor comúnmente utilizado en los trabajos reportados). Primeramente, se ordenan las CARs con la estrategia de ordenamiento propuesta en la Sección 5.1(ver Tablas 5.3(c) y 5.3(d)) y se seleccionan, para cada clase, las primeras cinco reglas del orden establecido que cubren a la transacción* $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$*. Los promedios de los valores de ACC de las primeras cinco reglas, delimitadas con una línea en las Tablas 5.3(c) y 5.3(d), son 0.93 y 0.91 respectivamente; por tanto, se asignaría la clase* c_1*. Sin embargo, los antecedentes de las CARs seleccionadas de la clase* c_1 *son todos subconjuntos de la regla* 1*, lo cual se debe a que casi todas estas reglas se obtuvieron a partir de extensiones de* $\{i_1\} \Rightarrow c_1$*.*

Tabla 5.3: Ejemplo de dos conjuntos de reglas ((a) y (b)) y el resultado de ordenarlas utilizando la estrategia propuesta en la Sección 5.1((c) y (d)).

(a)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1\} \Rightarrow c_1$	0.91
2	$\{i_1, i_2\} \Rightarrow c_1$	0.96
3	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.96
4	$\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.96
5	$\{i_1, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.92
6	$\{i_2\} \Rightarrow c_1$	0.84
7	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.84
8	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.85
9	$\{i_3\} \Rightarrow c_1$	0.81
10	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.83

(b)

#	CAR	ACC
1	$\{i_2\} \Rightarrow c_2$	0.86
2	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$	0.87
3	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.93
4	$\{i_2, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.85
5	$\{i_2, i_4, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.96
6	$\{i_3\} \Rightarrow c_2$	0.88
7	$\{i_3, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.88
8	$\{i_3, i_5, i_6\} \Rightarrow c_2$	0.90
9	$\{i_4\} \Rightarrow c_2$	0.87
10	$\{i_4, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.89

(c)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.96
2	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.96
3	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.85
4	$\{i_1, i_2\} \Rightarrow c_1$	0.96
5	$\{i_1, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.92
6	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.84
7	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.83
8	$\{i_1\} \Rightarrow c_1$	0.91
9	$\{i_2\} \Rightarrow c_1$	0.84
10	$\{i_3\} \Rightarrow c_1$	0.81

(d)

#	CAR	ACC
1	$\{i_2, i_4, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.96
2	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.93
3	$\{i_3, i_5, i_6\} \Rightarrow c_2$	0.90
4	$\{i_4, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.89
5	$\{i_3, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.88
6	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$	0.87
7	$\{i_2, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.85
8	$\{i_3\} \Rightarrow c_2$	0.88
9	$\{i_4\} \Rightarrow c_2$	0.87
10	$\{i_2\} \Rightarrow c_2$	0.86

Ejemplo 5.2. *Supóngase que se tienen los dos conjuntos de CARs mostrados en las Tablas 5.4(a) y 5.4(b). Supóngase además, que se desea clasificar la transacción* $\{i_1, i_2, i_3, i_4\}$ *utilizando el criterio "Las Mejores K Reglas" con* $K = 5$*. Primeramente, se ordenan las CARs con la estrategia de ordenamiento propuesta en la Sección 5.1(ver Tablas 5.4(c) y 5.4(d)) y se seleccionan, para cada clase, las primeras* 5 *reglas del orden establecido que cubren a la transacción* $\{i_1, i_2, i_3, i_4\}$*. Los promedios de los valores de ACC de las primeras* 5 *reglas, delimitadas con una línea en las Tablas 5.4(c) y 5.4(d),*

son 0.90 y 0.92 respectivamente; por tanto, se asignaría la clase c_2. Sin embargo, note que si se consideraran solo las tres primeras CARs de cada clase se obtendrían como promedio 0.95 y 0.92 respectivamente y se asignaría la clase c_1, esta situación se presenta porque la clase c_2 tiene más reglas con ACC mayor que 0.90 que la clase c_1. Esto sucede porque el criterio "Las mejores K Reglas" no toma en cuenta el desbalance en el número de CARs con altos valores de ACC, por cada clase, que cubren a la nueva transacción.

Tabla 5.4: Ejemplo de dos conjuntos de reglas ((a) y (b)) y el resultado de ordenarlas con la estrategia propuesta en la Sección 5.1((c) y (d)).

(a)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1\} \Rightarrow c_1$	0.80
2	$\{i_1, i_2\} \Rightarrow c_1$	0.82
3	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.95
4	$\{i_2\} \Rightarrow c_1$	0.83
5	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.94
6	$\{i_3\} \Rightarrow c_1$	0.84
7	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.96

(b)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1\} \Rightarrow c_2$	0.80
2	$\{i_2\} \Rightarrow c_2$	0.83
3	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$	0.92
4	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.92
5	$\{i_3\} \Rightarrow c_2$	0.91
6	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.92
7	$\{i_4\} \Rightarrow c_2$	0.91

(c)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.95
2	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.96
3	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.94
4	$\{i_1, i_2\} \Rightarrow c_1$	0.82
5	$\{i_3\} \Rightarrow c_1$	0.84
6	$\{i_2\} \Rightarrow c_1$	0.83
7	$\{i_1\} \Rightarrow c_1$	0.80

(d)

#	CAR	ACC
1	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.92
2	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_2$	0.92
3	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.92
4	$\{i_3\} \Rightarrow c_2$	0.91
5	$\{i_4\} \Rightarrow c_2$	0.91
6	$\{i_2\} \Rightarrow c_2$	0.83
7	$\{i_1\} \Rightarrow c_2$	0.80

Con el objetivo de resolver los problemas de los criterios de decisión existentes, en esta tesis doctoral se propone un nuevo criterio de decisión, denominado DK (del inglés "Dynamic K") el cual es consecuente con las estrategias de poda y ordenamiento propuestas en las Secciones 4.1 y 5.1, respectivamente. La estrategia de poda propuesta da mayor importancia a las CARs específicas con altos valores de ACC mientras que la estrategia de ordenamiento, considera primero las CARs de mayor tamaño y en caso de empate, las de mayor valor de ACC.

En el criterio de decisión DK, se seleccionan, por cada clase, las CARs maximales que cubren a la transacción t que se desea clasificar, *i.e.* las CARs de mayor tamaño de cada rama del espacio de búsqueda. Esto se debe a que si la CAR $\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c$ cubre a t, entonces también cubren a t las CARs $\{i_1, i_2\} \Rightarrow c$ y $\{i_1\} \Rightarrow c$, todas generadas en la misma rama del espacio de búsqueda; pero de acuerdo con la estrategia de poda propuesta, el valor de ACC de $\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c$ es mayor o igual que el valor de ACC de las CARs $\{i_1, i_2\} \Rightarrow c$ y $\{i_1\} \Rightarrow c$. Por tanto, para evitar la redundancia y permitir la inclusión de más ítems diferentes en los antecedentes de las CARs, se seleccionan las CARs maximales que cubren a t. Por ejemplo, en las Tablas 5.5 y 5.6 se muestran las reglas de los Ejemplos 5.1 y 5.2 que cubren a las transacciones $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$ y $\{i_1, i_2, i_3, i_4\}$, respectivamente; las cuáles están ordenadas con la estrategia de ordenamiento propuesta en la Sección 5.1.

Tabla 5.5: Reglas maximales del Ejemplo 5.1 que cubren a la transacción $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$.

(a)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1, i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.96
2	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.85
3	$\{i_1, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.92
4	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.83

(b)

#	CAR	ACC
1	$\{i_2, i_4, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.96
2	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.93
3	$\{i_3, i_5, i_6\} \Rightarrow c_2$	0.90
4	$\{i_4, i_5\} \Rightarrow c_2$	0.89

Luego de seleccionar las CARs maximales de cada clase que cubran a la transacción t, la idea intuitiva del nuevo criterio de decisión es asignar una clase c tal que todas las CARs seleccionadas con consecuente c, que cubran a t (supóngase que son K), tengan

Tabla 5.6: Reglas maximales del Ejemplo 5.2 que cubren a la transacción $\{i_1, i_2, i_3, i_4\}$.

(a)

#	CAR	ACC
1	$\{i_1, i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.95
2	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_1$	0.96
3	$\{i_2, i_3\} \Rightarrow c_1$	0.94

(b)

#	CAR	ACC
1	$\{i_2, i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.92
2	$\{i_3, i_4\} \Rightarrow c_2$	0.92
3	$\{i_4\} \Rightarrow c_2$	0.91
4	$\{i_1\} \Rightarrow c_2$	0.80

mayor promedio de ACC que las primeras K CARs seleccionadas de las clases restantes. De las clases que satisfagan la condición anterior se prefiere la clase que tenga menos CARs seleccionadas que cubran a t, ya que el tamaño de las CARs disminuye al aumentar K debido a que las CARs se ordenan en forma descendente con respecto al tamaño.

Teniendo en cuenta el análisis anterior se puede formalizar el criterio de decisión DK como sigue: Dado un conjunto de clases $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ y una nueva transacción t, para cada clase $c_j \in C$ se seleccionan, según el orden establecido, las CARs maximales que cubren a t. Sean $N = \{N_1, N_2, \ldots, N_m\}$ los subconjuntos de CARs maximales para cada clase del conjunto C, denotemos al promedio de los valores de calidad de las primeras K CARs de un subconjunto N_j como $Promedio(N_j, K)$. Para asignar una clase a t se determina el subconjunto $N_j \in N$ de menor cardinalidad tal que $\forall_{N_i \in N,\, |N_i| \geq |N_j|}[Promedio(N_j, |N_j|) \geq Promedio(N_i, |N_j|)]$ y se asigna la clase asociada a N_j. Si se aplicara el criterio de decisión DK a los Ejemplos 5.1 y 5.2 para clasificar las transacciones $\{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6\}$ y $\{i_1, i_2, i_3, i_4\}$ respectivamente, se asignaría la clase c_2 en el primer ejemplo (el promedio de las cuatro primeras CARs de la clase c_2 es 0.92 y el promedio de las cuatro primeras CARs de la clase c_1 es 0.89) y se asignaría la clase c_1 en el segundo ejemplo (el promedio de las tres primeras CARs de la clase c_1 es 0.95 y el promedio de las tres primeras CARs de la clase c_2 es 0.92).

El criterio de decisión DK no tiene los problemas de los tres criterios existentes ya que: (1) desde un inicio selecciona las CARs maximales y de mayor valor de calidad, que cubren a la nueva transacción; de esta forma no se incluyen CARs de baja calidad para clasificar ni se seleccionan varias reglas de la misma rama del espacio de búsqueda, (2) el resultado no se afecta por el desbalance de CARs de buena calidad que cubren a la nueva transacción porque para cada transacción a clasificar se calcula el promedio de la misma cantidad de CARs en cada clase, (3) no favorece a una clase por tener una CAR de buena calidad y otras de no tan buena calidad porque para determinar la clase, DK considera todas las CARs de buena calidad que cubren a la nueva transacción y no solo la mejor, de esta forma no cae en el error de asumir siempre que la mejor regla va a clasificar bien a todas las transacciones que cubra.

5.4. CAR-IC

En esta sección se introduce el primer clasificador basado en CARs de los dos propuestos en esta tesis doctoral. En la Sección 5.4.1 se presenta un análisis de los umbrales de Soporte y Confianza; posteriormente, en las Secciones 5.4.2 y 5.4.3 se introduce el clasificador CAR-IC (del inglés *Classification based on Association Rules using Inexact Coverage*) y se exponen los resultados experimentales.

5.4.1. Análisis de los umbrales de Soporte y Confianza

Como se ha mencionado en trabajos anteriores [Liu *et al.*, 1998; Li *et al.*, 2001; Coenen & Leng, 2004], los umbrales de Soporte y Confianza utilizados para calcular las CARs se deben determinar con mucho cuidado. Si se utilizan umbrales de Soporte muy pequeños (cercanos a 0) se puede generar un gran volumen de CARs, mientras que si se utilizan umbrales muy altos (cercanos a 1) se pueden dejar de generar muchas CARs interesantes.

En los trabajos reportados no se fundamentan los umbrales utilizados para el Soporte y la Confianza, los mismos se definen experimentalmente. En esta tesis doctoral se propone utilizar como umbral para la Confianza el mínimo valor que evita la ambigüedad al momento de clasificar. Dos CARs se consideran ambiguas si tienen el mismo antecedente implicando diferentes clases. En el caso del Soporte, se propone utilizar como umbral el valor 0.01 al igual que en los otros clasificadores basados en CARs.

Para determinar el mínimo valor de Confianza que evita la ambigüedad se introducen tres proposiciones. La Proposición 5.1 plantea que la suma de los valores de Confianza de todas las CARs con igual antecedente es 1. Luego, la Proposición 5.2 garantiza que, de todas las CARs con igual antecedente, solo una puede tener un valor de Confianza mayor que 0.5. Por último, la Proposición 5.3 garantiza que 0.5 es el mínimo valor de Confianza que evita la ambigüedad al momento de clasificar.

Proposición 5.1. Sean X un conjunto de ítems y $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ el conjunto de clases predefinidas, se satisface la siguiente igualdad:

$$\sum_{i=1}^{m} Conf(X \Rightarrow c_i) = 1$$

Demostración. De la definición de Confianza de una CAR (ver Def. 2.8) se tiene que:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m} Conf(X \Rightarrow c_i) &= \sum_{i=1}^{m} \frac{Sop(X \Rightarrow c_i)}{Sop(X)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{m} Sop(X \Rightarrow c_i)}{Sop(X)} \end{aligned} \tag{5.1}$$

De las Definiciones 2.2 y 2.6, se tiene que:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{m} Sop(X \Rightarrow c_i) &= \sum_{i=1}^{m} Sop(X \cup \{c_i\}) \\ &= \sum_{i=1}^{m} \frac{|D_{X\cup\{c_i\}}|}{|D|} \\ &= \frac{|D_X|}{|D|} = Sop(X)\end{aligned} \tag{5.2}$$

Debido a que cada transacción tiene una y solo una clase se cumple que $\sum_{i=1}^{m} |D_{X\cup\{c_i\}}| = |D_X|$. Por tanto, sustituyendo (5.2) en (5.1)

$$\sum_{i=1}^{m} Conf(X \Rightarrow c_i) = \frac{Sop(X)}{Sop(X)} = 1$$

□

Proposición 5.2. Sean X un conjunto de ítems y $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ el conjunto de clases predefinidas, a lo sumo una CAR $X \Rightarrow c_k$ ($c_k \in C$) tiene un valor de Confianza mayor que 0.5.

Demostración. De la Definición 2.7, se tiene que la $Conf(X \Rightarrow c)$ toma valores en el intervalo $[0, 1]$ ya que la Confianza es la probabilidad de encontrar al consecuente c en las transacciones que contienen al antecedente X. Además, de la Proposición 5.1 se tiene que la suma de los valores de Confianza de todas las CARs con igual antecedente es 1. Por tanto, no se puede tener más de una CAR con iguales antecedentes y valores de Confianza mayores que 0.5 pues en este caso la suma de sus valores de Confianza sería mayor que 1. □

Con base en la Proposición 5.2, si se selecciona un umbral de Confianza igual a 0.5 no se pueden obtener dos CARs con igual antecedente implicando clases diferentes, por tanto, no existe ambigüedad al momento de clasificar. No obstante, la Proposición 5.2

no garantiza que 0.5 es el mínimo valor de Confianza que evita la ambigüedad; debido a esto, se demuestra la siguiente proposición:

Proposición 5.3. Sean X un conjunto de ítems, $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ el conjunto de clases predefinidas y D un conjunto de datos, el mínimo valor de Confianza que garantiza evitar la ambigüedad al momento de clasificar, en las CARs que tienen a X como antecedente, es 0.5.

Demostración. Para demostrar la proposición anterior es suficiente encontrar un conjunto de datos donde cualquier valor de Confianza menor que 0.5 no evite la ambigüedad. Supongan que se tiene un conjunto de datos D con solo dos clases c_1 y c_2 tales que $|D_{\{c_1\}}| = |D_{\{c_2\}}|$ y que el conjunto de ítems X está presente en todas las transacciones de D (ver Tabla 5.7).

En el conjunto de datos D se cumple que las CARs $X \Rightarrow c_1$ y $X \Rightarrow c_2$ tienen valor de Confianza igual a 0.5 (ver Ec. 5.3), por tanto, para todo umbral de Confianza $\alpha <$ 0.5 ambas CARs son candidatas a ser seleccionadas para clasificar una transacción que sea cubierta por X, existiendo ambigüedad al momento de clasificar.

$$\begin{aligned} Conf(X \Rightarrow c_1) &= Conf(X \Rightarrow c_2) \\ &= \frac{n}{2 * n} = 0.5 > \alpha \end{aligned} \tag{5.3}$$

□

Considerando el análisis anterior, se propone utilizar en CAR-IC un umbral de Confianza igual a 0.5 para calcular las CARs. Adicionalmente, como umbral de Soporte se propone utilizar el valor 0.01 al igual que en los otros clasificadores basados en CARs, de esta forma todos tienen el mismo espacio de CARs candidatas y la comparación es justa.

Tabla 5.7: Conjunto de transacciones utilizado en la demostración de la Proposición 5.3.

Transacciones	Conjuntos de ítems	Clases
t_1	$\cdots X \cdots$	c_1
t_2	$\cdots X \cdots$	c_1
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_n	$\cdots X \cdots$	c_1
t_{n+1}	$\cdots X \cdots$	c_2
t_{n+2}	$\cdots X \cdots$	c_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_{2n}	$\cdots X \cdots$	c_2

Es importante resaltar que los clasificadores propuestos en esta tesis doctoral, así como todos los clasificadores basados en CARs, tienen las limitaciones de que pudieran no obtener reglas cuando ninguna supera los umbrales definidos, para alguna clase.

5.4.2. Clasificador CAR-IC

En esta sección se introduce el clasificador CAR-IC, el cual tiene dos etapas, la de entrenamiento y la de clasificación. En la etapa de entrenamiento (ver pseudocódigo en el algoritmo 3), CAR-IC utiliza el algoritmo CAR-CA, descrito en el Capítulo 4, y las medidas de calidad Soporte y Confianza para calcular el conjunto de CARs. Una vez calculadas las reglas, éstas se ordenan con la estrategia de ordenamiento propuesta en la Sección 5.1 (algoritmo *Ordena_CARs*), es decir, las reglas se ordenan en forma descendente de acuerdo con sus tamaños y en caso de empate se ordenan en forma descendente de acuerdo con sus valores de Confianza. De persistir el empate se mantiene el orden en que se generaron las CARs.

Luego, en la etapa de clasificación (ver pseudocódigo en el algoritmo 4), para clasificar una nueva transacción t se seleccionan, por cada clase, las CARs maximales que cubren a t. Para ello el algoritmo $Maximales$ selecciona del conjunto ordenado de CARs, comenzando por las de mayor tamaño, las CARs que cubren a t cuyos antecedentes no

Algoritmo 3: CAR-IC (etapa de entrenamiento)

Input: conjunto de entrenamiento D
Output: conjunto ordenado de $CARs$

$Answer = \emptyset$
$CARs =$ `CAR-CA(`D`)`
$Answer =$ `Ordena_CARs(`$CARs$`)`
return $Answer$

estén completamente contenidos en alguna regla maximal ya seleccionada. Es importante resaltar que, para determinar si una CAR cubre o no a la transacción t, CAR-IC utiliza primero el criterio de cubrimiento exacto y en caso de que ninguna CAR cubra a t, de manera exacta, utiliza el criterio de cubrimiento inexacto propuesto en la Sección 5.2; adicionalmente, a diferencia de los trabajos reportados que asignan la clase mayoritaria cuando ninguna CAR cubre a la transacción t, el clasificador CAR-IC se abstiene y cuenta como mal clasificadas las transacciones que no son cubiertas por alguna CAR. A las CARs maximales seleccionadas se les aplica el criterio de decisión DK (algoritmo *Dynamic_K*), descrito en la Sección 5.3, para calcular un valor de K para cada clase y determinar la clase que se asignará a t de acuerdo con el promedio de los valores de Confianza de las K CARs de cada clase (algoritmo $Clasifica$).

Algoritmo 4: CAR-IC (etapa de clasificación)

Input: conjunto ordenado de $CARs$, nueva transacción t
Output: clase asignada

$Answer = \emptyset$
$Max =$ `Maximales(`t`)`
$DK =$ `Dynamic_K(`Max`)`
$Answer =$ `Clasifica(`DK`)`
return $Answer$

En caso de existir empate en los promedios de los valores de Confianza, se asigna la clase de mayor Soporte entre las clases involucradas en el empate, de forma similar a los otros clasificadores evaluados. Uno de los objetivos de esta tesis es proponer un nuevo criterio de desambiguación de clases para estos casos y de esta forma reducir la cantidad de asignaciones aleatorias o asignaciones de la clase mayoritaria. Sin embargo, luego de realizar los experimentos se observó que casi no hubo empates (en más de 175000 transacciones clasificadas) y en los casos que hubo, los resultados de asignar la clase de mayor Soporte entre las clases involucradas en el empate fueron buenos. Por esta razón no se desarrolló una nueva heurística para desambiguar en caso de empate.

5.4.3. Resultados experimentales

Para evaluar el clasificador CAR-IC se realizaron varios experimentos sobre 20 conjuntos de datos[1] del repositorio UCI [Asuncion & Newman, 2007]. Los atributos de estos conjuntos de datos fueron discretizados y normalizados por el autor de [Coenen, 2003] utilizando la herramienta LUCS-KDD DN (ver anexo 6.4). En la Tabla 5.8 se muestran las características principales de estos conjuntos de datos como son: número de transacciones o instancias, número de ítems diferentes y número de clases.

Para realizar los experimentos se utilizó validación cruzada con 10 particiones [Kohavi, 1995; Salzberg, 1997]; es importante aclarar que se utilizaron las mismas particiones para todos los clasificadores.

Los experimentos se realizaron en una computadora con procesador Intel Core 2 Duo de 1.86 GHz, 1 GB DDR2 de memoria RAM y con sistema operativo Windows XP SP2. Los algoritmos propuestos en esta tesis doctoral se programaron en el lenguaje de programación ANSI C. Los códigos fuente de los clasificadores CBA, CMAR, CPAR y TFPC se obtuvieron de la página web del Dr. Frans Coenen (http://www.csc.liv.ac.uk/∼frans), el código fuente del clasificador DDPMine fue proporcionado por uno de sus autores,

[1] Estos 20 conjuntos de datos son los conjuntos de datos comúnmente utilizados en los trabajos donde se introducen los principales clasificadores basados en CARs, reportados en la literatura.

Tabla 5.8: Conjuntos de datos utilizados en los experimentos.

BD	# instancias	# ítems	# clases
adult	48842	97	2
anneal	898	73	6
breast	699	20	2
connect4	67557	129	3
dermatology	366	49	6
ecoli	336	34	8
flare	1389	39	9
glass	214	48	7
heart	303	52	5
hepatitis	155	56	2
horseColic	368	85	2
ionosphere	351	157	2
iris	150	19	3
led7	3200	24	10
letRecog	20000	106	26
mushroom	8124	90	2
pageBlocks	5473	46	5
penDigits	10992	89	10
pima	768	38	2
waveform	5000	101	3

el Dr. Hong Cheng, y en el caso del clasificador HARMONY, se utilizaron los valores de eficacia reportados en [Wang & Karypis, 2006]. La eficacia depende del número de transacciones clasificadas correctamente y se calcula como $\frac{T_{CC}}{T_T}$, donde T_{CC} es el número de transacciones correctamente clasificadas y T_T es el total de transacciones clasificadas.

En un primer experimento, mostrado en la Tabla 5.9, se compara la eficacia de CAR-IC con la eficacia de los principales clasificadores basados en CARs. Cada valor de la tabla es el promedio de los 10 valores de eficacia obtenidos como resultado de evaluar cada una de las 10 particiones generadas por la validación cruzada. Este experimento muestra que CAR-IC supera en el promedio de eficacia (ver última fila de la Tabla 5.9) a los principales clasificadores reportados basados en CARs. El clasificador CAR-IC es superior al clasificador DDPMine, el cual ocupa el segundo lugar, en 1.8 puntos

Tabla 5.9: Comparación de eficacia de CAR-IC y los principales clasificadores basados en CARs.

BD	CBA	CMAR	CPAR	TFPC	HARMONY	DDPMine	CAR-IC
adult	**84.21**	79.72	77.24	80.79	81.90	82.82	82.85
anneal	94.65	89.09	**94.99**	88.28	91.51	90.86	93.26
breast	**94.09**	88.84	92.95	89.98	92.42	86.53	90.46
connect4	66.67	64.83	65.15	65.83	**68.05**	67.80	57.24
dermatology	80.00	82.92	80.08	76.30	62.22	63.42	**83.93**
ecoli	**83.17**	77.01	80.59	58.53	63.60	64.25	82.16
flare	84.23	83.30	64.75	84.30	75.02	77.10	**86.45**
glass	68.30	**74.37**	64.10	64.09	49.80	53.61	71.12
heart	**57.33**	55.36	55.03	51.42	56.46	57.19	56.48
hepatitis	57.83	81.16	74.34	81.16	83.16	82.29	**84.62**
horseColic	79.24	80.06	81.57	79.06	82.53	81.07	**84.54**
ionosphere	31.64	89.61	89.76	86.05	92.03	**93.25**	86.24
iris	94.00	92.33	94.70	95.33	93.32	94.03	**97.91**
led7	66.56	72.31	71.38	68.71	**74.56**	73.98	73.02
letRecog	28.64	26.25	28.13	27.57	**76.81**	76.12	75.23
mushroom	46.73	**100.00**	98.52	99.03	99.94	**100.00**	98.54
pageBlocks	90.94	87.98	92.54	89.98	91.60	**93.24**	92.59
penDigits	87.39	82.48	80.39	81.73	96.23	**97.87**	82.78
pima	75.03	72.85	74.82	74.36	72.34	75.22	**76.01**
waveform	77.58	72.22	70.66	66.74	80.46	**83.83**	75.06
Promedio	72.41	77.63	76.58	75.46	79.20	79.72	**81.52**

porcentuales.

No obstante, el promedio de la eficacia puede resultar engañoso ya que algunos resultados muy altos de eficacia pueden beneficiarlo y algunos resultados muy bajos pueden afectarlo. Como estudio alternativo, se hizo un ordenamiento de los clasificadores por posición de acuerdo con los valores de eficacia obtenidos por cada clasificador en cada conjunto de datos. Para ello, se sustituyeron los valores de eficacia en cada fila de la Tabla 5.9 por un entero entre 1 y 6 de acuerdo con la posición que ocupa cada valor de eficacia entre los restantes valores de la fila. En la última fila de la Tabla 5.10 se muestra el resultado de promediar los valores de la posición de cada clasificador en los

Tabla 5.10: Ranking de posición basado en la eficacia obtenida en cada conjunto de datos.

BD	CBA	CMAR	CPAR	TFPC	HARMONY	DDPMine	CAR-IC
adult	1	6	7	5	4	3	2
anneal	2	6	1	7	4	5	3
breast	1	6	2	5	3	7	4
connect4	3	6	5	4	1	2	7
dermatology	4	2	3	5	7	6	1
ecoli	1	4	3	7	6	5	2
flare	3	4	7	2	6	5	1
glass	3	1	4	5	7	6	2
heart	1	5	6	7	4	2	3
hepatitis	7	5	6	5	2	3	1
horseColic	6	5	3	7	2	4	1
ionosphere	7	4	3	6	2	1	5
iris	5	7	3	2	6	4	1
led7	7	4	5	6	1	2	3
letRecog	4	7	5	6	1	2	3
mushroom	7	1	6	4	3	1	5
pageBlocks	5	7	3	6	4	1	2
penDigits	3	5	7	6	2	1	4
pima	3	6	4	5	7	2	1
waveform	3	5	6	7	2	1	4
Promedio	3.80	4.80	4.45	5.35	3.70	3.15	2.75

20 conjuntos de datos. Se puede observar que CAR-IC obtiene los mejores resultados quedando en promedio entre las dos o tres primeras posiciones (2.75). En la segunda posición se encuentra el clasificador DDPMine quedando en promedio entre las tres o cuatro primeras posiciones (3.15). Resultan interesantes los casos de los clasificadores CBA y CMAR; ya que CBA es el peor en promedio de eficacia, sin embargo, es el cuarto en el promedio de posición; esto se debe a que solo en cinco de los 20 conjuntos de datos ocupa las últimas posiciones (lugares seis o siete). Por el contrario, CMAR es cuarto en el promedio de eficacia pero ocupa las últimas posiciones en ocho de los 20 conjuntos de datos, resultando quinto en el promedio de posición.

Tabla 5.11: Impacto de cada aporte en la eficacia de CAR-IC.

BD	CAR-IC(-CI-KD)	CAR-IC(-KD)	CAR-IC
adult	82.11	82.61	82.85
anneal	91.80	92.73	93.26
breast	84.42	90.03	90.46
connect4	56.02	56.02	57.24
dermatology	78.43	80.16	83.93
ecoli	82.06	82.06	82.16
flare	85.98	85.98	86.45
glass	68.12	68.95	71.12
heart	53.21	54.35	56.48
hepatitis	84.56	84.62	84.62
horseColic	82.47	82.47	84.54
ionosphere	84.07	86.10	86.24
iris	96.06	96.67	97.91
led7	72.71	73.02	73.02
letRecog	73.14	73.14	75.23
mushroom	98.54	98.54	98.54
pageBlocks	91.82	92.26	92.59
penDigits	77.86	81.93	82.78
pima	75.23	76.01	76.01
waveform	73.06	74.39	75.06
Promedio	79.58	80.60	81.52

En la primera columna de la Tabla 5.11 se muestra la eficacia del clasificador CAR-IC al aplicar solo la estrategia de ordenamiento propuesta; los valores de la segunda columna son consecuencia de incorporar el cubrimiento inexacto y por último, los valores de la tercera columna provienen de incorporar el nuevo criterio de decisión. La última fila de la Tabla 5.11 refleja el aumento en el promedio de eficacia de 1.02 puntos porcentuales al incluir el cubrimiento inexacto y 0.92 al adicionar a este último el nuevo criterio de decisión.

Adicionalmente, se realizó un experimento (ver Tabla 5.12) donde se muestra el porcentaje de abstenciones de CAR-IC utilizando y sin utilizar el criterio de cubrimiento inexacto. Utilizar el cubrimiento inexacto disminuyó casi a la mitad la cantidad de abstenciones (pasando de 2.89 % a 1.54 %) y produjo un aumento del promedio de eficacia en 1.02 puntos porcentuales.

Tabla 5.12: % de abstenciones y eficacia de CAR-IC con y sin cubrimiento inexacto.

BD	%Abst. (-CI)	Acc.	%Abst. (CI)	Acc.
adult	0.85	82.11	0.33	82.61
anneal	1.11	91.80	0.12	92.73
breast	7.63	84.42	1.59	90.03
connect4	0.83	56.02	0.80	56.02
dermatology	5.46	78.43	2.73	80.16
ecoli	1.65	82.06	1.32	82.06
flare	1.04	85.98	1.04	85.98
glass	3.63	68.12	2.08	68.95
heart	5.50	53.21	4.03	54.35
hepatitis	1.43	84.56	0.72	84.62
horseColic	2.42	82.47	1.81	82.47
ionosphere	6.65	84.07	3.80	86.10
iris	1.48	96.06	0.74	96.67
led7	2.29	72.71	1.42	73.02
letRecog	1.45	73.14	1.28	73.14
mushroom	0.25	98.54	0.22	98.54
pageBlocks	1.08	91.82	0.53	92.26
penDigits	6.40	77.86	2.14	81.93
pima	4.63	75.23	3.62	76.01
waveform	1.96	73.06	0.51	74.39
Promedio	2.89	79.58	1.54	80.60

5.5. CAR-NF

El segundo clasificador basado en CARs propuesto en esta tesis doctoral, denominado CAR-NF (del inglés *Classification based on Association Rules using Netconf measure*), introduce el uso del Netconf para calcular y ordenar el conjunto de CARs. El Netconf resuelve las limitaciones de otras medidas de calidad, mencionadas en la Sección 2.2, propuestas para evaluar reglas de asociación y reglas de asociación de clase. Además, se propone el valor del umbral de Netconf que se debe utilizar para evitar la ambigüedad al momento de clasificar.

En la Sección 5.5.1 se mencionan la principales propiedades del Netconf; posteriormente, en las Secciones 5.5.2 y 5.5.3 se introduce el clasificador CAR-NF y se exponen los resultados experimentales.

5.5.1. Medida de calidad Netconf

Como se ha mencionado en las secciones anteriores, los principales clasificadores basados en CARs utilizan el Soporte y la Confianza como medidas de calidad para calcular el conjunto de CARs. No obstante, varios autores han señalado un conjunto de limitaciones del Soporte y la Confianza [Berzal *et al.*, 2002; Brin *et al.*, 1997; Silverstein *et al.*, 1998; Steinbach & Kumar, 2007]. En particular, la presencia de ítems con altos valores de Soporte pueden llevar a la obtención de CARs engañosas (ver Ej. 2.3) ya que los ítems con Soporte muy alto están presentes en muchas transacciones y pueden ser predichos por muchos conjuntos de ítems [Berzal *et al.*, 2002].

La generación de reglas engañosas se pone de manifiesto cuando se procesan conjuntos de datos correspondientes a censos poblacionales, donde muchos ítems son muy propensos a ocurrir con y sin la presencia de otros ítems (*e.g.* el conjunto de datos empleado en [Brin *et al.*, 1997], el cual cuenta con 2166 ítems, la mayoría de los cuales tienen Soporte superior al 95 %).

En [Piatetsky-Shapiro, 1991], los autores sugieren varias propiedades que debería cumplir una buena medida de calidad (ACC) para evaluar las reglas de asociación de clase. Estas propiedades son las siguientes:

Propiedad 5.1. Si $Sop(X \Rightarrow Y) = Sop(X)Sop(Y)$ entonces $ACC(X \Rightarrow Y) = 0$

Esta propiedad establece que toda buena medida de calidad debe reflejar la independencia estadística [Berzal *et al.*, 2002].

Propiedad 5.2. $ACC(X \Rightarrow Y)$ es monótona creciente con respecto a $Sop(X \Rightarrow Y)$ cuando el resto de los parámetros permanece constante.

La Propiedad 5.2 se puede interpretar como sigue: Supóngase un conjunto de datos D y dos reglas $X \Rightarrow Y$ y $X' \Rightarrow Y'$ tal que $Sop(X) = Sop(X')$ y $Sop(Y) = Sop(Y')$. Si la fracción de transacciones en D que contienen a $X \cup Y$ ($Sop(X \Rightarrow Y)$) es mayor que la fracción de transacciones en D que contienen $X' \cup Y'$ ($Sop(X' \Rightarrow Y')$) entonces $ACC(X \Rightarrow Y) > ACC(X' \Rightarrow Y')$ (lo cual significa que $X \Rightarrow Y$ es mejor que $X' \Rightarrow Y'$).

Propiedad 5.3. $ACC(X \Rightarrow Y)$ es monótona decreciente cuando $Sop(X)$ (o $Sop(Y)$) crece y el resto de los parámetros permanece constante.

Una ACC que satisfaga la Propiedad 5.3 evita obtener reglas engañosas porque su valor no aumenta por solo aumentar el Soporte del consecuente (o del antecedente).

Una ACC que satisfaga las Propiedades 2 y 3 tiene máximos locales cuando $Sop(X \Rightarrow Y) = Sop(X)$ o $Sop(X \Rightarrow Y) = Sop(Y)$ y tiene un máximo global cuando $Sop(X \Rightarrow Y) = Sop(X) = Sop(Y)$.

A continuación, se demuestra que la medida de calidad Confianza (ver Ec. 5.4), la cual ha sido utilizada en los principales clasificadores basados en CARs, no satisface simultáneamente las tres propiedades anteriores:

$$Conf(X \Rightarrow Y) = \frac{Sop(X \Rightarrow Y)}{Sop(X)} \tag{5.4}$$

Proposición 5.4. La Confianza no satisface la Propiedad 5.1.

Demostración. Es suficiente tomar como contraejemplo el Ejemplo 2.2 de la Sección 2.2. □

Proposición 5.5. La Confianza satisface la Propiedad 5.2

Demostración. En la ecuación 5.4, si se mantiene constante el denominador, entonces la Confianza aumenta al incrementarse el valor del numerador ($Sop(X \Rightarrow Y)$). $\square$

Proposición 5.6. La Confianza satisface la Propiedad 5.3 para $Sop(X)$

Demostración. En la ecuación 5.4, si se mantiene constante el numerador, entonces la Confianza disminuye al incrementarse el valor del denominador ($Sop(X)$). $\square$

Proposición 5.7. La Confianza no satisface la Propiedad 5.3 para $Sop(Y)$.

Demostración. Debido a que $Sop(Y)$ no se considera en la definición de la medida de calidad Confianza, la Propiedad 5.3 no se satisface para $Sop(Y)$. $\square$

En resumen, la Confianza no refleja la independencia estadística (Propiedad 5.1) ni detecta dependencias negativas entre el antecedente y el consecuente, así como no considera al consecuente en su definición. Por tanto, de acuerdo con [Piatetsky-Shapiro, 1991], la Confianza no es una buena medida de calidad para evaluar las CARs.

Como se mencionó en la Sección 2.2, en la literatura se han reportado diferentes medidas como alternativa al Soporte y la Confianza (*Lift*, *Conviction* y *Certainty Factor*). En [Berzal *et al.*, 2002], los autores presentaron un análisis de estas medidas señalando las limitaciones de cada una (ver Sec. 2.2 para más detalles).

Posteriormente, en [Ahn & Kim, 2004], se propuso una medida, llamada Netconf para estimar la fortaleza de las reglas de asociación. Esta medida, definida en la ecuación 5.5, tiene entre sus principales ventajas que detecta las reglas engañosas generadas con la Confianza. Por ejemplo, supóngase que $Sop(X) = 0.4$, $Sop(Y) = 0.8$ y $Sop(X \Rightarrow Y) = 0.3$, por tanto $Sop(\neg X) = 1 - Sop(X) = 0.6$ y $Sop(\neg X \Rightarrow Y) = Sop(Y) - Sop(X \Rightarrow Y) = 0.5$ (ver Tabla 5.13). Si se calcula $Conf(X \Rightarrow Y)$ se obtiene 0.75

(un alto valor de Confianza) pero Y está presente en el 80 % de las transacciones, por tanto considerar la regla $X \Rightarrow Y$ para clasificar es menos eficaz que asignar la clase aleatoriamente; claramente, $X \Rightarrow Y$ es una regla engañosa Berzal *et al.* [2002]. En este ejemplo, $Netconf(X \Rightarrow Y)$ = -0.083 mostrando una dependencia negativa entre el antecedente y el consecuente. Si se analiza la regla $\neg X \Rightarrow Y$ entonces $Conf(\neg X \Rightarrow Y) = 0.83 > 0.8 = Sop(Y)$, esto significa que la regla $\neg X \Rightarrow Y$ es de mejor calidad, según la Confianza, que la regla $X \Rightarrow Y$, pero dependiendo del umbral es posible que se obtengan ambas reglas, con lo cual se apoyaría que todas las transacciones se clasifiquen en Y, ya sea que tengan a X o no. Adicionalmente, el Netconf de la regla $\neg X \Rightarrow Y$ es 0.083 mostrando una dependencia positiva entre el antecedente y el consecuente. Con lo cual, usando Netconf solo la regla $\neg X \Rightarrow Y$ (que es la mejor) sería generada.

Tabla 5.13: Diferentes formas en que dos conjuntos de ítems pueden aparecer en un conjunto de transacciones.

Transacción		Soporte
¬X	¬Y	0.1
¬X	Y	0.5
X	Y	0.3
X	¬Y	0.1

$$Netconf(X \Rightarrow Y) = \frac{Sop(X \Rightarrow Y) - Sop(X)Sop(Y)}{Sop(X)(1 - Sop(X))} \tag{5.5}$$

En [Ahn & Kim, 2004], los autores mostraron que el Netconf resuelve las limitaciones de las medidas estudiadas en [Berzal *et al.*, 2002]. Entre las principales propiedades del Netconf probaron que:

- El Netconf refleja la independencia estadística, por tanto $Netconf(X \Rightarrow Y) = 0 \Leftrightarrow Sop(X \Rightarrow Y) = Sop(X)Sop(Y)$.

- $Netconf(X \Rightarrow Y) \neq Netconf(Y \Rightarrow X)$ para $Sop(X) \neq Sop(Y)$, esto significa que el Netconf no es una medida simétrica, por lo que indica la fortaleza de la implicación en ambas direcciones.

- $Netconf(X \Rightarrow Y)$ toma valores en el intervalo [-1,1].

- Valores positivos del Netconf representan dependencias positivas, valores negativos representan dependencias negativas y el valor cero representa independencia.

No obstante, los autores no probaron que el Netconf satisface todas las Propiedades 5.1-5.3, sugeridas por [Piatetsky-Shapiro, 1991]. Debido a esto y a que el Netconf no ha sido utilizado anteriormente en tareas de clasificación, se propone en esta tesis utilizarlo para construir clasificadores basados en CARs.

Primeramente, se demuestra que el Netconf satisface las Propiedades 5.1-5.3 sugeridas en [Piatetsky-Shapiro, 1991] y posteriormente, se muestra cuáles son los valores mínimos de Netconf para calcular el conjunto de CARs que evitan la ambigüedad al momento de clasificar.

De acuerdo con la ecuación 5.5 y considerando que el Soporte toma valores en el intervalo $[0, 1]$, es fácil comprobar que el Netconf satisface las Propiedades 5.1 y 5.2, y además, satisface la Propiedad 5.3 para $Sop(Y)$.

Para mostrar que el Netconf satisface completamente la Propiedad 5.3, se demuestra la siguiente proposición.

Proposición 5.8. El Netconf satisface la Propiedad 5.3 para $Sop(X)$.

Demostración. Sean $Sop(X \Rightarrow Y) = S_{xy}$, $Sop(Y) = S_y$ y $Sop(X) = S_x$; S_{xy} y S_y satisfacen las desigualdades $0 < S_{xy} \leq S_y < 1$ y $S_x \in (0, 1)$. Suponiendo que S_{xy} y S_y son constantes, se puede reescribir el miembro derecho de la ecuación (5.5) en función de S_{xy}, S_y, y S_x, como sigue:

$$f(S_x) = \frac{S_{xy} - S_y S_x}{S_x(1 - S_x)}$$

Si se prueba que $f'(S_x) < 0$, entonces $f(S_x)$ es estrictamente decreciente y por consiguiente, la Proposición 5.8 es verdadera. Calculando la primera derivada y reduciendo términos semejantes se tiene que:

$$f'(S_x) = \frac{-S_y S_x^2 + 2S_{xy}S_x - S_{xy}}{S_x^2(1 - S_x)^2}$$

Debido a que $0 < S_{xy} \leq S_y < 1$ se tiene que:

$$-S_y S_x^2 + 2S_{xy}S_x - S_{xy} \leq -S_{xy}S_x^2 + 2S_{xy}S_x - S_{xy} = -S_{xy}(S_x - 1)^2 < 0,$$

por tanto, $f'(S_x) < 0$ ya que $S_x^2(1 - S_x)^2 > 0$. □

Con la demostración de la Proposición 5.8, se ha mostrado que el Netconf satisface las Propiedades 5.1-5.3. Como se mencionó anteriormente, una medida de calidad que satisfaga la Propiedad 5.3 evita obtener reglas engañosas. Por ejemplo, si se regresa al Ejemplo 2.3 y se evalúa el Netconf para $Sop(X) = 0.5$, $Sop(Y) = 0.7$ y $Sop(X \Rightarrow Y) = 0.3$, se obtiene el valor -0.2, lo cual significa que existe una dependencia negativa entre X y Y y consecuentemente, $X \Rightarrow Y$ no es una buena regla para clasificar.

Al igual que en la Sección 5.4, donde se determina el mínimo valor de Confianza que evita la ambigüedad al momento de clasificar, en esta sección se determina el valor correspondiente para el Netconf.

Para determinar este valor de Netconf se introducen dos proposiciones, la primera proposición garantiza que, de todas las CARs con igual antecedente, solo una puede tener un valor de Netconf mayor que 0.5. Por su parte, la segunda proposición garantiza que cuando se tienen solo dos clases, 0 es el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad al momento de clasificar, mientras que si se tienen más de dos clases el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad al momento de clasificar es 0.5

Proposición 5.9. Sean X un conjunto de ítems y $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ el conjunto de clases predefinidas, a lo sumo una CAR $X \Rightarrow c_k$ ($c_k \in C$) tiene un valor de Netconf mayor que 0.5.

Demostración. Supóngase que existen dos CARs $X \Rightarrow c_{k_1}$ y $X \Rightarrow c_{k_2}$ con $c_{k_1}, c_{k_2} \in C$ tales que

$$Netconf(X \Rightarrow c_{k_1}) > 0.5$$
$$Netconf(X \Rightarrow c_{k_2}) > 0.5,$$

sumando estas desigualdades se obtiene

$$Netconf(X \Rightarrow c_{k_1}) + Netconf(X \Rightarrow c_{k_2}) > 1 \tag{5.6}$$

De las ecuaciones 2.2 y 2.6, definidas en la Sección 2.1, se tiene que $Sop(c_{k_1}) \geq Sop(X \Rightarrow c_{k_1})$, $Sop(c_{k_2}) \geq Sop(X \Rightarrow c_{k_2})$, $Sop(X) \geq Sop(X \Rightarrow c_{k_1}) + Sop(X \Rightarrow c_{k_2})$ y $Sop(X) \in [0, 1]$, por tanto se satisfacen las siguientes desigualdades:

$$\begin{array}{ccc} \frac{Sop(c_{k_1}) - Sop(X \Rightarrow c_{k_1})}{1 - Sop(X)} & \geq & 0 \\ \frac{Sop(c_{k_2}) - Sop(X \Rightarrow c_{k_2})}{1 - Sop(X)} & \geq & 0 \\ 1 & \geq & \frac{Sop(X \Rightarrow c_{k_1}) + Sop(X \Rightarrow c_{k_2})}{Sop(X)} \end{array} \tag{5.7}$$

Debido a que las tres desigualdades de la ecuación 5.7 tienen la misma dirección, se pueden sumar obteniéndose

$$1+\frac{Sop(c_{k_1})-Sop(X\Rightarrow c_{k_1})}{1-Sop(X)}+\frac{Sop(c_{k_2})-Sop(X\Rightarrow c_{k_2})}{1-Sop(X)}\geq\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_1})}{Sop(X)}+\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_2})}{Sop(X)}$$

y moviendo algunos términos al lado derecho se tiene

$$1\geq\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_1})}{Sop(X)}-\frac{Sop(c_{k_1})-Sop(X\Rightarrow c_{k_1})}{1-Sop(X)}+\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_2})}{Sop(X)}-\frac{Sop(c_{k_2})-Sop(X\Rightarrow c_{k_2})}{1-Sop(X)} \tag{5.8}$$

Luego, trabajando con los dos primeros términos del lado derecho de la desigualdad (5.8)

$$\begin{aligned}
&\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_1})}{Sop(X)}-\frac{Sop(c_{k_1})-Sop(X\Rightarrow c_{k_1})}{1-Sop(X)}=\\
&=\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_1})-Sop(X\Rightarrow c_{k_1})Sop(X)-Sop(c_{k_1})Sop(X)+Sop(X\Rightarrow c_{k_1})Sop(X)}{Sop(X)(1-Sop(X))}\\
&=\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_1})-Sop(c_{k_1})Sop(X)}{Sop(X)(1-Sop(X))}\\
&=Netconf(X\Rightarrow c_{k_1})\qquad(see\quad Ec.\quad 5.5)
\end{aligned}$$

Análogamente, $\frac{Sop(X\Rightarrow c_{k_2})}{Sop(X)}-\frac{Sop(c_{k_2})-Sop(X\Rightarrow c_{k_2})}{1-Sop(X)}=Netconf(X\Rightarrow c_{k_2})$ y sustituyendo en la desigualdad (5.8) se obtiene

$$1\geq Netconf(X\Rightarrow c_{k_1})+Netconf(X\Rightarrow c_{k_2}),$$

lo cual contradice (5.6). $\square$

De acuerdo con la Proposición 5.9, si para cada conjunto de ítems X se selecciona el umbral de Netconf 0.5, se obtiene a lo sumo una CAR con antecedente X y Netconf mayor que 0.5, de esta forma se evita la ambigüedad en el momento de clasificar. Es importante notar que un valor de Netconf mayor que 0.5 puede ser considerado como un valor alto ya que el Netconf toma valores en $[-1,1]$, siendo la dependencia entre el antecedente y el consecuente más positiva cuando el Netconf es cercano a 1. En CAR-NF, se desea calcular tantas CARs como sea posible mientras se evite la ambigüedad en el momento de clasificar.

La Proposición 5.9 garantiza que usar 0.5 como umbral de Netconf evita la ambigüedad al momento de clasificar, sin embargo no garantiza que 0.5 es el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad. Por tanto, se demostró la siguiente proposición:

Proposición 5.10. Sean X un conjunto de ítems y $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$ el conjunto de clases predefinidas:

a) Si $|C| > 2$ entonces 0.5 es el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad, para todo conjunto de datos, en las CARs que tienen a X como antecedente.

b) Si $|C| = 2$ entonces 0 es el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad, para todo conjunto de datos, en las CARs que tienen a X como antecedente.

Demostración.

a) Para el caso en que se tienen más de dos clases, se utiliza el siguiente contraejemplo. Supóngase que se tiene un conjunto de transacciones D con m clases $\{c_1, c_2, ..., c_m\}$ tales que $|D_{\{c_1\}}| = |D_{\{c_2\}}|$ y $|D_{\{c_3\}}| = ... = |D_{\{c_m\}}| = 1$ y que el conjunto de ítems X está presente solo en las transacciones de las clases c_1 y c_2 (ver Tabla 5.14).

   En el conjunto de datos D, para todo valor de Netconf $\alpha < 0.5$ se cumple que las CARs $X \Rightarrow c_1$ y $X \Rightarrow c_2$ tienen valores de Netconf mayor que α (ver Ec. 5.9).

Tabla 5.14: Conjunto de transacciones utilizado en la demostración de la Proposición 5.10.

Transacciones	Conjuntos de ítems	Clases
t_1	$\cdots X \cdots$	c_1
t_2	$\cdots X \cdots$	c_1
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_n	$\cdots X \cdots$	c_1
t_{n+1}	$\cdots X \cdots$	c_2
t_{n+2}	$\cdots X \cdots$	c_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_{2n}	$\cdots X \cdots$	c_2
t_{2n+1}	$\cdots Y \cdots$	c_3
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_{2n+m-2}	$\cdots Y \cdots$	c_m

$$\begin{aligned} Netconf(X \Rightarrow c_1) &= Netconf(X \Rightarrow c_2) \\ &= \frac{\frac{n}{2n+m-2} - \frac{2n}{2n+m-2}\frac{n}{2n+m-2}}{\frac{2n}{2n+m-2}(1 - \frac{2n}{2n+m-2})} \\ &= \frac{\frac{n}{2n+m-2}(1 - \frac{2n}{2n+m-2})}{\frac{2n}{2n+m-2}(1 - \frac{2n}{2n+m-2})} = 0.5 > \alpha \end{aligned} \tag{5.9}$$

Luego, considerando lo planteado por la Proposición 5.9, se concluye que para más de dos clases, 0.5 es el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad, para todo conjunto de datos, en las CARs que tienen a X como antecedente.

b) Para el caso en que se tienen solo dos clases, primeramente se prueba que se satisface la siguiente ecuación

$$Netconf(X \Rightarrow c_1) + Netconf(X \Rightarrow c_2) = 0 \tag{5.10}$$

De acuerdo con la ecuación 5.5,

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{2} Netconf(X \Rightarrow c_i) &= \frac{\sum_{i=1}^{2} Sop(X \Rightarrow c_i) - \sum_{i=1}^{2} Sop(X)Sop(\{c_i\})}{Sop(X)(1 - Sop(X))} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{2} Sop(X \Rightarrow c_i) - Sop(X)\sum_{i=1}^{2} Sop(\{c_i\})}{Sop(X)(1 - Sop(X))}\end{aligned} \tag{5.11}$$

De la ecuación 5.2, definida en la Sección 5.4, se tiene que $\sum_{i=1}^{2} Sop(X \Rightarrow c_i) = Sop(X)$ y dado que cada transacción tiene una y solo una clase se cumple que

$$\begin{aligned}Sop(\{c_1\}) + Sop(\{c_2\}) &= \frac{|D_{\{c_1\}}| + |D_{\{c_2\}}|}{|D|} \\ &= 1\end{aligned}$$

Luego, sustituyendo en 5.11, se obtiene

$$\sum_{i=1}^{2} Netconf(X \Rightarrow c_i) = \frac{Sop(X) - Sop(X) * 1}{Sop(X)(1 - Sop(X))} = 0$$

Como se tienen dos clases c_1 y c_2, los valores de Netconf de las CARs $X \Rightarrow c_1$ y $X \Rightarrow c_2$ son ambos iguales a 0 o uno es positivo y el otro negativo. Si ambos valores son iguales a 0 entonces existe independencia estadística entre X y c_1 y entre X y c_2. Por tanto, en ambos casos, si se toma el valor 0 como umbral de Netconf a lo sumo una de las CARs puede tener Netconf mayor que 0. Si se toma un umbral de Netconf $\alpha < 0$, se tienen conjuntos de transacciones como el mostrado en la Tabla 5.15 donde los valores de Netconf de las CARs $X \Rightarrow c_1$ y $X \Rightarrow c_2$ son iguales a 0 (ver Ec. 5.12) y por tanto, mayores que α.

$$Netconf(X \Rightarrow c_1) = Netconf(X \Rightarrow c_2) = \frac{\frac{n}{4n} - \frac{2n}{4n}\frac{2n}{4n}}{\frac{2n}{4n}(1 - \frac{2n}{4n})} = 0 \qquad (5.12)$$

Tabla 5.15: Conjunto de transacciones con solo dos clases, donde ambas CARs ($X \Rightarrow c_1$ y $X \Rightarrow c_2$) tienen Netconf igual a 0.

Transacciones	Conjuntos de ítems	Clases
t_1	$\cdots X \cdots$	c_1
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_n	$\cdots X \cdots$	c_1
t_{n+1}	$\cdots Y \cdots$	c_1
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_{2n}	$\cdots Y \cdots$	c_1
t_{2n+1}	$\cdots X \cdots$	c_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_{3n}	$\cdots X \cdots$	c_2
t_{3n+1}	$\cdots Y \cdots$	c_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t_{4n}	$\cdots Y \cdots$	c_2

Luego, se puede concluir que si se tienen solo dos clases, 0 es el mínimo valor de Netconf que evita la ambigüedad, para todo conjunto de datos, en las CARs que tienen a X como antecedente.

□

Tomando en cuenta la proposición anterior, en esta tesis doctoral se propone utilizar, para calcular las CARs en el clasificador CAR-NF, un umbral de Netconf igual a 0 cuando se tienen solo dos clases y un umbral de Netconf igual a 0.5 cuando existen más de dos clases.

5.5.2. Clasificador CAR-NF

En esta sección se introduce el clasificador CAR-NF, que al igual que el clasificador CAR-IC tiene dos etapas, la de entrenamiento y la de clasificación. En la etapa de entrenamiento (ver pseudocódigo en el algoritmo 5), CAR-NF utiliza el algoritmo CAR-CA, descrito en el Capítulo 4, y el Netconf como medida de calidad para calcular el conjunto de CARs. Una vez calculadas las reglas, entonces se ordenan con la estrategia de ordenamiento propuesta en la Sección 5.1 (algoritmo *Ordena_CARs*), es decir, las reglas se ordenan en forma descendente de acuerdo con sus tamaños y en caso de empate se ordenan en forma descendente de acuerdo con sus valores de Netconf. De persistir el empate se mantiene el orden en que se generaron las CARs.

Algoritmo 5: CAR-NF (fase de entrenamiento)

Input: conjunto de entrenamiento D
Output: conjunto ordenado de $CARs$

```
Answer = ∅
CARs = CAR-CA(D)
Answer = Ordena_CARs(CARs)
return Answer
```

Luego, en la etapa de clasificación (ver pseudocódigo en el algoritmo 6), para clasificar una nueva transacción t se seleccionan, por cada clase, las CARs maximales de cada rama del espacio de búsqueda que cubren a t. Para ello el algoritmo $Maximales$ selecciona del conjunto ordenado de CARs, comenzando por las de mayor tamaño, las CARs que cubren a t cuyos antecedentes no estén completamente contenidos en alguna regla maximal ya seleccionada. Es válido resaltar que para determinar si una CAR cubre o no a la transacción t, CAR-NF utiliza primero el criterio de cubrimiento exacto y en caso de que ninguna CAR cubra a t de manera exacta, entonces utiliza el criterio de cubrimiento inexacto propuesto en la Sección 5.2; adicionalmente, al igual que el clasificador CAR-IC, el clasificador CAR-NF se abstiene y cuenta como mal clasificadas las transacciones que no son cubiertas por alguna CAR. A las CARs maximales seleccionadas se les aplica el criterio de decisión DK (algoritmo $Dynamic\_K$), descrito en la Sección 5.3, para calcular un valor de K para cada clase y determinar la clase que se asignará a t de acuerdo con el promedio de los valores de Netconf de las K CARs de cada clase (algoritmo $Clasifica$).

Algoritmo 6: CAR-NF (fase de clasificación)

Input: conjunto ordenado de $CARs$, nueva transacción t
Output: clase asignada

```
Answer = ∅
Max = Maximales(t)
DK = Dynamic_K(Max)
Answer = Clasifica(DK)
return Answer
```

En caso de existir empate en los promedios de los valores de Netconf, se asigna la clase de mayor Soporte entre las clases involucradas en el empate, de forma similar al clasificador CAR-IC.

Es válido resaltar que los pseudocódigos presentados en esta sección no difieren de los pseudocódigos mostrados en la Sección 5.4.2 ya que las estrategias de poda y ordenamiento, así como el criterio de decisión son independientes de la medida de calidad utilizada.

5.5.3. Resultados experimentales

En esta sección se presenta la evaluación el clasificador CAR-NF; para ello se realizaron experimentos similares a los empleados en la evaluación del clasificador CAR-IC y adicionalmente, se incluyen pruebas de significancia estadística. De igual forma, los conjuntos de datos utilizados en estos experimentos, así como la técnica de discretización/normalización empleada y las características de la computadora utilizada coinciden con lo descrito en la Sección 5.4.3.

Tabla 5.16: Comparación de eficacia de CAR-NF y los principales clasificadores basados en CARs.

BD	CBA	CMAR	CPAR	TFPC	HARMONY	DDPMine	CAR-IC	CAR-NF
adult	84.21	79.72	77.24	80.79	81.90	82.82	82.85	**87.33**
anneal	94.65	89.09	94.99	88.28	91.51	90.86	93.26	**96.42**
breast	**94.09**	88.84	92.95	89.98	92.42	86.53	90.46	87.65
connect4	66.67	64.83	65.15	65.83	**68.05**	67.80	57.24	67.09
dermatology	80.00	82.92	80.08	76.30	62.22	63.42	**83.93**	80.39
ecoli	83.17	77.01	80.59	58.53	63.60	64.25	82.16	**86.92**
flare	84.23	83.30	64.75	84.30	75.02	77.10	86.45	**88.58**
glass	68.30	**74.37**	64.10	64.09	49.80	53.61	71.12	72.13
heart	57.33	55.36	55.03	51.42	56.46	57.19	56.48	**61.92**
hepatitis	57.83	81.16	74.34	81.16	83.16	82.29	84.62	**87.60**
horseColic	79.24	80.06	81.57	79.06	82.53	81.07	84.54	**86.41**
ionosphere	31.64	89.61	89.76	86.05	92.03	**93.25**	86.24	86.93
iris	94.00	92.33	94.70	95.33	93.32	94.03	**97.91**	97.72
led7	66.56	72.31	71.38	68.71	74.56	73.98	73.02	**78.18**
letRecog	28.64	26.25	28.13	27.57	**76.81**	76.12	75.23	75.70
mushroom	46.73	**100.00**	98.52	99.03	99.94	**100.00**	98.54	99.52
pageBlocks	90.94	87.98	92.54	89.98	91.60	93.24	92.59	**97.81**
penDigits	87.39	82.48	80.39	81.73	96.23	**97.87**	82.78	84.03
pima	75.03	72.85	74.82	74.36	72.34	75.22	76.01	**79.67**
waveform	77.58	72.22	70.66	66.74	80.46	**83.83**	75.06	79.07
Promedio	72.41	77.63	76.58	75.46	79.20	79.72	81.52	**84.05**

En un primer experimento, mostrado en la Tabla 5.16, se compara la eficacia de CAR-NF con la eficacia de los principales clasificadores basados en CARs y se incluyen los resultados alcanzados por el clasificador CAR-IC. Cada valor de la tabla es el promedio de los 10 valores de eficacia obtenidos como resultado de evaluar cada una de las 10 particiones. Este experimento muestra que CAR-NF supera en el promedio de eficacia (ver última fila de la tabla) a los principales clasificadores reportados basados en CARs incluyendo entre estos al clasificador CAR-IC, también propuesto en esta tesis. El clasificador CAR-NF supera al segundo lugar (CAR-IC) en más de 2.5 puntos porcentuales y además, CAR-NF queda entre los dos primeros lugares en 15 de los 20 conjuntos de datos mientras CAR-IC lo logra en siete de los 20.

En la Tabla 5.17, se observa que CAR-NF también obtiene los mejores resultados en el promedio de posición de acuerdo con la eficacia obtenida por cada clasificador en cada conjunto de datos, quedando en la segunda posición. El clasificador CAR-IC ocupa la segunda posición en promedio, quedando entre las tres o cuatro primeras posiciones (3.15).

Tabla 5.17: Ranking basado en la eficacia obtenida en cada conjunto de datos.

BD	CBA	CMAR	CPAR	TFPC	HARMONY	DDPMine	CAR-IC	CAR-NF
adult	2	7	8	6	5	4	3	1
anneal	3	7	2	8	5	6	4	1
breast	1	6	2	5	3	8	4	7
connect4	4	7	6	5	1	2	8	3
dermatology	5	2	4	6	8	7	1	3
ecoli	2	5	4	8	7	6	3	1
flare	4	5	8	3	7	6	2	1
glass	4	1	5	6	8	7	3	2
heart	2	6	7	8	5	3	4	1
hepatitis	8	6	7	6	3	4	2	1
horseColic	7	6	4	8	3	5	2	1
ionosphere	8	4	3	7	2	1	6	5
iris	6	8	4	3	7	5	1	2
led7	8	5	6	7	2	3	4	1
letRecog	5	8	6	7	1	2	4	3
mushroom	8	1	7	5	3	1	6	4
pageBlocks	6	8	4	7	5	2	3	1
penDigits	3	6	8	7	2	1	5	4
pima	4	7	5	6	8	3	2	1
waveform	4	6	7	8	2	1	5	3
Promedio	4.70	5.55	5.35	6.30	4.35	3.85	3.60	2.30

En la primera columna de la Tabla 5.18 se muestra la eficacia del clasificador CAR-NF luego de utilizar solo la estrategia de ordenamiento propuesta; los valores de la segunda columna son consecuencia de incluir el cubrimiento inexacto; la tercera columna muestra el resultado de incorporar el nuevo criterio de decisión y finalmente, la última columna muestra los valores de eficacia si se elige para clasificar la clase mayoritaria en vez de abstenerse[2], cuando no hay CARs que cubran a la nueva transacción. La tercera fila de la Tabla 5.18 refleja un aumento de 0.92 puntos porcentuales en el promedio de eficacia del clasificador CAR-NF, al incluir el cubrimiento inexacto y un aumento de 2.40 al adicionar el criterio de decisión.

En experimento similar al realizado con el clasificador CAR-IC, en la Tabla 5.19 se muestra el por ciento de abstenciones utilizando y sin utilizar el criterio de cubrimiento inexacto, así como los respectivos impactos en la eficacia del clasificador. Utilizar el cubrimiento inexacto disminuyó casi a la mitad la cantidad de abstenciones (pasando de 3.23 % a 1.97 %) y produjo un aumento del promedio de eficacia en 0.92 puntos porcentuales.

En el anexo 6.4 se da una descripción preliminar de la técnica de discretización/normalización utilizada en esta tesis doctoral. No obstante, en los trabajos donde se propusieron los clasificadores CBA, CMAR, CPAR entre otros, no se describen las técnicas de discretización/normalización utilizada. Debido a esto, decidimos mostrar una comparación de los valores de eficacia de los clasificadores propuestos en esta tesis doctoral (CAR-IC y CAR-NF) con los mejores valores de eficacia reportados para los demás clasificadores, independientemente de la técnica de discretización/normalización utilizada por estos.

En la Tabla 5.20 se puede observar que los clasificadores propuestos superan al resto de los clasificadores evaluados independientemente de la técnica de discretización/normalización utilizada. El clasificador CAR-IC, segundo lugar, supera al tercer lugar, CMAR, por más de dos puntos porcentuales; y el clasificador CAR-NF

[2]Es válido aclarar que la última columna de la tabla 5.18 se adiciona para mostrar cuánto pudiera beneficiar el uso de la clase mayoritaria, en vez de abstenerse como se prefiere en esta tesis doctoral.

Tabla 5.18: Impacto de cada aporte en la eficacia de CAR-NF.

BD	CAR-NF(-CI-KD)	CAR-NF(-KD)	CAR-NF	CAR-NF(clase mayoritaria)
adult	83.42	84.50	87.33	88.84
anneal	93.43	95.38	96.42	96.56
breast	85.26	85.43	87.65	88.24
connect4	62.18	62.18	67.09	67.96
dermatology	78.78	79.66	80.39	80.44
ecoli	82.36	84.01	86.92	86.95
flare	86.31	86.45	88.58	88.67
glass	67.89	68.92	72.13	72.21
heart	56.79	57.34	61.92	61.99
hepatitis	85.87	87.02	87.60	88.50
horseColic	83.25	83.56	86.41	86.98
ionosphere	84.34	86.02	86.93	87.65
iris	96.67	96.67	97.72	98.02
led7	74.53	75.88	78.18	78.21
letRecog	71.14	73.42	75.70	75.77
mushroom	99.52	99.52	99.52	99.73
pageBlocks	92.44	94.93	97.81	98.03
penDigits	78.04	78.32	84.03	84.18
pima	77.65	78.53	79.67	80.23
waveform	74.68	75.22	79.07	79.61
Promedio	80.73	81.65	84.05	84.44

supera al clasificador CAR-IC por más de tres puntos porcentuales. En este experimento se utilizaron solo 15 de los 20 conjuntos de datos porque para los otros cinco no se encontraron valores reportados en la literatura revisada.

Para determinar si las diferencias de eficacia obtenidas son significantes estadísticamente, se realizaron pruebas de t-Student con una sola cola y 95 % de certeza [Dietterich, 1998]. Cada celda de la Tabla 5.21 muestra el número de veces que el clasificador de la fila gana/pierde con respecto al clasificador de la columna en los 20 conjuntos de datos. Se considera empate cuando el resultado de la prueba t-Student es mayor que el 5 % (0.05). Una información detallada acerca de este test, así como una implementación del mismo se pueden encontrar en el sitio http://faculty.vassar.edu/lowry/webtext.html.

Tabla 5.19: % de abstenciones y eficacia de CAR-NF con y sin cubrimiento inexacto.

BD	%Abst. (-CI)	Acc.	%Abst. (CI)	Acc.
adult	1.55	83.42	0.44	84.50
anneal	3.46	93.43	0.99	95.38
breast	6.84	85.26	5.56	85.43
connect4	0.86	62.18	0.85	62.18
dermatology	5.16	78.78	3.34	79.66
ecoli	1.98	82.36	0.33	84.01
flare	1.20	86.31	1.04	86.45
glass	4.15	67.89	2.60	68.92
heart	5.13	56.79	3.67	57.34
hepatitis	2.87	85.87	0.72	87.02
horseColic	2.72	83.25	1.81	83.56
ionosphere	5.70	84.34	3.80	86.02
iris	1.48	96.67	0.74	96.67
led7	2.19	74.53	0.49	75.88
letRecog	3.01	71.14	0.56	73.42
mushroom	0.27	99.52	0.23	99.52
pageBlocks	3.19	92.44	2.50	94.93
penDigits	6.19	78.04	5.70	78.32
pima	4.63	77.65	3.04	78.53
waveform	1.96	74.68	0.96	75.22
Promedio	3.23	80.73	1.97	81.65

Las pruebas de significancia estadísticas muestran los mejores resultados para el clasificador CAR-NF, el cual siempre ganó en al menos 13 de los 20 conjuntos de datos. En segundo lugar quedó el clasificador CAR-IC, que superó a los demás clasificadores con la excepción del clasificador CAR-NF.

5.6. Síntesis y conclusiones

En este capítulo se han introducido dos clasificadores basados en CARs. El primero, denominado CAR-IC, utiliza las medidas de calidad Soporte y Confianza para calcular las CARs y el segundo, denominado CAR-NF, utiliza la medida de calidad Netconf.

Tabla 5.20: Mejores valores reportados por cada clasificador, independientemente de la técnica de discretización/normalización utilizada.

BD	CBA-R	CMAR-R	CPAR-R	TFPC-R	Harmony-R	DDPMine-R	CAR-IC	CAR-NF
adult	84.20	80.10	76.70	80.80	81.90	82.82	82.85	87.33
anneal	97.90	97.30	98.40	88.30	91.51	90.86	93.26	96.42
ecoli	83.17	77.01	80.59	58.53	63.60	64.25	82.16	86.92
flare	84.20	84.30	64.75	84.30	75.02	77.10	86.45	88.58
glass	73.90	70.10	74.40	64.50	49.80	53.61	71.12	72.13
heart	81.90	82.20	82.60	51.40	56.46	57.19	56.48	61.92
hepatitis	81.80	80.50	79.40	81.20	83.16	82.29	84.62	87.60
horseColic	82.10	82.60	84.20	79.10	82.53	81.07	84.54	86.41
iris	94.70	94.00	94.70	95.30	93.32	94.03	97.91	97.72
led7	71.90	72.50	73.60	57.3	74.56	73.98	73.02	78.18
letRecog	28.64	25.50	28.13	26.40	76.81	76.12	75.23	75.70
mushroom	46.70	100.00	98.52	99.00	99.94	100.00	98.54	99.52
pageBlocks	90.90	90.00	92.54	90.00	91.60	93.24	92.59	97.81
pima	72.90	75.10	73.80	74.40	72.34	75.22	76.01	79.67
waveform	80.00	83.20	80.90	74.40	80.46	83.83	75.06	79.07
Promedio	76.99	79.63	78.88	73.66	78.20	79.04	81.99	85.00

Tabla 5.21: Comparación dos a dos de los clasificadores evaluados. Cada celda muestra el número de veces que el clasificador de la fila gana/pierde con respecto al clasificador de la columna en los 20 conjuntos de datos.

	CBA	CMAR	CPAR	TFPC	Harmony	DDPMine	CAR-IC	CAR-NF
CBA		11/7	8/5	10/5	8/8	7/9	6/12	2/16
CMAR	7/11		8/8	8/5	5/12	5/12	4/14	5/15
CPAR	5/8	8/8		10/3	6/11	5/11	4/14	2/17
TFPC	5/10	5/8	3/10		5/14	4/13	1/16	2/16
HARMONY	8/8	12/5	11/6	14/5		2/7	8/10	6/13
DDPMine	9/7	12/5	11/5	13/4	7/2		6/9	5/13
CAR-IC	12/6	14/4	14/4	16/1	10/8	9/6		2/16
CAR-NF	16/2	15/5	17/2	16/2	13/6	13/5	16/2	

Ambos clasificadores aplican la nueva estrategia de ordenamiento y los nuevos criterios de cubrimiento y de decisión para clasificar.

En los experimentos realizados se muestra que el clasificador CAR-NF obtiene los mejores resultados entre todos los clasificadores evaluados; tanto en el promedio de eficacia como en el promedio de posición. Adicionalmente, las pruebas de significancia estadísticas también mostraron los mejores resultados para el clasificador CAR-NF. El clasificador CAR-IC también obtuvo resultados superiores al resto de los clasificadores evaluados, con la excepción del CAR-NF, lo cual muestra que la estrategia de ordenamiento y los criterios de cubrimiento y decisión, por sí solos, contribuyen al incremento de la eficacia.

Capítulo 6

Conclusiones

6.1. Conclusiones

El desarrollo de clasificadores basados en CARs continúa siendo objeto de interés debido a sus diferentes aplicaciones y fundamentalmente, debido a su interpretabilidad, característica que podría permitir a los especialistas modificar las reglas con base en su experiencia y así mejorar los resultados.

Los clasificadores basados en CARs, previos a esta tesis, presentan varias limitaciones que pueden afectar sus eficacias. Estas limitaciones están relacionadas con: (a) el uso, para calcular las CARs, de la medida de calidad Confianza, la cual como se mostró en la Sección 2.2 tiene varias deficiencias; (b) el empleo de estrategias de poda y ordenamiento que prefieren las reglas generales en lugar de las reglas específicas como se mostró en la Sección 5.1 y (c) el uso de los criterios de decisión "La Mejor Regla", "Las Mejores K Reglas" y "Todas las Reglas" que en algunos casos pueden afectar la eficacia del clasificador como se mostró en la Sección 5.3.

En esta tesis doctoral inicialmente se propuso el algoritmo CAR-CA para calcular el conjunto de CARs, el cual introduce una nueva estrategia de poda que permite obtener reglas más específicas con altos valores de la medida de calidad. Para ordenar el conjunto de reglas se propuso una estrategia de ordenamiento, que da prioridad a las CARs de mayor cantidad de ítems (más específicas) y en caso de empate da prioridad a las CARs de mayor valor de la medida de calidad. Tanto la estrategia de poda como la estrategia de ordenamiento propuestas son independientes de la medida de calidad que se utilice para calcular las reglas.

Posteriormente, se propusieron dos clasificadores basados en CARs, CAR-IC y CAR-NF, que utilizan al algoritmo CAR-CA para calcular las CARs y solucionan las deficiencias (a), (b) y (c). En ambos clasificadores se introdujeron (en la etapa de clasificación) nuevos criterios de cubrimiento y decisión. Con base en los resultados experimentales se puede concluir que el criterio de cubrimiento propuesto permite disminuir la cantidad de asignaciones de la clase mayoritaria o abstenciones, lo que impacta en la eficacia de clasificación. También con base en los resultados experimentales se puede concluir que el criterio de decisión propuesto resuelve los problemas de los tres criterios de decisión reportados en la literatura para la clasificación con CARs.

La diferencia entre ambos clasificadores radica en la medida de calidad utilizada para calcular las CARs. El clasificador CAR-IC utiliza la medida de calidad Confianza para calcular las reglas mientras que CAR-NF propone el uso del Netconf para esta tarea. El Netconf resuelve las deficiencias de la Confianza para calcular CARs. Entre las principales deficiencias resueltas se encuentran, como se mostró en la Sección 5.5.1, que el Netconf (1) refleja la independencia estadística, (2) considera al consecuente de la clase en su definición, (3) no es una medida simétrica y (4) no genera reglas engañosas. Tanto para la Confianza como para el Netconf, se realizó un estudio de sus valores y se determinaron umbrales adecuados para evitar la ambigüedad al momento de clasificar. El clasificador CAR-NF obtuvo los mejores resultados de todos los clasificadores evaluados, incluido el clasificador CAR-IC. Sin embargo, en algunos conjuntos de datos los resultados de CAR-IC superaron a los resultados de CAR-NF, esto se debe a que pocas reglas alcanzaron el umbral de Netconf, mientras que utilizando la Confianza se obtuvieron suficientes reglas para lograr mejor clasificación.

A partir de los experimentos realizados se puede concluir que cada una de las aportaciones (nueva estrategia de ordenamiento, nuevos criterios de cubrimiento y decisión) por separado ayuda a mejorar la eficacia del clasificador y que todas las aportaciones juntas permiten superar en calidad de clasificación, con una diferencia significativa, a los otros clasificadores basados en CARS.

Luego del estudio realizado de los valores de las medidas Confianza y Netconf se puede concluir que los umbrales utilizados en los clasificadores CAR-IC (Confianza = 0.5) y CAR-NF (Netconf = 0 si se tienen solo dos clases y Netconf = 0.5 en caso contrario) evitan la ambigüedad al momento de clasificar.

Finalmente, con base en los experimentos, se puede concluir que los clasificadores CAR-IC y CAR-NF son mejores opciones para enfrentar el problema de la clasificación basada en CARs que los clasificadores basados en CARs existentes en el estado del arte. Con los resultados presentados en los Capítulos 4 y 5 se consideran cumplidos todos los objetivos específicos y, consecuentemente, el objetivo general de esta tesis doctoral.

6.2. Aportaciones de la tesis doctoral

Las aportaciones de esta tesis doctoral son las siguientes:

1. Un estudio de las medidas de calidad Confianza y Netconf que permitió determinar, para cada una, los valores mínimos que garantizan que no se presente ambigüedad al momento de clasificar.

2. Una nueva estrategia de ordenamiento de CARs que mostró las ventajas de considerar primero las reglas más específicas en lugar de las reglas más generales.

3. Un algoritmo para calcular reglas de asociación de clase, denominado CAR-CA, que introduce una nueva estrategia de poda que permite obtener reglas específicas con altos valores de la medida de calidad.

4. Una nueva estrategia de ordenamiento de reglas basada en el tamaño de las reglas y en sus valores de la medida de calidad.

5. Un nuevo criterio de cubrimiento, utilizado para determinar si una regla cubre a una transacción, que permite reducir la cantidad de abstenciones o asignaciones de la clase mayoritaria.

6. Un nuevo criterio de decisión que es consecuente con las estrategias de poda y ordenamiento propuestas.

7. Un clasificador denominado CAR-IC, que utiliza las medidas de calidad Soporte y Confianza para calcular las CARs y además, utiliza la estrategia de ordenamiento y los criterios de cubrimiento y decisión propuestos.

8. Un clasificador denominado CAR-NF, que utiliza el Netconf para calcular las CARs y al igual que CAR-IC, utiliza la estrategia de ordenamiento y los criterios de cubrimiento y decisión propuestos.

6.3. Trabajo futuro

Los clasificadores propuestos en esta tesis doctoral utilizan reglas que consideran a una sola clase en el consecuente. Sin embargo, en trabajos recientes, se ha abordado el problema de calcular reglas que consideren en el consecuente más de una clase y de esta forma asignar una lista de clases, con cierto orden, al momento de clasificar una nueva transacción.

Como trabajo futuro inmediato se pretende extender los resultados obtenidos para abordar este problema. Como primer paso se deben utilizar umbrales de Confianza o Netconf menores a los empleados en esta tesis con el objetivo de obtener varias reglas con igual antecedente, las cuales se pudieran integrar posteriormente en una sola regla con varias clases, en cierto orden, en el consecuente. Como trabajo futuro a mediano o largo plazo, se pretende calcular reglas negativas para clasificar ($\{i_1\} \Rightarrow \neg c$); las reglas negativas pueden ser de gran utilidad para descartar clases o para desempatar.

6.4. Trabajos publicados, aceptados o enviados

Las publicaciones generadas de esta tesis doctoral son las siguientes:

1. R. Hernández-León, *et al.* "Classifying using Specific Rules with High Confidence". *In Proceeding of the 9th Mexican International Conference on Artificial Intelligence (MICAI), Special Session: Advances in Artificial Intelligence and Applications*, IEEE Computer Society, pp. 75-80, 2010.

2. R. Hernández-León, *et al.* "CAR-NF: A Classifier based on Specific Rules with High Netconf". *Por aparecer en el Journal Intelligent Data Analysis (JCR)*, 16(1), 2011.

3. R. Hernández-León, *et al.* "Classification based on Specific Rules and Inexact Coverage". *Sometido al Journal Transactions on Knowledge and Data Engineering (JCR).*

Referencias

L. M. Adamo. *Data mining for association rules and sequential patterns: sequential and parallel algorithms*. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2001. ISBN 0-387-95048-6.

C. C. Aggarwal & P. S. Yu. A new framework for itemset generation. In *Proceedings of the seventeenth ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART symposium on Principles of database systems (PODS'98)*, páginas 18–24, Seattle, Washington, USA, 1998. ACM. ISBN 0-89791-996-3.

R. Agrawal & R. Srikant. Fast Algorithms for Mining Association Rules. In *Proceedings of the 20th International Conference on Very Large Data Bases (VLDB'94)*, páginas 487–499, Santiago, Chile, 1994.

K. I. Ahn & J. Y. Kim. Efficient Mining of Frequent Itemsets and a Measure of Interest for Association Rule Mining. *Information and knowledge Management*, 3(3):245–257, 2004.

K. Ali, S. Manganaris, & R. Srikant. Partial classification using association rules. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Knowledge Discovery in Databases and Data Mining (KDD'97)*, páginas 115–118, 1997.

M. Antonie, O. R. Zaiane, & A. Coman. Associative Classifiers for Medical Images. *Lecture Notes in Artificial Intelligence, Mining Multimedia and Complex Data*, 2797: 680–83, 2001.

B. Arunasalam & S. Chawla. CCCS: a top-down associative classifier for imbalanced class distribution. In *Proceedings of the 12th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining (KDD'06)*, páginas 517–522, New York, NY, USA, 2006. ACM. ISBN 1-59593-339-5.

A. Asuncion & D. J. Newman. UCI Machine Learning Repository. *In http://www.ics.uci.edu/∼mlearn/MLRepository.html*, 2007.

J. P. Azevedo & A. M. Jorge. Comparing Rule Measures for Predictive Association Rules. In *Proceedings of the 18th European conference on Machine Learning (ECML'07)*, páginas 510–517, Berlin, Heidelberg, 2007. Springer-Verlag. ISBN 978-3-540-74957-8.

F. Berzal, I. Blanco, D. Sánchez, & M. A. Vila. Measuring the accuracy and interest of association rules: A new framework. *Intelligent Data Analysis*, 6(3):221–235, 2002.

F. Berzal, J. C. Cubero, D. Sánchez, & J. M. Serrano. ART: A Hybrid Classification Model. *Machine Learning*, 54(1):67–92, 2004.

S. Brin, R. Motwani, J. D. Ullman, & S. Tsur. Dynamic Itemset Counting and Implication Rules for Market Basket Data. *SIGMOD Rec.*, 26(2):255–264, 1997.

S. Buddeewong & W. Kreesuradej. A New Association Rule-Based Text Classifier Algorithm. In *Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI'05)*, páginas 684–685, Washington, DC, USA, 2005. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-2488-5.

D. Burdick, M. Calimlim, & J. Gehrke. MAFIA: A Maximal Frequent Itemset Algorithm for Transactional Databases. In *Proceedings of the International Conference on Data Engineering (ICDE'01)*, Heidelberg, Germany, 2001.

H. Cheng, X. Yan, J. Han, & P. S. Philip. Direct Discriminative Pattern Mining for Effective Classification. In *Proceedings of the 2008 IEEE 24th International Conference on Data Engineering*, páginas 169–178, 2008.

P. Clark & R. Boswell. Rule Induction with CN2: Some Recent Improvements. In *Proceedings of European Working Session on Learning (ESWL'91)*, páginas 151–163, Porto, Portugal, 1991.

F. Coenen. The LUCS-KDD discretised/normalised ARM and CARM Data Library. Department of Computer Science, The University of Liverpool, UK. *In http://www.csc.liv.ac.uk/∼frans/KDD/Software/LUCS-KDD-DN*, 2003.

F. Coenen & P. Leng. An Evaluation of Approaches to Classification Rule Selection. In *Proceedings of the Fourth IEEE International Conference on Data Mining*, páginas 359–362, Washington, DC, USA, 2004. ISBN 0-7695-2142-8.

F. Coenen & P. Leng. The effect of threshold values on association rule based classification accuracy. *Data and Knowledge Engineering*, 60(2):345–360, 2007.

F. Coenen, P. Leng, & S. Ahmed. Data Structures for Association Rule Mining: T-trees and P-trees. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 16:774–778, 2004.

F. Coenen, P. Leng, & L. Zhang. Threshold Tuning for Improved Classification Association Rule Mining. In *Proceedings of the 9th Pacific-Asia Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (PAKDD'05)*, páginas 216–225, 2005.

W. Cohen. Fast Effective Rule Induction. In *Proceedings of the Twelfth International Conference on Machine Learning (ICML'95)*, páginas 115–123. Morgan Kaufmann, 1995.

G. Cong, K. L. Tan, A. K. H. Tung, & X. Xu. Mining top-K covering rule groups for gene expression data. In *Proceedings of the 2005 ACM SIGMOD international conference on Management of data*, páginas 670–681, New York, NY, USA, 2005. ACM. ISBN 1-59593-060-4.

T. G. Dietterich. Aproximate statistical tests for comparing supervised classification learning algorithms. *Neural Computation*, 10(7):1895–1923, 1998.

R. O. Duda & P. E. Hart. *Pattern Classification and Scene Analysis.* John Willey & Sons, 1973.

S. Dumais, J. Platt, D. Heckerman, & M. Sahami. Inductive learning algorithms and representations for text categorization. In *Proceedings of the seventh international conference on Information and knowledge management (CIKM'98)*, páginas 148–155, Bethesda, Maryland, USA, 1998.

N. Friedman, D. Geiger, & M.Goldszmidt. Bayesian network classifiers. *Machine Learning*, 29:131–163, 1997.

K. Gade, J. Wang, & G Karypis. Efficient closed pattern mining in the presence of tough block constraints. In *Proceedings of the tenth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, páginas 138–147, New York, NY, USA, 2004.

J. Han, J. Pei, & Y. Yin. Mining Frequent Patterns without Candidate Generation. In *Proceedings of the 2000 ACM-SIGMOD International Conference on Management of Data (SIGMOD'2000)*, páginas 1–12, Dallas, TX, 2000.

R. Hernández, J. Hernández, J. A. Carrasco, & J. Fco. Martínez. Algorithms for Mining Frequent Itemsets in Static and Dynamic Datasets. *Intelligent Data Analysis*, 14(3): 419–435, 2010.

J. Holt & M. S. Chung. Multipass algorithms for mining association rules in text databases. *Knowledge and Information Systems*, 3(2):168–183, 2001. ISSN 0219-1377. doi: http://dx.doi.org/10.1007/PL00011664.

K. Kianmehr & R. Alhajj. CARSVM: A class association rule-based classification framework and its application to gene expression data. *Artificial Intelligence in Medicine*, páginas 7–25, 2008.

R. Kohavi. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection. In *Proceedings of International Joint Conference on AI*, páginas 1137–1145, 1995.

N. Lavraĉ, P. Flach, & B. Zupan. Rule Evaluation Measures: A Unifying View. In *Proceedings of the 9th International Workshop on Inductive Logic Programming (ILP'99)*, páginas 174–185. Springer-Verlag, 1999.

W. Li. *M.Sc.Thesis, Classification based on multiple association rules*. Simon Fraser University, BC, Canada, 2001.

W. Li, J. Han, & J. Pei. CMAR: accurate and efficient classification based on multiple class-association rules. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Data Mining (ICDM'01)*, páginas 369–376, 2001.

R. P. Lippmann. Pattern Classification using neural networks. *IEEE Communications Magazine*, páginas 47–64, 1989.

B. Liu, W. Hsu, & Y. Ma. Integrating classification and association rule mining. In *Proceedings of the 4th International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, páginas 80–86, New York, NY, USA, 1998.

S. H. Park, J. A. Reyes, D. R. Gilbert, J. W. Kim, & S. Kim. Prediction of protein-protein interaction types using association rule based classification. *BMC Bioinformatics*, 10 (1), 2009.

K. Perumal & R. Bhaskaran. Supervised Classification Performance of Multispectral Images. *Journal of Computing*, 2(2), 2010.

G. Piatetsky-Shapiro. *Discovery, Analysis, and Presentation of Strong Rules*. AAAI/MIT Press, Cambridge, MA, 1991.

J. R. Quinlan. *C4.5: programs for machine learning*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 1993. ISBN 1-55860-238-0.

J. R. Quinlan & R. M. Cameron-Jones. FOIL: A midterm report. In *Proceedings of the European Conference on Machine Learning (ECML'93)*, páginas 3–20. Springer-Verlag, 1993.

P. Rajendran & M. Madheswaran. An Improved Image Mining Technique For Brain Tumour Classification Using Efficient Classifier. *International journal of Computer Science and Information Security*, 6(3), 2009.

P. Rajendran & M. Madheswaran. Hybrid Medical Image Classification Using Association Rule Mining with Decision Tree Algorithm. *Journal of Computing*, 2(1), 2010.

S. Salzberg. On comparing classifiers: pitfalls to avoid and a recommended approach. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 1(3):317–328, 1997.

P. Shenoy, J. Haritsa, S. Sudarshan, G. Bhalotia, M. Bawa, & D. Shah. Turbo-charging Vertical Mining of Large Databases. In *Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, Dallas, USA, 2000.

C. Silverstein, S. Brin, & R. Motwani. Beyond Market Baskets: Generalizing Association Rules to Dependence Rules. *Data Mining and Knowledge Discovery*, páginas 39–68, 1998.

M. Steinbach & V. Kumar. Generalizing the notion of confidence. *Knowledge and Information Systems*, 12(3):279–299, 2007. ISSN 0219-1377.

F. Thabtah, P. Cowling, & Y. Peng. MCAR: multi-class classification based on association rule. In *Proceedings of the 3rd ACS/IEEE International Conference on Computer Systems and Applications*, páginas 33+, 2005.

F. A. Thabtah, P. Cowling, & Y. Peng. MMAC: A New Multi-Class, Multi-Label Associative Classification Approach. *Data Mining, IEEE International Conference on*, 0: 217–224, 2004.

F. A. Thabtah, P. Cowling, & Y. Peng. The Impact of Rule Ranking on the Quality of Associative Classifiers. In *Proceedings of the Twenty-fifth SGAI International Conference on Innovative Techniques and Applications of Artificial Intelligence*, páginas 277–287, Cambridge, UK, 2006.

A. Veloso, W. Meira Jr., & M. J. Zaki. Lazy Associative Classification. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Data Mining (ICDM'06)*, páginas 645–654, Washington, DC, USA, 2006. IEEE Computer Society.

F. Verhein & S. Chawla. Using Significant, Positively Associated and Relatively Class Correlated Rules for Associative Classification of Imbalanced Datasets. In *Proceedings of the 2007 Seventh IEEE International Conference on Data Mining, Washington, DC, USA*, páginas 679–684, Washington, DC, USA, 2007. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-3018-4.

J. Wang & G. Karypis. On Mining Instance-Centric Classification Rules. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 18(11):1497–1511, 2006. ISSN 1041-4347. doi: http://dx.doi.org/10.1109/TKDE.2006.179.

W. Wang, Y. J. Wang, nares-Alcántara R. Ba Z. Cui, & F. Coenen. Application of Classification Association Rule Mining for Mammalian Mesenchymal Stem Cell Differentiation. In *Proceedings of the 9th Industrial Conference on Advances in Data Mining. Applications and Theoretical Aspects (ICDM'09)*, páginas 51–61, Berlin, Heidelberg, 2009. Springer-Verlag. ISBN 978-3-642-03066-6.

Y. J. Wang, Q. Xin, & F. Coenen. A Novel Rule Ordering Approach in Classification Association Rule Mining. In *Proceedings of the 5th international conference on Machine Learning and Data Mining in Pattern Recognition (MLDM'07)*, páginas 339–348, Leipzig, Germany, 2007a.

Y. J. Wang, Q. Xin, & F. Coenen. A Novel Rule Weighting Approach in Classification Association Rule Mining. *Data Mining Workshops, International Conference on*, 0: 271–276, 2007b.

Y. J. Wang, Q. Xin, & F. Coenen. Hybrid Rule Ordering in Classification Association Rule Mining. *Trans. MLDM*, 1(1):1–15, 2008.

X. Yin & J. Han. CPAR: Classification based on Predictive Association Rules. In *Proceddings of the SIAM International Conference on Data Mining*, San Francisco, CA, 2003.

M. Zaky, S. Parthasarathy, M. Ogihara, & W. Li. New Algorithm for fast Discovery of Association Rules. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD'97)*, páginas 283–296, Menlo, CA, 1997. AAAI Press.

Anexos

La herramienta LUCS-KDD DN (*Liverpool University Science* - *Knowledge Discovery in Data Discretization/Normalization*) fue desarrollada para convertir los conjuntos de atributos del repositorio UCI [Adamo, 2001] (puede utilizarse de igual forma con otros conjuntos de atributos) en un formato binario apropiado para ser utilizado por los algoritmos de clasificación basados en CARS. Los desarrolladores de LUCS-KDD DN definen los procesos de discretización y normalización como:

Discretización: Proceso mediante el cual se divide el rango de valores que toma un atributo continuo en un número de subrangos, cada uno identificado por una única etiqueta de valor entero. Seguidamente, se convierten las instancias del atributo continuo en las correspondientes etiquetas de valor entero.

Normalización: Proceso mediante el cual se convierten los valores de un atributo nominal en valores enteros.

Adicionalmente, describen la forma en que discretizan y normalizan los atributos nominales, los atributos continuos y los atributos enteros.

Atributos nominales: Un atributo nominal toma un valor de una lista de valores posibles. Para normalizar los atributos nominales se asocia un único valor entero a cada posible valor del atributo. Por ejemplo, si se tiene el atributo nominal *color* que toma valores del conjunto {*azul*, *verde*, *rojo*, *amarillo*}, se pueden asociar los enteros 1, 2, 3 y

4 con los valores *azul*, *verde*, *rojo* y *amarillo* respectivamente.

Atributos continuos: Un atributo continuo toma valores reales en un rango definido por un valor mínimo y un valor máximo. Para discretizar y normalizar los atributos continuos se divide el rango de valores en subrangos y se asocia un único valor entero a cada subrango. Por ejemplo, si se tiene el atributo continuo *promedio* que toma valores desde 0,0 hasta 100,0, se puede dividir el rango de valores en tres subrangos de igual tamaño y asociarles los enteros 5, 6 y 7 respectivamente (la cantidad y el tamaño de los subrangos pueden variar según sea conveniente).

Tabla 6.1: Ejemplo de conjunto de atributos mezclados (nominales, continuos y enteros).

Color	Promedio	Edad	Clase
rojo	25.6	56	1
verde	33.3	1	1
verde	2.5	23	0
azul	67.2	111	1
rojo	29.0	34	0
amarillo	99.5	78	1
amarillo	10.2	23	1
amarillo	9.9	30	0
azul	67.0	47	0
rojo	41.8	99	1

Atributos enteros: Un atributo entero puede ser tratado como un atributo nominal o como un atributo continuo. Por ejemplo, si se tiene el atributo entero *edad* que toma valores desde 1 hasta 120, se puede dividir el rango de edades en 4 subrangos y asociarles los enteros 8, 9, 10 y 11 respectivamente. Alternativamente, se puede tener un atributo entero *clase* que toma los valores 0 y 1, a los cuales se le asignan los valores 12 y 13 respectivamente. Considerar un atributo entero como nominal o como continuo depende fundamentalmente del número de atributos que se generen y del algoritmo utilizado para calcular las CARs, ya que por lo general, el costo computacional de calcular las CARs es linealmente proporcional al número de ítems.

En la Tabla 6.1 se muestra un ejemplo de un conjunto de transacciones que contienen atributos nominales, atributos continuos y atributos enteros. Luego de discretizar y normalizar de forma similar a la descrita anteriormente se obtiene el conjunto de datos de la Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Discretización/normalización del conjunto de datos de la Tabla 6.1.

Color	Promedio	Edad	Clase
3	5	9	13
2	5	8	13
2	5	8	12
1	7	11	13
3	5	9	12
4	7	10	13
4	5	8	13
4	5	8	12
1	7	9	12
3	6	11	13

Para una explicación más detallada de la herramienta LUCS-KDD DN que incluye la secuencia de pasos y comandos para utilizarla, visitar el enlace incluido en la referencia [Coenen, 2003].

Notaciones

$\Rightarrow$	Operador lógico de implicación
$\wedge$	Operador lógico de conjunción
$\forall$	Cuantificador universal
$\in$	Pertenencia
$\subseteq$	Subconjunto
$Sop(X)$	Soporte del conjunto de ítems X
$\mid\;\mid$	Operador de cardinalidad
$minSop$	Umbral de Soporte
$\cup$	Unión de conjuntos
$\cap$	Intersección de conjuntos
$\emptyset$	Conjunto vacío
$Conf(X \Rightarrow Y)$	Confianza de la regla $X \Rightarrow Y$
$k-$itemset	Conjunto de ítems de tamaño k
$k-$CAR	CAR de tamaño k
$\neg$	Operador lógico de negación
BD	Conjunto de datos
I_j	Arreglo de enteros asociado al ítem j
$W_{i,j}$	Entero i-ésimo del arreglo de enteros asociado al ítem j
EC_k	Clase de equivalencia que agrupa k-CARs
L_{EC_k}	Lista de clases de equivalencia que agrupan k-CARs
$AntPref_{k-2}$	Prefijo del antecedente
$IA_{AntPref_{k-2}}$	Arreglo de enteros no nulos que almacena la intersección de los I_j de los ítems de $AntPref_{k-2}$
$AntSuff$	Sufijos del antecedente
&	Operador AND
$Netconf(X \Rightarrow Y)$	Netconf de la regla $X \Rightarrow Y$

Acrónimos

CAR	Regla de Asociación de Clase
CSA	Confianza - Soporte - Longitud del Antecedente
ACS	Longitud del Antecedente - Confianza - Soporte
WRA	*Weighted Relative Accuracy*
LAP	*Laplace Expected Error Estimate*
ARM	*Association Rule Mining*
CRM	*Classification Rule Mining*
CBA	*Classification Based on Associations*
CMAR	*Classification based on Multiple Association Rules*
MCAR	*Multi-class Classification based on Association Rules*
PRM	*Predictive Rule Mining*
CPAR	*Classification based on Predictive Association Rules*
FOIL	*First Order Inductive Learner*
TFPC	*Total from Partial Classification*
HARMONY	*Highest confidence clAssification Rule Mining fOr iNstance-centric classifYing*
RCBT	Nombre de un clasificador basado en CARs
FP-growth	*Frequent Parent Growth*
Eclat	*Equivalent Class Transformation*
LHI	Lista Horizontal de Ítems
VHI	Vector Horizontal de Ítems
LVTid	Lista Vertical de Identificadores de Transacciones
VVTid	Vector Vertical de Identificadores de Transacciones
CAR-CA	Algoritmo propuesto en esta tesis para calcular las CARs
ACC	Medida de calidad
CAR-IC	Clasificador propuesto en esta tesis basado en Soporte y Confianza
CAR-NF	Clasificador propuesto en esta tesis basado en Netconf