



INAOE

**DESARROLLO DE UN SISTEMA ÓPTICO SIMPLE
CON CODIFICADOR DEL FRENTE DE ONDA PARA
EXTENDER LA PROFUNDIDAD DE CAMPO**

por

José Antonio Araiza Durán

Tesis sometida como requisito parcial
para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN
ÓPTICA**

en el

**INSTITUTO NACIONAL DE ASTROFÍSICA,
ÓPTICA Y ELECTRÓNICA**

Agosto 2012

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Sergio Vázquez y Montiel

Investigador Titular del INAOE

Dr. Esteban Antolín Luna Aguilar

Investigador Titular del IA-UNAM

©INAOE 2012

Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias de esta tesis en su totalidad o en partes mencionando la fuente.



DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo a mis padres. A mi papá que aunque ya no está conmigo me lo imagino contento de verme trabajando en lo que me gusta, sus consejos y el cariño que me dio en el tiempo que estuvo conmigo me han servido mucho para estar donde estoy; Y a mi mamá, que está siempre conmigo, que me deja ser, que apoya mis ideas aunque a veces no me salga lo que yo quiero pero que me deja seguir mis sueños. Le agradezco el preocuparse por mí, su cariño y su paciencia. Me gusta viajar, estudiar y superarme, pero después de cada viaje o prueba superada lo que sigue es llegar con mi mamá, platicarle la experiencia y revivirla junto con ella.

AGRADECIMIENTOS

Estoy muy agradecido con mucha gente, empezando por mis padres. Gracias a mi tía Ana que estuvo conmigo durante la maestría apoyándome en todo. También a mi abuelito Enrique que aunque me dice que ya me ponga a trabajar se que le da orgullo que haya salido estudioso. A mis abuelitos Durán que rezan por mí y que me reciben con mucho gusto estando en Tijuana. Así como a la Familia León Durán que me hicieron sentir como uno más de su familia cuando estuve en Ensenada. Quiero agregar a mi abuelita Ramona que en paz descansa que no quiero que falte en este párrafo porque aunque no estuvo presente conmigo en mi maestría lo estuvo en mis estudios del kínder a la prepa y creo, junto con los antes mencionados, fue parte de ese entorno que hizo que me gustara estudiar.

La otra parte de los agradecimientos es a mis profesores. En especial a la profe Adriana y al profe Esteban porque fueron con los que empecé en la óptica. También quiero agradecer a la profesora Laura Jiménez Beristáin con quien me inicié en el área de la investigación antes de decidirme por la óptica. Al profe Esteban quiero agradecerle el permitirme trabajar con él, por dejarme tomar la iniciativa en asuntos relacionados con la tesis brindándome consejos y guiando de la mejor manera mi trabajo. Con mis profes de la maestría estoy muy agradecido por todo lo que me enseñaron, por hacerme crecer como persona, superar complejos y darme cuenta que puedo lograr grandes cosas. Quiero darle gracias al profe Sergio por permitirme trabajar con él, por el tiempo que me brindo y por presentarme este tema de tesis que realmente me encantó. Quiero darle gracias al profe Fermín por su paciencia y sus consejos, desde el propedéutico estuve en sus clases hasta el examen de grado, muchas gracias. Al profesor Renero por su apoyo académico así como el apoyo que me brindo cuando tuve problemas de salud. Gracias a mis sinodales por aceptar ser mis jurados, al profe Cornejo que lo admiro y

respeto. Con todos mis profes de la maestría estoy muy agradecido, aparte los admiro mucho y si decidí ir a Puebla fue porque es la mejor escuela de óptica y me comprometo a reflejarlo.

Quiero darle gracias al INAOE por permitirme ser parte de esta institución, a la gente de coordinación por aguantarme con tantas preguntas, trámites y todo. Al Instituto de Astronomía de la UNAM por permitirme continuar mi formación en su institución. Me siento muy agradecido por haber formado parte de estas dos instituciones.

Estoy agradecido con mis compañeros de maestría, conseguimos mantenernos después del propedéutico y completar la maestría, gracias por su amistad, sus consejos, el apoyo cuando me accidenté y por todo. Quiero agradecer especialmente a Susana y Margarita, gracias por estar siempre conmigo y por ser grandes compañeras y amigas.

Quiero agradecerle a Joaquín su apoyo en la maestría, con el dinero de la venta de mi ex pick up fue que empecé la maestría aunque sobre todo se hizo presente con su amistad. También quiero agradecer los buenos deseos y el buen trato de mis primos y tíos, especialmente a Dulce, José Manuel y a Charlie. También a mis compañeros del Instituto de Astronomía de la UNAM, por hacerme sentir parte del grupo. Gracias a Joel Herrera y Cynthia Landa por su atención y colaboración en la tesis.

Y bueno, quiero agradecer a todos mis amigos con quienes tome una o varias cervecitas después de un día de mucho estudio. Les agradezco los buenos ratos y hacer que se borren de la mente todas las ecuaciones que a veces no deja pensar bien en otras cosas. Hago mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron o participaron en la realización de esta investigación.

Para dar fin a tantos agradecimientos, quiero reconocer que todo sucede gracias a Dios, haré siempre mi mayor esfuerzo pero lo pondré en sus manos esperando que me favorezca con un poquito de ayuda para lograr mi acometido.

RESUMEN

A través del concepto de la función de transferencia óptica (OTF) se estudia la función de pupila generalizada de un sistema formador de imágenes para conocer su respuesta en la frecuencia ante el error de foco. Este sistema incoherente estándar es modificado al agregarle una máscara de fase junto con un procesamiento digital a la imagen intermedia resultante para tener un sistema óptico con presencia de error de foco limitado por difracción con una extensión de su profundidad de campo. Para el diseño de la máscara de fase se emplea el uso de la función de ambigüedad para desplegar las OTF de diferentes valores de error de foco y con esto seleccionar la máscara de fase idónea para nuestro sistema óptico con gran profundidad de campo. Las máscaras de fase alteran o codifican el frente de onda incoherente que entra en el sistema de tal forma que la función de punto extendido y la OTF no cambian de manera considerable en función del error de foco. Se presentan dos máscaras de fase: la cúbica y la cuadrática con simetría impar. A partir de estas dos máscaras de fase se realiza una serie de pruebas que nos dan a conocer las propiedades y características de estas máscaras. Se hace un análisis de sus ventajas y desventajas, para seleccionar una máscara de fase con ciertos parámetros para fabricarse.

ABSTRACT

Through the concept of the optical transfer function (OTF) the generalized pupil function of an imaging system is studied to comprehend the frequency response of the system on the effect of misfocus. Then, this standard incoherent optical system is modified by placing a phase mask with a digital processing of the resulting intermediate image to deliver a near-diffraction-limited imaging performance with a large depth of field. For the phase mask design we use the ambiguity function to display the OTF for different values of misfocus and then select the ideal parameters for our imaging system with large depth of field. The phase mask alters or codes the received incoherent wave front in such a way that the point-spread function and the optical transfer function do not change appreciably as a function of misfocus. Two phase masks are presented: the cubic and the odd-symmetric quadratic, we test them to know their properties and characteristics. An analysis of their advantages and disadvantages is made to select one mask with the ideal parameters to be fabricated.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABLAS	xvi
NOMENCLATURAS	xvii
PREFACIO	xxi
1. INTRODUCCIÓN A LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA ÓPTICA	1
1.1 Análisis de sistemas formadores de imágenes	1
1.1.1 Sistemas lineales invariantes en el espacio	2
1.1.2 Respuesta al impulso de un sistema con iluminación monocromática.....	3
1.1.2.1 Respuesta al impulso de una lente positiva	3
1.1.2.2 Relación entre el objeto y la imagen	6
1.2 Tratamiento generalizado de sistemas formadores de imágenes.....	8
1.2.1 Modelo generalizado	8
1.2.2 Iluminación policromática	9
1.2.3 Intensidad de la imagen	10
1.3 Iluminación coherente e incoherente	11
1.3.1 Coherencia temporal	11
1.3.2 Coherencia espacial.....	12
1.3.3 Respuesta al impulso de intensidad.....	13
1.3.3.1 Caso coherente	13
1.3.3.2 Caso incoherente	14
1.4 Respuesta a la frecuencia para sistemas limitados por difracción con ulminación coherente.....	15
1.4.1 Función de transferencia de amplitud: ATF	15

1.4.2	Ejemplos del uso de la ATF.....	16
1.5	Respuesta a la frecuencia para sistemas limitados por difracción con iluminación incoherente	17
1.5.1	Función de transferencia óptica: OTF	18
1.5.2	La OTF en un sistema libre de aberraciones.....	20
1.5.3	Ejemplos del uso de la OTF: La OTF perfecta	21
1.5.3.1	OTF de una pupila cuadrada	21
1.5.3.2	OTF de una pupila circular	22
1.5.4	Clases de OTF	24

2. LA OTF COMO HERRAMIENTA DE DISEÑO ÓPTICO PARA EXTENDER LA PROFUNDIDAD DE CAMPO

2.1	Efectos de las aberraciones en la respuesta a la frecuencia	25
2.1.1	Función de pupila generalizada.....	25
2.1.1.1	Efectos de aberración en la ATF	26
2.1.1.2	Efectos de aberración en la OTF	26
2.1.2	Función de aberraciones del frente de onda	27
2.1.2.1	Error de foco.....	28
2.1.3	Efectos del error de foco en la OTF	29
2.1.3.1	OTF de una pupila cuadrada con error de foco	30
2.1.3.2	OTF de una pupila circular con error de foco	31
2.2	Función de ambigüedad como despliegue polar de la OTF.....	34
2.2.1	Función de ambigüedad en la formación de imágenes en sistemas isoplanáticos.....	35
2.2.1.1	AF de un sistema coherente.....	36
2.2.1.2	AF de un sistema incoherente.....	37
2.2.1.3	La AF como generalización de la OTF.....	38
2.2.2	La AF como despliegue polar de la OTF	39
2.2.3	Tolerancia al desenfoque por inspección de la AF.....	41

3. EXTENSIÓN DE LA PROFUNDIDAD DE CAMPO POR MEDIO DE LA CODIFICACIÓN DEL FRENTE DE ONDA.....	43
3.1 Extensión de la profundidad de campo.....	43
3.1.1 Profundidad de foco y profundidad de campo.....	43
3.2 Codificación del frente de onda.....	45
3.2.1 Diseño de un sistema codificador del frente de onda.....	46
3.2.2 Marco general para el diseño.....	49
3.2.2.1 Maximización de la información de la imagen	49
3.2.2.2 Incremento en los grados de libertad	49
3.2.2.3 Intercambio entre componentes ópticos y eléctricos.....	50
3.3 Diseño de máscara de fase	50
3.3.1 Herramientas matemáticas empleadas en el diseño de sistemas codificadores del frente de onda.....	52
3.3.1.1 La AF el diseño de máscaras de fase.....	52
3.3.1.2 Método de fase estacionaria.....	53
3.3.2 Máscaras de Fase.....	54
3.3.2.1 Placa de fase cúbica.....	54
3.3.2.2 Placa de fase cuadrática con simetría impar.....	58
4. DISEÑO Y ANÁLISIS DE UN SISTEMA ÓPTICO FORMADOR DE IMÁGENES CON CODIFICADOR DEL FRENTE DE ONDA.....	61
4.1 Parámetros a considerar en el análisis de las máscaras de fase	62
4.1.1 Parámetros W_{20} y el desplazamiento longitudinal $\partial z'$	62
4.1.2 Parámetro α	62
4.2 Análisis de una apertura cuadrada	63
4.2.1 Apertura libre.....	64
4.2.2 Apertura con máscara de fase cúbica	69
4.2.3 Apertura con máscara de fase cuadrática con simetría impar... 79	
4.2.4 Comparación entre máscaras de fase.....	88

4.3 Sistema óptico simple con codificador del frente de onda para extender la profundidad de campo	93
5. CONCLUSIONES	107
REFERENCIAS	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1.....	3
Distancias entre planos en un sistema óptico.	
Figura 1.2.....	8
“Caja negra”, modelo generalizado de un sistema formador de imágenes.	
Figura 1.3.....	16
La distancia w es el grosor de las aperturas.	
Figura 1.4.....	20
Interpretación geométrica de la OTF. (a) La función de pupila, el área total es el denominador; (b) dos pupilas desplazadas, la región sombreada es el numerador de la OTF.	
Figura 1.5.....	21
Cálculo del área de traslape para el caso de las pupilas (a) cuadrada y (b) circular.	
Figura 1.6.....	22
Cálculo del área de traslape para una pupila cuadrada de grosor $2w$. Haciendo $\lambda z_i v = 0$, (a) $\lambda z_i u = 2w$, (b) $0 < \lambda z_i u < 2w$ y (c) $\lambda z_i u = 0$.	
Figura 1.7.....	23
Autocorrelación de aperturas. (a) Traslape y (b) geometría del área de traslape.	
Figura 1.8.....	23
OTF de sistemas limitados por difracción con aperturas: (a) cuadrada y (b) circular.	
Figura 1.9.....	24
Ejemplo de los casos de OTF, (a) Ideal, (b) Perfecta y (c) Con aberraciones.	
Figura 2.1.....	26
Geometría que define la función de aberración.	
Figura 2.2.....	29
Medición del error de foco.	
Figura 2.3.....	30
OTF de un sistema con error de foco con pupila cuadrada. Sección cruzada sobre el eje u con W_{20}/λ como parámetro.	
Figura 2.4.....	31
Geometría del cálculo de autocorrelación.	

Figura 2.5.....	32
Geometría para determinar los límites de integración.	
Figura 2.6.....	34
Curvas de respuesta para el error de foco $W_{20} = (n_o/\pi)\lambda$.	
Figura 2.7.....	40
AF de una pupila rectangular. Las coordenadas polares ρ y θ .	
Figura 2.8.....	41
Variaciones de la MTF para errores de foco. (a) Localización de los ceros e intersección con los cortes. (b) Cortes de la AF varia varios valores de error de foco.	
Figura 3.1.....	44
Profundidad de foco para una lente delgada.	
Figura 3.2.....	45
Trazado de rayos de un sistema óptico simple de la misma distancia focal, posición y tamaño del detector, pero con diferente tamaño de apertura.	
Figura 3.3.....	47
Diagrama de bloques de un sistema formador de imágenes con codificador del frente de onda.	
Figura 3.4.....	47
Perfiles de las máscaras de fase: cuadrática y Cubica.	
Figura 3.5.....	48
PSF de los sistemas formadores de imágenes. Las PSF (a) y (b) son de un sistema sin máscara de fase, (c) y (d) para uno con máscara de fase. Las PSF (a) y (c) representan los sistemas enfocados y en el caso de (b) y (d) de uno desenfocado.	
Figura 3.6.....	52
Estas figuras muestran el detalle que se tiene en el punto focal de una lente con y sin máscara de fase. (a) Lente paraxial con máscara de fase y (b) lente paraxial.	
Figura 3.7.....	55
Perfil de máscara de fase cúbica.	
Figura 3.8.....	57
Comparación entre la MTF aproximada y la exacta del estudio de una placa de fase cúbica para $\psi=0$.	
Figura 3.9.....	58
AF de la máscara de fase cúbica con pupila cuadrada $\alpha = 20\pi$.	

Figura 3.10.....	58
Perfil de máscara de fase cuadrática con simetría impar.	
Figura 3.11.....	60
Módulo de la AF de una pupila cuadrada con una máscara de fase cuadrática con simetría impar.	
Figura 4.1.....	64
Módulo de la función de ambigüedad de una apertura cuadrada evaluada utilizando los valores de $ \psi < 2\pi$ y $ u < 2$.	
Figura 4.2.	64
Módulos de las funciones de ambigüedad de una apertura cuadrada evaluadas con los siguientes rangos ($ u < 2$), (a) $ \psi < 5\pi$ y (b) $ \psi < 20\pi$.	
Figura 4.3.	65
Cortes sobre el módulo de la función de ambigüedad: (a.1) Corte para el valor de $W_{20} = 0$, (b.1) MTF para $W_{20} = 0$, (a.2) Corte para el valor de $W_{20} = 2\lambda$, (b.2) MTF para $W_{20} = 2\lambda$, (a.3) Corte para el valor de $W_{20} = 5\lambda$, (b.3) MTF para $W_{20} = 5\lambda$..	
Figura 4.4.	65
Disco de Sectores con 25 periodos.	
Figure 4.5.	66
Imágenes que muestran el procedimiento que se realiza para calcular el efecto del desenfoque por medio de los discos de sectores. (a) MTF para $W_{20} = 0.75\lambda$ y (b) MTF rotada 360 grados con el valor de $W_{20} = 0.75\lambda$.	
Figura 4.6.	67
Disco de Sectores para los valores de error de foco utilizando una apertura cuadrada: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$ y (c) $W_{20} = 5\lambda$.	
Figura 4.7.	68
PSF para los siguientes valores de desplazamiento longitudinal de una apertura cuadrada: (a) $\partial z' = 0$, (b) $\partial z' = \pm 0.22mm$ y (c) $\partial z' = \pm 0.55mm$. En las figuras de las PSF se tiene un máximo de intensidad de 1, en la figura (a) la diferencia entre el máximo nivel de intensidad y en mínimo es de 1, en (b) es de 0.43 y en (c) 0.0319. El área de la imagen en dimensiones reales es de $176.22\mu m$ al cuadrado.	
Figura 4.8.	69
Diagrama de manchas para los siguientes valores de desplazamiento longitudinal de una apertura cuadrada: (a) $\partial z' = 0$ en un recuadro de $0.04\mu m$, (b) $\partial z' = \pm 0.22mm$ en un recuadro de $100\mu m$ y (c) $\partial z' = \pm 0.55mm$ en un recuadro de $200\mu m$.	

Figura 4.9.	69
Módulo de la AF para una apertura cuadrada que utiliza una máscara de fase cúbica con valor de $\alpha = 5\pi$.	
Figura 4.10.....	70
Gráfica que muestra las MTF para una máscara de fase cúbica con parámetro $\alpha = 5\pi$ para los valores de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda, 2.5\lambda$ y 5λ .	
Figura 4.11.....	71
Discos de sectores para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 5\pi$. Los valores para cada imagen son: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 2.5\lambda$ y (d) $W_{20} = 5\lambda$.	
Figura 4.12.....	71
Disco de sectores de 50 periodos para los valores de $W_{20} = 5\lambda$ y $\alpha = 5\pi$ de un sistema con una máscara de fase cúbica.	
Figura 4.13.....	72
Modulo de la función de ambigüedad de una máscara de fase cúbica para los valores de: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.	
Figura 4.14.....	72
Gráficas empalmadas para los valores de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ del caso de la apertura cuadrada con máscara de fase cúbica: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.	
Figura 4.15.....	73
Gráficas empalmadas para los valores de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ del caso de la apertura cuadrada con máscara de fase cúbica para $\alpha = 60\pi$.	
Figura 4.16.....	74
Discos de sectores para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. Los valores para cada imagen son: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 7.5\lambda$.	
Figura 4.17.....	74
Discos de sectores para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 12.5\lambda$.	
Figura 4.18.....	76
Diagrama de manchas de un sistema con máscara de fase cúbica para un sistema enfocado con parámetro α de: (a) $\alpha = 5\pi$ en una ventana de $100\mu m$ por lado y (b) $\alpha = 60\pi$ en una ventana de $2000\mu m$ por lado.	

Figura 4.19.....	77
<p>PSF de un sistema con máscara de fase cúbica. Las figuras de inciso (a) son para el parámetro $\alpha = 15\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y 4) $W_{20} = 7.5\lambda$, y (b) para $\alpha = 25\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 12.5\lambda$. El área de la imagen en dimensiones reales es de $88.44\mu m$ al cuadrado. En las figuras se tiene un máximo de intensidad de 1 y un mínimo de 0, en la figura (a.1) la diferencia entre el máximo nivel de intensidad y en mínimo es de 0.0173, en (a.2) 0.0168, (a.3) 0.0175, (a.4) 0.0177, (b.1)8.13×10^{-3}, (b.2) 8.44×10^{-3}, (b.3) 8.7×10^{-3} y (a.4) 0.0103.</p>	
Figura 4.20.....	78
<p>Diagrama de manchas para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 7.5\lambda$. El tamaño de la ventana de las imágenes (a), (b) y (c) es de $400\mu m$ por lado y el de la imagen (d) es de $1000\mu m$.</p>	
Figura 4.21.....	78
<p>Diagrama de manchas para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 12.5\lambda$. El tamaño de la ventana es de $1000\mu m$.</p>	
Figura 4.22.....	79
<p>Módulo de la función de ambigüedad para una apertura cuadrada que utiliza una máscara de fase cuadrática con simetría impar con valor de $\alpha = 5\pi$.</p>	
Figura 4.23.....	79
<p>Gráfica que muestra las MTF para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con parámetro $\alpha = 5\pi$ y valores de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda, 2.5\lambda$ y 5λ.</p>	
Figura 4.24.....	80
<p>Discos de sectores para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 5\pi$. Los valores para cada imagen son: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 2.5\lambda$ y (d) $W_{20} = 5\lambda$.</p>	
Figura 4.25.....	81
<p>Disco de sectores de 50 periodos para los valores de $W_{20} = 5\lambda$ y $\alpha = 5\pi$ de un sistema con una máscara de fase cuadrática.</p>	
Figura 4.26.....	82
<p>Modulo de la función de ambigüedad de una máscara de fase cuadrática con simetría impar para los valores de: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.</p>	

Figura 4.27.....	82
Gráficas transpuestas para los valores de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ del caso de la apertura cuadrada con máscara de fase cuadrática: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.	
Figura 4.28.....	83
Discos de sectores para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 7.5\lambda$.	
Figura 4.29.....	83
Discos de sectores para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. Los valores para cada imagen son: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 12.5\lambda$.	
Figura 4.30.....	85
Gráficas transpuestas para los valores de $\alpha = 5\pi, 15\pi$ y 25π en el caso 4-6. En la gráfica (a) se muestran las MTF en $W_{20} = 2.5\lambda, 7.5\lambda$ y 12.5λ , y en la gráfica (b) se muestra un detalle de la gráfica donde se aprecia la f_o para cada caso.	
Figura 4.31.....	86
PSF de un sistema con máscara de fase cuadrática con simetría impar. Las figuras de inciso (a) son para el parámetro $\alpha = 15\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 7.5\lambda$, y (b) para $\alpha = 25\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 12.5\lambda$. El área de la imagen en dimensiones reales es de $88.44\mu m$ al cuadrado. En las figuras de las PSF se tiene un máximo de intensidad de 1 y un mínimo de 0, en la figura (a.1) la diferencia entre el máximo nivel de intensidad y en mínimo es de 9.55×10^{-3} , en (a.2) 9.70×10^{-3} , (a.3) 0.0195, (a.4) 0.0855, (b.1) 2.65×10^{-3} , (b.2) 2.92×10^{-3} , (b.3) 3.65×10^{-3} y (a.4) 0.0832.	
Figura 4.32.....	87
Diagrama de manchas para la placa de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. (a) $W_{20} = 0$, (b) 2λ , (c) 5λ y (d) 7.5λ . El área de la imagen (a) es de $200\mu m$ al cuadrado mientras que la de las otras imágenes es de $400\mu m$.	
Figura 4.33.....	87
Diagrama de manchas para la placa de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. (a) $W_{20} = 0$, (b) 2λ , (c) 5λ y (d) 12.5λ . El área de las imágenes es de $400\mu m$ al cuadrado, excepto (d) que es de $1000\mu m$ al cuadrado.	

Figura 4.34.....	91
Discos de sectores para el análisis de las aperturas cuadradas. El inciso (a) es para la apertura cuadrada sin máscara de fase, (b) con máscara de fase cúbica y (c) con la máscara de fase cuadrática con simetría impar, ambas máscaras con valor $\alpha = 25\pi$. (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5$, (4) $W_{20} = 12.5\lambda$ y (5) $W_{20} = 25\lambda$.	
Figura 4.35.....	92
Diagrama de manchas. El inciso (a) es para la apertura cuadrada sin máscara de fase, (b) con máscara de fase cúbica y (c) con la máscara de fase cuadrática con simetría impar, ambas máscaras con valor $\alpha = 25\pi$. (1) $W_{20} = 0$, (2) 2λ , (3) 5, (4) 12.5λ y (5) 25λ . El área de la imagen (a.1) es de $0.4\mu m$ al cuadrado, (a.2) $100\mu m$, (a.3) $200\mu m$, de las imágenes (a.4), (b.1), (b.2) y (b.3) son de $400\mu m$, y el resto son de $1000\mu m$ al cuadrado.	
Figura 4.36.....	93
Interferogramas de las placas de fase para diferentes valores de α . (a) El primer renglón muestra los interferogramas de las máscaras de fase cuadrática, mientras que el segundo renglón (b) muestra los de la máscara de fase cúbica. Los valores de α se muestran de la siguiente manera: (1) $\alpha = 5\pi$, (2) $\alpha = 15\pi$ y (3) $\alpha = 25\pi$.	
Figura 4.37.....	94
AF de una pupila circular. (a) AF, (b) corte realizado para conocer la MTF que contenga el primer cero y (c) MTF para $W_{20} = 2\lambda/\pi$.	
Figura 4.38.....	95
MTF y diagramas de manchas obtenidos en la simulación del caso 1 en ZEMAX de: (a) el sistema enfocado y (b) con el plano imagen desplazado $0.070mm$. Los tamaños de los recuadros son (a.2) $0.04\mu m$ y (b.2) 20μ .	
Figura 4.39.....	96
MTF y diagramas de manchas obtenidos en la simulación del caso 2 en ZEMAX de: (a) el sistema con el plano imagen desplazado $0.070mm$. y (b) con el plano imagen desplazado $0.280mm$. Los tamaños de los recuadros son (a.2) $10\mu m$ y (b.2) 40μ .	
Figura 4.40.....	97
Diagrama del arreglo entre el objeto, la lente y el detector para las simulaciones en ZEMAX.(a) Caso 1, lente convergente con diámetro D y distancia focal f , (b) Caso 2, lente convergente con diámetro $D/2$ y distancia focal f y (c) Caso 3, lente convergente con diámetro D , distancia focal f y una placa de fase cúbica de $\alpha = 12\pi$.	

Figura 4.41.....	98
AF de una máscara de fase cúbica con parámetro $\alpha = 12\pi$. (a) AF, (b) corte realizado para conocer la MTF que contiene el cero seleccionado y (c) MTF para $W_{20} = 12\lambda$.	
Figura 4.42.....	99
Diagrama de manchas para la placa de fase cúbica en el caso 3 y valor de $\alpha = 12\pi$. (a) $\partial z' = 0$, (b) $0.070mm$, (c) $0.280mm$ y (d) $1.32mm$. El área de las imágenes es de $400\mu m$ al cuadrado, excepto (d) que es de $1000\mu m$ al cuadrado.	
Figura 4.43.....	100
MTF del caso 3 para diferentes desplazamientos longitudinales del plano imagen. (a) $\partial z' = 0$, (b) $0.070mm$, (c) $0.280mm$ y (d) $1.320mm$.	
Figura 4.44.....	100
Diagrama del arreglo entre el objeto, la lente y el detector para las simulaciones en ZEMAX. (a) Ejemplo del arreglo de la lente sin máscara de fase y (b) con máscara de fase cúbica con parámetro de $\alpha = 12\pi$.	
Figura 4.45.....	102
Estas figuras muestran el detalle que se tiene en el plano imagen para el caso 1, en (a) cuando el objeto esta en el infinito se tiene el foco en enfrente del detector y en (b) seria cuando el objeto se encuentra a $1786.214m$ de la lente.	
Figura 4.46.....	102
Discos de sectores para el caso del desplazamiento del objeto. (a) Imagen del disco de Sectores de la figura 4.4 situado en el infinito, (b) situado a $3,571.928m$ de la lente y (c) cuando se encuentra a $1786.214m$ de la lente.	
Figura 4.47.....	104
Discos de sectores para el caso del desplazamiento del plano imagen. Las imágenes del inciso (a) son del caso 1, las de (b) son para el caso 2 y la (c) para el caso 3. La numeración de las figuras indica el desplazamiento del plano imagen: (1) $\partial z' = 0.00mm$, (2) $\partial z' = 0.070mm$, (3) $\partial z' = 0.280mm$, (4) $\partial z' = 1.320mm$ y (5) $\partial z' = 2.640mm$.	
Figura 4.48.....	105
Función de punto extendido para el caso del desplazamiento del objeto con el plano imagen fijo en $z_i = 500mm$. Las imágenes del inciso (a) son del caso 1, las de (b) son para el caso 2 y la (c) para el caso 3. La numeración de las figuras indica la posición del objeto: (1) objeto situado en infinito y posteriormente el objeto se acerca las distancias (2) $3571.93m$, (3) $1786.21m$, (4) $893.36m$, (5) $446.93m$, (6) $189.89m$. Las dimensiones de los recuadros de los casos 1 y 2 son de $128\mu m$, y para el caso 3 de $256\mu m$ al cuadrado.	

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.....	67
Parámetros del sistema simple formador de imágenes.	
Tabla 2.....	68
Equivalencias entre el parámetro W_{20} y el desplazamiento longitudinal.	
Tabla 3.....	68
Equivalencia del valor de α y el valor utilizado en la simulación en ZEMAX.	
Tabla 4.....	103
Puntos conjugados para los casos que se estudian en la simulación.	

NOMENCLATURA

- g_1 . Función que representa la entrada a un sistema.
- (x_0, y_0) . Coordenadas en el espacio de la entrada.
- (x_1, y_1) . Coordenadas en el espacio de la entrada después de la propiedad de desplazamiento.
- g_2 . Función que representa la salida de un sistema.
- (x_2, y_2) . Coordenadas en el espacio de la salida.
- t . Variable de tiempo.
- τ . Retraso.
- f_T . Respuesta al impulso.
- F_T . Función de transferencia.
- (f_X, f_Y) . Frecuencias espaciales.
- U_o . Distribución de la amplitud del campo óptico transmitida por el objeto.
- (ξ, η) . Coordenadas del plano objeto.
- (x, y) . Coordenadas del plano de la pupila.
- U_i . Distribución de la amplitud del campo óptico en la imagen.
- (p, q) . Coordenadas del plano imagen.
- z_o . Distancia entre el plano objeto y la pupila de entrada.
- z_i . Distancia entre el plano imagen y la pupila de salida.
- λ . Longitud de onda de la fuente de iluminación monocromática.
- k . Número de onda ($2\pi/\lambda$).
- j . Número imaginario ($\sqrt{-1}$).
- f . Distancia focal.
- U_l . Distribución de la amplitud el plano frontal de la lente.
- U'_l . Distribución de la amplitud el plano posterior de la lente.
- t_l . Función de transformación de fase.
- P . Función de la pupila.
- h . Respuesta al impulso de amplitud.

- κ . Constante compleja.
- M . Amplificación del sistema.
- U_g . Distribución de amplitud del campo óptico en el plano objeto que en base a la predicción que se tiene de la imagen por medio de la óptica geométrica (imagen ideal).
- $(\tilde{\xi}, \tilde{\eta})$. Variable que sustituye a $M\xi$ y $M\eta$.
- (ξ, η) . Coordenadas reducidas del plano objeto.
- (\tilde{x}, \tilde{y}) . Variable que sustituye a $x/\lambda z_i$ y $y/\lambda z_i$.
- \tilde{h} . Variable que sustituye a h/M .
- $u_a(P, t)$. Función compleja que describe una onda policromática.
- $U(P)$. Amplitud compleja que depende de la posición (Fasor).
- I . Intensidad.
- I_i . Distribución de intensidad en el plano imagen.
- I_g . Distribución de intensidad el plano objeto que en base a la predicción que se tiene de la imagen por medio de la óptica geométrica.
- J_g . Intensidad mutua en el plano objeto.
- $(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1)$. Coordenadas sobre el plano objeto.
- $(\tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2)$. Coordenadas sobre el plano objeto.
- $\Delta\nu$. Ancho de banda.
- Δt_c . Tiempo de coherencia.
- c . Constante de velocidad de la Luz ($3 \times 10^8 m/s$).
- G_g . Transformada de Fourier de U_g .
- G_i . Transformada de Fourier de U_i .
- H . Función de transferencia de amplitud (ATF).
- (u, v) . Frecuencias espaciales en el espectro de frecuencias.
- (ρ, θ) . Frecuencia espacial en coordenadas polares.
- w . Grosor de la pupila.
- u_o, v_o . Frecuencias de corte.
- \tilde{h}_i . Respuesta al impulso de intensidad.

- \mathcal{H} . Función de transferencia óptica (OTF).
- \mathcal{G}_g . Transformada de Fourier de I_g .
- \mathcal{G}_i . Transformada de Fourier de I_i .
- (s', r') . Variables de corrimiento en la autocorrelación.
- (s, r) . Variables de corrimiento en para la OTF.
- χ . Función de transferencia de fase.
- \mathcal{A} . Área de traslape.
- Λ . Función triangular.
- \mathbb{A}, \mathbb{B} . Área de traslape \mathbb{A} y \mathbb{B} para el análisis de la pupila circular.
- β . Ángulo que se tiene en la geometría que calcula los límites de integración para el cálculo de la OTF de la pupila circular.
- ρ_o . Frecuencia de corte para una superficie con simetría rotacional.
- \mathcal{P} . Función de la pupila generalizada.
- A_T . Área total de la pupila.
- W . Función de aberración.
- W_{20} . Coeficiente del error de foco.
- h_e . Altura del rayo en el plano de la pupila.
- R_o . Radio de la esfera de referencia (distancia focal).
- n' . Índice de refracción del medio donde se encuentra el plano imagen.
- $\partial z'$. Desplazamiento longitudinal.
- γ' . Ángulo que se utiliza para el número de apertura.
- NA . Número de apertura.
- $f/\#$. Número f.
- φ . Variable que se utiliza en un cambio de variable para $r = \cos \varphi$.
- n . Número entero que se utiliza en la funciones Bessel.
- n_o . Número entero.
- J_i . Intensidad mutua en el plano imagen.
- σ . Variable auxiliar $(\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2)/2$.
- τ_t . Variable auxiliar $\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2$.

t_c .	Variable auxiliar $p - \sigma$.
A .	Función de ambigüedad.
A_i .	Función de ambigüedad en el plano imagen.
A_p .	Función de ambigüedad en el plano de la pupila.
A_o .	Función de ambigüedad en el plano objeto.
N .	Número entero.
\mathcal{W} .	Densidad de la fuente.
$\tilde{\mathcal{W}}$.	Espectro de la densidad de la fuente.
Ω .	Variable igual a $2fW_{20}/\lambda$ en la función de ambigüedad.
p_1, p_2 .	Puntos sobre el plano imagen
M_H .	Criterio de Hopkins.
S .	Superficie de la placa de fase.
α .	Controla la sensibilidad al desenfoque.
ε .	Orden de la máscara.
$\partial Z'$.	Profundidad de foco.
∂Z .	Profundidad de campo.
ψ .	Parámetro de desenfoque ($2\pi W_{20}/\lambda$).
ϕ .	Función que varía rápidamente.
F .	Función que varía lentamente.
I_N .	Integral.
s_s .	Punto estacionario.
Φ .	Función que describe la máscara de fase.
a_f, b_f .	Operadores que proceden de las integrales de Fresnel.
a_T, b_T .	Operadores que proceden de las integrales de Fresnel.
a_c, b_c .	Operadores que proceden de las integrales de Fresnel.
DCO .	Diferencia de camino óptico
Z_X .	Variable utilizada en ZEMAX

PREFACIO

En este trabajo se presenta un método para extender la profundidad de campo de un sistema óptico simple por medio de una máscara de fase y de un procesamiento de la imagen resultante del sistema con codificador del frente de onda. Éste produce que la función de punto extendido sea casi insensible ante el error de foco con respecto a los sistemas tradicionales [1, 2, 3].

La idea de la extensión de la profundidad de campo por medio de un sistema compuesto de una parte óptica y una computacional fue trabajada en 1972 por Häusler [4]. Su propuesta consistía en variar constantemente la distancia focal de la cámara de manera continua durante su tiempo de exposición, y esto produciría una superposición de los módulos de las funciones de transferencias ópticas para cada distancia focal. La parte computacional consistía en realizar un procesamiento de la imagen degradada para obtener una imagen sin degradado con un incremento de profundidad de campo.

En 1973 Papoulis introdujo el concepto de función de ambigüedad en el campo de la óptica [5]. A partir de ese momento, la función de ambigüedad que era considerada una herramienta muy útil en la tecnología para radares se comenzaría a utilizar en la óptica para describir una onda propagándose. En 1978, Guigay [6] retomó la idea de la función de ambigüedad y la relacionó con la función de transferencia óptica. Proponía que la función de ambigüedad de la pupila podía ser considerada como la generalización de la función de transferencia óptica; pues daba a conocer la información completa no sólo de la intensidad de la imagen sino también de sus propiedades de coherencia espacial. Después, en 1983, Brenner [7] utilizó la función de ambigüedad como herramienta para el diseño de sistemas ópticos formadores de imágenes con error de foco. La función de ambigüedad se

utilizaba para representar la OTF de un sistema formador de imágenes para diferentes niveles de desenfoque. Con base en estos aportes, en 1984, Bartelt [8] discute cómo es que la función de ambigüedad puede ser aplicada para visualizar la tolerancia de un sistema óptico ante el error de foco.

Estas ideas fueron retomadas varios años después por Dowski y Cathey, que en 1995 publicaron un artículo [1] donde proponen un método de extensión de la profundidad de campo por medio de una máscara de fase. En trabajos un poco más recientes [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15] se han estudiado nuevos tipos de máscaras de fase que realicen la misma labor de extender la profundidad de foco y obtener una imagen intermedia que, por medio de procesamiento de imágenes, recupere la información codificada.

En este trabajo se presentará la parte óptica del método propuesto por Dowski y Cathey [1, 2, 3, 16, 17, 18, 19, 20], donde se tratan las bases teóricas del uso de una máscara de fase para extender la profundidad de campo de un sistema óptico para después simular un sistema formador de imágenes con codificador de frente de onda para dos diferentes tipos de máscaras de fase. Los resultados ayudarán a determinar las características que más favorables para la fabricación de una máscara de fase. La parte del procesamiento de imágenes se dejará para un trabajo a futuro.

En el capítulo 1 se explora el concepto función de transferencia óptica pues su reconocimiento será de vital importancia para el estudio de los sistemas ópticos por medio del análisis de la respuesta a la frecuencia.

En el capítulo 2 retoma el estudio de la OTF pero para el caso de un sistema óptico con presencia de aberraciones. Este apartado concluye con la introducción del término función de ambigüedad, una herramienta que permite desplegar la función de transferencia óptica para un rango de valores de error de foco simultáneamente.

En el capítulo 3 será donde se da a conocer el trabajo realizado por Dowski & Cathey, así como los aportes de Christensen & Somayi, los cuales

incluyen la descripción matemática de las máscaras de fase cúbica así como el estudio en general de la máscara de fase cuadrática con simetría impar.

A partir de dichas aportaciones, en el capítulo 4 se describen detalladamente las máscaras de fase cúbica y cuadrática con simetría impar. Así, se mencionarán las ventajas y desventajas de cada una, para finalmente seleccionar una máscara con los parámetros más idóneos para su fabricación.

1.

INTRODUCCIÓN A LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA ÓPTICA

En este capítulo se establecerán las bases del estudio de un sistema óptico por medio de su respuesta en la frecuencia y se destacará la importancia de la función de transferencia óptica de un sistema óptico formador de imágenes para poder comprender el método de diseño que utilizaremos para conseguir un sistema óptico con gran profundidad de foco.

1.1 ANÁLISIS DE SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES

Un sistema es un mapeo de una serie de funciones de entrada en un conjunto de funciones de salida [21]. Para representar un sistema como un operador matemático utilizamos $\mathcal{S}\{ \}$, este operador matemático nos hace pensar que opera en una función de entrada para producir una función de salida. Si se utiliza este operador sobre una función, se asume que esta función es lineal.

La gran ventaja de utilizar la propiedad de linealidad es que podemos expresar la respuesta de un sistema a una entrada arbitraria en términos de las respuestas de ciertas funciones elementales en las cuales la entrada se ha descompuesto. Uno de los métodos de descomposición es el que utiliza la llamada propiedad de desplazamiento de la función delta, la cual describe una función como combinaciones lineales de peso y deltas desplazadas [21]. La propiedad de desplazamiento se expresa de la siguiente forma

$$g_1(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(x_1, y_1) \delta(x_0 - x_1, y_0 - y_1) dx_1 dy_1 \quad (1-1)$$

la función δ será una función elemental que nos ayudará a representar nuestra función de entrada g_1 . Si esta función (1-1) se introduce al sistema le aplicamos el operador y utilizamos la propiedad de superposición

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(x_1, y_1) S\{\delta(x_0 - x_1, y_0 - y_1)\} dx_1 dy_1. \quad (1-2)$$

La respuesta del sistema en el punto (x_2, y_2) del plano de salida para la función de entrada delta en las coordenadas (x_1, y_1) es lo que se conoce como respuesta al impulso del sistema [21]

$$f_T(x_2, y_2; x_1, y_1) = S\{\delta(x_0 - x_1, y_0 - y_1)\}, \quad (1-3)$$

donde f_T es conocida como respuesta al impulso. La entrada y la salida del sistema se pueden relacionar por una simple ecuación conocida como integral de superposición

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(x_1, y_1) f_T(x_2, y_2; x_1, y_1) dx_1 dy_1. \quad (1-4)$$

1.1.1 SISTEMAS LINEALES INVARIANTES EN EL ESPACIO

Se dice que el sistema es invariante con el tiempo si su respuesta al impulso $f_T(t; \tau)$ depende solo de la diferencia de tiempo $(t - \tau)$. De forma similar, un sistema es invariante con el espacio o isoplanático cuando su respuesta al impulso $f_T(x_2, y_2; x_1, y_1)$ depende solo de las distancias $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ [21]. De modo que

$$f_T(x_2, y_2; x_1, y_1) = f_T(x_2 - x_1, y_2 - y_1). \quad (1-5)$$

Por lo tanto, un sistema formador de imágenes es invariante en el espacio si la imagen solo cambia en posición, no en su forma funcional, conforme la fuente puntual explora el campo del objeto.

Cuando se tiene un sistema invariante en el espacio la ecuación de la integral de superposición (1-4) toma la forma [21]

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(x_1, y_1) f_T(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1. \quad (1-6)$$

o bien $g_2 = g_1 \otimes f_T$, donde \otimes quiere decir que se convoluciona g_2 con f_T .

La simplicidad de los sistemas invariantes empieza a ser evidente al utilizar la convolución, dado que es más simple al utilizar la transformada de Fourier, de modo que el espectro de g_2 y g_1 se relacionan con F_T

$$g_2(fX, fY) = g_1(fX, fY) \cdot F_T(fX, fY), \quad (1-7)$$

donde F_T es la transformada de Fourier de la respuesta al impulso, función de punto extendido o función de transferencia [21]

$$F_T(fX, fY) = \iint_{-\infty}^{\infty} f_T(x_2 - x_1, y_2 - y_1) e^{-j2\pi(fXx_1 + fYy_1)} dx_1 dy_1. \quad (1-8)$$

La función de transferencia indica los efectos de un sistema en el dominio de la frecuencia y se utiliza para relacionar entradas con salidas de un sistema lineal e invariante con el espacio (o tiempo). Puede ser definida como la razón de la transformada de Fourier de la entrada con la de la salida, habiendo asumido que las condiciones iniciales son cero.

$$F_T(fX, fY) = \frac{\mathcal{F}\{g_2(x_2, y_2)\}}{\mathcal{F}\{g_1(x_1, y_1)\}}. \quad (1-9)$$

1.1.2 RESPUESTA AL IMPULSO DE UN SISTEMA CON ILUMINACIÓN MONOCROMÁTICA.

Si un objeto se coloca frente a una lente y es iluminado, después bajo ciertas condiciones aparecerá en un segundo plano una distribución de intensidad de luz con las características del objeto, esto producto de que la luz proveniente del objeto atravesó a la lente. La intensidad de distribución es llamada imagen del objeto y puede ser real o virtual [21].

1.1.2.1 RESPUESTA AL IMPULSO DE UNALENTE POSITIVA

Para conocer la respuesta al impulso de amplitud de una lente positiva es necesario hacer el cálculo necesario para conocer la amplitud del campo en el plano imagen $U_i(p, q)$ que se encuentra a una distancia z_i de la lente, la cual se encuentra a una distancia z_o del plano objeto el cual tiene una amplitud de campo $U_o(\xi, \eta)$.

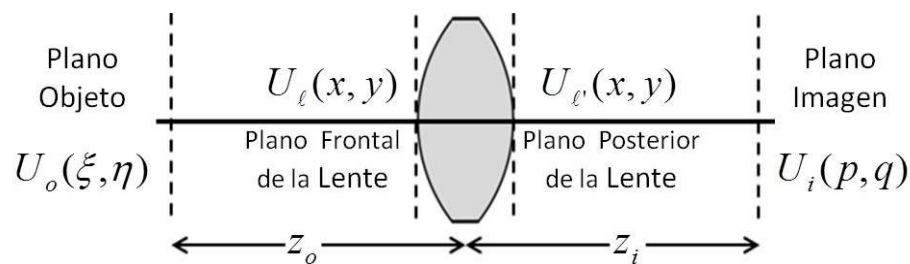


Figura 1.1 Distancias entre planos en un sistema óptico.

Primero definimos la amplitud de campo en el plano objeto como $U_o(\xi, \eta)$, el cual al propagarse una distancia z_o hasta llegar al plano frontal de la lente se tiene

$$U_l(x, y) = \frac{e^{jkz_o}}{j\lambda z_o} \iint_{-\infty}^{\infty} U_o(\xi, \eta) e^{j\frac{k}{2z_o}[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]} d\xi d\eta \quad (1-10)$$

donde $j = \sqrt{-1}$. Después para conocer la amplitud de campo en el plano posterior de la lente se agrega el término de transformación de fase

$$t_l(x, y) = e^{-\frac{jk}{2f}(x^2+y^2)}$$

donde f es la distancia focal de la lente. Los efectos de la extensión finita de la pupila, por lo que se tiene [21]

$$U'_l(x, y) = t_l(x, y)U_l(x, y)P(x, y). \quad (1-11)$$

Finalmente, cuando se propaga una distancia z_i , de nuevo utilizando la integral de difracción de Fresnel obtenemos

$$U_i(p, q) = \frac{e^{jkz_i}}{j\lambda z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} U'_l(x, y) e^{j\frac{k}{2z_i}[(p-x)^2+(q-y)^2]} dx dy \quad (1-12)$$

y desarrollando obtenemos [21]

$$U_i(p, q) = \frac{1}{(j\lambda)^2 z_o z_i} e^{j\frac{k}{2z_i}(p^2+q^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x, y) U_o(\xi, \eta) \times e^{j\frac{k}{2z_o}(\xi^2+\eta^2)} e^{\frac{j\pi}{\lambda} \left[\frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{f} \right] (x^2+y^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z_o}(x\xi+y\eta)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z_i}(px+qy)} d\xi d\eta dx dy. \quad (1-13)$$

Esta ecuación nos empieza a relacionar la amplitud de campo óptico del objeto $U_o(\xi, \eta)$ con el de la imagen $U_i(p, q)$. Sin embargo es difícil determinar las condiciones bajo las cuales U_i puede ser razonablemente llamada imagen de U_o a menos de que se adopten algunas simplificaciones [21]. Eliminando los términos de fase cuadrática que contienen las variables del plano objeto y el de la pupila, y haciendo que la función de la pupila sea igual a la unidad logramos simplificar la relación de la siguiente manera [21]

$$U_i(p, q) = \frac{1}{\lambda^2 z_o z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} U_o(\xi, \eta) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left[x \left(\frac{\xi}{z_o} + \frac{p}{z_i} \right) + y \left(\frac{\eta}{z_o} + \frac{q}{z_i} \right) \right]} d\xi d\eta dx dy. \quad (1-14)$$

Para esto, si consideramos la representación de un sistema formador de imágenes en la forma de una integral de superposición como se expresa en la ecuación 1-4 y consideramos que buscamos obtener un sistema formador de imágenes de alta calidad, entonces tendríamos que tener que $U_i(p, q) \approx U_o(\xi, \eta)$, por lo que la respuesta al impulso deberá aproximarse a una delta de Dirac, $h(p, q; \xi, \eta) \approx \kappa \delta(p \pm M\xi, q \pm M\eta)$, donde κ es una constante y M representa la amplificación del sistema. Al buscar en la expresión de salida de nuestro sistema una relación con una delta podemos encontrar una a partir de la integral sobre el plano (x, y) . Por lo que si relacionamos la expresión (1-14) con la integral de superposición y reacomodamos los términos podemos ver que

$$U_i(p, q) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_o(\xi, \eta) \left[\frac{1}{\lambda^2 z_o z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left[x \left(\frac{\xi}{z_o} + \frac{p}{z_i} \right) + y \left(\frac{\eta}{z_o} + \frac{q}{z_i} \right) \right]} dx dy \right] d\xi d\eta, \quad (1-15)$$

se puede relacionar directamente esta ecuación con la integral de superposición si hacemos que la respuesta al impulso tome la forma [21]

$$h(p, q; \xi, \eta) = \frac{1}{\lambda^2 z_o z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \left[x \left(\frac{\xi}{z_o} + \frac{p}{z_i} \right) + y \left(\frac{\eta}{z_o} + \frac{q}{z_i} \right) \right]} dx dy. \quad (1-16)$$

Si resolvemos la integral que define la respuesta al impulso tenemos que se puede reducir utilizando una propiedad de la función delta y después despejando las coordenadas (ξ, η) , con el fin de que se pierdan con la próxima integral. Posteriormente al sustituir el valor de la respuesta al impulso en la expresión tenemos

$$U_i(p, q) = \frac{1}{|M|} \iint_{-\infty}^{\infty} U_o(\xi, \eta) \delta \left(\xi - \frac{p}{M}, \eta - \frac{q}{M} \right) d\xi d\eta, \quad (1-17)$$

que de nuevo, al resolver la integral obtenemos la relación final entre el objeto y la imagen

$$U_i(p, q) = \frac{1}{|M|} U_o \left(\frac{p}{M}, \frac{q}{M} \right), \quad (1-18)$$

donde M es la magnificación del sistema y toma el valor de $-z_i/z_o$ [21].

1.1.2.2 RELACIÓN ENTRE EL OBJETO Y LA IMAGEN.

Considerando la naturaleza física de la imagen predicha por la óptica geométrica se obtiene un sistema formador de imágenes que se asume es perfecto. En este caso la imagen se encuentra simplemente amplificada (o reducida) e invertida pero sigue siendo una réplica del objeto. De modo que de acuerdo a la óptica geométrica, la imagen y el objeto será relacionada por la expresión de la ecuación 1-18 [21]. Esta relación nos dice que la solución en la óptica de ondas se reduce a esta expresión al usar el artificio común que permite aproximar a cero la longitud de onda λ , con este resultado tenemos que la respuesta al impulso es

$$h(p, q; \xi, \eta) = \frac{1}{|M|} \delta\left(\xi - \frac{p}{M}, \eta - \frac{q}{M}\right). \quad (1-19)$$

Posteriormente al sustituirlo en la integral de superposición nos dio como resultado la relación objeto-imagen predicha por la óptica geométrica $U_g(p, q)$ [21].

La predicción de la óptica geométrica no incluyen los efectos de la difracción, de modo que se comprendería mejor el fenómeno si se incluyeran los efectos de la difracción [21]. Hasta ahora habíamos hecho el cálculo de la respuesta al impulso de un sistema invariante en el espacio, de modo que la relación del objeto con la imagen estaba hecha por medio de la integral de superposición pero no por la integral de convolución. Este atributo de ser invariante en el espacio es resultado directo de su magnificación e inversión de la imagen que ocurre en la operación de la formación de imagen. Para reducir la relación objeto-imagen a una ecuación de convolución debemos de normalizar las coordenadas del objeto para poder remover la inversión y magnificación de la imagen. La normalización empleada se realiza a partir de la expresión de la ecuación 1-16, en este caso despejamos las coordenadas (p, q) , ya que queremos normalizar las coordenadas en el objeto (ξ, η)

$$h(p, q; \xi, \eta) = \frac{1}{\lambda^2 z_o z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x, y) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z_i}[x(p-M\xi)+y(q-M\eta)]} dx dy, \quad (1-20)$$

empezando con la normalización tenemos que $\xi = M\xi$ y $\eta = M\eta$, por lo que

$$h(p, q; \xi, \eta) = \frac{1}{\lambda^2 z_o z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x, y) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z_i} [x(p-\xi) + y(q-\eta)]} dx dy, \quad (1-21)$$

en este caso solo depende de la diferencia de las coordenadas $(p - \xi, q - \eta)$. Esto da a lugar que se pueda relacionar con la integral de convolución. Utilizando otro conjunto de normalizaciones se simplifica el resultado aun más. Si hacemos $\tilde{x} = x/\lambda z_i$, $\tilde{y} = y/\lambda z_i$ y $h/|M| = \tilde{h}$, podemos reducir la expresión a [21]

$$\tilde{h}(p - \xi, q - \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(\lambda z_i \tilde{x}, \lambda z_i \tilde{y}) e^{-j2\pi[\tilde{x}(p-\xi) + \tilde{y}(q-\eta)]} d\tilde{x} d\tilde{y}. \quad (1-22)$$

Ahora, si sustituimos esto en la integral de superposición obtendríamos la integral de convolución, la cual resulta de realizar los cambios de variables lo siguiente

$$U_i(p, q) = \frac{1}{|M|} \iint_{-\infty}^{\infty} U_o\left(\frac{\xi}{M}, \frac{\eta}{M}\right) \tilde{h}(p - \xi, q - \eta) d\xi d\eta, \quad (1-23)$$

de modo que la relación objeto-imagen se quedaría como

$$U_i(p, q) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(p - \xi, q - \eta) \left[\frac{1}{|M|} U_o\left(\frac{\xi}{M}, \frac{\eta}{M}\right) \right] d\xi d\eta \quad (1-24)$$

o

$$U_i(p, q) = \tilde{h}(p, q) \otimes U_g(p, q),$$

donde

$$U_g(p, q) = \frac{1}{|M|} \iint_{-\infty}^{\infty} U_o\left(\frac{\xi}{M}, \frac{\eta}{M}\right) e^{-j2\pi[\xi p + \eta q]} d\xi d\eta \quad (1-25)$$

$$U_g(p, q) = \frac{1}{|M|} U_o\left(\frac{p}{M}, \frac{q}{M}\right) \quad (1-26)$$

es la predicción de imagen de la óptica geométrica, y

$$\tilde{h}(p, q) = \mathcal{F}\{P(\lambda z_2 \tilde{x}, \lambda z_2 \tilde{y})\} \quad (1-27)$$

$$\tilde{h}(p, q) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(\lambda z_2 \tilde{x}, \lambda z_2 \tilde{y}) e^{-j2\pi[\tilde{x}p + \tilde{y}q]} d\tilde{x} d\tilde{y} \quad (1-28)$$

es la función de punto extendido de amplitud introducida por difracción [21].

1.2 TRATAMIENTO GENERALIZADO DE SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES.

Esta parte del capítulo hará un análisis más generalizado que no se limita a una lente si no a múltiples elementos ópticos y se considerará una fuente de luz policromática. Esto se realizará con la finalidad de que por medio una señal de entrada conocida que se le aplique al sistema y de la respuesta del sistema podamos conocer las propiedades del sistema.

1.2.1 MODELO GENERALIZADO

Supongamos que el sistema formador de imágenes de interés es un sistema compuesto de varios elementos ópticos, no de solo una lente positiva, con varias distancias entre los elementos. En este caso asumiremos que el sistema produce una imagen real en el espacio; no es una restricción estricta ya que puede producir una imagen virtual.

Para especificar las propiedades de un sistema de lentes, adoptemos el punto de vista en el que los elementos del sistema óptico se reducen a algo que se le llama “caja negra”, y que las propiedades significativas del sistema pueden ser descritas por medio de las propiedades de las terminales de la caja. Las terminales de la caja negra consisten de los planos que contienen las pupilas de entrada y salida.

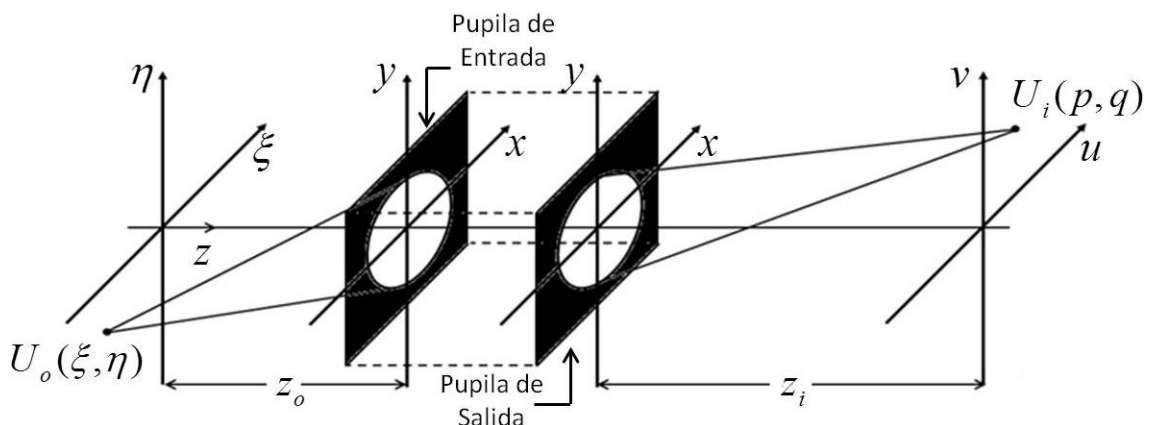


Figura 1.2 “Caja negra”, modelo generalizado de un sistema formador de imágenes.

Cuando se utiliza el símbolo z_o se representa la distancia del plano de la pupila de entrada al del plano objeto, y el símbolo z_i representa la distancia del plano de la pupila de salida al plano imagen. La distancia z_i es la que aparecerá en la ecuación de difracción y representará el efecto de difracción de la pupila de salida de la función de punto extendido del sistema formador de imágenes [21].

Un sistema óptico se dice que es limitado por difracción si una onda esférica divergente emanada desde una fuente puntual, es convertida por el sistema en una nueva onda esférica que converge hacia un punto ideal en el plano imagen [21]. La óptica geométrica se adecua para describir un pasaje de luz entre la pupila de salida de un sistema, la difracción juega un importante papel en el pasaje del objeto a través de la pupila de entrada y de la pupila de salida a la imagen. La amplitud de la luz de la imagen del punto ideal es simplemente el patrón de difracción de Fraunhofer de la pupila de salida, lo que se expresa por medio de la ecuación 1-28. Por lo tanto, para el caso general, un sistema limitado por difracción lo podemos relacionar con la convolución de la imagen ideal predicha por la óptica geométrica con la respuesta al impulso que es el patrón de difracción de la pupila de salida [21].

1.2.2 ILUMINACIÓN POLICROMÁTICA

La naturaleza estadística de las variaciones con respecto al tiempo de la amplitud y fase del campo, pueden influenciar el comportamiento de un sistema formador de imágenes de muchas formas. Para el caso de la iluminación monocromática era conveniente representar la amplitud del campo por un fasor U que era función de sus coordenadas espaciales debido a que se eliminaba la dependencia del tiempo ya que se asumía el comportamiento periódico de la onda y se conocía a priori. El estudio del caso monocromático consideraba que la amplitud del campo era para una sola longitud de onda mientras que en el estudio de la iluminación

policromática la amplitud de campo dependerá de un ancho de banda donde se consideraran varias longitudes de onda [21].

La respuesta al impulso de la amplitud de campo cambia apreciablemente para varias frecuencias contenidas en el espectro óptico. De modo que es posible expresar el término del fasor variante en tiempo que representa a la imagen en términos de la convolución de la respuesta al impulso de una longitud de onda independiente con el fasor variante en el tiempo del objeto. Para relacionar el objeto y la imagen en el caso policromático se utiliza la integral de convolución [21]

$$U_i(p, q; t) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(p - \tilde{\xi}, q - \tilde{\eta}) U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}; t - \tau) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta}, \quad (1-29)$$

donde:

$U_i(p, q; t)$. Es la amplitud de campo en el plano imagen el cual depende de tanto del tiempo como de la posición.

$U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}; t - \tau)$. Es la amplitud de campo en el plano del objeto el cual depende de la posición y de una diferencia que funciona como un retraso, el cual está relacionado con la diferencia que existe entre los puntos del objeto en arribar al plano imagen.

$h(p - \tilde{\xi}, q - \tilde{\eta})$. La respuesta al impulso no se ve afectada debido a que es independiente de la longitud de onda.

1.2.3 INTENSIDAD DE LA IMAGEN

En la región óptica del espectro, un fotodetector responde directamente a la potencia óptica que cubra cierta superficie. De modo que la cantidad medible directamente en la óptica es la potencia óptica y es importante relacionar la potencia óptica con los campos escalares $u_a(P, t)$, $U(P)$ y la teoría de difracción. Podemos definir la intensidad de una onda monocromática escalar en un punto P como la magnitud de la representación de la perturbación $U(P)$ al cuadrado,

$$I(P) = |U(P)|^2. \quad (1-30)$$

Cuando una onda no es perfectamente monocromática se hace una generalización para el concepto de intensidad que esta dado por

$$I(P) = \langle |u_a(P, t)|^2 \rangle. \quad (1-31)$$

La intensidad instantánea se define como $I(P, t) = |u_a(P, t)|^2$ y si queremos calcular la intensidad en la imagen se debe de realizar un análisis similar al realizado para calcular la amplitud de campo en la imagen. Si queremos conocer la intensidad de la imagen empezaremos por la amplitud de campo (1-30) en la imagen, después utilizando la definición de intensidad [21]

$$I_i(p, q) = \langle |U_i(p, q; t)|^2 \rangle. \quad (1-32)$$

1.3 ILUMINACIÓN COHERENTE E INCOHERENTE

En el estudio de las perturbaciones ópticas se encuentra una serie de perturbaciones a las que se les llaman coherentes o incoherentes, aunque existe una región intermedia la cual se le denomina parcialmente coherente. Es conveniente dividir los efectos de la coherencia en dos clasificaciones, temporal y espacial. La coherencia temporal se relaciona directamente con el ancho de banda de la fuente de luz, mientras la coherencia espacial con el tamaño de la fuente [22].

1.3.1 COHERENCIA TEMPORAL

En el caso de una fuente monocromática el ancho de banda tendría que ser cero $\Delta\nu$, y su tiempo de coherencia Δt_c infinito, lo cual es muy difícil de lograr. Sin embargo, bajo un intervalo más pequeño de Δt_c la onda se comporta como si fuera monocromática. El tiempo de coherencia es el intervalo de tiempo sobre el cual podemos predecir razonablemente la fase de la onda de luz en algún punto en el espacio. A esto nos referimos con coherencia temporal. De modo que si Δt_c es grande, la onda tiene un alto grado de coherencia temporal o viceversa. El tiempo de coherencia puede servir para analizar la coherencia temporal por medio de una distancia, $c\Delta t_c$

es la longitud de coherencia el cual expresa el tiempo de coherencia de manera longitudinal [22].

1.3.2 COHERENCIA ESPACIAL

La idea de la coherencia espacial es con más frecuencia utilizada para describir los efectos que surgen de las fuentes de luz ordinarias con respecto a su extensión espacial finita. Supongamos que en la fuente de luz extendida se tengan dos puntos radiadores de luz separados entre sí una distancia lateral grande comparada con la longitud de onda de la fuente, ese caso se considerara como si actuaran independientes entre sí y habrá falta de correlación entre las fases de las dos perturbaciones emitidas [22].

En el caso de la formación de imágenes consideraremos dos tipos de iluminación. Primero, consideremos la iluminación del objeto con una propiedad en particular en la que el fasor de amplitud de campo de todos los puntos en el objeto que varían al unisón. De modo que mientras cualquier par de puntos tengan fases relativas sus fases absolutas se encontraran variando en tiempo de manera correlacionada, ese tipo de iluminación es llamado espacialmente coherente. Después, consideraremos la iluminación del objeto de manera en que los fasores de amplitud en los puntos del objeto varían sin correlación alguna. Tal iluminación es llamada espacialmente incoherente. En el futuro solo mencionaremos estos dos tipos de iluminación en los que mencionaremos solo si son coherentes o incoherentes, sin agregar que se trata de la coherencia espacial. La iluminación coherente se obtiene cuando la luz se origina de una sola fuente puntual. El ejemplo más común puede ser un laser, una estrella. Las fuentes de luz incoherentes puede ser el sol, lámparas extendidas, por mencionar algunas [21].

Cuando la iluminación es coherente, las respuestas al impulso de amplitud en el plano imagen varían en unisón, y por tanto se puede agregar que un sistema formador de imágenes coherente es lineal en amplitud. De modo que el análisis en el caso monocromático es válido para este tipo de

análisis. Cuando la iluminación es incoherente, las respuestas al impulso de amplitud en el plano imagen varían sin correlación alguna. De modo que se tiene que hacer un análisis en intensidad del sistema formador de imágenes. En el caso de la iluminación incoherente el sistema formador de imágenes es lineal en intensidad [21].

1.3.3 RESPUESTA AL IMPULSO DE INTENSIDAD

Anteriormente habíamos llegado a que la intensidad se expresaba matemáticamente según la ecuación 1-32. Si desarrollamos la expresión para encontrar la respuesta al impulso de intensidad tendríamos lo siguiente

$$I_i(p, q) = \langle |\iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(p - \tilde{\xi}, q - \tilde{\eta}) U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}; t - \tau) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta}|^2 \rangle \quad (1-33)$$

Debido a que solo en la región donde se encuentran muy juntos los puntos $(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1)$ y $(\tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2)$ es donde es diferente de cero la integral es que se desprecia el efecto del retraso (“delay”) [21]. En este caso se tiene una cantidad que se llama intensidad mutua y mide la coherencia espacial de la luz [21]

$$J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1; \tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2) = \langle U_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1; t) U_g^*(\tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2; t) \rangle. \quad (1-34)$$

A partir de esta relación se obtiene una expresión que nos servirá para estudiar los diferentes tipos de iluminación en base a la coherencia de la iluminación.

1.3.3.1 CASO COHERENTE.

Cuando la iluminación es coherente, el fasor de amplitud del objeto variante en el tiempo difiere solo en constantes y la fase del fasor que varía con el tiempo en el origen ha sido elegido como referencia, la normalización permite que el fasor U_g tenga independencia de tiempo y que conserve la información promedio de potencia o intensidad. De modo que para el caso coherente la intensidad mutua resultaría [21]

$$J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1; \tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2) = U_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1) U_g^*(\tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2). \quad (1-35)$$

Este resultado si se sustituye en la ecuación 1-33 tendríamos

$$I_i(p, q) = \iint_{-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{\infty} J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1; \tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2) \tilde{h}(p - \tilde{\xi}_1, q - \tilde{\eta}_1) \tilde{h}^*(p - \tilde{\xi}_2, q - \tilde{\eta}_2) d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\eta}_1 d\tilde{\xi}_2 d\tilde{\eta}_2, \quad (1-36)$$

resultando

$$I_i(p, q) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(p - \tilde{\xi}, q - \tilde{\eta}) U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta} \right|^2. \quad (1-37)$$

Un sistema formador de imágenes coherente se describe por medio de la ecuación de convolución de amplitud

$$U_i(p, q) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(p - \tilde{\xi}, q - \tilde{\eta}) U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta}, \quad (1-38)$$

el mismo resultado obtenido para el caso monocromático. Esto confirma que la iluminación coherente nos da un sistema lineal en amplitud [21].

1.3.3.2 CASO INCOHERENTE.

Cuando la iluminación es perfectamente incoherente, el fasor de amplitud que sobre el objeto varía de diferente manera de manera estadística. La idealización de la propiedad puede ser representada por la siguiente ecuación [21]

$$J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1; \tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2) = \kappa I_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1) \delta(\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_1 - \tilde{\eta}_2). \quad (1-39)$$

Tal representación no es exacta, describe la mínima distancia sobre la que la coherencia puede existir bajo el orden de una longitud de onda. De modo que cuando se usa este resultado tenemos que [21]

$$I_i(p, q) = \kappa \iint_{-\infty}^{\infty} |\tilde{h}(p - \tilde{\xi}, q - \tilde{\eta})|^2 I_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta}, \quad (1-40)$$

es el resultado obtenido. Por tanto para la iluminación incoherente, la intensidad de la imagen se encuentra por medio de la convolución de la respuesta al impulso de intensidad $|\tilde{h}|^2$ con la intensidad ideal de la imagen I_g [21]. Con esto se confirma que un sistema formador de imágenes con iluminación incoherente es lineal en intensidad y el sistema con iluminación coherente en el que es lineal en amplitud. Al momento de hablar de un sistema óptico consideraremos si es con iluminación coherente o incoherente y lo trataremos por amplitud o intensidad.

1.4 RESPUESTA A LA FRECUENCIA PARA SISTEMAS LIMITADOS POR DIFRACCIÓN CON ILUMINACIÓN COHERENTE

La amplitud de campo en el plano de la imagen esta dado por la expresión de la ecuación 1-38. Su respuesta al impulso en amplitud se expresa en la ecuación 1-28, y evaluando la ecuación obtenemos [21]

$$\tilde{h}(p, q) = P(\lambda z_i p, \lambda z_i q). \quad (1-41)$$

1.4.1 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE AMPLITUD: ATF

Cuando se estudia un sistema por medio de su respuesta en la frecuencia usualmente se hace por medio de la función de transferencia, la cual relaciona el espectro de amplitud de campo en la entrada con el que se tiene en la salida, los cuales están dados por:

$$G_g(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_g(\xi, \eta) e^{-j2\pi(u\xi + v\eta)} d\xi d\eta \quad (1-42)$$

$$G_i(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_i(p, q) e^{-j2\pi(up + vq)} dpdq. \quad (1-43)$$

Se definirá como la función de transferencia de Amplitud H (ATF, por sus siglas en ingles “amplitude transfer function”) a la transformada de Fourier de la respuesta al impulso de amplitud (1-28) [21]

$$H(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(p, q) e^{-j2\pi(up + vq)} dpdq. \quad (1-44)$$

De modo que los efectos de un sistema óptico limitado por difracción se pueden expresar en el dominio de la frecuencia. La ATF es la transformada de Fourier de la función de punto extendido de amplitud [21]

$$H(u, v) = P(\lambda z_i u, \lambda z_i v). \quad (1-45)$$

Esta expresión (1-45) nos da información acerca del comportamiento del sistema óptico limitado por difracción en el dominio de la frecuencia. Si la función de la pupila P es igual a la unidad dentro de cierta región y cero fuera de ella, entonces existirá un filtro pasabanda finito en el dominio de la frecuencia [23]. En la región de la frontera las componentes caerán a cero [21].

1.4.2 EJEMPLOS DEL USO DE LA ATF

Para ilustrar la respuesta a la frecuencia de un sistema coherente limitado por difracción, consideramos la ATF de un sistema con apertura cuadrada (ancho $2w$) y circular (diámetro $2w$). Las pupilas estarán dadas por

$$P(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{2w}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{2w}\right) \quad (1-46)$$

$$P(x, y) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{w}\right). \quad (1-47)$$

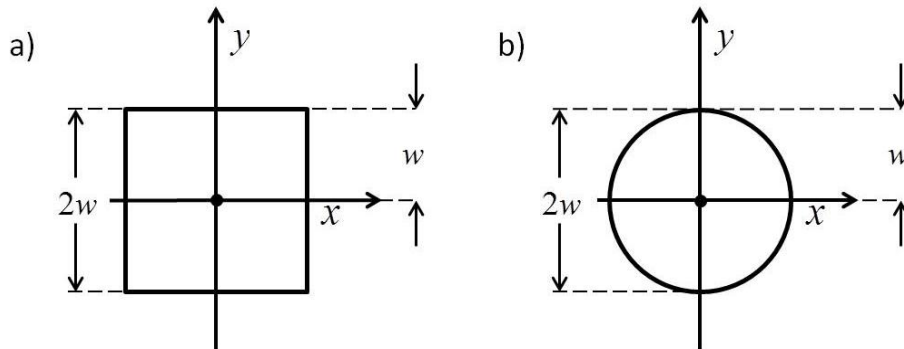


Figura 1.3 La distancia w es el grosor de las aperturas.

De modo que a partir de la ATF de un sistema óptico coherente limitado por difracción, ecuación 1-45, tenemos que para las pupilas de las ecuaciones 1-46 y 1-47 sus correspondientes ATF serán [21]

$$H(u, v) = \text{rect}\left(\frac{\lambda z_i u}{2w}\right) \text{rect}\left(\frac{\lambda z_i v}{2w}\right) \quad (1-48)$$

$$H(u, v) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{w/\lambda z_i}\right), \quad (1-49)$$

respectivamente, donde la frecuencia de corte u_o de la ATF del sistema es

$$u_o = \frac{w}{\lambda z_i}. \quad (1-50)$$

En el caso de la apertura cuadrada tenemos que la definición de la función rectangular es

$$\text{rect} \begin{cases} 1 & \left| \frac{\lambda z_i u}{2w} \right| = \left| \frac{u}{2f_o} \right| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \left| \frac{\lambda z_i u}{2w} \right| = \left| \frac{u}{2f_o} \right| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{otra region} \end{cases}$$

Y para la apertura circular

$$circ \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \frac{\rho}{w/\lambda z_i} = 1, \quad \left| \frac{\rho}{2\rho_0} \right| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\rho}{w/\lambda z_i} = 1, \quad \left| \frac{\rho}{2\rho_0} \right| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{alguna otra region} \end{array} \right. ,$$

donde

$$\sqrt{u^2 + v^2} = \rho. \quad (1-51)$$

1.5 RESPUESTA A LA FRECUENCIA PARA SISTEMAS LIMITADOS POR DIFRACCIÓN CON ILUMINACIÓN INCOHERENTE

Cuando estudiamos la formación de imágenes convencional con iluminación incoherente, debido a que no podemos seguirle el rastro a la fase, es mejor que se trabaje con irradiancia o intensidad. En este caso, la intensidad será la función puntual que describe dimensionalmente el promedio de la potencia óptica por unidad de área en un punto, emitida, reflejada, irradiada, o simplemente que pasa a través del sistema. De esta forma podemos hacer la diferencia entre amplitud e intensidad. Si las ondas provienen de fuentes independientes, aunque sean monocromáticas, la relación de fase de las ondas que arriban al plano imagen no estará correlacionada, de modo que estarían variando de manera aleatoria. El efecto que producirá solo será posible conocerse por medio de cálculos estadísticos. Entonces tenemos que lo que se encuentra en este caso es una promedio de irradiancia (o intensidad) de la luz, que será la cantidad que describirá los efectos [21]. Esto requerirá de una superposición lineal de irradiancias. De esta forma, ya que la imagen se forma por medio de una convolución de una función del objeto que siempre será positiva, la llamada función de expansión, tendremos que será muy improbable que se dé el caso de la interferencia destructiva en la imagen. Por lo que en la formación de imágenes con luz incoherente no se tendrá un nivel de intensidad cero debido a la interferencia destructiva.

1.5.1 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA ÓPTICA: OTF

Cuando la iluminación del objeto es incoherente, la función de transferencia del sistema formador de imágenes obedece a la integral de convolución de intensidad que se expresa en la ecuación 1-40. Su respuesta al impulso o función de punto extendido de intensidad (PSF) será

$$\tilde{h}_i(p, q) = |\tilde{h}(p, q)|^2. \quad (1-52)$$

Este tipo de sistemas se analizará en frecuencia como un mapeo lineal de distribuciones de intensidad. De esta forma, los espectros de frecuencia de $I_g(\xi, \eta)$ e $I_i(p, q)$ estarán dados por [21]

$$G_g(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} I_g(\xi, \eta) e^{-j2\pi(u\xi + v\eta)} d\xi d\eta \quad (1-53)$$

$$G_i(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} I_i(p, q) e^{-j2\pi(up + vq)} dpdq. \quad (1-54)$$

Se normalizará el valor de los espectros por los valores de su frecuencia “cero”, es básicamente por conveniencia matemática, y también porque se puede demostrar que para cualquier función real y no negativa, como I_g y I_i , tienen una transformada de Fourier que tiene un máximo en el origen, de modo que utilizamos ese máximo para normalizar. Como la intensidad no tiene cantidades negativas siempre tendrán un espectro que es diferente de cero en el origen [21]. Como la calidad de una imagen depende de su contraste, entonces el espectro se normaliza por el fondo de la imagen. Si analizamos la función de transferencia de un sistema formador de imágenes con iluminación incoherente, tendríamos que

$$\mathcal{H}(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} |\tilde{h}(p, q)|^2 e^{-j2\pi(up + vq)} dpdq, \quad (1-55)$$

Y normalizado se expresa de la siguiente manera

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} |\tilde{h}(p, q)|^2 e^{-j2\pi(up + vq)} dpdq}{\iint_{-\infty}^{\infty} |\tilde{h}(p, q)|^2 dpdq}. \quad (1-56)$$

Por convención, a la función $\mathcal{H}(u, v)$ se le conoce como la función de transferencia óptica (OTF, por sus siglas en ingles de “optical transfer

function”) del sistema [21]. La OTF es la respuesta en la frecuencia de un sistema óptica. La OTF depende de la difracción producida por la apertura, así como del efecto de las variaciones introducidas por las aberraciones y así como depende de esto, potencialmente describirá sus efectos.

Podemos relacionarlas por medio del teorema de autocorrelación y el teorema de Rayleigh. Si tenemos que la ATF y la OTF se definen como

$$H(u, v) = \mathcal{F}\{\tilde{h}(p, q)\}$$

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\mathcal{F}\{|\tilde{h}(p, q)|^2\}}{\iint_{-\infty}^{\infty} |\tilde{h}(p, q)|^2 dudv}.$$

Al utilizar el teorema de autocorrelación y el de Rayleigh

$$\mathcal{F}\{|\tilde{h}(p, q)|^2\} = \iint_{-\infty}^{\infty} H(s', r')H^*(s' - u, r' - v)ds'dr' \quad (1-57)$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} |h(p, q)|^2 dudv = \iint_{-\infty}^{\infty} |H(u, v)|^2 dudv. \quad (1-58)$$

Tenemos que podemos expresar la OTF tras un cambio de variable de la siguiente manera[21]

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} H\left(s+\frac{u}{2}, r+\frac{v}{2}\right)H^*\left(s-\frac{u}{2}, r-\frac{v}{2}\right)dsdr}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H(s, r)|^2 dsdr}. \quad (1-59)$$

Con esta expresión se puede apreciar que la OTF es la función de autocorrelación normalizada de la ATF [21]. De modo que se puede decir que es la relación que existe entre un sistema coherente y uno incoherente. Una versión simplificada de la expresión 1-59 para el análisis de un sistema en una dimensión es la siguiente

$$\mathcal{H}(u) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} H\left(s+\frac{u}{2}\right)H^*\left(s-\frac{u}{2}\right)dp}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H(s)|^2 dp}. \quad (1-60)$$

La expresión de la OTF en una dimensión será muy utilizada debido a que simplifica los cálculos.

En base a esta expresión se definen las propiedades de la OTF:

1. $\mathcal{H}(0,0) = 1$.
2. $\mathcal{H}(-u, -v) = \mathcal{H}^*(u, v)$.
3. $|\mathcal{H}(u, v)| \leq \mathcal{H}(0,0)$.

El módulo de la OTF $|\mathcal{H}|$ se le conoce como la función de transferencia de modulación (MTF, por sus siglas en ingles “modulation transfer function”) [21, 23]. En un sistema óptico, $|\mathcal{H}|$ será función de la frecuencia espacial y estará graficada contra la frecuencia normalizada. Cuando esta función es acompañada de una función de fase, donde esta función de fase al igual que la de modulación está en función de la frecuencia, la combinación es la ya mencionada OTF. La parte de la función que contiene la fase es conocida como la función de transferencia de fase (PTF, por sus siglas en ingles “phase transfer function”), esto se puede expresar de la siguiente manera

$$\mathcal{H}(u, v) = |\mathcal{H}(u, v)|e^{j\chi(u, v)}, \quad (1-61)$$

donde $|\mathcal{H}(u, v)|$ es la MTF y $\chi(u, v)$ es la PTF [23, 24].

La MTF es el módulo de la OTF y la PTF es su argumento. En términos de la imagen, la MTF describe el contraste del objeto. La PTF dice con más detalle que componentes de frecuencia espaciales son desplazadas en posición en el plano imagen relativamente con respecto al plano objeto [23].

1.5.2 LA OTF EN UN SISTEMA LIBRE DE ABERRACIONES

A la ecuación 1-59 se le puede dar una interpretación geométrica, en esta interpretación tenemos que el numerador puede ser visto como la región de traslape entre dos pupilas desplazadas y el denominador normaliza el área de traslape por el área total de la pupila, de modo que [21, 25, 26]

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\text{Área de traslape}}{\text{Área total}}.$$

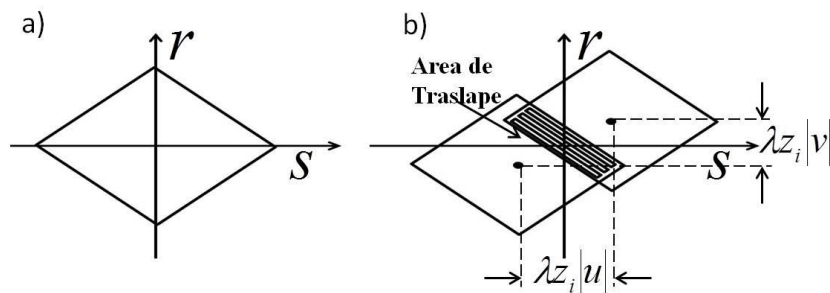


Figura 1.4 Interpretación geométrica de la OTF. (a) La función de pupila, el área total es el denominador; (b) dos pupilas desplazadas, la región sombreada es el numerador de la OTF.

1.5.3 EJEMPLOS DEL USO DE LA OTF: LA OTF PERFECTA

Consideremos ahora los ejemplos más comunes para calcular su OTF para el caso de sistemas limitados por difracción.

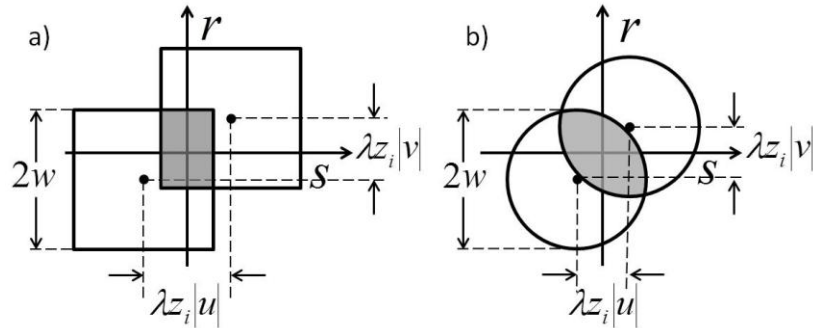


Figura 1.5 Cálculo del área de traslape para el caso de las pupilas (a) cuadrada y (b) circular.

1.5.3.1 OTF DE UNA PUPILA CUADRADA

Para calcular la OTF en un sistema óptico libre de aberraciones basta con calcular el área de traslape de la forma de su pupila y normalizarla con respecto al área total. El área de traslape \mathcal{A} para el caso de la pupila cuadrada es [21]

$$\mathcal{A}(u, v) = \begin{cases} (2w)^2 \left(1 - \frac{|u|}{2u_o}\right) \left(1 - \frac{|v|}{2v_o}\right) & |u| \leq 2u_o \\ & |v| \leq 2v_o \\ 0 & \text{otro lugar} \end{cases} \quad (1-62)$$

De modo que al evaluar la OTF tendríamos

$$\mathcal{H}(u, v) = \Lambda(\lambda z_i |u| / 2w) \Lambda(\lambda z_i |v| / 2w),$$

donde

$$\Lambda\left(\frac{|u|}{2u_o}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|u|}{2u_o} & |u| \leq 2u_o \\ 0 & \text{otra región} \end{cases}$$

es una función triangular denotada por Λ [21]. Si usamos el término de la frecuencia de corte de un sistema coherente en esta expresión, tenemos que

$$\mathcal{H}(u, v) = \Lambda\left(\frac{|u|}{2u_o}\right) \Lambda\left(\frac{|v|}{2v_o}\right). \quad (1-63)$$

A partir de esta expresión, nos podemos dar cuenta que la frecuencia de corte en un sistema incoherente se da en $2u_o$ [21].

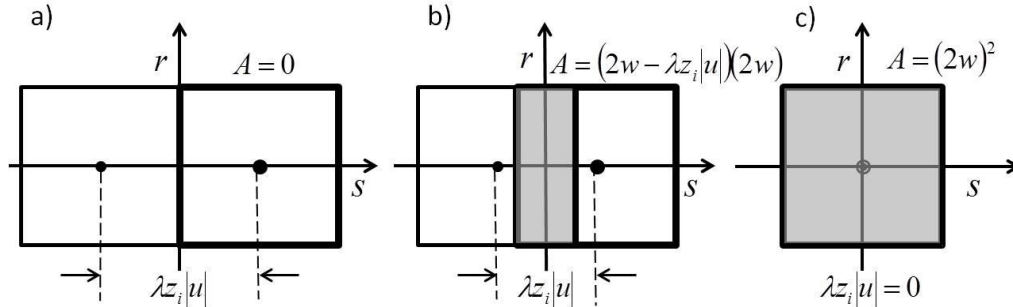


Figura 1.6 Cálculo del área de traslape para una pupila cuadrada de grosor $2w$. Haciendo $\lambda z_i |v| = 0$, (a) $\lambda z_i |u| = 2w$, (b) $0 < \lambda z_i |u| < 2w$ y (c) $\lambda z_i |u| = 0$

1.5.3.2 OTF DE UNA PUPILA CIRCULAR

Cuando se desea calcular la OTF de una pupila circular se realiza el mismo procedimiento que con la pupila cuadrada excepto que debido a su simetría se vuelve un poco más complicado. Sin embargo, en los análisis de la OTF para pupilas con simetría rotacional basta con que se calcule sobre una sola dirección. Para calcular el área de traslape nos auxiliaremos de la figura 1.7 (b). La figura nos muestra que el área de traslape es cuatro veces la región sombreada \mathbb{B} , la cual forma parte de un sector circular que contiene las regiones \mathbb{A} y \mathbb{B} . Si el sector circular es [21, 25, 26]

$$\text{Área}(\mathbb{A} + \mathbb{B}) = (\beta\pi w^2)/2\pi$$

y el valor del ángulo que se forma en ese sector de círculo está dado por [21]

$$\beta = \cos^{-1}(\lambda z_i |u|/2w). \quad (1-64)$$

Si calculamos el área \mathbb{A} finalmente obtendríamos \mathcal{H} , el cual está dado por

$$\mathcal{H}(u, 0) = \frac{4[\text{Área}(\mathbb{A} + \mathbb{B}) - \mathbb{A}]}{\pi w^2},$$

si utilizamos la distancia radial general ρ tenemos [21]

$$\mathcal{H}(\rho) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1} \frac{\rho}{2\rho_o} - \frac{\rho}{2\rho_o} \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{2\rho_o}\right)^2} \right] & \rho \leq 2\rho_o \\ 0 & \text{otro lugar} \end{cases} \quad (1-65)$$

La cantidad ρ_o es la frecuencia de corte de un sistema coherente [21],

$$\rho_o = \frac{w}{\lambda z_i} \quad (1-66)$$

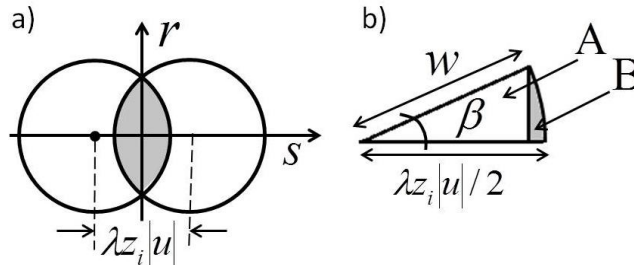


Figura 1.7 Autocorrelación de aperturas. (a) Traslape y (b) geometría del área de traslape.

La OTF perfecta se basa en la descripción de la distribución de la densidad de flujo en el plano imagen que provenía de un punto en el objeto que atraviesa sistema limitado por difracción[21].

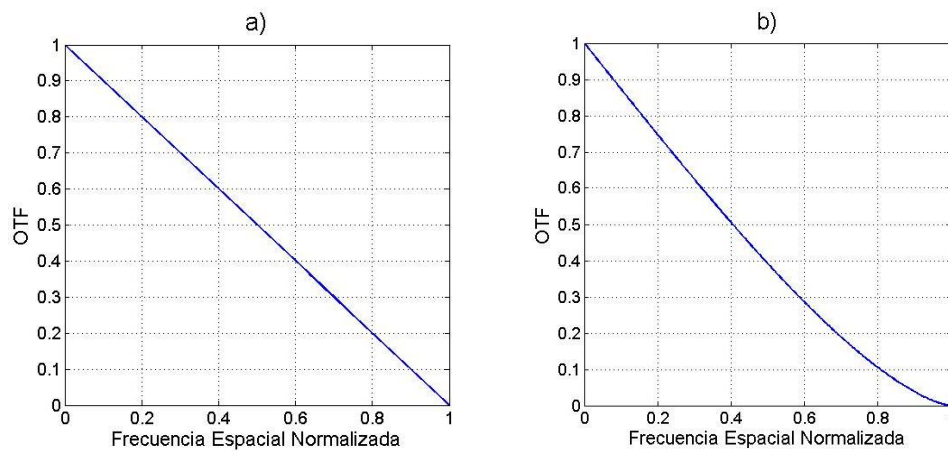


Figura 1.8 OTF de sistemas limitados por difracción con aperturas: (a)cuadrada y (b)circular.

Se puede decir que un sistema óptico formador de imágenes invariante en el espacio se comporta como un filtro pasa bajas. Por medio de la OTF podemos comprender como es que el filtro de frecuencias espaciales pasa bajas altera la distribución de densidad de flujo radiante proveniente del objeto. La amplitud y fase del frente de onda que sale de la pupila de salida determina el comportamiento del sistema en términos de la respuesta al impulso de intensidad [21, 23].

1.5.4 CLASES DE OTF

Las OTF concebibles forman parte de tres tipos de clases de acuerdo a las imperfecciones existentes en el sistema óptico que representan [23]:

1. Ideal (no está presente la difracción, no existen las aberraciones).
2. “Perfecta” (está presente el efecto de la difracción, pero se encuentra libre de aberraciones).
3. Usuales (tanto el efecto de la difracción como las aberraciones están presentes).

La primera clasificación, la llamada ideal, es un caso idealizado en el que la imagen será idéntica al objeto hasta el punto de conseguir mantener el mismo contraste en la estructura más fina del objeto. Esta OTF no se puede conseguir y es útil solo para hacer la diferencia entre la OTF perfecta que funciona como pasa bajas y la OTF ideal que funciona como una ventana que deja pasar todo. En el caso de la OTF “perfecta”, se utilizan las comillas para destacar que sería lo más lejos a lo que se podría llegar en perfección. Es el límite (también es muy difícil de conseguir) al que aspiran los sistemas altamente corregidos. La tercera clasificación, la OTF usual, son las OTF que se presentan en la realidad, en donde recaen todos los sistemas ópticos formadores de imágenes. En donde se tiene que no solo las amplitudes son atenuadas en diferentes cantidades, sino que también se presentarán cambios de fase en algunas componentes de frecuencia [23].

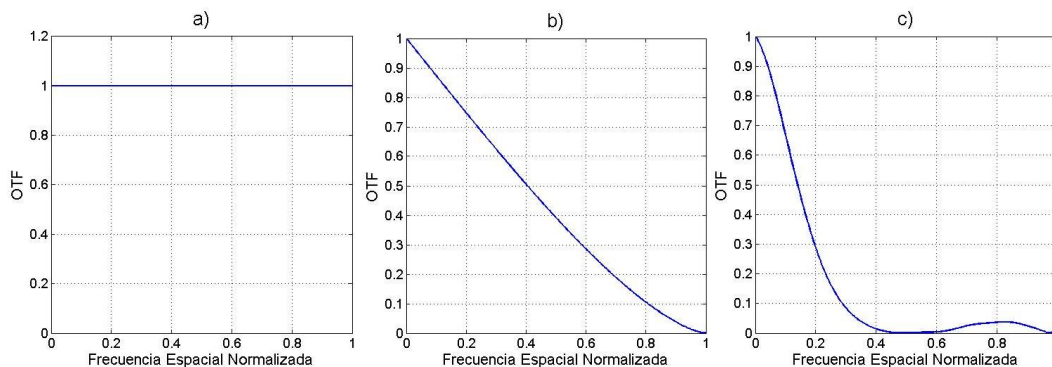


Figura 1.9 Ejemplo de los casos de OTF, (a) Ideal, (b) Perfecta y (c) Con aberraciones.

2.

LA OTF COMO HERRAMIENTA DE DISEÑO ÓPTICO PARA EXTENDER LA PROFUNDIDAD DE FOCO

En este capítulo estudiaremos el comportamiento de un sistema óptico haciendo una generalización para incluir aberraciones, especialmente la del error de foco, en el análisis por medio de la OTF. También se tocará el tema de la apodización y de los métodos empleados para modificar la OTF de un sistema con el fin de extender la profundidad de campo.

2.1 EFECTOS DE LAS ABERRACIONES EN LA RESPUESTA A LA FRECUENCIA

Dado que en este trabajo se propone un método para diseñar un sistema óptico formador de imágenes con gran profundidad de foco es que se profundizará el caso del sistema óptico con error de foco.

2.1.1 FUNCIÓN DE PUPILA GENERALIZADA

Cuando se tiene un sistema limitado por difracción, la respuesta al impulso de amplitud consiste en el patrón de difracción de Fraunhofer de la pupila de salida centrada en la imagen de un punto ideal [21]. Esto sugiere que las aberraciones que se encuentran en el sistema se pueden incluir en la expresión que tenemos hasta el momento de la ATF y OTF. Cuando los errores en el frente de onda existen podemos imaginar que la pupila de salida es iluminada por una onda esférica perfecta pero que existe una placa que desplaza la fase en la apertura, esta placa deforma el frente de onda que sale de la pupila y el error de fase en el punto (x, y) será representado por $kW(x, y)$, donde W será la diferencia de camino óptico entre el camino real y el ideal, de modo que la amplitud de la transmitancia quedará expresada por

$$\mathcal{P}(x, y) = P(x, y)e^{jkW(x, y)}. \quad (2-1)$$

Esta expresión se conoce como la función de la pupila generalizada [21].

La figura 2.1 muestra la geometría que define la función de aberración W . Si el sistema está libre de aberraciones se tendría una onda esférica perfecta saliendo de la pupila de salida convergiendo en la imagen en un punto ideal. El error puede ser positivo o negativo dependiendo de si el frente de onda recae a la izquierda o a la derecha de la onda esférica ideal.

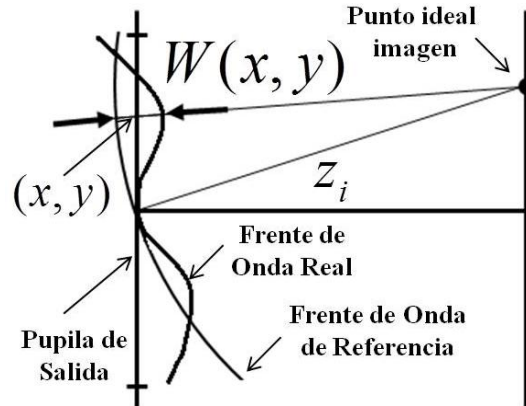


Figura 2.1 Geometría que define la función de aberración.

2.1.1.1 EFECTOS DE ABERRACIÓN EN LA ATF

En el caso del estudio de un sistema coherente con aberraciones se sustituirá la función de la pupila P por la función de pupila generalizada \mathcal{P} . De modo que la ATF se escribirá de la siguiente manera [21, 25, 26, 24]

$$H(u, v) = P(\lambda z_i u, \lambda z_i v) e^{jkW(\lambda z_i u, \lambda z_i v)}. \quad (2-2)$$

En este caso, la limitante de banda en la ATF no se verá afectada. Mientras que por otra parte, introducirá distorsión en la fase de la región pasabanda. Esta distorsión en la fase afecta la fidelidad del sistema formador de imágenes [21].

2.1.1.2 EFECTOS DE ABERRACIONES EN LA OTF

Habiendo hablado del cambio que se produjo para la ATF de manera análoga para el caso de la OTF se tiene

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}\left(s + \frac{\lambda z_i u}{2}, r + \frac{\lambda z_i v}{2}\right) \mathcal{P}^*\left(s - \frac{\lambda z_i u}{2}, r - \frac{\lambda z_i v}{2}\right) ds dr}{\iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}^2(s, r) ds dr} \quad (2-3)$$

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} P\left(s + \frac{\lambda z_i u}{2}, r + \frac{\lambda z_i v}{2}\right) P^*\left(s - \frac{\lambda z_i u}{2}, r - \frac{\lambda z_i v}{2}\right) e^{jk\left[W\left(s + \frac{\lambda z_i u}{2}, r + \frac{\lambda z_i v}{2}\right) - W\left(s - \frac{\lambda z_i u}{2}, r - \frac{\lambda z_i v}{2}\right)\right]} ds dr}{\iint_{-\infty}^{\infty} P^2(s, r) ds dr} \quad (2-4)$$

Esta expresión es un poco larga y se puede reducir por medio del análisis que se había realizado anteriormente para la OTF libre de aberraciones, en donde el numerador es el área de traslape y el denominador el área total de la pupila de salida, el área de traslape se tendrá en cuenta por medio de los intervalos de integración y el denominador se sustituirá por el área de la pupila. De modo que realizando estos cambios podemos escribir la OTF para un sistema con aberraciones de la siguiente manera [21, 24, 25, 26]

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{A_T} \int_{\mathcal{A}} e^{jkW\left(s + \frac{\lambda z_i u}{2}, r + \frac{\lambda z_i v}{2}\right)} e^{-jkW\left(s - \frac{\lambda z_i u}{2}, r - \frac{\lambda z_i v}{2}\right)} ds dr. \quad (2-5)$$

Las aberraciones no pueden incrementar el contraste de ninguna componente de frecuencia espacial de la imagen y en todo caso lo estaría reduciendo [23]. La frecuencia de corte absoluta permanece sin cambio, aunque un gran nivel de aberración puede reducir las porciones de alta frecuencia de la OTF haciendo que la frecuencia de corte se vuelva más pequeña que la de un sistema libre de aberraciones. También las aberraciones pueden hacer que la OTF tenga valores negativos (o incluso valores complejos) en cierta banda de frecuencia, lo que nunca sucederá en un sistema libre de aberraciones. Cuando la OTF es negativa las componentes de frecuencia de la imagen tienen un comportamiento inverso, es decir, los picos de intensidad se volverán nulos y viceversa [21].

2.1.2 FUNCIÓN DE ABERRACIONES DEL FRENTE DE ONDA

La función de amplitud de la pupila $P(x, y)$ es muy complicada de medir, sin embargo, en los sistemas altamente corregidos, los cuales son los que nos interesan, las variaciones típicas en amplitud tienen muy poco efecto en la imagen comparándose con las variaciones en la fase, la cual es contenida

en la función de aberración $W(x, y)$. Las características de la fase pueden ser medidas por medios interferométricos. De modo que en ausencia de una condición en especial, la amplitud de la función de la pupila se asumirá que será constante y que los efectos de las aberraciones pueden ser atribuidos a la función de aberraciones del frente de onda [23].

La función de aberraciones del frente de onda es definida como la longitud de camino óptico de un rayo entre la pupila o esfera de referencia y el frente de onda actual [23]. Esta función se vuelve un vehículo que contiene la información de las aberraciones que describirán la función de aberraciones. En este caso consideraremos las aberraciones de Seidel, las cuales son: aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de Petzval y la distorsión, y se considerarán los grupos de aberraciones que emergerán a partir del desarrollo matemático [23].

2.1.2.1 ERROR DE FOCO

Para estudiar el problema de la formación de imágenes en un sistema libre de aberraciones con presencia de error de foco, usamos una función de pupila de la forma [25]

$$\mathcal{P}(x, y) = \begin{cases} P(x, y)e^{jkW_{20}(x^2+y^2)} & x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0 & x^2 + y^2 > 1, \end{cases} \quad (2-6)$$

donde el coeficiente W_{20} mide el error de foco por medio de la longitud de camino óptico de la intercepción entre el frente de onda emergente y una esfera de referencia centrada en el punto O' que se encuentra sobre el eje en el plano de la imagen desenfocada, el coeficiente de error de foco esta dado por [27, 28]

$$W_{20} = \frac{n'}{2} \frac{h_e^2}{R_o^2} \partial z', \quad (2-7)$$

donde $\partial z'$ es el desplazamiento longitudinal, h_e es la altura con que cruza el rayo la pupila, R_o es la distancia focal del sistema y n' es el índice de

refracción donde se encuentra el plano imagen. Otra forma de expresar el error de foco aparece en la siguiente ecuación [24, 25, 28]

$$W_{20} = \frac{n'}{2} \sin^2 \gamma' \partial z', \quad (2-8)$$

la cual es la fórmula para el desplazamiento longitudinal [25]. Finalmente, consideraremos el término W_{20} como un indicador de la severidad del error de foco. Por otra parte, debemos de decir que los términos de cuarto orden son despreciables excepto para los casos de sistemas con aperturas extremas. El término del error de foco en coordenadas rectangulares se expresa como [21]

$$W(x, y) = W_{20}(x^2 + y^2)/w^2, \quad (2-9)$$

donde w es el grosor de la pupila a un extremo y normaliza la pupila.

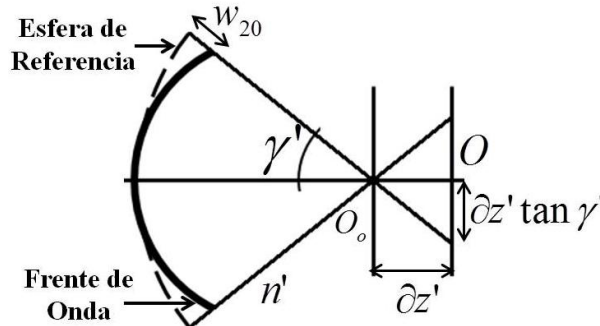


Figura 2.2 Medición del error de foco.

2.1.3 EFECTOS DEL ERROR DE FOCO EN LA OTF

Consideremos que la OTF generalizada es

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{A_r} \int_{\mathcal{A}} e^{jk[W(s+\frac{\lambda z_i u}{2}, r+\frac{\lambda z_i v}{2}) - W(s-\frac{\lambda z_i u}{2}, r-\frac{\lambda z_i v}{2})]} ds dr \quad (2-10)$$

y para el siguiente análisis vamos a tomar la siguiente definición del coeficiente del error de foco el cual se normaliza por el grosor de la pupila la cual se expresa de la siguiente manera [21]

$$W(u, v) = \frac{W_{20}}{w^2} (u^2 + v^2). \quad (2-11)$$

Para un sistema con error de foco la OTF será expresada como

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{A_T} \int_{\mathcal{A}} e^{jk \frac{W_{20}}{w^2} \left[\left(s + \frac{\lambda z_i u}{2} \right)^2 - \left(s - \frac{\lambda z_i u}{2} \right)^2, \left(r + \frac{\lambda z_i v}{2} \right)^2 - \left(r - \frac{\lambda z_i v}{2} \right)^2 \right]} ds dr \quad (2-12)$$

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{A} \int_{\mathcal{A}} e^{jk \frac{W_{20}}{w^2} (2\lambda z_i s u, 2\lambda z_i r v)} ds dr. \quad (2-13)$$

2.1.3.1 OTF DE UNA PUPILA CUADRADA CON ERROR DE FOCO

Para el caso de la pupila cuadrada (1-46), continuando con lo anterior tenemos que el área de la apertura que hemos estudiado hasta el momento es de $A_T = 4w^2$, evaluando y separamos términos tenemos

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{(2w)^2} \left\{ \int_{\mathcal{A}_s} e^{j \frac{8\pi W_{20}}{\lambda w} \frac{u}{2u_o} s} ds \int_{\mathcal{A}_r} e^{j \frac{8\pi W_{20}}{\lambda w} \frac{v}{2f_o} r} dr \right\}, \quad (2-14)$$

Para calcular la integral usamos los intervalos de integración se tienen de la función que nos daba el área de traslape (1-62). Integrando y utilizando la identidad del seno con la función sinc normalizada llegamos a la OTF de un sistema con error de foco para una apertura cuadrada [21]

$$\mathcal{H}(u, v) = \Lambda\left(\frac{u}{2u_o}\right) \Lambda\left(\frac{v}{2v_o}\right) \text{sinc}\left[\frac{8W_{20}}{\lambda} \frac{u}{2u_o} \left(1 - \frac{|u|}{2u_o}\right)\right] \text{sinc}\left[\frac{8W_{20}}{\lambda} \frac{v}{2v_o} \left(1 - \frac{|v|}{2v_o}\right)\right]. \quad (2-15)$$

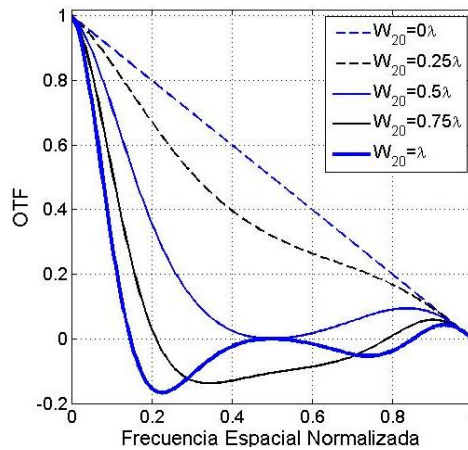


Figura 2.3 OTF de un sistema con error de foco con pupila cuadrada.

Sección cruzada sobre el eje u con W_{20}/λ como parámetro.

La grafica de esta OTF se muestra en la figura 2.3 para varios valores de W_{20}/λ . La gráfica se corta para frecuencias positivas. Las frecuencias negativas son herramientas matemáticas pero no son reales, por eso solo se muestra la gráfica en las frecuencias espaciales positivas. Ahora, notemos

que el sistema limitado por difracción se obtiene cuando $W_{20} = 0$. También, para valores de W_{20} mas grandes que $\lambda/2$, ocurre un cambio de signo, esto produce el cambio de contraste que se había mencionado anteriormente [21].

2.1.3.2 OTF DE UNA PUPILA CIRCULAR CON ERROR DE FOCO

En el caso de la pupila circular comenzaremos con el caso de un sistema con error de foco, ecuación 2-13. Para el que sabemos que el área de la pupila con radio igual a w es $A_T = \pi w^2$, por lo que la OTF resultante es

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{\pi w^2} \int_{\mathcal{A}} e^{jk \frac{W_{20}}{w^2} (2\lambda z_i s u, 2\lambda z_i r v)} ds dr. \quad (2-16)$$

Para simplificar las cosas y solo estudiar la forma de la OTF para un sistema con aberración de error de foco tomaremos el caso en que $w = 1$ y $u_o = 1$, de modo que la ecuación sería [23, 25]

$$\mathcal{H}(u, v) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{A}} e^{jk W_{20} (2su, 2rv)} ds dr. \quad (2-17)$$

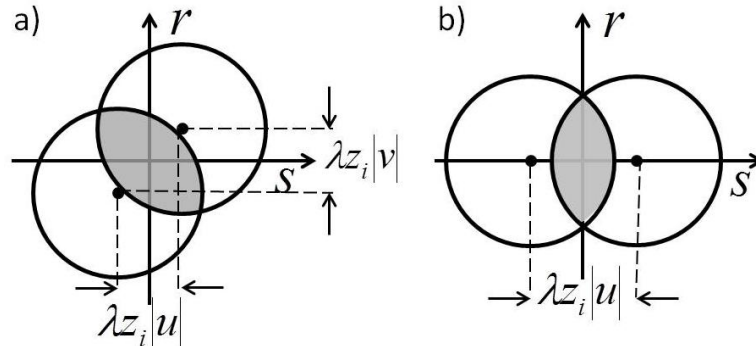


Figura 2.4. Geometría del cálculo de autocorrelación.

Como la expresión del error de foco de la ecuación 2-17 indica simetría radial, la OTF puede ser calculada sobre cualquier dirección radial; en nuestro caso, como se muestra en la figura 2.4, escogeremos un desplazamiento sobre el eje s . Matemáticamente esto se expresa de la siguiente manera [23, 25]

$$\mathcal{H}(u) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{A}_r} \int_{\mathcal{A}_s} e^{jk 2W_{20} s u} ds dr. \quad (2-18)$$

$$\mathcal{H}(u) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{A}_r} \int_{\mathcal{A}_s} e^{j a s} ds dr, \quad (2-19)$$

donde $a = k2W_{20}|u|$. Siguiendo este cambio ahora se estudia la geometría del problema para conocer los intervalos de integración. En la figura 2.5 se muestra la geometría que utilizaremos para conocer los límites de integración. Debido a la simetría de la región la integral se reduce a

$$\mathcal{H}(u) = \frac{4}{\pi a} \int_0^{\sqrt{1-(u/2)^2}} \text{sen}(a\sqrt{1-r^2} - a u/2) dr. \quad (2-20)$$

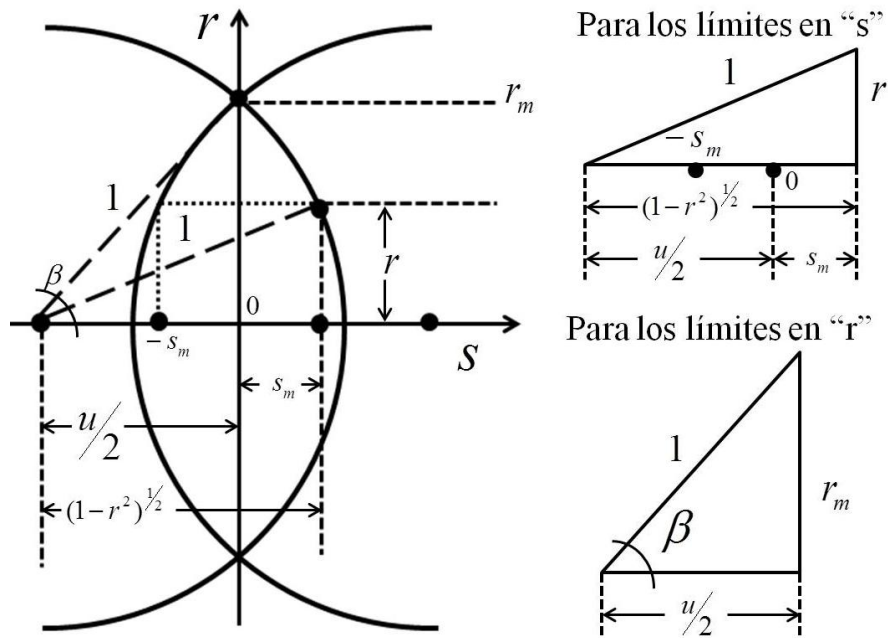


Figura 2.5. Geometría para determinar los límites de integración.

Para continuar con la integración utilizaremos un cambio de variables para facilitar la integral [23, 25]. La sustitución que se realizará permitirá que el integrando se exprese por medio de una serie de funciones Bessel; después se realizará la integración término a término. Como "r" ha sido limitada a valores entre cero y la unidad, la siguiente sustitución de variables es permitida: $r = \text{sen}\varphi$. La integral quedaría [23, 25]

$$\mathcal{H}(u) = \frac{4}{\pi a} \left\{ \int_0^\beta \text{sen}(a\cos\varphi) \cos(a\frac{u}{2}) \cos\varphi d\varphi - \int_0^\beta \cos(a\cos\varphi) \text{sen}(a\frac{u}{2}) \cos\varphi d\varphi \right\}. \quad (2-21)$$

La importancia del límite geométrico de β [23, 25]

$$\beta = \sqrt{1 - (u/2)^2}, \quad (2-22)$$

se indica en el diagrama de la figura 2-5. Usando la expansión del $\text{sen}(a\cos\varphi)$ y $\text{cos}(a\cos\varphi)$ en términos de las funciones de Bessel [29], de modo que el resultado de la integral se expresa de la siguiente manera [23, 25, 30]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(u) = & \frac{4}{\pi a} \cos\left(a\frac{u}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(a) \int_0^{\beta} 2\cos[(2n+1)\varphi] \cos\varphi d\varphi \\ & - \frac{4}{\pi a} \text{sen}\left(a\frac{u}{2}\right) J_0(a) \int_0^{\beta} \cos\varphi d\varphi \\ & - \frac{4}{\pi a} \text{sen}\left(a\frac{u}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(a) \int_0^{\beta} 2\cos(2n\varphi) \cos\varphi d\varphi. \end{aligned} \quad (2-23)$$

Utilizando la identidad de la multiplicación de cosenos y evaluando las integrales nos da

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(u) = & \frac{4}{\pi a} \cos\left(a\frac{u}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(a) \left\{ \frac{\text{sen}[(n+1)2\beta]}{2(n+1)} + \frac{\text{sen}[2n\beta]}{2n} \right\} \\ & - \frac{4}{\pi a} \text{sen}\left(a\frac{u}{2}\right) J_0(a) \text{sen}\beta \\ & - \frac{4}{\pi a} \text{sen}\left(a\frac{u}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(a) \left\{ \frac{\text{sen}[(2n+1)\beta]}{2n+1} + \frac{\text{sen}[(2n-1)\beta]}{2n-1} \right\}. \end{aligned} \quad (2-24)$$

Si se resuelve la ecuación tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(u) = & \frac{4}{\pi a} \cos\left(a\frac{u}{2}\right) \left\{ \beta J_1(a) + \frac{1}{2} \text{sen}2\beta [J_1(a) - J_3(a)] - \frac{1}{4} \text{sen}4\beta [J_3(a) - J_5(a)] + \dots \right\} \\ & - \frac{4}{\pi a} \text{sen}\left(a\frac{u}{2}\right) \left\{ \text{sen}\beta [J_0(a) - J_2(a)] - \frac{1}{3} \text{sen}3\beta [J_2(a) - J_4(a)] \right. \\ & \left. + \frac{1}{5} \text{sen}5\beta [J_4(a) - J_6(a)] - \dots \right\}. \end{aligned} \quad (2-25)$$

Esta ecuación es la OTF para un sistema con error de foco [23, 25, 30]. Para el caso en que $W_{20} = 0$ se tendrá la siguiente expresión

$$\mathcal{H}(\rho) = \frac{2}{\pi} \left\{ \beta - \frac{1}{2} \text{sen}2\beta \right\}. \quad (2-26)$$

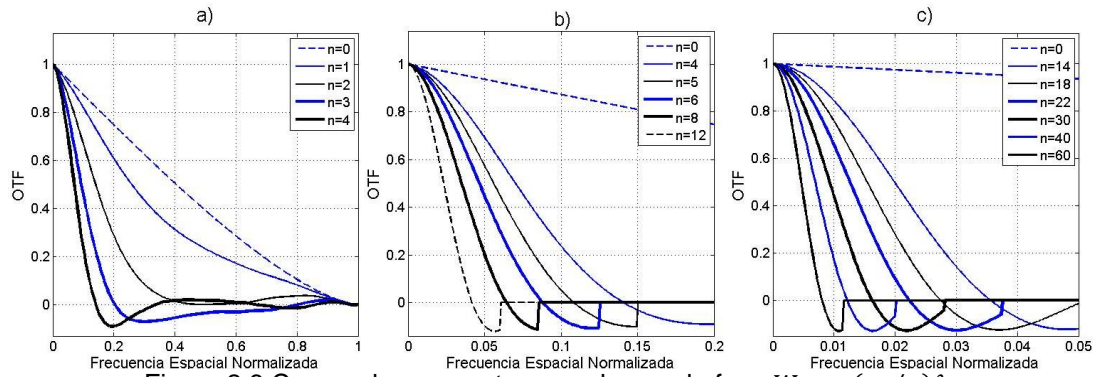


Figura 2.6 Curvas de respuesta para el error de foco $W_{20} = (n_o/\pi)\lambda$.

La respuesta de curvas que se muestran en la figura 2.6 se han calculado para varios valores de error de foco a $W_{20} = (n_o/\pi)\lambda$, donde n_o tomará valores desde 0 hasta 60 [25]. Dado que la relación del error de foco puede ser expresada en términos del número de apertura [24, 25, 28]

$$NA = n' \sin \gamma', \quad (2-26)$$

o del número f [28]

$$f/\# = \frac{D}{f}, \quad (2-27)$$

a partir de la ecuación 2-8 obtenemos las siguientes relaciones [25, 24, 28]:

$$W_{20} \approx \frac{NA^2}{2} \partial z' \quad (2-28)$$

$$W_{20} = \frac{\partial z'}{8(f/\#)^2}. \quad (2-29)$$

Si se tiene que el valor más grande, $n_o = 60$, denota un defoco de $W_{20} = (60/\pi)\lambda = \pm 19.1\lambda$. Tendríamos que para un sistema de apertura numérica $\sin \gamma' = 0.10$, con índice de refracción $n' = 1$, esto corresponde a un desplazamiento longitudinal de $\delta z' = \pm 1.9mm$, para $\lambda = 0.5\mu m$ [25, 24].

2.2 FUNCIÓN DE AMBIGÜEDAD COMO DESPLIEGUE POLAR DE LA OTF

Por medio de la función de ambigüedad (AF por sus siglas en inglés “ambigüita function”) de la función de la pupila generalizada de un sistema óptico se podrá tener un despliegue polar de la OTF con el error de foco

como variable [7]. Esta interpretación geométrica permite la obtención de la OTF para cierto valor de error de foco. El ángulo polar se encuentra relacionado con la cantidad de error de foco y la coordenada radial con el factor de escala, identificado con la coordenada de la frecuencia espacial.

El concepto de la AF fue introducido por Woodward en la teoría de procesado de mediciones de radares, donde el nombre proviene de la idea de que es imposible de realizar una medición precisa de tanto la distancia como de la velocidad de un blanco en movimiento [31, 32, 33, 34, 35]. Una vez tratada en la teoría de radares, la función de ambigüedad fue introducida en la óptica por Papoulis [5] y posteriormente por Jean-Pierre Guigay [6]. En esta parte se tratarán los aportes de estas personas para posteriormente estudiar la función de ambigüedad en la formación de imágenes con iluminación incoherente.

2.2.1 FUNCIÓN DE AMBIGÜEDAD EN LA FORMACIÓN DE IMÁGENES EN SISTEMAS ISOPLANÁTICOS

Las imágenes son patrones de intensidad en dos dimensiones que pueden ser analizadas por medio de la transformada de Fourier para obtener el espectro de intensidad (1-53) y (1-54) [21, 35]. Sin embargo, la distribución de intensidad será insuficiente para describir el campo óptico [35]. La correlación de fase entre un par de puntos debe de ser incluida en la descripción. Para el propósito, será natural generalizar $I_g(\xi)$ con la función de intensidad mutua $J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2)$ que contiene el doble de variables, esto haciendo un análisis en una sola dimensión. Considerando el caso reducido de $I_g(\xi)$ que se presenta cuando $\tilde{\xi}_1 = \tilde{\xi}_2 = \xi$. La AF se define, en el marco de la óptica de fase-espacio, como la transformada de Fourier con respecto de la frecuencia espacial u de la intensidad mutua descrita como $J_g(\xi + \Omega/2, \xi - \Omega/2)$, de modo que la función de ambigüedad sería [35]

$$A_g(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} J_g(\xi + \Omega/2, \xi - \Omega/2) e^{-j2\pi\xi u} d\xi, \quad (2-30)$$

o bien,

$$A_g(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} J_g(m + u/2, m - u/2) e^{j2\pi m \Omega} dm. \quad (2-31)$$

La expresión 2-30 muestra que $A(u, 0) = \mathcal{G}_g(u)$ el cual, así como $I_i(u)$, representa parte de la información que se registra por un detector digital. La otra fórmula (2-31) muestra como $A(0, \Omega)$ es la transformada inversa de la distribución de intensidad $\mathcal{F}\{J_g(\xi, \xi)\}$ en Fourier. La intensidad mutua puede ser obtenida a partir de la AF [35]

$$J_g(\xi + \Omega/2, \xi - \Omega/2) = \int_{-\infty}^{\infty} A(u, \Omega) e^{j2\pi u \xi} du \quad (2-32)$$

La propiedad de que $J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) = J_g^*(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2)$ muestra que la AF satisface la relación $A(-u, -\Omega) = [A(u, \Omega)]^*$.

Para simplificar la formulación en las siguientes secciones, consideraremos casi exclusivamente las distribuciones en una dimensión.

2.2.1.1 AF DE UN SISTEMA COHERENTE

Si se tiene una intensidad mutua en el plano imagen $J_i(p_1, p_2)$ y esta dada en términos de la intensidad mutua en el objeto $J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2)$ (por conveniencia, la amplificación es igual a 1) se tiene [35]

$$J_i(u_1, u_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) \tilde{h}(p_1 - \tilde{\xi}_1) \tilde{h}^*(p_2 - \tilde{\xi}_2) d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2, \quad (2-33)$$

y utilizando la respuesta al impulso de amplitud de la ecuación 1-41 tenemos que

$$J_i(u_1, u_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) P(\lambda z_i p_1 - \tilde{\xi}_1) P^*(\lambda z_i p_2 - \tilde{\xi}_2) d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2, \quad (2-34)$$

donde $\lambda z_i p_1$ será reducida a simplemente p . Con esto, la AF de la imagen sería [35]

$$A_i(u, \Omega) = \iiint_{-\infty}^{\infty} J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) P(p + \Omega/2 - \tilde{\xi}_1) P^*(p - \Omega/2 - \tilde{\xi}_2) e^{-j2\pi p u} dp d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2 \quad (2-35)$$

Realizando un cambio de variables $\sigma = (\tilde{\xi}_1 + \tilde{\xi}_2)/2$, $\tau_t = \tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2$ y $t_c = p - \sigma$ sobre la expresión de la integral obtenemos directamente

$$A_i(u, \Omega) = \quad (2-36)$$

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} J_g\left(\sigma + \frac{\tau_t}{2}, \sigma - \frac{\tau_t}{2}\right) P\left(t_c + \frac{\Omega - \tau_t}{2}\right) P^*\left(t_c - \frac{\Omega - \tau_t}{2}\right) e^{-j2\pi u(t_c + \sigma)} dt_c d\tau_t d\sigma$$

$$A_i(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_P(u, \Omega - \tau_t) A_o(u, \tau_t) d\tau_t. \quad (2-37)$$

Esta es una integral de convolución con respecto a la variable Ω , de la AF en el plano objeto [35]

$$A_g(u, \tau_t) = \int_{-\infty}^{\infty} J_g\left(\sigma + \frac{\tau_t}{2}, \sigma - \frac{\tau_t}{2}\right) e^{-j2\pi u\sigma} d\sigma. \quad (2-38)$$

Finalmente, lo que se conoce como la AF de la función de la pupila [35]

$$A_P(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P\left(t_c + \frac{\Omega}{2}\right) P^*\left(t_c - \frac{\Omega}{2}\right) e^{-j2\pi u t_c} dt_c \quad (2-39)$$

$$A_P(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P\left(s + \frac{u}{2}\right) P^*\left(s - \frac{u}{2}\right) e^{j2\pi s\Omega} ds. \quad (2-40)$$

2.2.1.2 CASO DE UN SISTEMA INCOHERENTE

Si consideramos ahora el caso de la iluminación incoherente tenemos que la función de intensidad mutua en el plano de la fuente es una expresión idealizada que toma como referencia la distancia mínima a la que deberían de encontrarse los puntos para que se cuente con un nivel de coherencia del orden de una longitud de onda [35]

$$J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) = \kappa J_g(\tilde{\xi}_1) \delta(\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2) \quad (2-41)$$

$$J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) = \mathcal{W}(\tilde{\xi}_1) \delta(\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2), \quad (2-42)$$

donde $\mathcal{W}(\xi)$ es la densidad de la fuente (se sigue considerando solo una dimensión del campo óptico). Al considerar el estudio de las intensidades mutuas se tiene que

$$J_i(p_1, p_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2) P(\lambda z_i p_1 - \tilde{\xi}_1) P^*(\lambda z_i p_2 - \tilde{\xi}_2) d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2 \quad (2-43)$$

y realizando el cambio del caso en que $\lambda z_i p_1 = p_1$, para simplificar, podría ser representado de la siguiente manera [35]

$$J_i(p_1, p_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{W}(\tilde{\xi}_1) \delta(\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2) P(p_1 - \tilde{\xi}_1) P^*(p_2 - \tilde{\xi}_2) d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2. \quad (2-44)$$

Ahora transformando esta expresión tenemos

$$A_i(u, \Omega) = \mathcal{F} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{W}(\tilde{\xi}_1) \delta(\tilde{\xi}_1 - \tilde{\xi}_2) P(p_1 - \tilde{\xi}_1) P^*(p_2 - \tilde{\xi}_2) d\tilde{\xi}_1 d\tilde{\xi}_2 \right\}$$

$$A_i(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_P(u, \Omega - \tau_t) \tilde{\mathcal{W}}(u) \delta(\tau_t) d\tau_t \quad (2-45)$$

$$A_i(u, \Omega) = A_P(u, \Omega) \tilde{\mathcal{W}}(u). \quad (2-46)$$

La ecuación 2-30 es igual a $\tilde{\mathcal{W}}(u) \delta(\Omega)$ [35], de modo que si sustituimos el valor de $\tilde{\mathcal{W}}(u)$ tomado de esta relación se tendría una aproximación de

$$A_i(u, \Omega) \approx A_P(u, \Omega) A_g(u, \Omega). \quad (2-47)$$

La imagen de una fuente incoherente formada por un sistema óptico no ideal nos muestra un grado de coherencia debido a que la luz de cada punto de la fuente primaria se expande sobre un área finita en la imagen. Al estudiar la AF de la imagen se estaría caracterizando la imagen de manera completa, incluyendo sus propiedades de coherencia [35].

2.2.1.3 LA AF COMO GENERALIZACIÓN DE LA OTF

En el caso de que $\Omega = 0$, el espectro de intensidad de la imagen es expresada como $\mathcal{G}_i(u) = A_i(u, 0) = A_P(u, 0) \tilde{\mathcal{W}}(u)$. Esta fórmula nos muestra cómo es que $A_P(u, 0)$ es idéntica a la ya conocida OTF, de esta manera podemos ver que la AF de la pupila puede ser considerada como una generalización de la OTF. Si utilizamos la relación entre la densidad de la fuente y la intensidad mutua $\kappa I_g(\tilde{\xi}_1) = \mathcal{W}(\tilde{\xi}_1)$ y consideramos la aproximación de $I_g(u) \approx \mathcal{W}(u)$, tenemos que [35]

$$\mathcal{G}_i(u) = A_P(u, 0) \mathcal{G}_g(u) \quad (2-48)$$

y por tanto

$$A_P(u, 0) = \frac{\mathcal{G}_i(u)}{\mathcal{G}_g(u)}. \quad (2-49)$$

Esta conexión entre la AF de la pupila y la OTF ha sido utilizada para el diseño de máscaras de fase que se utilizan para incrementar la profundidad de foco sin perder resolución lateral y potencia. También es utilizada para estudiar el comportamiento de un sistema con respecto a su razón de Strehl, la sensibilidad al error de foco y la aberración esférica [8, 18, 35, 36].

2.2.2 LA AF COMO DESPLIEGUE POLAR

Consideremos la OTF de una pupila cuadrada, haciendo un análisis en una dimensión y considerando frecuencia de corte espacial igual a uno. De acuerdo a esto, la pupila generalizada para un sistema con error de foco (2-6) en el espacio de las frecuencias en una sola dimensión es [7, 25]

$$\mathcal{P}(u) = P(u)e^{jkW_{20}u^2}, \quad (2-50)$$

donde la pupila se encuentra dada por

$$P(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } |u| < 1, \\ 0 & \text{si } |u| > 1, \end{cases} \quad (2-51)$$

Sustituyendo esto en la ecuación de la OTF, incluyendo el valor del área total en el denominador de la ecuación tenemos y desarrollando el término de fase tenemos la siguiente expresión

$$\mathcal{H}(u; W_{20}) = 0.5 \int_{-\infty}^{\infty} P(s + u/2)P^*(s - u/2)e^{j2\pi(2W_{20}/\lambda)su} ds. \quad (2-52)$$

Si empleamos la definición de la AF en estos términos tendríamos que [7, 37]

$$A(u, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(s + u/2)P^*(s - u/2)e^{j2\pi s\Omega} ds, \quad (2-53)$$

De modo que [7]

$$\mathcal{H}(u; W_{20}) = A(u, 2W_{20}u/\lambda). \quad (2-54)$$

La AF asociada con la función base $P(u)$ contiene a la OTF a lo largo de la línea $\Omega = 2W_{20}u/\lambda$ [7, 25]. La AF de dos dimensiones contiene los valores de la OTF para cantidades arbitrarias de error de foco en un arreglo de tipo polar. Para el caso de que se encuentre el sistema enfocado, se puede apreciar que tendríamos $\mathcal{H}(u; 0) = A(f, 0)$.

Las coordenadas polares que serán empleadas por la AF se vuelven [7]

$$\mathcal{H}(u; W_{20}) = A(\rho, \theta), \quad (2-55)$$

donde W_{20} y u estarán dados por $W_{20} = (\lambda / 2) \tan \theta$ y $u = \rho / (1 + \tan^2 \theta)^{1/2}$ [7].

La función de ambigüedad para una pupila cuadrada sería

$$A(u, \Omega) = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{A}} \text{rect}(s + u/2)\text{rect}^*(s - u/2)e^{j2\pi s\Omega} ds \quad (2-58)$$

$$A(u, \Omega) = \begin{cases} \left[1 - \frac{|u|}{2}\right] \text{sinc} \{\Omega[2 - |u|]\} & \text{para } |u| < 2 \\ 0 & \text{para } |u| > 2 \end{cases} \quad (2-59)$$

Esta expresión se obtiene utilizando la función $\text{sinc } \theta = \text{sen } \pi\theta/\pi\theta$. Con esto tenemos que la correspondiente salida de intensidad sería [7]

$$|A(u, 2W_{20}u/\lambda)|^2 = \begin{cases} \left[1 - \frac{|u|}{2}\right]^2 \text{sinc}^2 \{\Omega[2 - |u|]\} & \text{para } |u| < 2 \\ 0 & \text{para } |u| > 2 \end{cases} \quad (2-60)$$

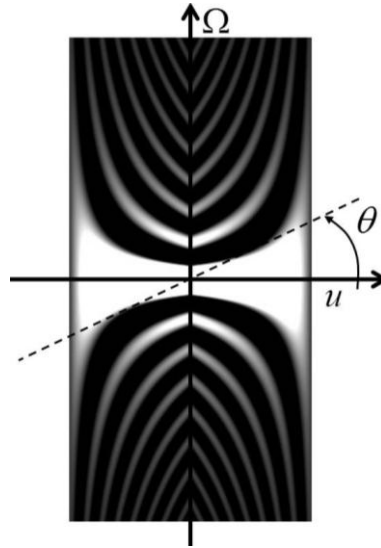


Figura 2.7 AF de una pupila rectangular. Las coordenadas polares ρ y θ .

Estos serán parte de los parámetros de entrada para el cálculo de la AF, $W_{20} = n_o(\lambda/2)$ y $a_{max} = 2n_o$ [7]. La localización de los ceros se tiene en unas hipérbolas simétricas, como se muestra en la figura 2.8(a), y se pueden calcular con siguiente expresión [7] $\Omega = N/2 - |u|$, donde $N = 1, 2, \dots$, es una variable que indica el número de hipérbolas que se encuentran con valores de cero en la función de ambigüedad. Se puede intersectar una línea [7] $\Omega = u \tan \theta$ sobre las hipérbolas y de esta manera encontrar los ceros para cierto valor de error de foco. Se tendrán un número impar de ceros para números enteros de n_o , según su número de unidades de media longitud de onda se tendrán $2n_o - 1$ ceros. Sin embargo cuando se tienen cantidades que no sean múltiplos de las unidades de media longitud de onda se tendrán un número par de ceros en la OTF, $2n_o$ [7].

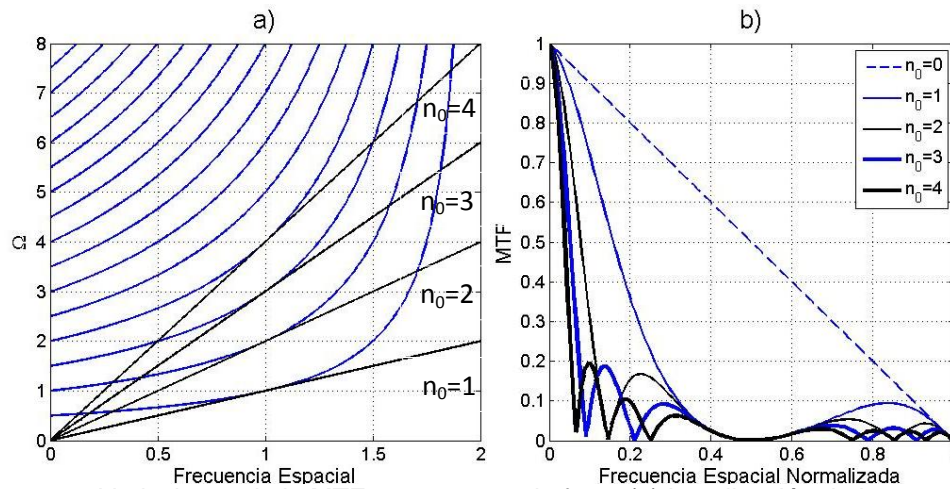


Figura 2.8 Variaciones de la MTF para errores de foco. (a) Localización de los ceros e intersección con los cortes. (b) Cortes de la AF varia varios valores de error de foco.

2.2.3 TOLERANCIA AL DESENFUQUE POR INSPECCIÓN DE LA AF

Hablando del criterio que se toma para evaluar la calidad de una imagen, tenemos que uno de los primeros métodos fue formulado por Rayleigh y era conocido como límite de cuarta parte de longitud de onda [23, 24, 38]. Rayleigh postuló que la imagen de un sistema actual no sería diferente significativamente de la que proviene del sistema ideal si la diferencia era menor a un cuarto de onda.

Strehl, contemporáneo de Rayleigh, mostró que las pequeñas aberraciones reducen la intensidad en el máximo principal del patrón de difracción y que la luz removida es distribuida en las partes exteriores del patrón. Como una medida de degradación de la calidad de la imagen, Strehl introdujo un término que se conoce como la razón de Strehl, la cual consiste en comparar la intensidad de un sistema óptico libre de aberraciones con la de un sistema sin aberraciones [23, 39].

Tanto el criterio de Rayleigh como la razón de Strehl aplican para los sistemas altamente corregidos [23]. El límite de cuarto de onda definido por Rayleigh corresponde a una razón de Strehl de aproximadamente 0.8. Maréchal demostró que por encima del límite la pérdida de intensidad en el patrón de difracción estaba relacionado con la raíz cuadrada de la diferencia

del frente de onda proveniente de la apertura con respecto a la de un forma esférica, a esto lo llamó variancia [23, 40].

Cuando la razón de Strehl baja de 0.8, la calidad de la imagen se deteriora rápidamente y llegara al punto en que no podrá analizarse. En el caso de que se tenga un sistema óptico con error de foco, como el que se estudiará en este trabajo, se deberá mantener la condición de cuarto de onda o de Strehl [23], $W_{20} \leq \lambda/4$. En estos criterios la irradiancia de la imagen sobre el eje es la cantidad relevante [8, 38, 39, 40]. Sin embargo, Hopkins mostró que se puede extender el criterio de Maréchal al emplear la teoría de OTF para dar un criterio de tolerancia conforme varia la frecuencia espacial. Dado a que la AF contiene simultáneamente todas las OTF asociadas al sistema óptico con error de foco variable. Uno espera que la AF despliegue visualmente y en una sola imagen el criterio de Hopkins [8, 24].

La AF de la pupila $P(u)$ se define en la ecuación 2-53. La definición de la AF puede ser extendida al caso de pupilas de dos dimensiones, sin embargo, en este caso se deberían de manejar funciones de ambigüedad de cuatro dimensiones, y no será posible desplegarla. La AF que contiene las OTF con error de foco variable $\mathcal{H}(u; W_{20})$ es [8]

$$\mathcal{H}(u; W_{20}) = A(u, \Omega = 2W_{20}u/\lambda), \quad (2-61)$$

donde W_{20} es el coeficiente del error de foco del frente de onda y u_0 es la frecuencia espacial de corte del sistema óptico. Ahora, la tolerancia del criterio de Hopkins establecerá que la razón entre la OTF aberrada o con desenfoque y la de la OTF limitada por difracción deberá ser mayor o igual a 0.8 en cualquier frecuencia espacial en específico, esto es [8]

$$M_H(u; W_{20}) = \left| \frac{\mathcal{H}(u; W_{20})}{\mathcal{H}(u; 0)} \right| = \left| \frac{A(u, \Omega)}{A(u; 0)} \right| \geq 0.8. \quad (2-62)$$

Esto significa que podemos visualizar la variación de $M_H(u; W_{20})$ en la AF en algún declive de brillo sobre una línea en la frecuencia espacial. Con una simple inspección sobre la AF se puede tener una idea de la tolerancia de un sistema óptico ante el error de foco [8].

3.

EXTENSIÓN DE LA PROFUNDIDAD DE CAMPO POR MEDIO DE LA CODIFICACIÓN DEL FRENTE DE ONDA

En este capítulo se tocará el tema de la profundidad de campo y se estudiará el método de la extensión de la profundidad de campo por medio de la codificación del frente de onda. Se describirán las principales características de las máscaras de fase que se emplearán en un sistema óptico, así como los beneficios que representa.

3.1 EXTENSIÓN DE LA PROFUNDIDAD DE FOCO

La mejora de los sistemas ópticos con presencia de error de foco es un tema ampliamente explorado ya que es un fenómeno muy común en los sistemas ópticos formadores de imágenes[41, 42, 43, 44, 45]. Un sistema óptico, independientemente de que se encuentre libre de aberraciones, dependerá de que el detector se encuentre colocado dentro de la región donde se tiene un enfoque adecuado, esta región es conocida como profundidad de foco y es donde se puede encontrar un enfoque aceptable.

3.1.1 PROFUNDIDAD DE FOCO Y PROFUNDIDAD DE CAMPO

Es bien conocido que si enfocamos con una cámara un objeto en alguna distancia definida, tendremos una región a lo largo del eje óptico donde se podrá colocar el plano imagen y obtener un enfoque aceptable, mientras que fuera de esta región todo se encontrará desenfocado progresivamente al ir alejándose del plano enfocado. Este fenómeno está relacionado con la profundidad de campo y la profundidad de foco [46]. La profundidad de campo es la región sobre la que se puede colocar un objeto y que se obtenga una imagen clara en sistema óptico [46]. De igual forma, la profundidad de foco es el espacio sobre el que se puede desplazar la película o el detector y que se obtenga una imagen enfocada [46]. Estos dos conceptos están

relacionados entre sí, y dependen básicamente del límite de resolución de la película y del número f del sistema [28]. En el caso de la profundidad de campo se habla de la distancia que existe entre el plano objeto más cercano y el plano objeto más lejano en el que se produce una imagen enfocada [46]. El caso de la profundidad de foco se habla de la distancia sobre la que se puede desplazar el plano imagen y que se obtenga una imagen enfocada.

La posición del plano imagen dependerá de dos parámetros: el tamaño del mínimo detalle que se pueda resolver (límite de resolución) de la película, y el número F del sistema.

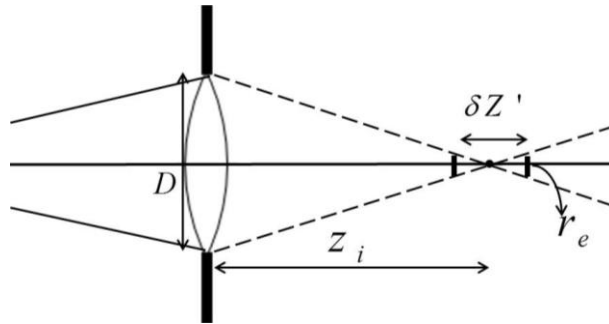


Figura 3.1 Profundidad de Foco para una lente delgada

En la figura 3.1 consideramos una lente delgada con el diafragma sobre la lente. Si el objeto no se encuentra en el infinito sino en una distancia z_o , su imagen estará a una distancia z_i de la lente en el espacio imagen [28]. Si r_e es el límite de resolución de la película, de esta manera podemos ver que la película deberá situarse en cualquier lugar dentro del segmento $\partial Z'$ sin que exista una pérdida en la claridad de la imagen. La profundidad de foco estará dada por $\partial Z'$ y se encontrará en el espacio imagen. Si analizamos los triángulos similares, tenemos [28]

$$\partial Z' = 2r_e z_i / D. \quad (3-1)$$

Cuando el objeto está en infinito entonces $z_i = f$ y si utilizamos el número f tendríamos que [28]

$$\partial Z' = 2r_e f / \#. \quad (3-2)$$

La imagen del segmento $\delta Z'$ en el espacio objeto establece la profundidad de campo δZ , los objetos localizados sobre la región de la profundidad de campo aparecerán enfocados. Si buscamos una expresión para representar la profundidad de campo en particular debemos pensar en la manera en que la imagen final será vista.

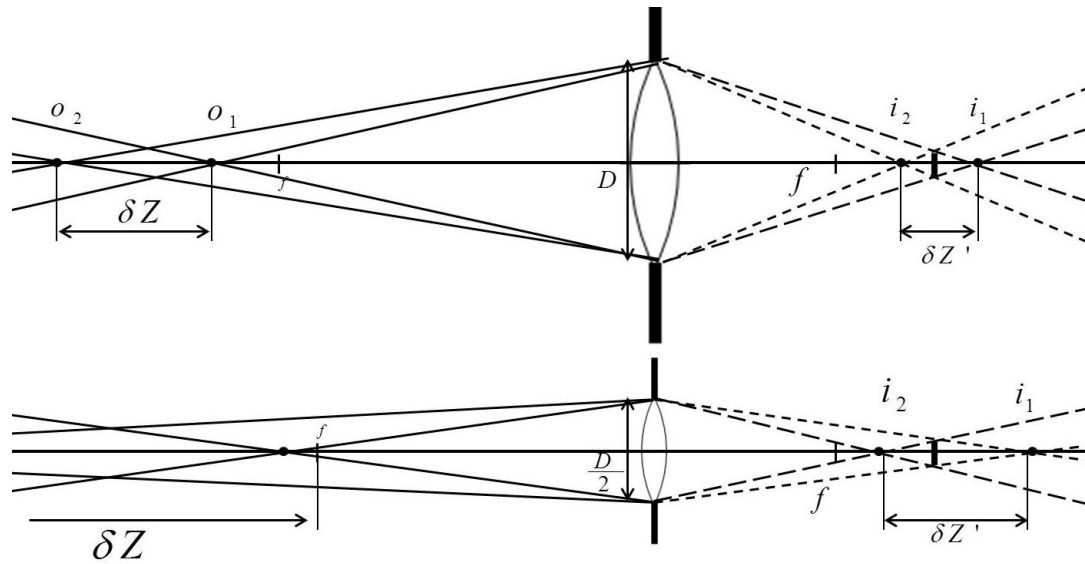


Figura 3.2 Trazado de rayos de un sistema óptico simple de la misma distancia focal, posición y tamaño del detector, pero con diferente tamaño de apertura.

Uno de los problemas con los que tienen que enfrentarse los sistemas ópticos formadores de imágenes incoherentes es el rango limitado sobre el que se puede producir una imagen enfocada. Este trabajo propone un método para extender la profundidad de campo de un sistema óptico formador de imágenes. El método consiste en introducir una máscara de fase a nuestro sistema y procesar la imagen obtenida. A este método se le conoce como codificación del frente de onda [1, 2, 3].

3.2 CODIFICACIÓN DEL FREENTE DE ONDA

La profundidad de campo de un sistema óptico es la distancia en el espacio objeto en el cual los objetos se consideran estar enfocados. De tal forma, que al extender la profundidad de campo de un sistema óptico se estaría extendiendo la distancia sobre la cual los objetos se mantendrían

enfocados. Los diseñadores de sistemas ópticos han extendido la profundidad de foco de un sistema por medios tradicionales al trabajar con la pupila de salida de diversas formas [41, 42, 43, 44, 45], usualmente reducen la apertura hasta que se tenga la profundidad de foco correcta. Esto tiene como consecuencia tres problemas:

- 1- Pérdida de potencia óptica. Se reduce la cantidad de luz que entra al sistema y por tanto se tiene una pérdida en la potencia óptica.
- 2- Pérdida en resolución. Se reduce la resolución del sistema.
- 3- Riesgo de obtener imagen borrosa. El sistema requerirá de un tiempo de exposición mayor en el que si se tiene un objeto móvil puede que salga borroso o no salga bien definido.

El método que se propone en este trabajo para extender la profundidad de foco es el que describen Cathey y Dowski [1], un método que extiende la profundidad de campo de un sistema óptico incoherente que no sufre de las deficiencias anteriormente mencionadas, debido a que no se afecta la amplitud del frente de onda si no su fase. Su método emplea una máscara de fase para modificar la luz que entra al sistema óptico de tal forma que la PSF sea insensible al desenfoque. Al tener un PSF insensible al error de foco se tiene una OTF que no tiene regiones de ceros en su región pasa banda.

3.2.1 DISEÑO DE UN SISTEMA CODIFICADOR DEL FRENTE DE ONDA

La codificación del frente de onda es una técnica que utiliza la óptica a esférica de elementos con simetría no rotacional y un procesamiento digital de la señal. Un diagrama de bloques que nos da la idea del funcionamiento de la codificación del frente de onda se muestra en la figura 3.3[1, 2, 3, 16].

Cuando se diseña un sistema con gran profundidad de foco, Cathey y Dowski plantean dos condiciones [1]:

- 1- La primera es que un sistema óptico incoherente será modificada por una máscara de fase rectangularmente separable. Esto nos dice que tanto la OTF como la PSF serán separables rectangularmente.

- 2- Segunda, ellos asumen que cualquier imagen resultante será una imagen intermedia. Esta imagen intermedia requerirá de procesamiento digital de imágenes.

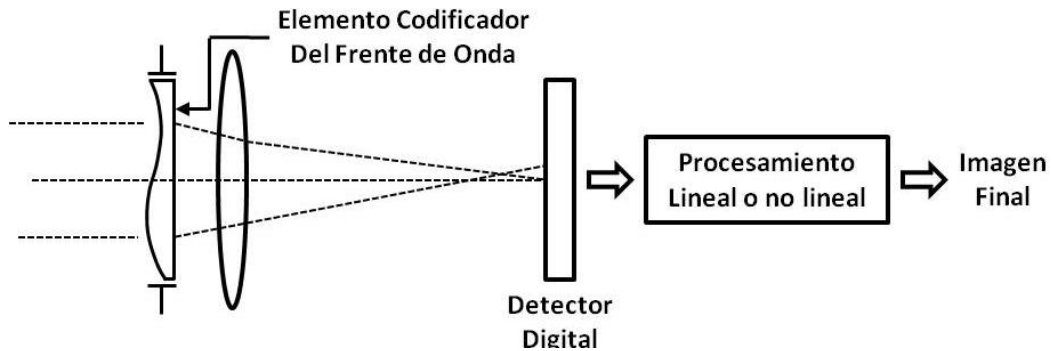


Figura 3.3 Diagrama de bloques de un sistema formador de imágenes con codificador del frente de onda.

Para codificar la imagen o el frente de onda en estos sistemas formadores de imágenes híbridos, la óptica del sistema que lleva acabo la tarea de recolectar la energía que nos dará la imagen será modificada para cambiar la función de punto extendido (PSF) de la imagen del sistema. Debido a que la PSF es modificada, la imagen que se obtiene aparece degradada y es llamada imagen intermedia. Se le deberá hacer un procesamiento de señal para decodificar la imagen y obtener una imagen de alta calidad que conserva los aspectos del objeto que son de interés [1, 2].

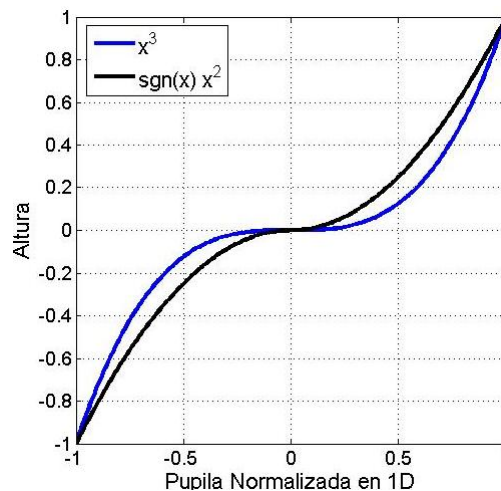


Figura 3.4 Perfiles de las máscaras de fase: cuadrática y Cubica.

En la figura 3.4 se da una representación en dos dimensiones de la generalización de formas de superficies rectangularmente separables para codificación del frente de onda, esta superficie será colocada en el diafragma de la apertura, o si esa forma es agregada a la lente existente cercana al diafragma de la apertura se extenderá la profundidad de foco. Las PSF en dos dimensiones son mostradas en la figura 3.5.

Dado que la PSF cambia considerablemente sobre la región del desenfoque se puede utilizar un solo filtro digital para utilizarlo sobre toda la imagen[1, 2]. La OTF de un sistema convencional cambia dramáticamente con el desenfoque, e incluso aparecen ceros. Se tienen cambios en la OTF y los ceros cambian de posición según el valor del desenfoque. En consecuencia, aunque el grado de desenfoque fuera conocido se tendrían que utilizar diferentes filtros digitales para tratar las diferentes porciones de la imagen y partes del espectro en frecuencia espacial se perderían debido a los ceros en la MTF. Con el uso de las mascararas de fase bajas en sensibilidad ante el error de foco se tendrán OTF sin regiones con ceros.

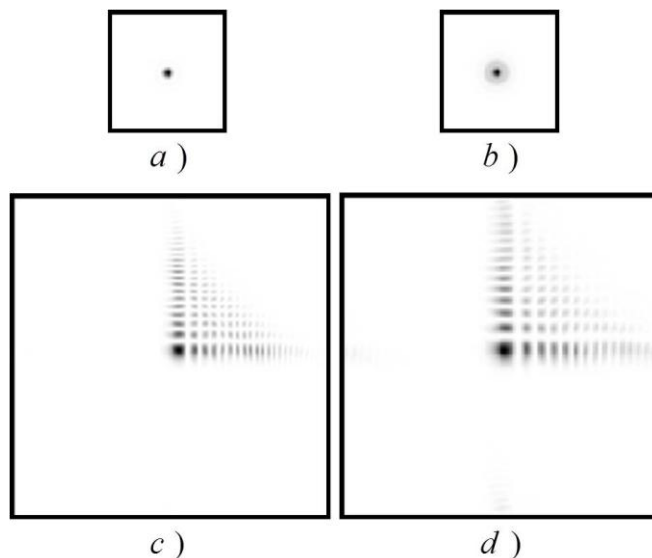


Figura 3.5 PSF de los sistemas formadores de imágenes. Las PSF (a) y (b) son de un sistema sin máscara de fase, (c) y (d) para uno con máscara de fase. Las PSF (a) y (c) representan los sistemas enfocados y en el caso de (b) y (d) de uno desenfocado.

3.2.2 MARCO GENERAL PARA EL DISEÑO

En la consideración sistemas ópticos modernos, al utilizar la codificación del frente de onda se tienen una serie de perspectivas únicas. Estas perspectivas le dan al diseñador nuevas herramientas para encarar importantes retos en el diseño e implementación de los sistemas ópticos formadores de imágenes. Las principales perspectivas en las que se puede centrar son[2]

- 1- Maximizar la información de las imágenes.
- 2- Incrementar los grados de libertad en un diseño de un sistema óptico.
- 3- Intercambio entre la electrónica y la óptica.

3.2.2.1 MAXIMIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN DE LA IMAGEN

En los sistemas formadores de imágenes de alta calidad se controlan cuidadosamente los aspectos del sistema que reducen la calidad de la imagen. Al modificar la óptica y utilizar el procesamiento de señales, la cantidad total de la información de la imagen que puede ser grabada se puede incrementar. Este incremento en la cantidad de información registrada puede ser de ayuda para muchas aplicaciones al permitir que con solo una imagen se consiga obtener la información que anteriormente se conseguía con varias. Reduciendo el número de imágenes que requeridas normalmente se podría incrementar el número de cuadros por segundo, reduciría la saturación de las imágenes de objetos fluorescentes y reducir los costos de diseño [2].

3.2.2.2 INCREMENTO EN LOS GRADOS DE LIBERTAD

En los sistemas que trabajan con infrarrojo o sistemas que dependen de sus dimensiones son ejemplos de los tipos de sistemas que se beneficiarán con el incremento de los grados de libertad. Muchos de estos tipos de sistemas experimentan una inestabilidad dinámica que es debida a las condiciones de las variaciones mecánicas o termales del sistema. Al incrementar el número de métodos que pueden ser usados para controlar el sistema se incrementan los grados de libertad del sistema o del espacio que

se tendría en juego al emplear la codificación del frente de onda. Esto le daría al diseñador una variable mas que le podría dar más flexibilidad a si diseño para minimizar el tamaño, peso o costo del sistema[2].

3.2.2.3 INTERCAMBIO ENTRE COMPONENTES ÓPTICOS Y ELÉCTRICOS

Con el uso de la óptica no tradicional y el procesamiento de imágenes se ha logrado reducir el número de elementos ópticos, lo que ha conseguido reducir el costo de la fabricación como del ensamblaje [2]. El reto en el diseño de la óptica miniatura es la óptica rápida con una alta calidad en un gran campo de visión y con baja sensibilidad al error de ensamble y fabricación. El uso de más de un elemento óptico incrementa tanto el tiempo como el costo de la fabricación. Al emplear métodos no tradicionales de diseño, como la óptica aesférica y el procesado de imágenes, se puede reducir el número de elementos ópticos requeridos y se puede reducir la sensibilidad en general de un sistema al error en la fabricación y ensamble. En este tipo de diseño la eliminación de elementos ópticos se estaría reemplazando por un procesamiento de señal que emplearía electrónica [2].

3.3 DISEÑO DE MÁSCARAS DE FASE

El cálculo teórico de la forma de la superficie óptica de la placa que formará parte del sistema codificador del frente de onda es un punto de partida para un proceso de optimización óptica. Una familia en general de formas de superficies rectangularmente separables está dada en coordenadas normalizadas como [1, 2, 3, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 35]

$$S(x) = |\alpha| \operatorname{sgn}(x) |x|^\varepsilon, \quad (3-3)$$

donde

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (3-4)$$

El parámetro ε que aparece como potencia controla la altura de la MTF sobre el rango de desenfoque y el orden de la máscara, y el parámetro α controla la

sensibilidad al desenfoco y representa el máximo retraso de fase introducido por la máscara. En general, al incrementar el parámetro α decrece la sensibilidad ante el desenfoco. Existen diversas placas de fase que pueden utilizarse para extender la profundidad de campo. Algunas pueden ser expresadas en funciones matemáticas separables y con esto llegar al procesamiento de señales separables. Otras no pueden ser expresadas en términos de funciones separables lo que hará que sean tratadas por medio de un procesamiento de señales no separables. Por ejemplo, la placa de fase cúbica, placa que se ha mencionado anteriormente[1, 14]

$$S(x, y) = \alpha(x^3 + y^3), \quad (3-5)$$

nos dice que se utilizará un procesamiento de señal rectangularmente separable. En este caso, una imagen puede ser procesada en dos partes, una operación por dimensión, lo que nos da una rápido análisis. Una placa de fase que es descrita por una función no separable debe de ser procesada por dos kernels diferentes. El procesamiento no separable requiere mucho mas procesamiento que el de los casos de rectangularmente separable, aunque el procesamiento no separable puede ser requerido cuando se tenga una placa de fase rectangularmente separable. En este caso una distribución no separable en la apertura de un sistema puede ser causado por aberraciones no separables, como la coma. Algunas funciones son separables en coordenadas cilíndricas, pero el muestreo es en coordenadas rectangulares. Consecuentemente, las funciones rectangularmente separables son las funciones que nos conciernen para un rápido procesamiento de la imagen intermedia deseada [1, 3].

Cada tipo de placa de fase tiene un rango operable sobre el cual se tendrá una extensión de la profundidad de campo. En la expresión que representa a la familia de funciones separables, la variable α determina el rango operable[1, 12, 14]. Con la placa de fase cúbica rectangularmente separable los rayos se desplazan de la forma que se puede apreciar en la

figura 3.6. Se tiene un cambio aparente en la cáustica del trazado de rayos conforme el plano imagen se desplaza, ocurriendo un movimiento lateral en la PSF. La figura 3.6 muestra el efecto de una superficie de fase cúbica sobre una lente ideal de una dimensión. Note como es que los rayos no enfocan como en el caso de la lente normal, note como es que en el mínimo de confusión se tiene un comportamiento diferente.

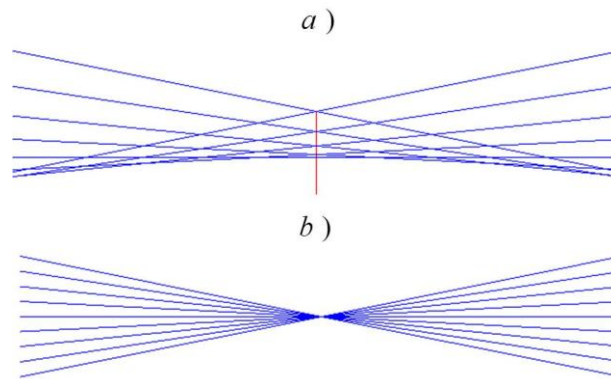


Figura 3.6 Estas figuras muestran el detalle que se tiene en el punto focal de una lente con y sin máscara de fase. (a) Lente paraxial con máscara de fase y (b) lente paraxial

3.3.1 HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS EMPLEADAS EN EL DISEÑO DE SISTEMAS CODIFICADORES DEL FRENT DE ONDA

A través del uso de la AF y el método de fase estacionaria es que se realiza un cálculo para determinar las características que se deben de considerar para el diseño de una máscara de fase para que se logre extender la profundidad de campo. La función de ambigüedad es una herramienta de análisis que nos permite observar y diseñar OTF para todos los valores de error de foco [1, 2, 35]. El método de fase estacionaria nos entrega la flexibilidad analítica necesaria para el diseño de las máscaras de fase[1].

3.3.1.1 LA AF EN EL DISEÑO DE MASCARAS DE FASE

La OTF de un sistema formador de imágenes de una dimensión para diferentes valores de desenfoque, ψ , es [1]

$$\mathcal{H}(u, \psi) = \int_{-\infty}^{\infty} P(s + u/2)P^*(s - u/2)e^{j2\psi su} ds, \quad (3-6)$$

donde $P(u)$ representa un la función de la pupila del sistema formador de imágenes. El parámetro de desenfoque ψ se encuentra descrito en términos de los siguientes parámetros físicos [1, 14]

$$\psi = \frac{\pi w^2}{4\lambda} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{z_o} - \frac{1}{z_i} \right) = \frac{2\pi W_{20}}{\lambda} = kW_{20}. \quad (3-7)$$

Si comparamos las dos ecuaciones tenemos que [14]

$$\mathcal{H}(u, \psi) = A \left(u, u \frac{\psi}{\pi} \right). \quad (3-8)$$

3.3.1.2 MÉTODO DE FASE ESTACIONARIA

El método de fase estacionaria es un procedimiento muy útil para obtener aproximaciones para varias integrales que ocurren frecuentemente en la teoría de ondas. Esta nos provee de una aproximación asintótica para las integrales de valores grandes para un parámetro apropiado [1, 47].

Supongamos que tenemos una integral de la forma

$$I_N = \int_{-\infty}^{\infty} F(s) e^{-j\phi(s)} ds \quad (3-9)$$

donde $\phi(s)$ es una función dependiente de s que varía rápidamente sobre la mayor parte del intervalo de integración, y $F(s)$ es una función que a comparación de la función anterior varia lentamente. Las oscilaciones del término de la exponencial significan que I_N sería aproximadamente cero sobre la región de integración, la una región que será diferente de cero significativamente ocurrirá en las regiones de integración donde $\partial\phi/\partial s = 0$, que serán los puntos de fase estacionaria. Los puntos de fase estacionaria son denotados como s_s y son definidos como $\phi'(s_s) = 0$. Se tendrá que $F(s) \approx F(s_s)$ en las regiones vecinas de los puntos de fase estacionaria, como $F(s)$ se asume que tiene una variación lenta entonces este término puede ser sacado de la integral. Al expandir $\phi(s)$ en series de Taylor en valores cercanos a s_s y manteniendo solo los primeros dos términos diferentes de cero obtenemos [1, 47]

$$\phi(s) \approx \phi(s_s) + \frac{1}{2}\phi''(s_s)(s - s_s)^2 \quad (3-10)$$

Sustituyendo esta integral en la primera ecuación tenemos [1, 47]

$$I_N \approx F(s_s) e^{-j\phi(s_s)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\phi''(s_s)(s-s_s)^2} dx$$

$$I_N \approx \sqrt{\frac{2\pi}{j\phi''(s_s)}} F(s_s) e^{-j\phi(s_s)}. \quad (3-11)$$

La siguiente expresión será utilizada para aproximar una integral perteneciente al desarrollo del diseño de la máscara de fase [1].

3.3.2 MÁSCARAS DE FASE

Las superficies que conforman las mascararas de fase tienen propiedades muy interesantes, entre algunas, el hecho de que la PSF del sistema óptico que se encuentre equipado con una máscara de fase sea casi invariable ante el error de foco. Esta propiedad hace que la máscara de fase sea una muy buena opción para el problema de la extensión de la profundidad de foco. En esta parte se desarrollarán dos tipos de mascararas de fase: cúbica[1, 2, 14] y cuadrática con simetría impar [15]. Se obtendrán sus MTF ante varios valores de error de foco por medio de la AF y se estudiará su PSF.

3.3.2.1 PLACA DE FASE CÚBICA

La modificación de un sistema estándar por medio de una máscara de fase cúbica produce una imagen intermedia insensible ante el error de foco. Por medio de técnicas de filtraje aplicado a las imágenes de puede obtener un sistema completo de imágenes de alta resolución y con gran profundidad de campo. La máscara de fase cúbica, en coordenadas normalizadas, se encuentran dadas por [1]

$$P(s) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\alpha s^3} & \text{para } |s| \leq 1 \\ 0 & \text{otra región} \end{cases} \quad |\alpha| \gg 20, \quad (3-12)$$

donde la constante α controla la desviación de la fase. Por medio del método de fase estacionaria se calculará una aproximación asintótica. Se aplicará este método para calcular la AF para la función de fase cúbica [1] y por este medio analizar la sensibilidad ante el error de foco del sistema.

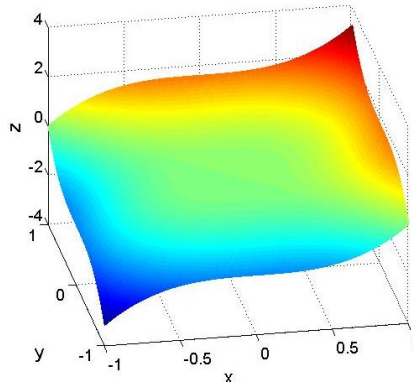


Figura 3.7 Perfil de máscara de fase cúbica.

La AF de la máscara de fase en un sistema con apertura cuadrada, considerando una dimensión solamente, está representada por

$$A(u, \Omega) = \frac{1}{2} \int_{-(1-|u|/2)}^{(1-|u|/2)} e^{j\Phi(s+u/2)} e^{-j\Phi(s-u/2)} e^{j2\pi s\Omega} ds, \quad |u| \leq 1. \quad (3-13)$$

Asumamos que la función $\Phi(s)$ es monomial de tipo $\Phi(s) = \alpha x^\varepsilon$, $\varepsilon \neq [0,1]$ y $\alpha \neq 0$. Esta forma de $\Phi(s)$ resultará en una solución matemática. Si reescribimos la ecuación de la forma [1]

$$A(u, \Omega) = \frac{1}{2} \int_{-(1-|u|/2)}^{(1-|u|/2)} e^{j\vartheta(s)} e^{j2\pi s\Omega} ds, \quad |u| \leq 1. \quad (3-14)$$

donde

$$\vartheta(s) = \alpha[(s + u/2)^\varepsilon - (s - u/2)^\varepsilon]. \quad (3-15)$$

Si el término de fase $\vartheta(s)$ varía lo suficientemente rápido, se puede tener una aproximación por medio del método de fase estacionaria en el punto $[\vartheta(s) - 2\pi s\Omega]$. La aproximación del método de fase estacionario para la función de ambigüedad $A(u, \Omega)$ está dado por [1]

$$A(u, \Omega) = \frac{1}{2} \int_{-(1-|u|/2)}^{(1-|u|/2)} e^{j\phi(s)} ds, \quad (3-16)$$

se definen los puntos de fase estacionaria x_s

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (3-17)$$

$$\phi'(s_s) = 0 \quad (3-18)$$

$$\alpha\varepsilon[(s_s + u/2)^{\varepsilon-1} - (s_s - u/2)^{\varepsilon-1}] = -2\pi\Omega. \quad (3-19)$$

Podemos ver que la solución para que s_s sea lineal con respecto a Ω se conseguirá si y solo si $\varepsilon = 3$ [1], esta es la razón por la que el perfil de la máscara de fase será de forma cúbica. Esta función tendrá un punto estacionario de

$$s_s = -\frac{\pi\Omega}{3\alpha u}, \quad (3-20)$$

para $u \neq 0$. Continuando con el desarrollo y sustituyendo s_s y $\phi(s)$, tenemos

$$A(u, \Omega) \approx \frac{1}{2} \int_{-(1-|u|/2)}^{(1-|u|/2)} e^{j[\phi(s_s) + \frac{1}{2}\phi''(s_s)(s-s_s)^2]} ds, \quad (3-21)$$

$$A(u, \Omega) \approx \frac{1}{2} e^{j\phi(s_s)} \int_{-(1-|u|/2)}^{(1-|u|/2)} e^{j3\alpha u(s-s_s)^2} ds, \quad (3-22)$$

de modo que combinando tanto la aproximación en magnitud como la fase tenemos que para $u \neq 0$

$$A(u, \Omega) \approx \sqrt{\frac{\pi}{12\alpha u}} e^{-j\frac{\pi^2\Omega^2}{3\alpha u}} e^{-j\alpha\frac{u^3}{4}}, \quad (3-23)$$

$$H(u, \psi) \approx \sqrt{\frac{\pi}{12\alpha u}} e^{-j\frac{\psi^2 u}{3\alpha}} e^{-j\alpha\frac{u^3}{4}}, \quad (3-24)$$

donde ψ es el parámetro del error de foco [1].

El módulo de la aproximación de la OTF es independiente del parámetro del error de foco [1]. La aproximación en fase contiene dos términos, sin embargo, un término es independiente del error de foco y el otro no. Específicamente, el término de fase que contiene la variable de error de foco tiene el efecto de desplazar la posición de la PSF resultante cuando se tiene un valor de error de foco grande. Para valores grandes de α se minimiza la sensibilidad de la máscara de fase cubica ante el error de foco por lo que el desplazamiento de la PSF es mínimo [1, 3, 20]. En la práctica este término dependiente de la variable de error de foco puede ser despreciable. La aproximación final para la OTF, para valores grandes de $|\alpha|$ y $u \neq 0$ es [1]

$$H(u, \psi) \approx \sqrt{\frac{\pi}{12\alpha u}} e^{-j\alpha\frac{u^3}{4}}, \quad (3-25)$$

Para satisfacer la aproximación del método de fase estacionaria se debe de tener en cuenta que $\alpha \gg 20$. Esto debido a especificaciones relacionadas con el ancho de banda [1].

La comparación entre el cálculo aproximado y el del exacto se realiza para $\psi = 0$ en la figura 3.8. La expresión del cálculo exacto es la siguiente [14]

$$H(u, \psi) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{12\alpha u}} e^{-j\frac{\psi^2 u}{3\alpha}} e^{-j\alpha\frac{u^3}{4}} & 0 < |u| \leq 1 \\ \times \frac{1}{\sqrt{2}} \{C[b_f(u)] - C[a_f(u)] + jS[b_f(u)] - jS[a_f(u)]\} & \\ 1 & u = 0 \end{cases} \quad (3-26)$$

Mientras que los operadores $C()$ y $S()$ representan las integrales de Fresnel de Coseno y Seno respectivamente. Donde se tiene que [14]

$$a_f(u) = \left(\frac{12\alpha u}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{\psi}{3\alpha} - (1 - |u|)\right), \quad (3-27)$$

$$b_f(u) = \left(\frac{12\alpha u}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{\psi}{3\alpha} + (1 - |u|)\right). \quad (3-28)$$

La MTF puede ser expresada como [14]

$$H(u, \psi) = \sqrt{\frac{\pi}{48\alpha|u|}} \left\{ [C(b_f(|u|)) - C(a_f(|u|))]^2 + [S(b_f(|u|)) - S(a_f(|u|))]^2 \right\}^{1/2}. \quad (3-29)$$

Esta expresión se relaciona a la AF por medio de la ecuación 3-8 [14, 15] y se puede hacer el calcula la AF de un sistema óptico con una máscara de fase cúbica, figura 3.9.

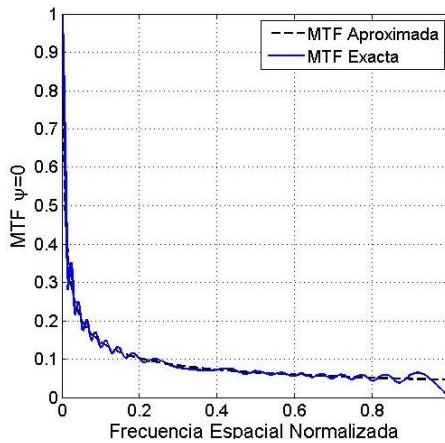


Figura 3.8 Comparación entre la MTF aproximada y la exacta del estudio de una placa de fase cúbica para $\psi=0$.

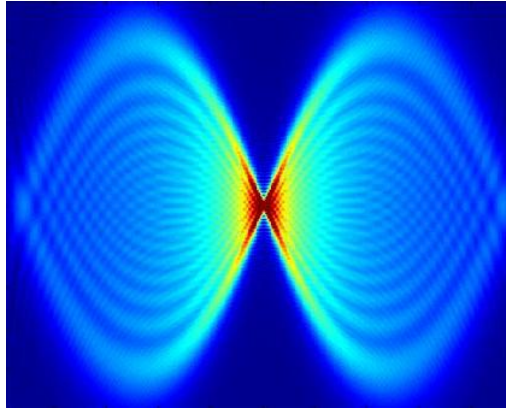


Figura 3.9 AF de la máscara de fase cúbica con pupila cuadrada $\alpha = 20\pi$.

3.3.2.2 PLACA DE FASE CUADRÁTICA CON SIMETRÍA IMPAR

A partir del surgimiento de la máscara de fase cúbica, varias personas encargadas de medir la calidad de las imágenes, comenzaron a desarrollar nuevos perfiles de placas de fase que mejore los resultados obtenidos por la máscara de fase cúbica [14]. Ahora se introduce el caso de la máscara de fase cuadrática se simetría impar que será examinada conduciendo un análisis matemático de la respuesta a su frecuencia espacial y se desarrollará una representación analítica de su MTF [15].

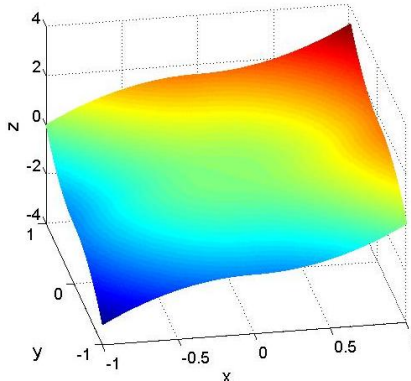


Figura 3.10 Perfil de máscara de fase cuadrática con simetría impar.

La búsqueda de sistemas separables rectangularmente nos ha mostrado que las placas de fase que extienden la profundidad de campo tienen simetría impar, este tipo de función debe de satisfacer la condición [15]

$$S(x, y) = -S(-x, -y). \quad (3-30)$$

Cumpliendo la condición y teniendo en cuenta el tipo de función que se busca para mascarar de fase, la cual se expresa en la ecuación 3-4. Se propone una función de fase con las siguientes características: $-1 \leq x \leq 1$, $\alpha > 0$ y $\varepsilon = 2$. Esta máscara de fase es llamada máscara de fase cuadrática de simetría impar. El perfil de fase de $\varepsilon = 2$ puede ser expresada de manera conjunta con la función signo de la siguiente manera [15]

$$S(x) = \begin{cases} -\alpha x^2, & -1 \leq x < 0 \\ \alpha x^2, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (3-31)$$

La función de pupila generalizada para el sistema codificador del frente de onda con el perfil de fase, que se muestra en la figura 3.10 en donde no se aprecia gran diferencia con respecto al perfil de la cúbica, se encuentra dado por [15]

$$P(s) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j(\psi-\alpha)s^2}, & -1 \leq s < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j(\psi+\alpha)s^2}, & 0 \leq s \leq 1 \\ 0, & \text{otra region} \end{cases} \quad (3-32)$$

Siguiendo las técnicas mostradas anteriormente para la evaluación analítica de la OTF del caso de la máscara de fase cúbica, en el caso de la máscara de fase cuadrática se realizará un análisis en una dimensión del cálculo de la OTF y se hará una división en el análisis, se calculará la OTF para los extremos y una para el centro, la cual se expresa de la siguiente manera [15]

$$\mathcal{H}(u; \psi) = \quad (3-33)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} - |u| \right) \operatorname{sinc} \left[\frac{4u}{\pi} (\psi - \alpha) \left(\frac{1}{2} - |u| \right) \right] e^{-j2u(\psi-\alpha)} + \left(\frac{\pi}{8\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} e^{j2\alpha u^2 \left(1 - \frac{\psi^2}{\alpha^2} \right) \operatorname{sgn}(u)} \\ \times \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [C(b_c(u)) - C(a_c(u))] + j \operatorname{sgn}(u) [S(b_c(u)) - S(a_c(u))] \} \\ + \left(\frac{1}{2} - |u| \right) \operatorname{sinc} \left[\frac{4u}{\pi} (\psi + \alpha) \left(\frac{1}{2} - |u| \right) \right] e^{j2u(\psi+\alpha)}, & 0 \leq |u| \leq \frac{1}{2} \\ \left(\frac{\pi}{8\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} e^{j2\alpha u^2 \left(1 - \frac{\psi^2}{\alpha^2} \right) \operatorname{sgn}(u)} \\ \times \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [C(b_T(u)) - C(a_T(u))] + j \operatorname{sgn}(u) [S(b_T(u)) - S(a_T(u))] \}, & \frac{1}{2} \leq |u| \leq 1 \\ 0, & \text{en otra region} \end{cases}$$

donde u es la frecuencia espacial y normalizada se expresa $-1 \leq u \leq 1$ en el límite de difracción. Los valores de los límites de integración que se utilizan para las integrales de Fresnel son siguientes, para el caso de la parte lateral [15]

$$a_T(u) = \left(\frac{4\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left[|u| \left(1 + \frac{\psi}{\alpha}\right) - 1 \right], \quad (3-34)$$

$$b_T(u) = \left(\frac{4\alpha}{\pi}\right)^{1/2} \left[1 - |u| \left(1 - \frac{\psi}{\alpha}\right) \right], \quad (3-35)$$

y para el caso de la parte central [15]

$$a_c(u) = \left(\frac{4\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} |u| \left(1 - \frac{\psi}{\alpha}\right), \quad (3-36)$$

$$b_c(u) = \left(\frac{4\alpha}{\pi}\right)^{1/2} |u| \left(1 + \frac{\psi}{\alpha}\right). \quad (3-37)$$

La figura 3.11 muestra el módulo de la AF para la máscara de fase cuadrática. La región donde la formación de imágenes es posible toma lugar en la doble forma de diamante que se encuentra en la gráfica.

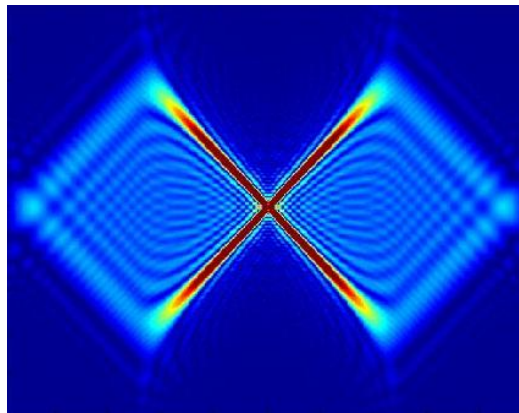


Figura 3.11 Módulo de la AF de una pupila cuadrada con una máscara de fase cuadrática con simetría impar.

En esta parte se describieron las máscaras de fase cúbica y cuadrática de manera muy superficial, ya que en el siguiente capítulo se hará un estudio más detallado resaltando diferencias entre ellas para posteriormente hacer una propuesta para diseño de un sistema formador de imágenes con codificador de frente de onda.

4.

DISEÑO Y ANÁLISIS DE UN SISTEMA ÓPTICO FORMADOR DE IMÁGENES CON CODIFICADOR DEL FRENTE DE ONDA

En este capítulo se profundizará más sobre el parámetro que caracteriza la extensión de la profundidad de campo en una máscara de fase, el parámetro α . Este parámetro influye en la profundidad de campo del sistema óptico y a la vez codifica la desviación de fase[1, 12, 14, 15], por esta razón es de suma importancia encontrar el valor óptimo. Al estudiar este término se analizará el comportamiento de las placas de fase con respecto a la variación de este parámetro, con estas variaciones estudiaremos las características de las máscaras de fase señalando la diferencia que existe entre cada una de ellas según los valores utilizados para su diseño.

El estudio de las máscaras de fase se realizará por medio del análisis de la función de ambigüedad del sistema, de la función de punto extendido y de la función de transferencia de modulación. Por medio de la función de ambigüedad se conocerán las regiones en las que el sistema óptico en cuestión presenta ceros en el contraste, ayudándonos a seleccionar los parámetros del diseño y calculando la MTF. También, como herramienta de análisis se utilizarán los discos de sectores [23], con esta herramienta podremos visualizar el comportamiento de la respuesta en la frecuencia del sistema ante diferentes valores de error de foco. Con estas pruebas se buscará conocer el comportamiento de las máscaras de fase ante las variaciones del parámetro α y para las simulaciones finales se utilizarán los parámetros que sean considerados como posibles para una futura fabricación de una placa de fase.

4.1 PARÁMETROS A CONSIDERAR EN EL ANÁLISIS DE LAS MASCARAS DE FASE

En este análisis se busca conocer el comportamiento de las máscaras utilizando diferentes parámetros de diseño, es por eso que se hará una introducción de los parámetros que utilizaremos para el diseño de una máscara de fase para posteriormente estudiar las máscaras de fase ante las variaciones de dichos parámetros y resaltar las ventajas.

4.1.1 PARÁMETRO W_{20} Y EL DESPLAZAMIENTO LONGITUDINAL $\partial z'$

El parámetro W_{20} , conocido como error de foco, se encuentra presente en el diseño de las máscaras de fase y se manifiesta en la profundidad de foco. La OTF de un sistema óptico con error de foco se puede expresar como $\mathcal{H}(u; W_{20})$, donde el coeficiente de error de foco W_{20} tiene un efecto determinante sobre la OTF. De igual forma, cuando utilizamos la función de ambigüedad como despliegue polar de la OTF se tendrá una función de dos dimensiones $A(u, u\psi/\pi)$, donde $\psi = kW_{20}$. Al utilizar esta expresión podemos visualizar la OTF, o en nuestro caso la MTF, para un rango de valores de W_{20} . Es por eso que el parámetro W_{20} será utilizado para que por medio de un valor máximo de W_{20} se forme un rango que se utilice como variable independiente y nos ayude a evaluar la AF junto con la frecuencia espacial.

Conociendo el valor del coeficiente del error de foco W_{20} se calculará el desplazamiento longitudinal $\partial z'$, se puede calcular por medio del despeje las ecuaciones 2-47 y 2-48 [25, 24, 28]

$$\partial z' = \frac{2W_{20}}{A^2} = 8W_{20}(f/\#)^2. \quad (4-1)$$

4.1.2 PARÁMETRO α

La amplitud de transmitancia de la máscara de fase propuesta, como función de la frecuencia espacial u , es [12]

$$P(u) = \text{rect}\left(\frac{u}{2u_0}\right) e^{j2\pi\frac{\alpha}{\lambda}\text{sgn}(u)\left|\frac{u}{2u_0}\right|^\epsilon}. \quad (4-2)$$

En esta ecuación se ve representada la pupila de apertura por una función rectangular. El parámetro α denota el valor máximo de la diferencia de camino óptico mientras que λ es la longitud de onda de la radiación. La función signo en las variaciones de fase es representada por $sgn(u)$. Finalmente, el parámetro ε es la potencia de la máscara de fase, en este trabajo se estudiará el caso de $\varepsilon = 2$ y $\varepsilon = 3$. Si estudiamos el caso de la pupila generalizada de un sistema con error de foco tenemos que [12]

$$\mathcal{P}(u) = P(u)e^{j\frac{2\pi}{\lambda}W_{20}\left(\frac{u}{2u_0}\right)^2}. \quad (4-3)$$

En esta ecuación el coeficiente W_{20} mide la cantidad de error de foco en unidades de longitudes de onda. Al calcular la MTF se tiene un criterio de la calidad de la imagen y se buscará un sistema que tenga una baja sensibilidad ante las variaciones de W_{20} .

Cada tipo de placa de fase tiene un rango de operación donde se tendrá una extensión en su profundidad de campo, este rango será determinado por el valor de α . La desviación de fase es controlada por la constante α y se diseña para una longitud de onda en particular [1, 3, 20]

$$\alpha = \frac{2\pi DCO}{\lambda}, \quad (4-4)$$

donde DCO es la diferencia de camino óptico.

4.2 ANÁLISIS DE UNA APERTURA CUADRADA

Antes de comenzar con el análisis de las máscaras de fase se estudiará el caso de una pupila cuadrada con presencia de error de foco sin emplear una máscara de fase, esto con la finalidad de hacer una comparación del caso de un sistema con apertura cuadrada sin algún tipo de filtro espacial con el de un sistema con una máscara de fase. La comparación se realizará para sistemas con apertura cuadrada por simplicidad y en la simulación final se considerará una apertura circular para la máscara de fase con los parámetros que se seleccionarán a partir de este análisis.

4.2.1 APERTURA SIN PLACA DE FASE

La AF de un sistema con apertura cuadrada en presencia de error de foco se expresa en la ecuación 2-59, y se puede ver en la figura 4.1 [7]. A partir del módulo de la AF $|A(u, u\psi/\pi)|$ es que comenzará el análisis de nuestro sistema. Es importante señalar que según sea el rango de ψ seleccionado para evaluar la expresión se tendrá un despliegue diferente de la AF, en la figura 4.2 se puede apreciar cómo es que incrementando este rango se irá incrementando la información que se mostrará en la figura.

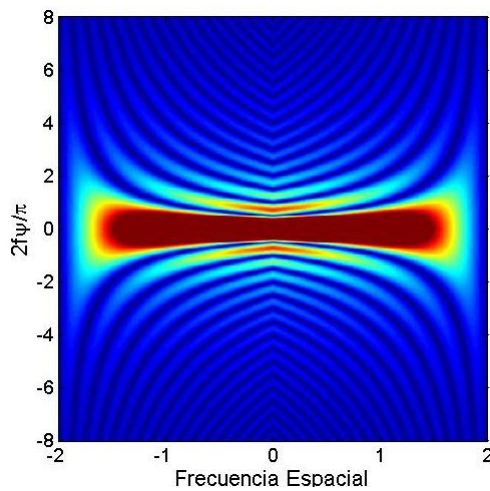


Figura 4.1. Módulo de la función de ambigüedad de una apertura cuadrada evaluada utilizando los valores de $|\psi| < 2\pi$ y $|u| < 2$.

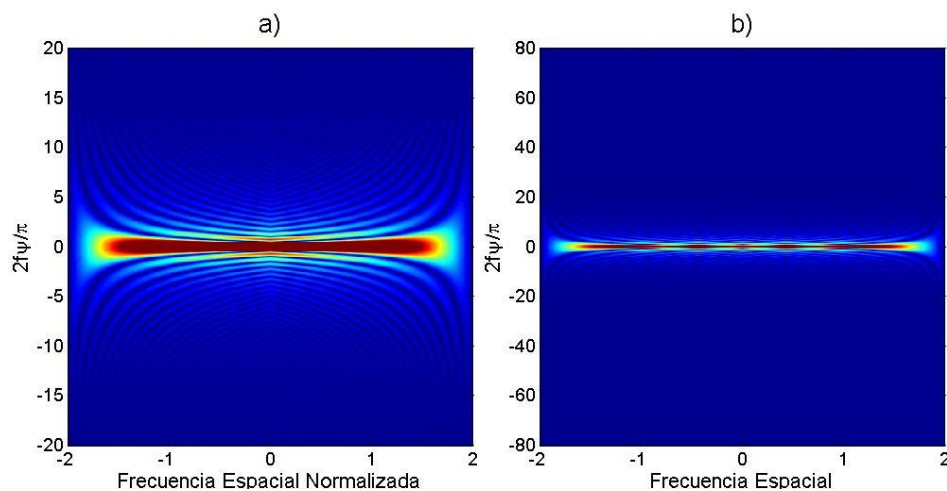


Figura 4.2. Módulos de las funciones de ambigüedad de una apertura cuadrada evaluadas con los siguientes rangos $|u| < 2$ y : (a) $|\psi| < 5\pi$ y (b) $|\psi| < 20\pi$

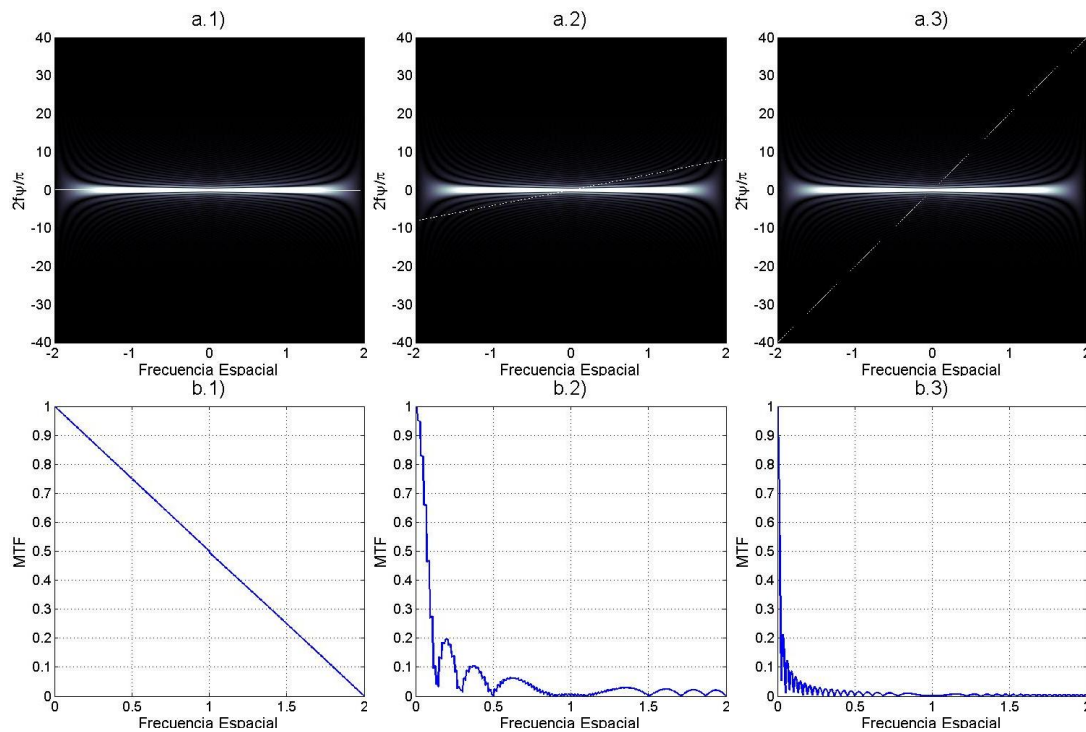


Figura 4.3. Cortes sobre el módulo de la función de ambigüedad: (a.1) Corte para el valor de $W_{20} = 0$, (b.1) MTF para $W_{20} = 0$, (a.2) Corte para el valor de $W_{20} = 2\lambda$, (b.2) MTF para $W_{20} = 2\lambda$, (a.3) Corte para el valor de $W_{20} = 5\lambda$, (b.3) MTF para $W_{20} = 5\lambda$.

El ángulo del corte que se muestra en la figura 4.3 estará relacionado con la cantidad de error de foco. Con las MTF que se obtuvieron a partir de los cortes en el módulo de la función de ambigüedad se utilizará lo que se conoce como disco de sectores o rueda de carreta, lo cual se muestra en la figura 4.4, para ayudarnos a comprender el efecto que tiene el valor del coeficiente de error de foco en un sistema óptico ante un disco de sectores.

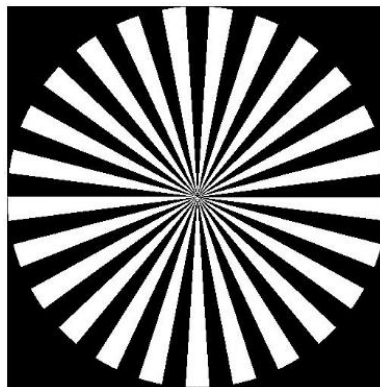


Figura 4.4. Disco de Sectores con 25 periodos.

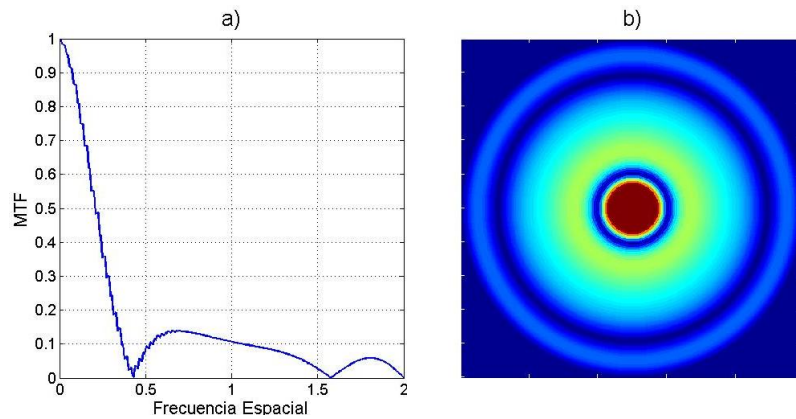


Figure 4.5. Imágenes que muestran el procedimiento que se realiza para calcular el efecto del desenfoque por medio de los discos de sectores. (a) MTF para $W_{20} = 0.75\lambda$ y (b) MTF rotada 360 grados con el valor de $W_{20} = 0.75\lambda$.

Lo que se hace para analizar el comportamiento del sistema ante el error de foco por medio de un disco de sectores es convolucionar el disco de sectores en el espacio de frecuencias con la MTF obtenida para un valor de error de foco en específico. En este caso al ser dos dimensiones, la MTF que se obtiene se rota sobre el centro de la imagen para conseguir tener una imagen con simetría rotacional, como se muestra en la figura 4.5(b). Realizando este procedimiento para cada valor de error de foco se obtienen los siguientes resultados mostrados en las imágenes de la figura 4.6, donde se puede apreciar el efecto que se tiene en la imagen producida por el sistema óptico al ir variando la cantidad de error de foco, esto es debido a que la apertura con la lente se vuelve un filtro pasa bajas que se ve alterado según el valor de error de foco y que al pasar la luz a través de la lente afecta su distribución intensidad [23]. La figura 4.6.(a) parece no haber sido alterada pero en el centro, que es donde se presenta una serie de franjas con alta frecuencia se ve reducido su contraste, mientras que en el otro extremo, es decir a la orilla del disco, no se presenta un cambio significativo dado a que el efecto sobre las altas frecuencias no es muy notorio comparado con el de las altas frecuencias.

En este trabajo se presentan una serie de filtros denominados máscaras de fase, las cuales producen imágenes intermedias que muestran poca

sensibilidad ante el error de foco. Estas imágenes intermedias, se caracterizan por no tener ceros en su MTF. Al tener un cero en la MTF se pierde la información de la imagen y no se puede modificar al realizarle un procesado de imagen. En la figura 4.6(b) se puede apreciar que al aproximarse al centro del disco se tienen variaciones en el contraste que llegan a cero, en esta región se pierde la información del objeto. Con los filtros propuestos se esperan obtener imágenes intermedias que muestren poca variación ante el error de foco y que no contengan ceros en su MTF.

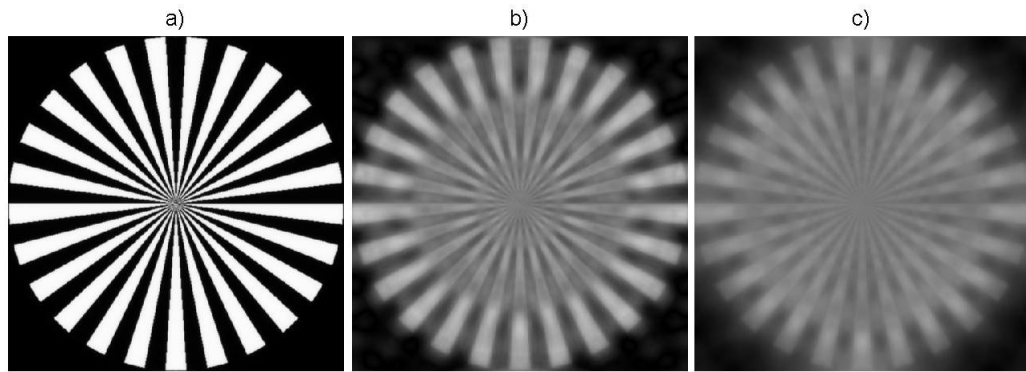


Figura 4.6. Disco de Sectores para los valores de error de foco utilizando una apertura cuadrada: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$ y (c) $W_{20} = 5\lambda$.

Tabla 1. Parámetros del sistema simple formador de imágenes

$\lambda(\mu m)$	$f(mm)$	$f/\#$	z_o
0.55	500.0	5	∞

A partir del análisis realizado se utilizará un programa de diseño óptico (ZEMAX) donde se continuará con el análisis del sistema considerando las características del sistema que se muestran en la Tabla 1. Si calculamos el desplazamiento longitudinal que se obtiene a partir del coeficiente del error de foco obtenemos que para el caso de $W_{20} = \pm 5\lambda$, considerando una sistema con $f/5$ y considerando una longitud de onda de $\lambda = 0.55\mu$, el desplazamiento longitudinal será de $\partial z' = \pm 0.55mm$. De esta manera, calculando el desplazamiento longitudinal para cada valor de los coeficientes de error de onda utilizados se tienen las equivalencias en la Tabla 2, las cuales serán utilizadas en el estudio realizado por medio de ZEMAX.

Tabla 2. Equivalencias entre el parámetro W_{20} y el desplazamiento longitudinal $\partial z'$.

Parámetro	Distancias						
$\partial z' (mm)$	0	0.220	0.275	0.550	0.825	1.375	2.75
W_{20}/λ	0	2	2.5	5	7.5	12.5	25

Tabla 3. Equivalencia del valor de α y el valor utilizado en la simulación en ZEMAX.

α	$\alpha = 5\pi$	$\alpha = 15\pi$	$\alpha = 25\pi$	$\alpha = 60\pi$
$Z_x = \alpha\lambda/\pi$	0.00275×10^{-3}	0.00825×10^{-3}	0.01375×10^{-3}	0.033×10^{-3}

Por medio del trazado de rayos obtendremos una simulación de la PSF del sistema óptico que consiste de una lente paraxial, en esta simulación se irá desplazando el plano imagen las cantidades que se encuentra en la Tabla 4.2 para conocer el comportamiento de la PSF ante el error de foco. Anteriormente vimos la respuesta ante el error de foco del sistema óptico por medio de los discos de sectores, los cuales son producto de la MTF del sistema. Ahora se estudiará el efecto del la variación del error de foco en el sistema por de la PSF, en la figura 4.7 se tiene la PSF para varios valores de error de foco. Incluyendo otra herramienta de análisis, los diagramas de manchas que se muestran en la figura 4.8, estos diagramas nos dan a conocer el espacio que abarca la mancha producida por el sistema óptico en el plano imagen y podemos empezar a tomar en cuenta estas dimensiones para poder pensar en la resolución del sistema.

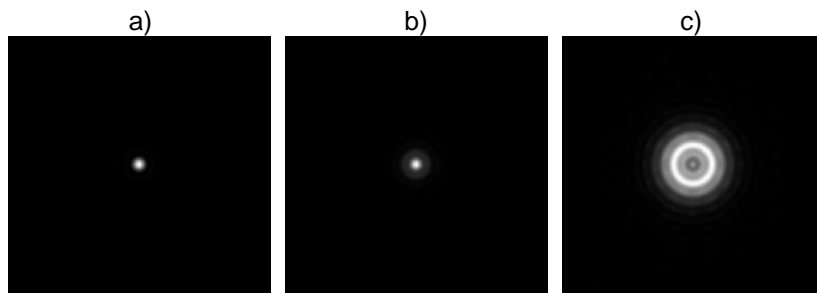


Figura 4.7. PSF para los siguientes valores de desplazamiento longitudinal de una apertura cuadrada : (a) $\partial z' = 0$, (b) $\partial z' = \pm 0.22mm$ y (c) $\partial z' = \pm 0.55mm$. En las figuras de las PSF se tiene un máximo de intensidad de 1, en la figura (a) la diferencia entre el máximo nivel de intensidad y en mínimo es de 1, en (b) es de 0.43 y en (c) 0.0319. El área de la imagen en dimensiones reales es de $176.22\mu m$ al cuadrado.

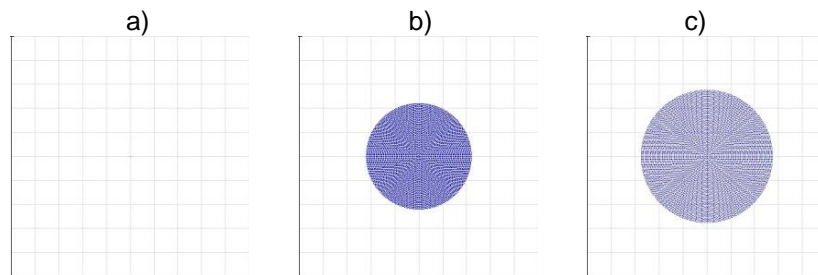


Figura 4.8. Diagrama de manchas para los siguientes valores de desplazamiento longitudinal de una apertura cuadrada: (a) $\partial z' = 0$ en un recuadro de $0.04\mu m$, (b) $\partial z' = \pm 0.22mm$ en un recuadro de $100\mu m$ y (c) $\partial z' = \pm 0.55mm$ en un recuadro de $200\mu m$.

4.2.2 APERTURA CON MÁSCARA DE FASE CÚBICA

El estudio de la máscara de fase cúbica se hará siguiendo el análisis que se realizó con la apertura cuadrada sin filtraje espacial, excepto que ahora el estudio se realizará para tres valores $\alpha = 5\pi$, 15π y 25π .

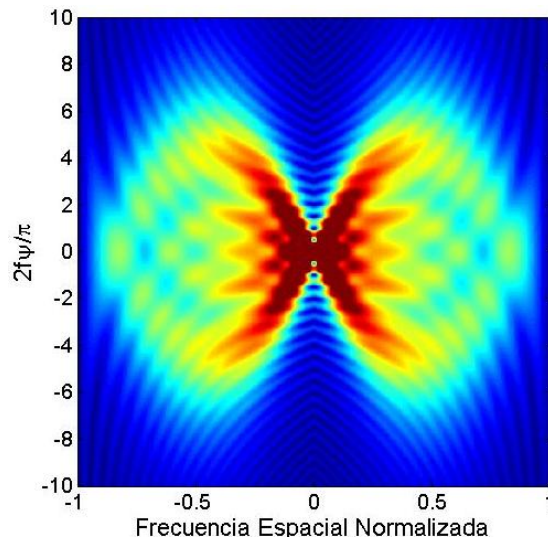


Figura 4.9. Módulo de la AF para una apertura cuadrada que utiliza una máscara de fase cúbica con valor de $\alpha = 5\pi$.

Tomando en cuenta el caso cuando $\alpha = 5\pi$ se calcula el módulo de la AF para obtener la imagen de la figura 4.9. Al hacer los cortes tenemos las siguientes funciones de transferencia de modulación que se obtienen con los valores de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda, 2.5\lambda$ y 5λ , las cuales se encuentran en la figura 4.10. En las gráficas se puede observar que en el caso de los tres primero valores de W_{20} no se tienen ceros en la MTF, mientras que en el

caso del valor de 5λ se tiene que se reduce su frecuencia de corte en un valor aproximadamente de 0.6. Este caso coincide con la expresión

$$\frac{W_{20}}{\lambda} \approx \frac{\alpha}{\pi}, \quad (4-5)$$

en este valor la MTF toma la forma como si se hiciera un arco de la coordenada 0.5 del contraste a la coordenada 0.5 de la frecuencia espacial, esto se traduce en un contraste aceptable para las bajas frecuencias pero una pérdida de información para las altas frecuencias. Este caso (4-5) se usará como límite del rango sobre el que se trabajará y se tendrá una MTF aceptable. Para valores de W_{20} superiores a este se tendrá un decremento en contraste y en su frecuencia de corte, es por eso que se establecerá el valor de la expresión 4-5 como límite de la profundidad de foco del sistema que se simulara al final de capítulo.

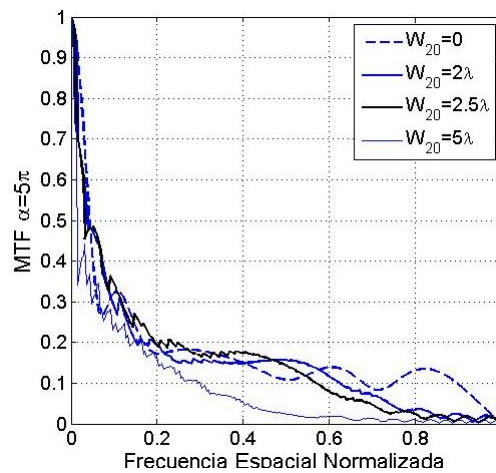


Figura 4.10. Gráfica que muestra las MTF para una máscara de fase

cúbica con parámetro $\alpha = 5\pi$ para los valores de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda, 2.5\lambda$ y 5λ .

En las imágenes de la figura 4.11 se puede ver cómo es que utilizando esta máscara de fase se obtiene una mejoría en cuanto a la sensibilidad ante el error de foco, existe un decremento en el contraste de las imágenes pero no se tiene pérdida de información. En el caso especial de la ecuación 4-5, el cual se observa en la figura 4.11(d) y 4.12(d) se puede observar que se incrementa el contraste para las bajas frecuencias pero se elimina una buena

parte de las altas frecuencias, perdiendo con esto la información en estas frecuencias. En la figura 4.12 se muestra este caso pero se le incremento al doble la frecuencia para que se observe de manera más clara el efecto que se tiene sobre las altas frecuencias.

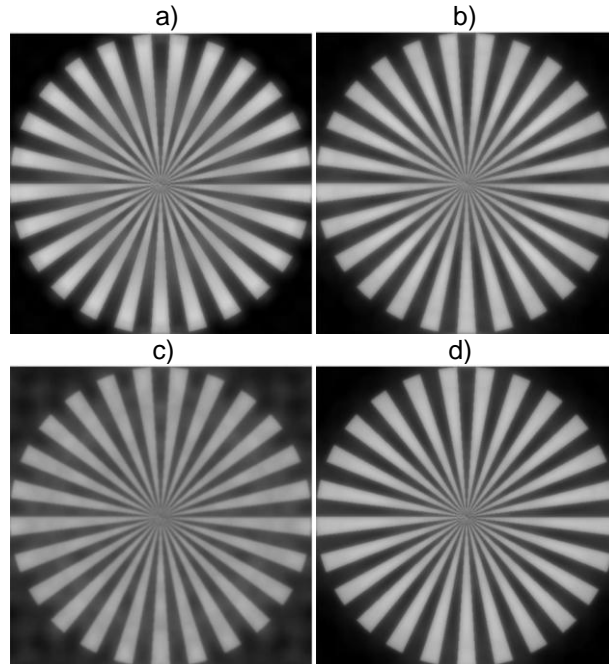


Figura 4.11. Discos de sectores para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 5\pi$. Los valores para cada imagen son:

(a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 2.5\lambda$ y (d) $W_{20} = 5\lambda$.

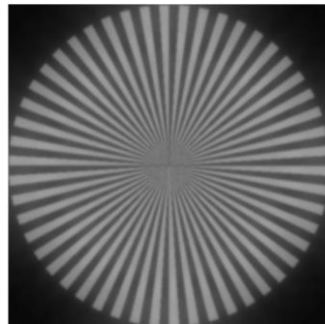


Figura 4.12. Disco de sectores de 50 periodos para los valores de $W_{20} = 5\lambda$ y $\alpha = 5\pi$ de un sistema con una máscara de fase cúbica

Ahora considerando los casos de los parámetros de $\alpha = 15\pi$ y 25π , tenemos que si observamos la AF de la figura 4.9 y la comparamos con las de las figura 4.13 podemos ver que la mancha de valores de alta intensidad

(la que muestra los colores calientes) se va suavizando y se hace cada vez menor, mientras que para el resto de la AF se mantiene un nivel de intensidad que se vuelve más uniforme conforme se incrementa α . Al realizar los cortes podemos ver lo que se comentaba anteriormente, que conforme el parámetro α se incrementa se obtiene una mayor estabilidad ante las variaciones del error de foco, figura 4.14. De igual forma que para el caso anterior se tomarán cuatro valores de W_{20} , es decir $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ para hacer una comparación entre sistemas, sin embargo se tendrá un valor adicional que dependerá de la expresión 4-5.

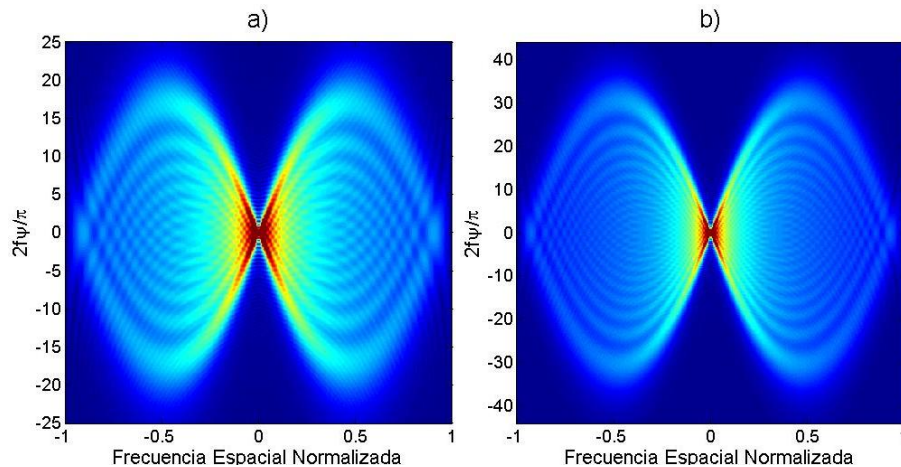


Figura 4.13 Modulo de la función de ambigüedad de una máscara de fase cúbica para los valores de: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.

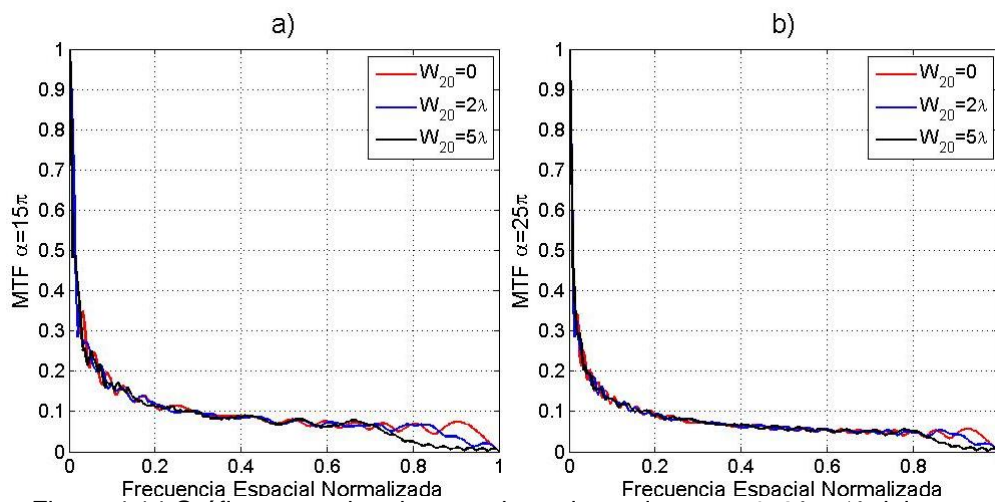


Figura 4.14 Gráficas empalmadas para los valores de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ del caso de la apertura cuadrada con máscara de fase cúbica: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.

En las imágenes de la figura 4.14 se puede apreciar el efecto que tiene el parámetro α con la frecuencia espacial de corte, se puede ver que se tiene una mínima variación al error de foco hasta un determinado valor de la frecuencia espacial de corte. En el caso de $\alpha = 15\pi$ se tiene que la variación considerable se presenta aproximadamente después del valor de $u = 0.7$, mientras que para el valor de $\alpha = 25\pi$ se llega hasta el valor de $u = 0.82$, teniendo una frecuencia espacial normalizada. Tomando otro valor de α , sin considerar los ejemplos del caso de los discos de sectores, si no solo para este análisis en el que estamos considerando el efecto sobre la frecuencia de corte, graficamos los valores para $\alpha = 60\pi$. Su gráfica se encuentra en la figura 4.15 y se puede ver que la variación ante el error de foco entre los valores de error de foco con respecto a la frecuencia espacial de corte es casi nula, parecen ser tres gráficas idénticas que empiezan a variar a partir de $u = 0.9$. Dado a que este es el comportamiento que buscamos para nuestro sistema podemos pensar es una buena opción para conseguir un sistema insensible al error de foco, sin embargo es necesario hacer una serie de consideraciones para conocer los efectos que tiene el parámetro α sobre el tamaño de la PSF y sobre las dimensiones de la placa de fase antes de decidir.

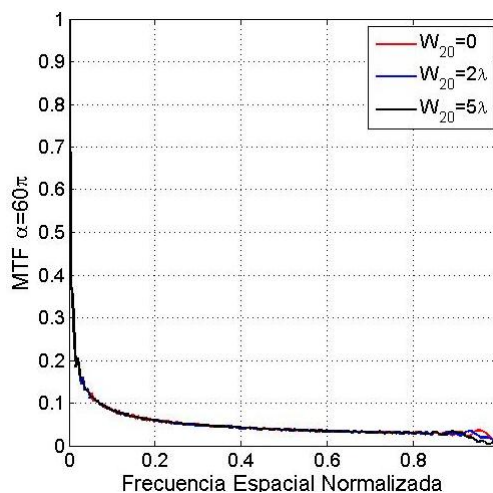


Figura 4.15 Gráficas empalmadas para los valores de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ del caso de la apertura cuadrada con máscara de fase cúbica para $\alpha = 60\pi$.

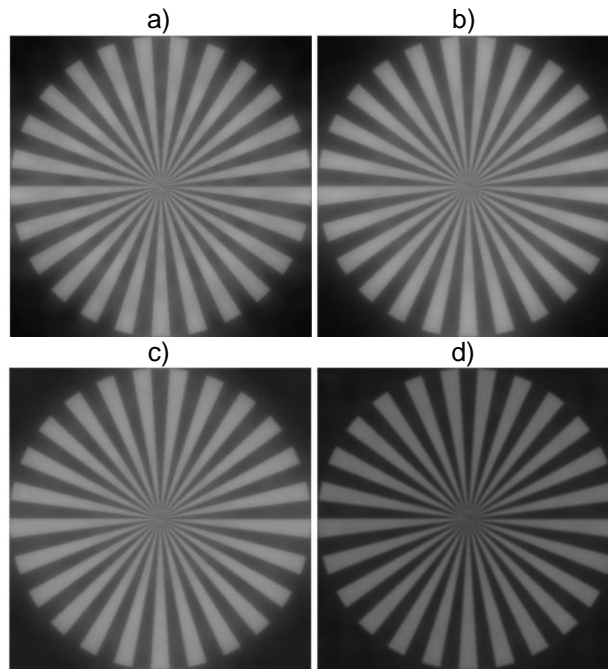


Figura 4.16. Discos de sectores para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. Los valores para cada imagen son: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 7.5\lambda$.

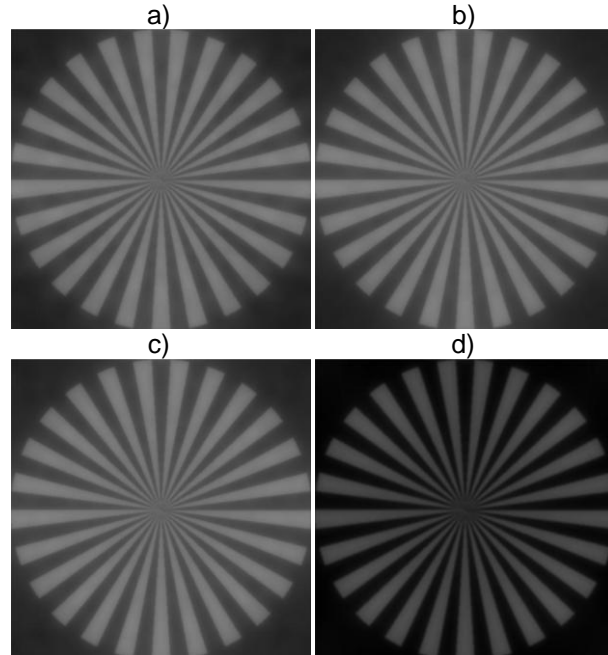


Figura 4.17. Discos de sectores para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 12.5\lambda$.

En las figura 4.16 y 4.17 se puede ver que se disminuye el contraste de las imágenes de la figura 4.17 con respecto de las de la 4.16, esto es debido al incremento del parámetro α . Sin embargo, aun con este decremento de contraste no se nota mucha diferencia entre las imágenes de ambos casos, por lo que se llega a la conclusión de que al incrementar α se incrementa el rango operacional de la máscara de fase y con esto se estaría incrementando la profundidad de campo del sistema en cuestión, esto se vuelve una ventaja de una máscara de fase con respecto a la otra.

El parámetro $\alpha = 5\pi$ es un valor que muestra una mayor variación ante los cambios en error de foco con respecto a los otros valores de α que estudiamos, eso se puede ver en la figura 4.10, donde se ve que las gráficas de la MTF de los diferentes valores de W_{20} eran muy diferentes entre sí. En el caso de $\alpha = 5\pi$ se tenían funciones de transferencia de modulación sin ceros, pero había mucha variación entre sus valores en comparación de los resultados que se tuvieron en la figura 4.14 para los valores de $\alpha = 15\pi$ y 25π en los que se tenían casi gráficas empalmadas que se separaban en frecuencias muy bajas o muy altas pero que se tenía una región en la que no se tenía una variación ante el error de foco considerable. Esa es la insensibilidad al error de foco que se busca para el diseño de un sistema con gran profundidad de campo. Por esta razón y por el hecho de que un valor abajo de este parámetro no ofrece gran beneficio en la extensión de la profundidad de foco no consideraremos el valor de $\alpha = 5\pi$ en el próximo análisis. De la misma forma, se mencionó el valor de $\alpha = 60\pi$ el cual se graficó en la figura 4.15 y se concluyó en que era una buena opción debido a la insensibilidad que presentaba ante el error de foco en una gran región de la frecuencia espacial del sistema. Antes de descartar estos valores para la siguiente sección donde se hacen las comparaciones se va a hacer el análisis de lo que sería un diagrama de manchas para un sistema con parámetro α de 5π y uno de 60π , en esta figura se encuentra existe una diferencia de arriba de $400\mu m$ del tamaño de las manchas.

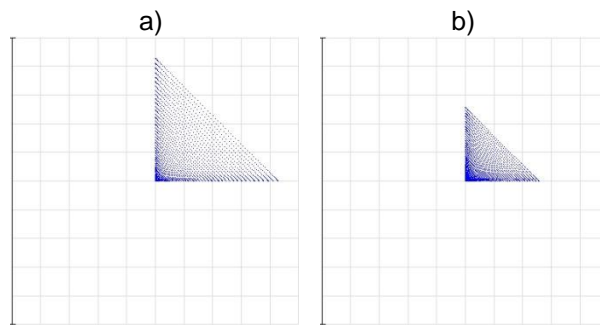


Figura 4.18. Diagrama de manchas de un sistema con máscara de fase cúbica para un sistema enfocado ($W_{20} = 0$) con parámetro α de: (a) $\alpha = 5\pi$ en una ventana de $100\mu m$ por lado y (b) $\alpha = 60\pi$ en una ventana de $2000\mu m$ por lado.

La figura 4.18 muestra el diagrama de manchas donde se puede observar que no existe un cambio considerable en la forma de la mancha si no que solo cambia en tamaño. En esta figura lo que se pretende hacer es analizar las situaciones extremas y ver que aunque ya se había descartado el parámetro de $\alpha = 5\pi$ será el que nos va a presentar una mejor resolución debido al tamaño de la imagen mientras que en el caso del parámetro $\alpha = 60\pi$ aunque había presentado la insensibilidad al error de foco que se buscaba en este caso nos damos cuenta que el tamaño de su mancha es casi diez veces mayor al del caso $\alpha = 5\pi$. Es necesario hacer varias consideraciones a la hora de elegir el parámetro de la superficie que se va a construir, es por eso que para el siguiente análisis solo se consideraran los parámetros de $\alpha = 15\pi$ y $\alpha = 25\pi$.

En este análisis de solo dos valores de α se pretende elegir uno de estos valores o seleccionar un valor cercano a estos para la simulación final, donde se considerarán otros factores que no se tocan en esta sección. La justificación de la selección de los parámetros que se hayan tomado para la simulación es la finalidad de este capítulo. Para esta selección consideraremos el caso de la insensibilidad al error de foco, el tamaño de la mancha para hacernos una idea de la resolución del sistema y la forma de la superficie que se estará fabricando, lo último por medio de interferogramas de las propuestas presentadas.

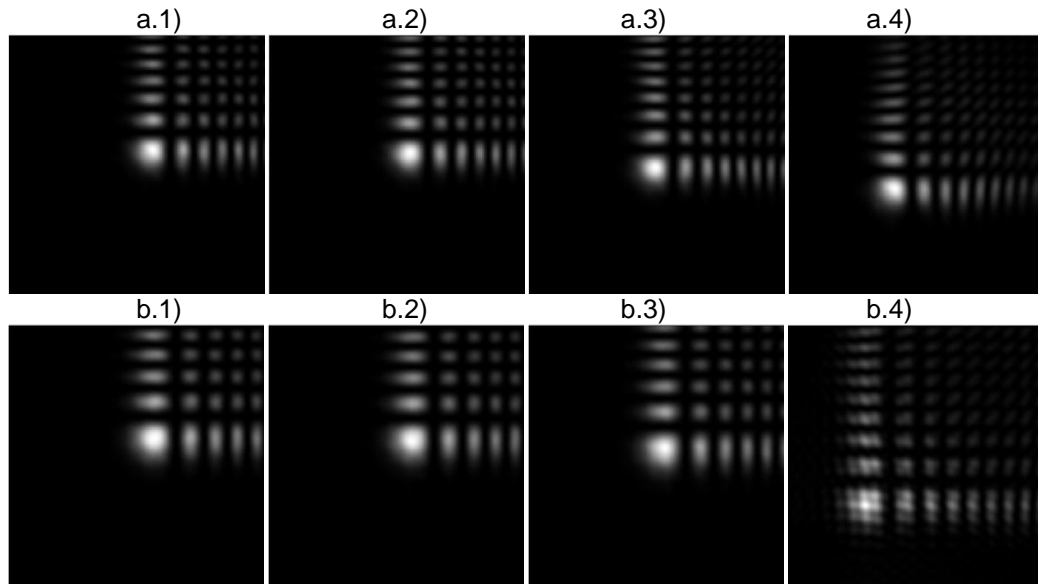


Figura 4.19. PSF de un sistema con máscara de fase cúbica. Las figuras de inciso (a) son para el parámetro $\alpha = 15\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 7.5\lambda$, y (b) para $\alpha = 25\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 12.5\lambda$. El área de la imagen en dimensiones reales es de $88.44\mu m$ al cuadrado. En las figuras se tiene un máximo de intensidad de 1 y un mínimo de 0, en la figura (a.1) la diferencia entre el máximo nivel de intensidad y en mínimo es de 0.0173, en (a.2) 0.0168, (a.3) 0.0175, (a.4) 0.0177, (b.1) 8.13×10^{-3} , (b.2) 8.44×10^{-3} , (b.3) 8.7×10^{-3} y (a.4) 0.0103 .

En la figura 4.19, donde se muestran las funciones de punto extendido se puede apreciar como en las primeras tres imágenes se tienen PSF muy similares aunque se percibe un pequeño desplazamiento que es más notorio al dar el compararse con el caso extremo. Al incrementar el valor de α se tiene consigo una pérdida de resolución, es por esto que no habíamos considerado el parámetro de $\alpha = 60\pi$ pero haciendo un análisis entre los valores $\alpha = 15\pi$ y 25π podemos hacer un estudio que nos ayude a conseguir un valor adecuado para nuestro sistema codificador del frente de onda. El tamaño de la mancha que se produce para un sistema enfocado con la máscara de fase cúbica con parámetro $\alpha = 15\pi$ es de $128.334\mu m$ (en una dirección partiendo del centro) mientras que para el parámetro $\alpha = 25\pi$ es de $217.779\mu m$. Es importante tener una idea de las dimensiones del detector y del pixel para poder tener una idea del espacio que ocupará la mancha [48].

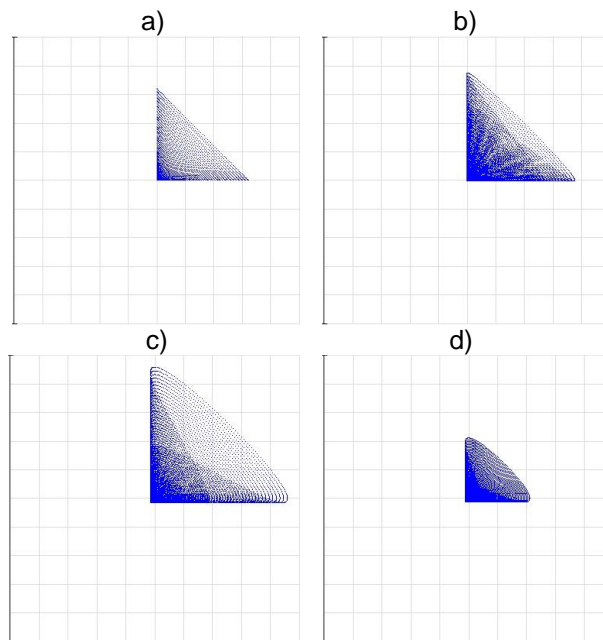


Figura 4.20. Diagrama de manchas para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 7.5\lambda$. El tamaño de la ventana de las imágenes (a),(b) y (c) es de $400\mu m$ por lado y el de la imagen (d) es de $1000\mu m$.

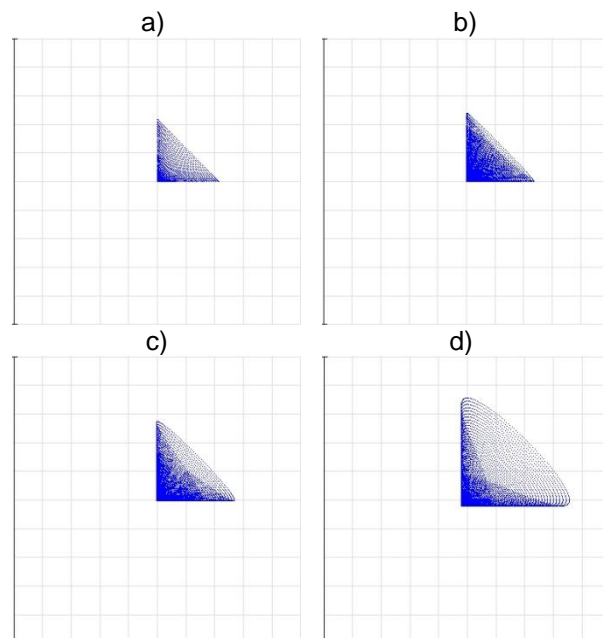


Figura 4.21. Diagrama de manchas para una máscara de fase cúbica con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 12.5\lambda$. El tamaño de la ventana es de $1000\mu m$.

4.2.3 APERTURA CON MÁSCARA DE FASE CUADRÁTICA CON SIMETRÍA IMPAR

La expresión que estará representando la AF de un sistema óptico con error de foco y una máscara de fase cuadrática con simetría impar expresa en la ecuación 3-33 [15]. Tomando en cuenta el caso cuando $\alpha = 5\pi$ se calcula el módulo de la AF para obtener la imagen de la figura 4.22. Al hacer los cortes tenemos las siguientes MTF que se obtienen con los valores de error de foco de $W_{20} = 0, 2, 2.5$ y 5 las cuales se encuentran en la figura 4.23.

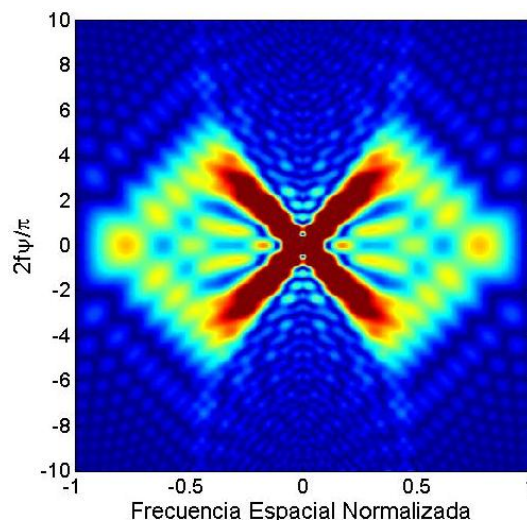


Figura 4.22. Módulo de la función de ambigüedad para una apertura cuadrada que utiliza una máscara de fase cuadrática con simetría impar con valor de $\alpha = 5\pi$.

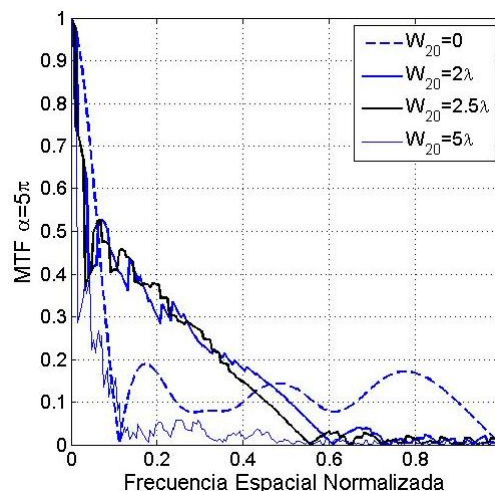


Figura 4.23. Gráfica que muestra las MTF para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con parámetro $\alpha = 5\pi$ y valores de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda, 2.5\lambda$ y 5λ .

En las gráficas se puede observar que para el caso en el que el sistema se encuentra enfocado tiene un rápido decaimiento que parece llegar a cero en $u = 0.1$ posteriormente se alza un poco el contraste sin presentar ceros, mientras que para los otros tres valores se puede entender que se están acomodando para el caso especial que se menciono anteriormente donde se tiene el caso especial que se presenta cuando [15]

$$\frac{|W_{20}|}{\lambda} \approx \frac{\alpha}{2\pi}. \quad (4-6)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 4-6, en $\alpha = 5\pi$ se va a presentar en $W_{20} = 2.5\lambda$ el caso mencionado. Los valores de $W_{20} = 2\lambda$ y 5λ al encontrarse próximos a ese caso muestran como se aproxima uno por un lado y el otro por el otro, es decir el de 5λ ya se empieza a perder y se obtiene un comportamiento no deseado, el rango en el que se podrá trabajar será de 0 a 2.5λ aproximadamente mientras que en el caso de la cúbica se duplica, esto se presentaría como una ventaja de la máscara de fase cúbica.

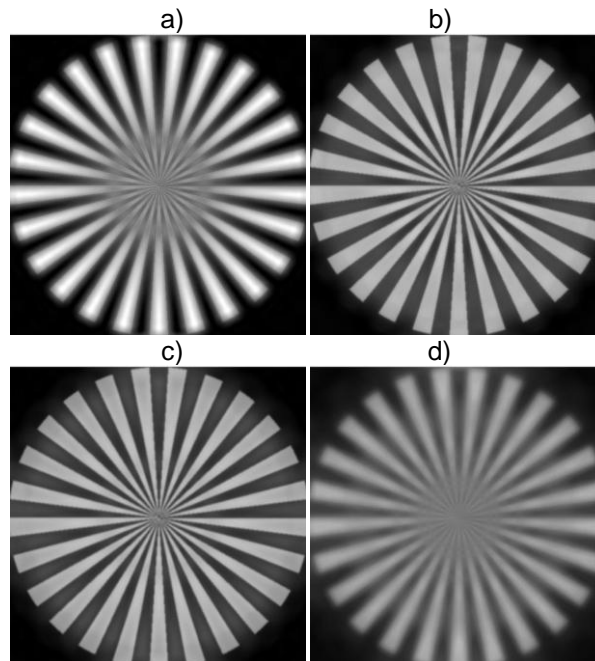


Figura 4.24. Discos de sectores para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 5\pi$. Los valores para cada imagen son:

(a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 2.5\lambda$ y (d) $W_{20} = 5\lambda$.

En las imágenes se puede ver cómo es que utilizando esta máscara de fase se obtiene una mejoría en cuanto a la sensibilidad ante el error de foco en los casos de $|W_{20}| = 2\lambda$ y 2.5λ , valores cercanos a $W_{20} = 0$ sufren de ese rápido decaimiento pero conforme se alejan un poco mejora la calidad de la imagen hasta que se llega a la frecuencia espacial de corte dos veces más rápido. Subiendo de $W_{20} = 2.5\lambda$ se mantiene el alto contraste de la MTF pero se empieza a decrecer conforma se aleja y empiezan a aparecer ceros a frecuencias cada vez más bajas. De igual forma que en el caso anterior, se analizará el caso especial de 4-6 cuando se incrementa la frecuencia del disco de sectores, el resultado se encuentra en la figura 4.25, en la que se tiene un alto contraste en las frecuencias bajas pero que en el centro de la imagen se pierde la información.

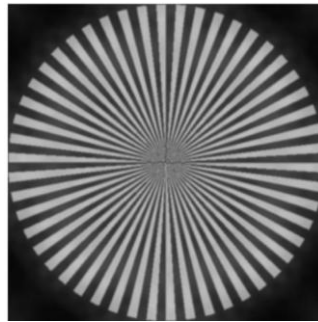


Figura 4.25. Disco de sectores de 50 periodos para los valores de $W_{20} = 5\lambda$ y $\alpha = 5\pi$ de un sistema con una máscara de fase cuadrática.

En las imágenes de la figura 4.26 se puede apreciar que al incrementarse el valor del parámetro α se incrementa la región que presentará una baja sensibilidad al error de foco. Se calcularan los discos de sectores para los valores del coeficiente de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda$, y 5λ para ambos casos de α , agregando un valor adicional en el que se da el caso especial ya mencionado en $W_{20} = 7.5\lambda$ y 12.5λ para $\alpha = 15\pi$ y 25π respectivamente. La figura 4.28 muestra los discos de sectores con los valores de W_{20} para $\alpha = 15\pi$ y en la figura 4.29 los de $\alpha = 25\pi$. El análisis que se realizará en esta parte se podrá ver reflejado de mejor manera si se

comparan las MTF de los dos casos, las cuales se muestran en la figura 4.27. En la figura 4.26 y 4.27 se puede ver que la MTF de los sistemas con máscara de fase cuadrática varía mucho con respecto a los valores del error de foco, esto se puede ver en la distribución de los colores que muestra en la figura 4.26 así como en los cortes de la figura 4.27. En la figura 4.30 se analiza el caso especial de la expresión 4-6 donde se puede apreciar el comportamiento de la frecuencia de corte de las máscaras de fase cuadráticas con simetría impar.

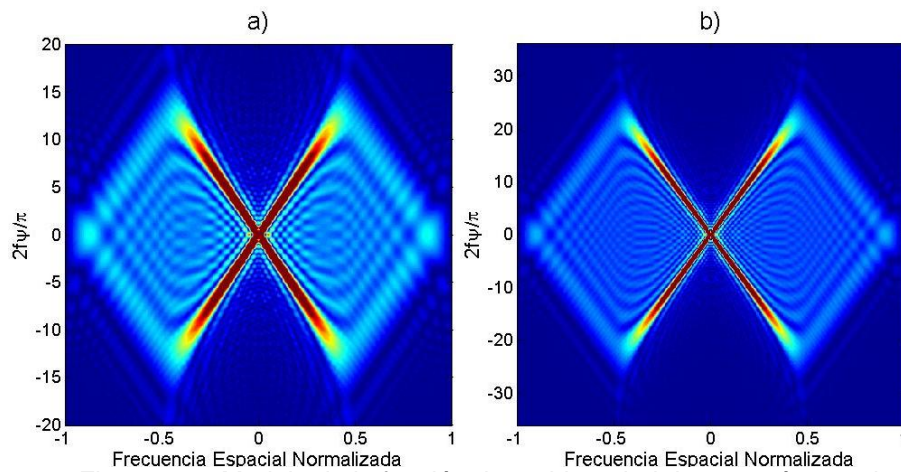


Figura 4.26 Modulo de la función de ambigüedad de una máscara de fase cuadrática con simetría impar para los valores de: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.

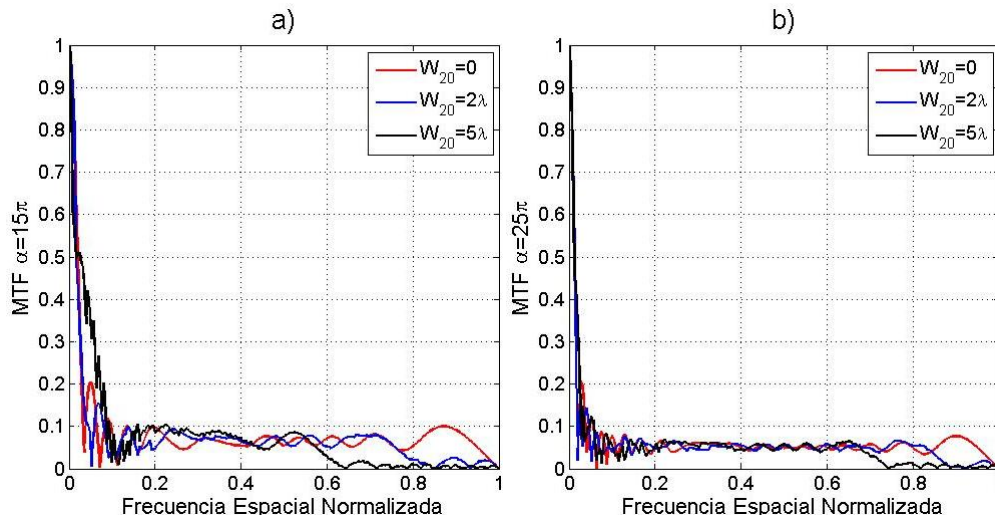


Figura 4.27. Gráficas transpuestas para los valores de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ del caso de la apertura cuadrada con máscara de fase cuadrática: (a) $\alpha = 15\pi$ y (b) $\alpha = 25\pi$.

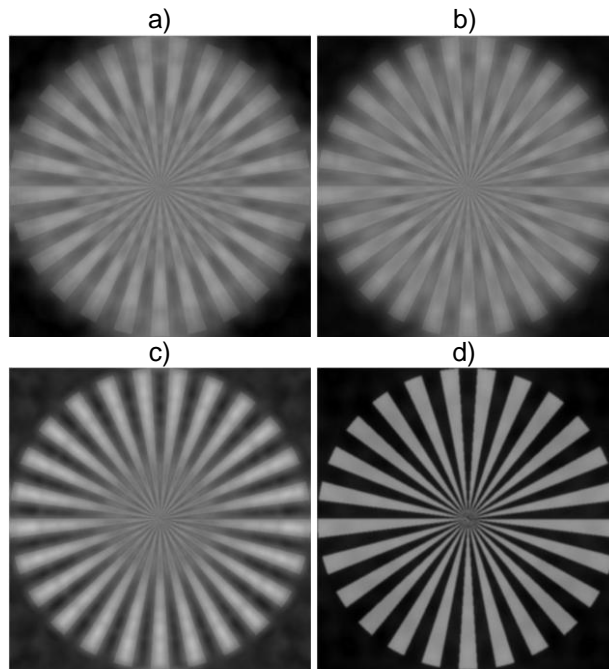


Figura 4.28. Discos de sectores para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. Los valores para cada imagen son de: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 7.5\lambda$.

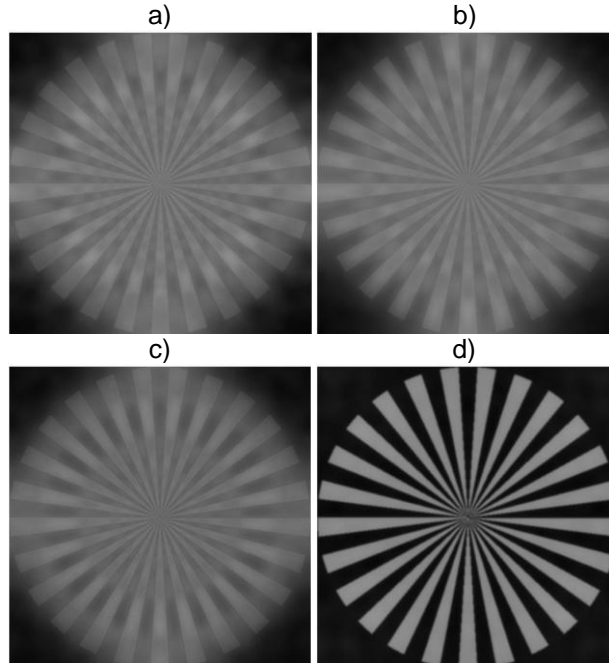


Figura 4.29. Discos de sectores para una máscara de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. Los valores para cada imagen son: (a) $W_{20} = 0$, (b) $W_{20} = 2\lambda$, (c) $W_{20} = 5\lambda$ y (d) $W_{20} = 12.5\lambda$.

En las imágenes de la figura 4.27(a) se puede apreciar que en el caso de $\alpha = 15\pi$, se tiene un decaimiento en las frecuencias bajas pero que conforme se incrementa el valor del coeficiente del error de foco el decaimiento se desplaza un poco hacia las altas frecuencias. A partir de la frecuencia espacial $u = 0.2$ a la 0.55 se mantiene un comportamiento en que se tiene una mínima variación ante el error de foco aunque pasando esta región conforma se incrementa el valor de W_{20} se llega a al primer cero en la MTF, en el caso de 4-6 es cuando se tiene el primer cero en la frecuencia espacial más baja. En el caso de la figura 4.27(b), la cual nos muestra los valores del caso en que $\alpha = 25\pi$ se observa que al incrementarse el valor de α el decaimiento del contraste en las bajas frecuencias es mas rápido pero que muestra un mayor rango sobre el que se tiene al sistema insensible a la variación del error de foco, ya que desde aproximadamente $u = 0.1$ a 0.7 aunque de nuevo cae el contraste después de ese rango de frecuencias. La figura 4.30 se analiza el caso 4-6 para los casos en que $\alpha = 5\pi, 15\pi$ y 25π . En estas figuras se muestra el comportamiento de la máscara de fase cuadrática similar al del caso de la apertura cuadrada sin filtro espacial libre de aberraciones, solo que con la mitad de la frecuencia espacial de corte y el contraste reducido a la mitad. En los discos de sectores de las figuras 4.24(c), 4.27(d) y 4.28(d) se puede apreciar que son las imágenes con mayor contraste y en la figura 4.25, que es el caso de $\alpha = 5\pi$ cuando la frecuencia del disco de sectores se duplica, se aprecia como en el centro se tiene una pérdida de información.

En el análisis de una pupila cuadrada con máscara de fase cuadrática por medio de sus funciones de punto extendido y de sus diagramas de manchas se realizará solo para los valores de $\alpha = 15\pi$ y 25π por las mismas razones que en el caso de la máscara de fase cúbica, que el caso de $\alpha = 5\pi$ tiene una alta sensibilidad al error de foco comparada con los otros valores de α y lo que en realidad se busca en esta parte y presentar una serie de resultados con la finalidad de hacer una comparación entre los dos

parámetros tentativos para después sacar conclusiones del desempeño de las dos máscaras de fase.

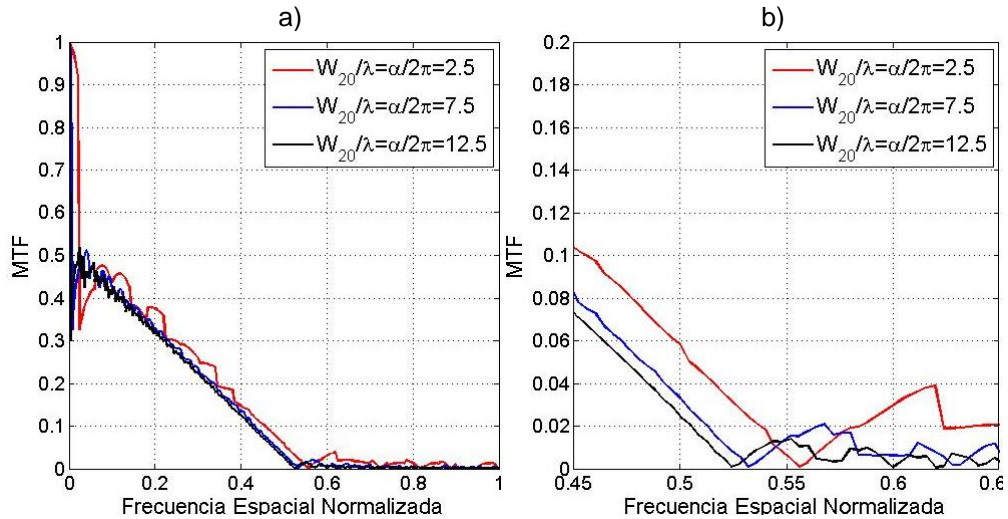


Figura 4.30. Gráficas transpuestas para los valores de $\alpha = 5\pi, 15\pi$ y 25π en el caso 4-6.

En la gráfica (a) se muestran las MTF en $W_{20} = 2.5\lambda, 7.5\lambda$ y 12.5λ , y en la gráfica (b) se muestra un detalle de la gráfica donde se aprecia la u_o para cada caso.

En la figura 4.31 se muestran las PSF ante el desplazamiento del plano imagen, los desplazamientos se encuentran descritos en base a un cálculo que se realizó que se relacionan con el valor de W_{20} y el número f del sistema, en las Tablas 1 y 4 se describen los valores que se tomaron para la simulación que nos entregan los resultados que se aprecian en la figura 4.31. Los que muestra la figura 4.31 son las PSF de una pupila cuadrada con máscara de fase cuadrática y se aprecia cómo es que se distorsiona un poco al desplazar el plano imagen. A pesar de que se distorsiona un poco no es muy significativo el cambio y esto muestra la poca sensibilidad ante el error de foco. Basta con observar las imágenes del caso de la apertura sin máscaras de fase que se tiene en la figura 4.7 que el cambio de la PSF del sistema enfocado con respecto al que tenía un desplazamiento de 0.55mm era muy significativo mientras que en este caso no. Ahora, comparando las funciones de punto extendido del caso 4-6 se tiene en el que el incremento del desplazamiento longitudinal del plano imagen en vez de producir un

deterioro de la imagen logra mejorar la calidad de ella. En la figura 4.31(a.4) y (b.4) se incremento el brillo y el contraste para que se percibiera con mayor detalle de la imagen la forma de la función de punto extendido.

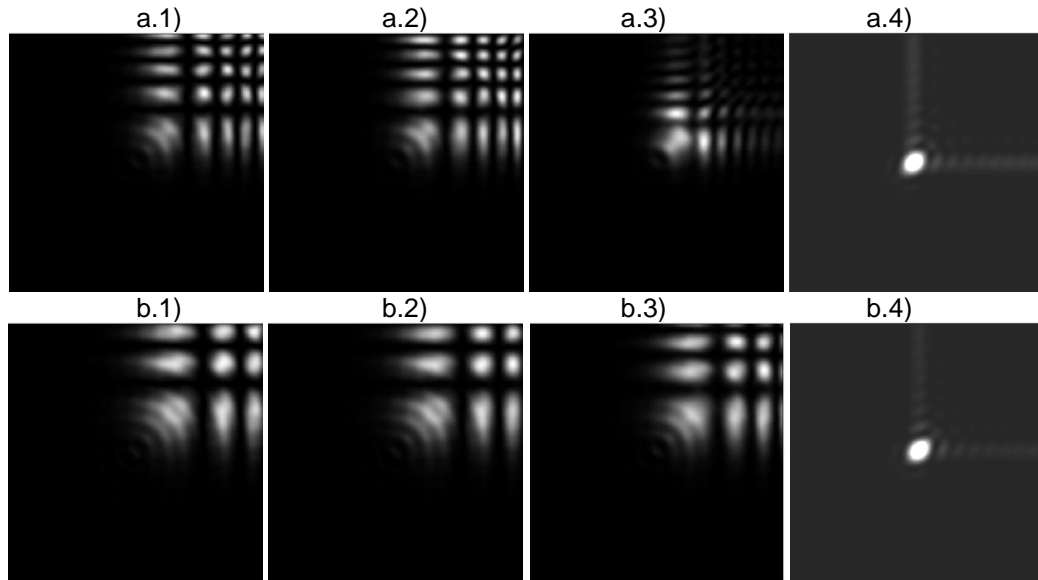


Figura 4.31. PSF de un sistema con máscara de fase cuadrática con simetría impar. Las figuras de inciso (a) son para el parámetro $\alpha = 15\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 7.5\lambda$, y (b) para $\alpha = 25\pi$: (1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$ y (4) $W_{20} = 12.5\lambda$. El área de la imagen en dimensiones reales es de $88.44\mu m$ al cuadrado. En las figuras de las PSF se tiene un máximo de intensidad de 1 y un mínimo de 0, en la figura (a.1) la diferencia entre el máximo nivel de intensidad y en mínimo es de 9.55×10^{-3} , en (a.2) 9.70×10^{-3} , (a.3) 0.0195, (a.4) 0.0855, (b.1) 2.65×10^{-3} , (b.2) 2.92×10^{-3} , (b.3) 3.65×10^{-3} y (a.4) 0.0832.

Con respecto a las cuestiones de resolución y del tamaño de las manchas se puede hacer un mejor análisis por medio de los diagramas de manchas que se tienen en la figura 4.32 y 4.31, en donde se aprecia cómo es que para el caso del sistema enfocado se tiene una mancha que anda entre las $82.618\mu m$ para el caso de $\alpha = 15\pi$ y $140.204\mu m$ para el caso de $\alpha = 25\pi$. En el próximo análisis que se presentará en la sección que continúa se hace una comparación entre las máscaras de fase en el que se podrán comparar este tipo de características con la finalidad de seleccionar una máscara con determinado parámetro α que satisfaga nuestras necesidades.

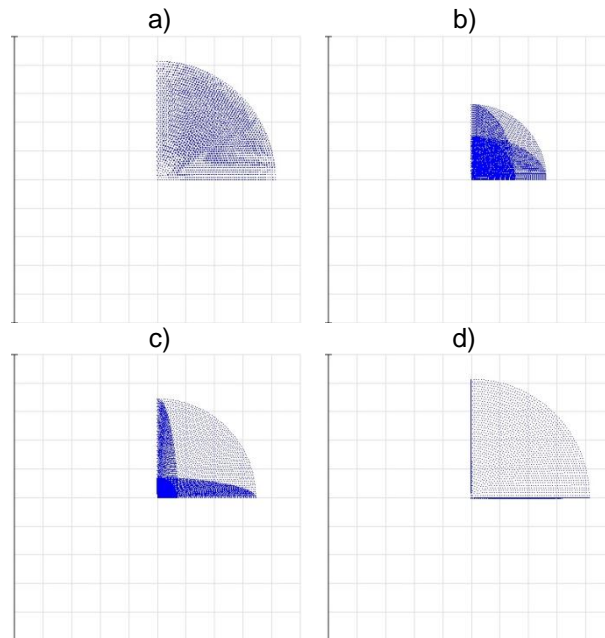


Figura 4.32. Diagrama de manchas para la placa de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 15\pi$. (a) $W_{20} = 0$, (b) 2λ , (c) 5λ y (d) 7.5λ . El área de la imagen (a) es de $200\mu m$ al cuadrado mientras que la de las otras imágenes es de $400\mu m$.

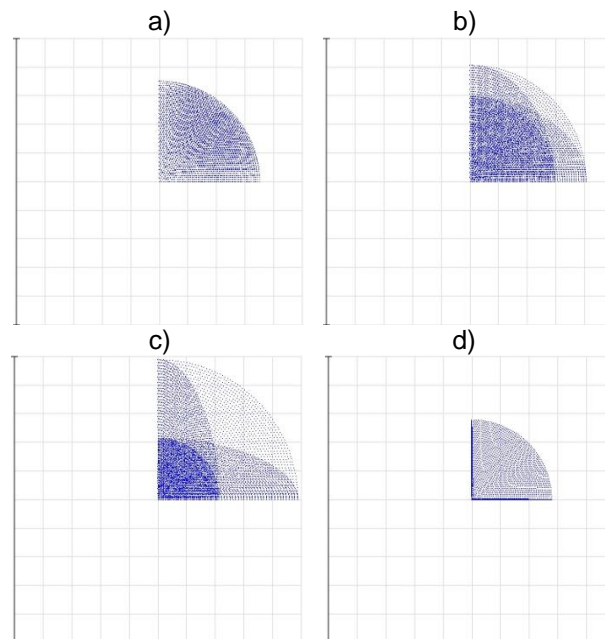


Figura 4.33. Diagrama de manchas para la placa de fase cuadrática con simetría impar con apertura cuadrada y valor de $\alpha = 25\pi$. (a) $W_{20} = 0$, (b) 2λ , (c) 5λ y (d) 12.5λ . El área de las imágenes es de $400\mu m$ al cuadrado, excepto (d) que es de $1000\mu m$ al cuadrado.

4.2.4 COMPARACIÓN ENTRE MÁSCARAS DE FASE

Se ha hablado del caso de la apertura cuadrada con y sin máscara de fase, esto no implica pérdida de generalidad para el caso circular, se realiza este análisis para simplificar la matemática implicada y la presentación de resultados. En esta parte se hará una comparación entre los sistemas ya descritos anteriormente. Se comparará la apertura cuadrada libre de filtros espaciales, la que contiene la máscara de fase cúbica y la de la máscara de fase cuadrática, las últimas dos con parámetro $\alpha = 25\pi$. En esta comparación se tendrán en cuenta los valores del coeficiente de error de foco de $W_{20} = 0, 2\lambda$ y 5λ . Si consideramos un sistema óptico con número f de $f/5$ y longitud de onda de $\lambda = 0.55\mu m$ tendríamos que los desplazamientos longitudinales que corresponden a esos valores del coeficiente de error de foco son $\partial z' = 0, 0.22mm, 0.55mm$, etcétera, correspondientes a $W_{20} = 0, 2\lambda, 5\lambda$ respectivamente, como se aprecia en la Tabla 4. En los valores máximos evaluados en las máscaras de fase se tienen que para la máscara de fase cúbica en el valor de $W_{20} = 25\lambda$ se tiene un desplazamiento longitudinal de $\partial z' = 2.75mm$, mientras que la máscara de fase cuadrática tiene $W_{20} = 12.5\lambda$, la mitad de lo que ofrece la máscara de fase cúbica, de modo que su desplazamiento longitudinal sería de $\partial z' = 1.375mm$. Si al valor máximo conseguido, el cual es para el caso de la máscara de fase cuadrática con $\alpha = 25\pi$ en $W_{20} = 25\lambda$, consideramos la misma longitud de onda pero un número f más grande, por ejemplo uno de $f/16$, tendríamos como resultado un desplazamiento longitudinal de $\partial z' = 2.816cm$. y con uno de $f/32$ tendríamos $\partial z' = 11.264cm$. En base en lo mencionado se puede apreciar que para el caso de la máscara de fase cúbica se tiene el doble de rango de operación con respecto al valor del coeficiente W_{20} , esto se puede apreciar en las figuras 4.26(b) y 4.13(b) donde se ve como si se maneja el concepto de la función de ambigüedad como despliegue polar de la OTF veremos que la pendiente máxima con la que se obtendría un corte que nos represente a la MTF y que no contenga cero o que presente un cero en frecuencias altas

sería dos veces mayor la pendiente máxima para el caso de la máscara de fase cúbica comparada con la de la cuadrática.

En la figura 4.25 se muestra la comparación de lo que sucede con los discos de sectores para el caso de las máscaras de fase con $\alpha = 25\pi$ y la apertura cuadrada libre de filtros espaciales. El filtraje realizado con la máscara de fase cúbica muestra poca sensibilidad ante el error de foco, mientras que la apertura cuadrada es la que se ve afectada por error de foco en mayor proporción con respecto a la cuadrática, que a excepción del caso 4-6 que se tiene una mejora con la máscara de fase cúbica. Hay que recordar que la implementación de un sistema óptico con codificador del frente de onda, estas imágenes que se muestran en la figura 4.34 pertenecientes a las máscaras de fase cúbica y cuadrática son consideradas imágenes intermedias, ya que falta hacerles un procesado de imagen para poder tener una mejor y reconstruir la imagen en base a la MTF ideal. El procesado de imágenes que se menciona se realizará en un futuro trabajo sin embargo es parte del procesado de imágenes el seleccionar la máscara de fase adecuada para tener un filtraje digital que funciones para varios valores de W_{20} .

Por medio del análisis anterior podríamos optar por la máscara de fase cúbica, tiene un mejor despliegue de imágenes intermedias dado que no varían tanto en contraste a comparación de la cuadrática y su rango de W_{20} es mayor. Sin embargo consideremos ahora los resultados que se tienen de los diagramas de manchas que se aprecian en la figura 4.35 y si comparamos el caso del diagrama de manchas de ambas mascararas de fase tendríamos que para el caso enfocado la longitud radial de estas manchas serian de $217.779\mu m$ para la mascara de fase cúbica mientras que para la cuadrática sería de $140.204\mu m$. A lo que se quiere llegar, es que se estaría decidiendo entre una máscara de fase que ofrece resolución contra otra que ofrece una mayor profundidad de campo para el sistema.

Si recordamos las figuras 4.17 y 4.18 las cuales muestran las gráficas de la MTF de un sistema con máscara de fase cúbica con $\alpha = 60\pi$ y el diagrama de manchas que compara un sistema con parámetro $\alpha = 5\pi$ con otro de 60π , la información que nos presentaba la MTF de sistema con $\alpha = 60\pi$ nos daba una sistema casi ideal en el que no variaba el sistema ante el error de foco pero que después al ver el diagrama de manchas de este sistema veíamos que era muy grande su diagrama de manchas y lo que se ganaba en la insensibilidad ante el error de foco se perdía en la resolución. Esto nos decía que no se debía de tomar un valor muy grande de α para cuidar la resolución del sistema, ni tampoco muy bajo para tener un sistema poco sensible ante el error de foco. Es importante el conocer la finalidad del sistema óptico que se está diseñando para hacer la elección adecuada, sabemos hasta ahora cual es la ventaja de la máscara de fase cuadrática, la cual nos entrega un sistema con una mancha más pequeña a comparación de la que entrega la cúbica, sin embargo la placa cúbica dobla la región en que se tiene un comportamiento insensible al error de foco comparada con la de la placa cuadrática con simetría impar.

Pensando en la fabricación de la placa de fase se obtuvieron una serie de interferogramas por medio de las simulaciones de los valores de α manejados, estos interferogramas se muestran en la figura 4.36. La finalidad de los interferogramas es considerar las superficies de las placas en cuestión como un factor a la hora de la selección final. En estos interferogramas se muestra cómo es que el caso de $\alpha = 5\pi$ presenta muy pocas franjas a la hora de evaluar la superficie pero en el caso de $\alpha = 15\pi$ y $\alpha = 25\pi$ se tienen suficientes franjas para evaluar correctamente la superficie. Considerando los valores pico valle de las superficies, se tiene que para el caso de $\alpha = 25\pi$ para ambas mascararas de fase se tiene 26.1620λ para el caso de la cúbica y 25.0268λ para la de la máscara de fase cuadrática. En la simulación se considerará todo lo ya mencionado para el valor que se elige como el ideal para el sistema codificador del frente de onda.

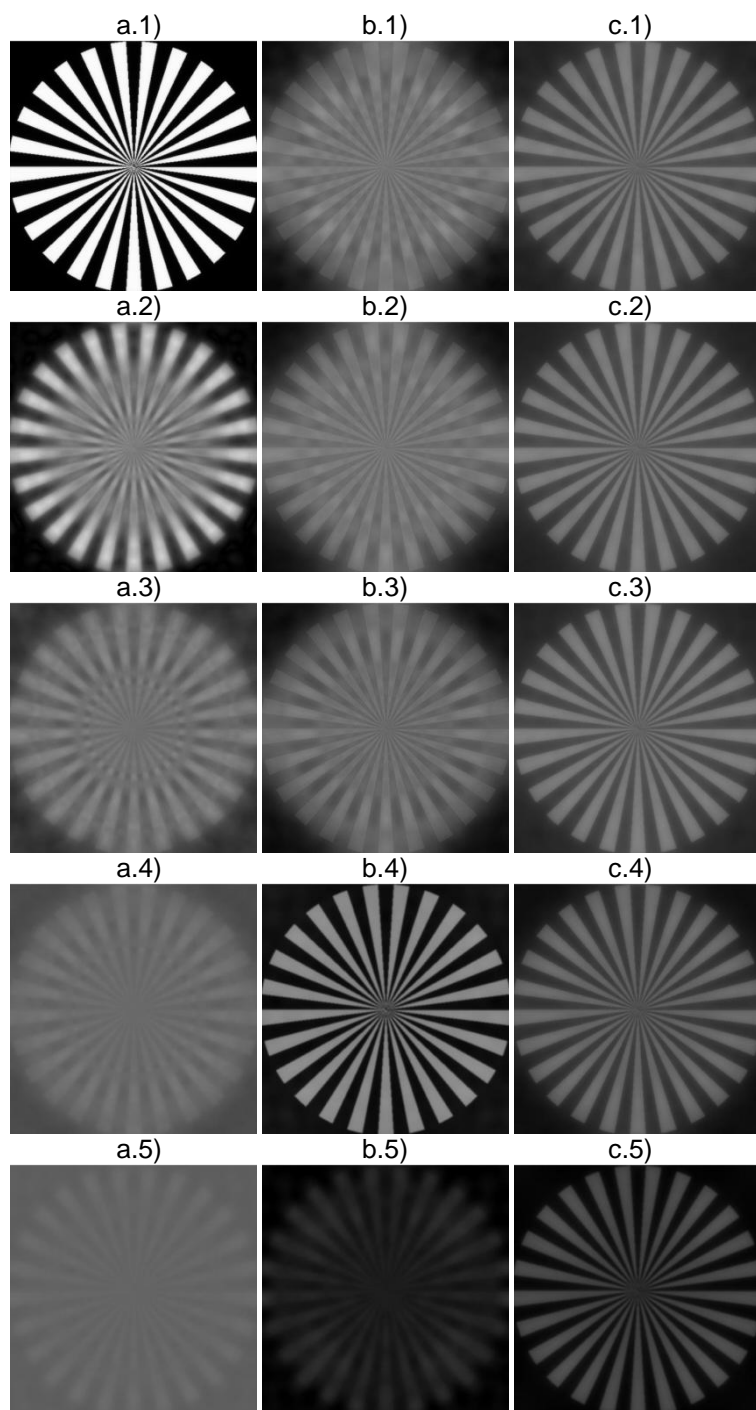


Figura 4.34. Discos de sectores para el análisis de las aperturas cuadradas. El inciso (a) es para la apertura cuadrada sin máscara de fase, (b) con máscara de fase cúbica y (c) con la máscara de fase cuadrática con simetría impar, ambas máscaras con valor $\alpha = 25\pi$.

(1) $W_{20} = 0$, (2) $W_{20} = 2\lambda$, (3) $W_{20} = 5\lambda$, (4) $W_{20} = 12.5\lambda$ y (5) $W_{20} = 25\lambda$.

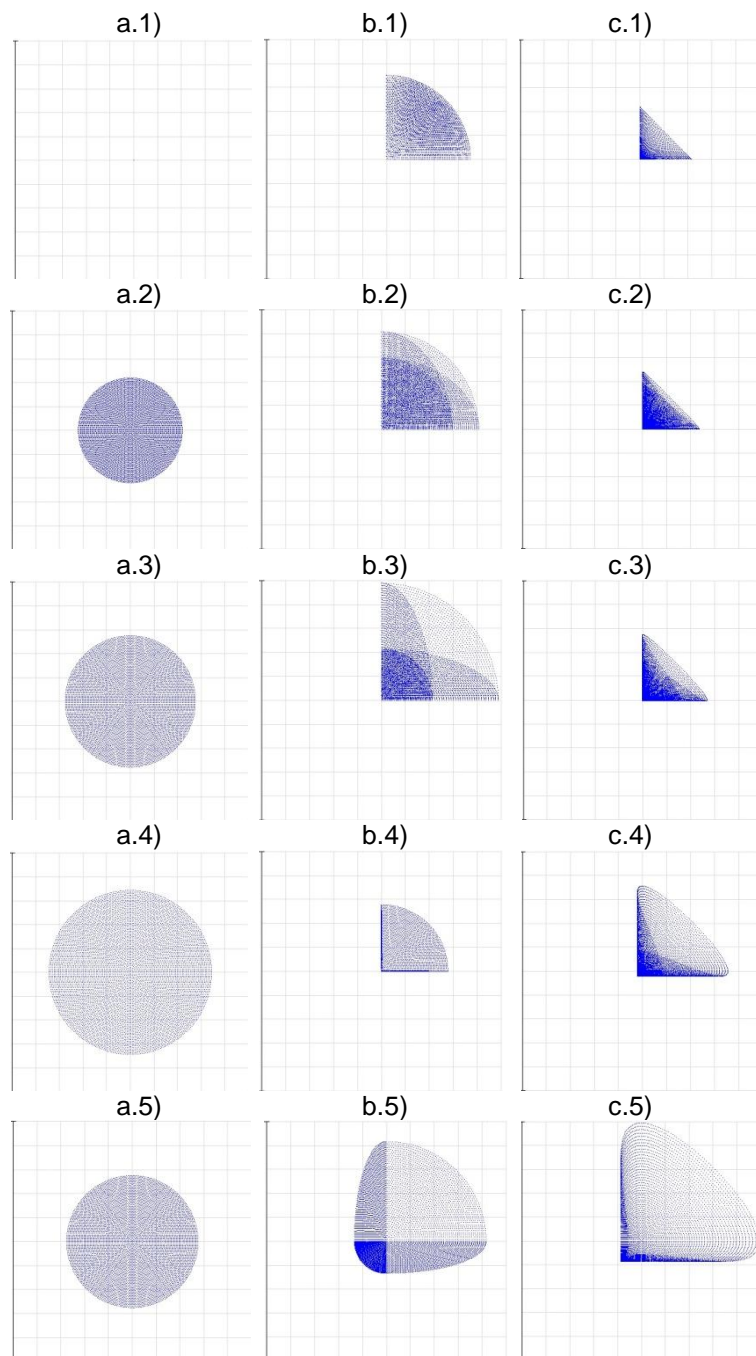


Figura 4.35. Diagrama de manchas. El inciso (a) es para la apertura cuadrada sin máscara de fase, (b) con máscara de fase cúbica y (c) con la máscara de fase cuadrática con simetría impar, ambas máscaras con valor $\alpha = 25\pi$. (1) $W_{20} = 0$, (2) 2λ , (3) 5 , (4) 12.5λ y (5) 25λ . El área de la imagen (a.1) es de $0.4\mu\text{m}$ al cuadrado, (a.2) $100\mu\text{m}$, (a.3) $200\mu\text{m}$, de las imágenes (a.4), (b.1), (b.2) y (b.3) son de $400\mu\text{m}$, y el resto son de $1000\mu\text{m}$ al cuadrado.

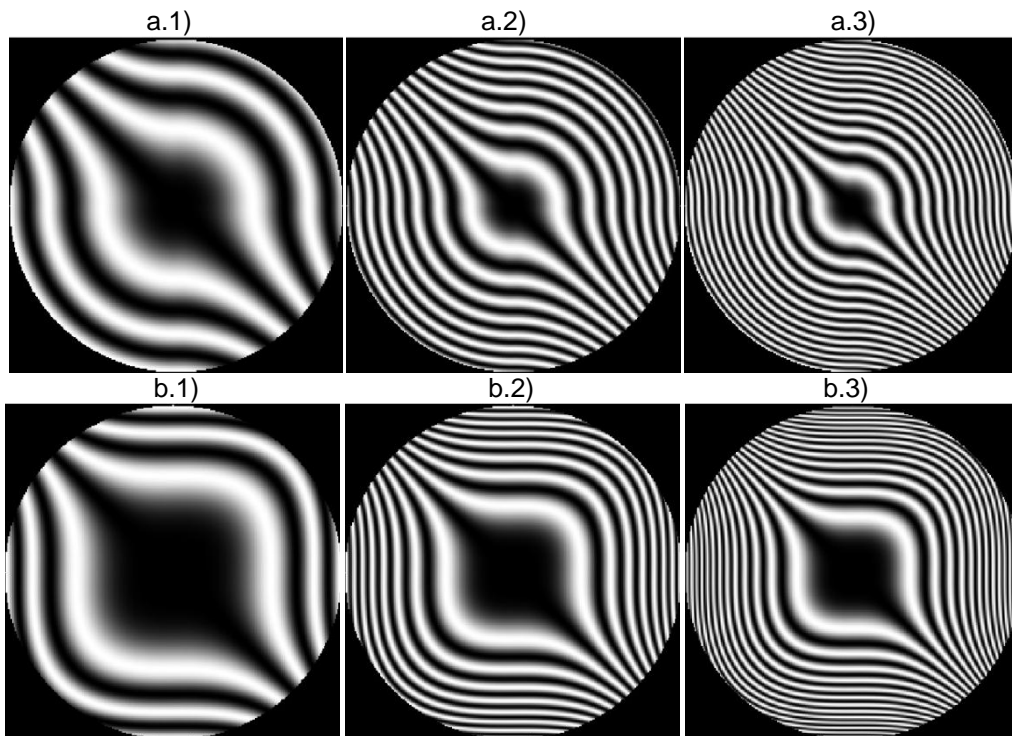


Figura 4.36. Interferogramas de las placas de fase para diferentes valores de α . (a) El primer renglón muestra los interferogramas de las máscaras de fase cuadrática, mientras que el segundo renglón (b) muestra los de la máscara de fase cúbica. Los valores de α se muestran de la siguiente manera: (1) $\alpha = 5\pi$, (2) $\alpha = 15\pi$ y (3) $\alpha = 25\pi$.

4.3 SISTEMA ÓPTICO SIMPLE CON CODIFICADOR DEL FRENTE DE ONDA PARA EXTENDER LA PROFUNDIDAD DE CAMPO

Haciendo una selección tomada no tanto en la finalidad del sistema óptico si no mas considerando la sensibilidad ante el error de foco y la resolución que ofrece, se tomara el valor de $\alpha = 12\pi$ para la siguiente simulación. El valor de $\alpha = 12\pi$ no es muy distante al que analizamos anteriormente de 15π y se busca solamente incrementar un poco la resolución. En cuanto a la máscara de fase se considerará trabajar con la máscara de fase cúbica, se tiene una mejora en el contraste de las imágenes intermedias con respecto a la máscara de fase cuadrática, de modo que se seleccionara esta. También, considerando su respuesta ante el error de foco, es decir, considerando que casi no varía ante el error de foco será más fácil

diseñar un filtraje digital que funcione para varios parámetros de error de foco a la hora de trabajar con las imágenes intermedias.

En esta simulación se pretende demostrar el beneficio de la inclusión de una máscara de fase en un sistema óptico simple para extender la profundidad de foco. En esta ocasión consideraremos una pupila circular por lo que comenzaremos esta simulación con el cálculo de la función de la pupila circular para conocer el valor de W_{20} para el cual se tiene el primer cero en la MTF y en qué frecuencia se tiene.

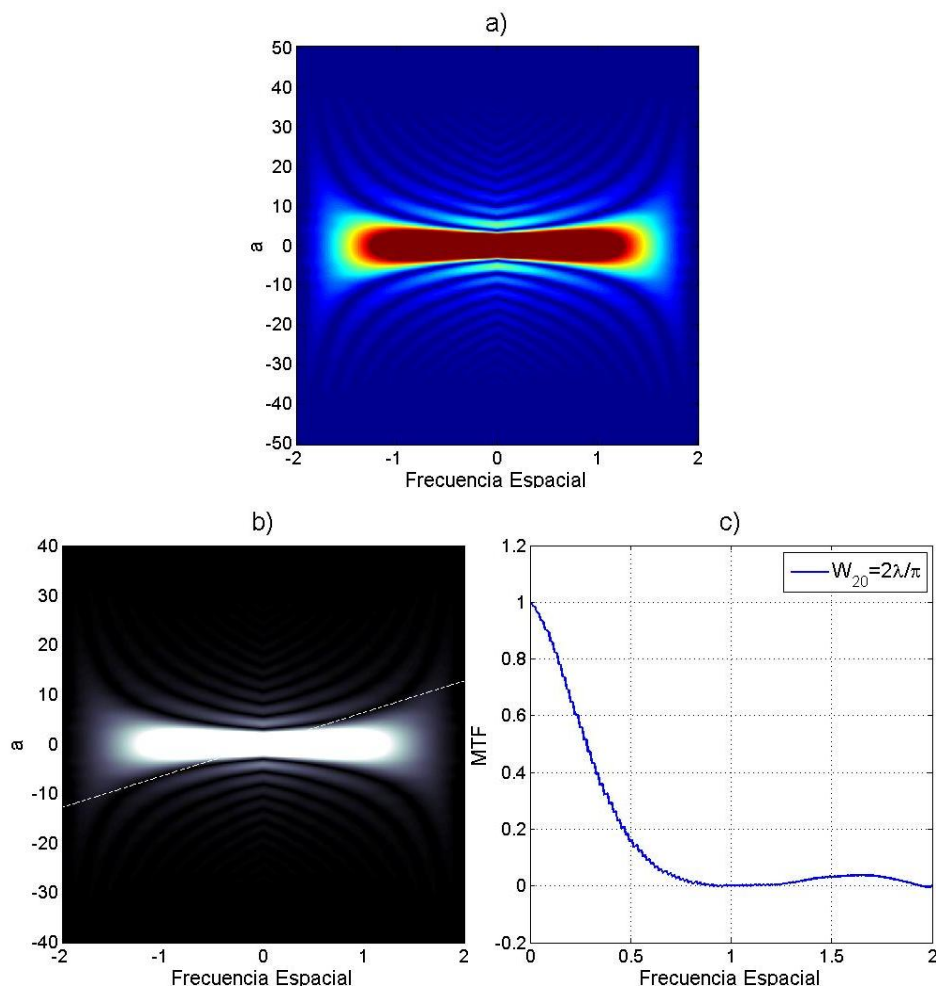


Figura 4.37. AF de una pupila circular. (a) AF, (b) corte realizado para conocer la MTF que contenga el primer cero y (c) MTF para $W_{20} = 2\lambda/\pi$.

Una vez calculado este valor consideraremos un sistema con las características de la Tabla 4.1 y calcularemos la MTF por medio del programa de diseño óptico (ZEMAX) para saber si coincide con la gráfica 4.37(b) obtenida con MATLAB. El valor del desplazamiento longitudinal para el coeficiente de error de foco del valor para el primer cero es

$$\partial z' = 8 \left[\frac{2(0.55 \times 10^{-6})}{\pi} \right] (5)^2 = 0.070 \text{ mm.}$$

En la figura 4.38 se muestra la MTF y el diagrama de manchas obtenidos en ZEMAX del sistema enfocado y del desplazamiento donde se encuentra el primer cero.

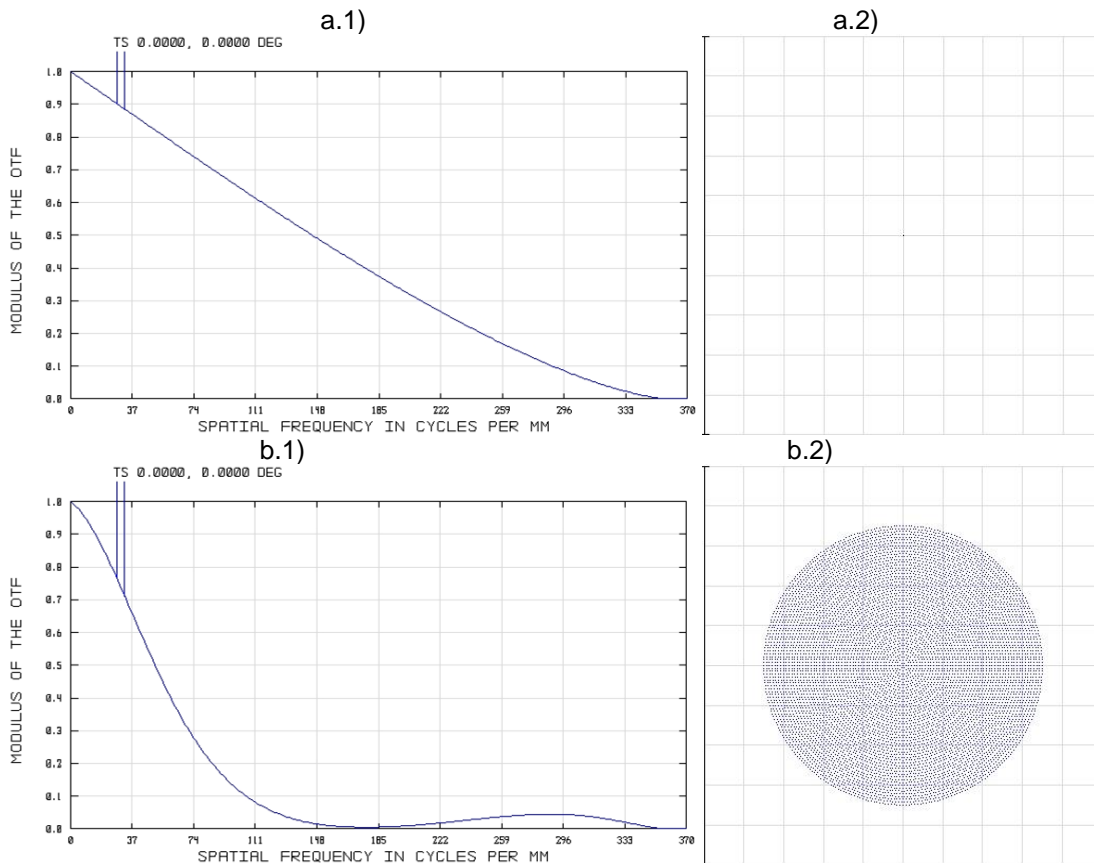


Figura 4.38 MTF y diagramas de manchas obtenidos en la simulación del caso 1 en ZEMAX de: (a.1) el sistema enfocado y (b.1) con el plano imagen desplazado 0.070mm.

Los tamaños de los recuadros son (a.2) 0.04μm y (b.2) 20μ.

A partir del valor de $\partial z' = 0.7mm$ calcularemos que sucedería si se redujera a la mitad la apertura de nuestro sistema, lo que traería consigo un incremento en el número f , $f/10$. El resultado se obtiene en la figura 4.39.

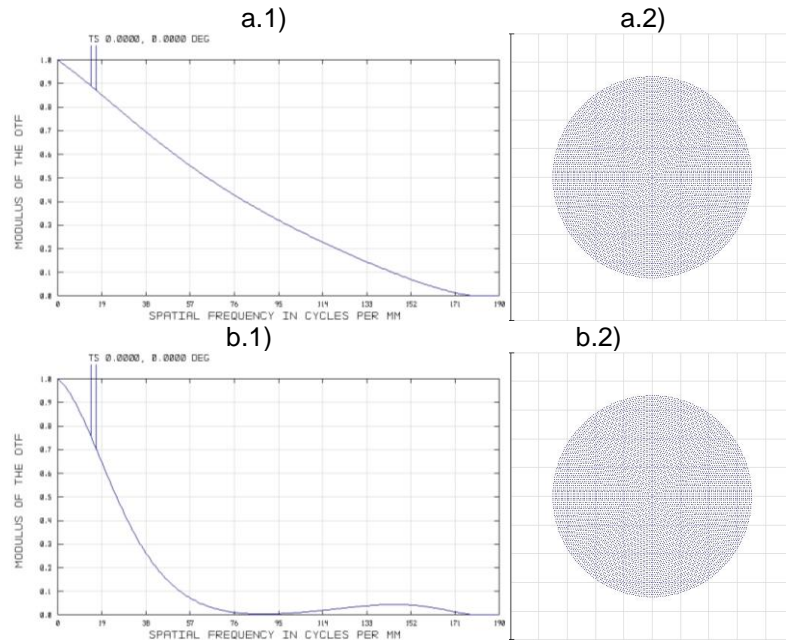


Figura 4.39 MTF y diagramas de manchas obtenidos en la simulación del caso 2 en ZEMAX de: (a.1) el sistema con el plano imagen desplazado $0.070mm$. y (b.1) desplazado $0.280mm$. Los tamaños de los recuadros son (a.2) $10\mu m$ y (b.2) $40\mu m$.

En la figura 4.39 se observa cómo es que cuando se reduce la apertura se extiende la profundidad de foco, ya que la profundidad de foco está directamente relacionada con el número f del sistema. En esta parte se entrará en relación al método más común para la extensión de la profundidad de campo, este método consiste en reducir la apertura del sistema para conseguir ampliar la profundidad de campo. En este caso se redujo por la mitad el tamaño de la apertura y se consiguió incrementar cuatro veces la profundidad de foco, de $\partial z' = 0.07mm$ a $0.28mm$, sin embargo, el costo que se tuvo fue el perder la mitad de la energía de la luz que entraba a nuestro sistema. Esta es una de las desventajas de la expansión de la profundidad de campo por medio de la reducción de la apertura, esto había sido mencionado anteriormente.

Con este ejercicio de comparación entre el caso de dos sistemas con diferente número f , se realizará otra comparación más en la que se simulará por medio de ZEMAX el comportamiento de un sistema de una lente convergente con una máscara de fase. La lente contará con la misma distancia focal que en los primeros casos, pero conservando el tamaño inicial de la apertura y teniendo un objeto en infinito. En la figura 4.40 se muestra una imagen de los arreglos que se están simulando.

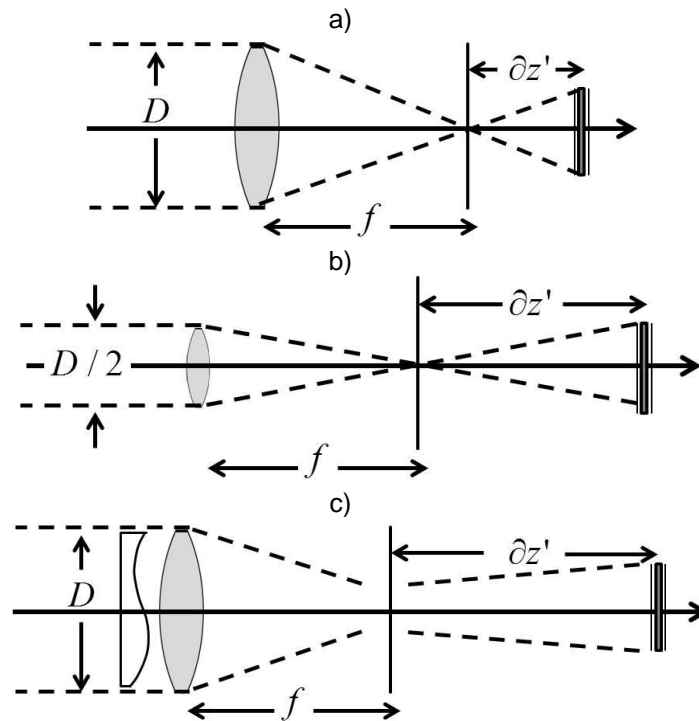


Figura 4.40. Diagrama del arreglo entre el objeto, la lente y el detector para las simulaciones en ZEMAX. (a) Caso 1, lente convergente con diámetro D y distancia focal f , (b) Caso 2, lente convergente con diámetro $D/2$ y distancia focal f y (c) Caso 3, lente convergente con diámetro D , distancia focal f y una placa de fase cúbica de $\alpha = 12\pi$.

Para comenzar el análisis del caso con la máscara de fase es necesario mencionar las características de la placa de fase. En este caso consideraremos una máscara de fase cúbica con parámetro $\alpha = 12\pi$. Al igual que se hizo en el caso de la pupila circular libre de aberraciones se calculará la función de ambigüedad de la máscara de fase cúbica con su determinado

valor para α , la cual se muestra en la figura 4.41, en donde se muestra a la vez el corte realizado sobre el primer cero del sistema que recae a la altura de la frecuencia espacial del caso de la pupila circular. El ángulo del corte nos dará el coeficiente de error de foco en el que se tendrá el cero que buscamos y ese será el valor que estará relacionado con la profundidad de foco.

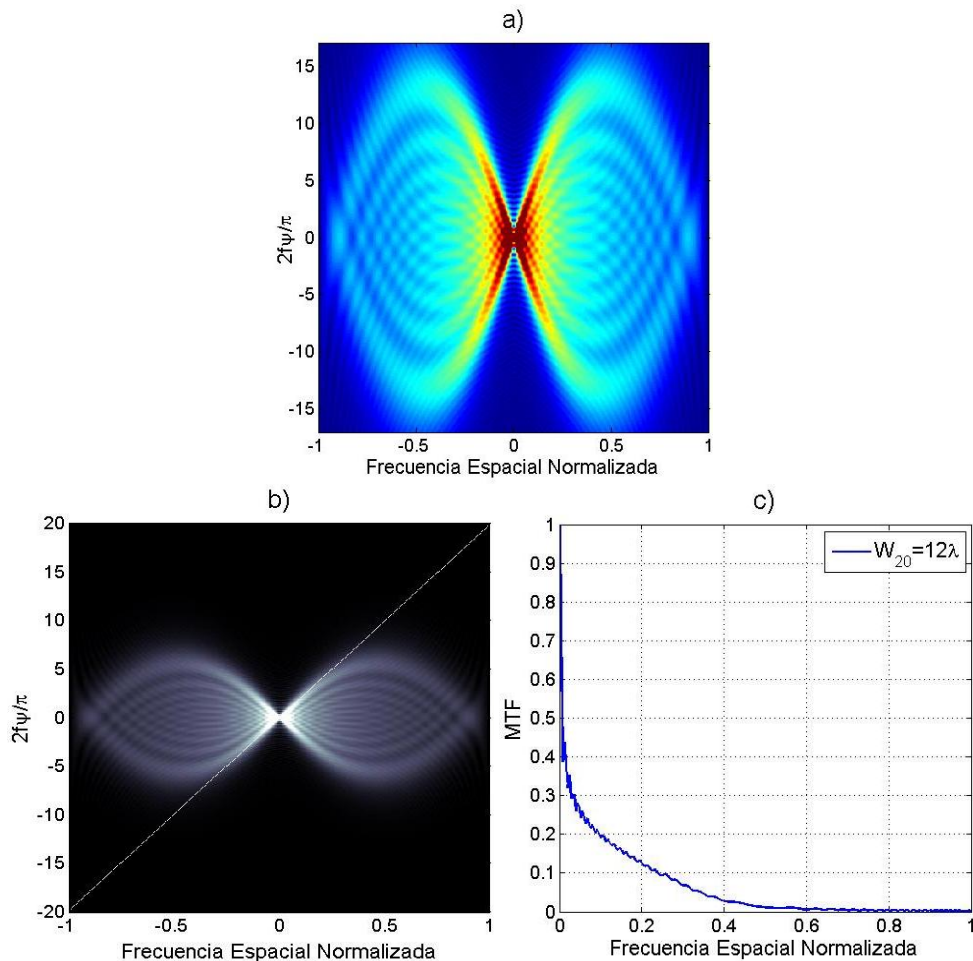


Figura 4.41. AF de una máscara de fase cúbica con parámetro $\alpha = 12\pi$. (a) AF, (b) corte realizado para conocer la MTF que contiene el cero seleccionado y (c) MTF para $W_{20} = 12\lambda$.

El valor del coeficiente de error de foco que consideraremos como un límite del rango del sistema será de $W_{20} = 12\lambda$, y a partir de este valor obtenemos el desplazamiento longitudinal que corresponde para ese valor de error de foco, el valor es de $\partial z' = 1.32mm$. De modo que un objeto en infinito

al encontrarse fuera de foco, en un plano desplazado por $1.32mm$ del mínimo de confusión del sistema tendrá el comportamiento de la figura 4.41(c) que se calculo con MATLAB, su diagrama de manchas será como el que se tiene en la figura 4.42. Si comparamos la MTF del caso 3 que se tiene de un objeto en infinito con un desenfoque de $W_{20} = 12\lambda$ con el coeficiente de error de foco permitido en el caso 1 que era de $W_{20} = 2\lambda/\pi$ y del caso 2 que era el mismo pero con una pupila reducida en su mitad tendremos las MTF de la figura 4.43, donde se aprecia cómo es que se obtienen MTF sin ceros para los caso donde no se contaba con una máscara de fase.

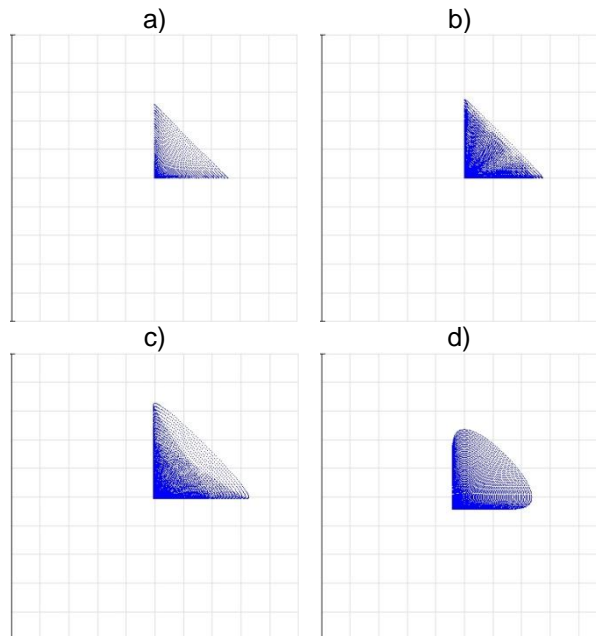


Figura 4.42. Diagrama de manchas para la placa de fase cúbica en el caso 3 y valor de $\alpha = 12\pi$. (a) $\partial z' = 0$, (b) $0.070mm$, (c) $0.280mm$ y (d) $1.32mm$. El área de las imágenes es de $400\mu m$ al cuadrado, excepto (d) que es de $1000\mu m$ al cuadrado.

Hasta este punto se ha visto la ventaja que se tiene al utilizar la placa de fase cúbica para capturar una imagen que proviene de un objeto en infinito, este beneficio se ve reflejado en la profundidad de foco del sistema. La simulación que se realizó muestra el desplazamiento longitudinal que se puede realizar en el plano imagen, sin embargo para concluir con la simulación comenzaremos a hacer un análisis de lo que sucedería al fijar el

detector en un lugar en el espacio imagen y ver que sucede cuando se empieza a aproximar el objeto en cuestión, el cual en este caso es una fuente puntual sobre el eje.

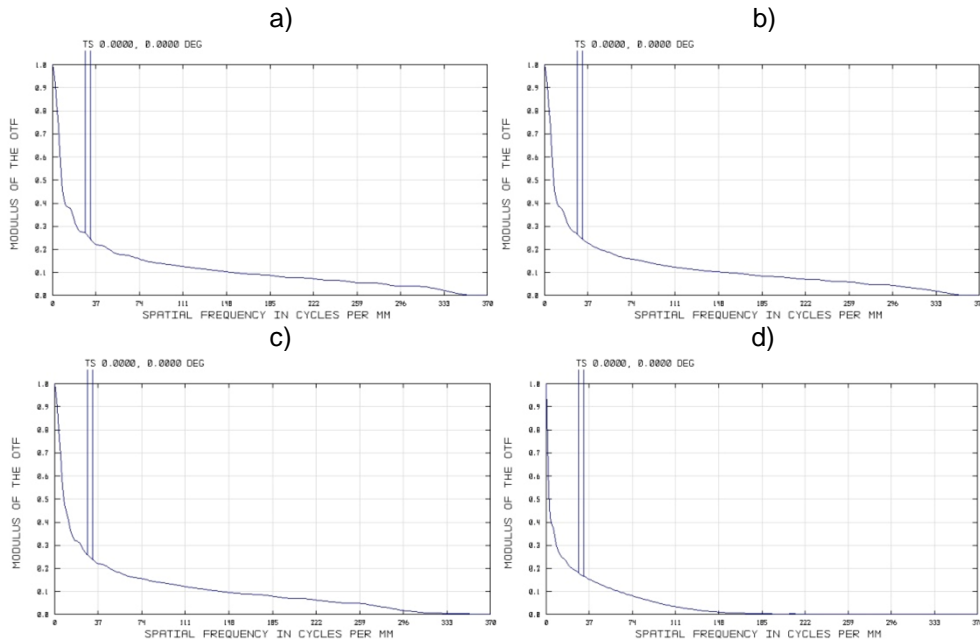


Figura 4.43. MTF del caso 3 para diferentes desplazamientos longitudinales del plano imagen. (a) $\partial z' = 0$, (b) 0.070mm , (c) 0.280mm y (d) 1.320mm .

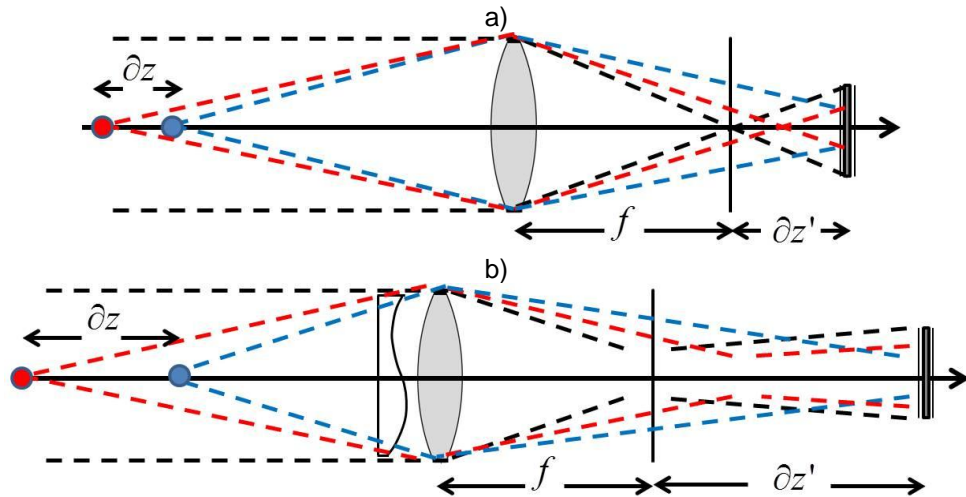


Figura 4.44. Diagrama del arreglo entre el objeto, la lente y el detector para las simulaciones en ZEMAX. (a) Ejemplo del arreglo de la lente sin máscara de fase y (b) con máscara de fase cúbica con parámetro de $\alpha = 12\pi$.

Esta nueva simulación comienza con el análisis del mencionado caso 1, donde se cuenta con una lente que mide 100mm y que tiene una distancia focal de 500mm , debido a esto es que tiene un sistema con un número f de $f/5$. En el estudio anterior habíamos hecho un estudio en el que localizábamos la posición del plano imagen en el que se tiene el primer cero en su MTF, esta posición nos daría el desplazamiento longitudinal máximo para nuestro sistema. Esto se conseguía situando una fuente en infinito y a partir de posicionar el plano imagen en el foco de la lente se desplazaba el plano, o bien se situaba en el valor que habíamos obtenido por de cálculos y del corte de la AF, hasta conseguir la MTF con el comportamiento deseado. En esta posición será donde estaremos midiendo para conocer el tamaño de la mancha que se obtendrá al estar variando la posición del objeto para conocer de igual forma su MTF. En el momento que coincida la MTF del objeto desplazado con la MTF habremos obtenido el valor deseado para con esto hacer el análisis del siguiente caso y al final comparar los resultados de los tres casos mencionados.

El primer caso (la lente de 100mm y distancia focal de 500mm) se comenzó acercar el objeto poco a poco hasta conseguir que se tuviera la MTF que se muestra en la figura 4.37(c) o 4.38(b.1), una figura calculada por MATLAB y la otra por ZEMAX, se puede calcular la posición pero en este caso se movió el objeto y se fue comparando el tamaño de la mancha que producía el cambio con la que se tenía cuando el objeto se encontraba en el infinito. Esto considerando al plano desplazado 0.070mm . La posición del objeto para la que se tenía este comportamiento era de 1786.214m de distancia entre el objeto y la lente, esto en el espacio objeto. De modo que desplazando el objeto de infinito hasta 1786.214m se obtendría una imagen que se encontraría, considerando un sistema óptico libre de aberraciones, con una MTF que estaría entre la ideal hasta la que se encuentra en la figura 4.37(c). Esto se puede visualizar mejor por medio de discos de sectores, los cuales se muestran en la figura 4.46.

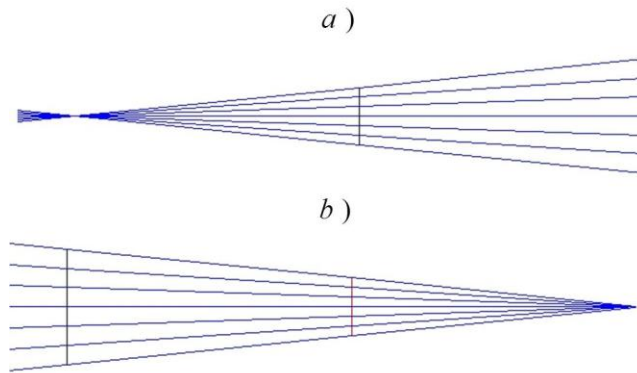


Figura 4.45. Estas figuras muestran el detalle que se tiene en el plano imagen para el caso 1, en (a) cuando el objeto esta en el infinito se tiene el foco en enfrente del detector y en (b) sería cuando el objeto se encuentra a 1786.214m de la lente.

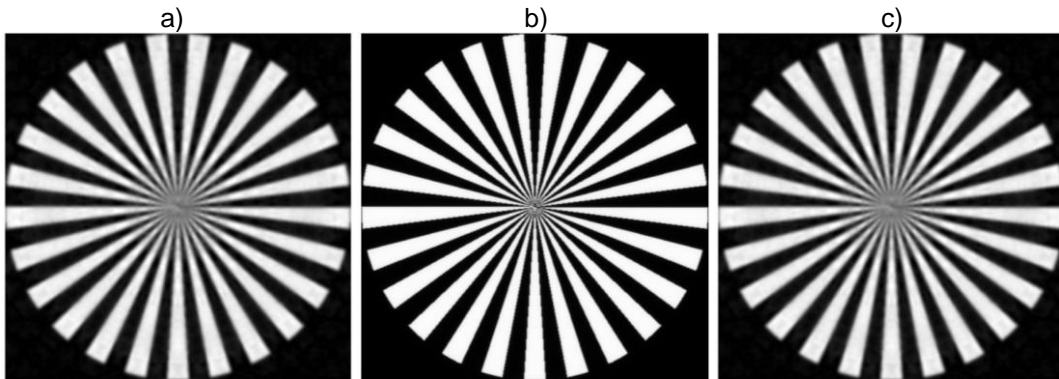


Figura 4.46. Discos de sectores para el caso 1, en el que se desplaza el objeto y la posición del plano imagen es fija. (a) Imagen del disco de Sectores de la figura 4.4 situado en el infinito, (b) situado a 3,571.928m de la lente y (c) cuando se encuentra a 1786.214m.

Continuando con el análisis del caso 2, aquí se cuenta con un sistema que consta de una lente de 50mm, es decir la mitad de la del caso 1, y la misma distancia focal que en el caso 1 y 3. Cuando se reduce el tamaño de la apertura y se mantiene la distancia focal se incrementa en número f del sistema, de modo que lo que era un sistema de $f/5$ en este caso se vuelve uno de $f/10$. Con estos cambios se comenzó a acercar el objeto que se encontraba en infinito hacia la lente y se logró superar la posición a la que había llegado el caso 1 y se encontró la MTF de referencia en 446.928m. Cabe mencionar que para este caso el detector se había colocado en el plano imagen a 0.28mm de la lente, cálculo que ya se había realizado

anteriormente. Estos 446.928m es un notable incremento en la profundidad de campo del sistema óptico. Ahora considerando el caso 3, donde regresamos a la lente de 100mm, pero que utilizamos la máscara de fase, se realizará el mismo procedimiento que en los casos anteriores y se encontrará que al acercar el objeto a una distancia de la lente de 95.196m coincidirá con la MTF que consideramos como la limite en nuestro rango. Con estos resultados podemos ver que utilizando esta máscara de fase se puede incrementar la profundidad de campo sin necesidad de reducir la apertura, se obtendrá una extensión de la profundidad de campo y se conservará la cantidad de energía que se introduce al sistema como en el caso 1.

Tabla 4. Puntos conjugados para los casos que se estudian en la simulación.

$z_i(mm)$	500.00	500.07	500.14	500.28	500.56	501.32	502.64
$z_o(m)$	infinito	3571.93	1786.21	893.357	446.928	189.893	95.196

En la tabla 4 se muestran los puntos conjugados para el caso de una fuente puntual en la posición z_o con su respectiva imagen en z_i , esta tabla nos servirá para darnos una idea de lo que sucederá al desplazar el objeto y poder esperar un resultado según la posición del detector. Al realizar las simulaciones en ZEMAX y desplazar el objeto se calcula la MTF para conocer el efecto en la frecuencia debido al desplazamiento, estas MTF nos darán se encuentran en los resultados anteriores y para interpretar la información por un medio diferente se utilizaron los discos de sectores desenfocados según los valores obtenidos de la MTF en las simulaciones. En la figura 4.47, donde se compara el comportamiento de los sistemas ante el desplazamiento del plano imagen y en la figura 4.48 con el plano imagen fijo y variando la posición del objeto. Esta simulación es muy general dado que se toma la posición del objeto en infinito y por medio de la segunda posición del objeto, la cual termina de limitar la región donde estaría formando una imagen que se encontraría dentro del enfoque que se desea, es que se conoce la profundidad de campo.

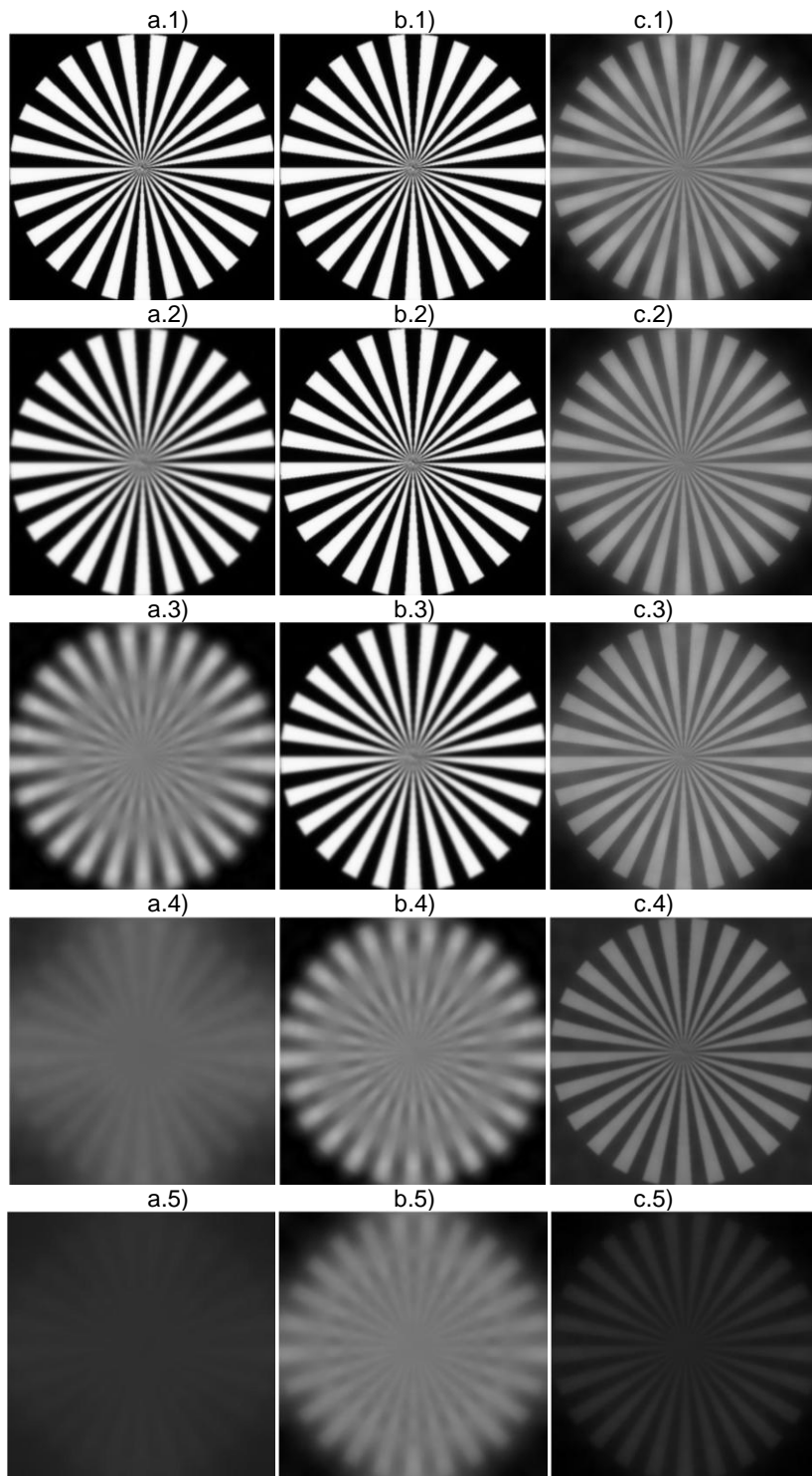


Figura 4.47. Discos de sectores para el caso del desplazamiento del plano imagen. Las imágenes del inciso (a) son del caso 1, las de (b) son para el caso 2 y la (c) para el caso 3. La numeración de las figuras indica el desplazamiento del plano imagen: (1) $\partial z' = 0.00mm$, (2) $\partial z' = 0.070mm$, (3) $\partial z' = 0.280mm$, (4) $\partial z' = 1.320mm$ y (5) $\partial z' = 2.640mm$.

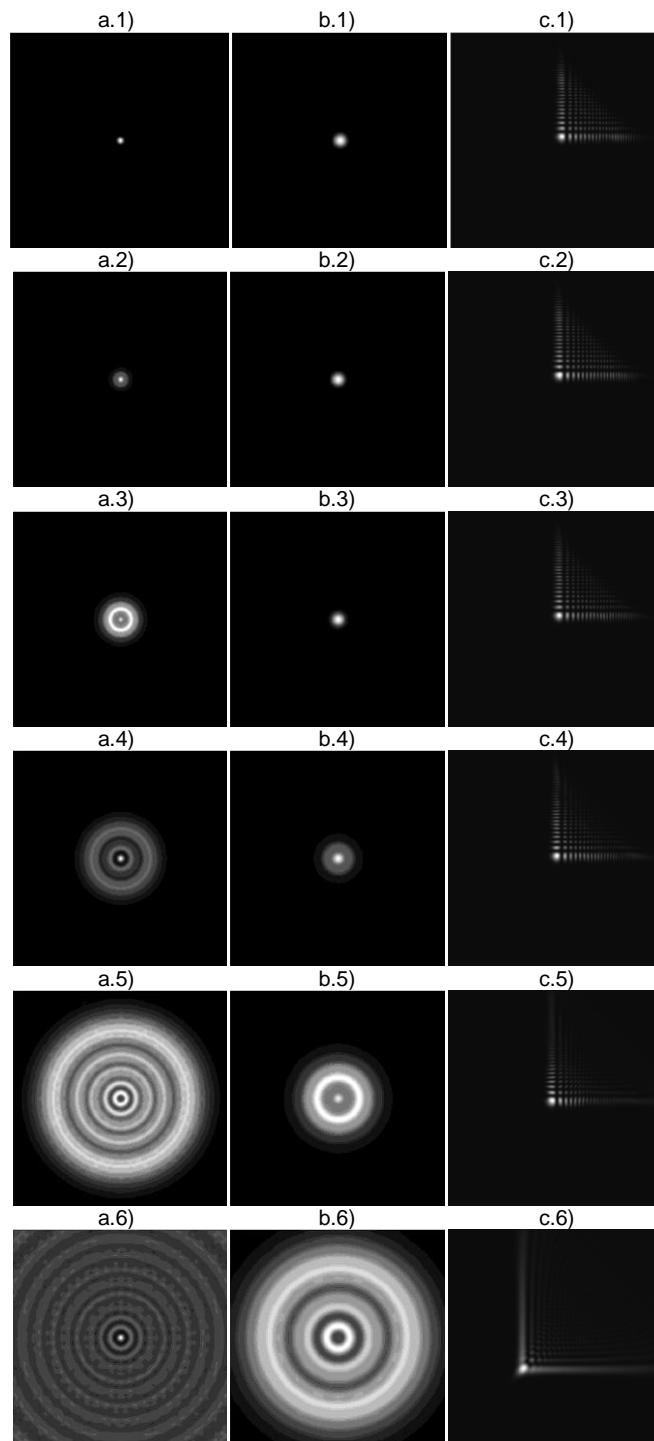


Figura 4.48. PSF para el caso del desplazamiento del objeto con el plano imagen fijo en $z_i = 500mm$. Las imágenes del inciso (a) son del caso 1, las de (b) caso 2 y la (c) para el caso 3. La numeración de las figuras indica la posición del objeto: (1) objeto situado en infinito, (2) $3571.93m$, (3) $1786.21m$, (4) $893.36m$, (5) 446.93 , (6) 189.89 . Las dimensiones de los recuadros de los casos 1 y 2 son de $128\mu m$, y para el caso 3 de $256\mu m$ al cuadrado.

En estas últimas dos imágenes (4.47 y 4.48) se termina de comprobar la mejora que se obtiene al utilizar una placa de fase sobre un sistema óptico formador de imágenes. En la figura 4.47 se muestra la mejora que se obtiene al reducir el tamaño de la apertura pero es necesario recordar de la pérdida de energía que se obtiene con ello. De igual forma, en la figura 4.48 se ve cómo es que la PSF del sistema con la apertura reducida tiene una lenta evolución de su PSF ya que en el caso 1 se ve que rápido la PSF se descompone. Considerando la mejoría que se tiene al reducir la apertura de un sistema óptico para lograr extender la profundidad de foco se tiene que aun así se tienen mejores resultados con la máscara de fase. En la figura 4.48 se aprecia cómo es que la forma de la PSF se mantiene sin cambiar su forma por un gran rango. Con esto se viene a comprobar lo que se mencionaba acerca de las máscaras de fase que decía que mantenían su PSF casi insensible ante el error de foco.

CONCLUSIONES

El método que se propone en este trabajo para lograr la extensión de la profundidad de foco consta de dos partes, una parte óptica y una computacional. Este trabajo se limita a hacer un estudio sobre las características que debe tener la placa de fase que se va a utilizar por medio de una serie de simulaciones donde se destacarán las cualidades de dos tipos de máscaras de fase, donde al final se seleccionarán las características ideales para nuestra placa de fase.

En el estudio realizado de placas de fase: la placa de fase cúbica [1] y la de fase cuadrática con simetría impar[15], se analiza el comportamiento de las placas de fase conforme se varia el parámetro α , también se estudia el comportamiento de la placa cuando se desplazaba la posición del plano imagen y se hace una simulación de lo que sucede cuando se tiene un objeto en infinito y se va acercando. Los discos de sectores nos ayudaron a conocer de manera visual el efecto que tenía cada máscara en su respuesta en la frecuencia y por medio del trazado de rayos se visualizó de igual forma el desplazamiento de la PSF. A partir de estos elementos es que se hace una selección de las características que debe tener la placa de fase que se fabricará en un futuro trabajo.

Uno de los principales objetivos de este trabajo era la de comprobar lo que afirmaban diversos autores que decían que una placa de fase lograba incrementar la profundidad de campo sin reducir el tamaño de la apertura y con esto tener una pérdida de energía [1, 2, 3]. Esto se comprobó y se demostró cómo es que incluso en un sistema estándar al que se le incrementa al doble el número f de un sistema sin codificador del frente de onda, comparándolo con el sistema que mantiene el número f pero que cuenta con codificador de frente de onda se obtiene una mejora con la máscara de fase. Esta es una de las ventajas del método propuesto, se

obtiene un sistema con gran profundidad de foco en base a un solo elemento óptico que conserva la cantidad de energía de inicio y se complementa este sistema óptico con un procesamiento de imagen para decodificar la imagen degradada por la máscara de fase.

En base a los resultados obtenidos, consideraremos trabajar con una máscara de fase cúbica. La máscara de fase cúbica tiene un comportamiento más estable que la de fase cuadrática con simetría impar, al decir estable se quiere dar a entender que el contraste para cierta frecuencia no presenta mucha variación ante pequeños desplazamientos del plano imagen. La máscara de fase cuadrática tiene una caída muy drástica que casi llega a cero en el contraste para frecuencias muy bajas, mientras que la máscara de fase cúbica casi no afecta las frecuencias bajas incluso en valores muy altos de error de foco. La máscara de fase cuadrática tiene mejor resolución pero no compite con la máscara de fase cúbica ya que la máscara de fase cúbica duplica el desplazamiento longitudinal que se puede realizar sobre el plano imagen obteniendo una imagen enfocada que cumple con las especificaciones que teníamos en la expresión 4-5 y que incluso se puede desplazar un poco mas pero que se tendría que pagar con un recorte en el ancho de banda.

En cuanto al valor del parámetro α , en la simulación consideramos el valor de 12π y entre los valores que se calcularon antes de la simulación final se mostró el comportamiento del caso de 15π . En un par de artículos [12, 13] se habla de que en sus simulaciones en ZEMAX utilizan un coeficiente para la superficie cúbica (en la modalidad de polinomios extendidos el valor de x^3 y y^3) de $0.005mm$ para una $\lambda = 587.56nm$, eso nos daría una $\alpha = 8.5\pi$. Lo que nos dice que no es necesario irse muy arriba en el valor de α ya que se tiene un mínimo de confusión muy grande y se pierde resolución. Por tanto proponemos que el parámetro sea de $8\pi \leq \alpha \leq 12\pi$. En el trabajo se habló de la expresión 4-5 y en base a esta expresión se tendría que se podrían calcular máximos de coeficientes de error de foco de 8λ a 12λ , o bien,

recurriendo a la expresión 4-1 y hablando de una sistema con número f de 5 y $\lambda = 550nm$ podríamos tener un sistema con desplazamientos longitudinales del foco de hasta $0.88mm$ o $1.32mm$ respectivamente. Se habría extendido la profundidad de campo considerablemente sin haber descuidado la resolución del sistema. Suponiendo las mismas condiciones pero para un sistema sin máscara de fase, su máximo desplazamiento longitudinal considerando que se obtendría la MTF de la figura 4.37(c) sería de $0.070mm$ para cuando se tiene el mismo número f y $0.28mm$ para cuando se duplica, con lo que se confirma la mejora que se obtiene cuando se cuenta con un elemento codificador del frente de onda.

La importancia de este trabajo radica en el análisis y comparación entre las placas de fase que se mencionan y los diferentes parámetros que se manejan. Este trabajo muestra el comportamiento de las placas de fase con diferentes parámetros de desviación de fase, esto se llega a mencionar en algunos artículos [14, 15] aunque el análisis es solo de su MTF sin hacer un estudio afondo con un trazado de rayos. Este trabajo realiza un estudio de la MTF, así como del trazado de rayos que se tiene del sistema para distintos casos. El trabajo ofrece una comparación de los sistemas y una propuesta de máscara de fase para que se realice a futuro.

La codificación del frente de onda para la extensión de la profundidad de foco es una realidad, en este trabajo se presentan una serie de pruebas que hacen pensar que la incursión de estos elementos ópticos en el mercado traerían consigo un gran número de beneficios tanto para el consumidor como para el fabricante. El análisis realizado es un avance en el estudio de las placas de fase y es la intención del grupo de trabajo el continuar con la parte de la fabricación de la máscara de fase, tomando la propuesta de las características más idóneas para la placa de fase, para posteriormente trabajar en el área del diseño de filtros para procesar las imágenes intermedias que se obtengan de nuestro sistema óptico con codificador del frente de onda. La máscara de fase cúbica muestra cómo es que para cierto

rango de W_{20} se tiene un sistema que tiene una muy baja variación en su respuesta a la frecuencia, esto nos da la posibilidad de que con un solo filtro se pueda corregir la imagen para varias posiciones del plano imagen.

La posibilidad de eliminar componentes ópticos por medio del empleo de algoritmos matemáticos para reconstruir las imágenes intermedias traería consigo grandes beneficios. En la astronomía se podría compensar la aberración esférica producto de la formación de burbujas de aire caliente sobre el espejo primario [49], así como utilizarse en los telescopios de infrarrojo modificando el espejo secundario para extender la profundidad de foco del sistema [50], estas son algunas de las diversas aplicaciones que se tienen para las máscaras de fase [1, 2].

REFERENCIAS

- [1] C. W. Dowski E.R., "Extended Depth of Field Through Wavefront Coding," *Applied Optics*, vol. 34, no. 11, pp. 1859-1866, 1995.
- [2] D. E. Cathey W.T., "New Paradigm for Imaging Systems," *Applied Optics*, vol. 41, no. 29, pp. 6080-6092, 2002.
- [3] D. E. C. W. Bradburn S., "Realizations of Focus Invariance in Optical-Digital Systems with Wavefront Coding," *Applied Optics*, vol. 36, pp. 9157-9166, 1997.
- [4] G. Hausler, "A Method to Increase The Depth of Focus by Two Step Image Processing," *Optics Communications*, vol. 6, no. 1, pp. 38-42, 1972.
- [5] A. Papoulis, "Ambiguity Function in Fourier Optics," *OSA*, vol. 64, no. 6, pp. 779-788, 1974.
- [6] J. Guigay, "The Ambiguity Function in Diffraction and Isoplanatic Imaging by Partially Coherent Beams," *Optics Communications*, vol. 26, no. 2, pp. 136-138, 1978.
- [7] L. A. O.-C. J. Brenner K.H., "The Ambiguity Function as a Polar Display of the OTF," *Optics Communications*, vol. 44, no. 5, pp. 323-326, 1983.
- [8] O.-C. J. S. E. Bartelt H., "Misfocus Tolerance Seen by Simple Inspection of the Ambiguity Function," *OSA*, vol. 23, no. 16, pp. 2693-2696, 1984.
- [9] O.-C. J. Castro A., "Asymmetric Phase Mask for Extended Depth of Field," *Applied Optics*, vol. 43, no. 17, pp. 3474-3479, 2004.
- [10] L. J. E. H. Ojeda-Castaneda J., "Annular Phase-Only Mask For High Focal Depth," *Optics Letters*, vol. 30, no. 13, pp. 1647-1649, 2005.
- [11] L. J. G.-S. C. Ojeda-Castaneda J., "Conjugate Phase Plate Use in Analysis of Frequency Response of Imaging Systems Designed for Extended Depth of Field," *Applied Optics*, vol. 47, no. 22, pp. E99-E105, 2008.
- [12] O.-C. J. Saucedo A., "High Focal Depth With Fractional-Power Wavefronts," *Optics Letters*, vol. 29, no. 6, pp. 560-562, 2004.

- [13] C. T. D. E. Sherif. S.S., "Phase Plate to Extend The Depth of Field of Incoherent Hybrid Imaging Systems," *Applied Optics*, vol. 43, no. 13, pp. 2709-2721, 2004.
- [14] C. M. Somayaji M., "Enhancing form factor and Light Collection of Multiplex Imaging Systems by Using a Cubic Phase Mask," *Applied Optics*, vol. 45, no. 13, pp. 2911-2923, 2006.
- [15] C. M. Somayaji M., "Frequency Analysis of the Wavefront-Coding Odd-Symmetric Quadratic Phase Mask," *Applied Optics*, vol. 46, no. 2, pp. 218-226, 2007.
- [16] D. E. A. F. Cathey W.T., "Optical/Digital Aberration Control in Incoherent Optical Systems," in *Second Iberoamerican Meeting on Optics*, Guanajuato, Mexico, 1995.
- [17] C. W. Dowski E.R., "Aberration-Invariant Optical/Digital Incoherent Systems," in *International Topical Meeting on Optical Computing*, Sendai, Japan, 1996.
- [18] D. W. C. W. Wach H.B., "Control of Chromatic Focal Shift Through Wavefront Coding," *Applied Optics*, vol. 37, no. 23, pp. 5359-5367, 1998.
- [19] D. E. C. W. B. J. van der Gracht J., "Aspheric Optical Elements for Extended Depth of Field Imaging," in *SPIE Proceedings on Novel Optical Systems Design and Optimization*, San Diego, 1995.
- [20] D. E. T. M. D. D. van der Gracht J., "Broadband behavior of an optical-digital focus-invariant system," *Optics Letters*, vol. 21, no. 13, pp. 919-921, 1996.
- [21] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, New Delhi: Vinod Vasishtha, 2007.
- [22] E. Hecht, *Optics*, San Francisco: Addison Wesley, 2002.
- [23] B. O. Williams C.S., *Introduction to the Optical Transfer Function*, New Delhi: New Age International Publishers, 2010.
- [24] H. Hopkins, "The Aberration Permissible in Optical Systems," *Proceedings of The Physical Society B*, vol. 70, pp. 449-470, 1957.
- [25] H. Hopkins, "The Frequency Response of a Defocused Optical System," *Proceeding of the Royal Society of London A, Mathematical and Physical*, vol. 231, no. 1184, pp. 91-103, 1955.

- [26] H. Hopkins, "The Numerical Evaluation of The Frequency Response of Optical Systems," *Proceedings of The Physical Society B*, vol. 70, no. 449, pp. 1002-1005, 1957.
- [27] W. Welford, *Aberrations of Optical Systems*, New York: Adam Hilger, 1986.
- [28] M. J. Mouroulis P., *Geometrical Optics and Optical Design*, New York: Oxford University Press, 1997.
- [29] M. Abramowitz, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*, Washington: National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, 1972.
- [30] A. R. Levi L., "Tables of the Modulation Transfer Function of a Defocused Perfect Lens," *Applied Optics*, vol. 7, no. 5, pp. 967-968, 1968.
- [31] P. Woodward, *Probability and Information Theory With Applications to Radar*, New York: Pergamon, 1953.
- [32] A. Rihacek, *Principles of High Resolution Radar*, New York: McGraw-Hill, 1969.
- [33] B. M. Cook C.E., *Radar Signals*, New York: Academic Press, 1967.
- [34] B. Boashash, *Time Frequency Signal Analysis and Processing A Comprehensive Reference*, Hungary: Elsevier, 2003.
- [35] H. B. O.-C. J. Testorf M., *Phase-Space Optics Fundamentals and Applications*, New York: McGraw-Hill, 2010.
- [36] A. P. D. A. Ojeda-Castaneda J., "Strehl Ratio With Low Sensitivity to Spherical Aberration," *OSA A*, vol. 5, pp. 1233-1236, 1988.
- [37] B.-V. L. M. E. Ojeda-Castaneda J., "Ambiguity Function As a Design Tool for High Focal Depth," *Applied Optics*, vol. 27, no. 4, pp. 790-795, 1988.
- [38] J. S. (. Rayleigh), "On The Theory of Optical Images, With Special Reference to The Spectroscope," in *Scientific Papers of Lord Rayleigh, Vol.1*, London, Cambridge Univ. Press, 1899, pp. 432-435.
- [39] K. Strehl, *Die Beugungstheorie Des Femrohres*, 1900~.

- [40] A. Maréchal, "Study of The Combined Effect of Diffraction and Geometrical Aberrations on The Image of Luminous Point," *Rev. d'Optique*, vol. 26, p. 257, 1947.
- [41] O. Y. Mino M., "Improvement in the OTF of a Defocused Optical System Through the Use of Shaded Apertures," *Applied Optics*, vol. 10, pp. 2219-2225, 1971.
- [42] A. P. D. A. Ojeda-Castaneda J., "Annular Apodizers for Low Sensitivity to Defocus and to Spherical Aberration," *Optical Letters*, vol. 11, pp. 487-489, 1986.
- [43] B.-V. L. Ojeda-Castaneda J., "Zone Plate for Arbitrarily High Focal Depth," *Applied Optics*, vol. 29, pp. 994-997, 1990.
- [44] T. E. D. A. Ojeda-Castaneda J., "Arbitrary High Focal Depth with a Quasioptimum Real and Positive Transmittance Apodizer," *Applied Optics*, vol. 29, pp. 2666-2670, 1989.
- [45] R. R. N.-I. Ojeda-Castaneda J., "High Focal Depth by Apodization and Digital Restoration," *Applied Optics*, vol. 27, pp. 2583-2586, 1988.
- [46] R. Kingslake, *Optics in Photography*, Bellingham: SPIE Optical Engineering Press, 1992.
- [47] J. Murray, *Asymptotic Analysis*, New York: Springer, 1984.
- [48] JAI, "JAI," 2012. [Online]. Available:
http://www.jai.com/SiteCollectionDocuments/Camera_Solutions_Application_Tech_Note/TechNote-TH-1084-CCDPerformance.pdf. [Accessed 09 07 2012].
- [49] R. N. Wilson, *Reflecting Telescope Optics I*, Berlin: Springer, 2007.
- [50] G. & C. I. S. George, "sbir/sttr," United States Government, 2005. [Online]. Available:
<http://www.sbir.gov/sbirsearch/detail/101820>. [Accessed 2012].