



INAOE

Generación y síntesis de campos luminosos escalares y vectoriales empleando hologramas sintéticos de fase

por

María Guadalupe Méndez Vázquez

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el grado
de Doctor en Ciencias en la especialidad de Óptica en el
Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

Enero 18 de 2013
Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dr. Víctor Manuel Arrizón Peña

© INAOE, 2013

Todos los derechos reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias
impresas o electrónicas de esta tesis en su totalidad o en partes



**Generación y síntesis de campos
luminosos escalares y vectoriales
empleando hologramas sintéticos de fase**

María Guadalupe Méndez Vázquez

© INAOE

MMXIII

A mis amadas hijas: Frida y Nobali

Resumen

En esta tesis se presenta la generación y síntesis de campo ópticos escalares y vectoriales usando hologramas sintéticos de solo fase que ofrecen alta eficiencia de difracción y alta calidad de reconstrucción. Los hologramas sintéticos de fase son implementados experimentalmente usando un modulador espacial de luz pixelizado, basado en tecnología de cristal líquido. El modulador empleado provee modulación de solo fase en un intervalo de 0 a 2π .

En la generación y síntesis de campos ópticos escalares se presenta una de las contribuciones más importantes de este trabajo, la cual corresponde a un análisis matemático novedoso para demostrar analíticamente que el holograma sintético de fase que permite la codificación de un campo complejo escalar arbitrario con la eficiencia límite es el denominado *kinofom*. En este caso, la función de modulación de fase del holograma corresponde a la fase del campo escalar complejo a codificar. Dicho análisis permite establecer argumentos nuevos y concisos para probar las expresiones matemáticas del factor de ganancia en amplitud límite β_L (la cual es mayor a 1) y la eficiencia de difracción límite η_L . Estos argumentos son la correspondencia de la función de fase del holograma con la fase del campo escalar complejo a codificar y el cumplimiento de la condición de filtraje espacial, que permite la más alta razón señal a ruido en lo que respecta a hologramas de fase. Un inconveniente del *kinofom* es la imposibilidad de reconstruir campos escalares complejos que al ser codificados con su *kinofom* no cumplen con la condición de filtraje espacial. En esta tesis, como otra contribución relevante en la generación y síntesis de campos ópticos escalares, se presentan dos familias de campos escalares complejos que pueden ser reconstruidos

a partir de su *kinofom*. La primera de estas familias de campos corresponde a los haces Bessel adifraccionales de alto orden y la segunda familia corresponde a campos ópticos adifraccionales formados por la superposición de ondas planas distribuidas radialmente en el espectro de Fourier dentro de un círculo de radio constante. Se demuestra analítica, numérica y experimentalmente, la adecuada generación y síntesis de ambas familias de campos a partir de su *kinofom*. Una contribución extra en la generación y síntesis de campo ópticos escalares es la propuesta del uso del holograma sintético de fase tipo Kirk para la generación simultánea de múltiples haces. Aplicación para la cual este holograma resulta ser el más conveniente.

Finalmente, en esta tesis, se explora y se demuestra la generación y síntesis de campos ópticos vectoriales con estado de polarización arbitraria usando dos hologramas sintéticos de fase novedosos que ofrecen alta eficiencia de difracción y alta calidad de reconstrucción. Dichos hologramas son: el holograma sintético de fase tipo Arrizón y el holograma sintético de fase tipo Kirk. Se presenta el uso de estos dos hologramas en la generación numérica y experimental de campos ópticos vectoriales particulares, tales como: campos ópticos vectoriales con modulación de amplitud constante y haces Bessel de alto orden Transversal Eléctrico y Transversal Magnético que son solución a la ecuación de onda. La generación experimental de los campos ópticos vectoriales es llevada a cabo usando un interferómetro de camino común, un LC-SLM (Liquid Cristal-Spatial Light Modulator) pixelizado y un sistema $4-f$, lo que permite alta estabilidad en los campos generados.

Agradecimientos

La gratitud es la memoria del corazón.

Anónimo

Quiero dar un agradecimiento especial a mi asesor de tesis, Dr. Víctor Manuel Arrizón Peña, por su atención, paciencia ilimitada e invaluable asesoría para la realización de esta tesis. También, quiero agradecer a los revisores de tesis, Dr. Carlos Robledo Sánchez, Dr. Julián David Sánchez de la Llave, Dr. Rubén Ramos García, Dr. Gabriel Martínez Niconoff y Dr. Marcelo David Iturbe Castillo por sus valiosos comentarios para la mejora de esta tesis. Muchas gracias al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada con número 161272 y al proyecto CONACyT 153463 por el soporte económico.

Un merecido agradecimiento a mis tres grandes amores: a mis dos hermosas princesas Frida y Nobali y a mi adorado esposo Alfonso por todo su amor paciencia y apoyo incondicional que me dan día a día las fuerzas para seguir siempre adelante. A mi madre por ser un ejemplo de vida para mi y a mis hermanos por lo que representan en mi vida.

Finalmente, aprecio y agradezco a todas aquellas personas que me brindaron su apoyo y amistad e hicieron esta etapa de mi vida una inolvidable experiencia.

Índice general

Resumen	v
Agradecimientos	vii
Índice general	ix
Índice de figuras	xiii
Índice de tablas	xvii
CAPÍTULO 1 Introducción	1
1.1 Introducción.	1
1.2 Motivación del proyecto.	3
1.3 Objetivos y estructura de la tesis	3
CAPÍTULO 2 Teoría de campos ópticos escalares y vectoriales	7
2.1 Introducción.	7
2.2 Ecuaciones de Maxwell y la ecuación de onda	7
2.3 Campos ópticos vectoriales.	8
2.3.1 Polarización de la luz y la elipse de polarización	8
2.3.2 Vectores de Jones	10

2.3.3	Haces ópticos vectoriales y su descripción matemática	10
2.3.4	Generación de haces vectoriales mediante moduladores de cristal líquido	13
2.4	Campos ópticos escalares	16
2.4.1	El fenómeno de interferencia y el arreglo interferométrico de camino común	17
CAPÍTULO 3	Holografía sintética	21
3.1	Introducción.	21
3.2	Generación y síntesis de campos ópticos escalares usando SPHs que son función de la amplitud y la fase del campo a codificar	22
3.2.1	Holograma de fase tipo Kirk	26
3.2.2	Holograma de fase tipo Davis	29
3.2.3	Holograma de fase tipo Arrizón	31
3.3	Códigos holográficos propuestos	32
3.3.1	Holograma Kinoform	32
3.3.2	Eficiencia del holograma Kinoform	33
3.3.3	Codificación de haces Bessel mediante su kinoform	34
3.3.4	Codificación de campos ópticos adifraccionales periódicos y cuasiperiódicos con eficiencia límite	37
CAPÍTULO 4	Implementación experimental de los SPHs propuestos para la generación de campos ópticos escalares	43
4.1	Introducción.	43
4.2	Arreglo experimental	43
4.2.1	Caracterización del LC-SLM de fase	44
4.3	Generación de haces Bessel con máxima eficiencia	47
4.4	Generación de campos complejos periódicos y cuasiperiódicos con máxima eficiencia	51

CAPÍTULO 5	Generación e implementación de campos ópticos vectoriales con estado de polarización arbitrario empleando hologramas sintéticos de fase	57
5.1	Introducción.	57
5.2	Arreglo experimental	58
5.3	Generación de campos ópticos vectoriales usando modos escalares conjugados.	59
5.4	Generación de campos ópticos vectoriales con modos escalares arbitrarios	62
5.5	Análisis de Razón Señal a Ruido y Eficiencia en la generación de campos ópticos vectoriales	66
CAPÍTULO 6	Conclusiones	69
6.1	Trabajo futuro.	71
6.2	Publicaciones	71
Bibliografía		73

Índice de figuras

2.1	Componentes de campo eléctrico en intensidad (corte transversal). En (a) y (b) se grafican las componentes de un VB radialmente polarizado con $NA = 0.8$ y $NA = 1.5$, respectivamente. De forma similar, en (c) y (d) se grafican las componentes de un VB azimultalmente polarizado con $NA = 0.8$ y $NA = 1.5$, respectivamente.	13
2.2	Diagrama esquemático para la generación de VB mediante el uso de LC-SLM ferroeléctrico.	15
2.3	Diagrama esquemático para la generación de VB mediante el uso de LC-SLM de fase.	16
2.4	Esquema de CPI que emplea una rejilla cosenoidal como entrada a un sistema 4- f . Una onda plana ilumina la rejilla. El patrón de interferencia se encuentra justamente en la distancia focal posterior de L_2	19
3.1	Condición de filtraje espacial, esto es, los dominios Ω_s y Ω_e no se traslapan.	23
3.2	(a) Módulo y (b) fase de $s_1(x, y)$ y (c) módulo del su espectro de Fourier.	28
3.3	(a) SPH tipo Kirk que codifica a $s_1(x, y)$, (b) vista parcial del módulo del espectro de Fourier del SPH y (c) espectro del término señal. . .	28

3.4	Reconstrucción $s_1(x, y)$ a partir del SPH tipo Kirk con frecuencias espaciales $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, 3\Delta_u/16)$. (a) Módulo reconstruido numéricamente y (b) Módulo reconstruido experimentalmente ambos a partir del SPH.	29
3.5	Función $f(a)$ obtenida en los diferentes SPHs para valores de amplitud a en el intervalo $[0, 1]$	32
3.6	a) Eficiencia límite (η_L) y b) Razón Señal a Ruido (SNR) de los <i>kinoforms</i> que codifican haces Bessel $J_q(\lambda_m \xi) \exp(iq\theta)$ de ordenes $q = 1, 2, 3, 5, 7$ y 8	37
3.7	Vista parcial de (a) el modulo y (b) la fase del NDOF con parámetros $(Q = 4, p = 0)$. El módulo y la fase del NDOF con parámetros $(Q = 6, p = 3)$ son mostrados en (c) y (d).	39
3.8	a) Eficiencia límite (η_L) y b) Razón Señal a Ruido (SNR) de los <i>kinoforms</i> que codifican NDOFs con $Q = 4, 5, 6, 8, 9$ y 10	42
4.1	Esquema experimental empleado para la generación y síntesis de campos ópticos escalares mediante SPHs usando un LC-SLM de fase como sistema de despliegue.	44
4.2	Funcionamiento de la celda de cristal líquido nemático con alineación paralela.	45
4.3	Transmitancia de la rejilla binaria de fase usada para caracterizar el modulador.	46
4.4	Curva de modulación de fase del LC-SLM 1080 de reflexión.	47
4.5	<i>Kinoforms</i> que codifican a los BBs (a) $B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi)$ y (b) $B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi)$. Las dimensiones de cada holograma son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$	48
4.6	Comparación de resultados numéricos y resultados experimentales de los módulos normalizados de la transformada de Fourier de los <i>kinoforms</i> . En (a) y (b) se muestran, respectivamente, los espectros calculados numéricamente y experimentalmente del <i>kinoform</i> de $B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi)$. De forma similar en (c) y (d) los espectros de los <i>kinoform</i> que codifican a $B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi)$. El anillo correspondiente al término señal aparece a la distancia $r_0 = 2.5 \text{ mm}$	49

- 4.7 Generación de BBs de orden uno y dos con cargas topológicas $q = 1$ y 2 , respectivamente mediante su *kinofom* modulado por una portadora de fase lineal con frecuencias $u_0 = v_0 = \Delta_u/8$, (a) y (d) módulos de los BB ideales (b) y (e) módulos de los campos reconstruidos numéricamente a partir del *kinofom* y (c) y (f) módulos de los campos reconstruidos experimentalmente a partir de los SPH. Las dimensiones del campo reconstruido son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$ 50
- 4.8 Corte transversal de los campos reconstruidos experimentalmente (a) $B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi)$ y (b) $B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi)$. 51
- 4.9 *Kinofoms* que codifican a los NDOFs (a) $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y (b) $s_{6,1}(\xi, \theta)$. Las dimensiones de cada holograma son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$ 52
- 4.10 Comparación de resultados numéricos y resultados experimentales de los módulos de la transformada de Fourier. Los espectros numéricos de los campos complejos a codificar se muestran en (a) y (d), mientras que en (b) y (e) se ilustran los espectros numéricos de cada *kinofom*. En (c) y (f) se muestran los espectros experimentales de los SPHs que codifican a $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$, respectivamente. Los spots en el dominio de Fourier correspondientes a las ondas planas codificadas aparecen a la distancia $r_0 = 1.7 \text{ mm}$ del eje óptico. 53
- 4.11 Generación de NDOFs formados por la superposición de 5 y 6 ondas planas con carga topológica $p = 0$ y $p = 1$, respectivamente, usando su *kinofom* modulado por una portadora de fase lineal con frecuencias $u_0 = v_0 = \Delta_u/8$, (a) y (d) módulos ideales de $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$, (b) y (e) módulos de los campos reconstruidos numéricamente a partir del *kinofom* (c) y (f) módulos de los campos reconstruidos experimentalmente a partir del SPH. Las dimensiones del campo reconstruido son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$ 54
- 5.1 Arreglo experimental para la generación de VBs empleando SPHs, un interferómetro de camino común y un sistema 4- f . BE es un expansor de haz, HP es una placa de $\lambda/2$, y QP es una placa de $\lambda/4$ 59

5.2	Generación de VBs con modos escalares conjugados usando SPHs tipo Arrizón con frecuencias portadoras $(u_0, v_0) = (\Delta_u/6.25, 0)$, amplitud $a = 1$, $m = 1$ y $\theta_0 = 0$. La fila superior corresponde a los resultados numéricos, mientras que en la fila inferior presenta los resultados experimentales. (a) módulo de los VBs reconstruidos desde los SPHs, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z	61
5.3	Generación de VBs con modos escalares conjugados usando SPHs tipo Arrizón con frecuencias portadoras $(u_0, v_0) = (\Delta_u/6.25, 0)$, amplitud $a = 1$, $m = 2$ y $\theta_0 = 0$. La fila superior corresponde a los resultados numéricos, mientras que en la fila inferior presenta los resultados experimentales. (a) módulos de los VBs reconstruidos desde los SPHs, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z	62
5.4	Generación de BB TM de orden cero ($l = 0$) con modos escalares arbitrarios usando un SPH tipo Kirk con frecuencias portadoras $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$ y $\theta_0 = 0$. (a) módulos de los BB reconstruido desde el SPH, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z	64
5.5	Generación de BB TE de orden uno ($l = 1$) con modos escalares arbitrarios usando un SPH tipo Kirk con frecuencia portadora de $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$ y $\theta_0 = \pi/2$. (a) módulos de los BB reconstruido desde el SPH, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z	65
5.6	Razón Señal a Ruido (SNR) y de la eficiencia de difracción para campos ópticos vectoriales conjugados.	67
5.7	Razón Señal a Ruido (SNR) y de la eficiencia de difracción para campos ópticos vectoriales arbitrarios.	67

Índice de tablas

2.1	Vectores de Jones.	11
-----	----------------------------	----

Introducción

1.1. Introducción

Para describir completamente la propagación de la luz en el espacio es necesario utilizar su amplitud, su fase y su estado de polarización. La amplitud esta relacionada con la energía de la luz, mientras que la fase nos indica como se propaga la luz en un punto respecto a otro punto en el mismo frente de onda. Por otro lado, la polarización nos informa sobre la dirección y sentido del campo eléctrico punto a punto en un frente de onda de un campo óptico. Para campos ópticos donde se requiere de una descripción puramente escalar es suficiente conocer la amplitud y la fase, sin embargo cuando la luz requiere de tratamiento vectorial es necesario recurrir al concepto de polarización.

La amplitud, la fase y la polarización de un campo óptico son esenciales para determinar las consecuencias de que un haz de luz modifique su estructura a causa de su interacción con el medio. Si el medio no presentan anisotropía, el campo óptico se modifica en amplitud y fase. Por el contrario, si los objetos presentan anisotropía, no solo se ve afectada la amplitud y la fase del campo sino también su estado de polarización. La interacción de un haz de luz con los objetos puede no ser meramente accidental, sino provocada con el fin de obtener campos ópticos con características específicas. Tal es el caso de la holografía, introducida por Dennis Gabor en 1948 [1], donde un frente de onda incidente es modificado de manera intencional mediante un dispositivo que no presenta anisotropía llamado *holograma*, este frente de onda es modificado tanto en amplitud como en fase dando lugar a un *campo estructurado*

de luz tridimensional. Un holograma es un dispositivo de grabado que codifica la amplitud compleja de un campo en determinado plano. Los hologramas se dividen en dos grandes grupos, los hologramas convencionales y los hologramas sintéticos o generados por computadora CGH (por sus siglas en inglés Computer Generated Hologram). Los hologramas convencionales graban el patrón de interferencia generado por una onda objeto y una de referencia. Si un holograma convencional es iluminado con una onda idéntica a la de referencia, es posible recuperar la amplitud compleja de la onda objeto que ha sido almacenada. Por otra parte, se encuentran los hologramas sintéticos, inventados por Adolf Lohmann [2], los cuales son el resultado de describir matemáticamente un campo óptico tanto en amplitud como en fase. La descripción matemática produce una función de transmitancia que puede ser real positiva o de fase que es capaz de reconstruir al campo una vez que esta ha sido desplegada en algún dispositivo que proporcione la modulación espacial adecuada. Actualmente los sistemas de despliegue más empleados en holografía sintética son los moduladores espaciales de luz pixelizados basados en tecnología de cristal líquido LC-SLMs, (por sus siglas en inglés Liquid Crystal- Spatial Light Modulators). Los LC-SLM ofrecen innumerables ventajas. Dos ejemplos de estas ventajas son la reconstrucción exacta del campo complejo codificado en tiempo real y la generación de campos ópticos definidos como una entidad matemática (tales como los haces Bessel y haces Laguerre-Gauss). Los LC-SLMs producen una modulación limitada en amplitud y fase o modulaciones de amplitud y fase acoplada. No existen LC-SLMs que puedan controlar la amplitud y la fase de manera independiente. Por tanto no es posible desplegar una modulación compleja arbitraria de modo directo empleando un LC-SLM.

La versatilidad que ofrece la combinación de la holografía sintética con los LC-SLMs, ha hecho relevante su aplicación en varios campos de la óptica tales como: el reconocimiento de patrones, metrología óptica, y recientemente la manipulación microscópica de partículas mediante gradientes de intensidad o gradientes de polarización. Este último campo abre una gran posibilidad a la holografía sintética ya que no solo enfoca su aplicación a la generación y síntesis de campos escalares sino que se extiende a la generación y síntesis de campos vectoriales.

1.2. Motivación del proyecto

La generación y síntesis de campos ópticos escalares complejos arbitrarios es importante debido a sus múltiples aplicaciones en la Óptica contemporánea. Si además estas aplicaciones requieren campos con alta energía, entonces se recurre a técnicas holográficas que mantienen la calidad del campo óptico sintetizado. En este caso, una técnica de codificación holográfica que resulta conveniente es la codificación de campos ópticos complejos arbitrarios mediante una función de fase. Dicha función de fase resulta en un holograma sintético de fase SPH (por sus siglas en inglés Synthetic Phase Hologram). Cuando el SPH es implementado usando un LC-SLM de fase pixelizado, la calidad del campo óptico sintetizado puede ser seriamente afectado por el ruido debido a la contribución de la energía de los órdenes altos. Una adecuada selección de la función de fase del SPH permite no solo precisión en la codificación del campo complejo arbitrario si no también alta eficiencia de difracción. Por otra parte, recientemente los campos ópticos vectoriales, o mejor conocidos como haces vectoriales VB (por sus siglas en inglés Vector Beams), han atraído gran interés en el campo de la Óptica. En especial aquellos que presentan simetría axial, tanto en amplitud como en estado de polarización, porque poseen propiedades únicas tales como la presencia de una componente axial de campo eléctrico cuando el haz es focalizado por una lente de alta apertura numérica ($NA > 1$) que resulta en una PSF (por sus siglas en inglés Point Spread Function) reducida en comparación con haces homogéneamente polarizados [3]. Estas propiedades son ampliamente usadas en diversas aplicaciones tales como la manipulación de nanopartículas [4], óptica no lineal [5], alta eficiencia de grabado holográfico en cristales líquidos [6], entre otras. La construcción de un campo óptico vectorial es posible a partir de la superposición de dos campos ópticos escalares complejos arbitrarios con estados de polarización homogénea mutuamente ortogonal. Varios métodos de generación han sido propuestos entre ellos están los que emplean LC-SLMs. Sin embargo, la inestabilidad, la complejidad, la baja eficiencia, la baja SNR y/o alto costo resultan ser las principales desventajas de tales métodos.

1.3. Objetivos y estructura de la tesis

Este trabajo pretende alcanzar dos objetivos principales. Por una parte, la generación de campos ópticos escalares mediante nuevos códigos holográficos de fase que

proporcionen una apropiada y eficiente reconstrucción de campos ópticos complejos escalares cuando un LC-SLM pixelizado es usado para implementar el SPH. Por otra parte, la generación de campos ópticos vectoriales usando algunos códigos holográficos de fase propuestos en el campo escalar que permitan generar haces vectoriales altamente estables, con alta energía, alta SNR y bajo costo.

Esta tesis se organiza de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se proporciona una descripción general de los conceptos básicos empleados a lo largo de esta tesis. El capítulo inicia con las ecuaciones de Maxwell y la ecuación de onda dando paso a la definición de campos ópticos vectoriales y escalares. Además, se presenta la teoría de campos ópticos vectoriales donde se describe su construcción y algunos métodos existentes para su generación. Finalizando con una descripción matemática breve de los campos ópticos escalares y su relación con la ecuación de Helmholtz. Se presenta la descripción del fenómeno de interferencia y se hace mención especial al arreglo interferométrico de camino común el cual es empleado en la generación experimental de haces vectoriales en el presente trabajo.

En el capítulo 3 se mencionan los diferentes códigos holográficos de fase existentes para la generación y síntesis de campos ópticos escalares. También se presentan los códigos holográficos propuestos en este trabajo, los cuales se publicaron en [7–9]. En este capítulo se describen los SPHs denominados *kinofoms*, donde se presenta el análisis matemático que demuestra el que el *kinofom* alcanza el factor de ganancia de amplitud límite y por tanto cumple con la eficiencia límite. Dicho análisis permite establecer las condiciones necesarias que debe cumplir un campo complejo arbitrario para que este pueda ser codificado mediante su *kinofom*. En este contexto se presentan dos familias de funciones que cumplen con tales condiciones: los haces Bessel y los campos complejos periódicos y cuasi-periódicos.

En el capítulo 4, se presenta la implementación de los SPHs propuestos. Se describe de manera breve el montaje experimental usado para la implementación de los SPHs y se muestra el método de caracterización del LC-SLM de fase para obtener la modulación de fase que provee dicho dispositivo. En este mismo capítulo es presentada una comparación numérica-experimental de algunos de los campos ópticos generados mediante los diferentes códigos holográficos propuestos para mostrar la calidad de reconstrucción y eficiencia. Adicionalmente se demuestra la aplicación del SPH tipo Kirk en la generación simultánea de múltiples haces en el orden cero de la rejilla sinusoidal del SPH.

En el capítulo 5 se explora y demuestra la generación y síntesis de campos ópticos vectoriales usando SPHs, particularmente los SPHs tipo Arrizón y tipo Kirk descritos en el capítulo 4. Este capítulo inicia con la descripción del montaje experimental usado en la generación y síntesis de campos ópticos vectoriales, seguido de la descripción del método propuesto para la construcción de haces vectoriales usando SPHs, donde la construcción es dividida en dos grupos: i) superposición de modos conjugados y ii) superposición de modos arbitrarios. Adicionalmente se presenta la construcción numérica-experimental de campos ópticos vectoriales con modulación de amplitud constante y estado de polarización arbitrario (radial, azimutal, o cualquier otra combinación de ambos), así como también se generan los modos Bessel de alto orden Transversal Eléctrico (TE) y Transversal Magnético (TM) solución a la ecuación de onda.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo y se comentan las posibles líneas de investigación a desarrollar en el futuro.

Teoría de campos ópticos escalares y vectoriales

2.1. Introducción

En este capítulo se presentan una breve revisión de los fundamentos teóricos usados en este trabajo. El capítulo inicia con la presentación de las ecuaciones de Maxwell y la ecuación de onda, para poner en contexto el tipo de campos ópticos generados.

2.2. Ecuaciones de Maxwell y la ecuación de onda

La naturaleza electromagnética de la luz fue puesta en evidencia por estudios realizados desde finales del siglo XIX. Dichos estudios fueron unificados por el trabajo de J. Clerk Maxwell en una serie de artículos publicados en la década de 1860, donde, analizó matemáticamente la teoría de campos electromagnéticos y afirmó que la luz era una onda electromagnética. Además de que mostro que la radiación electromagnética se propaga en el espacio en forma de dos ondas mutuamente ortogonales acopladas entre sí; una onda de campo eléctrico y una onda de campo magnético, descritas por dos vectores de campo: el campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y el campo magnético $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ que además son ortogonales a la dirección de propagación de la luz. Ambos vectores dependen de la posición y del tiempo. En el espacio libre, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ satisfacen las siguientes ecuaciones conocidas como *ecuaciones de Maxwell*

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (2.4)$$

donde las constantes $\epsilon_0 = (1/36\pi) \times 10^{-9}$ [F/m] y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m], son la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética en el espacio libre, respectivamente, y $\nabla \cdot$ y $\nabla \times$ son los operadores divergencia y rotacional, respectivamente. La condición necesaria que debe cumplir los vectores de campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y magnético $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$, para satisfacer las ecuaciones de Maxwell, es que cada una de sus componentes satisfagan la ecuación de onda

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.5)$$

donde ∇^2 es el operador Laplaciano, $c_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ corresponde a la velocidad de la luz en el espacio libre, y la función de onda $u(\mathbf{r}, t)$ representa cualquiera de las tres componentes (E_x, E_y, E_z) de \mathbf{E} , o de las tres componentes (H_x, H_y, H_z) de \mathbf{H} . En el caso del campo eléctrico, si se aplica el rotacional a la ecuación (2.2), usando la identidad $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ y usando las ecuaciones (2.1) y (2.3), entonces es posible mostrar que cada componente de \mathbf{E} satisface la ecuación de onda. Tal procedimiento también es análogo para mostrar que cada componente de \mathbf{H} satisface la ecuación de onda. Cuando la luz es tratada desde el punto de vista vectorial, es necesario utilizar las tres componentes escalares de campo eléctrico que describe su propagación. En cambio, si sólo una componente de campo eléctrico es usada, entonces un tratamiento puramente escalar es posible.

2.3. Campos ópticos vectoriales

2.3.1. Polarización de la luz y la elipse de polarización

Como se mencionó antes, la luz es un fenómeno ondulatorio electromagnético. Los fenómenos ondulatorios se dividen por su forma de propagación en longitudinales y transversales. La luz es una onda meramente transversal. En este caso la vibración de los campos u oscilaciones son perpendiculares a la dirección de propagación, además de que esta formada por un campo eléctrico (\mathbf{E}) y uno magnético (\mathbf{H}) perpendiculares a la dirección de propagación y a su vez son ortogonales entre sí. Hablamos de

polarización cuando la amplitud del campo eléctrico o magnético es tratada como una cantidad vectorial. La dirección vibracional del campo eléctrico de una onda electromagnética determinará la dirección de la polarización de esta.

Consideremos una onda electromagnética plana con frecuencia ν viajando en la dirección z con velocidad c . El campo eléctrico en el plano x - y esta descrito por

$$\mathbf{E}(z, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{E} \exp \left[i 2\pi\nu \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\}, \quad (2.6)$$

donde la envolvente compleja $\mathbf{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$ es un vector con componentes complejas. Para describir la polarización de esta onda, se traza el punto final del vector $\mathbf{E}(z, t)$ para cada posición z como una función del tiempo.

Definiendo a E_x y E_y como $E_x = E_{0x} \exp(i\varphi_x)$ y $E_y = E_{0y} \exp(i\varphi_y)$, y sustituyendo en la ecuación (2.6), obtenemos

$$\mathbf{E}(z, t) = E'_x \hat{x} + E'_y \hat{y}, \quad (2.7)$$

donde

$$E'_x = E_{0x} \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_x \right], \quad (2.8a)$$

$$E'_y = E_{0y} \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_y \right]. \quad (2.8b)$$

A partir de las ecuaciones (2.8a) y (2.8b) se puede obtener [10] la siguiente relación

$$\left(\frac{E'_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{E'_y}{E_{0y}} \right)^2 - 2 \cos \varphi \frac{E'_x}{E_{0x}} \frac{E'_y}{E_{0y}} = \sin \varphi, \quad (2.9)$$

que describe a una elipse y donde $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ es la diferencia de fases entre las componentes del campo eléctrico. A un valor fijo de z la punta del vector de campo eléctrico rota periódicamente en el plano x - y , trazando una elipse conocida como elipse de polarización. La forma de la elipse depende de dos parámetros los cuales son: E_{0x}/E_{0y} y de la diferencia de fase φ . El estado de polarización de la onda esta determinado por la forma de la elipse. Por ejemplo, si $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y $\varphi = \pm\pi/2$, entonces se tiene luz polarizada circularmente ya que la ecuación (2.9) se reduce a

$$(E'_x)^2 + (E'_y)^2 = E_0^2. \quad (2.10)$$

Si una de las componentes desaparece (por ejemplo la componente en x) la luz esta linealmente polarizada en la dirección de la otra componente (la dirección y). También se tiene luz linealmente polarizada si la diferencia de fase en la ecuación (2.9) φ es 0 o múltiplo de π .

2.3.2. Vectores de Jones

Una onda plana monocromática de frecuencia ν que viaja en la dirección z esta completamente caracterizada por sus envolventes complejas $E_x = E_{0x} \exp(i\varphi_x)$ y $E_y = E_{0y} \exp(i\varphi_y)$ que corresponden a las componentes x y y del campo eléctrico. Estas cantidades complejas pueden escribirse a través del vector

$$J = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

conocido como el vector de Jones. El vector de Jones para algunos estados de polarización [11] se muestran en la tabla 2.1. La intensidad en cada caso ha sido normalizada tal que $|J_x|^2 + |J_y|^2 = 1$ y la fase de la componente $\varphi_x = 0$. Dado el vector de Jones, es posible determinar la intensidad total de la onda, $I = (|J_x|^2 + |J_y|^2) / 2\eta$ donde η es la impedancia del medio y la diferencia de fase $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \arg \{J_x\} - \arg \{J_y\}$.

2.3.3. Haces ópticos vectoriales y su descripción matemática

La polarización es una de las propiedades más importantes de la luz. Esta naturaleza vectorial de la luz y su interacción con la materia hacen que tenga gran relevancia en la ciencia actual debido a sus múltiples aplicaciones en campos como metrología, tecnología de despliegue, almacenamiento de datos, comunicaciones ópticas, ciencias de los materiales, entre otras. La óptica moderna es uno de los campos donde esta importante propiedad juega un papel muy relevante. Cuando el estado de polarización es controlado en la construcción de campos ópticos, se dice que se están generando campos ópticos vectoriales.

Un campo óptico vectorial es referido en este trabajo como haz vectorial (VB, Vector Beam) y su distribución de polarización puede ser *homogénea* o *inhomogénea*. En la distribución *homogénea* el estado de polarización no depende de la localización espacial en la sección transversal del haz y esta distribución corresponde a estados de polarización lineal, circular y elíptica (descritas en las secciones 2.3.1 y 2.3.2). La distribución *inhomogénea* contraria a la distribución *homogénea*, si depende de la localización espacial en la sección transversal del haz haciendo que la polarización sea espacialmente variable.

Generalmente un VB es construido mediante la combinación lineal de dos campos escalares arbitrarios complejos o haces modo escalares $E_1(x, y, z)$ y $E_2(x, y, z)$ con estados de polarización mutuamente ortogonal. Considerando campos vectoriales

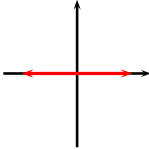
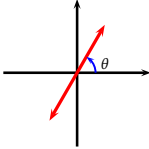
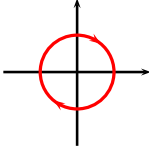
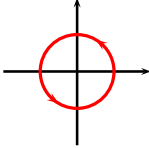
Polarización	Vector J	Gráfica
Onda polarizada linealmente en la dirección x	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Onda polarizada linealmente, haciendo un ángulo θ con el eje x	$\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$	
Polarización circular derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	
Polarización circular izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	

Tabla 2.1 Vectores de Jones.

que varían transversalmente, es decir, en el plano x - y ($z = 0$), un VB es expresado matemáticamente empleando el formalismo matricial de Jones como

$$\mathbf{E}(x, y) = E_1(x, y) \begin{bmatrix} e^{i\delta_{1x}} \\ e^{i\delta_{1y}} \end{bmatrix} + E_2(x, y) \begin{bmatrix} e^{i\delta_{2x}} \\ e^{i\delta_{2y}} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

donde δ_{1x} , δ_{1y} , δ_{2x} , δ_{2y} son constantes de fase de las componentes de polarización x y y . Estas constantes de fase definen la base de polarización usada. De manera particular, en la base de polarización circular el VB es expresado mediante

$$\mathbf{E}(x, y) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = E_1(x, y) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + E_2(x, y) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

En la ecuación (2.13) el estado de polarización del VB depende punto a punto de la diferencia de fase entre los haces modo escalares $E_1(x, y)$ and $E_2(x, y)$, lo que

indica la manera de construir VB arbitrarios con estado de polarización arbitraria. Sin embargo en el presente trabajo se tiene gran interés en la generación de VBs con distribución de polarización inhomogénea, en especial si esta distribución guarda simetría axial. Los VBs con simetría axial en polarización presentan propiedades únicas [3]. Dos casos extremos de este tipo de haces son los radial y azimutalmente polarizados. En la figura 2.1 se muestran las componentes axial y transversal de campo eléctrico de una onda plana radial y azimutalmente polarizada. El haz radialmente polarizado presenta una componente axial de campo eléctrico cuando es focalizado por una lente de alta apertura numérica $NA > 1$, (por sus siglas en inglés numerical aperture), resultando en una PSF mas reducida ($< k\lambda/NA$) comparado con la PSF producida por la focalización de haces homogéneamente polarizados (ver figuras 2.1(a) y 2.1(b)). Por otra parte los haces azimutalmente polarizados presentan solamente componente transversal, cuya distribución tiene un cero en el centro y al igual que los haces radialmente polarizados presentan una PSF reducida cuando $NA > 1$ (ver figuras 2.1(c) y 2.1(d)).

Un caso particular de VB con simetría axial es la construcción vectorial de los modos de alto orden TE (Transversal Eléctrico) y TM (Transversal Magnético) Bessel (BB, Bessel Beams) reportados en [12]. Estos campos resultan de resolver la ecuación de onda vectorial en coordenadas cilíndricas. El campo eléctrico asociado a un BB vectorial de orden l es escrito en término vectorial en la base de polarización $\mathbf{u}_{\pm} = (\hat{x} \pm i\hat{y})$ como [12]

$$E_l = \left[\left(i\varepsilon^{\text{TM}} + \frac{k}{k_z} \varepsilon^{\text{TE}} \right) J_{l-1} \exp[i(l-1)\theta] \mathbf{u}_+ + \left(-i\varepsilon^{\text{TM}} + \frac{k}{k_z} \varepsilon^{\text{TE}} \right) J_{l+1} \exp[i(l+1)\theta] \mathbf{u}_- + 2 \frac{k_t}{k_z} \varepsilon^{\text{TM}} J_l \exp(il\theta) \hat{z} \right] \exp(ik_z z - i\omega t), \quad (2.14)$$

donde la dependencia radial de los haces Bessel esta dada por $J_{l\pm 1}(2\pi\rho_0 r)$ con frecuencia radial del haz ρ_0 , además ε^{TE} y ε^{TM} son las amplitudes de los modos vectoriales TE y TM respectivamente; k_z y k_t son las componentes axial y transversal del vector de onda k y la razón k_t/k_z nos indica cuanto se abre el haz a lo largo de su propagación. En la ecuación (2.14) la generación vectorial de los modos de alto orden TE y TM Bessel ocurre mediante la superposición lineal de dos haces Bessel cuyos índices azimutales difieren por dos unidades. Además cada haz Bessel tiene estado de polarización circular ortogonal tal como ocurre en la ecuación general de un haz vectorial [Ec. (2.13)].

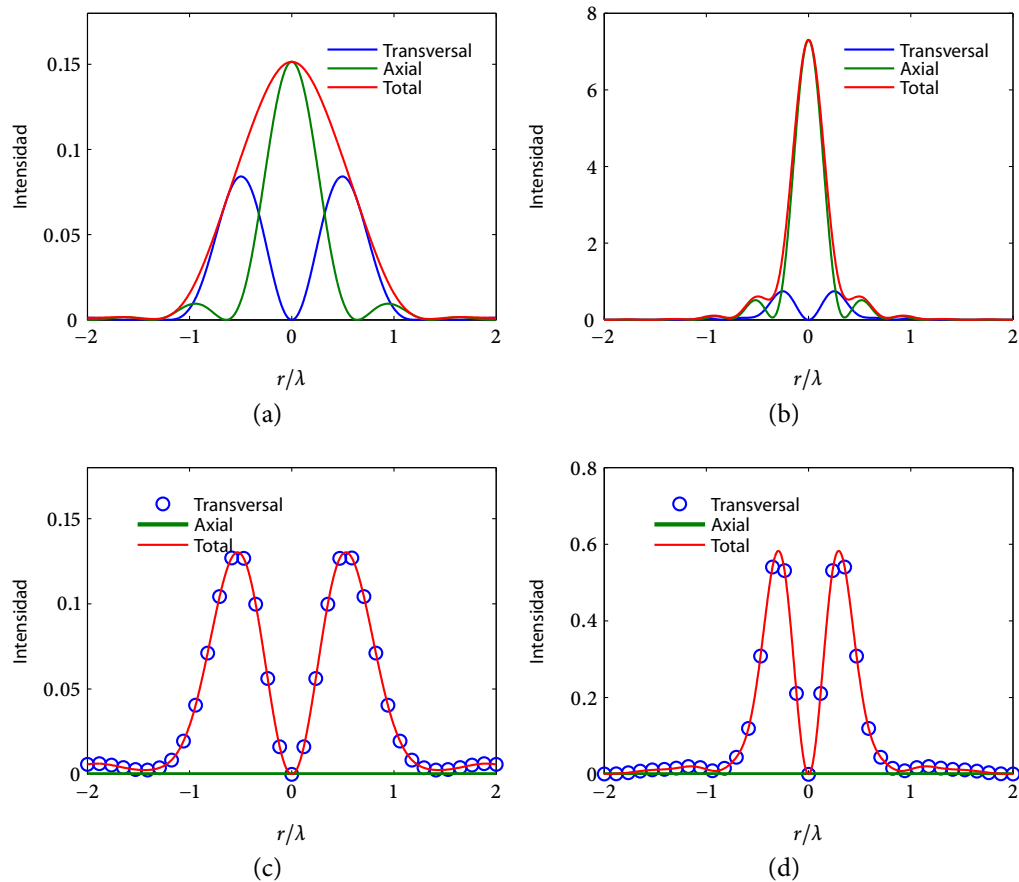


Figura 2.1 Componentes de campo eléctrico en intensidad (corte transversal). En (a) y (b) se grafican las componentes de un VB radialmente polarizado con $NA = 0.8$ y $NA = 1.5$, respectivamente. De forma similar, en (c) y (d) se grafican las componentes de un VB azimutalmente polarizado con $NA = 0.8$ y $NA = 1.5$, respectivamente.

2.3.4. Generación de haces vectoriales mediante moduladores de cristal líquido

Desde 1972, diversos métodos de generación de haces vectoriales con estado de polarización inhomogénea han sido propuestos los cuales pueden ser clasificados de manera general en dos categorías: *métodos activos* y *métodos pasivos*. En los métodos activos la cavidad láser es manipulada tal que la salida sea un haz vectorial inhomogéneo [13–15]. En los métodos pasivos un haz laser gaussiano convencional (con distribución de polarización homogénea) es transformado en un VB con distribución inhomogénea usando interferometría, elementos difractivos ópticos o técnicas

de litografía [16–18]. Sin embargo la inestabilidad, la complejidad, la baja eficiencia, la baja SNR y/o el alto costo de esos métodos son grandes desventajas. Con el fin de evitar tales desventajas surgen los *moduladores de cristal líquido* (LC-SLMs) como una opción interesante y atractiva.

Un modulador de cristal líquido es un dispositivo electro-óptico que provee modulación de fase o amplitud gracias a la disposición de las moléculas del cristal líquido que varía en su interior en función del voltaje aplicado. La luz al atravesar las moléculas del cristal cambia ya sea su estado de polarización o su velocidad de propagación para producir modulación de amplitud o de fase. Estos dispositivos proveen modulación en tiempo real haciéndolos versátiles y útiles para su aplicación en la generación de VB.

Los pioneros en emplear moduladores de cristal líquido para la construcción de VB fueron Neil *et. al.* [19], ellos demostraron una forma elegante de generar una variedad de VB inhomogéneos con alta calidad usando un LC-SLM ferroeléctrico el cual es mostrado en la figura 2.2. Aquí el haz laser de entrada es dividido en dos haces ortogonalmente polarizados y se propagan en direcciones ligeramente diferentes. Los haces inciden sobre el CGH desplegado en el LC-SLM, transformando a los haces de entrada en los haces modo escalares deseados. Para generar VBs de alta calidad, el LC-SLM debe difractar a los dos haces de entrada ortogonalmente polarizados con igual eficiencia, lo cual es posible al usar el LC-SLM ferroeléctrico. Un inconveniente de este sistema es que el LC-SLM ferroeléctrico despliega únicamente estructuras difractivas binarias, lo cual resulta en eficiencia de difracción muy baja. Además de que el alto costo de este tipo de moduladores hace su aplicación poco practica.

En 2007, Wang *et. al.* [20], propusieron un interesante método para generar VB arbitrarios usando un LC-SLM de amplitud. El LC-SLM de amplitud consiste en una estructura pixelizada de cristal líquido tipo nemático colocada entre dos polarizadores con ejes de transmisión ortogonales entre si y que permanecen constantes. El polarizador a la salida se le denomina analizador. La disposición de las moléculas del cristal líquido rota el estado de polarización de la luz incidente. Esta disposición cambia al aplicar un voltaje por lo que la rotación de la polarización también se modifica. Por tanto, la luz transmitida por el analizador depende del voltaje aplicado produciendo modulación en amplitud. El método de generación de VBs de Wang *et. al.* consiste en un LC-SLM de amplitud en combinación con un arreglo interferométrico de camino común (descrito en la sección 2.4.1). La alta estabilidad del método y

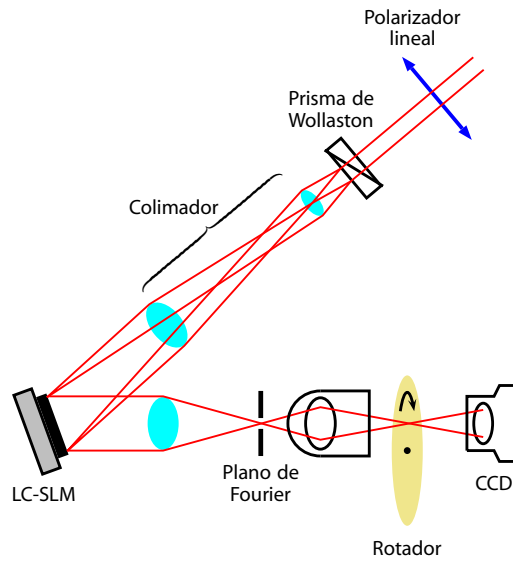


Figura 2.2 Diagrama esquemático para la generación de VB mediante el uso de LC-SLM ferroeléctrico.

su fácil implementación hacen que este método sea conveniente en la generación de VB arbitrarios, sin embargo el uso de LC-SLM de amplitud hace que el VB generado tenga eficiencia de aproximadamente 25 % [20].

Una alternativa en cuanto a eficiencia es el uso de LC-SLM de fase. Estos moduladores son estructuras pixelizadas que permiten el despliegue de CGHs de fase, los cuales ofrecen relativamente alta eficiencia (mayor del 70%). Maurer *et. al.* [21], demostraron que un LC-SLM de fase permite la superposición controlada de haces modo escalares de diferentes órdenes con alta estabilidad. El arreglo experimental es mostrado en la figura 2.3, donde un haz láser de entrada es dividido mediante un prisma Wollaston en dos haces con estados de polarización ortogonales. Los haces son de igual intensidad y son expandidos para luego incidir en hologramas sintéticos de fase (rejillas blaze con $\eta = 30\%$ en el primer orden) adyacentes. El estado de polarización es el mismo al incidir en el modulador debido a la presencia de la placa de $\lambda/2$ colocada en uno de los dos haces y es esta misma placa la que hace que el estado de polarización de los haces ya modulados sean nuevamente ortogonales entre sí. Los haces ortogonales modulados son superpuestos nuevamente en el Wollaston generando el estado de polarización deseado. A pesar de que los VBs generados mediante este método poseen alta SNR su eficiencia es baja debido a la manera en que

los VBs son construidos e implementados. Lo cual hace que este método sea poco práctico para ciertas aplicaciones.

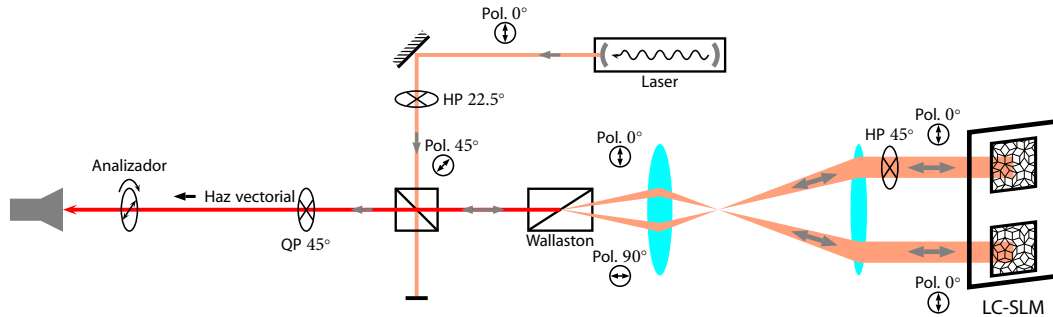


Figura 2.3 Diagrama esquemático para la generación de VB mediante el uso de LC-SLM de fase.

La calidad y alta eficiencia en la construcción de los VBs mediante el uso de LC-SLM de fase pixelizados depende en gran medida de los métodos de codificación usados. Estos métodos deben además de ofrecer calidad en la reconstrucción y eficiencia, su implementación debe ser estable y sencilla con el mínimo de elementos que eviten la pérdida de energía. En el capítulo 5, se explora y demuestra la construcción de VBs reconfigurables con estado de polarización arbitrario usando dos nuevos códigos holográficos. Los hologramas sintéticos de fase (SPHs, Synthetic Phase Holograms) producidos por estos códigos son diseñados de tal manera que transforman un haz incidente en haces modo escalares deseados. Los hologramas diseñados permiten alta calidad en la reconstrucción y alta eficiencia además de que son fácilmente implementados con un LC-SLM pixelizado.

2.4. Campos ópticos escalares

De acuerdo a la teoría ondulatoria de la luz, la radiación electromagnética se propaga en forma de ondas. La radiación electromagnética se propaga en forma de dos ondas vectoriales acopladas, las cuales corresponden a los campos eléctrico y magnético. Sin embargo a pesar de la naturaleza vectorial de la radiación electromagnética, un tratamiento escalar de los fenómenos de propagación e interacción con los objetos, da como resultado una excelente aproximación de teoría electromagnética que los fundamenta. Desde el punto de vista escalar, un campo óptico monocromático

se encuentra descrito como una función escalar compleja que depende únicamente de la posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$ y del tiempo t , denotada por $u(\mathbf{r}, t)$ y conocida como función de onda la cual satisface a la ecuación escalar de onda. La función de onda puede ser representada por $u(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \{U(\mathbf{r}) \exp(i2\pi\nu t)\}$, donde ν la frecuencia de la onda [Hz] y $U(\mathbf{r})$ satisface ecuación de Helmholtz [11] dada por

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.15)$$

donde $k = 2\pi/\lambda$, y es referida como número de onda y esta relacionada con la longitud de onda del campo óptico λ . La función escalar compleja $U(\mathbf{r})$ se describe por

$$U(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) \exp[i\phi(\mathbf{r})]. \quad (2.16)$$

De la ecuación (2.16), la amplitud del campo óptico corresponde a la magnitud $|U(\mathbf{r})| = a(\mathbf{r})$ y la fase del campo óptico esta dado por el argumento $\arg\{U(\mathbf{r})\} = \phi(\mathbf{r})$. También es posible definir la intensidad óptica del campo monocromático como

$$I(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2. \quad (2.17)$$

2.4.1. El fenómeno de interferencia y el arreglo interferométrico de camino común

Cuando dos o más ondas se propagan simultáneamente en la misma región del espacio, la función de onda total corresponde a la suma de las funciones de onda individuales. Este principio básico de superposición es consistente con la linealidad de la ecuación de Helmholtz [Ec. (2.15)].

Cuando dos ondas monocromáticas provenientes de la misma fuente con amplitudes complejas $U_1(\mathbf{r})$ y $U_2(\mathbf{r})$ se superponen, el resultado es una onda monocromática de la misma frecuencia y de amplitud

$$U_T(\mathbf{r}) = U_1(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r}). \quad (2.18)$$

De acuerdo a la ecuación (2.17), la intensidad de la onda resultante corresponde a

$$I(\mathbf{r}) = |U_T(\mathbf{r})|^2 = |U_1(\mathbf{r})|^2 + |U_2(\mathbf{r})|^2 + U_1(\mathbf{r})U_2^*(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r})U_1^*(\mathbf{r}). \quad (2.19)$$

Omitiendo la dependencia en \mathbf{r} y considerando $U_1 = (I_1)^{1/2} \exp(i\phi_1)$ y $U_2 = (I_2)^{1/2} \exp(i\phi_2)$, se tiene

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos(\phi_2 - \phi_1). \quad (2.20)$$

La relación (2.20) es llamada ecuación de interferencia y muestra que la intensidad de la suma de dos ondas no únicamente es la suma de sus intensidades, sino que presenta un término adicional que corresponde a la interferencia. La diferencia de fase de este término adicional es determinante en la interferencia. Este hecho permite medir la diferencia de fase mediante la detección de intensidad, la cual es empleada en numerosos sistemas ópticos.

El fenómeno de interferencia es ampliamente utilizado en el campo de la óptica, donde se han desarrollado diversos arreglos ópticos que permiten observarla. Estos arreglos ópticos son los interferómetros. Un interferómetro divide una onda en dos ondas para luego hacerlas interferir. Existen dos grandes grupos de interferómetros: a) interferómetros por división de frente de onda y b) interferómetros por división de amplitud. Dentro de esta división se encuentran una gran variedad de arreglos interferométricos tal como el *interferómetro de Young* y el *interferómetro de Michelson*. Cada arreglo presenta sus ventajas y es seleccionado dependiendo de la aplicación en la que se requiera. Un arreglo interferométrico que resulta ser insensible a vibraciones mecánicas y de fácil implementación corresponde al interferómetro de camino común CPI (por sus siglas en inglés Common Path Interferometer). El nombre de camino común corresponde a la trayectoria que siguen las dos ondas a interferir. En la figura 2.4 se ilustra un ejemplo de un CPI, el cual es usado en la generación de VBs, donde el objetivo es hacer interferir dos haces correspondientes a los órdenes ± 1 de una rejilla holográfica cosenoidal \mathbf{G}_C colocada a la entrada de un sistema $4-f$. La rejilla es iluminada por una onda plana y es colocada en la distancia focal anterior de la primera lente \mathbf{L}_1 . En el plano de Fourier de \mathbf{L}_1 un filtro espacial \mathbf{F} es colocado para permitir únicamente el paso de los órdenes ± 1 que son reconstruidos por la lente \mathbf{L}_2 justo a su distancia focal posterior donde también interfieren y donde una rejilla Ronchi \mathbf{G}_R es colocada para lograr la propagación colineal de los dos ordenes reconstruidos. La trayectoria de los dos haces es mostrada mediante trazo de rayos.

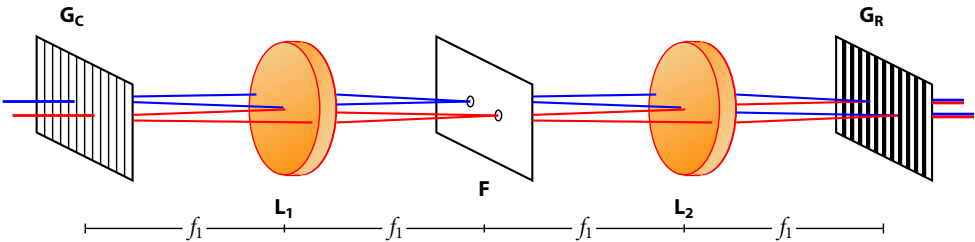


Figura 2.4 Esquema de CPI que emplea una rejilla cosenoidal como entrada a un sistema $4-f$. Una onda plana ilumina la rejilla. El patrón de interferencia se encuentra justamente en la distancia focal posterior de L_2 .

Holografía sintética

3.1. Introducción

La holografía sintética es un área muy distinta a la holografía óptica convencional, aunque en cierta manera conservan ciertos aspectos comunes. Uno de estos aspectos es que ambas consisten en un proceso de formación de imágenes a partir de los procesos de codificación y reconstrucción de campos ópticos arbitrarios complejos [22].

Mientras que la holografía óptica emplea el fenómeno de interferencia entre una onda de referencia y una onda objeto (información del campo complejo a codificar), la holografía sintética recurre a la descripción matemática del campo complejo a codificar. Entonces, la diferencia fundamental entre la holografía sintética y la holografía óptica radica principalmente en la generación de la función de transmitancia. En un holograma sintético, la transmitancia se genera mediante procesos numéricos, mientras que en la holografía óptica, este se genera con el registro de intensidad de un patrón de interferencia.

Existen múltiples ventajas de emplear hologramas sintéticos en lugar de los convencionales. La ventaja principal es que permiten la codificación de campos ópticos descritos por una entidad matemática.

Los hologramas sintéticos de acuerdo a la forma de codificación se clasifican en: *hologramas orientados a celdas* y *hologramas orientados a puntos*. Los primeros son hologramas en el que un sólo valor complejo de la transmitancia es codificado mediante una celda subdividida en elementos adicionales individualmente direccionables

(píxeles), cada uno de los cuales es manipulado para obtener la modulación deseada. Cuando estas celdas son restringidas a un solo píxel; es decir, no hay subestructuras, se dice que el holograma resultante es un holograma orientado a puntos. Una comparación entre los hologramas orientados a celdas y los hologramas orientados a puntos se reportó en [23], donde se pone en manifiesto las ventajas que tienen los segundos sobre los primeros, por ejemplo, mayor producto espacio-ancho de banda, menor eficiencia de difracción y mayor SNR.

Por otra parte, cuando el criterio de clasificación es el tipo de modulación del holograma, es posible distinguir dos tipos de hologramas: *hologramas de amplitud* y *hologramas de fase*. Los primeros son los que mediante una función únicamente de amplitud codifica los valores de una función o campo complejo. De manera similar, un holograma sintético de fase (SPH) tiene función de transmitancia únicamente de fase que permite codificar a la función compleja. Los hologramas amplitud absorben parte de la luz incidente, mientras que los de fase transmiten toda la luz incidente sin presentar absorción.

En este trabajo se proponen novedosos hologramas sintéticos de fase orientados a puntos. Dichos hologramas ofrecen alta calidad en la reconstrucción (alta SNR) y alta eficiencia. Los SPHs propuestos son descritos de manera detallada en la siguiente sección.

3.2. Generación y síntesis de campos ópticos escalares usando SPHs que son función de la amplitud y la fase del campo a codificar

El propósito de un SPH es generar un campo óptico complejo arbitrario. Este campo complejo puede ser expresado como

$$s(x, y) = a(x, y) \exp[i\phi(x, y)], \quad (3.1)$$

donde la fase $\phi(x, y)$ se encuentra en el dominio $[-\pi, \pi]$ y la amplitud $a(x, y)$ es una función que toma valores en el intervalo $[0, 1]$. Los valores posibles de la función $s(x, y)$ pertenecen al círculo de radio unitario centrado en el origen del plano complejo. *El objetivo es codificar el campo complejo $s(x, y)$ en un SPH.* En este caso, la función de transmitancia del SPH toma valores pertenecientes al círculo unitario; es decir, el modulo de la función de transmitancia es unitario.

La función de transmitancia de un SPH es expresada como una función explícitamente dependiente de la amplitud y de la fase del campo complejo a codificar y está dada por

$$h(x, y) = \exp \{ i\psi[a(x, y), \phi(x, y)] \}, \quad (3.2)$$

donde $\psi[a(x, y), \phi(x, y)]$ es la función de modulación de fase del SPH perteneciente a un conjunto de funciones capaces de codificar al campo complejo $s(x, y)$ en un SPH. En general, el campo complejo deseado o término señal $s(x, y)$ está relacionado con la función de transmitancia del SPH [Eq. (3.2)], mediante la identidad

$$h(x, y) = \beta s(x, y) + \varepsilon(x, y), \quad (3.3)$$

donde β es una constante real positiva, referida como *factor de ganancia de amplitud* del SPH, y $\varepsilon(x, y)$ es el error de modulación. Aunque es claro que puede haber un número infinito de funciones de modulación de fase $\psi[a(x, y), \phi(x, y)]$ que satisfacen la identidad de la Ec. (3.3), la función de error puede tener diferentes estructuras de modo que resulte imposible separarlo del término que contiene al campo complejo codificado o término señal $s(x, y)$. Este hecho hace que sea necesario imponer ciertas restricciones al holograma de fase relacionadas con la capacidad de aislamiento del término señal. Considere entonces Ω_s y Ω_ε los dominios de las transformadas de Fourier de $s(x, y)$ y $\varepsilon(x, y)$. Para poder recuperar a $s(x, y)$ a partir del espectro de Fourier de $h(x, y)$ [Ec. (3.2)] mediante filtraje espacial, Ω_s y Ω_ε deben ser disjuntos. Esta condición es llamada *condición de filtraje espacial* y se ilustra en la figura 3.1.

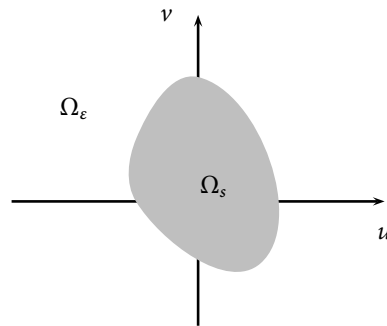


Figura 3.1 Condición de filtraje espacial, esto es, los dominios Ω_s y Ω_ε no se traslapan.

Generalmente, los diferentes códigos holográficos no cumplen de manera estricta la condición de filtraje espacial. La calidad de reconstrucción del campo complejo

codificado a partir del SPH nos dice que tan cerca estamos del cumplimiento de esta condición. Dicha calidad de reconstrucción es medida de manera cuantitativa mediante la SNR, definida como [24]

$$\text{SNR} = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y) - \gamma s_t(x, y)|^2 dx dy}, \quad (3.4)$$

donde $s(x, y)$ es el campo complejo ideal codificado, $s_t(x, y)$ es el campo reconstruido a partir del holograma mediante filtraje espacial y γ es una constante dada por

$$\gamma = \frac{\iint_{D_s} \text{Re} \{s(x, y) s_t^*(x, y)\} dx dy}{\iint_{D_s} |s_t(x, y)|^2 dx dy}. \quad (3.5)$$

Por otra parte, si se desea analizar la eficiencia del SPH, asumamos que la condición de filtraje es satisfecha, entonces, la energía del SPH [Ec. (3.3)] se compone de dos términos; la energía de la señal E_s amplificada por el factor de ganancia de amplitud al cuadrado β^2 y la energía del término de error E_ϵ , esto es,

$$E_h = \beta^2 E_s + E_\epsilon, \quad (3.6)$$

El factor de ganancia de amplitud β es una constante relacionada con la condición de codificación de los SPHs. Por otro lado, la eficiencia del SPH indica qué parte de la energía de la transmitancia es utilizada por el término señal y es definida por

$$\eta_h = \beta^2 \frac{E_s}{E_h}, \quad (3.7)$$

donde E_s y E_h son las energías del campo complejo a codificar y del holograma respectivamente definidas como

$$E_s = \iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy, \quad (3.8)$$

$$E_h = \iint_{D_s} dx dy. \quad (3.9)$$

El desempeño de cualquier SPH es evaluado mediante la SNR y la eficiencia de difracción. Este desempeño depende directamente de la adecuada selección de la función de modulación de fase $\psi(a(x, y), \phi(x, y))$ en la Ec. (3.2). Un método muy útil para determinar dicha función de modulación consiste en desarrollar la expansión en series de Fourier del holograma de fase $h(x, y)$ de la Ec. (3.2), en el dominio de $\phi(x, y)$. Esta expansión sólo es válida para SPHs que son funciones de la

amplitud y la de la fase del campo óptico. Por simplicidad, la dependencia explícita de la amplitud $a(x, y)$ y de la fase $\phi(x, y)$ en las coordenadas espaciales (x, y) será omitida en la siguiente discusión. Desarrollando esta serie de Fourier, la transmitancia del SPH puede ser expresada como

$$h(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_q^a \exp(iq\phi), \quad (3.10)$$

con coeficientes

$$C_q^a = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i\psi(a, \phi)] \exp(-iq\phi) d\phi. \quad (3.11)$$

Después de integrar la Ec. (3.11) en la variable ϕ , los coeficientes C_q^a dependen explícitamente de la amplitud a , por lo tanto, los coeficientes C_q^a son implícitamente dependientes de las coordenadas (x, y) . De la Ec. (3.10) se puede determinar que cuando $q = 1$, se obtiene la fase del campo complejo codificado o termino señal. Por consiguiente, termino señal $s(x, y)$ es recuperado a partir de $h(x, y)$, si y solo si se cumple la siguiente condición

$$C_1^a = \beta a, \quad (3.12)$$

para un factor de ganancia de amplitud β . La Ec. (3.12) es conocida como *condición de codificación*. Si la condición de codificación se cumple, entonces el primer termino de la serie de Fourier de la función de transmitancia del SPH [Ec. (3.10)], corresponde al campo complejo codificado $s(x, y)$, excepto por un factor β . Ahora, como el término de la ecuación (3.11) puede ser dividido en parte real y parte imaginaria, las condiciones suficientes y necesarias para cumplir Ec. (3.12) están dadas por las siguientes identidades

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen} [\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 0, \quad (3.13a)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{cos} [\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 2\pi\beta a. \quad (3.13b)$$

Las ecuaciones (3.13a) y (3.13b) permiten determinar el conjunto de funciones de fase $\psi(a, \phi)$ que codifican adecuadamente al campo complejo $s(x, y)$ en un SPH. Nótese que el máximo valor de la integral en la Ec. (3.13b) es 2π . En consecuencia el valor máximo posible de la constante β para una adecuada codificación es cuando β es igual a la unidad. El análisis anterior restringe a la función $\psi(a, \phi)$, la cual deberá ser diferente de la fase del campo complejo ϕ a codificar debido a que si $\psi(a, \phi) = \phi$, entonces la Ec. (3.13b) no se satisface. Sin embargo existen algunas funciones que se pueden codificar mediante $\psi(a, \phi) = \phi$, las cuales son discutidas en la sección 3.3.1.

3.2.1. Holograma de fase tipo Kirk

Una de las primeras funciones de modulación de fase propuesta y reportada en la literatura, fue introducida por Kirk y Jones [25]. La fase del campo complejo arbitrario $s(x, y)$, es codificada directamente mediante un retardo de fase ϕ , mientras que la modulación de amplitud es controlada mediante la profundidad de modulación $f(a)$ de una rejilla de fase sinusoidal conocida como portadora. La portadora desvía una cantidad controlada de luz hacia los órdenes altos simulando una capa absorbente. En este código la función de transmitancia del SPH de la Ec. (3.2) es reescrita como

$$h_{\text{Kirk}}(x, y) = \exp\left(i\left\{\phi + f(a) \sin\left[2\pi(u_0x + v_0y)\right]\right\}\right), \quad (3.14)$$

donde (u_0, v_0) son las frecuencias espaciales que deben ser determinadas apropiadamente para separar de manera adecuada los órdenes de difracción. Además $f(a)$ al igual que ϕ también dependen de las coordenadas espaciales (x, y) .

La identidad de Jacobi-Anger [26] esta dada por

$$\exp(iz \sin \omega) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(z) \exp(iq\omega), \quad (3.15)$$

donde $J_q(z)$ corresponde a la función Bessel de orden q , z y ω son variables arbitrarias. Usando dicha identidad en la expansión del segundo término de la función de transmitancia del holograma de fase tipo Kirk [Ec. (3.14)], el holograma puede describirse como

$$h_{\text{Kirk}}(x, y) = \exp(i\phi) \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q[f(a)] \exp[i2\pi q(u_0x + v_0y)]. \quad (3.16)$$

De acuerdo a la ecuación (3.16), la amplitud a del campo complejo es codificada en el orden cero asumiendo la identidad

$$J_0[f(a)] = \beta a. \quad (3.17)$$

La Ec. (3.17) es la condición de codificación, donde el máximo valor del factor de ganancia de amplitud β es la unidad. Este valor de β corresponde al máximo valor de la función Bessel de orden cero. Para que la condición de codificación se satisfaga para cualquier valor de a en el intervalo de $[0, 1]$, es necesario tomar el valor apropiado de $f(a)$ en el dominio de $[0, x_0]$, donde $x_0 \approx 2.4048$. Este valor x_0 corresponde a la primera raíz positiva de la función Bessel de orden cero. La función

$f(a)$ es obtenida mediante la inversión numérica en la Ec. (3.17) y es graficada en la figura 3.5.

La implementación del holograma de fase tipo Kirk en una LC-SLM es un tanto complicada ya que se debe ser muy cuidadoso en la elección de las frecuencias de la portadora del holograma para reconstruir con buena SNR. Como una primera contribución de este trabajo, en [27] mostramos la generación de múltiples haces a partir del SPH tipo Kirk. Para codificar múltiples haces se propone al campo complejo a codificar $s(x, y)$ de la Eq. (3.1), como la superposición de diferentes funciones complejas dentro de un soporte común. También se asume que los haces correspondientes a esas funciones complejas se propagan en diferentes direcciones formando pequeños ángulos respecto del eje z . Lo cual se logra si tales funciones complejas son moduladas por diferentes portadoras de fase lineal. Como ejemplo ilustrativo consideremos al campo complejo a codificar dado por

$$s_1(r, \theta) = c \left[J_1(2\pi\rho_0 r) \cos(2\pi\xi_0 x + \theta) + \cos(2\pi\eta_0 y) \right], \quad (3.18)$$

donde la constante c es una constante de normalización para $s_1(x, y)$, las frecuencias espaciales ξ_0 y η_0 de los cosenos corresponden a $\xi_0 = \eta_0 = \Delta_u/48$, con $\Delta_u = 1/\delta_x = 1/(8 \mu\text{m})$, que corresponde al ancho de banda del LC-SLM.

Por simplicidad la amplitud compleja de este campo es especificada usando coordenadas rectangulares (x, y) y coordenadas polares (r, θ) . El campo complejo $s_1(r, \theta)$ está formado por dos haces Bessel de primer orden con cargas topológicas de signos opuestos y frecuencia espacial radial ρ_0 , propagándose en el plano y - z y ondas planas atenuadas por un factor b que se propagan en el plano x - z . En este caso usamos un factor de atenuación $b = 1/10$. El campo $s_1(x, y)$ es definido dentro de un soporte circular de radio $R = 438\delta_x$, de tal manera que la primera raíz positiva de la función Bessel $J_1(2\pi\rho_0 r)$ se encuentre en la orilla de esta pupila. La figura 3.2 muestra las características del campo complejo a codificar $s_1(x, y)$ de la Ec. (3.18), con los parámetros especificados anteriormente.

La función de transmitancia del SPH tipo Kirk para la codificación del campo complejo $s_1(x, y)$ de la Ec. (3.18), tiene la forma de la Ec. (3.14), donde a es la amplitud y ϕ es la fase del campo $s_1(x, y)$, respectivamente, obtenidas numéricamente como $a = |s_1(x, y)|$ y $\phi = \arg\{s_1(x, y)\}$.

Dado que el SPH tipo Kirk es implementado usando un LC-SLM pixelizado, la forma de la función de transmitancia produce ordenes altos de energía considerable que afectan de manera destructiva el orden cero del patrón de difracción producido

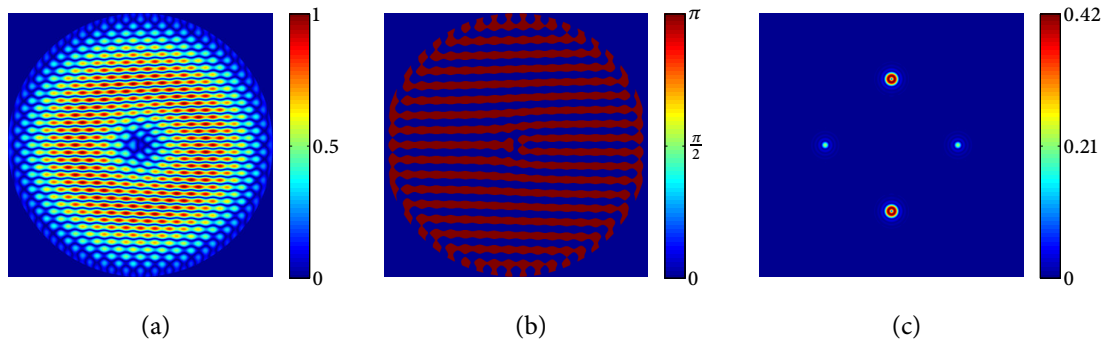


Figura 3.2 (a) Módulo y (b) fase de $s_1(x, y)$ y (c) módulo del su espectro de Fourier.

por el SPH, por lo que las frecuencias espaciales de la portadora del SPH, u_0 y v_0 , son seleccionadas de tal manera que estos órdenes altos no coincidan con el espectro de los términos señal. Bajo esta consideración encontramos que las frecuencias espaciales del SPH adecuadas corresponden a $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, 3\Delta_u/16)$. La codificación libre de ruido por el SPH tipo Kirk empleando estas frecuencias espaciales es evidenciada en la figura 3.3 donde en (a) es mostrada la función de transmitancia del SPH tipo Kirk que codifica a $s_1(x, y)$ y en (b) y (c) se presenta el módulo del espectro del SPH obtenido numéricamente y un acercamiento del espectro para visualizar el término correspondiente a la señal.

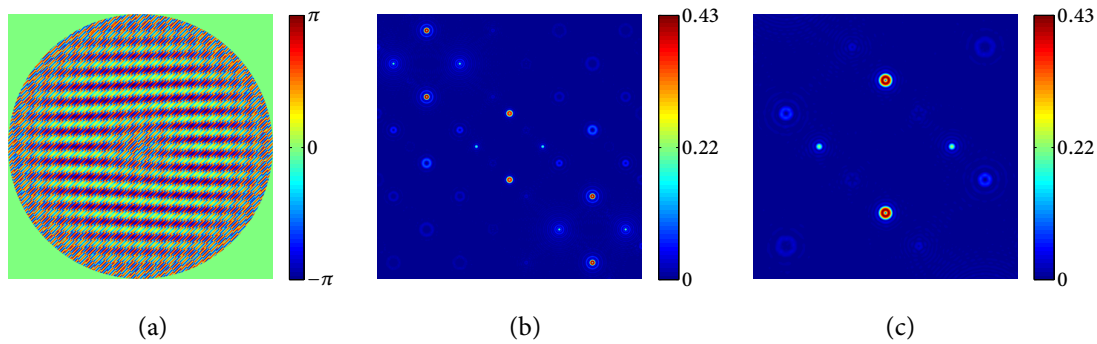


Figura 3.3 (a) SPH tipo Kirk que codifica a $s_1(x, y)$, (b) vista parcial del módulo del espectro de Fourier del SPH y (c) espectro del término señal.

El uso de un filtro espacial en el dominio del espectro nos permite la selección de los términos señal. El campo complejo reconstruido es obtenido al aplicar transformada de Fourier inversa.

La implementación experimental del SPH tipo Kirk que codifica al campo complejo $s_1(x, y)$ es llevada a cabo empleando el montaje de la figure 4.1 y la curva de

modulación de la figura 4.4. Una comparación numérico-experimental de la reconstrucción de $s_1(x, y)$ a partir del SPH tipo Kirk es presentada en la figura 3.4, donde es evidente la calidad de reconstrucción del campo complejo codificado con un factor de ganancia $\beta = 1$, y la eficiencia de acuerdo a la Ec. (3.7) es $\eta = 18\%$.

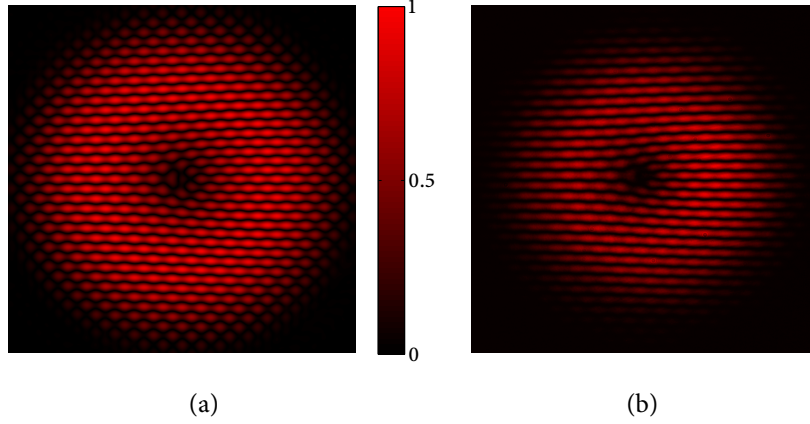


Figura 3.4 Reconstrucción $s_1(x, y)$ a partir del SPH tipo Kirk con frecuencias espaciales $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, 3\Delta_u/16)$. (a) Módulo reconstruido numéricamente y (b) Módulo reconstruido experimentalmente ambos a partir del SPH.

3.2.2. Holograma de fase tipo Davis

Otra función de modulación de fase para codificar al campo complejo $s(x, y)$ de la Ec. (3.1) en un SPH, fue propuesta por Davis *et. al.* [28]. Aquí la función de modulación corresponde a la fase del campo complejo $s(x, y)$ a codificar, modulada espacialmente por una función dependiente de la amplitud $f(a)$. La función de transmitancia del holograma de fase tipo Davis corresponde a una rejilla de fase dada por

$$h_{\text{Davis}}(x, y) = \exp[if(a)\phi], \quad (3.19)$$

aquí a y ϕ corresponden a la amplitud y fase del campo complejo a codificar $s(x, y)$.

Realizando la expansión en series de Fourier en la variable de la función de transmitancia dada en la Ec. (3.19), se tiene que

$$\exp[if(a)\phi] = \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_q^a \exp(iq\phi). \quad (3.20)$$

Los coeficientes C_q^a de la Ec. (3.20), también, tienen dependencia de las coordenadas espaciales (x, y) y están dados por

$$C_q^a = \text{sinc}[q - f(a)], \quad (3.21)$$

donde $\text{sinc}(x) = \text{sen}(\pi x)/(\pi x)$. La serie en la Ec. (3.20) puede interpretarse como la formación de diferentes ordenes de difracción el espectro de Fourier. Esos ordenes no solo codifican la distribución de fase $\exp(iq\phi)$, sino que también codifican la información de amplitud en los coeficientes C_q^a . El termino de esta serie [Ec. (3.20)] que contiene al campo complejo a codificar $s(x, y)$ es el que corresponde a $q = 1$. Se puede ver que si $q = 1$, entonces, $C_1^a \exp(i\phi)$, es idéntico al campo complejo a codificar $s(x, y)$ dado en la Ec. (3.1), si y solo si $C_1^a = a$. La función $f(a)$ se obtiene de la relación

$$\text{sinc}[1 - f(a)] = a. \quad (3.22)$$

La función $f(a)$ obtenida a partir de la Ec. (3.22), es graficada en la figura 3.5.

La Ec. (3.22) corresponde a la condición de codificación para este holograma de fase, donde el valor máximo del factor de ganancia β tiene valor unitario. Este máximo valor de β es igual al obtenido para el holograma de fase tipo Kirk, lo que sugiere que ambos hologramas tienen la misma eficiencia de difracción. Sin embargo, la manera en que cada holograma incorpora a la fase ϕ determina una distribución de ruido diferente para cada holograma, lo que al evaluar la calidad en la reconstrucción (SNR), el holograma de fase tipo Kirk resulta ser aun mejor (ver Ref. [29]).

La Ec. (3.20) presenta la superposición de todos los ordenes de difracción en la frecuencia cero del plano de Fourier, resultando ruido aditivo de todos los ordenes sobre el orden 1, donde se encuentra el campo deseado, de modo que resulta prácticamente imposible la separación espectral del termino señal del ruido y por tanto no es posible reconstruir el campo complejo codificado. Para separar el campo complejo codificado del ruido es necesario introducir un término de fase lineal $\phi_L = 2\pi(u_0x + v_0y)$ en la fase del campo complejo original ϕ , es decir, la función de transmitancia del PSH a codificar resulta en una versión modificada dada por

$$h_{\text{Davis}}(x, y) = \exp[i(\phi + \phi_L)f(a)], \quad (3.23)$$

de tal manera que la serie de Fourier de la Ec. (3.23), es reescrita como

$$\exp[i(\phi + \phi_L)f(a)] = \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_q^a \exp[iq(\phi + \phi_L)]. \quad (3.24)$$

El efecto de la introducción de la portadora ϕ_L en la función de transmitancia del holograma se traduce en la separación de los órdenes de difracción en el plano de Fourier debido a que para cada q habrá una fase lineal de frecuencias (qu_0, qv_0) que ubicará a cada orden en la frecuencia correspondiente. Notablemente el orden 1 que corresponde al campo deseado queda ubicado en las frecuencias (u_0, v_0) , separado de los demás ordenes evitando el ruido aditivo.

3.2.3. Holograma de fase tipo Arrizón

Otra función de modulación de fase que permite la codificación de $s(x, y)$ en un SPH, es la propuesta en 2007 por Arrizón *et. al.* [30]. Si bien el SPH resultante no supera la eficiencia de los SPHs tipo Kirk y tipo Davis ofrece una SNR aún mayor [29]. La función de transmitancia del SPH que corresponde a esta función de modulación de fase este dada por

$$h_{\text{Arrizon}}(x, y) = \exp [if(a) \text{sen}(\phi + \phi_L)], \quad (3.25)$$

donde ϕ_L corresponde a la portadora de fase lineal $\phi_L = 2\pi(u_0x + v_0y)$. La serie de Fourier en la variable ϕ de tal SPH es derivada directamente al aplicar la identidad de Jacobi-Anger [Ec. (3.15)], dando como resultado

$$h_{\text{Arrizón}}(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q[f(a)] \exp(iq\phi) \exp [i2\pi q(u_0x + v_0y)], \quad (3.26)$$

donde J_q denota la función Bessel de orden q y corresponde a los coeficientes o factores de peso de la serie. Es evidente que el campo complejo codificado es obtenido en el orden 1 de esta expansión en serie de Fourier, si y solo si, la función $f(a)$ cumple la condición de codificación

$$J_1[f(a)] = \beta a. \quad (3.27)$$

La función $f(a)$ obtenida mediante la inversión numérica de la Ec. (3.27) para este SPH es graficada en la figura 3.5. Aquí el máximo valor del factor de ganancia corresponde a $\beta = 0.5819$ y es el máximo valor de la función Bessel de primer orden $J_1(x)$, el cual ocurre en torno a $x \approx 1.84$.

Una característica especial del holograma de fase tipo Arrizón que le confiere un lugar especial en este trabajo, es que además de ofrecer alta SNR [29], permite la generación y síntesis de campos vectoriales con alta eficiencia debido a que es posible obtener haces modo escalares conjugados en los órdenes ± 1 .

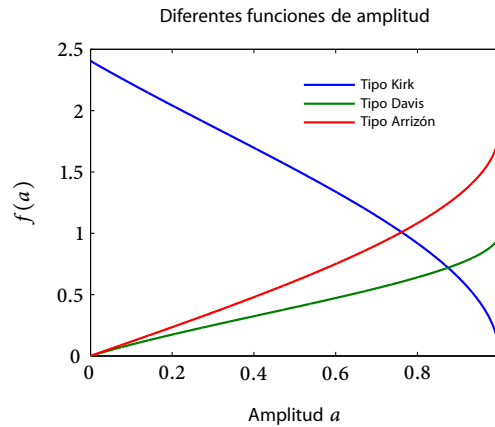


Figura 3.5 Función $f(a)$ obtenida en los diferentes SPHs para valores de amplitud a en el intervalo $[0,1]$.

3.3. Códigos holográficos propuestos

En esta sección se presenta una de las contribuciones más importantes de este trabajo, la cual corresponde a un análisis matemático novedoso para demostrar analíticamente que el holograma sintético de fase que permite la codificación de un campo complejo escalar arbitrario con la eficiencia límite es el denominado *kinoform*. En este caso, la función de modulación de fase del holograma corresponde a la fase del campo escalar complejo a codificar. Dicho análisis permite establecer argumentos nuevos y concisos para probar las expresiones matemáticas del factor de ganancia en amplitud límite β_L (la cual es mayor a 1) y la eficiencia de difracción límite η_L . También, se presentan dos familias de campos escalares complejos que pueden ser reconstruidos a partir de su *kinoform*. La primera de estas familias de campos corresponde a los haces Bessel adifraccionales de alto orden y la segunda familia corresponde a campos ópticos adifraccionales formados por la superposición de ondas planas. Estos resultados se publicaron en [7–9].

3.3.1. Holograma Kinoform

En 1969 L. B. Lesem *et. al.* [31], proponen un SPH construido a partir de la propia fase del campo complejo a codificar, es decir, el SPH depende únicamente de la fase del campo complejo $s(x, y)$ descrito por la Ec. (3.1) y considera constante a la amplitud; $\psi[a(x, y), \phi(x, y)] = \phi(x, y)$. El SPH resultante es denominado *kinoform*. Una característica relevante del *kinoform* es su alta eficiencia de difracción que de acuerdo

a lo establecido por Wyrowski [32], este holograma alcanza la eficiencia límite para los hologramas sintéticos de fase. Wyrowski no sólo demostró el cumplimiento del *kinofom* con la eficiencia límite, sino además estableció las expresiones matemáticas para hallar el máximo del factor de ganancia de amplitud o ganancia límite β_L y la eficiencia límite η_L . Uno de los resultados importantes en la realización del presente trabajo es la obtención de estos mismos resultados mediante un análisis diferente al presentado por Wyrowski. Este análisis (reportado en [7]), muestra argumentos nuevos y concisos que permiten probar las expresiones matemáticas para β_L y η_L y es presentado en la siguiente sección.

3.3.2. Eficiencia del holograma Kinofom

Un SPH que permite la codificación del campo complejo $s(x, y)$ con ganancia β , de acuerdo con la identidad en la Ec. (3.3), está definido por

$$\exp[i\psi(a, \phi)] = \beta s(x, y) + \varepsilon(x, y). \quad (3.28)$$

Aquí, a y ϕ tienen dependencia en las coordenadas espaciales (x, y) que son omitidas por cuestión de espacio. Multiplicando ambos lados de la Ec. (3.28) por $s^*(x, y)$ e integrando sobre el soporte del campo complejo a codificar D_s , se obtiene

$$\iint_{D_s} \exp[i\psi(a, \phi)] s^*(x, y) dx dy = \beta \iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy + \iint_{D_s} \varepsilon(x, y) s^*(x, y) dx dy. \quad (3.29)$$

Una situación interesante ocurre cuando el espectro de Fourier de las funciones $s(x, y)$ y $\varepsilon(x, y)$ no se traslapan. Esta situación permite la reconstrucción del campo complejo $s(x, y)$ aplicando un filtro espacial binario en el espectro de Fourier del holograma y es denominada *condición filtraje espacial*. Cuando esto ocurre el segundo término del lado derecho de la Ec. (3.29), el cual corresponde a la correlación entre $s(x, y)$ y $\varepsilon(x, y)$ evaluada en el origen, se hace cero. En este caso, considerando que β es real, el factor de ganancia de amplitud a partir de la Ec. (3.29), puede ser expresado como

$$\beta = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)| \cos[\psi(a, \phi) - \phi] dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy}. \quad (3.30)$$

En la Ec. (3.30) es evidente que el máximo valor del factor de ganancia de amplitud es obtenido cuando la función de modulación de fase $\psi(a, \phi)$ corresponde a la fase ϕ del campo complejo codificado $s(x, y)$. Por tanto, el factor de ganancia de amplitud

límite [7] esta dado por

$$\beta_L = \frac{\iint_{D_s} |s(x, y)| dx dy}{\iint_{D_s} |s(x, y)|^2 dx dy}. \quad (3.31)$$

La expresión para el factor de ganancia de amplitud límite de la Ec. (3.31) implica que cuando la función de modulación de fase del SPH corresponde la fase del campo complejo a codificar $s(x, y)$, entonces se alcanza la ganancia de amplitud límite β_L . Por lo tanto, el campo $s(x, y)$ puede ser reconstruido con el máximo de ganancia de amplitud, mediante filtraje espacial en el espectro de Fourier de su *kinofom* si este cumple de manera estricta con la condición de filtraje espacial. En este caso, la eficiencia también tiene su máximo valor [7], que de acuerdo a la Ec. (3.7) esta dada por

$$\eta_L = \beta_L^2 \frac{E_s}{E_h}. \quad (3.32)$$

En el contexto de la derivación anterior, $s(x, y)$ está sujeto a la restricción $|s(x, y)| \leq 1$, lo que implica que β_L es mayor a uno.

La formulación anterior resulta válida para cualquier campo complejo $s(x, y)$.

El cumplimiento del *kinofom* con la eficiencia límite lo convierte en el SPH más eficiente, sin embargo posee una gran desventaja la cual es la imposibilidad de reconstruir cualquier campo complejo a partir de su fase, debido a que no todas las funciones complejas cumplen con la condición de filtraje espacial. Uno de los resultados relevantes obtenidos en la realización de esta tesis es el descubrimiento de un conjunto de campos complejos específicos que cumplen con la condición de filtraje espacial por lo que pueden ser reconstruidos a partir de su *kinofom*. En las secciones siguientes se presentan tales campos.

3.3.3. Codificación de haces Bessel mediante su *kinofom*

Los haces Bessel BBs (por sus siglas en inglés Bessel Beams) surgen como solución a la ecuación de Helmholtz en coordenadas polares (r, θ) [33]. Desde su aparición en 1987, han despertado gran interés debido a sus propiedades de adifraccionalidad y autoreconstrucción. Dichas propiedades tienen aplicaciones interesantes tales como el atrapamiento y manipulación de micropartículas y átomos [34]. Diversos métodos de generación de BBs mediante métodos difractivos y holográficos [33, 35–37] han sido propuestos. Sin embargo resultan ser ineficientes, lo que los hace poco prácticos en aplicaciones donde la eficiencia es un factor importante.

Como ya se demostró en la sección 3.3.2, el *kinofom* es el SPH que alcanza la eficiencia límite, por lo que una contribución importante que forma parte de este trabajo es la generación de cualquier BB adifraccional de alto orden codificando este campo complejo mediante su *kinofom* [38], es decir, que la función de transmitancia del SPH es construida a partir de la modulación de fase del propio haz. Para presentar este método de codificación, iniciemos definiendo la amplitud compleja del BB que deseamos generar como

$$s(r, \theta) = J_q(2\pi\rho_0 r) \exp(iq\theta), \quad (3.33)$$

donde $J_q(x)$ es la función Bessel de primer tipo de orden q , r y θ son las coordenadas polares y ρ_0 es la frecuencia radial del haz. Asumiendo que el BB de la Ec. (3.33) es generado dentro de un soporte circular de radio R y empleando la coordenada radial normalizada $\xi = r/R$, la amplitud compleja de este haz puede ser expresado como

$$B_q(\xi, \theta) = J_q(2\pi\rho_0 R\xi) \exp(iq\theta) \text{circ}(\xi). \quad (3.34)$$

Considerando que la amplitud compleja del BB se encuentra limitado por un soporte circular de radio unitario, la función de transmitancia del *kinofom* para codificar al campo complejo $B_q(\xi, \theta)$ esta dada por

$$h_k(\xi, \theta) = \text{sgn}[J_q(2\pi\rho_0 R\xi)] \exp(iq\theta) \text{circ}(\xi). \quad (3.35)$$

donde $\text{sgn}(x)$ representa la función signo. El factor $\text{sgn}(J_q(2\pi\rho_0 R\xi))$ en la ecuación (3.35) es una función binaria de fase que toma valores entre 0 y π . Una expansión de $h_k(\xi, \theta)$ es posible si se considera que la función $f(\xi) = \text{sgn}[J_q(2\pi\rho_0 R\xi)]$ puede ser expresada, en el dominio (0,1) de la coordenada ξ mediante una serie de Fourier Bessel [38] como sigue

$$f(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n J_q(\lambda_n \xi), \quad (3.36)$$

donde λ_n corresponde a la n -ésima raíz de $J_q(x)$, q es un número entero fijo y b_n es el coeficiente o factor de peso dado por

$$b_n = \frac{2}{J_{q+1}^2(\lambda_n)} \int_0^1 \xi f(\xi) J_q(\lambda_n \xi) d\xi. \quad (3.37)$$

Considerando la representación de $f(\xi)$ de la Ec. (3.35), la función de transmitancia del *kinofom* de $B_q(\xi, \theta)$ [Ec. (3.36)] puede ser expresada como

$$h_k(\xi, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n J_q(\lambda_n \xi) \exp(iq\theta) \text{circ}(\xi). \quad (3.38)$$

Si se asume que la relación $\lambda_m = 2\pi\rho_0 R$ es satisfecha para una raíz determinada, entonces, el m -ésimo término de la serie en la Ec. (3.38), $J_q(\lambda_m \xi) \exp(iq\theta)$, corresponde al BB codificado definido en la Ec. (3.34) acompañado por un factor de peso b_m . Además, el espectro de Fourier de $h_k(\xi, \theta)$ consiste de anillos con diferente radio, cumpliendo con la condición de filtraje espacial. Nótese que la m -ésima raíz del haz codificado aparece en la frontera de la pupila de radio R de tal manera que esta pupila contiene m anillos del haz y el espectro de Fourier del haz codificado se encuentra en el m -ésimo anillo del espectro de $h_k(\xi, \theta)$. Por tanto, el campo complejo deseado $B_q(\xi, \theta)$ puede ser recuperado usando un filtro espacial anular de radio ρ_0 en el espectro de Fourier del *kinofom* $h_k(\xi, \theta)$. Consecuentemente, $B_q(\xi, \theta)$ deberá ser recuperado con la máxima ganancia de amplitud la cual debe corresponder al factor de peso b_m . Para demostrar esta conjetura, calculemos la máxima ganancia de amplitud cuando el campo complejo a codificar corresponde a $B_q(\xi, \theta)$. Iniciemos partiendo de la Ec. (3.31) en coordenadas polares, de tal forma que

$$\beta_L = \frac{\iint_{D_s} |B_q(\xi, \theta)| \xi d\xi d\theta}{\iint_{D_s} |B_q(\xi, \theta)|^2 \xi d\xi d\theta}. \quad (3.39)$$

Considerando el soporte circular de radio unitario, se tiene

$$\beta_L = \frac{\int_0^1 |J_q(2\pi\rho_0 R\xi)| \xi d\xi}{\int_0^1 J_q^2(2\pi\rho_0 R\xi) \xi d\xi}. \quad (3.40)$$

Empleando las identidades

$$\int_0^a J_q^2\left(\lambda_m \frac{\rho}{a}\right) \rho d\rho = \frac{a^2}{2} J_{q+1}^2(\lambda_m), \quad (3.41a)$$

$$|J_q(2\pi\rho_0 R\xi)| = \text{sgn}[J_q(2\pi\rho_0 R\xi)] J_q(2\pi\rho_0 R\xi), \quad (3.41b)$$

se obtiene

$$\beta_L = b_m = \frac{2}{J_{q+1}^2(2\pi\rho_0 R)} \int_0^1 \xi f(\xi) J_q(2\pi\rho_0 R\xi) d\xi. \quad (3.42)$$

La Ec. (3.42) nos muestra que el campo complejo deseado se encuentra acompañado por un factor de peso b_m que corresponde a la máxima ganancia de amplitud o ganancia límite β_L , y por tanto el campo complejo es recuperado con el máximo de eficiencia o eficiencia límite η_L [de acuerdo a la Ec. (3.32)]. Entonces, *el kinofom es el holograma de fase más eficiente empleado para la generación de BBs adifraccionales de alto orden.*

En la figura 3.6(a), se presenta la eficiencia límite calculada para BBs de ordenes $q = 1, 2, 3, 5, 7$ y 8 , para diferentes valores de m . La eficiencia alcanza valores mayores de 0.7, para diferentes combinaciones de los índices q y m , lo que significa mas del 70% de la energía total del holograma se encuentra en el BB reconstruido a partir del *kinoform*. Adicionalmente, la SNR de los BBs reconstruidos se muestra en la figura 3.6(b). Se observa un aumento de la SNR cuando la raíz λ_m crece debido a que en el espectro de Fourier del *kinoform*, los anillos se encuentran menos contaminados por el aliasing producido por el soporte finito del campo complejo codificado. De este modo, se satisface la condición de filtraje espacial.

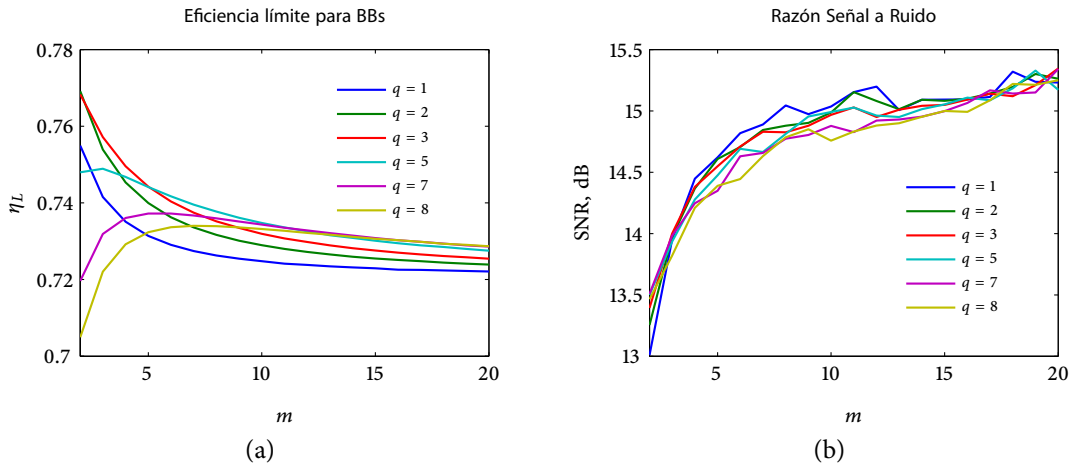


Figura 3.6 a) Eficiencia límite (η_L) y b) Razón Señal a Ruido (SNR) de los *kinoforms* que codifican haces Bessel $J_q(\lambda_m \xi) \exp(iq\theta)$ de ordenes $q = 1, 2, 3, 5, 7$ y 8 .

3.3.4. Codificación de campos ópticos adifraccionales periódicos y cuasi-periódicos con eficiencia límite

Un campo óptico adifraccional (NDOFs, Non-diffractive optical fields) es aquel que conserva su perfil transversal a la largo de su propagación y como ya se mencionó antes los BBs forman parte de este tipo de campos. Otros campos que cumplen con la adifraccionalidad son las ondas planas. Una gran variedad de NDOFs pueden ser obtenidos mediante la superposición de ondas planas cuyos vectores de propagación tienen una componente común respecto al eje de propagación. En particular, si las proyecciones transversales de los vectores de propagación de las ondas tienen ángulos azimutales uniformemente distribuidos se obtienen un NDOF periódico o

cuasiperiódico. Campos ópticos de este tipo son ampliamente utilizados para generar cristales y cuasi-cristales fotónicos en diferentes medios ópticos [39,40], en estas aplicaciones, la generación eficiente de los NDOFs resulta un factor crucial.

Un método común para la generación de NDOFs es la superposición de múltiples ondas planas mediante el uso de divisores de haz y espejos. Sin embargo la implementación de este método es poco práctico debido a que resulta difícil controlar la fase de cada onda a interferir [41], además de que el uso de un gran número de dispositivos ópticos para la implementación experimental de este método resulta en pérdida de energía y además muy inestable. Otro resultado importante que forma parte de esta tesis es la propuesta de un método altamente estable y eficiente basado en holografía sintética. El método propuesto consiste en la generación de NDOFs periódicos y cuasiperiódicos mediante el *kinofom* [7,9], lo que permite la construcción de dichos campos ópticos con eficiencia límite η_L . La descripción de este método se presenta a continuación.

Un NDOF puede ser expresado como la superposición de ondas planas de igual amplitud, cuyos vectores de propagación tienen proyección común k_z respecto al eje z . El módulo de la componente transversal de los vectores de propagación k_t es una constante dada por la identidad

$$k_t^2 = k^2 - k_z^2, \quad (3.43)$$

donde $k = 2\pi/\lambda$, corresponde al número de onda. Para el caso particular de los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos, los vectores de propagación de las ondas que interfieren tienen una proyección común sobre el eje z , y las proyecciones transversales de esos vectores tiene ángulos azimutales uniformemente distribuidos en el plano x - y . Los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos formados por la superposición de Q ondas planas en el plano $z = 0$, son expresados en coordenadas polares (r, θ) , como

$$s(r, \theta) = C \sum_{n=0}^{Q-1} \exp(i\theta_n) \exp[i2\pi\rho_0 r \sin(\theta - n\Delta\theta)], \quad (3.44)$$

donde $\theta_n = n p \Delta\theta$ es el corrimiento de fase de la n -ésima onda plana con $\Delta\theta = 2\pi/Q$, p es un número entero, $2\pi\rho_0$ es el módulo de las componentes transversales de los vectores de propagación y C es una constante de normalización que hace que el máximo de $|f(r, \theta)|$ sea igual a 1. En particular si $p = 0$, entonces $C = 1/Q$. En la figura 3.7 se ilustran dos casos específicos de NDOFs con parámetros ($Q = 4, p = 0$) y ($Q = 6, p = 3$).

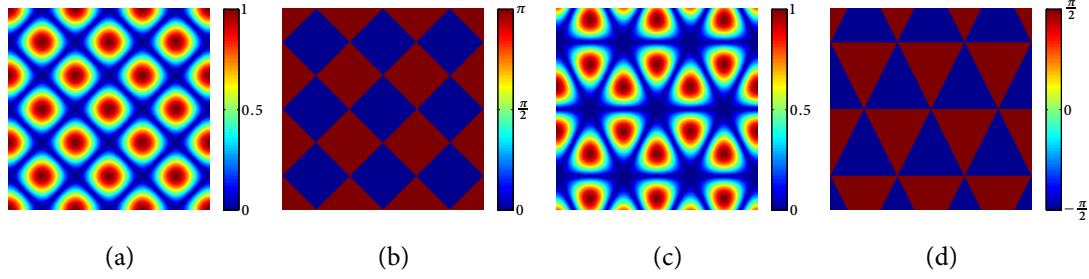


Figura 3.7 Vista parcial de (a) el módulo y (b) la fase del NDOF con parámetros ($Q = 4, p = 0$). El módulo y la fase del NDOF con parámetros ($Q = 6, p = 3$) son mostrados en (c) y (d).

En general los NDOFs también pueden ser expresados en la base de funciones Bessel $b_q(r, \theta) = J_q(2\pi\rho_0 r) \exp(iq\theta)$ [42]. De manera particular, el caso del NDOF de la Ec. (3.44), en la base de las funciones Bessel es expresado como [43]

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta] = \frac{1}{Q} \sum_{n=0}^{Q-1} \exp(i\theta_n) \exp[i2\pi\rho_0 r \sin(\theta - \Delta\theta)]. \quad (3.45)$$

La Ec. (3.45) también es conocida como ecuación de Jacobi generalizada [43]. La codificación de los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos formados por la superposición de Q ondas planas mediante el *kinofom*, resulta en un holograma cuya función de transmitancia corresponde a

$$h_k(r, \theta) = \exp[i\psi(r, \theta)]. \quad (3.46)$$

Aquí la función de modulación de fase $\psi(r, \theta)$, es la fase del propio NDOF [Ec. (3.44) o equivalentemente la Ec.(3.45) con $c = 1/Q$]. Para este caso la ganancia límite considerando que el soporte del campo complejo $s(r, \theta)$ es circular con radio R , es dada por

$$\beta_L = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R |s(r, \theta)| r dr d\theta}{2\pi \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int_0^R J_{p+jQ}^2(2\pi\rho_0 r) r dr}. \quad (3.47)$$

Lo relevante consiste en mostrar que el *kinofom* contiene al campo complejo codificado $s(r, \theta)$ con factor de ganancia de amplitud límite β_L , descrita por la Ec. (3.47). Además de demostrar que la condición de filtraje espacial se satisface. Para mostrarlo se establecen, partiendo de la Ec. (3.45) y $s(r, \theta) = |s(r, \theta)|h_k(r, \theta)$, las

siguientes propiedades

$$s(r, \theta + 2\pi/Q) = \exp(i2\pi p/Q)s(r, \theta), \quad (3.48a)$$

$$h_k(r, \theta + 2\pi/Q) = \exp(i2\pi p/Q)h_k(r, \theta), \quad (3.48b)$$

$$|s(r, \theta + 2\pi/Q)| = |s(r, \theta)|, \quad (3.48c)$$

La propiedades en las ecuaciones (3.48) muestran que el campo complejo a codificar $s(r, \theta)$, el *kinofom* $h_k(r, \theta)$ pueden dividirse en Q partes iguales distribuidas radialmente de manera uniforme, las cuales solo difieren en un termino de fase constante.

De acuerdo a las propiedades (3.48), se puede demostrar que el módulo $|s(r, \theta)|$ y el *kinofom* $h_k(r, \theta)$ se pueden expresar como

$$|s(r, \theta)| = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} d_{\ell Q}(r) \exp(i\ell Q\theta), \quad (3.49)$$

$$h_k(r, \theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_{p+jQ}(r) \exp[i(p+jQ)\theta]. \quad (3.50)$$

donde $d_{\ell Q}(r)$ y $c_{p+jQ}(r)$ son los coeficientes de Fourier de la expansión de $|s(r, \theta)|$ y $h_k(r, \theta)$, respectivamente. Como segundo paso, proponemos expandir $d_{\ell Q}(r)$ y $c_{p+jQ}(r)$ usando series de Fourier y Fourier-Bessel, respectivamente, es decir,

$$d_{\ell Q}(r) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\ell,n} \exp(i2\pi rn/R), \quad (3.51)$$

$$c_{p+jQ}(r) = \sum_{q=1}^{\infty} A_{q,j} J_{p+jQ}(\lambda_{q,j}r), \quad (3.52)$$

donde $\lambda_{q,j}$, para $q = 1, \dots, \infty$, son las raíces de $J_{p+jQ}(r) + U_j r J'_{p+jQ}(r) = 0$ [44]. Con el fin de reconstruir el el compo complejo codificado, seleccionamos la constante U_j de tal manera que existe una raíz $\lambda_{q_0^j,j} = 2\pi\rho_0$, para algún entero q_0^j . Nótese que todas las otras raíces $\lambda_{q,j}$, para $q \neq q_0^j$, no son igual a $2\pi\rho_0$ [44]. Por lo tanto, la ecuación (3.50) se convierte en

$$h_k(r, \theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_j J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta] + \epsilon(r, \theta), \quad (3.53)$$

donde

$$\epsilon(r, \theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq q_0^j}}^{\infty} A_{j,q} J_{p+jQ}(\lambda_{j,q}r) \exp[i(p+jQ)\theta], \quad (3.54)$$

y el coeficiente A_j , de acuerdo con (3.50) y (3.52), se expresa por

$$A_j = \frac{1}{2\pi \int_0^R J_{p+jQ}^2(2\pi\rho_0 r) r dr} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R h_k(r, \theta) J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[-i(p+jQ)\theta] r dr d\theta. \quad (3.55)$$

Ahora, mostraremos que A_j , para toda j , tiene el mismo valor. Substituyendo las ecuaciones (3.45), (3.49), (3.51), y (3.53) en $|s(r, \theta)|h_k(r, \theta) = s(r, \theta)$, se llega a

$$\left(\sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\ell,n} \exp(i2\pi r n/R) \exp(i\ell Q\theta) \right) \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} A_j J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta] + \epsilon(r, \theta) \right) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta]. \quad (3.56)$$

Igualando los coeficientes para las funciones $J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta]$, para toda j , tenemos

$$B_{0,0} \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_j J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta] = \sum_{j=-\infty}^{\infty} J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[i(p+jQ)\theta], \quad (3.57)$$

la cual implica que $A_j = 1/B_{0,0}$, donde $B_{0,0}$, según las expansiones de Fourier (3.49) and (3.51), es una constante dada por

$$B_{0,0} = \frac{1}{2\pi R} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R |s(r, \theta)| dr d\theta. \quad (3.58)$$

Finalmente, substituyendo (3.45) en $s(r, \theta) = |s(r, \theta)|h_k(r, \theta)$, se obtiene la siguiente relación:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R |s(r, \theta)| r dr d\theta = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R h_k(r, \theta) J_{p+jQ}(2\pi\rho_0 r) \exp[-i(p+jQ)\theta] r dr d\theta. \quad (3.59)$$

Combinando (3.55) y (3.59) se obtiene

$$A_j = \frac{1}{B_{0,0}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R |s(r, \theta)| r dr d\theta}{\sum_{j=-\infty}^{\infty} \int_0^R J_{p+jQ}^2(2\pi\rho_0 r) r dr}, \quad (3.60)$$

la cual corresponde a β_L definida en (3.47). Observe que la amplitud de ganancia límite puede de forma altertiva escribirse como $\beta_L = 1/B_{0,0}$. Como consecuencia, la función de error queda definida por (3.54). Como último paso, mostramos que las transformadas de Fourier de $s(r, \theta)$ y $\epsilon(r, \theta)$ no se traslapan. Considerando que el soporte R es infinito, la transformada de Fourier del campo consiste de Q deltas

uniformemente distribuidas en un círculo de radio ρ_0 . De forma similar, la transformada de Fourier la función de error consiste de un número infinito de deltas anulares de radio $\lambda_{q,j}/2\pi$. Cada radio es diferente de ρ_0 . Entonces, los dominios de las transformadas no se traslapan. Por otro lado, si R es finito, entonces el aliasing puede ser despreciado y la condición de filtraje espacial se satisface.

El análisis anterior demuestra que el factor de ganancia en amplitud β del campo complejo codificado $s(r, \theta)$ por el *kinofom* corresponde al factor de ganancia en amplitud límite β_L de la Ec. (3.47) y satisface la condición de filtraje espacial. *Entonces cualquier NDOF formado por la superposición de Q ondas planas distribuidas radialmente en el espectro de Fourier en un círculo de radio constante es codificado por el kinofom con factor de amplitud límite y por tanto de acuerdo a la Ec. (3.32) el NDOF es reconstruido con el máximo de eficiencia.*

En la figura 3.8(a), se presenta la eficiencia límite calculada para los NDOFs con $Q = 4, 5, 6, 8, 9$ y 10 , para diferentes valores de carga topológica p . La eficiencia alcanza valores mayores de 0.6, para diferentes combinaciones de Q y p . También, la SNR de los NDOFs reconstruidos se muestra en la figura 3.8(b). Se observa que los NDOFs periódicos ($Q = 4$ y $Q = 6$) presentan mayor SNR debido a la distribución del ruido. En este caso, el ruido se encuentra concentrado en spots distribuidos uniformemente y bien aislados del término señal.

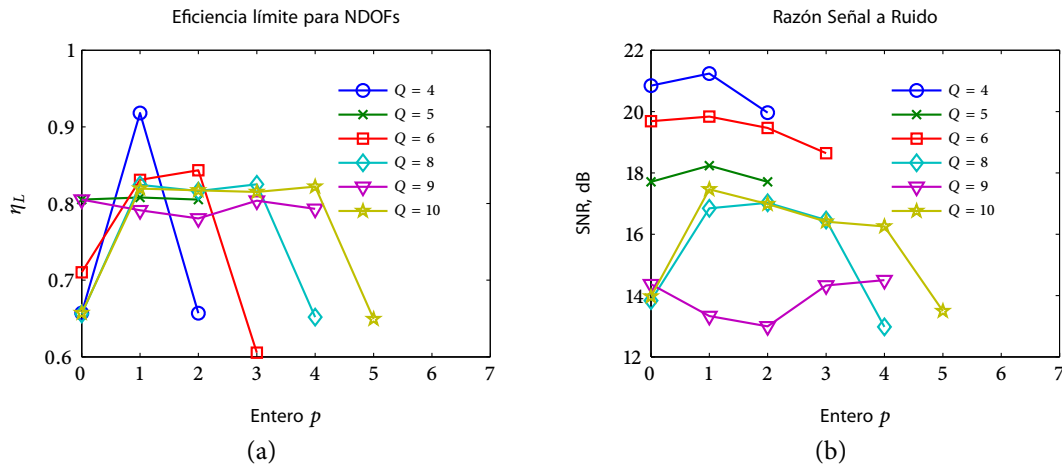


Figura 3.8 a) Eficiencia límite (η_L) y b) Razón Señal a Ruido (SNR) de los *kinofoms* que codifican NDOFs con $Q = 4, 5, 6, 8, 9$ y 10 .

Implementación experimental de los SPHs propuestos para la generación de campos ópticos escalares

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta la generación de campos ópticos escalares mediante el uso de un LC-SLM pixelizado de reflexión que provee modulación de fase y que fueron presentados en el capítulo anterior. Se generan haces Bessel y NODFs periódicos y cuasiperiódicos formados por la superposición de Q ondas planas mediante su *kinofom*. Una comparación de los resultados numéricos y los resultados experimental es presentada con el propósito de evidenciar la calidad de reconstrucción y alta eficiencia de tales SPHs.

4.2. Arreglo experimental

El arreglo experimental para la implementación de los diferentes SPHs propuestos para la codificación de campos ópticos escalares, consiste básicamente de un LC-SLM 1080P de la compañía Holoeye Photonics AG y un sistema de doble transformada de Fourier o mejor conocido como sistema $4-f$ [Ver figura 4.1]. El modulador empleado como sistema de despliegue de los SPHs, es un modulador pixelizado de reflexión que permite modulación de fase cuyo rango alcanza un valor de 2π radianes con 160 niveles de gris para luz láser en el espectro visible. Dicho modulador consta de una matriz de 1080×1920 pixeles separados $\delta_x = 8 \mu\text{m}$, por lo que el ancho de banda del modulador es $\Delta u = 1/\delta_x$. En este arreglo, el LC-SLM es iluminado por un haz láser He-Ne ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) colimado por un expansor de haz (BE, Beam Expander).

44 Implementación experimental de los SPHs propuestos para la generación de ...

La iluminación es cuasi-normal (a un ángulo θ pequeño, no mayor de los 10°) para evitar efectos no deseados sobre la polarización y permitir una adecuada separación de los haces incidente y reflejado. El espectro de Fourier de la SPHs que codifican a los diferentes campos ópticos escalares es obtenido justamente en el plano focal posterior de la primera lente transformadora L_1 , donde un filtro espacial binario F es colocado. El filtro tiene el propósito de transmitir únicamente el espectro de los términos que contiene al campo óptico escalar codificado en el SPH. El campo óptico reconstruido es obtenido en el plano focal posterior de la segunda lente transformadora L_2 . Los campos ópticos reconstruidos son detectados con una CCD de 1008×1018 pixeles de $9 \mu\text{m}$ de ancho, colocada en el plano de salida del sistema experimental que en este caso corresponde al plano focal posterior de la segunda lente L_2 .

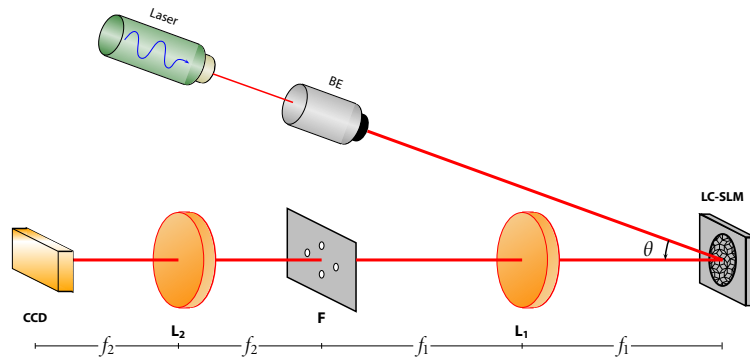


Figura 4.1 Esquema experimental empleado para la generación y síntesis de campos ópticos escalares mediante SPHs usando un LC-SLM de fase como sistema de despliegue.

4.2.1. Caracterización del LC-SLM de fase

El elemento más importante del arreglo experimental de la figura 4.1 es el LC-SLM de fase utilizado para el despliegue de los SPHs. El uso de estos dispositivos electro-ópticos requiere de una previa caracterización que permita visualizar su comportamiento ante ciertas condiciones de operación. En nuestro caso el LC-SLM empleado corresponde a un conjunto de pixeles o celdas de cristal líquido. Cada celda contiene moléculas de cristal líquido tipo nemático dispuestas paralelamente [Ver figura 4.2] una con otra, cuyo eje director tiene la misma orientación a lo largo del ancho de la celda d . La celda actúa como un cristal uniaxial; es decir, presenta dos índices de refracción uno ordinario y otro extraordinario (n_o y n_e respectivamente). Cuando

un voltaje ($V \neq 0$) es aplicado a la celda, las moléculas se inclinan un ángulo τ en dirección del campo aplicado modificando directamente al índice extraordinario n_e , de tal manera que si la celda se ilumina con luz linealmente polarizada orientada paralelamente al eje director de las moléculas. El estado de polarización no cambia y la celda produce un retardo de fase sobre luz incidente dado por

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d n_e(\tau) - n_o(\tau) dz, \quad (4.1)$$

donde λ es la longitud de onda de iluminación y el $n_e(\tau)$ cumple con la relación

$$\frac{1}{n_e^2(\tau)} = \frac{\text{sen}^2 \tau}{n_o^2(\tau)} + \frac{\text{cos}^2 \tau}{n_e^2(\tau)}. \quad (4.2)$$

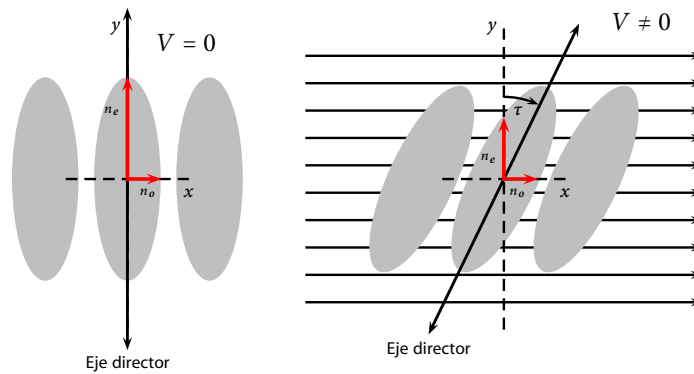


Figura 4.2 Funcionamiento de la celda de cristal líquido nemático con alineación paralela.

De acuerdo a la Ec. (4.1), para cada voltaje aplicado a la celda de cristal líquido se produce un retardo de fase debido a que las moléculas de cristal líquido se reorientan en la dirección del voltaje aplicado. En la práctica este nivel de voltaje corresponde a un nivel de gris, dando como resultado una función de modulación de fase para un rango finito de niveles de gris. A nivel práctico, no resulta trivial obtener la curva de modulación de fase a partir de la Ec. (4.1), debido a que no es posible controlar los parámetros de cada celda del modulador de manera individual. Por ello se recurre a otros métodos que permitan la caracterización del modulador [45,46].

Un método muy simple para la caracterización del LC-SLM de fase basado en la teoría de difracción es usado en el desarrollo de este trabajo. Este método consiste en medir el orden cero del patrón de difracción producido por una rejilla binaria de fase unidimensional de valores $\exp(i\psi_0)$ (referencia) y $\exp(i\psi_g)$ (variable) [Ver

figura 4.3]. Como se sabe, una rejilla de este tipo genera un patrón de difracción que consiste en un conjunto de órdenes, donde el orden cero tiene una intensidad dada por

$$I_{0g} = \left| \frac{\exp(i\psi_0) + \exp(i\psi_g)}{2} \right|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \Delta\psi, \quad (4.3)$$

donde la diferencia de fases es $\Delta\psi = \psi_0 - \psi_g$, y que es hallada al despejar la Ec. (4.3), quedando como

$$\Delta\psi = \cos^{-1}(2I_{0g} - 1). \quad (4.4)$$

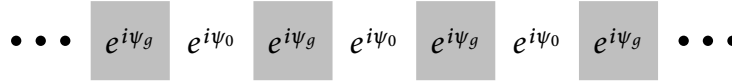


Figura 4.3 Transmitancia de la rejilla binaria de fase usada para caracterizar el modulador.

Entonces dado que ψ_g varía, de 0 a cierto nivel de gris g , se obtiene el valor de fase correspondiente a cada nivel de gris. La curva de modulación para el LC-SLM 1080 de la compañía Holoeye Photonics AG obtenida experimentalmente mediante el método descrito anteriormente para una fuente de iluminación láser He-Ne ($\lambda = 632.8$ nm), es presentada en la figura 4.4. La curva obtenida alcanza el rango de modulación entre 0 y 2π usando únicamente 160 niveles de gris, lo cual implica que para desplegar una función de modulación de fase continua en el LC-SLM, es necesario cuantizar a la función a 160 valores de fase.

Cabe mencionar que, puesto que la modulación de fase depende de la longitud de onda, la curva de la figura 4.4 es válida solo para iluminación en rojo ($\lambda = 632.8$ nm).

El despliegue del SPH en el LC-SLM, requiere de una transformación de los valores de fase del mismo, a niveles de gris. La asignación de los valores de gris correspondientes a cada valor de fase en el SPH se realiza punto a punto, de manera computacional en el programa MATLAB empleando la curva de modulación de la figura 4.4.

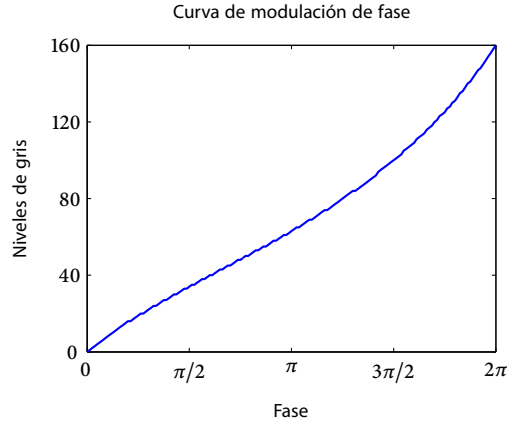


Figura 4.4 Curva de modulación de fase del LC-SLM 1080 de reflexión.

4.3. Generación de haces Bessel con máxima eficiencia

En esta sección se ilustra el procedimiento para la simulación numérica y la implementación experimental de haces Bessel mediante su *kinoform*. En primer lugar, se debe considerar el ruido introducido en el orden cero del patrón de difracción del holograma en el plano de Fourier. El ruido se debe a la reflexión de la primera superficie del LC-SLM y corresponde a la transformada de Fourier de la iluminación que en nuestro caso es una onda plana. Para evitar este término de ruido se implementan SPHs fuera de eje que resultan de la modulación de la función de transmitancia del *kinoform* $h_k(\xi, \theta)$, con un factor de fase lineal ó portadora por lo que la función de transmitancia del SPH en este caso está dada por

$$h_{kc}(\xi, \theta) = h_k(\xi, \theta) \exp [i2\pi(u_0x + v_0y)], \quad (4.5)$$

donde u_0 y v_0 son las frecuencias espaciales de la portadora cuyos valores son una fracción del ancho de banda del modulador Δ_u . En el diseño de los SPHs presentados en esta sección se considera $u_0 = v_0 = \Delta_u/8$. Para ilustrar el desempeño del SPH de la Ec. (4.5), se presenta la codificación mediante el SPH de BBs de orden 1 y 2 con carga topológica $q = 1$ y $q = 2$, respectivamente. Los haces codificados son limitados en su extensión transversal por un soporte circular de radio $R = 256$ pixeles del LC-SLM; es decir, $R = 256\delta_x$, con $\delta_x = 8 \mu\text{m}$. Las amplitudes complejas de cada uno de estos haces de acuerdo a la Ec. (3.34), son expresadas como

$$B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi), \quad (4.6)$$

$$B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi), \quad (4.7)$$

donde λ_{10} denota la décima raíz de cada BB. Para $J_1(x)$, $\lambda_{10} = 32.18$ y para $J_2(x)$, $\lambda_{10} = 33.71$, y la coordenada radial normalizada es $\xi = r/R$. Los SPHs que codifican a cada uno de los BBs, $h_{1kc}(\xi, \theta)$ y $h_{2kc}(\xi, \theta)$, son funciones de fase que toman valores de $-\pi$ a π . Sin embargo para ser implementados con el LC-SLM caracterizado en la sección 4.2.1, se requiere que la fase de cada SPH tome valores de 0 a 2π , esto se logra haciendo un corrimiento de fase de 2π a los valores negativos de fase del SPH que no altera en ninguna manera la codificación. En la figura 4.5 se muestran los *kinofoms* para la generación de los campos de las ecuaciones (4.6) y (4.7).

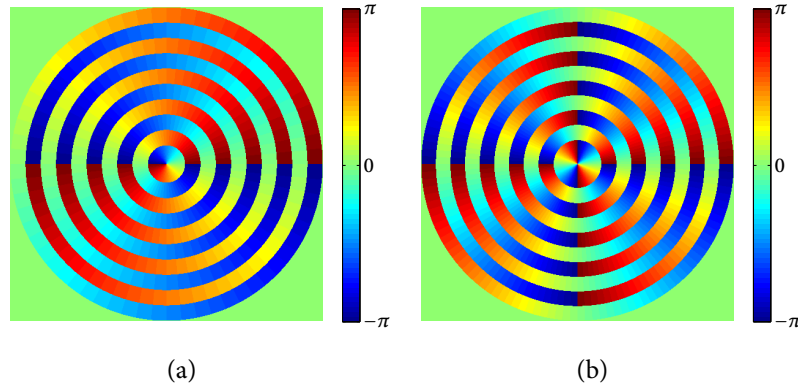


Figura 4.5 *Kinofoms* que codifican a los BBs (a) $B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi)$ y (b) $B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi)$. Las dimensiones de cada holograma son 4.096 mm \times 4.096 mm.

Los SPHs $h_{1kc}(\xi, \theta)$ y $h_{2kc}(\xi, \theta)$ son funciones de fase, que son transformados en imágenes de niveles de gris a través de una asignación computacional empleando la curva de modulación de fase correspondiente al LC-SLM de la figura 4.4. La síntesis experimental de los BBs codificados por $h_{1kc}(\xi, \theta)$ y $h_{2kc}(\xi, \theta)$ se realiza empleando el montaje experimental mostrado en la figura 4.1. Una comparación de los resultados numéricos y resultados experimentales de los módulos de la transformada de Fourier de cada *kinofom* es mostrada en la figura 4.6. Las figuras 4.6(a) y 4.6(b) muestran la comparación de los espectros obtenidos en la simulación numérica y en la implementación experimental, respectivamente, cuando el *kinofom* codifica a $B_1(\xi, \theta)$. Similarmente, los espectros numérico y experimental del *kinofom* que codifica a $B_2(\xi, \theta)$ son mostrados en las figuras 4.6(c) y 4.6(d). Cada espectro consta de varios anillos con diferentes radios, los cuales corresponden al espectro de los diferentes términos de la expansión en series del *kinofom* dada por la Ec. (3.38). El anillo más brillante es la transformada de Fourier del décimo término de la expansión el cual

corresponde al campo complejo codificado o término señal.

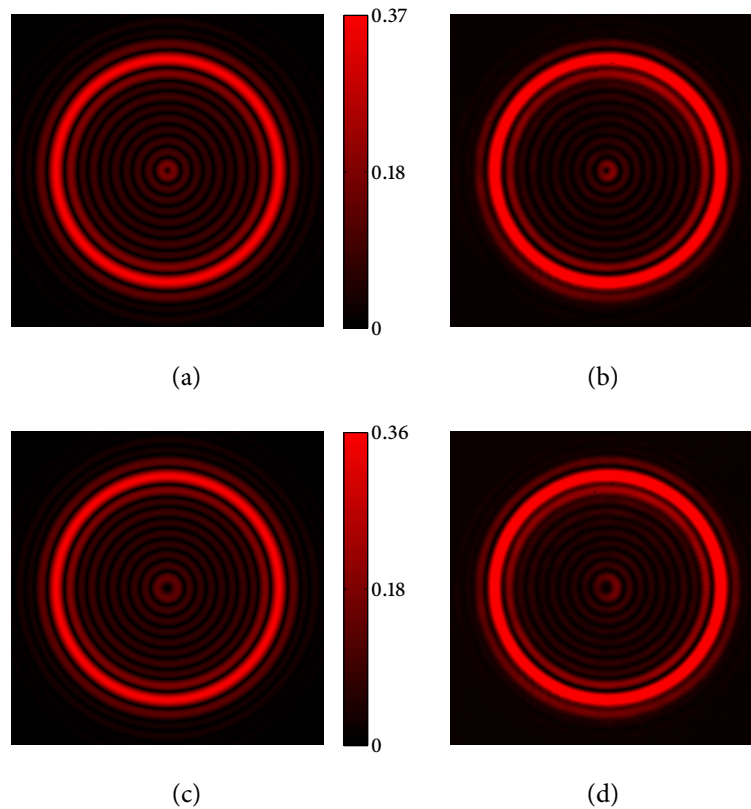


Figura 4.6 Comparación de resultados numéricos y resultados experimentales de los módulos normalizados de la transformada de Fourier de los *kinoforms*. En (a) y (b) se muestran, respectivamente, los espectros calculados numéricamente y experimentalmente del *kinoform* de $B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi)$. De forma similar en (c) y (d) los espectros de los *kinoform* que codifican a $B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi)$. El anillo correspondiente al término señal aparece a la distancia $r_0 = 2.5$ mm.

Aplicando un filtro anular en el plano de Fourier y seleccionando el término señal, es posible la reconstrucción del campo complejo codificado usando la transformada de Fourier inversa. La figura 4.7 muestra la calidad en la reconstrucción numérica y experimental de los campos $B_1(\xi, \theta)$ y $B_2(\xi, \theta)$. Como referencia, las figuras 4.7(a) y 4.7(d) muestran los módulos ideales de los BB $B_1(\xi, \theta)$ y $B_2(\xi, \theta)$. Los módulos del campo reconstruido numéricamente desde el *kinoform* para cada BB se presentan en las figuras 4.7(b) y 4.7(e). El campo reconstruido experimentalmente a partir de los SPHs $h_{1kc}(\xi, \theta)$ y $h_{2kc}(\xi, \theta)$, se ilustra en las figuras 4.7(c) y 4.7(f).

La figura 4.7 muestra el excelente desempeño de los SPHs tipo *kinoform* para

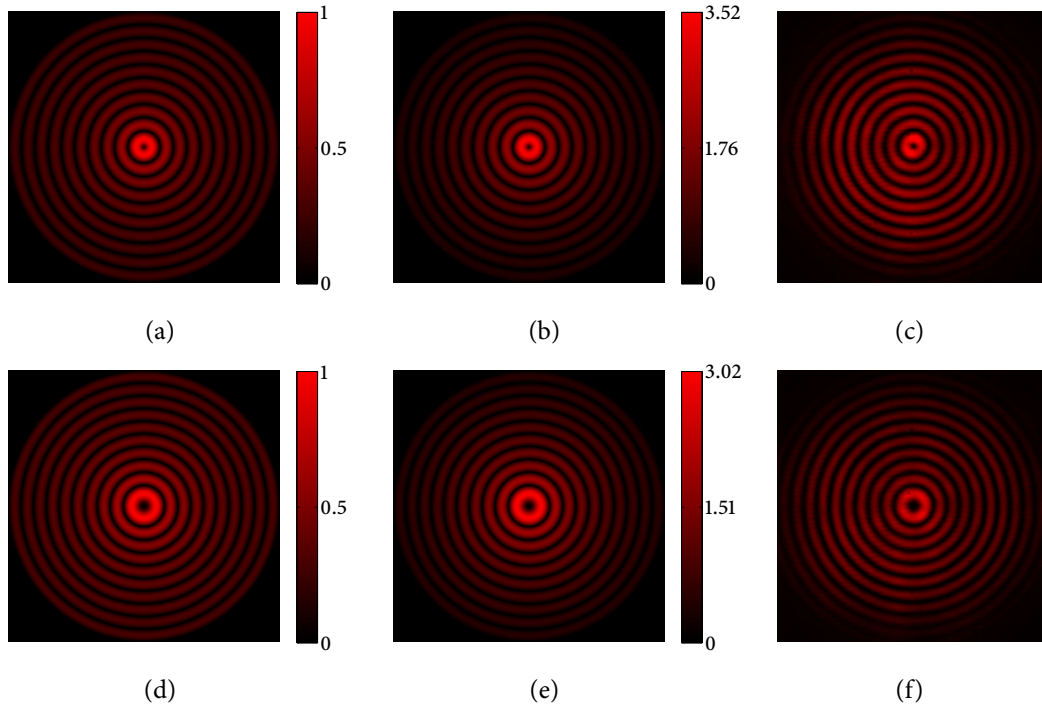


Figura 4.7 Generación de BBs de orden uno y dos con cargas topológicas $q = 1$ y 2 , respectivamente mediante su *kinofom* modulado por una portadora de fase lineal con frecuencias $u_0 = v_0 = \Delta_u/8$, (a) y (d) módulos de los BB ideales (b) y (e) módulos de los campos reconstruidos numéricamente a partir del *kinofom* y (c) y (f) módulos de los campos reconstruidos experimentalmente a partir de los SPH. Las dimensiones del campo reconstruido son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$.

la generación de BBs con alta eficiencia. Además muestra la calidad de reconstrucción del campo complejo codificado, donde es posible observar ligeras distorsiones introducidas por el aliasing debido al soporte finito que impide el cumplimiento de la condición de filtraje espacial de manera estricta. Los factores de ganancia de amplitud límite β_L [Ec. (3.40)] calculados en la codificación de $B_1(\xi, \theta)$ y $B_2(\xi, \theta)$ mediante su *kinofom* son $\beta_{L1} = 3.52$ y $\beta_{L2} = 3.02$, respectivamente. Adicionalmente, la eficiencia calculada a partir de la Ec. (3.32) para cada caso corresponde a $\eta_{L1} = 72\%$ y $\eta_{L2} = 73\%$. Finalmente, la figura 4.8 muestra los cortes transversales de los campos reconstruidos experimentalmente a partir de su *kinofom*.

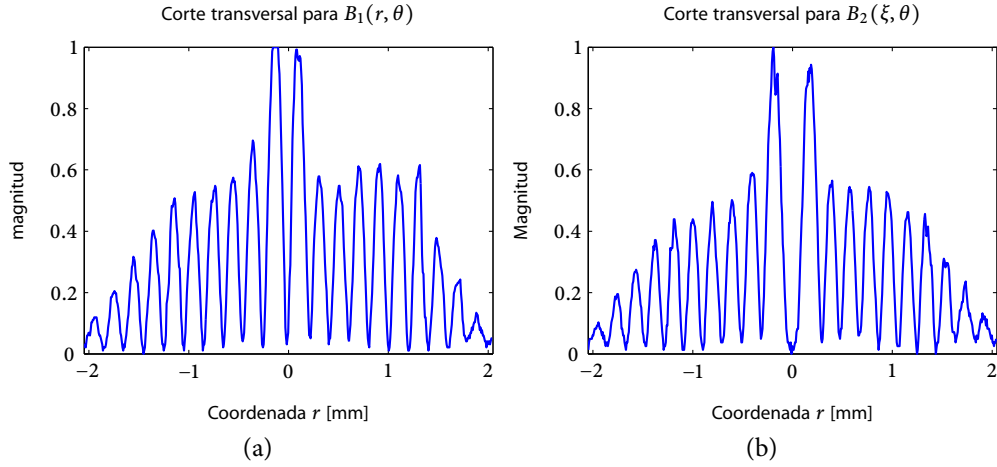


Figura 4.8 Corte transversal de los campos reconstruidos experimentalmente (a) $B_1(\xi, \theta) = J_1(\lambda_{10}\xi) \exp(i\theta) \text{circ}(\xi)$ y (b) $B_2(\xi, \theta) = J_2(\lambda_{10}\xi) \exp(i2\theta) \text{circ}(\xi)$.

4.4. Generación de campos complejos periódicos y cuasi-periódicos con máxima eficiencia

Para ilustrar la generación experimental de los NDOFs periódicos y cuasiperiódicos formados por la superposición de Q ondas planas mediante el *kinofom*, se presentan dos ejemplos, la suma de cinco y seis ondas planas ($Q = 5$ y 6) con $p = 0$ y $p = 1$, respectivamente. Las amplitudes complejas $s(r, \theta)$ para cada uno de estos campos a partir de la Ec. (3.44), son

$$s_{5,0}(\xi, \theta) = 0.2 \sum_{n=0}^4 \exp[2\pi\rho_0 R \xi \text{sen}(\theta - 2n\pi/5)], \quad (4.8)$$

$$s_{6,1}(\xi, \theta) = 0.284 \sum_{n=0}^5 \exp(in\pi/3) \exp[2\pi\rho_0 R \xi \text{sen}(\theta - n\pi/3)]. \quad (4.9)$$

La transmitancia de cada *kinofom* $h_{k(Q,p)}(\xi, \theta)$ que codifica a los campos de las ecuaciones (4.8) y (4.9), tiene la forma de la Ec. (3.46). Asumimos que las funciones de modulación de fase de los *kinofoms* que codifica a $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y que codifica a $s_{6,1}(\xi, \theta)$ se denotan por $\psi_{5,0}(\xi, \theta)$ y $\psi_{6,1}(\xi, \theta)$, respectivamente. Para fines prácticos, el *kinofom* se encuentra limitado por un soporte circular de radio $R = 7.5/\rho_0$ que corresponde a un radio de 256 pixeles del LC-SLM; es decir, considerando que la separación entre pixeles es $8 \mu\text{m}$, entonces $R = 2048 \mu\text{m}$. En la figura 4.9 se muestran los *kinofoms* que codifican a NDOFs de las ecuaciones (4.8) y (4.9).

De manera análoga que en la implementación de los BB mediante su *kinofom*, la

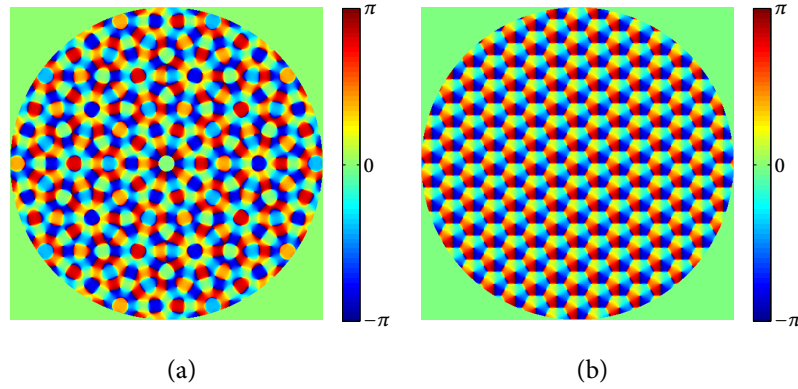


Figura 4.9 *Kinofirms* que codifican a los NDOFs (a) $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y (b) $s_{6,1}(\xi, \theta)$. Las dimensiones de cada holograma son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$.

generación y síntesis de estos dos casos de NDOFs mediante el LC-SLM de reflexión es necesario considerar el uso de una portadora de fase lineal con frecuencias espaciales (u_0, v_0) de tal forma que el SPH resultante tiene función de transmitancia dada por

$$h_{kc(Q,p)}(\xi, \theta) = h_{k(Q,p)}(\xi, \theta) \exp [i2\pi(u_0x + v_0y)]. \quad (4.10)$$

Los SPHs $h_{kc(5,0)}(\xi, \theta)$ y $h_{kc(6,1)}(\xi, \theta)$ que codifican a cada uno de los NDOFs propuestos son funciones de fase en el rango de $-\pi$ a π , por lo que de igual manera que en la codificación de los BBs con su *kinofirm*, aplicamos un corrimiento de fase de 2π a sus valores negativos para estar en el rango de modulación del LC-SLM caracterizado en la sección 4.2.1. La generación experimental de los NDOFs de las ecuaciones (4.8) y (4.9) con los SPHs $h_{kc(5,0)}(\xi, \theta)$ y $h_{kc(5,0)}(\xi, \theta)$ es llevada a cabo empleando el montaje experimental mostrado en la figura 4.1, una vez que el SPH ha sido transformado a niveles de gris con la curva de modulación de la figura 4.4.

La figura 4.10 presenta una comparación numérica-experimental de los módulos en el dominio de Fourier. También, para cada ejemplo, se muestra el módulo del espectro de Fourier del NDOF codificado en las figuras 4.10(a) y 4.10(d) para $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$. Los módulos del espectro de Fourier numéricos de los correspondientes *kinofirms* se muestran en las figuras 4.10(b) y 4.10(e). Finalmente, los módulos de los espectros de Fourier experimentalmente obtenidos a partir del SPH se ilustran en las figuras 4.10(c) y 4.10(f). En el espectro del *kinofirm* numérico y experimental, aparecen los términos correspondientes al campo complejo codificado con la mayor parte de la energía y términos de ruido bien aislados de los términos señal que no son muy visibles en la imagen experimental por cuestiones de la detección pero que

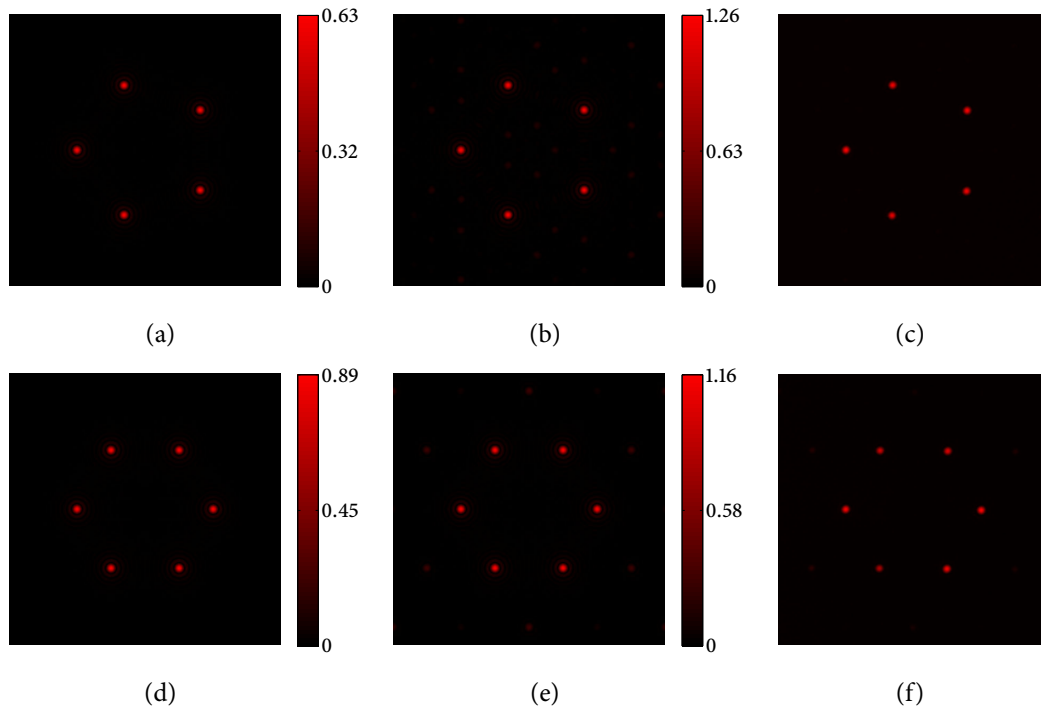


Figura 4.10 Comparación de resultados numéricos y resultados experimentales de los módulos de la transformada de Fourier. Las espectros numéricos de los campos complejos a codificar se muestran en (a) y (d), mientras que en (b) y (e) se ilustran los espectros numéricos de cada *kinofom*. En (c) y (f) se muestran los espectros experimentales de los SPHs que codifican a $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$, respectivamente. Los spots en el dominio de Fourier correspondientes a las ondas planas codificadas aparecen a la distancia $r_0 = 1.7$ mm del eje óptico.

se encuentran presentes, lo que muestra el cumplimiento de la condición de filtraje espacial. Nótese que los spots en el espectro del SPH correspondientes a las ondas planas codificadas tienen una forma y tamaño determinado por la pupila que limita el *kinofom* y aparecen a una distancia $r_0 = \lambda f_1 \rho_0$ del eje óptico. Si la longitud focal de la lente transformadora L_1 en la figura 4.1, es $f_1 = 75$ cm, entonces $r_0 = 1738 \mu\text{m}$.

La reconstrucción del campo complejo codificado se logra aplicando un filtro en el espectro que permita la selección del conjunto de spots que corresponden al término señal y realizando la transformada de Fourier inversa. Cada uno de los filtros usados para la reconstrucción consta de pequeñas perforaciones circulares que se encuentran a una distancia r_0 del eje óptico y el diámetro de cada perforación es aproximadamente $r_0/2$ ($\approx 870 \mu\text{m}$). La figura 4.11 muestra los campos reconstruidos

desde cada SPH.

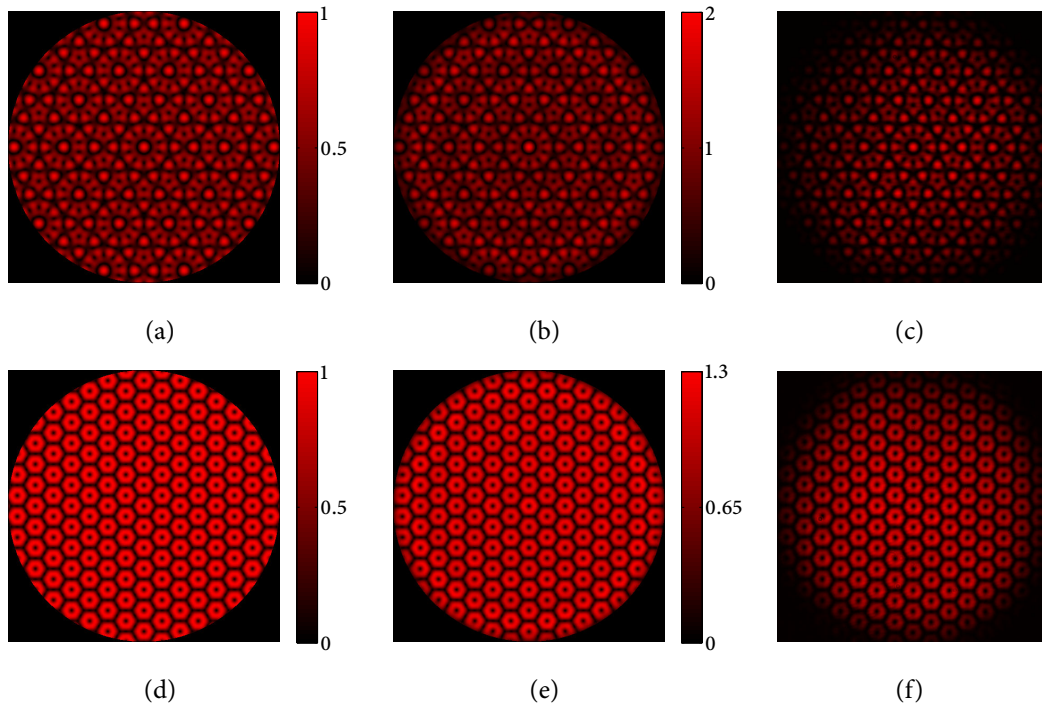


Figura 4.11 Generación de NDOFs formados por la superposición de 5 y 6 ondas planas con carga topológica $p = 0$ y $p = 1$, respectivamente, usando su *kinofom* modulado por una portadora de fase lineal con frecuencias $u_0 = v_0 = \Delta_u/8$, (a) y (d) módulos ideales de $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$, (b) y (e) módulos de los campos reconstruidos numéricamente a partir del *kinofom* (c) y (f) módulos de los campos reconstruidos experimentalmente a partir del SPH. Las dimensiones del campo reconstruido son $4.096 \text{ mm} \times 4.096 \text{ mm}$.

La figura 4.11(c) ilustra la reconstrucción experimental de $s_{5,0}(\xi, \theta)$, mientras que la figura 4.11(f) muestra la reconstrucción experimental de $s_{6,1}(\xi, \theta)$. En cada caso se emplean los SPHs $h_{kc(5,0)}(\xi, \theta)$ y $h_{kc(6,1)}(\xi, \theta)$. También, las figuras 4.11(b) y 4.11(e) muestran las reconstrucciones numéricas de $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$. Los resultados anteriores ponen en evidencia la alta calidad de reconstrucción de los campos a partir de sus *kinofoms* tomando como referencia los módulos ideales de los NDOF a codificar, los cuales se muestran en las figuras 4.11(a) y 4.11(d) para $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$, respectivamente. El aliasing producido por el soporte finito no afecta de manera significativa al campo complejo reconstruido debido a que los términos de error en el espectro se encuentran bien separados del término señal. En estos dos ejemplos, los factores de ganancia de amplitud limite β_L [Ec. (3.40)] calculados en

4.4 Generación de campos complejos periódicos y cuasiperiódicos con máxima ... 55

la codificación de $s_{5,0}(\xi, \theta)$ y $s_{6,1}(\xi, \theta)$ son $\beta_{L(5,0)} = 2$ y $\beta_{L(6,1)} = 1.3$, respectivamente. Además, la eficiencia calculada a partir de la Ec. (3.32) para cada caso corresponde a $\eta_{L(5,0)} = 80\%$ y $\eta_{L(6,1)} = 83\%$.

Generación e implementación de campos ópticos vectoriales con estado de polarización arbitrario empleando hologramas sintéticos de fase

5.1. Introducción

Como se menciona en la sección 2.3.3 un campo óptico vectorial o VB es construido por la combinación lineal de dos campos escalares complejos arbitrarios $E_1(x, y, z)$ and $E_2(x, y, z)$ o haces modo escalares con estados de polarización mutuamente ortogonal [Ec. (2.20)]. En este capítulo se explora y se demuestra la generación e implementación de VBs estables con alta SNR y alta eficiencia usando los SPHs tipo Arrizón y tipo Kirk descritos en el capítulo 3. Aquí los haces modo escalares son codificados en un SPH mediante el uso de la función normalizada $s(x, y)$ descrita en la Ec. (3.1) y la base de polarización usada es la base de polarización circular. La generación de VB se presenta en dos grupos: i) superposición de haces modo escalares conjugados y ii) superposición de haces modo escalares arbitrarios, división que se deriva del SPHs más conveniente para su generación. El SPH tipo Arrizón para el primer caso y tipo Kirk para el segundo caso. Además este capítulo presenta la comparación numérica-experimental para evidenciar la calidad del VB generado. De manera particular se demuestra la generación de VB con modulación de amplitud constante y haces Bessel TE y TM de diferentes ordenes con distribuciones de polarización radial, azimutal o cualquier otra combinación de estas.

5.2. Arreglo experimental

El arreglo usado en la generación experimental de VBs consta principalmente de un interferómetro de camino común [20] y un sistema $4-f$ (ver figura 5.1). En este arreglo, un LC-SLM es usado para el despliegue de los SPHs que codifican a los haces modo escalares. EL LC-SLM fue descrito en la sección 4.2 cuya curva de modulación de fase es la mostrada en la figura 4.4 para luz láser He-Ne. El haz de iluminación incide cuasinormal en el LC-SLM para evitar efectos sobre la polarización. El haz es un haz Gaussiano colimado y cuyo estado de polarización es lineal. El haz es también ajustado por una placa de $\lambda/2$ (HP) a un ángulo de 45° para coincidir con el eje director de las moléculas de cristal líquido y conservar el estado de polarización incidente en la salida del LC-SLM. A la salida del LC-SLM, la luz linealmente polarizada es transformada a luz circularmente polarizada derecha usando una placa de $\lambda/4$ (QP). El espectro de Fourier del SPH desplegado en el LC-SLM es obtenido en el plano focal de la lente transformadora \mathbf{L}_1 , donde el espectro de Fourier del campo escalar complejo $s(x, y)$ que codifica a los haces modo escalares es filtrado mediante un filtro espacial \mathbf{F}_1 colocado en el en el plano focal de la lente transformadora \mathbf{L}_1 . El filtro espacial es una pantalla opaca con dos pequeñas perforaciones circulares que permiten la selección de la transformada de Fourier de los haces modo escalares. Una placa de $\lambda/2$ (HP) es colocada en la trayectoria de uno de los haces transmitido por el filtro para convertir su estado de polarización circular derecha a polarización circular izquierda. Los haces modo escalares reconstruidos son obtenidos en el plano focal de la lente \mathbf{L}_2 , donde una rejilla Ronchi \mathbf{G} es colocada para recombinarlos. La rejilla Ronchi tiene un período τ igual al período de la portadora del holograma en el caso del SPH tipo Arrizón. Para el caso del SPH tipo Kirk, el período τ deberá ser igual al período de la portadora de cada uno de los haces modo escalares. Este hecho produce la colinealidad de los haces modo escalares y por tanto su superposición. La rejilla produce copias lateralmente desplazadas del VB, pero solo una de esas copias es seleccionada con un segundo filtro espacial \mathbf{F}_2 . Finalmente, la imagen del VB generado es formada en una CCD por una tercera lente \mathbf{L}_3 , donde es capturada. Opcionalmente un analizador es colocado justo antes de la CCD para visualizar al VB para diferentes ángulos de su eje de transmisión.

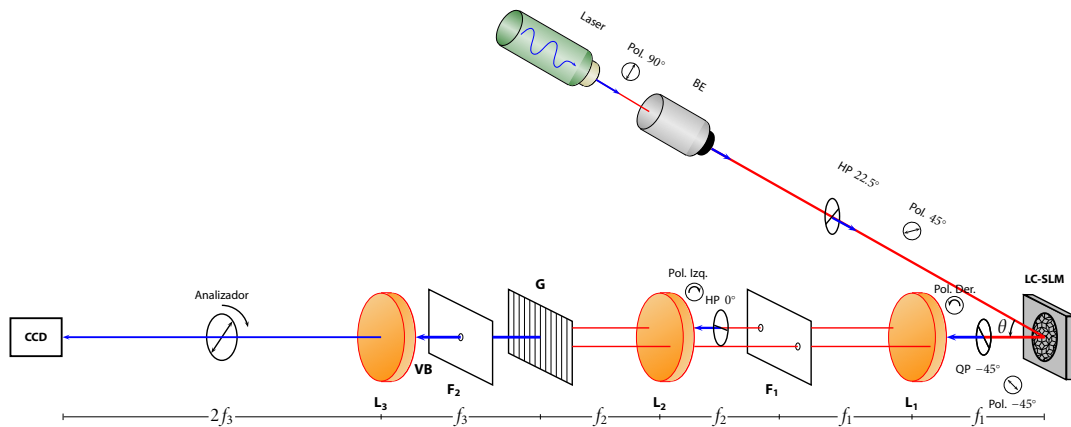


Figura 5.1 Arreglo experimental para la generación de VBs empleando SPHs, un interferómetro de camino común y un sistema 4- f . BE es un expansor de haz, HP es una placa de $\lambda/2$, y QP es una placa de $\lambda/4$.

5.3. Generación de campos ópticos vectoriales usando modos escalares conjugados

En el caso de campos ópticos vectoriales con modos conjugados, la construcción de los VBs restringe a los haces modo $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ de la Ec. (2.12) de la siguiente forma $E_2(x, y) = E_1^*(x, y)$. Para tales VBs, el SPH conveniente en la codificación de los haces modo es el SPH tipo Arrizón descrito en la sección 3.2.3 cuya función de transmitancia está dada en la Ec. (3.25). Una de las características que lo hace conveniente para esta aplicación es que los campos $E_1(x, y)$ y $E_1^*(x, y)$ pueden ser obtenidos filtrando los órdenes ± 1 del espectro de Fourier de su función de transmitancia, siempre y cuando el campo complejo a codificar $s(x, y)$ de la Ec. (3.1) corresponda al haz modo $E_1(x, y)$, además de que $f(a)$, cumpla con la condición de codificación $J_1(f(a)) = Aa$, donde a es la función de modulación de amplitud de $E_1(x, y)$ y $A = 0.5819$, la cual corresponde al máximo valor de $J_1(x)$.

La superposición de los haces modo escalares $E_1(x, y)$ y $E_1^*(x, y)$ con estado de polarización ortogonal (circular en nuestro caso) permite la construcción de VBs. En general $E_1(x, y)$ es cualquier campo complejo escalar, pero como ya se mencionó en la sección 2.3.3, nuestro interés es construir VBs con simetría axial tanto en amplitud como en polarización, por lo que $E_1(x, y)$ debe corresponder a un campo complejo escalar con simetría axial. Un caso típico de estos campos son los que tienen un perfil de fase helicoidal.

Usando la expresión de campo eléctrico de un VB en la base de polarización circular de la Ec. (2.13), y asumiendo que los haces modo poseen un perfil de fase helicoidal $\phi = m\theta(x, y) + \theta_0$, donde $\theta(x, y)$ es una función de fase definida en el intervalo $[0, 2\pi]$, m y θ_0 son la carga topológica y la fase inicial del haz modo, respectivamente [20], se puede escribir el campo eléctrico para un VB construido con la superposición de modos escalares conjugados como

$$\mathbf{E}(x, y) = E_1 \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + E_1^* \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = 2a \begin{bmatrix} \cos(m\theta + \theta_0) \\ \sin(m\theta + \theta_0) \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

La dependencia de las coordenadas (x, y) de las variables a y θ es omitida en la Ec. (5.1), por cuestión de simplicidad. Una adecuada selección de valores m y θ_0 permite la construcción de VBs con polarización radial, azimutal o cualquier otra combinación de estas.

Dos ejemplos específicos de VBs construidos con la superposición modos escalares conjugados usando el SPH tipo Arrizón son mostrados en la figuras 5.2 y 5.3, para un monopolo de polarización ($\theta_0 = 0$ y $m = 1$) y para un dipolo de polarización ($\theta_0 = 0$ y $m = 2$), respectivamente, ambos con modulación de amplitud constante ($a = 1$), similares a los reportados por Wang *et. al.* [20]. Aquí el campo complejo a codificar por el SPH de acuerdo a la Ec. (3.1) esta dado como

$$s(x, y) = E_1(x, y) = \exp \{ i[m\theta(x, y) + \theta_0] \} \text{circ}(r/R). \quad (5.2)$$

El campo complejo para los ejemplos aquí mostrados es generado dentro de un soporte de radio $R = 256\delta_x$, donde δ_x es el ancho del pixel del LC-SLM, usado para implementar la función de transmitancia del SPH, y tiene un valor de $8\mu\text{m}$. Además, la frecuencia espacial de la portadora de fase lineal ϕ_L en los SPH para estos ejemplos es $(u_0, v_0) = (\Delta_u/6.25, 0)$, donde Δ_u es el ancho de banda del LC-SLM y corresponde a δ_x^{-1} . El uso de esta portadora ofrece una separación espacial suficientemente grande de los ordenes ± 1 permitiendo la manipulación del estado de polarización de los haces modo escalares de manera independiente además de aumentar la calidad de reconstrucción del VB.

Los SPHs tipo Arrizón que codifican al campo complejo de la Ec. (5.2) resultan en una función de fase, la cual es transformada a niveles de gris usando la curva de modulación de la figura 4.4, para su despliegue en el LC-SLM.

Las figuras 5.2 y 5.3 presentan en su fila superior los resultados numéricos, mientras que en la fila inferior se presentan los resultados experimentales. La primera

columna de estas figuras muestra el módulo del campo total $E(x, y)$ producido por la superposición de los dos haces modo escalares conjugados reconstruidos desde el SPH. El campo total $E(x, y)$ presenta un centro obscuro típico del VB el cual incrementa su tamaño si la carga topológica m aumenta. La segunda columna muestra la distribución de polarización. En el primer ejemplo (figura 5.2), se tiene polarización radial con estructura de monopolo y en el segundo ejemplo (figura 5.3) la polarización es una combinación de radial-azimutal con la estructura de un dipolo. Las tres últimas columnas muestran el campo transmitido cuando un analizador con diferentes ángulos en su eje de transmisión es colocado a la salida del sistema. El campo transmitido presenta una modulación sinusoidal a lo largo de la dirección azimutal con periodo $\alpha = 2m$.

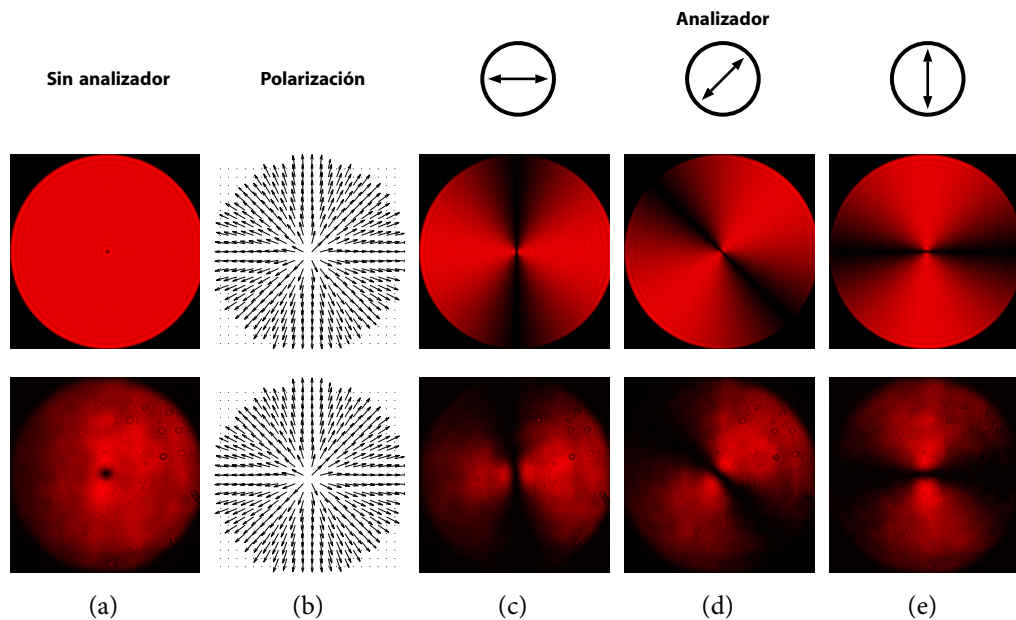


Figura 5.2 Generación de VBs con modos escalares conjugados usando SPHs tipo Arrizón con frecuencias portadoras $(u_0, v_0) = (\Delta_u/6.25, 0)$, amplitud $a = 1$, $m = 1$ y $\theta_0 = 0$. La fila superior corresponde a los resultados numéricos, mientras que en la fila inferior presenta los resultados experimentales. (a) módulo de los VBs reconstruidos desde los SPHs, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z .

Las figuras 5.2 y 5.3 demuestran la calidad de los VBs generados con el SPH tipo Arrizón. El factor de ganancia de amplitud en los dos ejemplos presentados anteriormente corresponde al factor de codificación $\beta = A = 0.5819$, factor de ganancia

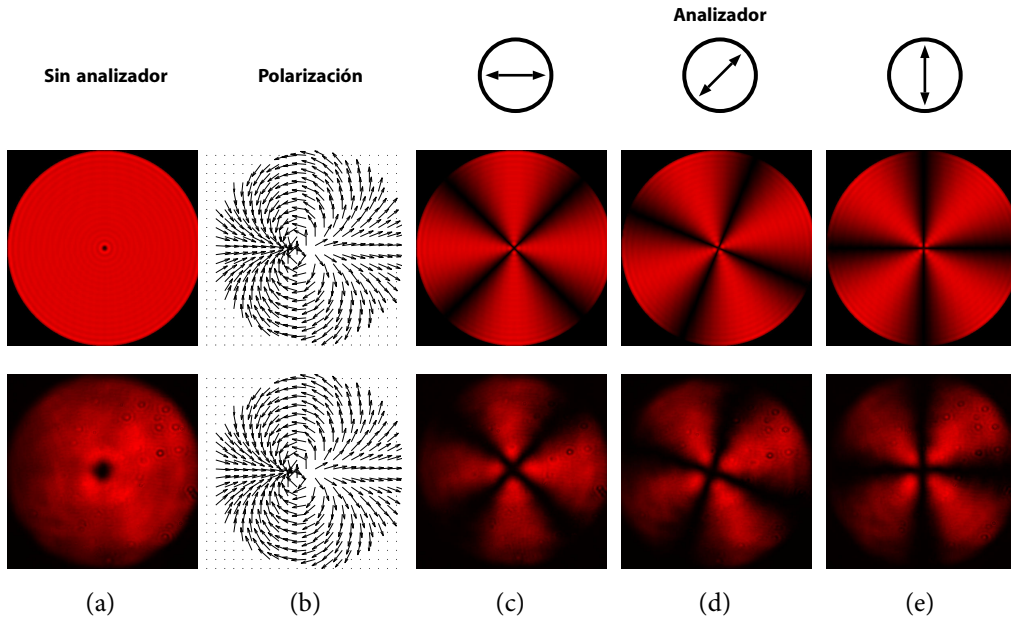


Figura 5.3 Generación de VBs con modos escalares conjugados usando SPHs tipo Arrizón con frecuencias portadoras $(u_0, v_0) = (\Delta_u/6.25, 0)$, amplitud $a = 1$, $m = 2$ y $\theta_0 = 0$. La fila superior corresponde a los resultados numéricos, mientras que en la fila inferior presenta los resultados experimentales. (a) módulos de los VBs reconstruidos desde los SPHs, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z .

que corresponde a un solo haz modo escalar. La eficiencia del VB calculada a partir de la Ec. (3.7), tomando en consideración que el VB es construido con dos de los órdenes del SPH, es $\eta = 68\%$; casi tres veces más grande que la obtenida usando un LC-SLM de amplitud [20].

5.4. Generación de campos ópticos vectoriales con modos escalares arbitrarios

La construcción de VBs con haces modos escalares arbitrarios, es una forma general de construir VBs con estado de polarización arbitraria ya que no se restringe a algún caso particular como ocurre en el caso anterior (sección 5.3). Aquí los haces modos escalares $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ en la Ec. (2.20) son arbitrarios tanto en amplitud como en fase. En este caso el SPH tipo Kirk, descrito en la sección 3.2.1, es usado

para generar a $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ debido a que permite la generación simultánea de dos o más campos ópticos escalares en el orden cero de la rejilla de fase sinusoidal del SPH con eficiencia relativamente alta [27]. Para usar el SPH tipo Kirk, los dos modos escalares $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ son codificados dentro de un soporte común mediante la función compleja normalizada $s(x, y)$ dada por

$$s(x, y) = E_1(x, y) \exp [i2\pi(u_1x + v_1y)] + E_2(x, y) \exp [- i2\pi(u_1x + v_1y)], \quad (5.3)$$

donde u_1 y v_1 son la frecuencias de la portadora para cada modo, $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ son funciones complejas con amplitudes a_1 , a_2 y fases ϕ_1 y ϕ_2 , respectivamente. Aquí las amplitudes y las fases de los modos escalares tiene dependencia en las coordenadas (x, y) . Si el campo complejo de la Ec. (5.3) es codificado por el SPH tipo Kirk, cuya función de transmitancia esta dada en la Ec. (3.14), los modos escalares codificados $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ son reconstruidos a partir del orden cero del patrón de difracción del SPH, siempre y cuando $f(a)$, cumpla con la condición de codificación $J_0[f(a)] = Aa$ con $A = 1$, valor que corresponde a el máximo valor de $J_0(x)$. Si esos modos escalares tienen estado de polarización circular ortogonal, entonces el campo eléctrico para el VB generado es descrito de acuerdo a la Ec. (2.13) como

$$\mathbf{E}(x, y) = \begin{bmatrix} E_2(x, y) + E_1(x, y) \\ i[E_2(x, y) - E_1(x, y)] \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Para ilustrar la generación de VBs con haces modo escalares arbitrarios a partir del SPH tipo Kirk, consideremos la generación de los modos Bessel de alto orden TE y TM (BB TE o TM) reportados en la sección 2.3.3. El campo eléctrico de los BB TE Y TM esta dado en la Ec. (2.14), donde su generación ocurre por la superposición de dos haces Bessel con estado de polarización circular ortogonal cuyos índices azimutales difieren en dos unidades. En el SPH tipo Kirk estos dos haces Bessel corresponden a los haces modo escalares $E_1(x, y)$ y $E_2(x, y)$ de la Ec. (5.3), por lo que el campo complejo a codificar en este caso queda como

$$s(x, y) = J_{l-1}(2\pi\rho_0Rr) \exp \left\{ i[(l-1)\theta + 2\pi(u_1x + v_1y) + \theta_0] \right\} \text{circ}(r/R) \\ + J_{l+1}(2\pi\rho_0Rr) \exp \left\{ i[(l+1)\theta - 2\pi(u_1x + v_1y) - \theta_0] \right\} \text{circ}(r/R), \quad (5.5)$$

donde la fase inicial $\theta_0 = 0$ (para BBs TE) y $\theta_0 = \pi/2$ (para BBs TM), la portadora de fase lineal que acompaña a los dos haces Bessel tiene frecuencias (u_1, v_1) . Además, estos dos haces Bessel están limitados por una pupila circular de radio R , el cual es

seleccionado de acuerdo a la relación $\lambda_n = 2\pi\rho_0R$ en la cual λ_n es la n -ésima raíz positiva de $J_{l-1}(x)$.

Dos ejemplos de la generación de BB TE y TM, son mostrados en las figuras 5.4 y 5.5, los cuales corresponden al BB TM de orden cero ($l = 0$) y el BB TE de orden uno ($l = 1$). En estos ejemplos $\lambda_n = \lambda_4$, donde $\lambda_4 = 13.32$ en los modos del BB TM de orden cero y $\lambda_4 = 11.79$ para los modos del BB TM de orden uno. Además, las frecuencias de la portadora de cada haz Bessel $(u_1, v_1) = (\Delta_u/15.875, 0)$ y las frecuencias de la rejilla de fase sinusoidal del SPH tipo Kirk son $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$, que evitan las contribuciones de ruido de los órdenes altos en el espectro, debidos a la estructura pixelizada del LC-SLM. Además se considera que $k_t/k_z \approx 0.02$ tal como en [12] para tener un punto de comparación.

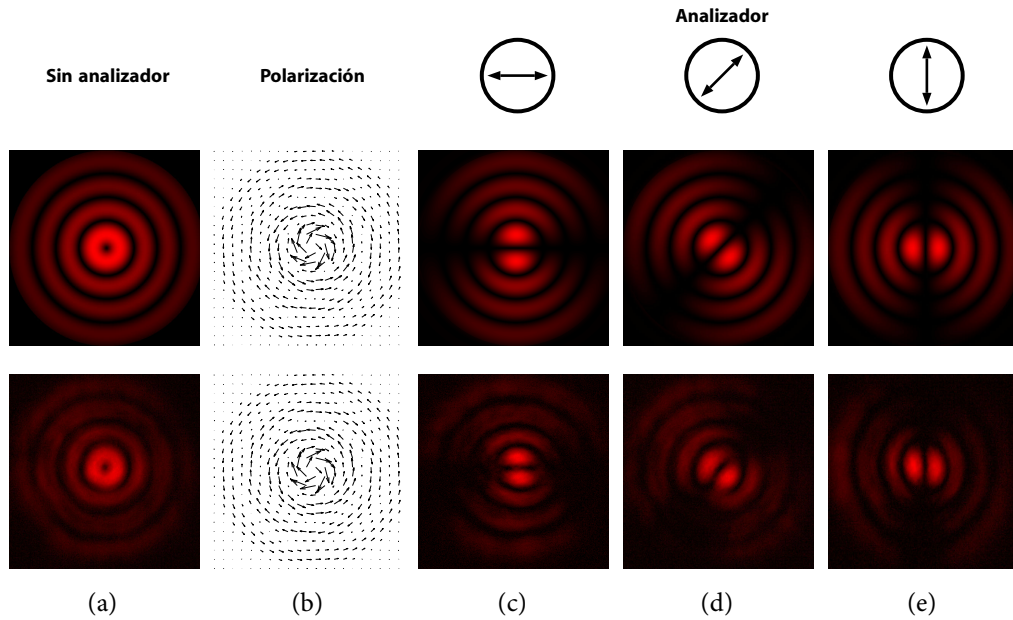


Figura 5.4 Generación de BB TM de orden cero ($l = 0$) con modos escalares arbitrarios usando un SPH tipo Kirk con frecuencias portadoras $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$ y $\theta_0 = 0$. (a) módulos de los BB reconstruido desde el SPH, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z .

La generación experimental de los modos Bessel TE y TM mediante SPHs tipo Kirk requiere también de una transformación del SPH en una imagen en niveles de gris para ser desplegado en el LC-SLM. Dicha transformación es llevada a cabo usando la curva de modulación de la figura 4.4, que corresponde al modulador empleado

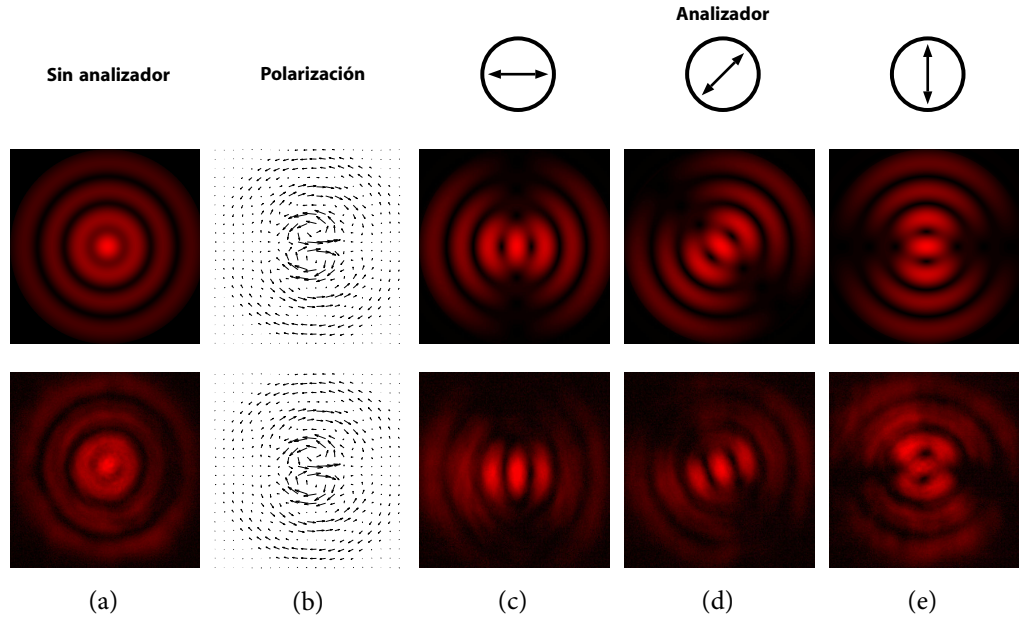


Figura 5.5 Generación de BB TE de orden uno ($l = 1$) con modos escalares arbitrarios usando un SPH tipo Kirk con frecuencia portadora de $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$ y $\theta_0 = \pi/2$. (a) módulos de los BB reconstruido desde el SPH, (b) distribución de polarización, (c), (d) y (e) corresponden al campo transmitido por el analizador a 0° , 45° y 90° respecto al eje de propagación z .

(LC-SLM, 1080) para el despliegue de los SPHs.

Las figuras 5.4 y 5.5 presentan en su fila superior los resultados numéricos, mientras que en la fila inferior se presentan los resultados experimentales. La primera columna de estas figuras muestra el módulo del BB reconstruidos desde el SPH tipo Kirk. La segunda columna muestra la distribución de polarización para cada BB. Las tres últimas columnas muestran el campo transmitido cuando un analizador con diferentes ángulos en su eje de transmisión es colocado a la salida del sistema.

La calidad de la generación de los BB TE y TM, cuando el SPH tipo Kirk es usado para codificar los haces modo escalares arbitrarios, es evidente en las figuras 5.4 y 5.5. El factor de ganancia de amplitud en los dos ejemplos presentados anteriormente corresponde al factor de codificación $\beta = A = 1$, y la eficiencia de VB cuando se genera un BB TM de orden cero es $\eta = 7\%$ y cuando se genera un BB TE de orden uno $\eta = 10\%$.

Los BBs TE y TM de orden cero ($l = 0$), también pueden ser generados usando el SPH tipo Arrizón, ya que los modos escalares son haces modo conjugados. Sin

embargo en este trabajo se ilustra la generación de BBs TE y TM de orden cero mediante el SPH tipo Kirk con el fin de mostrar que cualquier VB puede ser generado a partir de este SPH. Cuando se trata de eficiencia, el SPH tipo Arrizón es el más conveniente, siempre y cuando los VB resulten de la superposición de modos escalares conjugados.

5.5. Análisis de Razón Señal a Ruido y Eficiencia en la generación de campos ópticos vectoriales

Para evaluar la calidad y eficiencia de los VBs generados mediante los SPHs tipo Arrizón y tipo Kirk, se realiza un análisis numérico de la Razón Señal a Ruido (SNR) y de la eficiencia de difracción de cada holograma en la codificación de los haces modo escalares que interviene en la construcción del VB. Dicho análisis es presentado en las figuras 5.6 y 5.7, donde también se presenta a modo comparación la evaluación para el SPH tipo Davis. La figura 5.6 muestra los resultados de SNR [Fig. 5.6(a)] y eficiencia de difracción [Fig. 5.6 (b)] obtenidos al variar la carga topológica m en la generación de VBs con modos escalares conjugados. El análisis de la figura 5.6 presenta el caso particular considerado en la sección 5.2 donde la modulación de amplitud del VB es constante ($a = 1$), $\theta_0 = 0$ y la frecuencia espacial de la portadora lineal es $(u_0, v_0) = (\Delta_u/6.25, 0)$. En este caso, el SPH tipo Arrizón es el que ofrece mejores resultados tanto en SNR como en eficiencia de difracción, debido a que los modos escalares conjugados de interés, que se encuentran en los órdenes ± 1 del holograma además de que se encuentran bien aislados de los términos de ruido se suman en energía para generar al VB.

Por otra parte, la figura 5.7 presenta la evaluación de SNR [Fig. 5.7(a)] y eficiencia de difracción [Fig. 5.7 (b)] en la generación de VBs con modos escalares arbitrarios. Los resultados son obtenidos al variar λ_n la cual corresponde a la n -ésima raíz positiva de $J_{\ell-1}(\cdot)$ en la Ec. (5.5). El análisis presentado en la figura 5.7 muestra el análisis para los casos reportados en la sección 5.3 [BB TM de orden cero ($\ell = 0$) y el BB TE de orden uno ($\ell = 1$)] donde, las frecuencia de la portadora de cada modo escalar es $(u_1, v_1) = (\Delta_u/15.875, 0)$ y las frecuencias de la rejilla de fase sinusoidal del SPH son $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$. El resultado de este análisis muestra que el tipo Kirk es mejor en SNR y eficiencia en comparación con los SPHs tipo Arrizón y tipo Davis. Las razones son evidentes si consideramos que el espectro de los modos arbitrarios

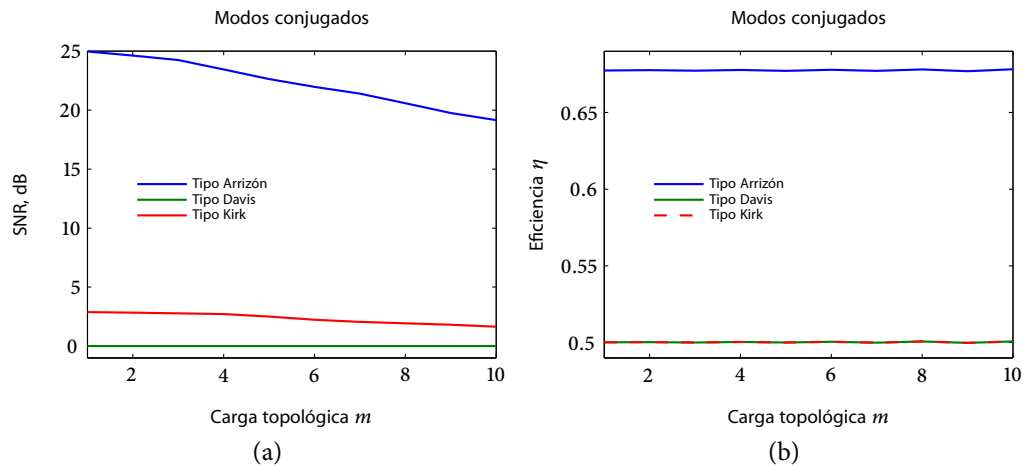


Figura 5.6 Razón Señal a Ruido (SNR) y de la eficiencia de difracción para campos ópticos vectoriales conjugados.

aparece en un solo orden del espectro de Fourier del SPH en todos los casos, lo cual implica que la eficiencia del SPH tipo Davis y el SPH tipo Kirk son iguales y mayores a la del SPH tipo Arrizón. Por otro lado, aunque las eficiencias de los SPHs tipo Kirk y tipo Davis son iguales la distribución de ruido es diferente lo cual resulta en mejor SNR para el SPH tipo Kirk.

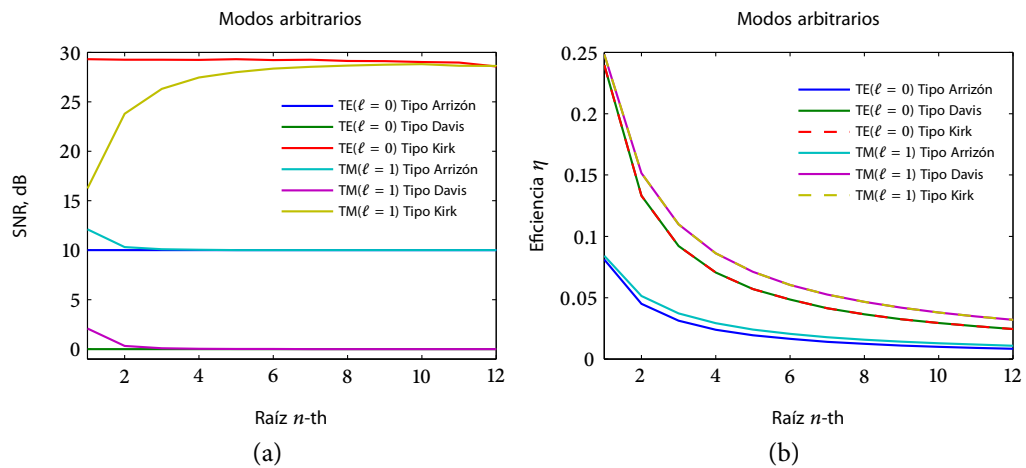


Figura 5.7 Razón Señal a Ruido (SNR) y de la eficiencia de difracción para campos ópticos vectoriales arbitrarios.

En resumen, cuando los VBs generados resultan de la superposición de modos escalares conjugados, es conveniente el uso del SPH tipo Arrizón, mientras que cuando el VB es generado mediante la superposición de modos escalares arbitrarios el

SPH tipo Kirk es el indicado.

Conclusiones

El primer resultado, enfocado a la generación y síntesis de campos ópticos escalares, propuso el uso del *kinofom* como código holográfico, donde la función modulación de fase de la transmitancia corresponde a la fase del propio campo complejo a codificar. Un resultado importante obtenido en este trabajo fue la demostración analítica del cumplimiento del *kinofom* con la eficiencia límite mediante un análisis diferente al presentado por Wyrowski que permite establecer argumentos nuevos y concisos para probar las expresiones matemáticas del factor de ganancia en amplitud límite β_L y la eficiencia límite η_L . Estos argumentos son el cumplimiento de la condición de filtraje espacial y la correspondencia de la función de fase del SPH con la fase del campo escalar complejo a codificar.

En particular, se descubrieron dos familias de funciones que permiten su codificación usando el *kinofom*. La primera de estas familias corresponde a los haces Bessel adifraccionales de alto orden y la segunda familia contiene los campos ópticos adifraccionales (NDOFs) formados por la superposición de ondas planas distribuidas radialmente en el espectro de Fourier en un círculo de radio constante. En ambos casos, se demostró analíticamente que el campo complejo codificado ó término señal es obtenido a partir de su *kinofom* con el factor de ganancia de amplitud límite y por tanto con eficiencia de difracción límite.

El análisis numérico y experimental de la generación y síntesis de haces Bessel y de los NDOFs usando el *kinofom* muestra la calidad de reconstrucción y alta eficiencia de difracción (mayor al 70%), cuando un LC-SLM pixelizado es usado para implementar los SPHs. La reconstrucción del campo codificado muestra ligeras

distorsiones sobre todo en la codificación de haces Bessel, dichas distorsiones son debidas al aliasing introducido por el uso del soporte finito en el campo complejo a codificar que impide el cumplimiento de la condición de filtraje espacial de manera estricta.

Para campos vectoriales, se exploró y demostró la generación y síntesis de campos ópticos vectoriales (VBs) con alta eficiencia, calidad de reconstrucción y alta estabilidad mediante el uso de SPHs tipo Arrizón y tipo Kirk. El primero de estos SPHs fue usado en la generación de VBs con estado de polarización arbitraria mediante la superposición de modos escalares conjugados. Debido a que los modos escalares son reconstruidos a partir de los órdenes ± 1 del patrón de difracción del SPH, la generación de VBs es altamente eficiente y el estado de polarización se manipula de manera independiente en cada uno de los modos. Los VBs generados por este SPH son de alta calidad debido a que los términos de ruido se encuentran bien aislados de los términos señal al ser implementados con un LC-SLM pixelizado. El segundo SPH usado en este trabajo para la generación de VBs fue el denominado tipo Kirk donde son aprovechadas las ventajas que ofrece en la codificación simultánea de múltiples haces. Una ventaja del uso de estos SPHs en la codificación de cualquier campo complejo escalar es la rápida reducción de potencia del q^{th} término en la serie de Fourier del SPH cuando q incrementa, debido a que su amplitud es proporcional a las funciones Bessel de orden entero $J_q[f(a)]$, donde $f(a)$ toma valores entre cero y la primera raíz de $J_0(x)$. En la generación simultánea de múltiples haces, las frecuencias espaciales de la portadora del SPH que resultaron adecuadas corresponden a $(u_0, v_0) = (3\Delta_u/8, \Delta_u/16)$, las cuales evitaron eficientemente la coincidencia de los órdenes altos producidos por la rejilla en el espectro de los términos señal. Además, estas frecuencias producen una rejilla de baja frecuencia, lo que es conveniente para la implementación de los SPHs en el LC-SLM pixelizado debido a que estos dispositivos no despliegan adecuadamente modulación de alta frecuencia. El uso de una portadora lineal en los haces a codificar permite su generación fuera de eje. Esta importante característica permite evitar, en la práctica, el término de ruido en eje originado en el orden cero debido a la reflexión de la primera cara del LC-SLM. Con este SPH se generaron VBs con estado de polarización arbitraria mediante la superposición de modos escalares arbitrarios. Los resultados numéricos que validan la calidad de los VBs generados, usando los SPHs tipo Arrizón y tipo Kirk, son presentados evaluando la SNR y la eficiencia de difracción. Se generaron numéricamente y experimentalmente VBs

con modulación de amplitud constante ($a = 1$) y haces Bessel de alto orden TE y TM, que son solución a la ecuación de onda. La generación experimental de los VBs usa un interferómetro de camino común, un LC-SLM pixelizado y un sistema 4- f , lo que hace que los VBs generados sean altamente estables y de fácil implementación.

6.1. Trabajo futuro

Algunas de las posibles líneas de investigación a desarrollar a futuro son: la generación y síntesis de campos ópticos vectoriales usando el SPH *kinoform* y la aplicación de haces vectoriales en el campo de pinzas ópticas.

6.2. Publicaciones

La lista de publicaciones derivadas de esta tesis es la siguiente:

- V. Arrizón, D. S. de-la Llave, and G. Méndez, “Holographic generation of a class of nondiffracting fields with optimum efficiency,” *Opt. Lett.* **37**, 2154–2156 (2012).
- V. Arrizón, D. S. de-la Llave, G. Méndez, and U. Ruiz, “Efficient generation of periodic and quasi-periodic non-diffractive optical fields with phase holograms,” *Opt. Express* **19**, 10553–10562 (2011).
- V. Arrizón, D. S. de-la Llave, U. Ruiz, and G. Méndez, “Efficient generation of an arbitrary nondiffracting Bessel beam employing its phase modulation,” *Opt. Lett.* **34**, 1456–1458 (2009).
- V. Arrizón, U. Ruiz, G. Méndez, and A. Apolinar-Irbe, “Zero order synthetic hologram with a sinusoidal phase carrier for generation of multiple beams,” *Opt. Express* **17**, 2663–2669 (2009).

Bibliografía

- [1] D. Gabor, “A New Microscopic Principle,” *Nature* **161**, 777–778 (1948).
- [2] B. R. Brown and A. W. Lohmann, “Complex Spatial Filtering with Binary Masks,” *Appl. Opt.* **5**, 967–969 (1966).
- [3] F. Gori, “Polarization basis for vortex beams,” *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 1612–1617 (2001).
- [4] Q. Zhan, “Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization,” *Opt. Express* **12**, 3377–3382 (2004).
- [5] A. Bouhelier, M. Beversluis, A. Hartschuh, and L. Novotny, “Near-Field Second-Harmonic Generation Induced by Local Field Enhancement,” *Phys. Rev. Lett.* **90**, 013903–013906 (2003).
- [6] C. Provenzano, P. Pagliusi, and G. Cipparrone, “Highly efficient liquid crystal based diffraction grating induced by polarization holograms at the aligning surfaces,” *Applied Physics Letters* **89**, 121105–121105–3 (2006).
- [7] V. Arrizón, D. S. de-la Llave, and G. Méndez, “Holographic generation of a class of nondiffracting fields with optimum efficiency,” *Opt. Lett.* **37**, 2154–2156 (2012).
- [8] V. Arrizón, D. S. de-la Llave, U. Ruiz, and G. Méndez, “Efficient generation of an arbitrary nondiffracting Bessel beam employing its phase modulation,” *Opt. Lett.* **34**, 1456–1458 (2009).

- [9] V. Arrizón, D. S. de-la Llave, G. Méndez, and U. Ruiz, “Efficient generation of periodic and quasi-periodic non-diffractive optical fields with phase holograms,” *Opt. Express* **19**, 10553–10562 (2011).
- [10] E. Hetch, *Optics*, fourth ed. (Addison Wesley, 2000).
- [11] B. E. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, 2nd ed. (John Wiley & Sons, INC., 2007).
- [12] A. Flores-Pérez, J. Hernández-Hernández, R. Jáuregui, and K. Volke-Sepúlveda, “Experimental generation and analysis of first-order TE and TM Bessel modes in free space,” *Opt. Lett.* **31**, 1732–1734 (2006).
- [13] Y. Mushiake, K. Matsumura, and N. Nakajima, “Generation of radially polarized optical beam mode by laser oscillation,” *Proceedings of the IEEE* **60**, 1107–1109 (1972).
- [14] D. Pohl, “Operation of a Ruby Laser in the Purely Transverse Electric Mode TE_{01} ,” *Applied Physics Letters* **20**, 266–267 (1972).
- [15] J.-F. Bisson, J. Li, K. Ueda, and Y. Senatsky, “Radially polarized ring and arc beams of a neodymium laser with an intra-cavity axicon,” *Opt. Express* **14**, 3304–3311 (2006).
- [16] S. C. Tidwell, D. H. Ford, and W. D. Kimura, “Generating radially polarized beams interferometrically,” *Appl. Opt.* **29**, 2234–2239 (1990).
- [17] C. Rotschild, S. Zommer, S. Moed, O. Hershcovitz, and S. G. Lipson, “Adjustable Spiral Phase Plate,” *Appl. Opt.* **43**, 2397–2399 (2004).
- [18] Z. Bomzon, G. Biener, V. Kleiner, and E. Hasman, “Radially and azimuthally polarized beams generated by space-variant dielectric subwavelength gratings,” *Opt. Lett.* **27**, 285–287 (2002).
- [19] M. A. A. Neil, F. Massoumian, R. Juškaitis, and T. Wilson, “Method for the generation of arbitrary complex vector wave fronts,” *Opt. Lett.* **27**, 1929–1931 (2002).

- [20] X.-L. Wang, J. Ding, W.-J. Ni, C.-S. Guo, and H.-T. Wang, "Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement," *Opt. Lett.* **32**, 3549–3551 (2007).
- [21] C. Maurer, A. Jesacher, S. FÄijrhapter, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Tailoring of arbitrary optical vector beams," *New Journal of Physics* **9**, 78–97 (2007).
- [22] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3rd ed. (Roberts & Company, Publishers, 2005).
- [23] L. Bigue, "Cell-oriented vs. point-oriented techniques in diffractive optical element design: towards a definitive comparison," In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, L. Mazuray, P. J. Rogers, and R. Wartmann, eds., Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series **5249**, 335–342 (2004).
- [24] R. Ponce, A. Serrano-Heredia, and V. M. Arrizon, "Simplified optimum phase-only configuration for a TNLCD," In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, K. M. Iftekharuddin and A. A. S. Awwal, eds., Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series **5556**, 206–213 (2004).
- [25] J. P. Kirk and A. L. Jones, "Phase-Only Complex-Valued Spatial Filter," *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1023–1028 (1971).
- [26] G. B. Arfken, H. J. Weber, and F. Harris, *Mathematical Methods for Physicists: A Comprehensive Guide*, seventh ed. (Academic Press, 2012).
- [27] V. Arrizón, U. Ruiz, G. Mendez, and A. Apolinar-Irbe, "Zero order synthetic hologram with a sinusoidal phase carrier for generation of multiple beams," *Opt. Express* **17**, 2663–2669 (2009).
- [28] J. A. Davis, D. M. Cottrell, J. Campos, M. J. Yzuel, and I. Moreno, "Encoding Amplitude Information onto Phase-Only Filters," *Appl. Opt.* **38**, 5004–5013 (1999).
- [29] R. Carrada-Legaria, Ph.D. thesis, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla, México, 2011.

- [30] V. Arrizón, U. Ruiz, R. Carrada, and L. A. González, “Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields,” *J. Opt. Soc. Am. A* **24**, 3500–3507 (2007).
- [31] L. B. Lesem, P. M. Hirsch, and J. A. Jordan, “The Kinoform: A New Wavefront Reconstruction Device,” *IBM Journal of Research and Development* **13**, 150–155 (1969).
- [32] F. Wyrowski, “Upper bound of the diffraction efficiency of diffractive phase elements,” *Opt. Lett.* **16**, 1915–1917 (1991).
- [33] J. Durnin, “Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory,” *J. Opt. Soc. Am. A* **4**, 651–654 (1987).
- [34] D. McGloin and K. Dholakia, “Bessel beams: diffraction in a new light,” *Contemporary Physics* **46**, 15–28 (2005).
- [35] A. Vasara, J. Turunen, and A. T. Friberg, “Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms,” *J. Opt. Soc. Am.* pp. 1748–1754 (1989).
- [36] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, “Diffraction-free beams,” *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1499–1501 (1987).
- [37] J. Arlt and K. Dholakia, “Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon,” *Optics Communications* **177**, 297–301 (2000).
- [38] H. Stark, “Sampling theorems in polar coordinates,” *J. Opt. Soc. Am.* **69**, 1519–1525 (1979).
- [39] J. Xavier, P. Rose, B. Terhalle, J. Joseph, and C. Denz, “Three-dimensional optically induced reconfigurable photorefractive nonlinear photonic lattices,” *Opt. Lett.* **34**, 2625–2627 (2009).
- [40] J. Xavier, M. Boguslawski, P. Rose, J. Joseph, and C. Denz, “Reconfigurable optically induced quasicrystallographic three-dimensional complex nonlinear photonic lattice structures,” *Adv Mater* **22**, 356–60 (2010).

-
- [41] W. D. Mao, J. W. Dong, Y. C. Zhong, G. Q. Liang, and H. Z. Wang, “Formation principles of two-dimensional compound photonic lattices by one-step holographic lithography,” *Opt. Express* **13**, 2994–2999 (2005).
- [42] G. Indebetouw, “Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis,” *J. Opt. Soc. Am. A* **6**, 150–152 (1989).
- [43] V. Arrizón, S. Chavez-Cerda, U. Ruiz, and R. Carrada, “Periodic and quasi-periodic non-diffracting wave fields generated by superposition of multiple Bessel beams,” *Opt. Express* **15**, 16748–16753 (2007).
- [44] M. R. Spiegel, *Advanced mathematics for engineers and scientists* (McGraw-Hill, 1999).
- [45] U. Ruiz-Corona and V. Arrizon-Peña, “Characterization of twisted liquid crystal spatial light modulators,” In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series 6422 (2007).
- [46] A. Marquez, J. Campos, M. J. Yzuel, I. S. Moreno, J. A. Davis, C. C. Iemmi, A. Moreno, and A. Robert, “Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays,” *Optical Engineering* **39**, 3301–3307 (2000).