



INAOE

Procesamiento Multirazón de Señales para *Spectrum Sensing*

Por

Lyda Vanessa Herrera Sepúlveda

Tesis sometida como requisito parcial para la obtención del
grado de:

**MAESTRA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN
ELECTRÓNICA**

en el

Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica

Agosto 2017

Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

Dra. Gordana Jovanovic Dolecek

Investigador titular

Departamento de Electrónica INAOE

Dr. Alfonso Fernández Vázquez

Investigador titular

Instituto Politécnico Nacional IPN

©INAOE 2017

Derechos Reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y
distribuir copias de esta tesis en su totalidad o en partes
mencionando la fuente.



Procesamiento Multirazón de Señales para *Spectrum Sensing*

Tesis de Maestría

POR:

Lyda Vanessa Herrera Sepúlveda

ASESOR:

Dra. Gordana Jovanovic Dolecek, INAOE

COASESOR:

Dr. Alfonso Fernández Vázquez, IPN

Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica
Coordinación de Electrónica

Tabla de Contenido

Lista de Figuras	4
Lista de Tablas	6
1. Introducción	7
Bibliografía	13
2. <i>Cognitive Radio</i>	14
2.1. <i>Spectrum Sensing</i>	16
2.1.1. Introducción a Banco de Filtros	20
Bibliografía	22
3. Banco de filtros	25
3.1. Banco de filtros espejo en cuadratura	26
Análisis del QMFB	27
Eliminación del efecto de <i>aliasing</i>	29
Eliminación de los efectos por distorsión en amplitud y fase . .	30
Condición de reconstrucción perfecta (PR)	31
3.2. Banco de filtros de M bandas	32
Análisis del FB de M bandas	32
Bibliografía	35
4. Bancos de filtros para <i>Spectrum Sensing</i>	36
4.1. Importancia	36
4.2. Revisión de métodos	37

4.2.1. Bancos de filtros modulados por DFT	37
4.2.2. Bancos de filtros modulados por coseno	38
Bibliografía	42
5. Estimación de la densidad espectral de potencia	44
5.1. Densidad espectral de potencia (PSD)	46
5.2. Periodograma	47
Bibliografía	49
6. Diseño de bancos de filtros para <i>Spectrum Sensing</i>	50
6.1. Banco de filtros modulado por DFT	51
6.2. Banco de filtros modulado por coseno	54
Bibliografía	57
7. Método propuesto de FB para SS	58
7.1. Función de Mathieu	58
7.2. Diseño del filtro prototipo	60
7.3. Comparación	63
Bibliografía	67
8. Conclusiones	68

Lista de Figuras

1.1. Estimado de conexiones inalámbricas a nivel mundial, 2011 – 2020. Fuente: Machina Research 2013.	7
1.2. Evolutivo de la penetración de telefonía fija y telefonía móvil en México. Fuente: Elaboración propia de la Comisión Federal de Telecomunicaciones (CFT) con datos de la Dirección de Información Estadística de Mercados (DIEM).	8
1.3. Comparación para los servicios IMT en México, previo a la Reforma Constitucional (Junio de 2013) e informe actualizado (Mayo 2016). Fuente: IFT.	9
1.4. Asignación programada para las bandas IMT en el corto plazo (2016 – 2018). Fuente: IFT.	10
1.5. Propuesta básica para el Ciclo Cognitivo.	11
1.6. Agujero del espectro. Adaptado de [8].	12
2.1. Ciclo cognitivo, adaptado de [6].	15
2.2. Clasificación de técnicas de SS en [16].	18
2.3. Técnicas de SS en [11].	19
3.1. Diagrama de bloques de un banco de filtros.	25
3.2. Diagrama de bloques de un transmultiplexor.	26
3.3. Banco de filtro espejo en cuadratura.	27
3.4. Típica respuesta en frecuencia de los filtros de análisis. Adaptada de [2]	27
3.5. Ilustración de un banco de filtros de M bandas. Adaptado de [1]. . .	32
5.1. Representación de un proceso aleatorio. Tomado de [1].	44
5.2. Realización $x(t)$ en un intervalo. Tomado de [1].	45

5.3. Periodograma.	47
6.1. Ilustración de un FB de análisis modulado por DFT. Adaptado de [4].	52
6.2. Filtro prototipo en el FB DFT.	53
6.3. Filtro prototipo en el CMFB.	55
6.4. FB de tres bandas modulado por coseno.	56
7.1. Función de Mathieu de orden cero para diferentes valores de q	59
7.2. Coeficientes del filtro prototipo.	60
7.3. Banco de filtros de análisis con $q = 1 \times 10^2$	61
7.4. Banco de filtros de análisis con $q = 1 \times 10^3$	61
7.5. Banco de filtros de análisis con $q = 1 \times 10^5$	62
7.6. Filtro prototipo diseñado.	62
7.7. Comparación entre el método propuesto y el método del periodograma. PSD propuesta en [4]	63
7.8. Comparación entre el método propuesto y el método del periodograma. PSD propuesta en [5]	64
7.9. Comparación entre el método propuesto y métodos que usan FB DFT. PSD propuesta en [4]	65
7.10. Comparación entre el método propuesto y métodos que usan FB DFT. PSD propuesta en [5]	65

Lista de Tablas

2.1. Ventajas y desventajas de las técnicas de SS de banda ancha. Adaptada de [12].	20
4.1. Resumen de investigaciones basadas en FB DFT.	39
4.2. Resumen de investigaciones basadas en CMFB.	41

Capítulo 1

Introducción

El espectro de frecuencias radioeléctrico (en lo sucesivo el espectro radioeléctrico ER) es un recurso natural limitado que ha experimentado una demanda extraordinaria de su uso en los últimos años. Para poner en evidencia este fenómeno, la figura 1.1 muestra que las frecuencias de banda móvil presentan un aumento exponencial del número de conexiones inalámbricas desde el año 2011 a la fecha. Adicionalmente, la figura muestra cual será el número de conexiones estimadas para el año 2020.

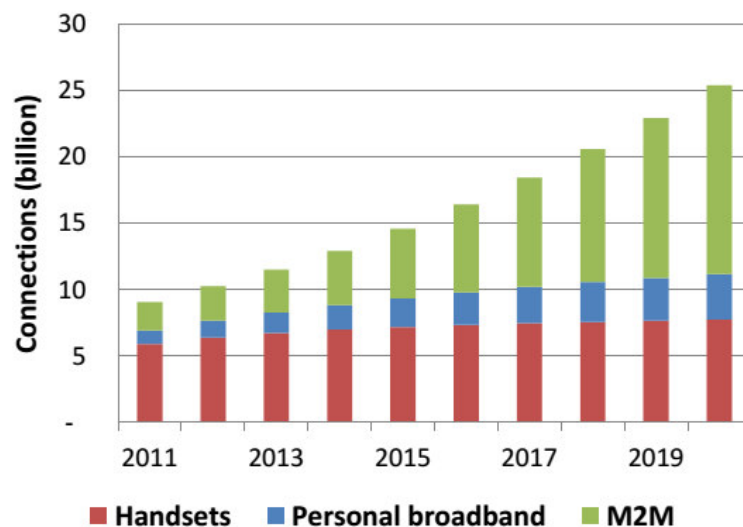


Figura 1.1: Estimado de conexiones inalámbricas a nivel mundial, 2011 – 2020. Fuente: Machina Research 2013.

El ER es regulado por organismos de control propios de cada país. Por ejemplo, en el caso de México y Estados Unidos, los organismos son, respectivamente, el Instituto Federal de Comunicaciones (IFT) y la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC, por sus siglas en inglés), los cuales se encargan de regular y supervisar el desarrollo

eficiente de los sectores de radiodifusión y telecomunicaciones.

La IFT y la FCC son los encargados de promover, regular y supervisar el buen uso del ER basados en las recomendaciones de la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UTI, por sus siglas en inglés). La UTI es un organismo especializado de las Naciones Unidas para las Tecnologías de la Información y la Comunicación (ICTs, por sus siglas en inglés), y se encarga de determinar las características técnicas y procedimientos operativos para la creciente gama de servicios inalámbricos [1]. En México, la asignación del ER fue publicado el 28 de febrero de 2012 y fue nombrado Cuadro Nacional de Atribución de Frecuencias (CNAF). La asignación fue realizada conforme al Cuadro Internacional de Atribución de Frecuencias establecido por la UTI.

Como lo evidencia el IFT en uno de sus últimos informes, los servicios de banda ancha móvil han tenido una tendencia exponencial en la demanda de los recursos del ER como se ilustra en la figura 1.2. Esto es debido a los avances tecnológicos, la facilidad de adquisición de nuevos dispositivos móviles o a la estructura de precios mejorada en México.

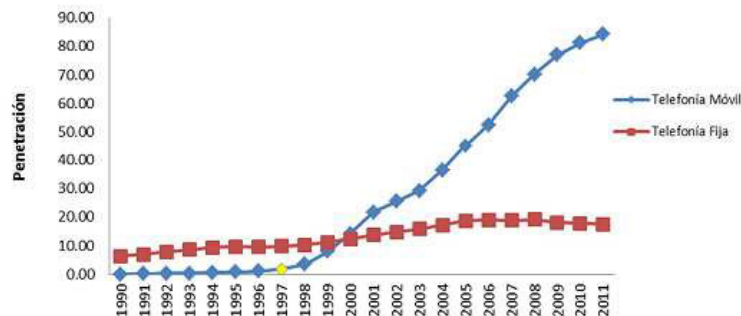


Figura 1.2: Evolutivo de la penetración de telefonía fija y telefonía móvil en México. Fuente: Elaboración propia de la Comisión Federal de Telecomunicaciones (CFT) con datos de la Dirección de Información Estadística de Mercados (DIEM).

Lo anterior ha llevado al IFT a tomar medidas y acciones que ayuden con la creciente demanda como se puede observar en [2]. En la figura 1.3, se presenta la cantidad del ER asignado para las Telecomunicaciones Móviles Internacionales (IMT, por sus siglas en inglés) en México. Los sistemas de IMT, son sistemas móviles que ofrecen acceso a una amplia gama de servicios de telecomunicación y en particular

a servicios móviles avanzados, soportados por las redes móviles y fijas que cada vez más utilizan tecnología de paquetes [3].

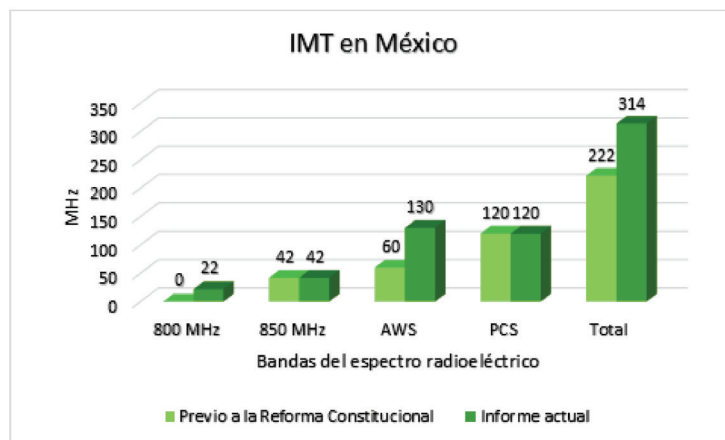


Figura 1.3: Comparación para los servicios IMT en México, previo a la Reforma Constitucional (Junio de 2013) e informe actualizado (Mayo 2016). Fuente: IFT.

En el 2014 el ER asignado para IMT era de un total de 222 MHz , pero a partir de la reforma constitucional en el campo de telecomunicaciones y radiodifusión, se observa un aumento del 41.44% para un total de 314 MHz asignados del ER a mayo del 2016. Eso es debido a la asignación de las bandas de frecuencias, 1710-1780 MHz y 2110-2180 MHz , conocidas como AWS (Advanced Wireless Systems), reportado en [2].

Con diversas estrategias por parte del IFT, se espera la puesta en marcha de acciones para ampliar las bandas IMT, como el caso de las bandas de 700 MHz y 2.5 GHz . En la figura 1.4 se observa la tendencia de aumento en la asignación para las bandas IMT en México a corto plazo. En este sentido, la introducción del concepto de *Cognitive Radio* (CR) permitió al ER visionarse de forma independiente e inteligente y ajustarse a las necesidades de la evolución tecnológica.

El término de CR fue usado por J. Mitola en sus tesis doctoral por primera vez y lo definió como: “una radio que emplea el razonamiento basado en modelos para alcanzar un nivel específico de competencia en dominios relacionados con la radio” [4], pero fue presentado y publicado en [5].

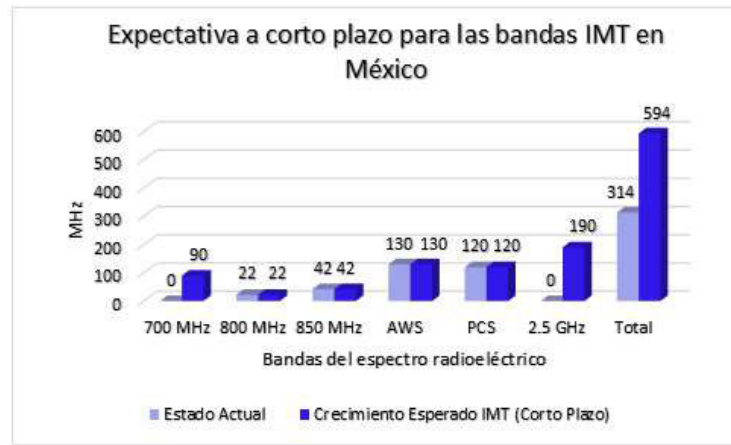


Figura 1.4: Asignación programada para las bandas IMT en el corto plazo (2016 – 2018). Fuente: IFT.

Sin embargo, otros organismos y autores han adaptado su propia definición de CR. Por ejemplo, la FCC en el 2002, describe CR como “*CR: Un radio o sistema que sensa su entorno electromagnético operacional y puede ajustar de forma autónoma y dinámica los parámetros operativos del radio para modificar el funcionamiento del sistema, tales como maximizar el rendimiento, mitigar las interferencias, facilitar la interoperabilidad o acceder a los mercados secundarios*” [6].

De forma similar, el Prof. Simon Haykin en 2005 define CR como “*un sistema de comunicaciones inalámbricas inteligente que es consciente de su entorno y emplea la metodología ‘understanding-by-building’ para aprender de su entorno y adaptar su estado interno a las variaciones estadísticas en los estímulos de radiofrecuencia de entrada haciendo los correspondientes cambios en ciertos parámetros de operación (por ej., la potencia de transmisión, frecuencia portadora y tipo de modulación) en tiempo real, con dos objetivos fundamentales: hacer un uso eficiente del espectro y proporcionar una comunicación altamente confiable*” [7].

Las definiciones previas tienen algo en común, todas hablan de un “radio” el cual tiene una particular interacción con el entorno a través de algún tipo de medida o de alguna toma de decisión (siendo ésta la más importante), porque ella contempla la necesidad de adaptarse.

Sin especificar quien proponga el concepto de CR, todas generalizan y se enfocan

en los principios de sensado, toma de decisiones y un entorno. La interacción del CR con su entorno se necesita para la determinación de los parámetros de comunicación y la adaptación dinámica entre ellos. El autor en [7] comenta que el proceso cognitivo, partiendo del entorno del radio, inicia con los estímulos de la frecuencia de radio (sensado pasivo) y termina con la señal transmitida (acción). A lo anterior se le conoce con el nombre de Ciclo Cognitivo, empleado por Mitola y descrito en mayor detalle en [5]. Se presenta en la figura 1.5 una propuesta básica para el concepto de Ciclo Cognitivo.

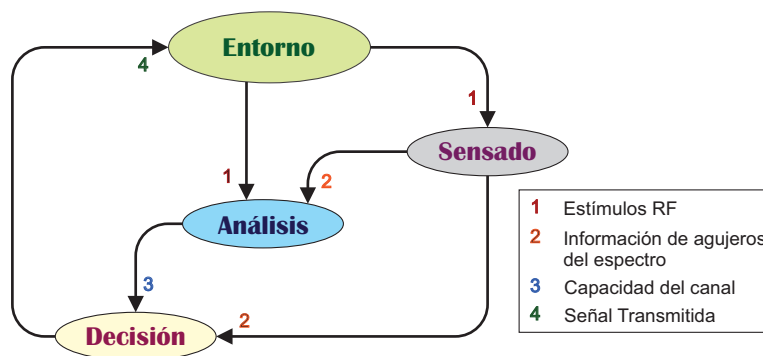


Figura 1.5: Propuesta básica para el Ciclo Cognitivo.

En la figura 1.5 se observa la interacción continua del entorno (interno o externo) con el sensado, el análisis y la decisión del espectro. Como menciona Haykin en [7], CR es por necesidad un sistema de comunicación retroalimentado. En el sensado se realizan acciones como monitorear las bandas del ER disponibles, obtener la información y detectar los agujeros del espectro (*spectrum hole*). La acción que realiza el proceso de análisis es la estimación de las características de los agujeros del espectro detectados en el sensado. Y en la decisión, un CR determina la velocidad de los datos, el modo de transmisión y el ancho de banda de la transmisión para realizar la elección de la banda apropiada de acuerdo a las características del espectro y la necesidad del usuario [8].

Investigaciones sobre el uso del ER [9] han mostrado que no es utilizado eficientemente en la mayor parte del tiempo, indicando que es subutilizado y enfocando la mejora del uso efectivo y total del mismo. Muchos estudios enfocan sus esfuerzos en permitir a los usuarios secundarios (SU, por sus siglas en inglés), o no licenciados, el acceso de manera dinámica a los agujeros del espectro que no son utilizados tempo-

ralmente por los usuarios primarios (PU, por sus siglas en inglés), o licenciados. Se presenta en la figura 1.6 un concepto gráfico de los agujeros del espectro.

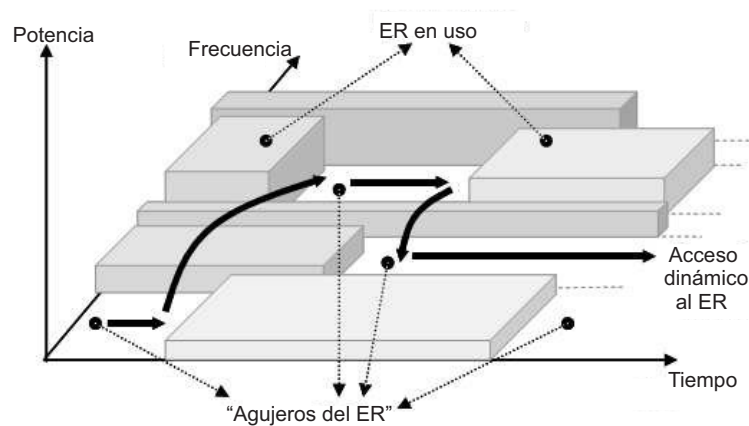


Figura 1.6: Agujero del espectro. Adaptado de [8].

El concepto de agujero del espectro fue tratado por Haykin y lo describe como una banda de frecuencia asignada a un PU que no está siendo utilizada, en un tiempo particular y en una localización geográfica específica [7].

CR se divide en tres grandes áreas, es decir, *Spectrum Sensing* (SS), *Spectrum Management* y *Radio Resource Management*. La caracterización del espectro es el foco principal para establecer sistemas CR, a lo anterior se reconoce como SS. En términos generales, en SS se presentan las técnicas o los algoritmos que intervienen en la tarea de entender el entorno. Una definición establecida en la literatura es: “*SS es la tarea de obtener conocimiento sobre el uso del espectro y la existencia de usuarios primarios en un área geográfica*”, [10].

Los conceptos de CR y SS serán abordados en el capítulo 2 junto con la clasificación de SS. En el capítulo 3, los conceptos teóricos en torno a los banco de filtros serán revisados. En el capítulo 4 se presentará, con base en investigaciones realizadas a la fecha, la relación existente entre SS y banco de filtros. Así mismo, en el capítulo 5 se desarrollarán las técnicas de diseño de banco de filtros para SS. El término densidad espectral de potencia y la forma de estimarla serán trabajados en el capítulo 6. Finalmente, se presentará el método propuesto de FB para SS.

Bibliografía

- [1] ITU-R Study Group. ITU Headquarters. Geneva, Switzerland. May 2013.
- [2] Unidad de espectro radioeléctrico. Informe: “IMT en México. Más espectro para aplicaciones de banda ancha móvil”. Mayo, 2016.
- [3] Recomendación UIT-R M.1224-1: “Vocabulario de términos de las telecomunicaciones móviles internacionales (IMT)”. Marzo, 2012.
- [4] Mitola, Joseph. *Cognitive radio: Model-based competence for software radios*. Diss. Institutionen för teleinformatik, 1999.
- [5] J. Mitola and G. Q. Maguire, “Cognitive radio: making software radios more personal,” *IEEE personal communications*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, 1999.
- [6] Federal Communications Commission, “Notice of proposed rule making and order: Facilitating opportunities for flexible, efficient, and reliable spectrum use employing cognitive radio technologies,” ET Docket No. 03-108, Feb. 2005.
- [7] Haykin, Simon. “Cognitive radio: brain-empowered wireless communications.” *IEEE journal on selected areas in communications* 23.2 (2005): 201-220.
- [8] Akyildiz, Ian F., et al. “NeXt generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey.” *Computer networks* 50.13 (2006): 2127-2159.
- [9] FCC Spectrum Policy Task Force (SPTF), “Report of the Spectrum Efficiency Working Group,” November 2002.
- [10] Yucek, Tevfik, and Huseyin Arslan. “A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications.” *IEEE communications surveys & tutorials* 11.1 (2009): 116-130.

Capítulo 2

Cognitive Radio

Actualmente, es posible contemplar la existencia de sistemas o equipos capaces de llevar a cabo acciones que permiten la realización de tareas a tiempo y de manera eficaz. Por ejemplo, algunos dispositivos son capaces de encontrar lugares específicos, de comunicar a las personas a través de llamadas o videollamadas, de obtener información acerca del clima o de presentar hechos que suceden alrededor del mundo. Lo anterior es posible gracias a los avances en diversos campos de la tecnología como: hardware, software, configuración de redes, aplicaciones para dispositivos móviles, mencionando sólo algunos de ellos.

El campo de las comunicaciones ha sido el *boom* en sistemas capaces de actuar e interactuar de manera inteligente entre sí y con los usuarios, llevando a la introducción y el estudio del término *Cognitive Radio* (CR) definido en el capítulo 1. Sin embargo, en [1] y [2] mencionan a CR como la posible solución en curso para el problema de la subutilización del ER en las próximas generaciones de dispositivos inalámbricos.

Con el aumento de usuarios en los servicios inalámbricos la demanda por el uso del ER ha incrementado de manera exorbitante [3], debido a esto se han definido los PU's y los SU's. Los primeros son los usuarios que tienen alta prioridad o derechos legales para hacer uso de una parte del ER, y los segundos pueden hacer uso del ER de tal forma que no causen interferencia alguna a los PU's [4]. Además, una parte del ER puede ser asignada a uno o varios PUs, mientras que los SU's pueden hacer uso del ER siempre y cuando no esté en uso o se comparta con los PU's bajo muy altas restricciones de seguridad.

Las principales características de un sistema CR se enfocan en: 1) la capacidad cognitiva, la cual obtiene la información del entorno y la de su propio sistema por medio de múltiples sensores; 2) la capacidad de aprendizaje y adaptación, la cual utiliza la información obtenida para el ajuste de los parámetros de operación de forma dinámica y autónoma; y por último, 3) la capacidad de auto-reconfiguración, la cual realiza el ajuste de los parámetros de operación para lograr el desempeño óptimo del sistema [1].

El funcionamiento de un sistema CR puede describirse e interpretarse en un Ciclo Cognitivo (CC), introducido por J. Mitola en [5]. Gracias a la descripción realizada del CC, el concepto de acceso dinámico al ER (DSA, por sus siglas en inglés) fue permitido en sistemas CR. La figura 2.1 muestra el CC adaptado de [6].

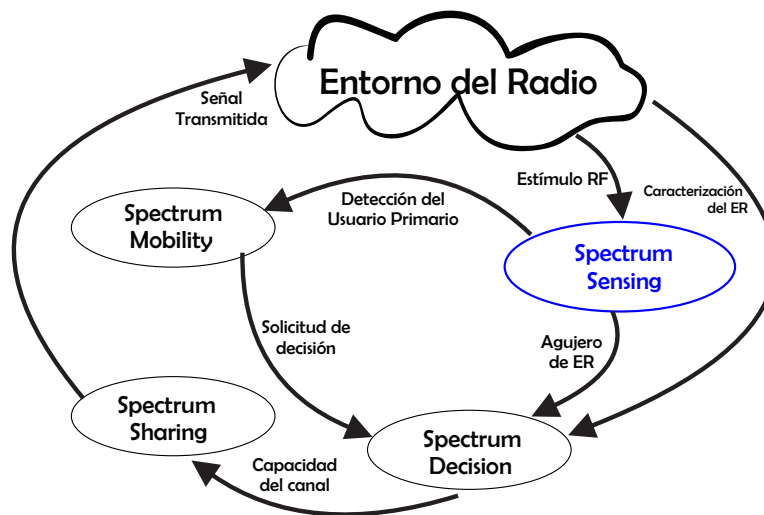


Figura 2.1: Ciclo cognitivo, adaptado de [6].

Las funciones de los sistemas CR son: 1) *spectrum sensing*: determina qué partes del espectro están disponibles y cuales no, además detecta la presencia de PU's cuando desea usar su banda del ER; 2) *spectrum management*: selecciona el mejor canal disponible; 3) *spectrum sharing*: coordina el acceso al canal seleccionado con otros usuarios y 4) *spectrum mobility*: abandona el canal cuando es detectado un PU [6].

El interés específico de esta investigación se centra en la primera función del CC, *Spectrum Sensing* (SS). A continuación se presentará las técnicas que conforman esta

función y el estado del arte de alguna de ellas.

2.1. *Spectrum Sensing*

SS es conocida como la función más importante del CC y hace referencia al conocimiento sobre el uso del ER y la existencia de PU's en un área geográfica definida [4] [7]. Además, esta función permite a los sistemas CR obtener de su entorno la información necesaria para el uso eficiente del ER [8].

Revisión de técnicas de *Spectrum Sensing*

Dependiendo de la banda de frecuencia a utilizar, se presentan dos tipos de modelos de DSA: el modelo de acceso libre, donde pertenecen las bandas de uso Industrial, Científico y Médico, y el modelo de acceso jerárquico al cual pertenecen los PU's y SU's [9]. En el modelo de acceso jerárquico se pueden distinguir tres paradigmas de comunicación para CR: *underlay*, *overlay* e *interweave*.

El primer paradigma es el modelo de red *underlay*, donde la coexistencia de los PU's y los SU's es permitida [10]. Es necesario mencionar que los PU's tienen prioridad en el uso de las bandas del ER pero el intercambio debe mantenerse bajo la restricción de interferencia predefinida es decir, bajo la restricción de un umbral predefinido [11].

El segundo paradigma es el modelo de red *overlay*, el cual permite a los PU's y a los SU's transmitir de manera simultánea. Estos tipos de sistemas suponen que los SU's pueden usar parte de su energía para la comunicación secundaria y el resto de energía para asistir las transmisiones primarias [12].

Por último, y no menos importante, en el modelo de red *interweave* los SU's no pueden acceder a una banda ocupada por el PU. Por otro lado, la FCC está desarrollando nuevas políticas sobre el uso del ER para permitir a los SU's acceder oportunísticamente a una banda licenciada cuando un PU esté ausente [13]. En este modelo, los sistemas CR deben identificar las bandas del ER disponibles o los agujeros del espectro que no están siendo utilizados por los PU's. A partir de la tarea que debe realizar

este tipo de modelo, la función SS es asignada como la principal característica o componente del modelo [11].

Existen varias formas de clasificar SS, por ejemplo: el método directo e indirecto, el método paramétrico y no paramétrico o el método basado en el tamaño del ancho de banda una porción del ER. A continuación se describirá los métodos en los que puede ser clasificado SS.

El método directo o enfocado en el dominio de la frecuencia, realiza la estimación de la potencia espectral directamente de la señal y el método indirecto o enfocado en el dominio del tiempo, calcula la función de autocorrelación de la señal y aplica la transformada discreta de Fourier (DFT) para encontrar la densidad espectral de potencia (PSD, por sus siglas en inglés) [14].

El método paramétrico utiliza las muestras de la señal de entrada para estimar los parámetros del modelo y basado en esos parámetros obtiene la estimación de la PSD. En cambio, el método no paramétrico está basado en la idea de estimar la secuencia de autocorrelación de un conjunto de datos medidos y tomar la transformada de Fourier para obtener un estimado de la potencia del espectro [15].

Por último, el método enfocado en el ancho de banda del ER se clasifica en: el sensado de banda estrecha y el sensado de banda ancha. El objetivo del primero es decidir si una porción particular del ER está disponible o no, mientras que en el sensado de banda ancha el objetivo es sensar una frecuencia que excede el ancho de banda coherente del canal [11]. Describas algunas formas de clasificar SS, se presentarán algunas técnicas que componen esta función.

La figura 2.2 muestra un resumen de las técnicas presentadas en [16].

Se describirán algunas ventajas y desventajas de las técnicas presentadas en la figura 2.2.

La transformada de Fourier de tiempo corto (STFT, por sus siglas en inglés) es una técnica útil para el cálculo de componentes de frecuencias y se obtienen mejores resultados comparado con el análisis de Fourier pero su frecuencia de resolución es baja y el espectro de potencia estimado tiene varianza elevada.

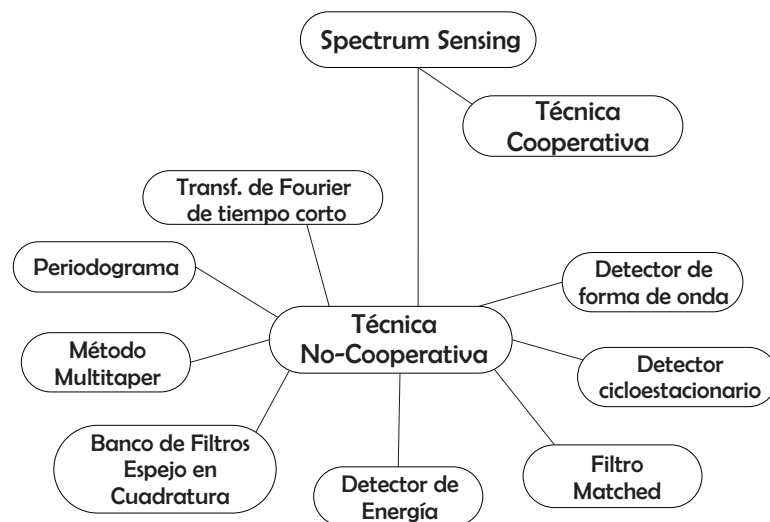


Figura 2.2: Clasificación de técnicas de SS en [16].

El método del periodograma es el método más sencillo de estimación del espectro, a partir de él se desarrollaron otros métodos logrando mejora en la estimación. Emplearlo no proporcionó información de localización en tiempo y frecuencia.

El método *multitaper* tomó ventaja sobre el método del periodograma porque utilizó múltiples filtros ortogonales en vez de estimar el espectro de potencia directamente de la señal. El uso de este método presentó una complejidad computacional alta.

La utilización del detector de energía no requiere información previa del usuario y la complejidad computacional es menor. La desventaja de esta técnica es que no puede diferenciar entre las señales primarias, el ruido o la interferencia.

El filtro *matched* se conoce como un método óptimo para detectar los PU's cuando la señal transmitida se conoce y además, en poco tiempo puede obtener una alta probabilidad de distinción de la señal primaria. Entre las desventajas que se destacan esta la alta complejidad computacional y el gran consumo de potencia.

La detección cicloestacionaria ha sido introducida como una técnica de procesamiento de señales complejas de dos dimensiones. Puede diferenciar la señal requerida del ruido, pero es necesario que el ruido presente sea no estacionario. Su complejidad computacional es alta.

Los métodos de sensado mencionados en [11] se presentan en la figura 2.3, la cual es una clasificación basada en el tamaño del ancho de banda.

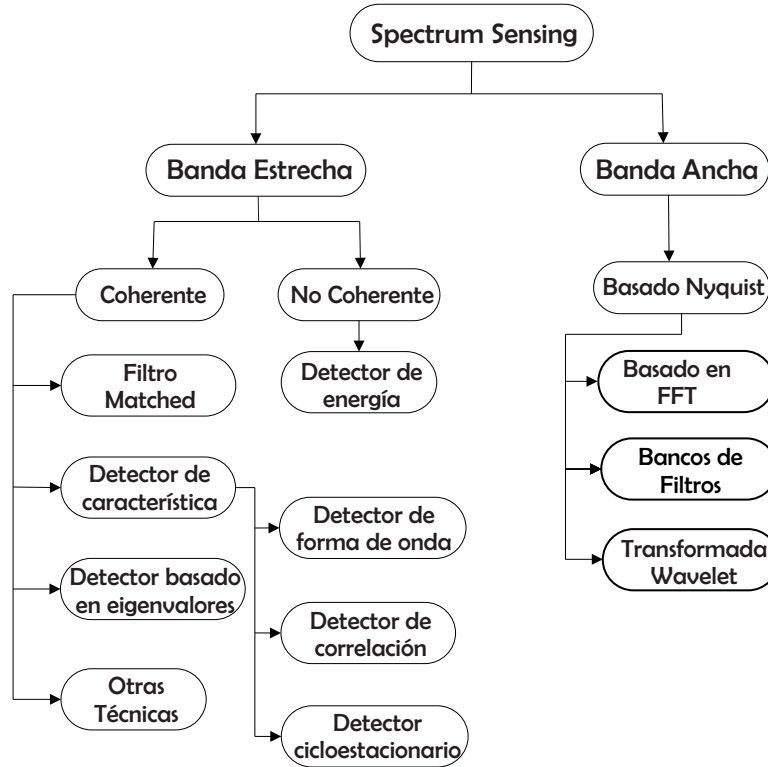


Figura 2.3: Técnicas de SS en [11].

La figura 2.3 clasifica las técnicas de SS en banda estrecha y banda ancha. En la clasificación por banda estrecha se encuentran métodos como: el filtro *matched*, la detección de energía, la detección basada en características: de forma de onda, de correlación o cicloestacionarias y la detección basada en eigenvalores. Por otro lado, en banda ancha se destacan: la detección basada en el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés), la detección basada en la transformada Wavelet y la detección basada en banco de filtros. Las técnicas de banda ancha serán presentadas a continuación.

Detección basada en el algoritmo de la transformada rápida de Fourier

Esta técnica fue propuesta por primera vez en [17], donde se realizó la detección de un conjunto de señales primarias en múltiples bandas de frecuencias en lugar de una

sola banda. La señal de banda ancha fue muestreada y dividida en múltiples segmentos, donde se aplicó la transformada discreta de Fourier por medio del algoritmo de la FFT.

Detección basada en la transformada Wavelet En [18] se propone un algoritmo basado en la transformada Wavelet. En este algoritmo, la PSD fue modelada como una sucesión de subbandas de frecuencias consecutivas con algunas discontinuidades, para lo cual fue usada la transformada Wavelet para localizar las singularidades de la PSD. Cabe resaltar, es una detección no coherente y presenta alta complejidad computacional [11].

Detección basada en bancos de filtros En [19] el autor propone dividir la señal de banda ancha mediante un banco de filtros (FB, por sus siglas en inglés) en señales de banda estrecha y en cada una de ellas medir la PSD. Además, propone el diseño de un filtro prototipo y es modulado a través del FB mediante una técnica con este propósito. Las modificaciones que se realizan para este tipo de detección se centran en el diseño del filtro prototipo y la forma de modularlo en el FB.

La tabla 2.1 presenta un resumen de las ventajas, las desventajas y algunas referencias de las técnicas de SS por banda ancha.

Spectrum Sensing de banda ancha			
Detector basado en	Ventajas	Desventajas	Referencias
Sensado de múltiples bandas o FFT	No Coherente Complejidad razonable	Requiere alta tasa de muestreo	[11] [17]
Wavelet	No Coherente Detector de borde	Alta complejidad computacional	[17] [18]
Banco de filtros	No Coherente Alto rendimiento Baja tasa de muestreo	Alta complejidad computacional	[19] [20] [21] [24]

Tabla 2.1: Ventajas y desventajas de las técnicas de SS de banda ancha. Adaptada de [12].

2.1.1. Introducción a Banco de Filtros

La teoría que abordan los FB *multirate* tuvo sus orígenes en [22], y desde entonces no se ha detenido la investigación en torno a ellos. Un FB es descrito como una

colección o arreglo de filtros ya sean pasa-baja, pasa-banda o pasa-alta; permite la extracción de componentes espectrales de manera sencilla y su implementación es confiable [23].

Los FB's están presentes en muchas aplicaciones, por ejemplo: en comunicaciones, en procesamiento de voz, en compresión de imágenes, en la industria de audio digital, entre otras [24]. El tipo de FB a utilizar depende, en primera instancia, de la aplicación a tratar.

Se ha puesto gran interés en los FB para SS ya que muestran que son un método de detección superior, logrando grandes desempeños en cuanto a complejidad computacional y la disminución en los retardos que puedan presentarse en los sistemas CR [19] [25]. Utilizando los FB se puede lograr un esquema de procesamiento de señal más eficiente para el sensado ya que se basa en la operación de múltiples canales activos [25].

En el siguiente capítulo se introducirá la teoría, las fórmulas y los errores existentes en los FB.

Bibliografía

- [1] Haykin, Simon. “Cognitive radio: brain-empowered wireless communications.” *IEEE journal on selected areas in communications* 23.2 (2005): 201-220.
- [2] Ghosh, Amiotosh, and Walaa Hamouda. “Cross-layer antenna selection and channel allocation for mimo cognitive radios.” *IEEE Transactions on Wireless Communications* 10.11 (2011): 3666-3674.
- [3] FCC, Spectrum policy task force report. Tech. Rep. 02-135. Federal Communications Commission, Noviembre, 2002.
- [4] Yucek, Tefvik, and Huseyin Arslan. “A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications.” *IEEE communications surveys & tutorials* 11.1 (2009): 116-130.
- [5] Mitola, Joseph. Cognitive radio: Model-based competence for software radios. Diss. Institutionen für teleinformatik, 1999.
- [6] Akyildiz, Ian F., et al. “Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey.” *Computer networks* 50.13 (2006): 2127-2159.
- [7] Rawat, D. B., G. Yan, and C. Bajracharya. “Signal processing techniques for spectrum sensing in cognitive radio networks.” *International Journal of Ultra Wide-band Communications and Systems* 10.x/x (2010): 1-10.
- [8] Sun, Hongjian, et al. “Wideband spectrum sensing for cognitive radio networks: a survey.” *IEEE Wireless Communications* 20.2 (2013): 74-81.
- [9] López, Raikel Bordón, and Samuel Montejo Sánchez. “La radio cognitiva y su impacto en el uso eficiente del espectro de radio.” *Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones* 36.1 (2015): 42-55.
- [10] Ban, Tae Won, et al. “Multi-user diversity in a spectrum sharing system.” *IEEE Transactions on Wireless Communications* 8.1 (2009): 102-106.
- [11] Ali, Abdelmohsen, and Walaa Hamouda. “Advances on spectrum sensing for cognitive radio networks: Theory and applications.” *IEEE Communications Surveys & Tutorials* (2016).

- [12] Srinivasa, Sudhir, and Syed Ali Jafar. "Cognitive radios for dynamic spectrum access: the throughput potential of cognitive radio: A theoretical perspective." *IEEE Communications Magazine* 45.5 (2007).
- [13] FCC, Facilitating opportunities for flexible, efficient, and reliable spectrum use employing cognitive radio technologies. Tech. Rep. 03-108. Federal Communications Commission, Febrero, 2005.
- [14] Ariananda, D. D., M. K. Lakshmanan, and H. Nikookar. "A survey on spectrum sensing techniques for cognitive radio." *Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management, 2009. CogART 2009. Second International Workshop on*. IEEE, 2009.
- [15] Lim, Jae S., and Alan V. Oppenheim. (Eds.), *Advanced Topics in Signal Processing*. Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [16] Suseela, B., and D. Sivakumar. "Non-cooperative spectrum sensing techniques in cognitive radio—a survey." *Technological Innovation in ICT for Agriculture and Rural Development (TIAR), 2015 IEEE*. IEEE, 2015.
- [17] Quan, Zhi, et al. "Optimal multiband joint detection for spectrum sensing in cognitive radio networks." *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.3 (2009): 1128-1140.
- [18] Tian, Zhi, and Georgios B. Giannakis. "A wavelet approach to wideband spectrum sensing for cognitive radios." *Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, 2006. 1st International Conference on*. IEEE, 2006.
- [19] Farhang-Boroujeny, Behrouz. "Filter bank spectrum sensing for cognitive radios." *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.5 (2008): 1801-1811.
- [20] Kim, Minseok, and Jun-ichi Takada. "Efficient multi-channel wideband spectrum sensing technique using filter bank." *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2009 IEEE 20th International Symposium on*. IEEE, 2009.
- [21] Sheikh, F., S. Masud, and B. Bing. "Harmonic power detection in wideband cognitive radios." *IET Signal Processing* 3.1 (2009): 40-50.

- [22] Crochiere, Ronald E., Susan A. Webber, and James L. Flanagan. “Digital coding of speech in sub-bands.” *Bell System Technical Journal* 55.8 (1976): 1069-1085.
- [23] Mertins, Alfred. *Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications*. John Wiley and Sons, Inc., 1999.
- [24] Vaidyanathan, Parashwad P. “Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks, and applications: a tutorial.” *Proceedings of the IEEE* 78.1 (1990): 56-93.
- [25] Sheikh, Faheem, and Benny Bing. “Cognitive spectrum sensing and detection using polyphase DFT filter banks.” *Consumer Communications and Networking Conference, 2008. CCNC 2008. 5th IEEE*. IEEE, 2008.

Banco de filtros

En este capítulo se presentará una revisión sobre bancos de filtros *multirate* (FB, por sus siglas en inglés), estableciendo relación con los efectos generados a la salida como el *aliasing*, las distorsiones de amplitud y fase, y la forma en que pueden eliminarse; también se revisará la condición de reconstrucción perfecta (PR, por sus siglas en inglés).

Los FB (en su mayoría) implican varias frecuencias de muestreo y por ello también son llamados sistemas *multirate* [1]. Se muestra en la figura 3.1 la representación general, en diagrama de bloques, de un FB.

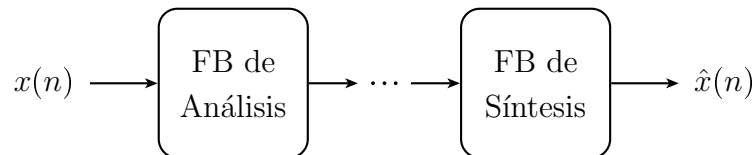


Figura 3.1: Diagrama de bloques de un banco de filtros.

Como se observa en la figura 3.1, un FB está conformado por dos bloques generales, uno de análisis y otro de síntesis. Estos bloques están compuestos de filtros y de dos estructuras básicas *multirate* conocidas como submuestreador y sobremuestreador. Además, es necesario tener en cuenta que al final del FB de análisis se realiza algún tipo de procesamiento previo al inicio de la reconstrucción de la señal que será realizada por el FB de síntesis.

Una definición general para un FB se presenta como la colección de filtros digitales con una entrada $x(n)$ en común y con una salida $\hat{x}(n)$ [2]. Se puede señalar que la principal característica de los FB *multirate* es la capacidad de separar la señal de

entrada, en el dominio de la frecuencia, en dos o más señales sub-banda bajo ciertas consideraciones, o componer las señales sub-banda en una sola señal [3].

En cuanto a sistemas *multirate*, otra estructura conocida es el transmultiplexor. En el caso de estos sistemas, utilizados ampliamente en el servicio de telefonía, las entradas y salidas son múltiples. De igual forma que un FB, este sistema está conformado por dos bloques generales: uno de síntesis y uno de análisis, los cuales son utilizados en ese orden. Además, están compuestos por filtros y estructuras básicas *multirate*. Se puede observar en la figura 3.2 el diagrama de bloques general para el transmultiplexor.

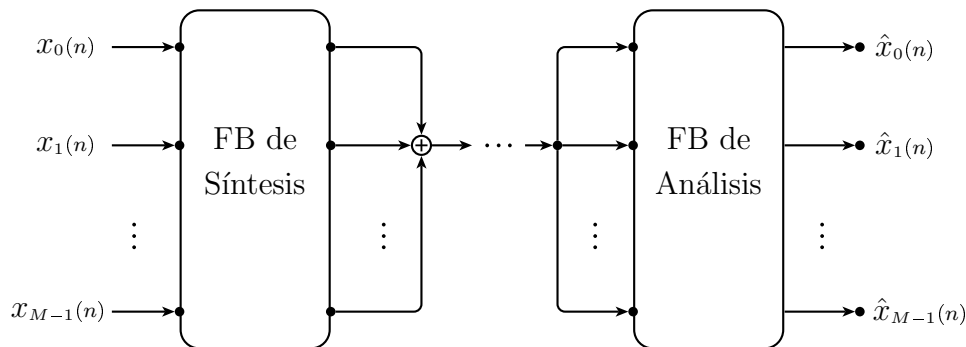


Figura 3.2: Diagrama de bloques de un transmultiplexor.

Introducidas las dos estructuras *multirate*, FB y transmultiplexores, se presentará con más detalle el estudio de los FB. En particular, los FB utilizados serán máximamente decimados.

3.1. Banco de filtros espejo en cuadratura

En la figura 3.3 se presenta un banco de filtros espejo en cuadratura (QMFB, por sus siglas en inglés), formado por los bancos de análisis y síntesis. Así mismo, cada banco contiene dos filtros $H_k[z]$ y $G_k[z]$, para $k = 0, 1$, respectivamente. Además, se puede apreciar las señales de entrada y de salida, $x(n)$ y $\hat{x}(n)$ respectivamente, los submuestreadores y los sobremuestreadores que lo componen. También son definidas las señales intermedias $v_k(n)$, $u_k(n)$ y $\hat{v}_k(n)$, para $k = 0, 1$, las cuales serán útiles para describir el funcionamiento general de un FB.

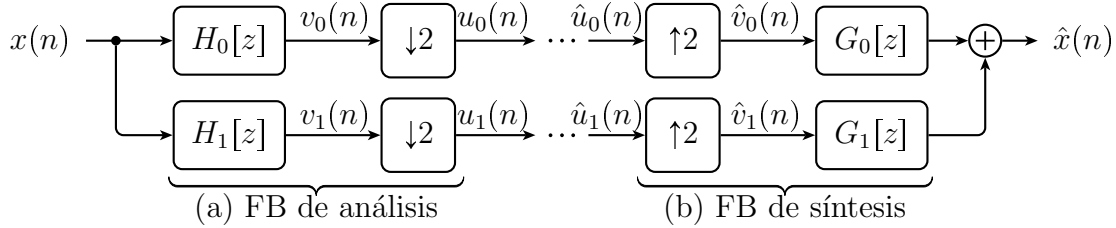


Figura 3.3: Banco de filtro espejo en cuadratura.

Análisis del QMFB

El proceso de descomposición de la señal $x(n)$ se realiza mediante el FB de análisis, cuyos filtros usualmente tienen una respuesta en frecuencia pasa-baja y pasa-alta como se aprecia en la figura 3.4, teniendo como resultado las señales $v_k(n)$, para $k = 0, 1$, a la salida de los filtros de análisis, las cuales serán sobremuestradas por un factor de dos y así, se tendrá a la salida del FB de análisis las señales $u_k(n)$, para $k = 0, 1$, o señales sub-banda. Para continuar, el proceso de reconstrucción de la señal se realiza posterior al procesamiento que se realizó a las señales sub-banda. Las señales obtenidas del procesamiento serán sobremuestradas por un factor de dos, obteniendo las salidas $\hat{v}_k(n)$, para $k = 0, 1$, y posteriormente, pasarán a través de los filtros de síntesis, donde finalmente serán sumadas para tener la salida $\hat{x}(n)$ deseada.

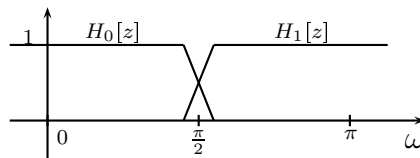


Figura 3.4: Típica respuesta en frecuencia de los filtros de análisis. Adaptada de [2]

El proceso de descomposición de $x(n)$ y la reconstrucción de $\hat{x}(n)$ serán presentados matemáticamente. Por un lado, un FB tiene tres efectos: el *aliasing*, la distorsión en amplitud y la distorsión en fase, estos efectos no permiten que la salida sea lo más parecida posible a la entrada. Por otra parte, es necesario solucionarlos a modo que los filtros de análisis y síntesis tengan las condiciones necesarias para cumplir lo que es conocido como reconstrucción perfecta (PR, por sus siglas en inglés).

En el análisis de un QMFB en el dominio de la frecuencia, z , es necesario presentar las ecuaciones que representan la salida del submuestreador $u_k(n)$, y la salida del sobremuestreador $\hat{v}_k(n)$.

$$U_k[z] = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} \hat{V}_k[z^{\frac{1}{M}} e^{-j\frac{2\pi}{M}l}], \quad (3.1.1)$$

$$\hat{V}_k[z] = \hat{U}_k[z^M]. \quad (3.1.2)$$

Es importante representar todas las señales intermedias en el dominio de la frecuencia teniendo en cuenta que para un QMFB el valor de M es igual a dos. Primero, las señales a las salidas de los filtros de análisis, $v_k(n)$ con $k = 0, 1$, se expresan como:

$$V_k[z] = H_k[z]X[z]. \quad (3.1.3)$$

Segundo, las señales a la salida del FB de análisis, $u_k(n)$ con $k = 0, 1$, con $M = 2$ son de la forma:

$$U_k[z] = \frac{1}{2} \left(V_k[z^{\frac{1}{2}}] + V_k[-z^{\frac{1}{2}}] \right). \quad (3.1.4)$$

Y por ultimo, para facilitar la presentación de las ecuaciones, se tendrá en cuenta que la salida del submuestreador está conectada a la entrada del sobremuestreador, es decir, $u_k(n) = \hat{u}_k(n)$. Teniendo en cuenta lo anterior, se presenta la salida del sobremuestreador de la siguiente forma:

$$\hat{V}_k[z] = U_k[z^2]. \quad (3.1.5)$$

A partir de procedimientos algebraicos se obtiene $\hat{V}_k[z]$ en términos de la señal de entrada, los filtros de análisis y los filtros síntesis con el reemplazo de las ecuaciones (3.1.3) a (3.1.5). De este modo, la salida de los sobremuestreadores queda expresada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \hat{V}_k[z] &= \frac{1}{2} \left(V_k[z] + V_k[-z] \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(H_k[z]X[z] + H_k[-z]X[-z] \right) \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Por lo que se refiere a la señal de salida $\hat{x}(n)$, en el dominio de la frecuencia, una primera representación en términos de la señal $\hat{v}_k(n)$ con $k = 0, 1$, y los filtros de síntesis es:

$$\hat{X}[z] = G_0[z]\hat{V}_0[z] + G_1[z]\hat{V}_1[z]. \quad (3.1.7)$$

Es posible reemplazar la ecuación (3.1.6) en (3.1.7) para obtener la señal a la salida del QMFB, en términos de los filtros de análisis y los filtros de síntesis, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \hat{X}[z] = & \frac{1}{2}X[z] \left(H_0[z]G_0[z] + H_1[z]G_1[z] \right) + \\ & \frac{1}{2}X[-z] \left(H_0[-z]G_0[z] + H_1[-z]G_1[z] \right). \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

El primer término de la ecuación (3.1.8) es conocido como la función de transferencia de distorsión (contiene el efecto de distorsión en amplitud y fase), y el segundo término de la ecuación corresponde al *aliasing* causado por la alteración de la frecuencia de muestreo producida por el submuestreador [4]. Una forma compacta de reescribir la ecuación (3.1.8) se presenta a continuación:

$$\hat{X}[z] = T[z]X[z] + A[z]X[-z]. \quad (3.1.9)$$

Para concluir, de las ecuaciones (3.1.8) y (3.1.9) se puede observar que la señal de salida difiere de la señal de entrada, y para ello, es necesario asegurar que los efectos presentados en un FB sean eliminados. A continuación se presentará la forma de evitar o eliminar los efectos producidos por el *aliasing* y por distorsión en amplitud y fase.

Eliminación del efecto de *aliasing*

El efecto de *aliasing* para un QMFB está relacionado directamente con el término $A[z]$ de la ecuación (3.1.9). Teniendo en cuenta que es necesario la señal de salida lo más parecida a la señal de entrada, se debe asegurar que:

$$A[z] = 0, \quad (3.1.10)$$

es decir,

$$H_0[-z]G_0[z] + H_1[-z]G_1[z] = 0. \quad (3.1.11)$$

En particular, para un QMFB si es asegurada la condición para la cancelación del *aliasing*, los filtros de análisis y de síntesis están relacionados de la siguiente forma:

$$G_0[z] = H_1[-z] \quad G_1[z] = -H_0[-z]. \quad (3.1.12)$$

Finalmente, con la eliminación del *aliasing*, la salida queda expresada en términos de la entrada como:

$$\hat{X}[z] = T[z]X[z] \quad (3.1.13)$$

Finalmente, la señal de salida presenta todavía el efecto por distorsión en amplitud y fase dado por el término $T[z]$. A continuación se presentará la condición para asegurar la eliminación del efecto mencionado.

Eliminación de los efectos por distorsión en amplitud y fase

Conocido $T[z]$ como la función de transferencia de distorsión, la cual es una función con valor complejo, entonces puede ser expresada en términos de magnitud y fase como se muestra a continuación:

$$T[z] = |W[z]|\phi[z]. \quad (3.1.14)$$

Teniendo en cuenta la expresión en términos de magnitud y fase de $T[z]$, la ecuación (3.1.13) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\hat{X}[z] = \left(|W[z]|\phi[z] \right) X[z]. \quad (3.1.15)$$

La ecuación (3.1.15) muestra la forma en la que puede ser representada la función de transferencia de distorsión. A partir de ella, se presentan las siguientes condiciones para asegurar la eliminación de los efectos por distorsión en amplitud y fase.

- 1.- Si $T[z]$ es una función pasatodo, entonces $|W[z]| = cte \neq 0$. Por lo tanto, la

magnitud de la salida se expresa de la siguiente forma:

$$|\hat{X}[z]| = cte|X[z]|, \quad (3.1.16)$$

la anterior expresión indica que la salida del QMFB tiene una respuesta en magnitud similar a la entrada, solo escalada por una constante, este caso es conocido como preservación de la magnitud. A continuación se presentará como es posible evitar la distorsión por fase.

2.- Si $T[z]$ es una función con fase lineal, $\phi[z]$ es lineal, la fase de la señal de salida es:

$$\angle(\hat{X}[z]) = \angle(X[z]) + \phi[z], \quad (3.1.17)$$

lo que indica que en la salida del QMFB se está preservando la fase, pero análogo a la preservación de la magnitud, existe distorsión en magnitud.

La eliminación de los efectos debidos al *aliasing* y a las distorsiones por amplitud y fase, permite incluir la condición derivada de la eliminación de los efectos: la reconstrucción perfecta (PR).

Condición de reconstrucción perfecta (PR)

Al considerar un FB libre de *aliasing*, libre de las distorsiones por amplitud y fase, entonces es posible hablar de FB con reconstrucción perfecta (PR, por sus siglas en inglés), es decir, se debe forzar a que $T[z]$ sea un retardo de la forma:

$$T[z] = Cz^{-n_0}, \quad (3.1.18)$$

donde C es una constante diferente de cero y, n_0 un entero positivo. Al tener en cuenta dicha consideración, se puede asegurar que la entrada es similar a la salida. De este modo, la salida del QMFB presentada en (3.1.13) se presenta como:

$$\hat{X}[z] = (Cz^{-n_0})X[z], \quad (3.1.19)$$

además, en el dominio del tiempo puede verse como:

$$\hat{x}(n) = Cx(n - n_0). \quad (3.1.20)$$

Finalmente, presentadas las formas de eliminación de los efectos y el concepto de PR de un QMFB se concluye que la señal de salida debe ser parecida a la señal de entrada, es decir, en el tiempo solo debe diferir entre ellas por un corrimiento.

3.2. Banco de filtros de M bandas

La representación de un banco de filtros de M bandas se ilustra en la figura 3.5, teniendo en cuenta que se trata de un FB máximamente decimado.

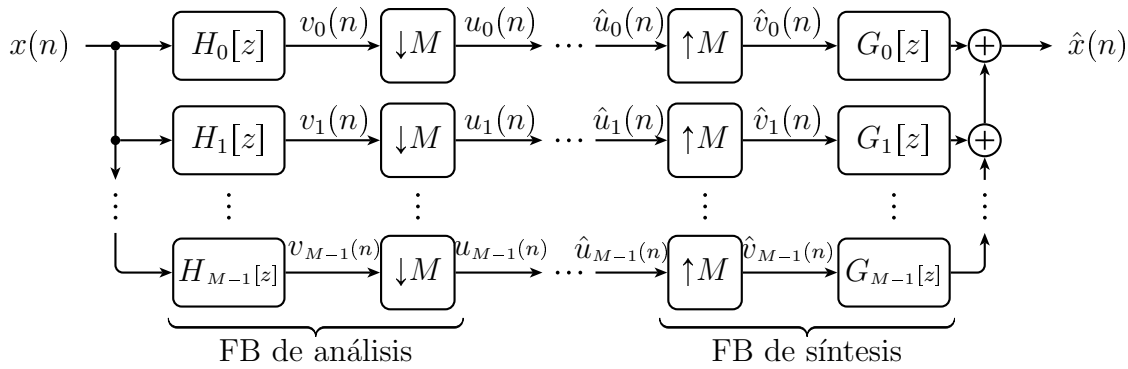


Figura 3.5: Ilustración de un banco de filtros de M bandas. Adaptado de [1].

Análisis del FB de M bandas

El comportamiento general de la señal de entrada a través del FB de M bandas es similar al de un QMFB, teniendo en cuenta que $k = 0, 1, \dots, M - 1$. En el proceso de descomposición de la señal $x(n)$ los filtros de análisis $H_k[z]$ intervienen en la división de la señal, el resultado se observa a la salida de los filtros con las señales intermedias $v_k(n)$. Posteriormente, las señales a la salida de los filtros de análisis son submuestreadas por un factor con valor M teniendo como resultado las señales $u_k(n)$ con las cuales se realiza algún tipo procesamiento. La reconstrucción de la señal requiere el sobremuestreo de las señales $\hat{u}_k(n)$ con un factor de valor M para obtener las entradas a los filtros de síntesis, $\hat{v}_k(n)$. Por último, las señales $\hat{v}_k(n)$ son filtradas en el FB de síntesis por los filtros $G_k[z]$ y la salida $\hat{x}(n)$ es lograda por la sumatoria de las señales obtenidas al final del FB de síntesis.

A continuación, se presentarán las señales intermedias en el dominio de la frecuencia z , con $k = 0, 1, \dots, M - 1$, donde se tendrá en cuenta el caso ideal donde no se

realiza ningún procesamiento, es decir, $u_k(n) = \hat{u}_k(n)$.

$$V_k[z] = H_k[z]X[z], \quad (3.2.1)$$

$$U_k[z] = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} H_k[z^{\frac{1}{M}} e^{-j\frac{2\pi}{M}l}] X[z^{\frac{1}{M}} e^{-j\frac{2\pi}{M}l}], \quad (3.2.2)$$

$$\hat{V}_k[z] = U_k[z^M] = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} H_k[ze^{-j\frac{2\pi}{M}l}] X[ze^{-j\frac{2\pi}{M}l}]. \quad (3.2.3)$$

En los FB de M bandas, las señales pueden ser presentadas en forma matricial como se muestra a continuación. Para empezar, las señales de entrada y salida se representan como $\mathbf{x}[z]$ y $\hat{\mathbf{x}}[z]$, respectivamente. Por otro lado, las matrices de modulación de los FB de análisis y síntesis son:

$$\mathbf{H}^{(m)}[z] = \begin{bmatrix} H_0[z] & H_1[z] & \cdots & H_{M-1}[z] \\ H_0[ze^{-j\frac{2\pi}{M}}] & H_1[ze^{-j\frac{2\pi}{M}}] & \cdots & H_{M-1}[ze^{-j\frac{2\pi}{M}}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_0[ze^{-j\frac{2\pi}{M}(M-1)}] & H_1[ze^{-j\frac{2\pi}{M}(M-1)}] & \cdots & H_{M-1}[ze^{-j\frac{2\pi}{M}(M-1)}], \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

$$\mathbf{G}^{(m)}[z] = \begin{bmatrix} G_0[z] & G_1[z] & \cdots & G_{M-1}[z] \\ G_0[ze^{-j\frac{2\pi}{M}}] & G_1[ze^{-j\frac{2\pi}{M}}] & \cdots & G_{M-1}[ze^{-j\frac{2\pi}{M}}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_0[ze^{-j\frac{2\pi}{M}(M-1)}] & G_1[ze^{-j\frac{2\pi}{M}(M-1)}] & \cdots & G_{M-1}[ze^{-j\frac{2\pi}{M}(M-1)}]. \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

La salida $\hat{\mathbf{x}}[z]$ en términos de la señal de entrada, las matrices de modulación de los FB de análisis y síntesis está dada por:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}[z] &= \frac{1}{M} \mathbf{G}^{(m)}[z] \left[\mathbf{H}^{(m)}[z] \right]^t \mathbf{x}[z] \\ &= \mathbf{T}[z] \mathbf{x}[z], \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

donde $\mathbf{T}[z] = \frac{1}{M} \mathbf{G}^{(m)}[z] \left[\mathbf{H}^{(m)}[z] \right]^t$ es conocida como la *matriz de transferencia*.

La ecuación (3.2.6) puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\hat{X}[z] = T[z]X[z] + \sum_{l=1}^{M-1} A_l[z]X[ze^{-j\frac{2\pi}{M}l}], \quad (3.2.7)$$

donde $T[z] = A_0[z] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H_k[z]G_k[z]$ es el primer término de la matriz de transferencia y es conocida como la *función de transferencia de distorsión*. En la segunda parte de la ecuación (3.2.7) se presenta el término $X[ze^{-j\frac{2\pi}{M}l}]$, para $l > 0$, conocido como *aliasing* donde $A_l[z]$ es la ganancia.

Siguiendo un procedimiento similar al presentado para un QMFB (sección 3.1), la eliminación de los efectos debido al *aliasing* y a las distorsiones por amplitud y fase tienen en cuenta las mismas condiciones. Es de gran importancia fijarse en los términos utilizados para cada FB, por ejemplo: $A[z]$ en el QMFB, se reemplaza por la ganancia del término del *aliasing* $A_l[z]$ en el FB de M bandas. Los efectos producidos por la función de transferencia de distorsión y las condiciones para eliminarlos son idénticas a las presentadas en los QMFB, la variación está en la forma matemática de representar $T[z]$ en un FB de M bandas.

El estado del arte de FB para SS será presentado en el siguiente capítulo.

Bibliografía

- [1] A. Mertins, *Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications*. John Wiley and Sons, Inc., 1999.
- [2] P. P. Vaidyanathan, *Multirate systems and filter banks*. Pearson Education India, 1993.
- [3] G. Jovanovic-Dolecek, ed. *Multirate Systems: Design and Applications*. IGI Global, 2001.
- [4] S. K. Mitra. *Digital signal processing: a computer-based approach*. Third Edition. New York: McGraw-Hill, 2006.

Bancos de filtros para *Spectrum Sensing*

4.1. Importancia

La subutilización del espectro radioeléctrico [1] llevó a la idea de introducir sistemas CR [2], en donde se plantea que los usuarios no licenciados o secundarios (SU, por sus siglas en inglés) puedan utilizar la banda del espectro radioeléctrico de los usuarios licenciados o primarios (PU, por sus siglas en inglés) mientras estos estén inactivos. Además, es necesario asegurar que los SU sean invisibles a los PU con el fin de evitar ruido o alguna clase de interferencia.

En base a lo anterior, el SU debe sensar el espectro radioeléctrico significando alguna clase de análisis espectral [3], y es en este punto donde se presenta la utilidad de la técnica de *Spectrum Sensing* (SS) basada en los bancos de filtros (FB, por sus siglas en inglés).

El auge en el análisis espectral con FB tuvo sus orígenes con el trabajo del autor Farhang [3], aunque allí se plantea que el concepto de aplicar FB a la estimación espectral no es algo nuevo. El método del periodograma [5] es la herramienta más simple para estimar el espectro, pero Farhang propone un FB sencillo de implementar, que sirve como un estimador espectral con bajo costo computacional.

A partir del trabajo presentado en [3], muchos autores han derivado métodos de sensado basados en la técnica de FB. Dos de los métodos más mencionados en la literatura son los FB de la transformada discreta de Fourier (DFT, por sus siglas en inglés) y los modulados por coseno, algunos de los cuales se presentarán a continuación.

4.2. Revisión de métodos

4.2.1. Bancos de filtros modulados por DFT

La idea de utilizar FB en SS se manifiesta debido a que facilita la estimación de la densidad espectral de potencia (PSD, por sus siglas en inglés), en señales no estacionarias, requerida en sistemas CR [6]. Basados en este principio de estimación se han enfocado investigaciones en torno al diseño de FB DFT como se presentan a continuación.

En [3] se presenta un FB que sirve como estimador espectral (FBSE, por sus siglas en inglés), donde proponen dividir la banda de interés en subbandas y medir la PSD al final de cada una de ellas. Este artículo se compara con la técnica de estimación espectral *multitaper* de Thomson (MTSE, por sus siglas en inglés) [4], en donde se usan N ventanas ortogonales o también conocida como ventanas *prolate*, que pueden verse como filtros en un FB.

La ventaja de FBSE radica en el bajo costo computacional necesario en los sistemas CR al momento de implementar.

Del mismo modo se presenta el trabajo de Hunziker et al. en [6]. El FB DFT es similar al presentado en [3], la diferencia se encuentra en la modificación de la ventana prototipo utilizada. El diseño utilizado para el filtro prototipo asegura reducción en el *leakage*, comparado con el filtro prototipo que utiliza filtros *Root-Nyquist*, mejorando con ello la precisión en los procedimientos de muestreo. Además, el FB propuesto posee dos propiedades que aseguran su diseño óptimo, las cuales son:

Propiedad 1. Las ventanas adyacentes que se utilizan para filtrar son ortogonales, y por lo tanto, las muestras en la salida del FB son variables aleatorias no correlacionadas para procesos de entrada blancos.

Propiedad 2. La ventana prototipo muestra las propiedades óptimas de localización frecuencia-tiempo (TF), asegurando *leakage* mínimo en las componentes de la señal fuera de la región seleccionada en el plano TF.

A diferencia del trabajo en [3], que sólo cumple la Propiedad 1, Hunziker et al. asegura que el cumplimiento de las dos propiedades mencionadas anteriormente permite obtener el diseño óptimo para el FB propuesto.

Dentro de este contexto se suma el trabajo de Sheikh y Bing, en [7], que aborda el concepto de estimación espectral por FB DFT.

Presentan el FB para sensar y detectar potencia combinando una ventana de secuencias *prolate* óptima como filtro prototipo. Se muestra en esta investigación, que el método de detección empleado alcanza un mejor desempeño comparable con el detector de potencia simple, logrando baja complejidad computacional que conlleva a menores retardos en los sistemas CR.

Presenta dos ventajas, comparado con los enfoques de SS convencionales, las cuales son: la FFT es calculada con una velocidad de muestreo reducida y con *leakage* menor que proporciona un mejor desempeño en el sensado.

Además, menciona que a diferencia de esquemas de detección de potencia existentes, la propuesta en este trabajo puede detectar múltiples canales activos al mismo tiempo.

En la tabla 4.1 se muestra un resumen de los trabajos de SS basados en la técnica de FB DFT.

4.2.2. Bancos de filtros modulados por coseno

Otro enfoque para SS se centra en el diseño de banco de filtros modulados por coseno (CMFB, por sus siglas en inglés). Las ventajas de este método de sensado con respecto al método de FB DFT para SS se encuentra en la posibilidad de diseñar subbandas con la atenuación deseada y en la limitación espectral [8]. A continuación se presentan varios trabajos que han sido desarrollados con CMFB para SS.

En [9], se presenta el uso de CMFB empleando una técnica de SS de dos estados.

Esta técnica de dos estados se basa en: en el primer estado la señal de entrada es dividida, por el CMFB de análisis, en M_1 subbandas y se calcula la energía de cada subbanda. Si la subbanda está libre puede ser asignada a un SU, pero si la subbanda está ocupada se selecciona y se lleva a un segundo estado donde nuevamente vuelve a ser dividida en M_2 subbandas y se realiza el mismo procedimiento descrito para el primer estado.

Resumen FB DFT			
Referencia	Características	Ventajas	Comparaciones
[3]	Banco de filtros múltiples en paralelo, basados en ventanas ortogonales. Los filtros <i>Root-Nyquist</i> fueron utilizados para diseñar el filtro prototipo.	Bajo costo computacional al momento de implementar.	[4]
[6]	Diseño de un FB DFT con ventanas ortogonales y concentración óptima en el plano TF. Cumplimiento de dos propiedades. Propiedad 1. Las ventanas adyacentes de los filtros son ortogonales. Propiedad 2. Ventana prototipo óptima en TF.	Comparando con el método de Thomson, sólo necesita un banco de filtros. El filtro prototipo empleado asegura reducción de <i>leakage</i> .	[3] [4]
[7]	Diseño de un FB DFT combinado con un filtro de ventana prolate.	El esquema empleado es eficiente computacionalmente. Sensa y detecta múltiples canales activos simultáneamente. Reduce retardos en sistemas CR.	Método FFT con ventana rectangular

Tabla 4.1: Resumen de investigaciones basadas en FB DFT.

En este trabajo se diseñan los filtros prototipo del CMFB basados en dos métodos: el filtro de respuesta al impulso finito (FIR, por sus siglas en inglés) y el filtro de enmascaramiento de respuesta en frecuencia (FRM, por sus siglas en inglés). Se realiza la comparación de estos dos métodos y se muestra que el mejor enfoque, teniendo en cuenta la distorsión en amplitud, el *aliasing* y el número de multiplicadores necesarios en la implementación, es el FRM.

Otra investigación es la presentada en [10]. Para la detección de PU o agujeros del espectro eligen el método de detección de energía usando CMFB y además, proponen

un algoritmo de secuencia de frecuencia para reasignar los agujeros del espectro. El FB completo es obtenido mediante la modulación de un filtro prototipo único, el cual es diseñado con una alta atenuación en la banda de rechazo. Realizan la detección de energía a la salida de cada subbanda del CMFB y lo comparan con un umbral predeterminado.

En [11] se presenta el uso de CMFB para SS en múltiples canales paralelos. Presentan dos ventajas de su trabajo.

La primera, a través del diseño del filtro prototipo y las subbandas correspondientes del FB, estiman el ancho de banda del espectro y además, se puede realizar ajustes en las bandas de paso de los canales adyacentes.

La segunda, con la técnica de SS basada en CMFB, se introduce una forma de sensar canales con anchos de banda diferentes simultáneamente.

Se comparan con dos métodos de estimación espectral, el método del periodograma y el método de Thomson.

A continuación se presenta la tabla 4.2 en donde se expone un resumen de los trabajos mencionados anteriormente.

Se presentó el estado del arte de FB para *spectrum sensing*. Los métodos de diseño de FB mencionados fueron: FB DFT y FB modulados por coseno los cuales serán revisados más adelante. A continuación se desarrollará un concepto clave conocido como la densidad espectral de potencia y un método sencillo de implementarla.

Resumen CMFB			
Referencia	Características	Ventajas	Comparaciones
[9]	<p>Emplean técnica para SS de dos estados [12] usando CMFB.</p> <p>Análisis de la complejidad computacional de los dos enfoque empleados, FIR y FRM.</p> <p>Enfoque en distorsión de amplitud, <i>aliasing</i> y número de multiplicadores al momento de implementar.</p>	<p>El CMFB sencillo al momento de diseñar.</p> <p>Los coeficientes de todos los filtros del FB son reales.</p> <p>El mejor diseño de los dos enfoques empleados fue el FRM.</p>	<p>Comparación entre dos técnicas de diseño de CMFB: el filtro FIR y el FRM.</p>
[10]	<p>El filtro prototipo utilizado es un filtro FIR pasabajo y es diseñado con alta atenuación en la banda de rechazo.</p> <p>Presentan un algoritmo para reasignar los agujeros del espectro posterior a su localización.</p>	<p>El CMFB presenta una alta eficiencia en la estimación espectral.</p> <p>Inmunes a la interferencia de banda estrecha.</p> <p>Asegura reducción de <i>leakage</i>.</p>	<p>Comparación del algoritmo presentado para la reasignación de los agujeros del espectro. Entre el algoritmo <i>random rate request</i>, y el propuesto <i>sequenced rate request</i>.</p>
[11]	<p>El filtro prototipo del CMFB se diseñó usando la función ventana Kaiser.</p>	<p>Incremento en la eficiencia de la estimación espectral.</p> <p>Ajuste flexible en el ancho de banda y en el <i>leakage</i>.</p>	[4]

Tabla 4.2: Resumen de investigaciones basadas en CMFB.

Bibliografía

- [1] FCC Spectrum Policy Task Force (SPTF), “Report of the Spectrum Efficiency Working Group,” November 2002.
- [2] J. Mitola, *Cognitive radio—an integrated agent architecture for software defined radio*. Royal Institute of Technology (KTH), 2000.
- [3] B. Farhang-Boroujeny. “Filter bank spectrum sensing for cognitive radios,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 5, pp. 1801–1811, 2008.
- [4] D. J. Thomson. “Spectrum estimation and harmonic analysis,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 1055–1096, 1982.
- [5] Lim, Jae S., and Alan V. Oppenheim. (Eds.), *Advanced Topics in Signal Processing*. Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [6] Hunziker, Thomas, Ubaid Ur Rehman, and Dirk Dahlhaus. “Spectrum sensing in cognitive radios: design of DFT filter banks achieving maximal time-frequency resolution.” *Information, Communications and Signal Processing (ICICSP) 2011 8th International Conference on*. IEEE, 2011.
- [7] Sheikh, Faheem, and Benny Bing. “Cognitive spectrum sensing and detection using polyphase DFT filter banks.” *Consumer Communications and Networking Conference, 2008. CCNC 2008. 5th IEEE*. IEEE, 2008.
- [8] Cruz-Roldan, Fernando, et al. “On the use of discrete cosine transforms for multi-carrier communications.” *IEEE Transactions on Signal Processing* 60.11 (2012): 6085-6090.
- [9] Raghu, I., Sai Sumanth Chowdary, and Elizabeth Elias. “Efficient spectrum sensing for Cognitive Radio using Cosine Modulated Filter Banks.” *Region 10 Conference (TENCON), 2016 IEEE*. IEEE, 2016.
- [10] Prema, S. Chris, and Dara Sudha Rani. “CMFB for spectrum detection and utilization in CR applications.” *Computing and Network Communications (CoCoNet), 2015 International Conference on*. IEEE, 2015.

-
- [11] Zhao, Nan, et al. "Cognitive wideband spectrum sensing using cosine-modulated filter banks." *International Journal of Electronics* 102.11 (2015): 1890-1901.
- [12] Shaeen, K., and Elizabeth Elias. "Prototype Filter Design Approaches for Near Perfect Reconstruction Cosine Modulated Filter Banks-A Review." *Journal of Signal Processing Systems* 81.2 (2015): 183-195.

Estimación de la densidad espectral de potencia

Analizada la teoría sobre FB, se presentará la forma de estimar el ER. En este capítulo se desarrollará la estimación de la densidad espectral de potencia (PSD, por sus siglas en inglés).

Un proceso aleatorio se define como la función $X(t)$ que asigna una familia de funciones temporales $x_i(t)$ a un espacio de eventos S , todas las funciones de tiempo se denominan conjunto y una función de tiempo particular se denomina realización de un conjunto [1]. La representación gráfica de un proceso aleatorio se muestra en la figura (5.1).

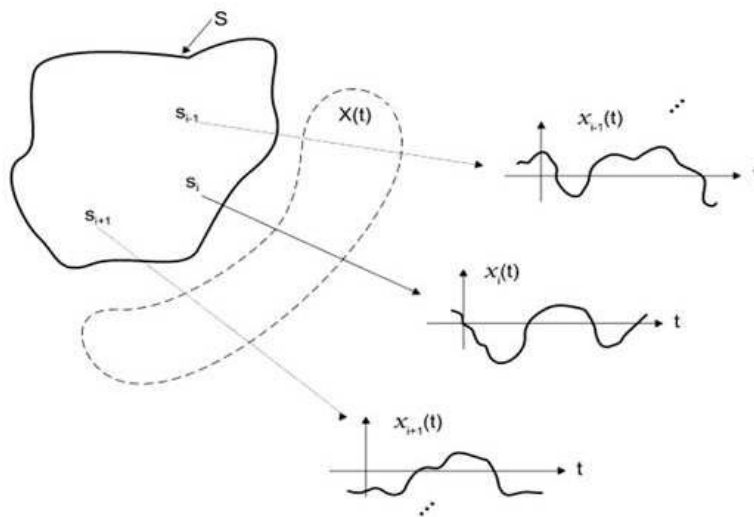


Figura 5.1: Representación de un proceso aleatorio. Tomado de [1].

La transformada de Fourier (FT, por sus siglas en inglés) no puede ser aplicada directamente a los procesos aleatorios para la obtención del espectro debido a los siguientes problemas:

- 1.- No satisface la existencia de la FT dada por la siguiente ecuación:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| \cdot dx < \infty. \quad (5.0.1)$$

La condición puede satisfacerse en un proceso aleatorio si es considerado un intervalo de una realización, como se observa en la figura (5.2).

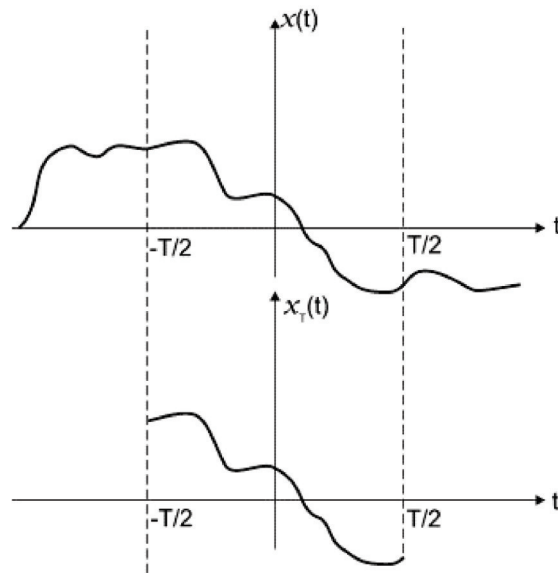


Figura 5.2: Realización $x(t)$ en un intervalo. Tomado de [1].

- 2.- Si se presenta el caso de la existencia de la FT en una realización particular el resultado no representa todo el proceso, es decir, la TF de las realizaciones individuales son diferentes [1].
- 3.- La mayoría de las realizaciones de un proceso aleatorio tienen formas irregulares y por lo tanto, no pueden representarse analíticamente.

La solución para aplicar la FT a un proceso aleatorio consiste en la aplicación de la función de autocorrelación ya que es una función determinística. En casos generales,

se define como la esperanza de las variables aleatorias del proceso en los instantes de tiempo t_1 y t_2 , ecuación (5.0.2).

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E\{X(t_1)X(t_2)\}. \quad (5.0.2)$$

El ER se representa con un proceso aleatorio estacionario en el sentido amplio (WSS, por sus siglas en inglés). Un proceso aleatorio es llamado estacionario si ninguna de sus características estadísticas cambia con el tiempo. Además, en los procesos WSS la función de autocorrelación solo depende de la diferencia de los tiempos (τ), como se muestra en la ecuación (5.0.3).

$$R_{xx}(\tau) = E\{X(t)X(t + \tau)\}. \quad (5.0.3)$$

5.1. Densidad espectral de potencia (PSD)

La densidad espectral de potencia está dada por:

$$S_{xx}(\omega) = \mathcal{F}\{R_{xx}(\tau)\} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau, \quad (5.1.1)$$

o

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega)e^{j\omega\tau} \cdot d\omega. \quad (5.1.2)$$

Las ecuaciones (5.1.1) y (5.1.2) son conocidas como el teorema *Wiener-Khinchin* el cual dice que para un proceso WSS, la PSD y la función de autocorrelación del proceso son el par de transformadas de Fourier [1]. A partir de la ecuación (5.1.1) se obtiene:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{|X_T(\omega)|^2}{T} \quad [W/Hz], \quad (5.1.3)$$

donde T representa el intervalo de la realización y $X_T(\omega)$ el espectro de una realización, como se presentó en la figura 5.2.

Existen dos enfoques para la estimación de la PSD: el método paramétrico y el no paramétrico. El método paramétrico se basa en usar un modelo para el proceso aleatorio con el fin de estimar el espectro de potencia. Algunas de las técnicas que abarcan el enfoque paramétrico son: el modelo de media móvil (MA, por sus siglas en

inglés), el modelo autoregresivo (AR, por sus siglas en inglés) y el modelo autoregresivo de media móvil (ARMA, por sus siglas en inglés). Por otro lado, el método no paramétrico empieza por estimar la secuencia de autocorrelación de un conjunto de datos dados y posteriormente, estima el espectro de potencia mediante la FT de la secuencia de autocorrelación estimada. Dentro de las técnicas que utilizan este enfoque están: el periodograma, el método de Barlett, el método de Welch y el método de Blackman-Tukey. A continuación se presentará el periodograma ya que será utilizado como método de comparación.

5.2. Periodograma

El periodograma es el estimador más sencillo de la PSD en procesos WSS y se basa en el concepto de la FT presentado en la introducción del capítulo. Obtiene el estimado de la PSD $S_{xx}(\omega)$ basado en N muestras de una realización $x_T(t)$, la ecuación (5.2.1) representa la forma de estimación.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{|X_T(\omega)|^2}{N}. \quad (5.2.1)$$

La figura 5.2 es un ejemplo realizado en el simulador MatLab del periodograma.

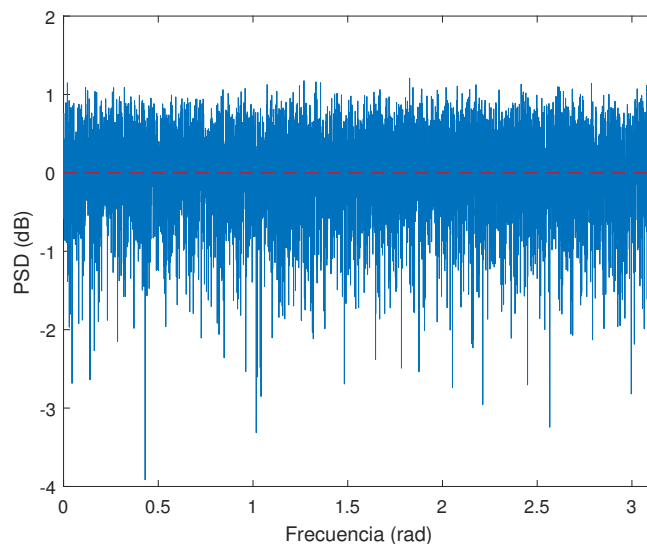


Figura 5.3: Periodograma.

La señal utilizada para la estimación de la PSD fue una señal aleatoria las cuales presentan una distribución de probabilidad gaussiana, por consiguiente su media (μ) es cero y su varianza (σ) es unitaria. Estimar la PSD por medio del periodograma a una señal tipo gaussiana implica obtener desviaciones de $\pm 3\sigma$ alrededor de su valor real, como se observa en la figura 5.2. Además, la línea punteada en la figura representa el espectro real, $P_{xx}(w) = 1$, en escala logarítmica.

A continuación se desarrollarán dos técnicas empleadas basadas en FB para SS.

Bibliografía

- [1] Dolecek, Gordana Jovanovic. Random signals and processes primer with MATLAB. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] Schuster, Arthur. “On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26 day period of meteorological phenomena.” *Terrestrial Magnetism* 3.1 (1898): 13-41.
- [3] Castellanos Domínguez, César Germán, and Yuri Semenovich Shinakov. Análisis de aleatoriedad en senales y sistemas. Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales, 2007.
- [4] Hayes, Monson H. Statistical digital signal processing and modeling. John Wiley & Sons, 2009.
- [5] Turmero, Pablo. “Análisis estadístico de datos climáticos - Series temporales.” (<http://www.monografias.com/trabajos104/analisis-estadistico-datos-climaticos-series-temporales.shtml>)

Diseño de bancos de filtros para *Spectrum Sensing*

Como se trató en el capítulo 2, el aumento de usuarios en el uso del ER ha venido en aumento y con ello, grandes retos para (SS). Las actuales políticas de asignación del ER de manera estática son eficientes, ayudan a evitar conflictos referentes a interferencia y ruido en las transmisiones y recepciones de los usuarios licenciados o primarios (PUs, por sus siglas en inglés). Sin embargo, bajo esta asignación, el beneficio de acceso oportunista al ER no está siendo aprovechado.

SS es uno de los grandes desafíos en cuanto a las mejoras necesarias para los sistemas *Cognitive Radio*. El reto se presenta en permitir que los SU sean capaces de detectar las señales de los PU, así sean débiles; y en adición, ser capaces de detectar múltiples canales al tiempo e identificar los agujeros del espectro para implementar el uso oportunista en todas las bandas de frecuencia [1].

Se mencionarán dos técnicas de diseño de FB: modulados por la transformada discreta de Fourier (FB DFT, por sus siglas en inglés), y modulados por coseno (CMFB, por sus siglas en inglés).

Una de las ventajas de los FB modulados es que sólo se debe encontrar un filtro prototipo apropiado y no el banco completo, ya sea en el de análisis o en el de síntesis. Es necesario encontrar un filtro prototipo para el análisis y otro para la síntesis, aunque, en muchos casos estos filtros prototipo pueden ser el mismo [3].

6.1. Banco de filtros modulado por DFT

Una forma de empezar la descripción matemática de un FB DFT es con la transformada de Fourier de corto tiempo (STFT, por sus siglas en inglés). Sabiendo que la STFT, puede ser escrita como

$$x_k(n) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(n-m)w(m)e^{-j\frac{2\pi km}{M}}, \quad (6.1.1)$$

donde $x_k(n)$ son señales en el tiempo, y fueron obtenidas de un filtrado de la señal $x(n)$.

El FB DFT se presenta cuando $w(n)$ es una ventana rectangular de ancho M , es decir,

$$w(n) = \begin{cases} 1 & n = 0, \dots, M-1. \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (6.1.2)$$

La ecuación (6.1.1) queda expresada de la siguiente forma.

$$x_k(n) = \sum_{m=0}^{M-1} x(n-m)e^{-j\frac{2\pi km}{M}}, \quad (6.1.3)$$

con $k = 0, 1, \dots, M-1$. Por conveniencia, se realizarán algunos cambios de variables, $k' = M-k$ y $s_m(n) = x(n-m)$, y por despejes algebraicos se obtiene la ecuación (6.1.4).

$$x_k(n) = \sum_{m=0}^{M-1} s(m)e^{j\frac{2\pi km}{M}}. \quad (6.1.4)$$

La figura (6.1) representa la estructura de la ecuación (6.1.4), donde el bloque \mathbf{W}^* representa la multiplicación de cada $s_m(n)$ con la matriz \mathbf{W}^* , de elementos $e^{j\frac{2\pi km}{M}}$.

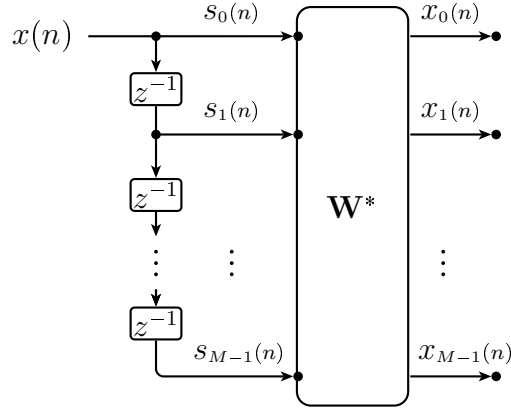


Figura 6.1: Ilustración de un FB de análisis modulado por DFT. Adaptado de [4]

La transformada z de la ecuación (6.1.4) se presenta a continuación, con $S_m[z] = X[z]z^{-m}$.

$$\begin{aligned} X_k[z] &= X[z] \sum_{m=0}^{M-1} [ze^{-j\frac{2\pi k}{M}}]^{-m}, \\ &= X[z]H_k[z]. \end{aligned} \quad (6.1.5)$$

Teniendo en cuenta la transformada z de la ventana rectangular y la ecuación (6.1.5), se tienen los filtros $H_k[z]$ como

$$H_k[z] = \sum_{m=0}^{M-1} [ze^{-j\frac{2\pi k}{M}}]^{-m} = H_0[ze^{-j\frac{2\pi k}{M}}]. \quad (6.1.6)$$

La anterior ecuación implica que los filtros que componen el FB de análisis pueden generarse a partir de un único filtro $H_0[z]$ desplazado en frecuencia.

Análogamente, los filtros de síntesis $G_k[z]$ pueden ser expresados a partir del filtro $H_0[z]$, como se muestra a continuación.

$$G_k[z] = H_0[ze^{-j\frac{2\pi k}{M}}]z^{M-1}e^{j\frac{2\pi k}{M}}. \quad (6.1.7)$$

La ecuación (6.1.7) da lugar a la reconstrucción de la señal basados en el mismo filtro prototipo utilizado en el FB de análisis, pero multiplicado por constantes adecuadas y retardos.

El filtro $H_0[z]$ puede ser elegido, no solo basado en la ventana rectangular, sino también un filtro pasa-banda, por ejemplo. En el tiempo, la ecuación (6.1.6) equivale a

$$\begin{aligned} h_k(n) &= h_0(n)e^{j\frac{2\pi kn}{M}}, \\ k &= 0, \dots, M-1, \\ n &= 0, \dots, L-1, \end{aligned} \quad (6.1.8)$$

siendo $h_k(n)$ un FB compuesto por filtros FIR causales, de longitud L .

Y el filtro $h_0(n)$ está dado por

$$h_0(n) = \frac{1}{\sqrt{M}} p(n), \quad (6.1.9)$$

donde $p(n)$ es el filtro prototipo pasa-baja FIR de longitud L . Se puede decir de las ecuaciones anteriores, que aún cuando $h_0(n)$ sea un filtro real, los filtros generados a partir de éste por medio de la modulación DFT tiene coeficientes complejos.

La respuesta al impulso de los filtros de síntesis es $g_k(-n) = h_k(n)$, para $k = 0, \dots, M-1$ [5].

A continuación se presenta el filtro prototipo $p(n)$ utilizado en un FB DFT.

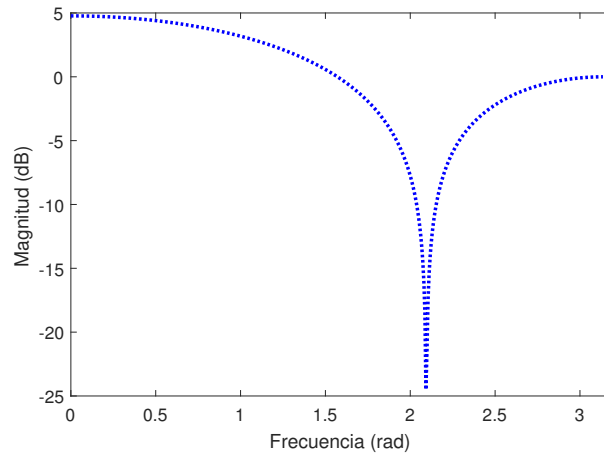


Figura 6.2: Filtro prototipo en el FB DFT.

6.2. Banco de filtros modulado por coseno

Encontrando una forma de generar los filtros del FB sin coeficientes complejos, se presenta la modulación con cosenos en lugar de con exponenciales. La clave de los CMFB es obtener los filtros de análisis $h_k(n)$ para $k = 0, \dots, M - 1$. Por ejemplo, por modulación de un filtro prototipo pasa-baja FIR de fase lineal $h_0(n)$. Matemáticamente, la idea general de diseño es fácil: se necesita producir $2M$ filtros exponenciales y combinarlos de forma que corresponda a modular con un coseno [4], como se plantea en la ecuación (6.2.1).

$$H_k[z] = a_k c_k H_0 \left[z e^{-j \frac{\pi(2k+1)}{2M}} \right] + a_k^* c_k^* H_0 \left[z e^{j \frac{\pi(2k+1)}{2M}} \right]. \quad (6.2.1)$$

Se realiza una combinación adecuada de álgebra en (6.2.1) y sabiendo que si $h_0(n)$ son los coeficientes de la respuesta al impulso del filtro prototipo, debe ser diseñado de tal forma que la banda de paso esté entre $[-\pi/2, \pi/2]$, entonces los filtros de análisis y síntesis en el CMFB están dados por las siguientes expresiones.

$$h_k(n) = 2 h_0(n) \cos \left(\frac{\pi(k + 0,5)}{M} \left(n - \frac{N}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right), \quad (6.2.2)$$

$$g_k(n) = 2 h_0(n) \cos \left(\frac{\pi(k + 0,5)}{M} \left(n - \frac{N}{2} \right) - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right), \quad (6.2.3)$$

donde $k = 0, \dots, M - 1$ y $n = 0, \dots, N - 1$, siendo M el número de sub-bandas y $N = mM$ la longitud del filtro prototipo $h_0(n)$ [6].

Las ecuaciones (6.2.2) y (6.2.3) se presentan asegurando que el *aliasing* es eliminado y que tienen una respuesta de fase lineal.

A continuación se presentará el ejemplo de diseño de un CMFB. Si se asegura que $m = 2$, entonces se puede utilizar la siguiente ecuación para el filtro prototipo $h_0(n)$.

$$h_0(n) = \sqrt{\frac{2}{M}} \sin \left((2n + 1) \frac{\pi}{4M} \right). \quad (6.2.4)$$

Teniendo en cuenta la forma de $h_0(n)$ presentada en (6.2.4) y combinándola en

(6.2.2) y (6.2.3), los filtros de análisis y síntesis quedan expresados como

$$h_k(n) = \frac{1}{\sqrt{2M}} \left[\sin \left((k+1)(n+0,5) \frac{\pi}{M} - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left((k)(n+0,5) \frac{\pi}{M} - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad (6.2.5)$$

$$g_k(n) = \frac{1}{\sqrt{2M}} \left[\sin \left((k+1)(n+0,5) \frac{\pi}{M} + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left((k)(n+0,5) \frac{\pi}{M} + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (6.2.6)$$

Se implementaron las ecuaciones presentada para el CMFB en el simulador MATLAB. Para un FB de tres bandas, se diseñaron los filtros de análisis y síntesis con las ecuaciones (6.2.5) y (6.2.6). La figura 6.3 presenta el filtro prototipo utilizado en el FB.

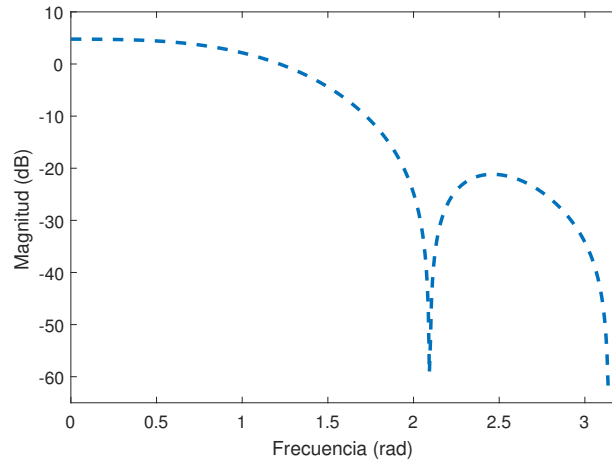


Figura 6.3: Filtro prototipo en el CMFB.

Para una señal de entrada aleatoria se realizó el proceso de filtrado, pasando a través del FB de análisis y de síntesis modulados por coseno. Como resultado del proceso de filtrado de la señal, se presenta en la figura 6.4 la señal de entrada y la respuesta obtenida a la salida del FB, izquierda y derecha, respectivamente. En la gráfica se muestra la conservación de las muestras a la salida.

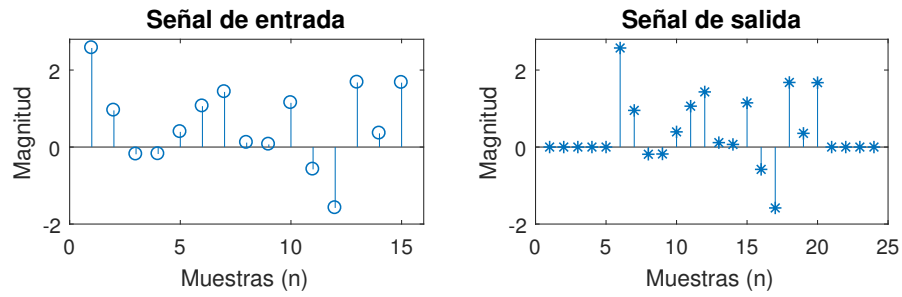


Figura 6.4: FB de tres bandas modulado por coseno.

Este capítulo presentó dos técnicas para modular un filtro prototipo y así obtener el FB. En el siguiente capítulo se presentará el método propuesto de FB para SS, donde se tendrá en cuenta el FB DFT.

Bibliografía

- [1] Kim, Minseok, and Jun-ichi Takada. “Efficient multi-channel wideband spectrum sensing technique using filter bank.” *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2009 IEEE 20th International Symposium on*. IEEE, 2009.
- [2] Jones, Steven D., Nam Merheb, and I-Jeng Wang. “An experiment for sensing-based opportunistic spectrum access in CSMA/CA networks.” *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2005. DySPAN 2005. 2005 First IEEE International Symposium on*. IEEE, 2005.
- [3] A. Mertins, *Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications*. John Wiley and Sons, Inc., 1999.
- [4] Estienne, Claudio. “Banco De Filtros Coseno Modulado Implementación polifásica.” *Señales y Sistemas* (66.74), 2006. Web. 30 Apr. 2017.
- [5] Karp, Tanja, Michel Kieffer, and Pierre Duhamel. “Parity-check matrix calculation for paraunitary oversampled DFT filter banks.” *IEEE transactions on Signal Processing* 56.10 (2008): 5277-5283.
- [6] P. P. Vaidyanathan, *Multirate systems and filter banks*. Pearson Education India, 1993.

Método propuesto de FB para SS

Se presentará el método propuesto para el diseño del FB para *Spectrum Sensing*, el cual se basa en diseñar el filtro prototipo de baja complejidad a partir de la función de Mathieu. Con esta propuesta se generan mejores resultados comparado con el diseño del filtro prototipo a partir de: la función *prolate*, el filtro *root-Nyquist* y además, de un método de estimación espectral que no utiliza FB llamado periodograma. El software utilizado para la realización de este capítulo fue MatLab.

7.1. Función de Mathieu

La introducción de las funciones Mathieu se debe al estudio de los modos vibracionales de una membrana elíptica por Emile Mathieu [1]. Las soluciones periódicas de la ecuación de Mathieu surgen de la separación de la ecuación de onda en dos dimensiones, donde 7.1.1 representa la ecuación de onda.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + k_1^2 V = 0, \quad (7.1.1)$$

La ecuación 7.1.1 fue transformada a coordenadas elípticas y luego separada en ecuaciones diferenciales ordinarias. Sí $q^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}k_1 h$, donde $(\pm h, 0)$ son las coordenadas de los focos de la elipse y a una constante de separación arbitraria, las ecuaciones tienen la forma:

$$\frac{d^2 \nu}{dz^2} + (a - 2q \cos(2z)) \nu = 0, \quad (7.1.2)$$

$$\frac{d^2 \nu}{dz^2} + (a - 2q \cosh(2z)) \nu = 0, \quad (7.1.3)$$

donde a y q son constantes. Las ecuaciones 7.1.2 y 7.1.3 son consideradas como la ecuación de Mathieu y la ecuación modificada de Mathieu, respectivamente. Las soluciones apropiadas a la ecuación 7.1.2 son llamadas **funciones de Mathieu** periódicas en t y con periodo π o 2π [2].

El interés particular de este capítulo se centra en la solución de la función de Mathieu coseno periódica de orden cero $ce_0(z, q)$, (en lo que respecta del capítulo será llamada función de Mathieu de orden cero), la notación es específica para la solución de orden cero. La idea de utilización de la función de Mathieu de orden cero proviene del estudio realizado en [3], donde se demostró baja complejidad del diseño de un filtro FIR con esa función en específico.

A continuación, se presenta la solución numérica presentada en [2] para la función de Mathieu de orden cero.

$$ce_0(z, q) = 1 - \frac{1}{2} q \cos(2z) + \frac{1}{32} q^2 \cos(4z) - \frac{1}{128} q^3 \left(\frac{1}{9} \cos(6z) - 7 \cos(2z) \right) + \frac{1}{73728} q^4 (\cos(8z) - 320 \cos(4z)) + O(q^5), \quad (7.1.4)$$

donde q es el "número característico" de $ce_0(z, q)$ [2]. En la figura 7.1 se muestra la función $ce_0(z, q)$ para distintos valores de q .

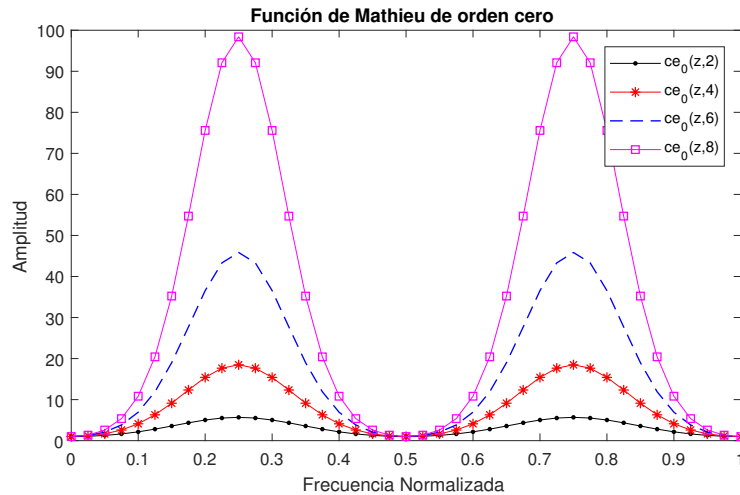


Figura 7.1: Función de Mathieu de orden cero para diferentes valores de q .

En la siguiente sección se presentará el uso de la función de Mathieu de orden cero escogida para el diseño del filtro prototipo y los resultados obtenidos.

7.2. Diseño del filtro prototipo

En [3] se dio solución al siguiente planteamiento: se necesita encontrar las funciones que den el mínimo número de coeficientes para un filtro FIR en un ancho de banda dado. El resultado obtenido fue la función de Mathieu de orden cero, en donde las secuencias obtenidas tienen la característica de ser compactas en el tiempo y la frecuencia.

Se utilizó la idea de la referencia [3] para lograr el diseño del filtro prototipo de baja complejidad. El simulador utilizado fue MatLab. Con la función de Mathieu de orden cero se obtuvieron los coeficiente del filtro prototipo, logrando una longitud de 49. Considerando la longitud de los coeficientes obtenidos se puede asegurar que el diseño del filtro prototipo es de baja complejidad, ya que a menor número de coeficientes en un filtro su implementación requiere menos recursos. En la figura 7.2 se muestran los coeficientes obtenidos.

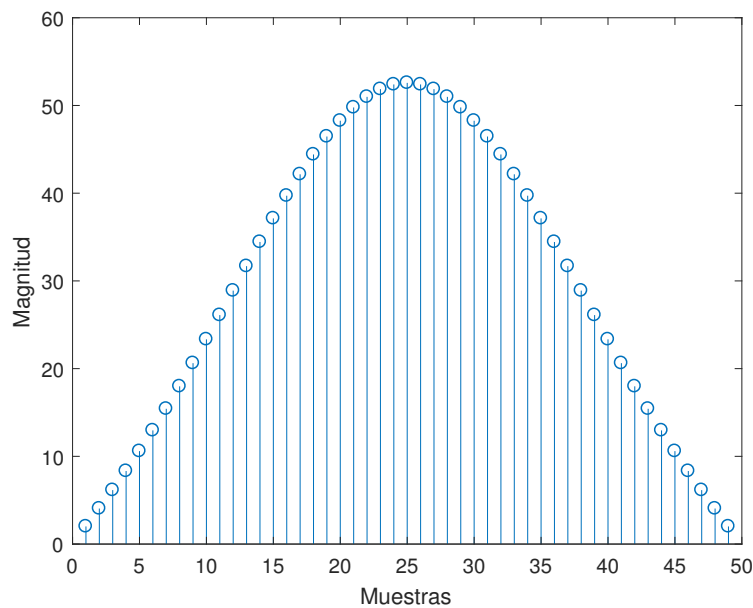


Figura 7.2: Coeficientes del filtro prototipo.

Fue necesario escoger un valor de la constante q . El criterio de selección se basó en la disminución de los cruces entre los filtros del FB. Se realizaron pruebas con diferentes valores, donde se pudo evidenciar que el valor necesario para asegurar el criterio de selección fue $q = 1 \times 10^5$. En las figuras 7.3 a 7.5 se muestra gráficamente la evidencia del cruce entre filtros, para diferentes valores de q .

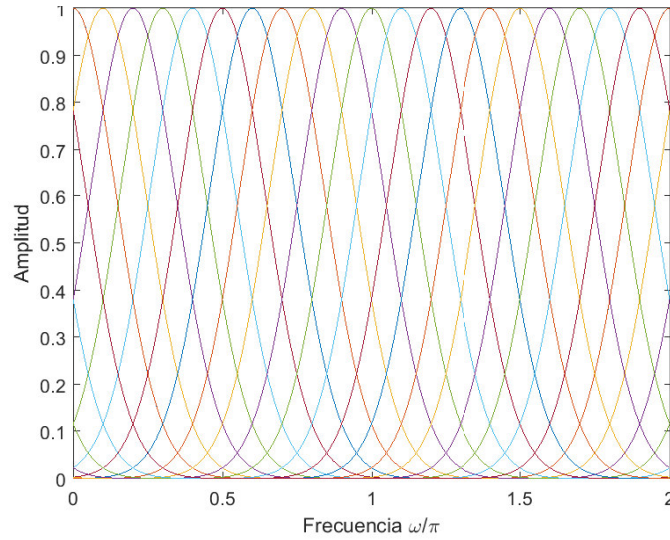


Figura 7.3: Banco de filtros de análisis con $q = 1 \times 10^2$.

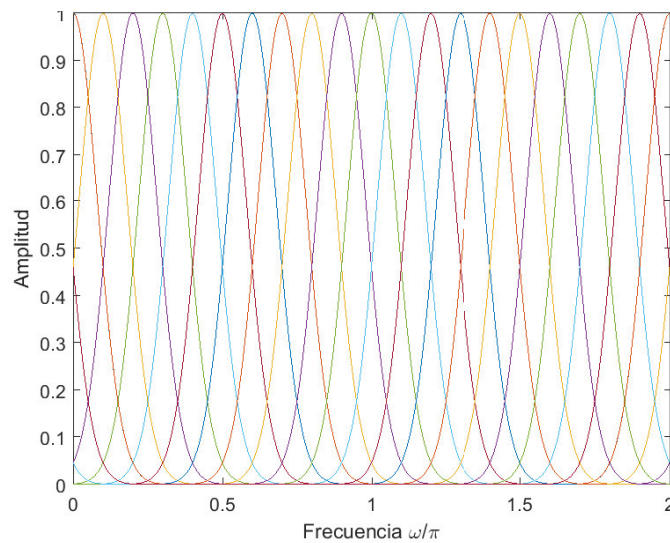


Figura 7.4: Banco de filtros de análisis con $q = 1 \times 10^3$.

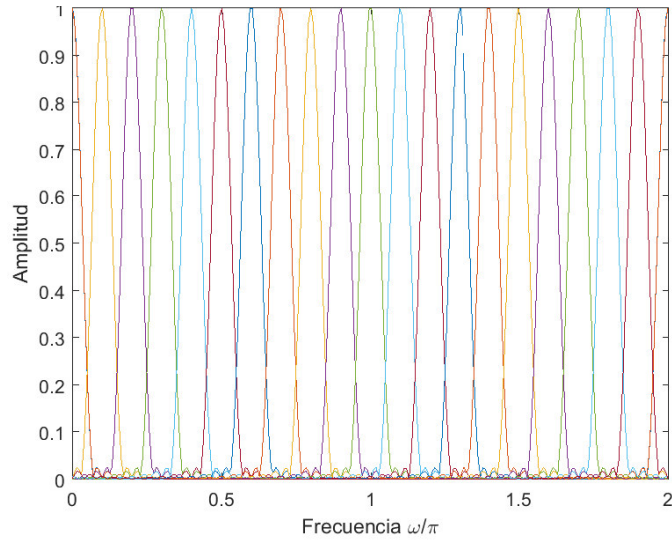


Figura 7.5: Banco de filtros de análisis con $q = 1 \times 10^5$.

El filtro prototipo de baja complejidad diseñado se presenta en la figura 7.6.

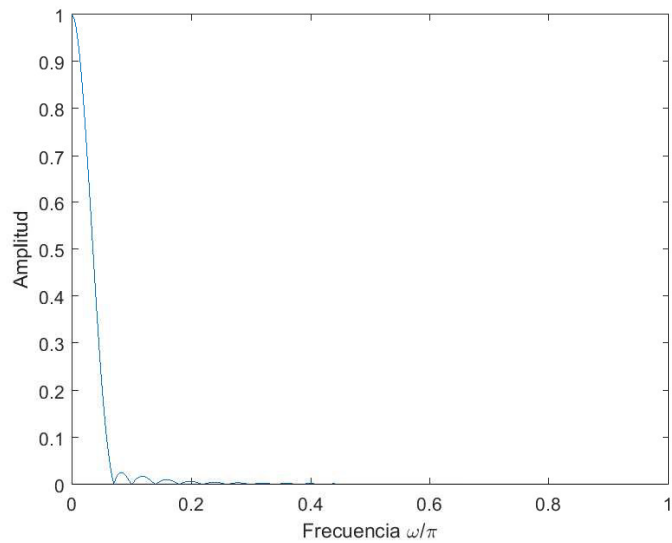


Figura 7.6: Filtro prototipo diseñado.

El filtro prototipo de la figura 7.6 fue modulado a través de un FB DFT y a la salida del banco de análisis se realizó la estimación del espectro.

7.3. Comparación

Se realizaron comparaciones en base a las PSD presentadas en los trabajos [4] y [5], las cuales contienen tres canales de PUs con magnitudes iguales y diferentes, respectivamente. Las PSD serán presentadas en las figuras como PSD deseadas.

Para obtener la señal aleatoria que contenía la información de la PSD deseada, fue necesario aplicar la transformada inversa de Fourier a la multiplicación entre una señal aleatoria y la PSD de los trabajos [4] y [5].

Se realizó una primera comparación con un método que no utiliza FB, el método del periodograma. Los resultados se muestran en las figuras 7.7 y 7.8.

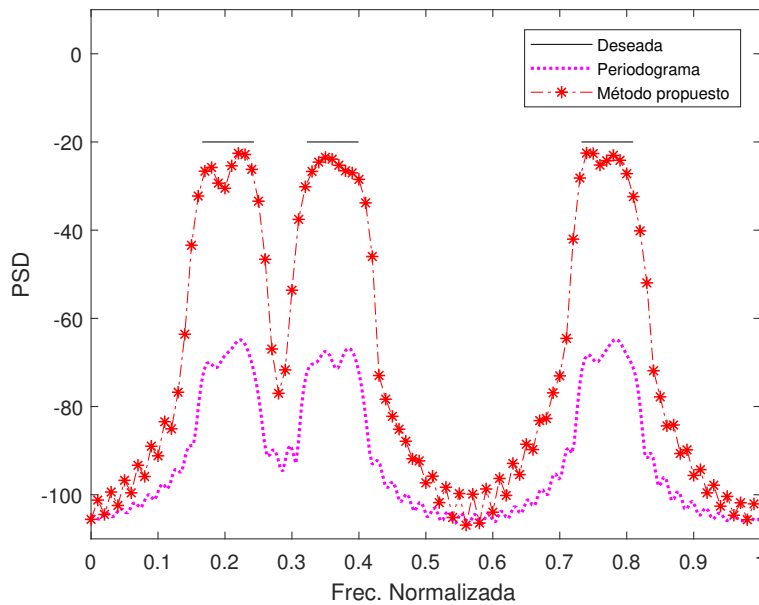


Figura 7.7: Comparación entre el método propuesto y el método del periodograma. PSD propuesta en [4]

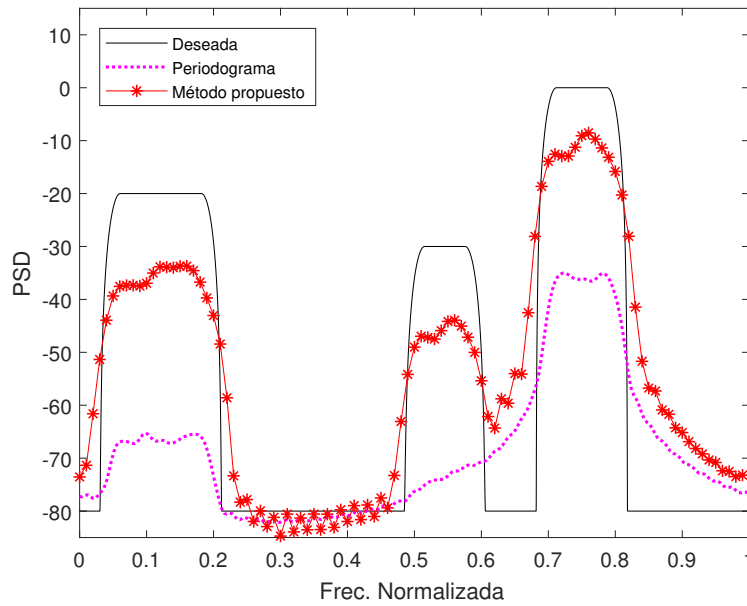


Figura 7.8: Comparación entre el método propuesto y el método del periodograma. PSD propuesta en [5]

En las figuras 7.7 y 7.8 se presentan las PSD propuestas en los trabajos [4] y [5], y se muestran como PSD deseadas. Se puede evidenciar en las figuras anteriores que el método propuesto con FB es superior al método más sencillo de detección del espectro, el periodograma.

Las siguientes comparaciones realizadas se basaron también en la utilización de FB DFT con diseño del filtro prototipo. En [4] utilizaron un filtro prototipo obtenido de los coeficientes de la función *prolate* y en [5] el filtro prototipo utilizado fue un filtro *root-Nyquist*. La comparación también se realizó basado en las dos PSD deseadas, los resultados se presentan en las figuras 7.9 y 7.10.

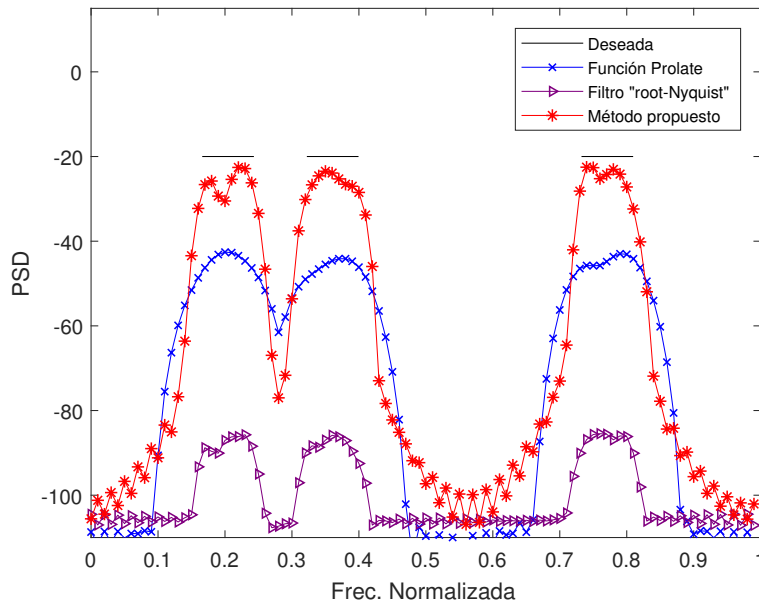


Figura 7.9: Comparación entre el método propuesto y métodos que usan FB DFT. PSD propuesta en [4]

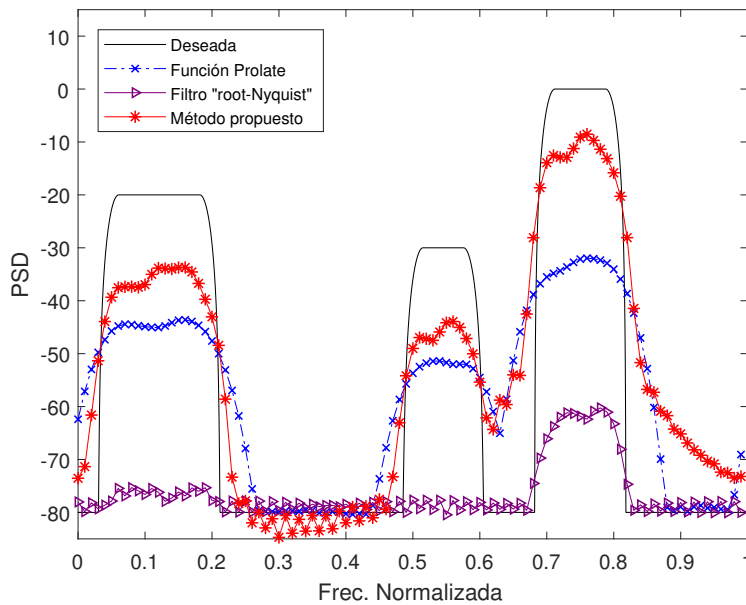


Figura 7.10: Comparación entre el método propuesto y métodos que usan FB DFT. PSD propuesta en [5]

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, con el método propuesto la detección del espectro es mejorada. Además, la estimación espectral que se está utilizando es un método poco complejo, lo que conlleva a que es muy sencillo de emplear. Y por último, al lograr que la longitud del filtro prototipo propuesto sea baja, se puede asegurar que la complejidad del diseño es baja.

Bibliografía

- [1] Mathieu, Émile. “Mémoire sur le mouvement vibratoire d’une membrane de forme elliptique.” *Journal de mathématiques pures et appliquées* 13 (1868): 137-203.
- [2] McLachlan, Norman W. “Theory and application of Mathieu functions.” (1951).
- [3] Parhizkar, Reza, Yann Barbotin, and Martin Vetterli. “Sequences with minimal time–frequency uncertainty.” *Applied and Computational Harmonic Analysis* 38.3 (2015): 452-468.
- [4] Sheikh, Hafiz Faheem. *Multirate Signal Processing For Software And Cognitive Radios*. Diss. Lahore University of Management Science, Lahore, 2010.
- [5] Farhang-Boroujeny, Behrouz. “Filter bank spectrum sensing for cognitive radios.” *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.5 (2008): 1801-1811.

Capítulo 8

Conclusiones

El marco teórico que encierra los principios y conceptos de *Cognitive Radio* (CR) fueron presentados. *Spectrum Sensing* (SS) como tarea fundamental de los sistemas CR fue introducida. La clasificación de los métodos de SS y las investigaciones que enmarcan estos métodos fueron descritas. Además, se presentaron los bancos de filtros (FB, por sus siglas en inglés) como una alternativa para SS.

La teoría general de FB fue introducida en esta tesis. El método más sencillo de detección de la densidad espectral de potencia (PSD, por sus siglas en inglés) fue expuesto.

Se diseñó un FB DFT y se utilizó para SS. Se propuso un filtro prototipo basado en los coeficientes de la función de Mathieu de orden cero. La razón por la cual fue escogida esta función se debe a la característica de ser compacta en el espectro de frecuencia y tiempo y a la selectividad que presenta.

Se observó que la función de Mathieu depende de dos constantes: a y q . Se utilizó la constante q con valor de 1×10^5 , este valor fue escogido porque a mayor valor de q los cruces de los filtros del banco de análisis eran menores.

Basados en el valor de q seleccionado, el diseño del filtro prototipo se realizó con una longitud igual a 49. Este valor fue debido al *toolbox* utilizado para obtener la función de Mathieu de orden cero, ya que limitaba los coeficientes de la variable q .

El filtro prototipo fue modulado por el FB DFT utilizado y el número de subbandas fue de 200. La señal de entrada aleatoria que contenía la PSD deseada fue introducida al FB.

A la salida del banco de análisis, se aplicó el método de detección de la PSD a cada subbanda, obteniendo el resultado deseado.

Se realizaron comparaciones con el diseño de otros filtros prototipo y gráficamente se demostró la mejora obtenida en la detección, de los PUs y los agujeros de espectro, con la propuesta presentada.