



INAOE

Clasificación de señales EEG bajo paradigma de imaginación motora usando descomposición wavelet y máquinas de soporte vectorial

por

César Eduardo Hernández González

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

Maestro en Ciencias en el Área de Electrónica

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y
Electrónica**

San Andrés Cholula, Puebla

Supervisada por:

Dr. Juan Manuel Ramírez Cortés, INAOE

©INAOE 2017

El autor otorga al INAOE el permiso de
reproducir y distribuir copias en su totalidad o en
parte de esta tesis



Clasificación de señales EEG bajo paradigma de imaginación motora usando descomposición wavelet y máquinas de soporte vectorial

Tesis de Maestría

POR:

César Eduardo Hernández González

ASESOR:

Dr. Juan Manuel Ramírez Cortéz

Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica
Coordinación de Electrónica

A mi padre, que siempre me ha retado para ser mejor.

A mi madre, que me ha apoyado en todo momento.

A mi asesor, que me brindó el conocimiento necesario para realizar esta tesis.

A mis compañeros y amigos, que hicieron de esta experiencia algo muy placentero.

Para la persona que está leyendo esta tesis. Espero te sea de mucha utilidad.

Resumen

Un sistema BCI (Interfaz Cerebro-Computadora, *Brain-computer interface*) adquiere e interpreta señales cerebrales para permitir al usuario una interacción con su entorno a través de acciones específicas. Estos sistemas han tenido un gran desarrollo en años recientes debido a su gran aplicación como herramientas de apoyo a personas con limitaciones motrices severas, para que éstas puedan comunicarse o controlar algunos dispositivos en su vida diaria. Sistemas BCI basados en EEG (electroencefalografía) se cuentan como técnicas no invasivas y tienen un amplio uso debido a la bajo costo que tiene su implementación.

En esta tesis se analizan señales de electroencefalografía bajo el paradigma de imaginación motora, específicamente la intención del movimiento de la lengua, mano derecha, mano izquierda y pies. Las señales fueron obtenidas en la base de datos BCI competition, disponibles a la comunidad en general para propósitos académicos y de investigación.

Se propone un algoritmo que está conformado por extracción de características y clasificación de señales cerebrales. En la primera etapa se utilizaron dos técnicas de descomposición wavelet para su comparación: transformada discreta wavelet (DWT) y transformada wavelet de máximo traslape (MODWT), junto a esto se tomaron medidas estadísticas de media, mediana, varianza y entropía usando máximo traslape. En la etapa de clasificación se utilizaron máquinas de soporte vectorial usando kernels polinomiales lineales, cuadráticos y cúbicos. Los algoritmos y análisis de resultados fueron implementados en su totalidad utilizando $\text{\textcircled{R}}$ Matlab2016b.

Abstract

A BCI (Brain-Computer Interfaces) system acquires and interprets brain signals in order to allow the user interaction with the environment through specific actions. This systems have had great development in recent years due to their great applications as tools for people with severe motor disabilities, so they can communicate or control devices to improve their daily life. BCI systems based on EEG (electroencephalography) is counted among the non-invasive techniques and it is possible to be used by low cost equipment.

In this thesis electroencephalography signals were analyzed under motor imagery paradigm, specifically the intention of movement of tongue, right hand, left hand and feet. Those signals were take from BCI Competition IV database, available to all community for academic and research propose.

The proposed algorithm is conformed for feature extraction and classification of brain signals. In the first stage two techniques decomposition were used : Discrete wavelet transform (DWT) and maximum overlap discrete wavelet transform (MODWT). After this stage, a mean, median, variance and entropy measures were taken using maximum overlap. In the classification stage three types of Support vector machines were used with lineal, quadratic and cubic polynomial kerne for each learning machine. Algorithms and results were fully implemented using ®Matlab2016b.

Tabla de Contenido

Resumen	III
Abstract	v
Lista de Figuras	IX
Lista de Tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	3
1.2. Definición del problema	3
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
1.4. Organización de la tesis	4
2. Fundamentos de señales EEG aplicadas a BCI	7
2.1. El cerebro humano	7
2.1.1. Lóbulos cerebrales	8
2.2. Actividad neuronal	10
2.2.1. Potencial de acción	10
2.3. Adquisición de actividad cerebral	13
2.3.1. Electroencefalograma (EEG)	14
2.3.2. Distribución espacial de electrodos, sistema 10-20	14
2.3.3. Ritmos cerebrales	15
2.4. Interfaces cerebro-computadora	17
2.4.1. Imaginación motora	17

2.4.2. Potenciales evocados P300	18
2.4.3. Habla imaginada	19
3. Fundamentos de procesamiento y clasificación	21
3.1. Teoría de Wavelets	21
3.1.1. Transformada Discreta Wavelet(DWT)	21
3.1.2. Transformada discreta wavelet de máximo traslape (MODWT)	23
3.2. Maquinas de soporte vectorial	25
3.2.1. Máquinas de soporte vectorial para problemas no lineales . . .	27
3.2.2. SVM para problemas multiclase	30
3.2.3. Validación cruzada de K iteraciones	31
4. Metodología aplicada imaginación motora	32
4.1. Investigaciones previas	32
4.2. Base de datos	34
4.3. Descomposición de la señal	35
4.4. Extracción de características	39
4.5. Clasificación	41
5. Resultados del experimento	43
5.1. Resultados en descomposición wavelet	43
5.2. Resultados en clasificación con descomposición MODWT	44
5.2.1. Haar MODWT	44
5.2.2. Db4 MODWT	48
5.3. Resultados en clasificación con descomposición DWT	50
5.3.1. Haar DWT	50
5.3.2. Db4 DWT	53
6. Conclusiones	57
6.1. Trabajo a futuro	58
Apéndices	59
A. Matrices de confusión	61
Bibliografía	95

Lista de Figuras

2.1. Componentes del encéfalo	8
2.2. Posición de los lóbulos cerebrales	8
2.3. Partes de la neurona	10
2.4. Comportamiento del potencial de acción	11
2.5. Comportamiento del potencial de acción en un calamar gigante [1].	12
2.6. Posiciones convencionales de 21 electrodos bajo el sistema 10-20.	15
2.7. Áreas donde se presenta la actividad motora en el encéfalo	18
2.8. Ejemplo de una señal P300, tomada y modificada de [2].	19
2.9. Ejemplo de una señal P300, tomada y modificada de [2]	20
3.1. Descomposición y reconstrucción wavelet de un nivel para la señal S.	22
3.2. Descomposición y reconstrucción wavelet de dos niveles para la señal S.	23
3.3. Descomposición y reconstrucción wavelet de dos niveles para la señal S.	24
3.4. Representación del hiperplano creado por SVM para un problema de dos clases lineal mente separables.	25
3.5. Ejemplo de un problema linealmente no separable usando SVM	28
3.6. Validación cruzada de 4 iteraciones	31
4.1. Esquema de tiempo para los ensayos.	34
4.2. Montaje de electrodos correspondiente al sistema 10-20	35
4.3. Descomposición wavelet de 4 niveles	37
4.4. Reconstrucción de los ritmos cerebrales. L representa la longitud de las señales EEG	38
4.5. Ordenamiento de los datos después de la descomposición	38
4.6. Toma de 25 datos para obtener características.	40
4.7. Toma de 25 datos para obtener características.	41

4.8. Toma de 25 datos para obtener características.	42
5.1. Ritmos cerebrales después de descomposición wavelet.	44
5.2. Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.	47
5.3. Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.	49
5.4. Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.	52
5.5. Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.	55

Lista de Tablas

1.1. Actividades fisiológicas en sistemas BCI, ondas y regiones del cerebro asociadas.	2
4.1. Investigaciones relacionadas a clasificación de señales EEG bajo paradigma de imaginación motora	33
4.2. Kernels polinomiales	41
5.1. Matriz de confusión para sujeto 01 utilizando Haar MODWT junto con SVM lineal.	45
5.2. Matriz de confusión para sujeto 04 utilizando Haar MODWT junto con SVM cuadrático.	45
5.3. Matriz de confusión para el sujeto 05 utilizando Haar MODWT y un kernel cúbico.	46
5.4. Resultados en la clasificación usando Haar MODWT.	47
5.5. Matriz de confusión para el sujeto 01 utilizando Db4 MODWT y un kernel lineal.	48
5.6. Matriz de confusión para el sujeto 07 utilizando Db4 MODWT y un kernel cuadrático.	48
5.7. Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Db4 MODWT y un kernel cúbico.	49
5.8. Resultados en clasificación usando Db4 MODWT.	50
5.9. Matriz de confusión para el sujeto 01 utilizando Haar DWT y un kernel lineal.	51
5.10. Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Haar DWT y un kernel cuadrático.	51

5.11. Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Haar DWT y un kernel cúbico.	52
5.12. Resultados en clasificación usando Haar DWT.	53
5.13. Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Db4 DWT y un kernel lineal.	54
5.14. Matriz de confusión para el sujeto 01 utilizando Db4 DWT y un kernel Cuadrático.	54
5.15. Matriz de confusión para el sujeto 05 utilizando Db4 DWT y un kernel Cúbico.	55
5.16. Resultados en clasificación usando Db4 DWT.	56

Introducción

El interés por el funcionamiento del cerebro se ha incrementado en las últimas décadas, debido principalmente a la complejidad e importancia de las funciones que realiza y a los adelantos tecnológicos en el diagnóstico y procesamiento de estas señales. Durante muchos años, se especuló sobre el hecho de que la actividad cerebral podía ser medida y analizada para proveer un nuevo canal no muscular para el envío de información, mensajes, o comandos al mundo exterior [3, 4].

Desde los años 70's el electroencefalograma (EEG) ha sido utilizado para evaluar trastornos neurológicos y para la investigación de las funciones cerebrales. En este tiempo, los investigadores también han pensado en el uso de los electroencefalogramas para comunicarse con los demás o controlar dispositivos por medio de la actividad cerebral, sin la ayuda de las vías normales como los músculos o nervios [5]. En las últimas décadas, se ha encontrado que existe la posibilidad de desarrollar métodos que permitan este tipo de interacciones con el mundo exterior, ya que numerosos estudios han demostrado la correlación entre señales EEG y el movimiento real o imaginado del cuerpo, o las señales EEG y distintas tareas mentales. Los sistemas de comunicación en los que los mensajes u órdenes cerebrales son transmitidos al mundo exterior a través de vías ajenas a las naturales (neuromusculares u hormonales) son llamados interfaces cerebro-computadora o BCI por sus siglas en inglés [5]. El uso de sistemas BCI está en aumento, debido a la gran gama de aplicaciones que permite, ya sea como herramientas para mejorar la calidad de vida a personas con parálisis motriz. Un sistema BCI detecta la presencia de patrones en la actividad cerebral y puede convertirlos a comandos de control para distintos dispositivos. Los bloques principales en un sistema BCI son: adquisición de la señal, en la cual se utilizan electrodos más la correcta amplificación y adecuación,

Generador de Características, en esta etapa se seleccionan y extraen características específicas a buscar entre las señales, clasificación de características, en la cual es seleccionado un algoritmo capaz de diferenciar estas características de la manera más eficiente, interfaz de control y finalmente controlador del dispositivo. Este trabajo se enfoca principalmente en la generación de características y su clasificación.

En algunos diseños de sistemas BCI se ha mostrado un pre-procesamiento antes de extraer las características deseadas ya que las señales cerebrales contienen artefactos generados por las actividades eléctricas del cuerpo como actividad cardíaca, muscular y ocular . Es por esta razón que la extracción de características debe hacerse teniendo en cuenta las bandas de frecuencia en las que la actividad mental trabaja. Las siete técnicas mas utilizadas se muestran en la tabla 1.1, y son: actividad sensorial-motora, Potenciales corticales lentos (SCPs, por sus siglas en inglés), P300, Potenciales visuales evocados(VEPs), Respuesta a tareas mentales, Actividades de células neuronales (ANC) y múltiples neuro-mecanismos (MNs).

Tabla 1.1: Actividades fisiológicas en sistemas BCI, ondas y regiones del cerebro asociadas.

Actividad Electrofisiológica	Ondas que se tienen en cuenta	Área utilizada del cerebro
Actividad Sensorial-Motora	Alfa (8-13 Hz) Beta (13-30 Hz)	Lóbulo Frontal y Parietal
P300	Theta (4-8 Hz)	Lóbulo Parietal
VEPs	Theta (4-8 Hz)	Lóbulo occipital
Respuesta a Tareas Mentales	Alfa (8-13 Hz) Beta (13-30 Hz)	Principalmente Lóbulos occipital
SCPs	Delta (1-4 Hz) Theta (4-8 Hz)	Principalmente corteza motora
ANC	Alfa (8-13 Hz) Beta (13-30 Hz)	Corteza motora
MNs	Combinación de las anteriores	Combinación de las anteriores

En este proyecto se realiza la actividad sensorial motora, específicamente la re-

lacionada con imaginación del movimiento. Como se puede ver en la tabla 1.1, las ondas relacionadas con esta actividad fisiológica son las ondas alfa (8-13 Hz) y beta (13-30 HZ) en los lóbulos frontal y parietal del cerebro [5]. Las técnicas usadas serán Descomposición transformada discreta wavelet (DWT, por sus siglas en inglés) y Transformada discreta wavelet de máximo traslape (MODWT).

1.1. Motivación

La interpretación de las señales generadas por el cerebro humano es un problema que se ha intentado resolver desde hace algunos años, ya sea para entender el órgano cerebral, del cual aún no se conoce la totalidad de su funcionamiento o para crear distintas aplicaciones que puedan ser resueltas con señales cerebrales (epilepsia, parálisis, enfermedades degenerativas, control de maquinaria vía cerebral, etcétera).

En concreto, la propia identificación de las señales cerebrales bajo el paradigma de imaginación motora puede tener aplicaciones tanto médicas como tecnológica, en el ámbito médico puede ayudar a las personas con paraplejía o cuadriplejía a desenvolverse en su entorno de una mejor manera, también puede ayudar a entender los procedimientos que lleva el cerebro humano como conjunto y a identificar las áreas cerebrales en las que ocurren dichas actividades. En el ámbito tecnológico puede tener aplicaciones para el control de mecanismos de forma remota de drones, aplicaciones en la industria de videojuegos pueden ser creadas basadas en las investigaciones de imaginación motora.

Debido a la gran variedad de aplicaciones es necesaria una correcta interpretación de este paradigma, es por esto que en este trabajo se presenta una novedosa técnica de identificación, basándose en la extracción correcta de las características y una clasificación utilizando máquinas de aprendizaje.

1.2. Definición del problema

El enfoque de este trabajo es la correcta interpretación de las señales cerebrales bajo el paradigma de imaginación motora. Debido a la baja relación señal a ruido, se hacen necesarias técnicas que delimiten las frecuencias de interés. en términos

generales, las señales EEG son consideradas como no estacionarias, lo cual dificulta su adecuado procesamiento con herramientas como las transformadas a frecuencia.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Crear una correcta clasificación e interpretación de las señales cerebrales bajo el paradigma de imaginación motora utilizando el banco de datos publicados en BCI competition IV dataset 2a.

1.3.2. Objetivos específicos

- Separar las señales cerebrales en las respectivas sub-bandas alfa (8-12 Hz), beta (12-32 Hz), delta (0-4 Hz) y teta (4-8 Hz), las cuales son las bandas de frecuencias en las que trabaja el cerebro humano, utilizando técnicas de descomposición basadas en wavelets como los son Transformada discreta wavelet (DWT) y Transformada discreta de máximo traslape (MODWT).
- Obtener las características estadísticas de las señales cerebrales y obtener diferencias entre estas estadísticas.
- Crear un clasificador basado en máquinas de aprendizaje que pueda identificar correctamente diferencias entre las distintas tareas que se presentan en la prueba. Este clasificador debe ser superior a lo creado previamente.

1.4. Organización de la tesis

El trabajo reportado en esta tesis se encuentra organizado de la siguiente manera: Capítulo 1 contiene una breve explicación de las señales EEG, aplicación e importancia de su correcto procesamiento, también incluye una pequeña introducción a los sistemas BCI y su creciente uso en los últimos años, por ultimo se muestran los objetivos y motivos por los cuales esta tesis fue escrita. En el capítulo 2 se hace énfasis en los fundamentos de las señales EEG, así como una explicación a los eventos que

son base para los sistemas BCI. El capítulo 3 presenta la teoría necesaria como soporte para entender algunos conceptos y términos que se manejarán posteriormente en el presente documento, así como la descripción de las bases de datos utilizadas. Capítulo 4 presenta el método propuesto para identificar la intención de movimiento y habla para su uso en interfaces cerebro-computadora. Se incluyen los dos métodos para la extracción de características y el clasificador utilizado para su identificación. El capítulo 5 muestra los resultados del método propuesto sobre ambas bases de datos. Por último el capítulo 6 se muestran las conclusiones y el trabajo a futuro para este proyecto.

Fundamentos de señales EEG aplicadas a BCI

En este capítulo se presentarán conceptos básicos que son necesarios para la comprensión de este trabajo, tales como: el cerebro humano y las funciones de sus lóbulos, las ondas cerebrales y su relación con las actividades del cerebro, conceptos básicos de las señales EEG y distribución espacial de electrodos. También se presentan temas relacionados con las interfaces cerebro-computadora y sus fuentes electrofisiológicas. En las posteriores secciones se presentan a detalle cada uno de estos conceptos.

2.1. El cerebro humano

EL sistema central nervioso (SCN) tiene la función de responder a los sucesos ocurridos en el exterior del cuerpo al generar salidas que sirven a las necesidades del organismo, estas salidas pueden ser neuromusculares u hormonales [5]. el SCN esta compuesto por dos órganos: la médula espinal, la cual se encarga de comunicar el encéfalo con los distintos órganos del cuerpo, y el encéfalo, este ultimo está compuesto a su vez por el el cerebro, el tronco cerebral y el cerebelo (véase imagen 2.1) [6].

El cerebro es el órgano mas importante del sistema nervioso central, involucrándose en gran parte de las funciones que van desde la percepción hasta cognición, se encuentra dividido en dos hemisferios, derecho e izquierdo, separados por una fisura longitudinal y comunicados a través del cuerpo calloso. Por lo general, el hemisferio derecho recibe sensaciones y controla movimientos del lado izquierdo del cuerpo, mientras que el hemisferio izquierdo hace lo mismo con el lado derecho del cuerpo [6].

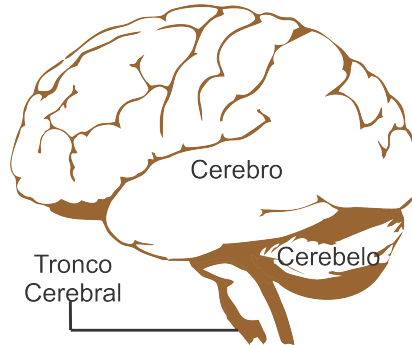


Figura 2.1: Componentes del encéfalo

2.1.1. Lóbulos cerebrales

La superficie del cerebro no es lisa sino que está constituida por un sistema de surcos y pliegues llamados circunvoluciones cerebrales. A los surcos de mayor profundidad se les llama cisuras, siendo las más destacadas: la interhemisférica, que separa la línea media de los dos hemisferios, la perpendicular, cisura de Silvio y la cisura de Rolando. Específicamente las cisuras de Silvio y Rolando separan al cerebro en los lóbulos frontal, occipital, parietal y temporal [7]. Cabe mencionar que cada uno de estos lóbulos se separan en izquierdo y derecho debido a la separación por la cisura interhemisférica (véase imagen 2.2).

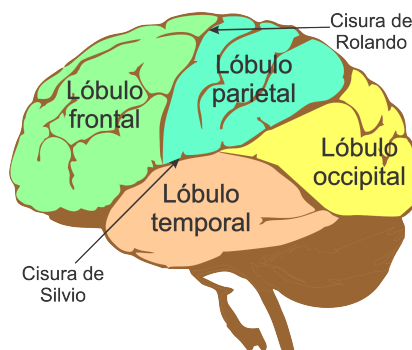


Figura 2.2: Posición de los lóbulos cerebrales

Lóbulo frontal

Este lóbulo se encuentra debajo del hueso frontal, por delante de la cisura de Rolando. Es el responsable de procesos cognitivos complejos, las llamadas funciones ejecutivas. Estas funciones son operaciones mentales dirigidas hacia un fin que permi-

ten el control conductual, es decir, posibilitan que podamos elegir, planificar y tomar decisiones voluntarias. El lóbulo frontal es al cerebro lo que un director a una orquesta: coordina y dirige las otras estructuras neuronales del cerebro en una acción concertada [8].

Lóbulo Parietal

El lóbulo parietal se encuentra cerca del centro del cerebro, detrás del lóbulo frontal, delante del lóbulo occipital y por encima del lóbulo temporal. la función principal del lóbulo parietal es la somatosensación (interpretación de las señales del cuerpo de acuerdo con los objetos a sus alrededores) pero tienen unciones que se diferencian para el lóbulo parietal derecho y el izquierdo. La función del lóbulo parietal derecho incluye la interpretación de la información espacial y la regulación de la personalidad. La función de lóbulo parietal izquierdo incluye la capacidad de entender los números, la manipulación de diferentes objetos y la realización de la escritura [7].

Lóbulo Occipital

El lóbulo occipital es uno de los lóbulos cerebrales mas pequeños y ocupa una pequeña porción de la parte trasera del encéfalo, en muchos animales tiene limites bien definidos pero en el ser humano ha perdido su identidad anatómica. La función principal de lóbulo occipital es controlar la visión y el procesamiento visual. El lóbulo occipital nos ayuda a ver e identificar las cosas diferentes que nos rodean, también nos ayuda a comprender los diferentes colores [7].

Lóbulo Temporal

El lóbulo temporal esta localizado frente al lóbulo occipital, situado por debajo y detrás de la cisura de Silvio, aproximadamente detrás de cada sien, desempeña un papel importante en tareas visuales complejas como el reconocimiento de caras y se encarga de la audición, equilibrio y coordinación. Dentro de est lóbulo se encuentra el área encargada de la comprensión del lenguaje, la sección que se ocupa de la lecto-escritura, el área encarada de la memoria y aprendizaje [7].

2.2. Actividad neuronal

El CSN se compone en su mayoría de dos tipos de células: las nerviosas (neuronas) y las gliales, estas últimas se encuentran entre las neuronas. Cada neurona está compuesta de axones, dendritas y el núcleo (véase imagen 2.3). La función de las neuronas es responder a ciertos estímulos y transmitir la información por grandes distancias. Un axón es un cilindro alargado que transmite impulsos eléctricos y puede tener una longitud desde un milímetro a poco más de un metro en los humanos. Las dendritas están conectadas al axón o a las dendritas de otras neuronas, estas reciben o transmiten las señales hacia otras neuronas. En el cuerpo humano cada neurona está conectada aproximadamente a otras 10'000 neuronas principalmente por conexiones dendríticas [9].

La actividad en el SCN está principalmente relacionada con las corrientes sinápticas entre las uniones (llamado sinapsis) entre el axón y la dendrita, o entre dos dendritas de distintas neuronas. Un potencial con carga negativa de 60-70 mV puede ser medido de la membrana neuronal. Este potencial cambia conforme ocurre la actividad sináptica [9].

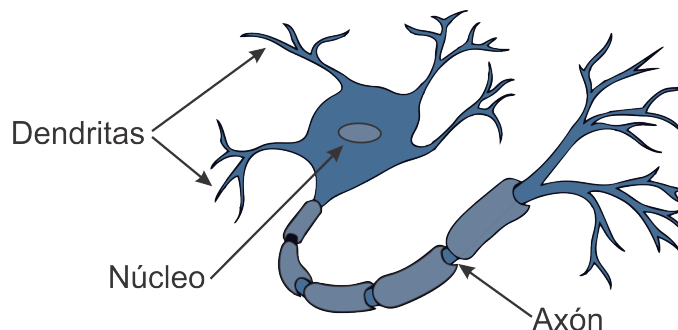


Figura 2.3: Partes de la neurona

2.2.1. Potencial de acción

La información transmitida por una neurona es llamada potencial de acción (PA). Estos potenciales son causados por el intercambio de iones a través de la membrana neuronal. El potencial de acción comienza cuando la membrana celular se despolariza (se vuelve más positiva) produciendo un pico, para después repolarizarse (volverse más negativa). El potencial llega al punto menos negativo en este momento para

después regresar a la normalidad. EL potencial de acción de las neuronas tardan de 5 a 10 milisegundos. La imagen 2.4 nos muestra el comportamiento descrito.

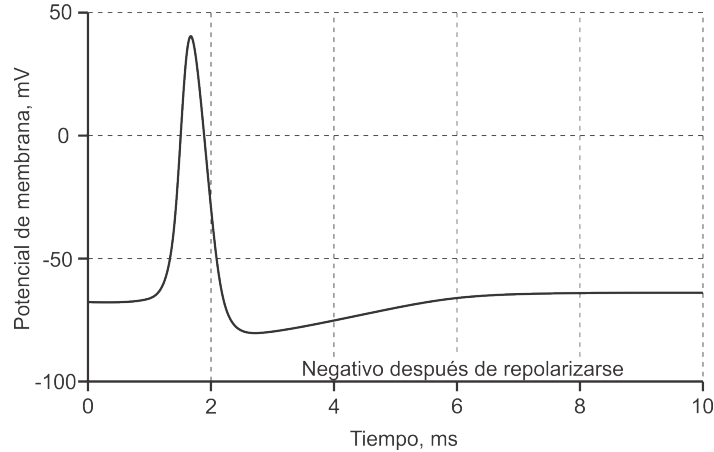


Figura 2.4: Comportamiento del potencial de acción

La velocidad de conducción de los potenciales de acción ronda entre 1 y 100 m/s . PAs son iniciados por distintos tipos de estímulos como químicos, eléctricos, luminosos, táctiles, de presión y extensión. Las neuronas dentro del CSN son en su mayoría estimulados por actividad química durante la sinapsis.

Un estímulo debe estar por encima del nivel del umbral para activar un PA, estímulos débiles provocan perturbaciones eléctricas en un área local pero no producen un PA transmitido. Tan pronto como el estímulo es mayor que el umbral el potencial de acción aparece y viaja a través de la neurona.

El pico del PA es causado en su mayoría al abrir los canales de sodio (Na). El flujo de sodio produce gradientes en los iones de sodio y potasio (K). Ambos iones son usados para producir el potencial de acción; la cantidad de sodio es alta fuera de la célula y baja dentro de ella. Las células excitables tienen canales especiales de sodio y potasio con compuertas que se abren y cierran en respuesta al voltaje de membrana. Abrir las compuertas de sodio permiten que este entre dentro de las células, cargando cargas positivas. Esto hace que el potencial de membrana positivo (despolarización) produciendo un pico. La figura 2.5 muestra las etapas del proceso durante el potencial de acción para un calamar gigante [1] En los seres humanos la amplitud del potencial de acción tiene un rango aproximado entre $-60 mV$ y $10 mV$.

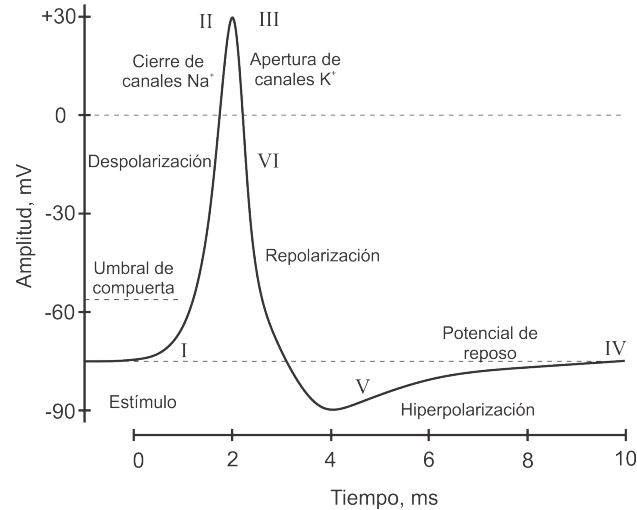


Figura 2.5: Comportamiento del potencial de acción en un calamar gigante [1].

Los siguientes pasos ocurren durante este proceso.

- I.- Cuando las dendritas en la neurona reciben el estímulo, los canales de Na^+ se abren. Si los canales se abren lo suficiente para llevar el potencial interior de -70 mV a -55 mV el proceso continúa.
- II.- Tan pronto como se alcanza el umbral canales adicionales de Na^+ se abren. El flujo de Na^+ viajan hacia el interior de la membrana celular.
- III.- Los canales Na^+ se cierran y los canales K^+ se abren, debido a que los canales de K^+ Como los canales de K^+ abren lentamente, la despolarización es realizada completamente. Al tener ambos canales Na^+ y K^+ abiertos, el sistema tiene a la neutralidad e impide el potencial de acción.
- IV.- Al tener solo los canales K^+ abiertos, la membrana celular comienza a repolarizarse hacia su potencial de reposo.
- V.- Normalmente la repolarización sobrepasa el potencial de reposo a un nivel aproximado de -90 mV . Esto es llamado hiperpolarización y aunque pareciera ser contraproductivo, tiene un papel importante en la transmisión de información. La hiperpolarización evita que las neuronas reciban otro estímulo durante este lapso, y evitan que los estímulos que fueron enviados regresen y estimulen de nuevo a la neurona. En otras palabras provoca que la señal sea dirigida en una sola dirección.

VI.- Después de la hiperpolarización, los flujos de Na^+ y K^+ llevan a la membrana al potencial de reposo de $-70 mV$

Una neurona necesita aproximadamente 2 milisegundos antes de que pueda volver a estimularse. Este lapso de tiempo es llamado periodo refractario de la neurona.

2.3. Adquisición de actividad cerebral

Hoy en día la actividad cerebral puede medirse con técnicas eléctricas, magnéticas y ópticas. Estas tecnologías son clasificadas como invasivas o no-invasivas. Técnicas invasivas utilizan electrodos incrustados dentro de la corteza cerebral o trazadores radioactivos, mientras que las técnicas no invasivas miden la actividad cerebral por medio de electrodos colocados por encima del cuero cabelludo [10].

La técnica ideal para la lectura de la actividad cerebral sería capaz de leer directamente la actividad neuronal (actividad electrofisiológica) con una alta resolución espacial y temporal, tener una gran cobertura y especificidad y, particularmente, ser no-invasiva para facilitar el estudio con el cerebro humano. Técnicas intracraneales como actividad de una neurona (SUA, por sus siglas en inglés), actividad de varias neuronas (MUA), potenciales de campo local (LFP) o los electrocorticogramas (ECoG) tienen una gran resolución espacial y temporal, pero con el inconveniente de no poder cubrir todo el cerebro, además estas técnicas son invasivas, lo que limita su utilización a animales o una parte muy pequeña de pacientes humanos. Por otra parte técnicas basadas en las mediciones hemodinámicas como las imágenes de resonancia magnética (fMRI, por sus siglas en inglés), poseen una alta resolución espacial de la actividad cerebral pero carecen de una resolución temporal aceptable. Las técnicas electrofisiológicas como electroencefalografía y magnetoencefalografía (EEG y MEG, por sus siglas en inglés) son técnicas no invasivas y poseen una resolución temporal comparable con las técnicas invasivas comentadas anteriormente. Los estudios EEG y MEG tienen un gran interés en la comunidad científica para estudiar las funciones cognitivas y estados de la mente desde que Berger reportó las características topográficas de los ritmos alfa [11].

2.3.1. Electroencefalograma (EEG)

Un electroencefalograma (EEG) es la medición de las corrientes que fluyen durante la sinapsis en las neuronas dentro del córtex cerebral. Cuando las células cerebrales se activan, las corrientes sinápticas son producidas dentro de las dendritas. Estas corrientes generan campos magnéticos que pueden ser medidos por máquinas de electromiografía (EMG) y un campo eléctrico secundario que puede ser leído por sistemas EEG.

La cabeza humana esta compuesta por diferentes capas incluyendo el cuero cabelludo, cráneo y cerebro. El cráneo atenúa las señales cerebrales aproximadamente cien veces en comparación a mediciones directas al tejido cerebral [9]. Por otra parte, la mayor parte del ruido es generado dentro del cerebro (ruido interno) y sobre el cuero cabelludo, por estas razones solamente grandes grupos de neuronas activadas tienen el suficiente potencial para ser leídas utilizando electrodos sobre el cuero cabelludo.

Los primeros sistemas de electroencefalografía utilizaron galvanómetros para medir la actividad cerebral. EEGs mas modernos consisten en un numero de electrodos, un grupo de amplificadores diferenciales (uno por cada canal), filtros [12] y agujas tipo pluma para la impresión de las señales. Los canales de estos sistemas EEG son registrados en papel cuadriculado. Poco después de que este sistema llegara al mercado, los investigadores comenzaron a ver en sistemas computarizados en los que pudieran digitalizar y almacenar las señales. La conversión de EEGs analógicos a digitales es realizada por convertidores analógico digital (ADC). Una ventaja de las señales EEG es que sus frecuencias están limitadas a 100 Hz y para muchas aplicaciones el ancho de banda se limita 50 Hz. Una frecuencia de muestreo de 200 muestras/s satisface el criterio de Nyquist para las señales EEG [7].

2.3.2. Distribución espacial de electrodos, sistema 10-20

La Federación Internacional de Sociedades para la Electroencefalografía y Neurofisiología Clínica recomienda el sistema 10-20 para la colocación de electrodos sobre el cuero cabelludo como se muestra en la figura 2.6 (sin contar electrodos de tierra y referencia). El sistema 10-20 toma el nasión (la unión de los huesos de la nariz y el frontal) y el inión (parte mas prominente del occipital) como puntos de referencia y toma la distancia relativa entre ellas dividiéndolas en sectores de 10, 20, 20, 20,

20 y 10%. en este sistema los electrodos se nombran por la posición que tienen dividiéndose en frontal-polar, frontal, central, parietal, temporal, occipital y auricular. Los electrodos son enumerados teniendo números pares a la izquierda y nones en la derecha siendo mayores mientras mas lejos del centro de la cabeza se encuentran.

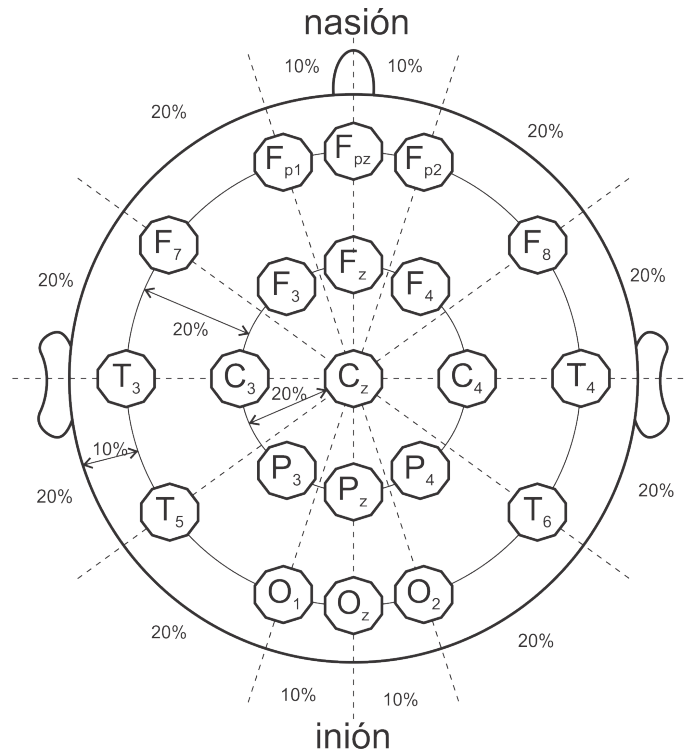


Figura 2.6: Posiciones convencionales de 21 electrodos bajo el sistema 10-20.

2.3.3. Ritmos cerebrales

los ritmos cerebrales son oscilaciones en la actividad cerebral registradas en las áreas somatosensoriales y motoras. estos ritmos han sido estudiados y clasificados de acuerdo con sus rangos de frecuencia. Se han creado seis clases para definir y delimitar estos ritmos y se nombran usando las letras griegas (α , β , δ , θ , γ , y μ). las características de estos ritmos se detallarán en los siguientes párrafos [13].

Ritmo delta

Este ritmo se encuentra en un rango de frecuencias de 0.5 a 4 Hz. La amplitud de las señales delta es relativamente grande comparada con las demás y se presentan

durante el sueño profundo. debido a su baja frecuencia es muy fácil confundirla con ruido causado por el movimiento de los músculos, cuello o quijada [13].

Ritmo teta

Se encuentra ente los 4 y 7 Hz. Solo es posible detectar pequeñas cantidades de este ritmo en hombres adultos. Este ritmo se presenta principalmente en niños, adolescentes, y adultos somnolientos durante etapas de meditación o sueño ligero [13].

Ritmo alfa

Este ritmo se encuentra principalmente en la región occipital del cerebro. La banda de frecuencia en la que se encuentra el ritmo alfa va de 8 a 12 Hz. La amplitud de estas señales crece cuando se cierran los ojos y el cuerpo se relaja, pero disminuye cuando los ojos se abren o se hace esfuerzo mental. Este ritmo está ligado a el procesamiento visual en el lóbulo occipital y puede estar relacionado a las funciones de memoria [13].

Ritmo beta

Este ritmo se encuentra entre los 12 y 30 Hz. Se presenta principalmente en el área central y frontal del cerebro. El ritmo beta se asocia principalmente con el movimiento o la intención de éste [13].

Ritmo gamma

Se encuentra por encima de los 30 Hz. Existe evidencia de que la actividad gamma esta relacionada con los estímulos visuales y auditivos. Debido a que las señales electromiográficas (EMG) y electrooculográficas (EOG) son muy parecidas, es común evitarlas al implementar interfaces cerebro-computadora [13].

Ritmo mu

El ritmo mu se encuentra en el mismo rango que las ondas alfa pero tienen diferencias importantes. En contraste con el ritmo alfa, las ondas mu muestran relación con las actividades motoras [13].

2.4. Interfaces cerebro-computadora

Una interfaz cerebro-computadora (brain-computer interfaces, BCI por sus siglas en inglés) ofrece un medio de comunicación y/o control al cerebro, por un medio no muscular u hormonal, para la interacción con el mundo exterior [5, 14]. Estas interfaces son posible mediante el uso de sensores que monitorean los procesos que ocurren en el cerebro. Estos sistemas necesitan que los usuarios usen su actividad cerebral explícitamente en lugar de reacciones neuro-musculares para comunicarse con una computadora, esta interpretará las señales adquiridas por medio de sensores colocados en el cuero cabelludo o directamente en el tejido cerebral para después descifrar el mensaje de comunicación y/o control. Una vez descifrado el mensaje, este pasa a ser ejecutado. Las aplicaciones van desde asistir a personas con discapacidad motriz [15, 16, 17], control de dispositivos vía cerebral [18, 19], y aplicaciones en la industria de los videojuegos [20, 21].

Dependiendo del tipo de mensaje que se extrae de las señales cerebrales, las interfaces se clasifican mediante los mecanismos neurológicos o procesos empleados para generar las señales de control. A estos mecanismos se les conoce como fuentes electrofisiológicas. Las más utilizadas con los potenciales corticales lentos, los p300, imaginación motora y los potenciales evocados.

Con estas fuentes la comunicación puede realizarse mediante dos paradigmas de control: discreto o continuo. En el paradigma discreto el usuario elige entre dos o más opciones, por ejemplo elegir una tecla específica de un teclado virtual en el monitor de un a computadora. En el paradigma continuo un numero de variables cinemáticas son controladas por el usuario (por ejemplo controlar un cursor en el monitor). A continuación se describe brevemente las fuentes electro fisiológicas.

2.4.1. Imaginación motora

Mover un miembro, contraer un musculo o simplemente tener la intención de movimiento cambia la actividad cerebral en la corteza. A las actividades cerebrales relacionadas con el movimiento del cuerpo se les llama ritmos sensoriomotores (SMR por sus siglas en inglés). Esta actividad se presenta en las áreas motoras y somato-

motoras (véase figura 2.7) La disminución de actividad cerebral en una frecuencia específica se le llama desincronización relacionada a evento (ERD, por sus siglas en inglés) mientras que el aumento de actividad es llamado sincronización relacionada a evento (ERS, por sus siglas en inglés). Patrones ERD/ERS son producidos durante la imaginación de movimiento, estos patrones se presentan con mayor frecuencia en las bandas mu y beta de las señales EEG. Para producir patrones que puedan ser detectados, las áreas involucradas tienen que ser lo suficientemente grandes para que actividad registrada sea mayor que el ruido de fondo. Las áreas correspondientes a la lengua y pies son grandes y topográficamente distintas por lo que se recomienda que las BCI han creadas con la imaginación de movimiento de mano izquierda, mano derecha, pies y lengua [2].

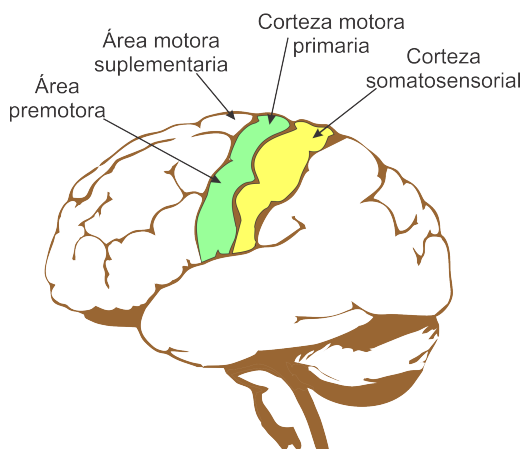


Figura 2.7: Áreas donde se presenta la actividad motora en el encéfalo

2.4.2. Potenciales evocados P300

La onda P300 es una señal electroencefalográfica obtenida en la región central de lóbulo parietal en respuesta de eventos inesperados [22]. Las señales P300 ocurren con una latencia alrededor de los 300 ms (puede ser hasta 1000 ms dependiendo de la edad del sujeto) en respuesta a un estímulo que ocurre inesperadamente y se presenta con mayor amplitud cerca de la zona central alrededor del electrodo C_z . En un experimento controlado P300 el sujeto es instruido para responder de una manera específica a un estímulo auditivo, visual o somatosensorial. La señal P300 juega un rol importante en algunos procesos cognitivos, tales como la atención y memoria. La duración común de este pico es aproximadamente de 150 a 200 ms con una amplitud

máxima menor a $10 \mu V$. La onda P300 presenta una baja razón señal a ruido, por lo que se recomienda ser procesada mediante promedio por ventaneo. Debido a la naturaleza de P300, los estímulos deben ser de forma aleatoria para así asegurar que sea inesperado. En la imagen 2.8 se puede observar un ejemplo de la señal P300, se nota que a partir de que el estímulo es presentado ($t = 0$) se tarda alrededor de 300 ms para que la señal cerebral presente un cambio notorio.

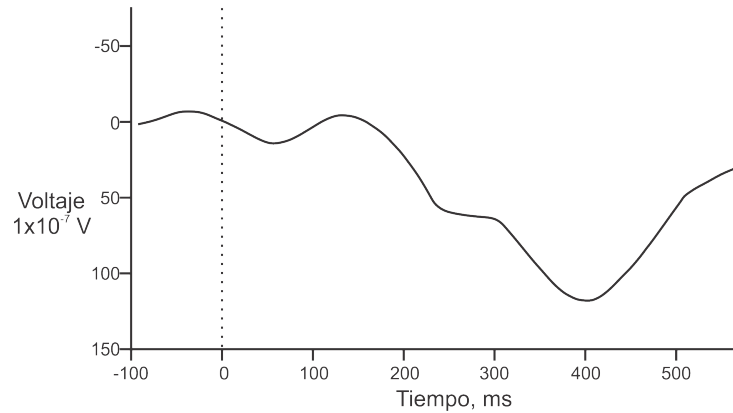


Figura 2.8: Ejemplo de una señal P300, tomada y modificada de [2].

2.4.3. Habla imaginada

El paradigma de habla imaginada se refiere a la pronunciación mental de palabras sin emitir algún sonido ni articular movimiento. Las BCI basadas en habla imaginada buscan clasificar las señales cerebrales durante la intención del habla. Las áreas de interés para este tipo de interfaces son las regiones de Broca y Wernicke. La región alrededor de la fisura de Silvio, en el hemisferio izquierdo del cerebro se encuentra el área encargada de entender y producir el lenguaje [23]. La región de Broca se encuentra al frente de la fisura de Silvio, esta área está conectada a la producción del lenguaje y el habla, así como al control de los músculos faciales. La región de Wernicke se encuentra en la parte anterior-superior del lóbulo parietal y está asociada a la comprensión, procesamiento e interpretación de las palabras que escuchamos hablar. La imagen 2.9 nos muestra una idea de dónde se encuentran estas regiones en el lóbulo izquierdo.

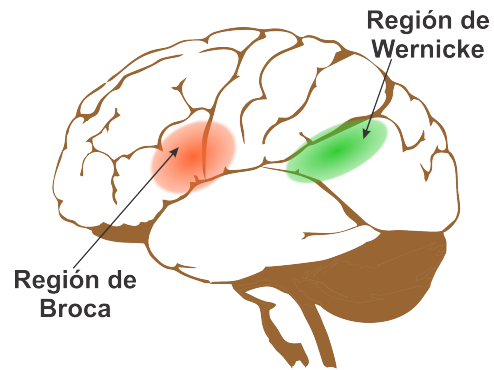


Figura 2.9: Ejemplo de una señal P300, tomada y modificada de [2]

Fundamentos de procesamiento y clasificación

En este capítulo se presenta la teoría y conceptos necesarios para comprender los procesos de clasificación y procesamiento tales como la teoría de wavelets, su definición y funciones; así como una introducción a la transformada discreta wavelet (DWT), la transformada discreta wavelet de máximo traslape (MODWT) y la descomposición con las transformadas discretas wavelet. También se presenta una explicación del funcionamiento de las máquinas de soporte vectorial y las ventajas que tienen como clasificador y por último una pequeña introducción a la teoría de validación cruzada de k iteraciones.

3.1. Teoría de Wavelets

Una wavelet es una onda de duración limitada que tiene un valor promedio de cero. A diferencia de las ondas sinusoidales que teóricamente se extienden de menos infinito a infinito, las wavelets tienen un comienzo y fin [24]. Las ondas sinusoidales son suaves, predecibles y buenas al describir señales de frecuencias estacionales. Las ondas wavelet son irregulares, de duración limitada, a menudo asimétricas y son mejores para describir anomalías, pulsos y otros eventos que comienzan y terminan dentro de la señal.

3.1.1. Transformada Discreta Wavelet (DWT)

La transformada discreta wavelet (DWT, por sus siglas en inglés) es una técnica de descomposición en donde la señal se divide en señales de alta y baja frecuencia,

esto nos permite, a diferencia de la transformada Fourier (FFT), poder discriminar las bandas de frecuencia que no aporten ninguna información de aquellas que contengan los datos de interés [24]. La formula de la DWT esta descrita en la ecuación 3.1.1:

$$DWT(k, l) = \frac{1}{\sqrt{2^k}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi * \left(\frac{t - 2^k l}{2^k} \right) dt \quad (3.1.1)$$

Donde la escala está relacionada con k en el término 2^k , mientras que la traslación está relacionada con l en el término $2^k l$; ψ es denominada la wavelet madre y $DWT(k, l)$ es la transformada wavelet discreta en los puntos k y l . Una de las ventajas de la DWT es que puede aplicarse por medio de filtros, este proceso se lleva a cabo por medio de una convolución para los filtros wavelet con la señal original, como es descrito en 3.1.2.

$$C[m] = S[m] * f[m] = \sum_{n=1}^N f[n]g[m - n] \quad (3.1.2)$$

Donde $A[m]$ representa los coeficientes de aproximación o detalle (dependiendo si se usa el filtro pasa-bajas o el filtro- pasa altas) mientras que $S[m]$ y $f[m]$ representan la señal original y el filtro en cuestión, respectivamente.

La figura 3.1 nos muestra la descomposición y reconstrucción de la transformada discreta wavelet, el proceso comienza al someter la señal a un filtro pasa-bajas y uno pasa-altas (L y H respectivamente), los cuales separan la señal original en dos señales que tienen una frecuencia de $0 - \frac{1}{2}Fn$ y $\frac{1}{2}Fn - Fn$ respectivamente, donde Fn es la frecuencia de niquist. A continuación se submuestra la señal con el objetivo de utilizar los mismos filtros para mayores niveles de descomposición. El resultado son las señales de aproximación (cA1) y detalle (cD1) que tienen un medio de la longitud original de la señal.

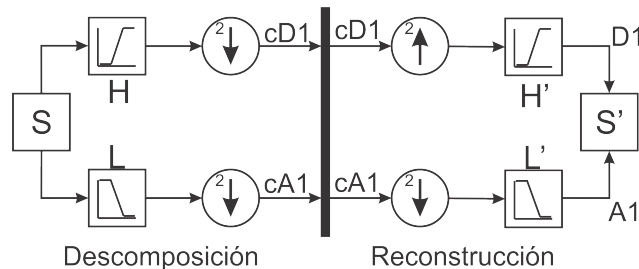


Figura 3.1: Descomposición y reconstrucción wavelet de un nivel para la señal S.

Un problema que surge al submuestrear la señal es aliasing, lo que conlleva a no poder reconstruir la señal correctamente. Este problema se soluciona al escoger filtros wavelet que sean capaces de evitar este problema. Al banco de filtros que sean capaces de cancelar los efectos de aliasing se les llama filtros espejo de cuadratura de reconstrucción perfecta (PRQMFs, por sus siglas en inglés).

Descomposición DWT multi-nivel

Para descomponer la señal por DWT en más de un nivel se utiliza el procedimiento mostrado en 3.2.

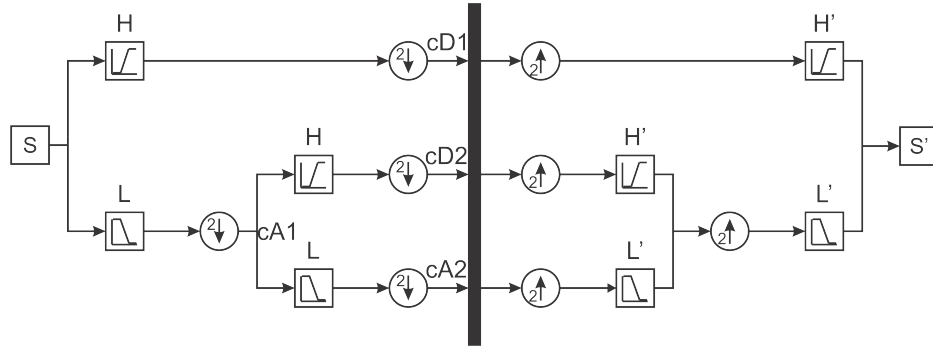


Figura 3.2: Descomposición y reconstrucción wavelet de dos niveles para la señal S .

Primero se descompone la señal por medio de los filtros H y L para después submuestrear cada una de estas señales. Los coeficientes $cD1$ contienen los componentes frecuenciales de $\frac{1}{2}Fn$ a Fn mientras que los coeficientes $cA1$ contienen las frecuencias 0 a $\frac{1}{2}Fn$. Los coeficientes $cA1$ se descomponen otro nivel mas haciendo el mismo procedimiento de filtrado y submuestreado teniendo $cD2$ y $cA2$ las bandas de frecuencias 0 a $\frac{1}{4}Fn$ y $\frac{1}{4}Fn$ a $\frac{1}{2}Fn$ respectivamente. Debido al submuestreo de la señal después de cada filtrado, se pueden aplicar los mismos filtros para reconstrucción o descomposición.

3.1.2. Transformada discreta wavelet de máximo traslape (MODWT)

La transformada discreta wavelet de máximo traslape es similar a la transformada discreta wavelet (DWT) en que se utiliza un filtro pasa-bajas y otro pasa-altas para descomponer la señal en cada nivel de descomposición [25]. La diferencia radica en

que la transformada discreta wavelet de máximo traslape no submuestra la señal después de aplicar los filtros, por lo que la respuesta a la transformada son dos señales de la misma longitud de la señal original. En otras palabras, los coeficientes MODWT son el resultado de cambiar el algoritmo implementado en los coeficientes DWT al no submuestrear la señal sino agregando ceros a los filtros de descomposición [26]. Es por esto que la MODWT también es llamada DWT no depurada (UDWT) [24], DWT de traslación invariante [27], DWT estacionaria [28] y DWT invariante en el tiempo [29].

La MODWT pierde ortogonalidad y eficiencia computacional con respecto a la DWT pero tiene otras ventajas comparadas con esta. La MODWT puede trabajar con muestras de cualquier tamaño lo que la hace práctica al momento de descomponer señales de las que no sabemos el tamaño que tendrán. Los coeficientes de aproximación y detalle de la MODWT están asociados con filtros de fase cero además estimadores asintóticamente más eficientes que la DWT.

Descomposición MODWT multi-nivel

Para descomponer la señal más de un nivel utilizando MODWT se sigue el procedimiento mostrado en 3.3.

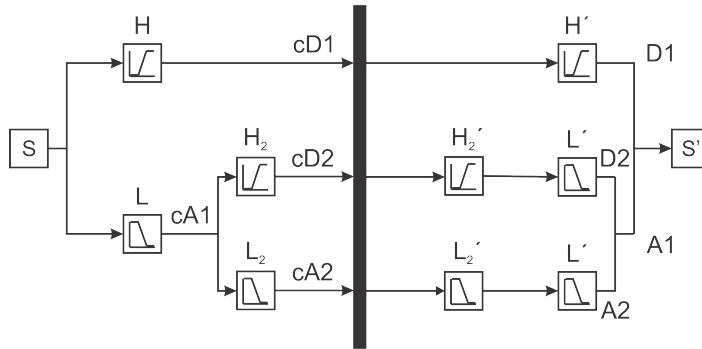


Figura 3.3: Descomposición y reconstrucción wavelet de dos niveles para la señal S.

A diferencia de la DWT que realiza un submuestreo para poder descomponer la señal más de un nivel, la MODWT lo logra estirando los filtros al sobremuestrear la señal por dos. Para descomponer la señal se pueden unir los filtros L y H_2 así como L y L_2 por medio de convolución para así disminuir el costo computacional del filtrado. Lo mismo ocurre para la reconstrucción, los filtros H'_2 y L' pueden unirse para crear un solo filtro de reconstrucción, así como los filtros L'_2 y L' . Para descomponer la

señal en n distintas bandas, es recomendable convolucionar los filtros hasta obtener n filtros de descomposición y n filtros de reconstrucción.

3.2. Maquinas de soporte vectorial

Las máquinas de soporte vectorial (SVM, del inglés Support Vector Machines) tienen sus orígenes en los trabajos sobre la teoría de aprendizaje, y fueron introducidas en los 90 por Vapnik y sus colaboradores [30]. Aunque originalmente fueron creadas para resolver problemas de clasificación binaria, en la actualidad se utilizan para resolver otros tipo de problemas como regresión y agrupamiento.

SVM es una maquina de aprendizaje binaria que construye un hiperplano lineal a partir de un banco de entrenamiento, tal que el margen de separación entre los vectores de características pertenecientes a dos clases distintas, lo cual es una ventaja para la solución del sobreajuste [31]. La imagen 3.4 muestra el hiperplano óptimo obtenido por SVM para dos clases.

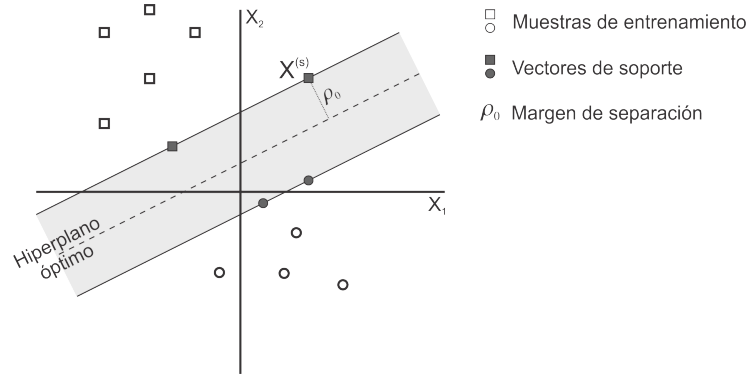


Figura 3.4: Representación del hiperplano creado por SVM para un problema de dos clases linealmente separables.

Dadas las muestras de entrenamiento $\{(\mathbf{x}_i, d_i)\}_{i=1}^N$ donde \mathbf{x}_i es el patrón de entrada para la i -ésima muestra, $d_i \in \{-1, 1\}$ es la respuesta deseada, y suponiendo que las muestras son linealmente separables. La ecuación del hiperplano que separa ambas clases está dada por

$$\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b = 0 \quad (3.2.1)$$

Donde \mathbf{x} es el vector de entrada, \mathbf{w} es un vector ajustable de pesos y b un um-

bral. Por formulas de geometría tenemos que la distancia entre un punto y nuestro hiperplano esta dada por

$$r = \frac{g(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}_0\|} \quad (3.2.2)$$

El tema en cuestión es encontrar los parámetros \mathbf{w}_0 y b_0 para el hiperplano óptimo dado el conjunto de entrenamiento $\mathcal{T} = \{(\mathbf{x}_i, d_i)\}$ que cumpla con las restricciones

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_0^T \mathbf{x}_i + b_0 &\geq 1 && \text{para } d_i = +1 \\ \mathbf{w}_0^T \mathbf{x}_i + b_0 &\leq 1 && \text{para } d_i = -1 \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Los puntos (\mathbf{x}_i, d_i) en los que se cumplen la primera o segunda linea de las ecuaciones 3.2.3 son llamados vectores de soporte (de ahí el nombre máquinas de soporte vectorial). Todas las demás muestras son irrelevantes. Considerando un soporte vectorial $\mathbf{x}^{(s)}$ para el cual $d^{(s)} = +1$. Por definición tenemos de 3.2.1 que:

$$g(\mathbf{x}^{(s)}) = \mathbf{w}_0^T \mathbf{x}^{(s)} + b = \mp 1 \quad \text{para } d^{(s)} = \mp 1 \quad (3.2.4)$$

De la ecuación 3.2.2, la distancia algebraica del soporte vectorial al hiperplano óptimo es:

$$r = \frac{g(\mathbf{x}^{(s)})}{\|\mathbf{w}_0\|} = \begin{cases} \frac{1}{\|\mathbf{w}_0\|} & \text{para } d^{(s)} = +1 \\ -\frac{1}{\|\mathbf{w}_0\|} & \text{para } d^{(s)} = -1 \end{cases} \quad (3.2.5)$$

Donde el signo positivo indica que $\mathbf{x}^{(s)}$ se encuentra en el lado positivo del hiperplano mientras que el signo negativo indica que $\mathbf{x}^{(s)}$ se encuentra en el lado negativo del hiperplano. Definiendo ρ como el valor óptimo para la separación entre dos clases constituida por el conjunto de pruebas \mathcal{T} . Tenemos de la ecuación 3.2.5 que:

$$\rho = 2r = \frac{2}{\|\mathbf{w}_0\|} \quad (3.2.6)$$

En resumen, el hiperplano óptimo definido por la ecuación 3.2.1 es único en el sentido de que el peso óptimo \mathbf{w}_0 provee la máxima separación entre las clases positiva y negativa. Esto se alcanza minimizando el termino \mathbf{w} .

Optimización cuadrática del hiperplano óptimo

Dado el conjunto de entrenamiento $\mathcal{T} = (\mathbf{x}_i, d_i)$ con $d_i \in \{-1, 1\}_{i=1}^N$ se busca optimizar valores para los pesos del vector \mathbf{w} y umbral b tal que cumpla con las restricciones:

$$\arg \min_{\mathbf{w}} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad \text{suje}to \quad a \quad d_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) \geq 1 \quad \text{para} \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (3.2.7)$$

Esta optimización con una restricción es llamada el problema primal. Este problema puede ser establecido en su representación dual de la siguiente manera: Dado un conjunto de muestras $\mathcal{T} = (\mathbf{x}_i, d_i)$. Se buscan los múltiplos de Lagrange $\alpha_{i=1}^m$ que satisfagan:

$$\left(\sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j d_i d_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \right) \quad \text{suje}to \quad a \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i d_i = 0 \quad y \quad \alpha_i \geq 0 \quad (3.2.8)$$

Una vez que los valores α_i se encuentren de acuerdo a 3.2.8 tenemos los multiplicadores óptimos de Lagrange $\alpha_{0,i}$. EL hiperplano óptimo es obtenido a través del vector de pesos:

$$\mathbf{w}_0 = \sum_{i=1}^{N_s} \alpha_{0,i} d_i \mathbf{x}_i \quad (3.2.9)$$

Donde N_s es el número de soportes vectoriales. Por lo tanto, el vector de pesos \mathbf{w}_0 es una combinación lineal del conjunto de soportes vectoriales, que son los vectores de características asociados a los multiplicadores de Lagrange que no sean cero $\alpha_{0,i}$. El umbral óptimo b_0 es obtenido como la media de los valores que cumplan con la condición $\alpha_{0,i}[d_i f(x_i) - 1] = 0$ para $i = 1, 2, \dots, m$.

3.2.1. Máquinas de soporte vectorial para problemas no lineales

No todos los problemas pueden ser separados linealmente, para permitir la clasificación de problemas no lineales con algunas clasificaciones erróneas como el mostrado en la figura 3.5. Las SVM incorporan un parámetro C que controla la complejidad de la maquina y el numero de puntos no separables. Entonces el problema de optimiza-

ción se vuelve:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{w}, \xi}{\operatorname{argmin}} \left[\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^m \xi_i \right] \\ & \text{sujeto a } d_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) \geq 1 - \xi \quad \text{y} \quad \xi \geq 1 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Donde ξ_i son conocidas como *variables holgadas* y mide la desviación de los datos de la condición ideal de separabilidad. Para $0 < \xi_i \leq 1$ los datos se encuentran dentro de la región de separación pero en el lado correcto del hiperplano de decisión. Para ξ_i los datos se encuentran en el lado incorrecto del hiperplano.

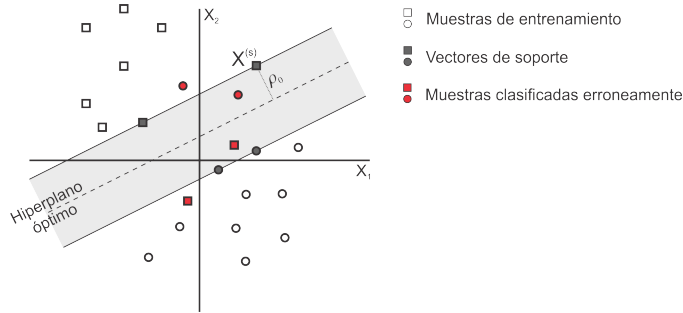


Figura 3.5: Ejemplo de un problema linealmente no separable usando SVM

SVM con Kernel para problemas no lineales

Sea \mathbf{x} un vector en el espacio de entrada de dimensión m_0 y $\{\varphi_j(\mathbf{x})\}_{j=1}^{\infty}$ un conjunto de funciones no lineales tales que, transformen el espacio de entrada de dimensión m_0 a un espacio de características de infinita dimensionalidad. Dada esta transformación podemos definir el hiperplano de decisión como:

$$\sum_{j=1}^{\infty} w_j \varphi_j(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.2.11)$$

Donde $\{w_j\}_{j=1}^{\infty}$ son un conjunto de pesos que transforman el espacio de características al espacio de salida. por conveniencia igualamos el umbral a cero. Podemos presentar la ecuación 3.2.11 en su notación matricial:

$$\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.2.12)$$

En la que $\phi(\mathbf{x})$ es el vector de características y \mathbf{w} corresponde al vector de pesos.

Teniendo estos términos en cuenta, la ecuación 3.2.9 que expresa la superficie de decisión en el espacio de salida se convierte en:

$$\sum_{i=1}^{N_s} \alpha_i d_i \phi^T(\mathbf{x}_i)(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.2.13)$$

Podemos ver en la ecuación 3.2.13 que el término $\phi^T(\mathbf{x}_i)(\mathbf{x})$ representa el producto interno de ambos vectores. Podemos presentar este escalar como:

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \phi^T(\mathbf{x}_i)(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(x_i) \varphi_j(\mathbf{x}); \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.2.14)$$

Para transformar la ecuación 3.2.13 en:

$$\sum_{j=1}^{N_s} \alpha_i d_i k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = 0 \quad (3.2.15)$$

El término $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ es llamado kernel la cual se define como una función que calcula el producto interno de los vectores de entrada dentro del espacio de características. Las funciones kernel tiene dos propiedades básicas.

- La función kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ es simétrica sobre el punto central \mathbf{x}_i :

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \quad \text{para toda } \mathbf{x}_i$$

teniendo su valor máximo en el punto $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$.

- El volumen total bajo la superficie de la función $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ es una constante.

De la ecuación 3.2.15 se pueden hacer dos observaciones:

- 1.- En lo que refiere a la clasificación en el espacio de salida, es suficiente el kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$, en otras palabras, no necesitamos calcular el vector de pesos \mathbf{w}_o ; es por esto que la ecuación 3.2.14 se conoce como el truco del kernel.
- 2.- Aunque se supuso que el espacio de características podría tener una dimensionalidad infinita, la ecuación 3.2.15 que define el hiperplano de decisión consiste en un número finito de términos igual al número de patrones de entrenamiento usados en el clasificador.

La expansión de la ecuación 3.2.14 para el kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ es un caso especial el teorema de Mercer [32].

3.2.2. SVM para problemas multiclase

Los clasificadores SVM pueden extenderse a problemas multiclase con un conjunto de salidas $\mathcal{Y} = \{1, 2, \dots, M\}$ usando un conjunto de funciones discriminantes $f_y(\mathbf{x}); y \in \mathcal{Y}$ y la regla de clasificación

$$etiqueta = \arg_{max} f_y(\mathbf{x}); \quad y \in \mathcal{Y} \quad (3.2.16)$$

Existen dos métodos basados en descomposición para resolver los problemas multiclase tomando en cuenta la ecuación 3.2.16, las implementaciones uno-contra-uno y uno-contra-todos.

En la descomposición uno-contra-todos el clasificador multiclase se plantea como un conjunto de M funciones discriminantes $\{f_i(\mathbf{x}) = 0\}_{i=1}^M$ donde el hiperplano separa la clase C_i del resto de las clases y $f_i(\mathbf{x})$ es una función discriminante que satisface $f_i(\mathbf{x}) > f_j(\mathbf{x}) \forall i \neq j; \mathbf{x} \in C_i$. Dado el vector de características \mathbf{x} la etiqueta es asignada de acuerdo a:

$$etiqueta = \arg_{max} f_i(\mathbf{x}) \quad para \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.2.17)$$

En la implementación uno-contra-todos, la meta es entrenar un clasificador SVM multiclase basado en la regla de mayoría en votación. Dado M clases distintas $\{C_i\}_{i=1}^M$, el problema de clasificación es plantado como un conjunto de funciones discriminantes binarias $\{f_i(\mathbf{x}) = 0\}_{i=1}^{\frac{M(M-1)}{2}}$ donde $\frac{M(M-1)}{2}$ es el número combinatorial de clasificadores posibles. Los hiperplanos son entrenados para separar sus dos clases correspondientes C_i y C_j . Sea v_i el número total de votos cuando \mathbf{x} pertenece a la clase C_i . El clasificador SVM multiclase asigna la etiqueta \mathbf{x} de acuerdo a:

$$etiqueta = \arg_{max} v_i \quad para \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.2.18)$$

3.2.3. Validación cruzada de K iteraciones

Idealmente si se tiene suficientes datos, se dejaría la idea de validación y se probarían los datos para evaluar el rendimiento del clasificador, pero debido a que normalmente los conjuntos de datos son pequeños, se utilizan técnicas que calculen el error esperado del clasificador. En la técnica validación cruzada de k iteraciones se divide el conjunto de datos en k subconjuntos. Uno de estos subconjuntos se utiliza como los datos de prueba y el resto como datos de entrenamiento (figura 3.6). Este proceso es repetido durante k iteraciones con cada uno de los subconjuntos como datos de prueba. Finalmente se realiza la media aritmética de los resultados para cada iteración y así obtener un resultado único. Para calcular el error esperado se utiliza el promedio de cada error en las k iteraciones.

$$E = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K E_i \quad (3.2.19)$$

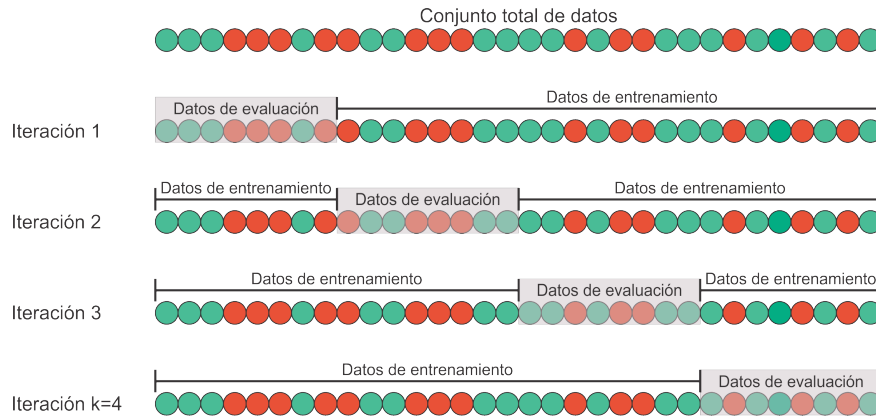


Figura 3.6: Validación cruzada de 4 iteraciones

Metodología aplicada imaginación motora

Éste capítulo contiene la metodología usada en esta tesis, las secciones contenidas en este capítulo son una revisión de las investigaciones relacionadas que se hacen alrededor del mundo, así como una explicación detallada de la base de datos, descomposición, extracción de características y clasificación de las señales.

4.1. Investigaciones previas

La clasificación de señales cerebrales bajo el paradigma de imaginación motora tiene muchas aplicaciones, tanto para entretenimiento en la industria de los videojuegos como ayuda a personas con disfuncionalidad motora a desenvolverse con mayor naturalidad en su entorno. Es por esto que el tema ha sido abordado por distintos investigadores aplicando distintas técnicas para la clasificación de estas señales.

Una de las metodologías utilizadas en la clasificación de señales cerebrales bajo el paradigma de imaginación motora (MI) es la investigación llevada a cabo por Manzheng Ma., investigador en la academia de ingeniería de la fuerza armada [33]. En la cual se utilizó la base de datos de BCI Competition 2008 Data Set 1, la cual consiste de 59 electrodos muestreando a una frecuencia de 100 Hz durante 8 segundos. Se utilizó la descomposición wavelet Db4 para separar las señales importantes del ruido producido por EOG, EMG y ECG. Se utilizó una descomposición de 5 niveles generando un total de 6 bandas distintas de las cuales, solo se tomaron las 3 bandas con menor frecuencia. Después se procedió a tomar la entropía de los datos obtenidos

utilizando una ventana de 100 muestras y recorriéndola con el máximo traslape. La entropía obtenida es superpuesta y promediada. Estas señales fueron tomadas como vector de características y clasificadas utilizando un clasificador discriminante lineal de Fisher. Los resultados fueron reportados con una eficiencia promedio de 88,9 % en la clasificación de las clases.

Otra investigación relacionada con lo que se ve en esta tesis es la llevada a cabo por Oluwarotimi Williams Samuel [34], en la cual se clasifican señales cerebrales para 5 posiciones distintas de las manos. Usando transformada rápida de Fourier (fft) en una ventana de 150ms y recorriendo 100ms para cada ventana. El vector de características creado para clasificación consta la potencia total de la señal (TTP), la frecuencia pico media (mPKF), frecuencia media (MDF) y la razón de la potencia espectral (PSR). Para clasificar estas señales se utilizaron 3 clasificadores distintos: análisis de discriminantes lineales (LDA), redes neuronales artificiales (ANN) y clasificador de k vecinos próximos (KNN). Se utilizó validación cruzada de 5 iteración es para comprobar la generalización del clasificador obteniendo resultados en promedio de 97,81 % en la clasificación de las clases.

A continuación se presenta una tabla (4.1) en la que se muestran las investigaciones relevantes a esta tesis, sus resultados, la metodología usada y el año de publicación

Tabla 4.1: Investigaciones relacionadas a clasificación de señales EEG bajo paradigma de imaginación motora

Año	Autor Principal	Metodología	Eficiencia
2017	Manzhen Ma.	wavelet Desc.	88,90 %
2017	Oluwarotimi Williams Samuel	FFT	97,81 %
2016	Rajdeep Chatterjee	wavelets, MLP, SVM	85,75 %
2016	Shiu Kumar	Deep Learning	97 %
2015	H. Vikram Shenoy	shrinkage est., CSP	95,81 %

4.2. Base de datos

Esta base de datos fue proporcionada por el grupo de máquinas de aprendizaje en la universidad técnica de Berlin, en cooperación con el grupo de neurotecnología y la universidad de medicina que se encuentra en la misma ciudad [35].

La base de datos consiste en señales EEG de 9 sujetos sometidos bajo un paradigma basado en indicaciones en la que 4 tareas de imaginación motora fueron presentadas. Estas tareas son imaginación de movimiento para la mano izquierda (clase 1), mano derecha (clase 2), pies (clase 3), y lengua (clase 4). Los datos fueron tomados en dos sesiones realizadas en distintos días para cada sujeto. Cada sesión está compuesta en 6 corridas separadas por descansos cortos. Una corrida consiste en 48 ensayos (12 por cada una de las clases).

Al comienzo de cada sesión se grabaron aproximadamente 5 minutos para estimar la influencia ocular (EOG). La grabación fue dividida en 3 bloques: (1) dos minutos con los ojos abiertos mirando a la pantalla, (2) un minuto con los ojos cerrados, y (3) un minuto incluyendo movimiento de los ojos. El sujeto fue sentado frente a la pantalla de un computador. al comienzo de cada ensayo ($t = 0s$) una cruz fue mostrada en pantalla junto a una alarma sonora indicando que el ensayo ha comenzado. Después de 2 segundos ($t = 2s$) se presenta una señal con una duración de 1,25s en forma de flecha apuntando hacia izquierda, derecha, arriba o abajo indicando una de las 4 clases (mano izquierda, mano derecha, pies y lengua respectivamente). Una vez mostrada la señal, se pidió a los sujetos realizar la señal motora indicada hasta que la cruz desapareciera de la pantalla en $t = 6s$). Para finalizar se da un pequeño descanso con la pantalla en negro para preparar el siguiente ensayo. una imagen del paradigma es mostrado en la figura 4.1.

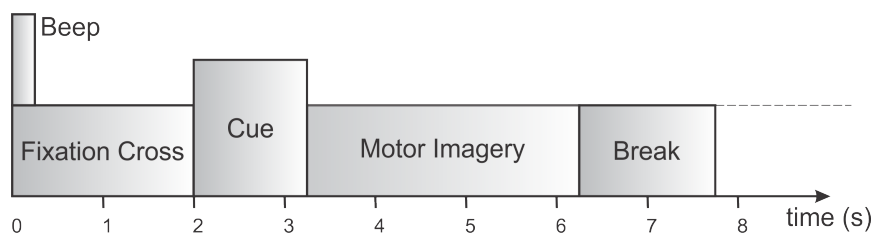


Figura 4.1: Esquema de tiempo para los ensayos.

Detalles técnicos de grabación

Para la recolección de señales EEG se utilizaron 22 electrodos Ag/AgCl con una distancia de 3.5cm entre ellas. Todas las señales fueron grabadas con electrodos monopolares usando el mastoides izquierdo como referencia y el derecho como tierra. La figura 4.2 muestra el montaje usado durante la grabación de datos. Las señales fueron muestreadas a una frecuencia de 250 Hz y pasadas por un filtro pasa-bandas entre 0.5 Hz y 100 Hz. La sensibilidad del amplificador es de $100 \mu V$. Un filtro tipo notch de 50Hz fue implementado para suprimir el ruido de linea.

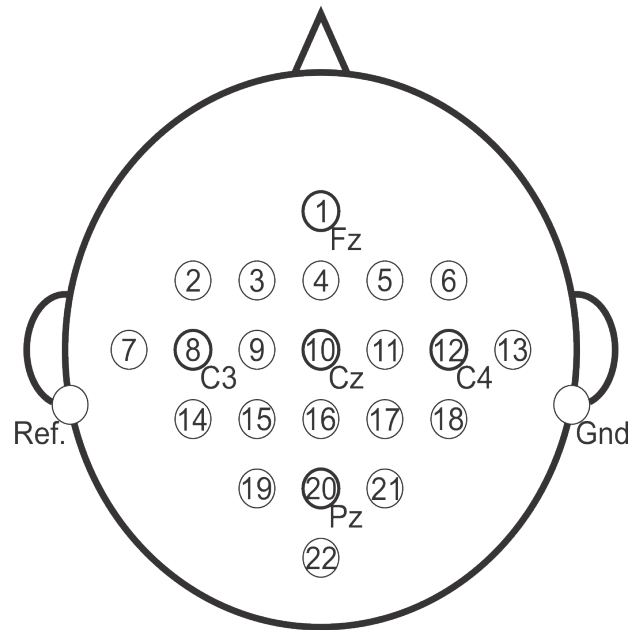


Figura 4.2: Montaje de electrodos correspondiente al sistema 10-20

4.3. Descomposición de la señal

Con el fin de poder analizar con mayor eficiencia los datos EEG adquiridas, es necesario descomponer las señales de los 22 electrodos en los ritmos cerebrales alfa(8-12 Hz), beta(12-30 Hz), delta(0.5-4 Hz) y teta (4-7 Hz). Al observar las bandas de frecuencia de estos ritmos cerebrales, podemos ver que con solo modificarlas un poco se pueden descomponer con mayor eficiencia, entonces, las nuevas bandas de frecuencia para nuestros ritmos cerebrales quedarían: delta (0-4 Hz), teta (4-8 Hz), alfa(8-12 Hz) y beta(12-32 Hz). Ahora nuestros ritmos cerebrales pueden

ser obtenidos naturalmente por señales con una frecuencia de muestreo múltiplo de 2^n .

Debido a que la frecuencia de muestreo de las señales obtenidas de BCI competition IV tienen una frecuencia de 250 Hz, es necesario remuestrearla a una frecuencia de 128 Hz para tener una descomposición natural. Este proceso se lleva a cabo a través de el método interpolación lineal, en el cuál se traza una recta que pase entre dos puntos vecinos $((x_1, y_1)$ y $(x_2, y_2))$ y calculando los valores intermedios de (x_i, y_i) en lugar de la función $y = f(x)$. La formula para este remuestreo es la siguiente:

$$y_i = \frac{(x_i - x_1)}{(x_2 - x_1)}(y_2 - y_1) + y_1 \quad (4.3.1)$$

Una vez remuestreada la señal, se procedió a descomponerla utilizando los métodos de DWT y MODWT con la wavelet Haar (Db2) y Db4. Nótese que debido a que ahora la frecuencia de muestreo es 128 Hz se debe de hacer una descomposición adecuada para obtener cada una de estas bandas. Para la banda delta que va de 0-4 Hz se necesita hacer una descomposición de 4 niveles descomponiendo siempre los coeficientes de aproximación hasta que en la 4a descomposición el coeficiente de aproximación tiene las señales que corresponden al ritmo cerebral delta como se muestra en la figura 4.3. Para la banda teta que tiene una banda frecuencial de 4-8 Hz se utilizan la misma descomposición que en para la banda delta con el cambio que se elijen los coeficientes de detalle en 4 nivel. En el caso de la banda alfa se tiene que descomponer la señal en 2 niveles, y tomar los primeros detalles de aproximación. después descomponer la señal otros dos niveles, pero esta vez tomando los coeficientes de detalle para descomponer como se muestra en la figura 4.3. La banda beta(12-32 Hz) se compone de dos señales distintas como se explicará a continuación. Se descomponen los datos en dos niveles tomando los coeficientes de aproximación para el segundo nivel de descomposición, se guardan los coeficientes de detalle del segundo nivel de descomposición (16-32 Hz) mientras que los coeficientes de aproximación (0-16 Hz) se descomponen otros dos niveles, esta vez utilizando los coeficientes de detalle del tercer nivel de descomposición (8-16 Hz) para llegar al cuarto nivel. ahora tomamos los coeficientes que corresponden a la banda de 12-16 Hz y los sumamos a la banda previamente guardada para hacer un conjunto de datos que tengan una banda de frecuencia de 12 a 32 Hz. La banda gamma no presenta señales que necesitemos estudiar por lo que no intentamos obtenerlas. El procedimiento se puede hacer completamente haciendo 4

niveles de descomposición y tomando los datos de la forma antes explicada. La figura 4.3 muestra una idea de el procedimiento necesario para todos los ritmos cerebrales.

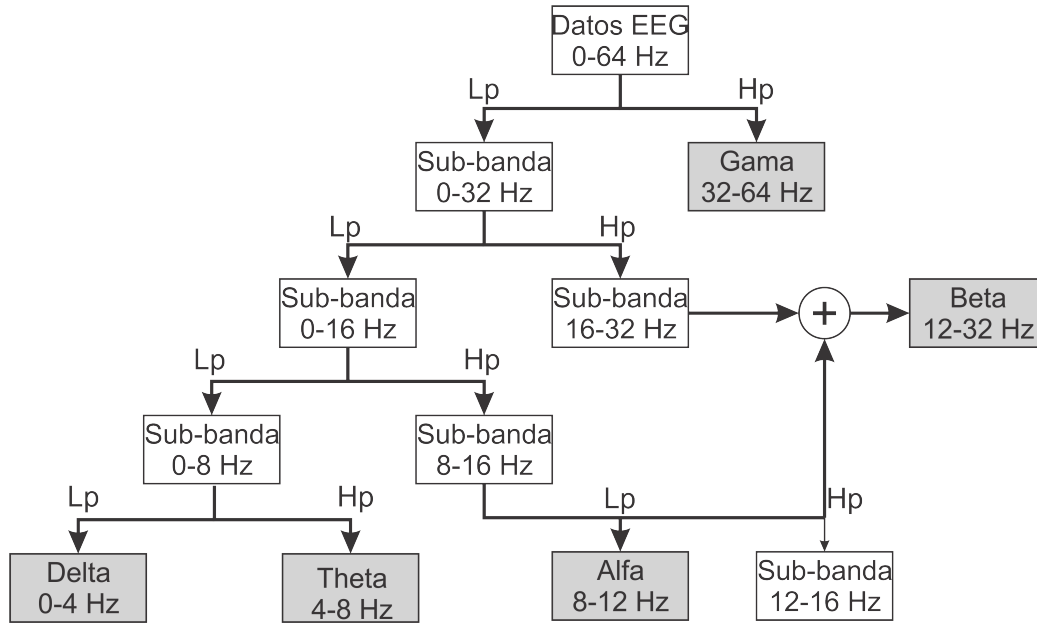


Figura 4.3: Descomposición wavelet de 4 niveles

Para la descomposición MODWT no se encuentra ningún problema al seguir este procedimiento debido a que cada nivel no se tiene que submuestrear la señal a cada nivel (véase sección 3.1.2) ya que nuestro objetivo es tener. Debido que la descomposición DWT cambia el tamaño de las señales una vez que pasamos de un nivel a otro, se recomienda que las señales tengan un tamaño múltiplo del nivel de descomposición. Para completar los 4 ritmos cerebrales en la descomposición DWT nos encontramos que se generan 3 ritmos con una longitud $L/16$ donde L es el tamaño original de la señal, mientras que los componentes del ritmo beta no pueden ser sumados directamente. Para solucionar esto se extrajeron las sub bandas importantes para los ritmos cerebrales y se reconstruyeron hasta tener la longitud de la señal original antes de la descomposición. La figura 4.4 se muestra el proceso en el que las señales de las bandas delta, teta y alfa son reconstruidas directamente, mientras que para los componentes de la banda beta se recomponen las bandas de 12-16 Hz y 16-32 Hz independientemente para después sumarse dato a dato.

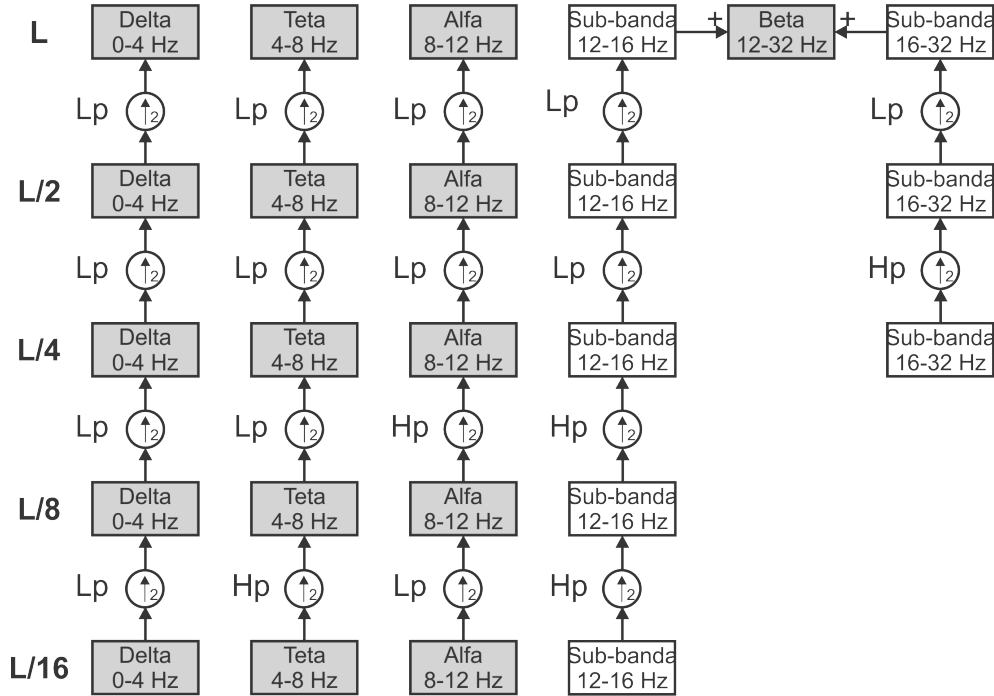


Figura 4.4: Reconstrucción de los ritmos cerebrales. L representa la longitud de las señales EEG

A cada uno de los electodos se les sustrajeron 4 sub bandas haciendo un total de 88 vectores para analizar en los siguientes pasos. La figura 4.5 muestra el ordenamiento de los datos después de la descomposición.

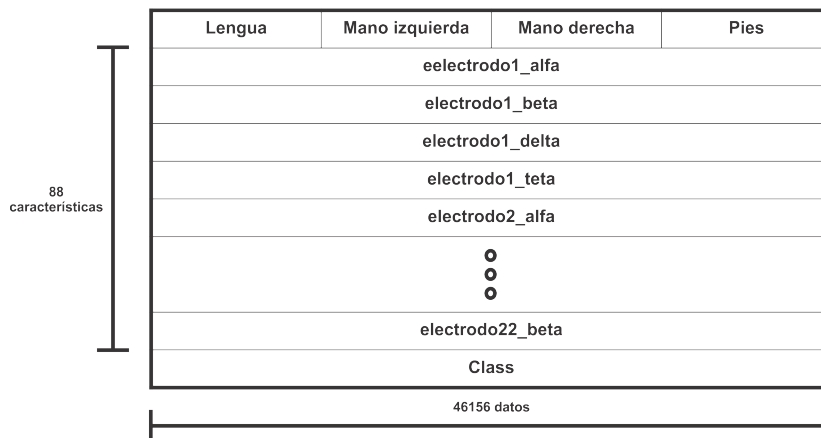


Figura 4.5: Ordenamiento de los datos después de la descomposición

4.4. Extracción de características

Una vez separadas las señales por sub bandas de los ritmos cerebrales, se procede a extraer las características estadísticas de las señales obtenidas. Las medidas estadísticas usadas para identificar las tareas de imaginación motora son las siguientes [36]:

- **Media.** Es el promedio aritmético de un conjunto de observaciones x_1, x_1, \dots, x_n . La media es una medida apropiada de tendencia central para muchos conjuntos de datos. Sin embargo, dado que cualquier observación en el conjunto se emplea para su cálculo, el valor de la media puede afectarse de manera desproporcionada por la existencia de algunos valores extremos.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.4.1)$$

- **Mediana.** Es el valor para el cual, cuando todas las observaciones se ordenan de manera creciente o decreciente, la mitad de estas es menor que este valor y la otra mitad mayor. Si el número de observaciones en el conjunto es impar, la mediana es el valor de la observación que se encuentra a la mitad del conjunto ordenado. Si el número es par se considera la mediana como el promedio aritmético de los valores de las dos observaciones que se encuentren a la mitad del conjunto ordenado. Puesto que la mediana es un valor que se basa en la secuencia ordenada de las observaciones en un conjunto de datos., es necesario saber que la existencia de algunos valores extremos no afectará su valor.
- **Varianza.** Es el promedio del cuadrado de las diferencias entre cada observación y la media del conjunto de observaciones. La varianza es una medida de la variabilidad, debido a que si muchas de las diferencias son grandes (o pequeñas) entonces el valor de la varianza σ^2 será grande (o pequeño). El valor de la varianza puede sufrir un cambio muy desproporcionado, aún mas que la media, por la existencia de algunos valores extremos del conjunto.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.4.2)$$

- Entropía de Shannon. Intuitivamente la entropía nos da la medida de incertidumbre de una variable aleatoria. es llamado algunas veces la falta de información: entre mas grande se a el valor de la entropía, menor es la información que contiene. En pocas palabras, la entropía mide el caos de un conjunto de datos. La formula utilizada para obtener este valor es la siguiente, con la conveniencia de $0\log(0) = 0$:

$$H(x) = \sum_{i=1}^n x_i \log\left(\frac{1}{x_i}\right) = - \sum_{i=1}^n x_i \log(x_i) \quad (4.4.3)$$

Para extraer características de las distintas sub-bandas obtenidas por medio de la descomposición wavelet se utilizó una ventana de 25 datos y se extrajeron la media, mediana, varianza y entropía. Después de obtener estos datos se corre la ventana un dato (se agrega el dato 26 y se retira el dato 1) y se vuelven a obtener las 4 características. El corrimiento del ventaneo permite una extracción mas profunda de las características ya que podemos ver los cambios de los ritmos cerebrales en el tiempo que estos ocurren, al contrario que tomar las 4 características de todo el vector de ritmos (46156 datos), que se pierde la resolución temporal de los datos obtenidos. La figura 4.6 muestra la metodología para la obtención de características y el corrimiento del ventaneo, podemos ver que en la primer iteración se toman los datos del 1 al 25, mientras que para la segunda iteración se toman los datos del 2 al 26, y así hasta terminar con el vector de datos.

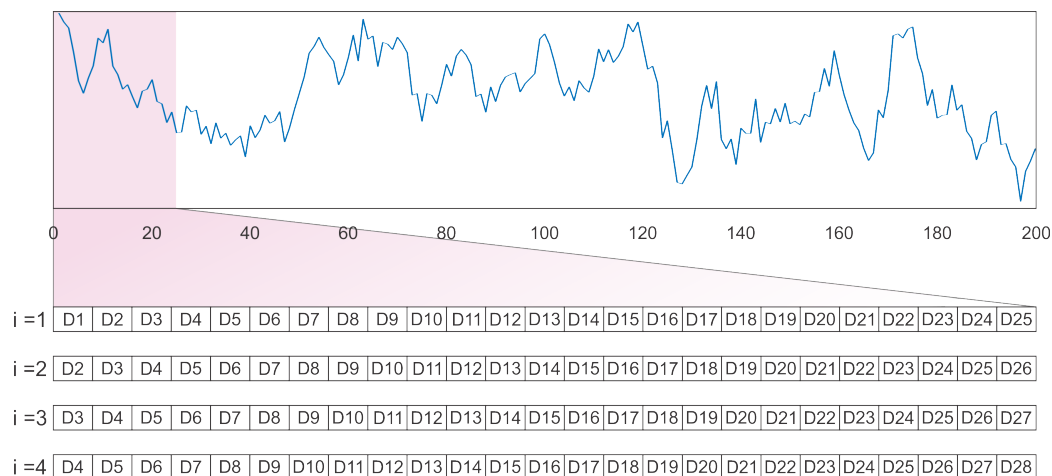


Figura 4.6: Toma de 25 datos para obtener características.

4.5. Clasificación

Una vez que las características son extraídas de los ritmos cerebrales se obtuvieron un total de 352. La organización final de los datos son mostrados en la figura 4.7.

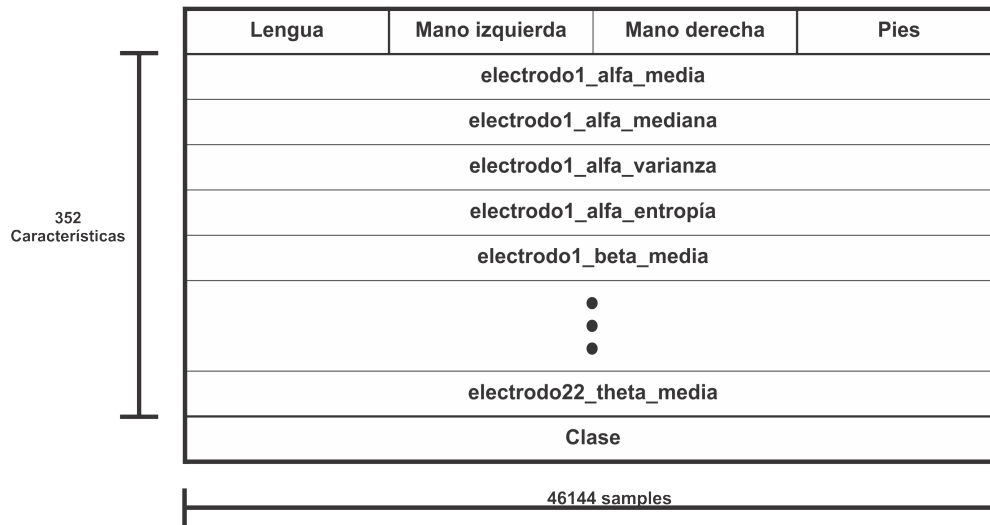


Figura 4.7: Toma de 25 datos para obtener características.

Estos datos fueron clasificados por un algoritmo basado en las máquinas de soporte vectorial. Debido a la naturaleza no lineal de las señales cerebrales, es de esperarse que las características extraídas tengan cierto grado de no linealidad. Para disminuir este problema se utilizaron distintos kernels en las máquinas de soporte vectorial implementadas para clasificación. Se eligieron tres kernels polinomiales ($(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i + 1)^p$) de primer, segundo y tercer grado (lineal, cuadrático y cúbico, véase tabla 4.2) con el fin de cambiar el espacio en el que se encuentran los vectores a uno que permita una mejor separabilidad.

Tabla 4.2: Kernels polinomiales

Tipo de SVM	Kernel
Lineal	$\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i$
Cuadrático	$(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^2 + 2(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i) + 1$
Cúbico	$(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^3 + 3(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^2 + 3(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i) + 1$

Se tomaron un total de 10'000 datos (2'500 por cada clase) para la clasificación. Las máquinas de soporte vectorial por naturaleza evitan el sobreajuste como se explicó en el capítulo 3, aún así, para comprobar que la capacidad de generalización de nuestros clasificadores se utilizó validación cursada de 5 iteraciones. El procedimiento es dividir los datos a clasificar en 5 grupos de 2'000 datos (500 por cada clase), para después hacer 5 iteraciones entrenando con cuatro grupos y evaluando con el restante. El error de predicción será el error promedio de cada uno de estos cinco clasificadores. Cada clasificador consta de cuatro SVM binarias uno-contra-todos los cuales clasifican todas las señales de una clase como clase positiva y las demás como clase negativa. La respuesta pasa por un a etapa de etiquetado que da la respuesta final del clasificador, como se muestra en la imagen 4.8.

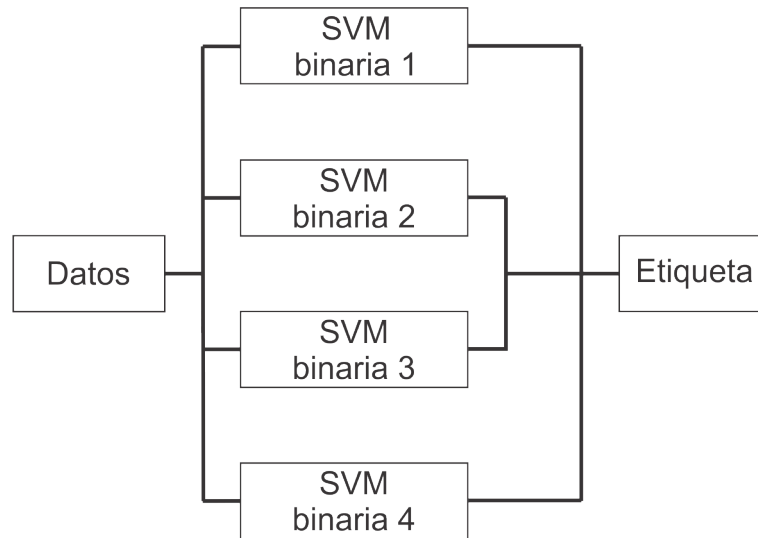


Figura 4.8: Toma de 25 datos para obtener características.

Resultados del experimento

En el capítulo anterior se presentó la metodología realizada para la identificación de movimiento imaginado de la lengua, mano derecha, mano izquierda y pies. En este capítulo se pretende comparar los resultados obtenidos por la descomposición wavelet Haar y Db4 de cuatro niveles. También se pretende comparar los resultados en la etapa de clasificación utilizando las tres SVM creadas (Lineal, cuadrática y cúbica). Todos estos resultados son evaluados bajo las mismas condiciones en las señales EEG: mismos sujetos, paradigmas y detalles técnicos de adquisición.

5.1. Resultados en descomposición wavelet

El objetivo de la descomposición wavelet es separar las señales EEG en las distintas bandas de los ritmos cerebrales: alfa (8-12 Hz), beta (12-30 Hz), delta (0.5-4 Hz) y theta (4-7 Hz). Una peculiaridad de la descomposición wavelet es que producen dos señales, aproximación y detalle, las cuales contienen los componentes frecuenciales de $0 - \frac{1}{2}Fs$ y $\frac{1}{2}Fs - Fs$ respectivamente. Con una frecuencia de 128 Hz, se utilizó una descomposición de 4 niveles para obtener los ritmos cerebrales ligeramente modificados. Los ritmos cerebrales obtenidos de neen las frecuencias de: alfa (8-12 Hz), beta (12-32 Hz), delta (0-4 Hz) y theta (4-8 Hz). la imagen nos muestra las bandas cerebrales despues de su descomposición. se puede a observar que estas señales contienen distintas componentes frecuenciales.

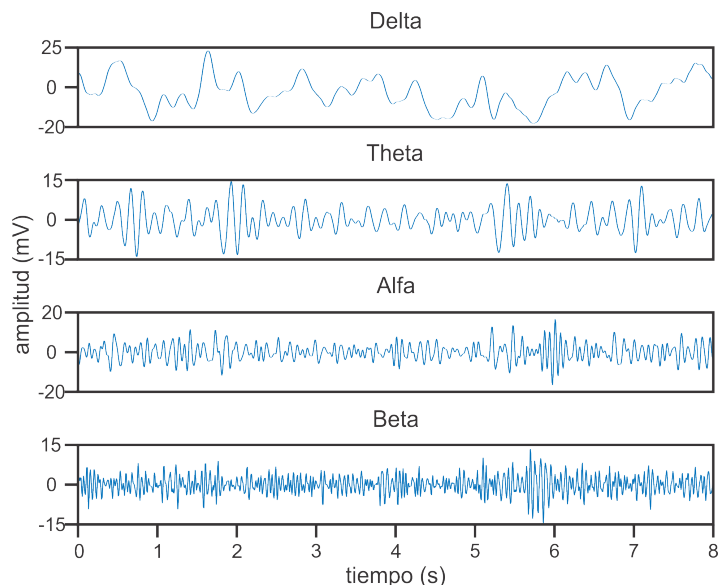


Figura 5.1: Ritmos cerebrales después de descomposición wavelet.

5.2. Resultados en clasificación con descomposición MODWT

5.2.1. Haar MODWT

Una vez obtenido el vector de características siguiendo la metodología del capítulo 4, se clasificó utilizando máquinas de soporte vectorial lineales, cuadráticas y cúbicas. La tabla 5.1 nos muestra los resultados en la clasificación del sujeto 01 cuando utilizamos la descomposición MODWT con una wavelet Haar o Db2 en conjunto con un clasificador SVM con kernel lineal. Debido a la naturaleza no lineal de las señales cerebrales, los planos óptimos creados por la SVM no separan de forma idónea las señales cerebrales, sin embargo, vemos que un porcentaje mayor al 60% son clasificados de manera correcta. Se puede observar que el movimiento de los pies es la clase que tiene menores aciertos (62,97% de verdaderos positivos), esto es debido a que la zona en la que ocurre la imaginación del movimiento de los pies está en la parte inferior del cerebro en donde los electrodos captan la señal con menor intensidad. Las matrices de confusión para la clasificación usando descomposición MODWT y SVM con kernel lineal se encuentran con mayor detalle en el A.

Tabla 5.1: Matriz de confusión para sujeto 01 utilizando Haar MODWT junto con SVM lineal.

1975	336	344	345	Lengua
257	2106	376	261	Mano Derecha
205	536	1948	311	Mano Izquierda
277	489	347	1887	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La tabla 5.2 nos presenta la clasificación de las señales cerebrales utilizando una SVM con un kernel cuadrático. Se puede observar una gran mejoría en la clasificación de todas las clases teniendo una exactitud del 98,80 % de las 12000 muestras introducidas. En aspectos relativos la clasificación en imaginación motora de los pies es menor en comparación con las demás clases, aunque a criterios generales la identificación se ha hecho de muy buena manera. La relación de verdaderos positivos entre los y los falsos positivos es de 98,48 % lo cual nos indica que la probabilidad con la que una señal reconocida en la clase pies, sea una señal cerebral de la imaginación motora de los pies. Estas estadísticas se encuentran para todos los sujetos y experimentos en el A.

Tabla 5.2: Matriz de confusión para sujeto 04 utilizando Haar MODWT junto con SVM cuadrático.

2924	55	14	7	Lengua
21	2958	15	6	Mano Derecha
6	22	2966	6	Mano Izquierda
18	34	22	2926	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La tabla 5.3 contiene la matriz de confusión para la descomposición Haar MODWT utilizando una máquina de soporte vectorial con un kernel cúbico. Se observa una pequeña mejora en la clasificación comparándola con la que utiliza una máquina de soporte vectorial con kernel cuadrático, esto es debido a que conforme se aumenta el orden en el kernel polinomial, el espacio en el que se crea el hiperplano de decisión

puede tener una mayor complejidad y una mayor precisión en la clasificación. La exactitud de este clasificador es de 99,58 % con lo cual supera a los 2 clasificadores antes mostrados. Usar Máquinas de soporte vectorial de ordenes mayores no aumenta la clasificación de manera significativa y tiene la desventaja de presentar problemas de sobreajuste aunado al aumento de uso computacional.

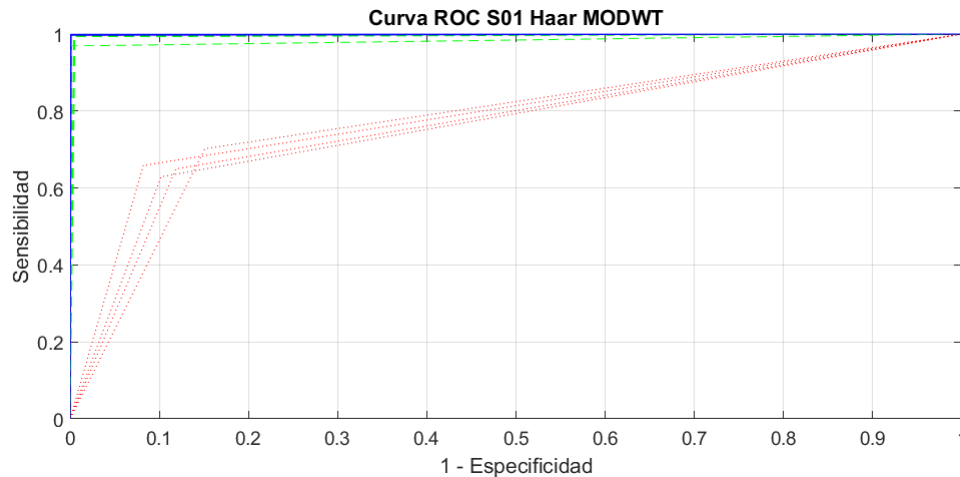
Tabla 5.3: Matriz de confusión para el sujeto 05 utilizando Haar MODWT y un kernel cúbico.

2992	0	2	6	Lengua
1	2982	7	10	Mano Derecha
1	4	2991	4	Mano Izquierda
7	1	8	2984	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La siguiente gráfica (5.2) corresponde a las curvas ROC (Receiver Operating Characteristic, Característica operativa del receptor en español), las cuales grafican la sensibilidad de un clasificador contra su especificidad. La sensibilidad de un clasificador binario es la probabilidad de un estimadora para identificar un caso positivo en su clase correspondiente, esto quiere decir que mide la capacidad de un clasificador para reconocer cada una de sus clases. La especificidad es la capacidad de un clasificador binario para descartar un caso que no corresponde a la clase a identificar. Los aspectos importantes de la curva ROC es el punto óptimo de operación, estos aspectos tienen un promedio de 0.77 para las SVM con kernel lineal, 0.98 para los kernels cuadráticos y 0.99 para los kernels cúbicos.

Tabla 5.4: Resultados en la clasificación usando Haar MODWT.

	Lineal	Cuadrático	Cúbico
Sujeto 01	65.97 %	98.80 %	99.83 %
Sujeto 02	65.49 %	99.02 %	99.67 %
Sujeto 03	72.00 %	99.09 %	99.69 %
Sujeto 04	61.85 %	98.12 %	99.73 %
Sujeto 05	62.99 %	98.29 %	99.58 %
Sujeto 06	64.56 %	98.71 %	99.78 %
Sujeto 07	64.73 %	98.43 %	99.79 %
Sujeto 08	67.08 %	98.32 %	99.81 %
Promedio	65.58 %	98.59 %	99.73 %



En rojo SVM lineales, en verde SVM cuadráticos en azul SVM cúbicos.

Figura 5.2: Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.

Las exactitudes de los 24 clasificadores creados a partir de la descomposición MODWT on presentadas en la tabla 5.4 en las que presentamos una superioridad en la SVM con un kernel cúbico. La diferencia entre la SVM cuadrática y la SVM cúbica es poca y aunque mejora la precisión del clasificador conforme aumentamos el orden del kernel, aumenta de igual manera el problema de sobreajuste.

5.2.2. Db4 MODWT

Para corroborar las diferencias que existen en la descomposición MODWT al cambiar la wavelet madre con la que se descompone la señal ase ha repetido el experimento utilizando una wavelet Db4 la cual pertenece al conjunto de wavelets Daubechies creadas por Ingrid Daubechies en 1986. La tabla 5.5 muestra el resultado de esta descomposición utilizando la SVM lineal antes mencionada, teniendo una precisión del 68,96 %. Vemos una mejor clasificación en todas las clases respecto a la descomposición MODWT realizada basándose en la misma wavelet (Haar).

Tabla 5.5: Matriz de confusión para el sujeto 01 utilizando Db4 MODWT y un kernel lineal.

2075	211	353	361	Lengua
149	2218	310	323	Mano Derecha
193	455	2039	313	Mana Izquierda
263	484	310	1943	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La tabla 5.6 nos muestra la matriz de confusión utilizando una SVM con kernel cuadrático y exactitud de 98,67 %, se ve una gran mejora al compararla con la SVM usada con un kernel linea, pero resultados similares al compararla con la tabla 5.2.

Tabla 5.6: Matriz de confusión para el sujeto 07 utilizando Db4 MODWT y un kernel cuadrático.

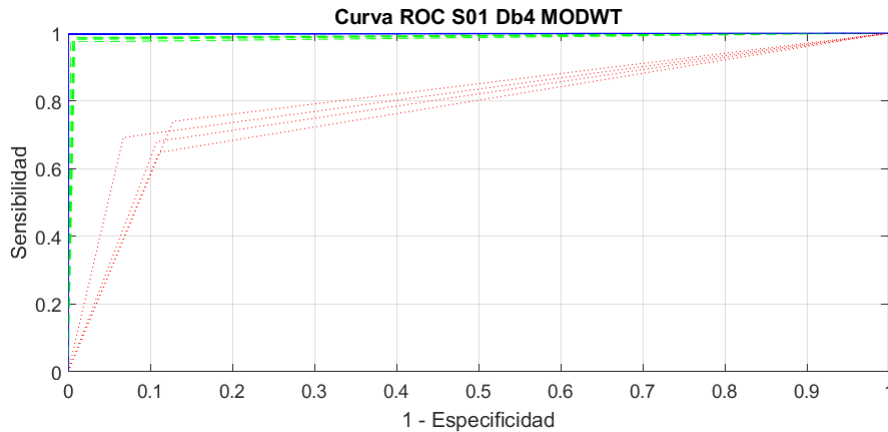
2957	27	11	5	Lengua
12	2972	15	1	Mano Derecha
12	20	2952	16	Mana Izquierda
23	6	12	2959	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La tabla 5.7 tiene una exactitud del 99,63 %. Presenta una pequeña mejora con respecto a los resultados en la tabla 5.6. Los resultados obtenidos con esta máquinas superan a los obtenidos con el kernel cuadrático y el kernel lineal.

Tabla 5.7: Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Db4 MODWT y un kernel cúbico.

2986	2	11	1	Lengua
5	2987	3	5	Mano Derecha
6	1	2987	6	Mana Izquierda
2	0	3	2995	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La siguiente tabla ROC muestra las curvas en la clasificación para el sujeto 01 teniendo un promedio en los puntos óptimos para las SVM con kernels lineales de 0.79 (curvas rojas), 0.98 para las SVM con kernels cuadráticos (curvas verdes) y 0.99 para las SVM que trabajan con kernels cúbicos.



En rojo SVM lineales, en verde SVM cuadráticos en azul SVM cúbicos.

Figura 5.3: Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.

La tabla comparativa 5.8 presenta todos los resultados en la clasificación de imaginación motora para los 8 sujetos utilizando descomposición Db4 MODWT. Presenta diferencias insignificantes en la clasificación comparada con la descomposición MODWT usando la wavelet Haar. La clasificación es aceptable para los kernels cuadráticos y cúbicos, mientras que para el kernel lineal, presenta problemas para el reconocimiento de las clases.

Tabla 5.8: Resultados en clasificación usando Db4 MODWT.

	Lineal	Cuadrático	Cúbico
Sujeto 01	68.96 %	98.31 %	99.72 %
Sujeto 02	65.54 %	98.73 %	99.63 %
Sujeto 03	70.37 %	98.93 %	99.66 %
Sujeto 04	64.57 %	97.84 %	99.70 %
Sujeto 05	63.40 %	97.57 %	99.43 %
Sujeto 06	67.37 %	98.86 %	99.86 %
Sujeto 07	65.47 %	98.39 %	99.70 %
Sujeto 08	67.38 %	98.35 %	99.70 %
Promedio	66.63 %	98.37 %	99.67 %

5.3. Resultados en clasificación con descomposición DWT

Para comparar las diferencias entre los dos tipos de descomposición se realizaron los mismos experimentos cambiando solamente el método de descomposición. En las siguientes tablas se presentan los resultados al utilizar la descomposición discreta wavelet con las wavelets Haar y Db4.

5.3.1. Haar DWT

Se aplicó la descomposición DWT con la wavelet Haar . La tabla 5.9 Son los resultados en clasificación para el sujeto uno usando la wavelet Haar y una SVM con kernel lineal. La clasificación tuvo una precisión del 67,97% presentando una mejor clasificación en la clase correspondiente a la imaginación del movimiento para la mano derecha. En este caso la mayor confusión ocurre al intentar identificar señales de la

mano izquierda y derecha.

Tabla 5.9: Matriz de confusión para el sujeto 01 utilizando Haar DWT y un kernel lineal.

2101	400	216	283	Lengua
334	1999	234	433	Mano Derecha
428	401	1771	400	Mana Izquierda
339	557	260	1844	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La tabla 5.10 nos muestra la matriz de confusión en la clasificación del sujeto 02 utilizando una wavelet Haar y un kernel cuadrático teniendo como exactitud un 98,70 % de los 12000 casos a clasificar. Se puede ver como en los demás casos una mejoría aproximada del 35 % comparándola con una SVM de kernel lineal.

Tabla 5.10: Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Haar DWT y un kernel cuadrático.

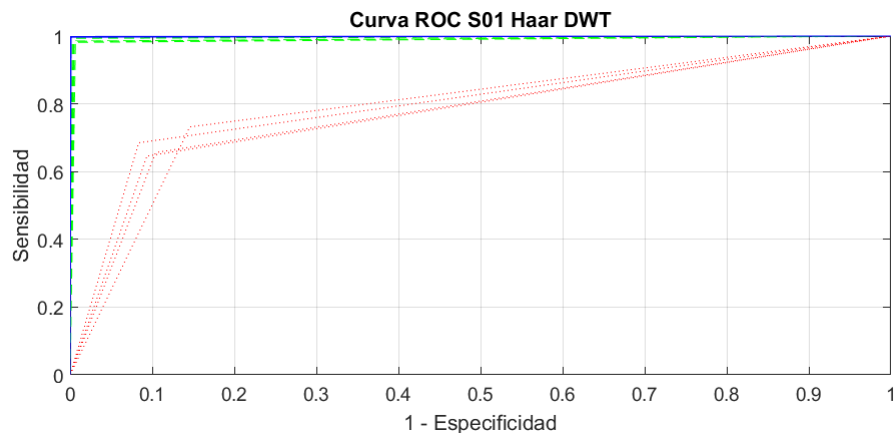
2977	8	9	6	Lengua
9	2976	2	13	Mano Derecha
11	19	2957	13	Mana Izquierda
25	29	12	2934	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La siguiente matriz de confusión (tabla 5.11) nos muestra los resultados para el mismo experimento utilizando el kernel Cúbico en el SVM. Se pueden ver resultados muy satisfactorios (99,68 %) en la detección de las clases. Los resultados son similares para todos los sujetos alrededor del 99,5 %.

Tabla 5.11: Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Haar DWT y un kernel cúbico.

2988	4	2	6	Lengua
3	2990	4	3	Mano Derecha
2	3	2993	2	Mana Izquierda
4	4	1	2991	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

Las curvas ROC que muestran los resultados en la descomposición DWT aplicadas con la wavelet Haar muestran una superioridad en las máquinas de soporte vectorial que trabajan con kernels cúbicos (0.99 en su punto óptimo). Los resultados de las SVM que trabajan con kernels cuadráticos y lineales son de 0.98 y 0.78 respectivamente.



En rojo SVM lineales, en verde SVM cuadráticos en azul SVM cúbicos.

Figura 5.4: Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.

La tabla 5.12 nos muestra todos los resultados con la descomposición Haar DWT puede observarse la superioridad en clasificación al usarse una SVM con kernel cúbico. se observa una superioridad en la clasificación al cambiar el espacio en donde se toma el hiperplano de decisión.

Tabla 5.12: Resultados en clasificación usando Haar DWT.

	Lineal	Cuadrático	Cúbico
Sujeto 01	67.97 %	98.62 %	99.76 %
Sujeto 02	64.29 %	98.70 %	99.68 %
Sujeto 03	71.63 %	98.65 %	99.77 %
Sujeto 04	63.35 %	97.51 %	99.73 %
Sujeto 05	64.73 %	97.70 %	99.68 %
Sujeto 06	66.77 %	98.68 %	99.88 %
Sujeto 07	64.93 %	98.63 %	99.68 %
Sujeto 08	68.80 %	98.53 %	99.83 %
Promedio	66.55 %	98.37 %	99.75 %

5.3.2. Db4 DWT

EL ultimo experimento realizado fue la descomposición DWT aplicando la wavelet Db4 para ver la diferencias en clasificación al modificar la wavelet madre. Los resultados fueron similares al compararlos con la descomposición DWT hecha a partir de la wavelet Haar (Db2). La siguiente tabla (5.13) corresponde a los resultados en clasificación al utilizar clasificadores conteniendo un kernel polinomial de primer orden. Se tiene una precisión del 65,54 % teniendo su mejor desempeño en la clasificación de imaginación motora de la lengua (68,77 %).

Tabla 5.13: Matriz de confusión para el sujeto 02 utilizando Db4 DWT y un kernel lineal.

2113	410	219	258	Lengua
275	2248	189	288	Mano Derecha
359	369	1983	289	Mana Izquierda
276	451	307	1966	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

La tabla 5.14 muestra los resultados de esta descomposición al aplicar la descomposición junto con SVMs que incluyen kernels polinomiales cuadráticos. La clasificación tiene un resultado en precisión del 98,31 % teniendo como peor clasificación la correspondiente a la clase pies (98,31 %).

Tabla 5.14: Matriz de confusión para el sujeto 01 utilizando Db4 DWT y un kernel Cuadrático.

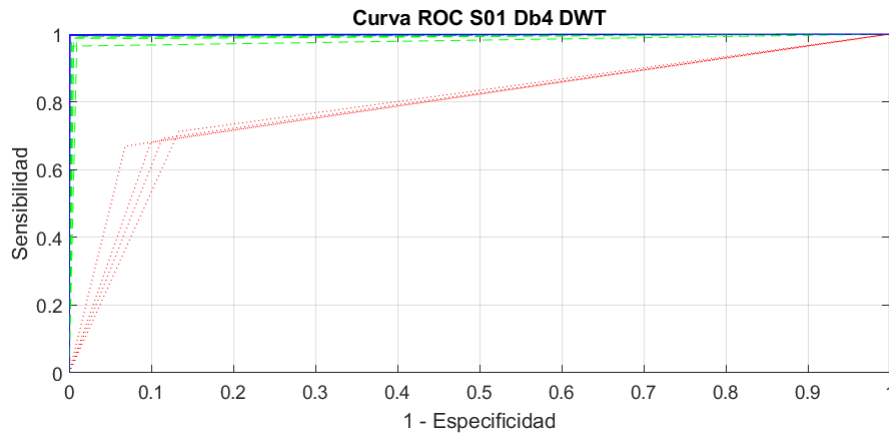
2893	48	38	21	Lengua
14	2976	7	3	Mano Derecha
4	21	2971	9	Mana Izquierda
18	17	8	2957	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

Los resultados en clasificación para la descomposición Db4 DWT junto con SVMs con kernels cúbicos son presentados en la tabla 5.15 teniendo 99,38 %. la mejor clase clasificada tiene un 2988 % (lengua) mientras que la clase con menos precisión tiene un 99,13 % (mano derecha).

Tabla 5.15: Matriz de confusión para el sujeto 05 utilizando Db4 DWT y un kernel Cúbico.

2988	4	2	6	Lengua
2	2974	11	13	Mano Derecha
3	8	2979	10	Mana Izquierda
5	6	4	2985	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	

Los clasificadores se presentan en la siguiente imagen como curvas ROC (rojas SVM lineales, verdes SVM cuadráticas, azules SVM cúbicas). Los mejores resultados tienen un punto óptimo promedio de 0.99 mientras que los kernels cuadráticos y lineales tienen un promedio en su punto óptimo de 0.98 y 0.79 respectivamente.



En rojo SVM lineales, en verde SVM cuadráticas en azul SVM cúbicos.

Figura 5.5: Curvas ROC del sujeto 01 usando Haar MODWT.

La tabla 5.16 no muestra los resultados en clasificación para todos los sujetos utilizando la descomposición DWT con la wavelet Db4. Los resultados que fueron realizados con las SVMs de kernel Cúbicas superaron el desempeño de las SVMs lineales un 30% en general y a las SVM cuadráticas un 1%.

Tabla 5.16: Resultados en clasificación usando Db4 DWT.

	Lineal	Cuadrático	Cúbico
Sujeto 01	68.86 %	98.31 %	99.74 %
Sujeto 02	69.25 %	98.73 %	99.48 %
Sujeto 03	73.27 %	98.93 %	99.68 %
Sujeto 04	66.07 %	97.84 %	99.57 %
Sujeto 05	65.48 %	97.57 %	99.38 %
Sujeto 06	70.87 %	98.86 %	99.80 %
Sujeto 07	68.00 %	98.39 %	99.47 %
Sujeto 08	69.53 %	98.35 %	99.68 %
Promedio	68.91 %	98.37 %	99.60 %

Conclusiones

En esta tesis se presentó una metodología basada en descomposición con transformada discreta wavelet (DWT) y transformada discreta wavelet de máximo traslape (MODWT) utilizando las wavelets Haar y Db4 con el fin de obtener la clasificación de señales cerebrales bajo el paradigma de imaginación motora, específicamente imaginación del movimiento de la lengua, mano derecha, mano izquierda y pies. Para la extracción de características se utilizó una ventana cuadrada de 25 datos recorriéndola con máximo traslape por toda la señal, obteniendo de cada ventana la media, mediana, varianza y entropía de Shannon. En la clasificación se implementaron máquinas de soporte vectorial utilizando tres tipos de kernels polinomiales: lineal, cuadrático y cúbico. Toda esta metodología se aplicó sobre los datos de BCI competitionIV dataset 2a los cuales están disponibles para la comunidad internacional para propósitos de investigación y estudio. A continuación se mostrarán las conclusiones acerca de 1) pre procesamiento y descomposición de la señal, 2) extracción de las características y 3) clasificación de la señal mediante SVM.

El preprocesamiento de la señal por lo general se basa en aplicar filtros pasa bandas y notch para eliminar ruidos como ruido de línea, y componentes frecuenciales en las que los ritmos cerebrales no presentan información significativa. La descomposición wavelet DWT y MODWT nos permiten una forma de descomponer la señal en sus componentes frecuenciales y eliminar aquellas que consideremos ruido para nuestros estudios. La descomposición DWT utiliza un banco de filtros ortogonales con los que se pueden utilizar múltiples veces hasta dividir la señal en varias bandas frecuenciales, mientras que la descomposición con MODWT permite trabajar eficientemente con cualquier tamaño de la señal. En esta tesis se separaron señales que contienen componentes de 0 – 64 Hz a los ritmos

cerebrales delta $0 - 4Hz$, theta $4 - 8Hz$, alfa $8 - 12Hz$ y beta $12 - 32Hz$. La descomposición por wavelets demostró se una forma rápida de filtrar la señal simultáneamente en distintas bandas de frecuencia a diferencia de filtros IIR y FIR que se tienen que ser filtrados por separado para aislar cada banda de la señal original.

La extracción de características elegidas (media, mediana, moda y entropía) son medidas que resumen la ingente cantidad de datos que pueden derivarse de una de las señales, estas medidas se tomaron en grupos de 25 datos haciendo un máximo traslape como se ve en la figura 4.6 con el fin de tener una mejor resolución temporal y detectar los cambios en la señales EEG que tiene naturaleza no estacionaria.

En la etapa de clasificación se utilizaron maquinas de soporte vectorial (SVM) las cuales incluyen 3 tipos de distintos kernels polinomiales: lineal, cuadrático y cúbico. para corroborar la valides se utilizó validación cruzada de 5 iteraciones. Los resultados fueron mostrados en matrices de confusión que mostraron un mejor desempeño en clasificación de 99,75 % para la descomposición DWT utilizando la waelet Haar y una SVM con kernel polinomial de 3er orden. La metodología es aceptable para proponerla como algoritmo utilizado en dispositivos de control o entretenimiento debido a la alta confiabilidad que tienen las maquinas de soporte vectorial.

6.1. Trabajo a futuro

Teniendo mejores resultados con las maquinas de soporte vectorial utilizando un kernel polinomial de tercer orden el trabajo a futuro propuesto tiene que ver con este tipo de metodología.

- Estudiar la generalización y optimización del algoritmo al aplicar las maquinas entrenadas con individuos externos a los experimentos
- Incorporar el algoritmo diseñado en instrumentos virtuales para su procesamiento on line como simulink
- Implementar el algoritmo en plataformas de lógica reprogramable como FPGA
- Incorporar otras técnicas de clasificación como aprendizaje profundo en redes neuronales

Apéndices

Matrices de confusión

En este anexo se muestran las matrices de confusión para las 96 máquinas de soporte vectorial multiclase. Se ordenan comenzando por aquellas que utilizan descomposición MODWT y se continúa con las que tengan descomposición DWT.

Descomposición Haar MODWT

Sujeto 01

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1975	336	344	345	Lengua
257	2106	376	261	Mano Derecha
205	536	1948	311	Mano Izquierda
277	489	347	1887	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	65.97%

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2907	43	29	21	Lengua
2	2989	7	2	Mano Derecha
4	2	2982	12	Mano Izquierda
13	4	5	2978	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.80 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2997	0	1	2	Lengua
1	2995	4	0	Mano Derecha
0	2	2998	0	Mano Izquierda
2	2	6	2990	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.83 %

Sujeto 02

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1989	450	250	311	Lengua
295	2128	225	352	Mano Derecha
296	445	1837	422	Mano Izquierda
276	507	312	1905	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	65.49 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2979	12	4	5	Lengua
20	2966	5	9	Mano Derecha
17	10	2955	18	Mano Izquierda
4	3	11	2982	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.02 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2986	3	8	3	Lengua
1	2983	11	5	Mano Derecha
2	1	2997	0	Mano Izquierda
0	1	5	2994	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.67 %

Sujeto 03

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2168	297	231	304	Lengua
195	2330	285	190	Mano Derecha
244	335	2263	158	Mano Izquierda
285	495	341	1879	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	72.00 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2971	8	9	12	Lengua
3	2990	4	3	Mano Derecha
7	4	2983	6	Mano Izquierda
16	8	29	2947	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.09 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2993	1	1	5	Lengua
0	2995	0	5	Mano Derecha
3	4	2989	4	Mano Izquierda
12	0	2	2986	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.69 %

Sujeto 04

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1896	416	388	300	Lengua
395	1768	457	380	Mano Derecha
331	418	1888	363	Mano Izquierda
365	438	327	1870	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	61.85 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2924	55	14	7	Lengua
21	2958	15	6	Mano Derecha
6	22	2966	6	Mano Izquierda
18	34	22	2926	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.12 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2985	3	7	5	Lengua
5	2991	1	3	Mano Derecha
2	0	2997	1	Mano Izquierda
3	0	3	2994	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.73 %

Sujeto 05

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1997	343	263	397	Lengua
492	1842	413	253	Mano Derecha
504	398	1710	388	Mano Izquierda
466	231	293	2010	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	62.99 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2971	5	9	15	Lengua
16	2946	16	22	Mano Derecha
26	5	2929	40	Mano Izquierda
25	4	22	2949	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.29 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2992	0	2	6	Lengua
1	2982	7	10	Mano Derecha
1	4	2991	4	Mano Izquierda
7	1	8	2984	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.58 %

Sujeto 06

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1852	382	512	254	Lengua
267	2004	360	369	Mano Derecha
348	303	2026	323	Mano Izquierda
302	452	381	1865	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	64.56 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2956	18	26	0	Lengua
12	2975	11	2	Mano Derecha
22	14	2956	8	Mano Izquierda
10	12	20	2958	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.71 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2994	1	5	0	Lengua
3	2997	0	0	Mano Derecha
5	3	2989	3	Mano Izquierda
3	1	2	2994	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.78 %

Sujeto 07

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2020	419	265	296	Lengua
290	2038	326	346	Mano Derecha
289	390	1994	327	Mano Izquierda
256	375	371	1998	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	67.08 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2920	35	38	7	Lengua
8	2954	36	2	Mano Derecha
9	19	2962	10	Mano Izquierda
2	16	20	2962	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.32 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2995	2	2	1	Lengua
1	2991	5	3	Mano Derecha
0	4	2994	2	Mano Izquierda
2	1	2	2995	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.79 %

Sujeto 08

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2020	419	265	296	Lengua
290	2038	326	346	Mano Derecha
289	390	1994	327	Mano Izquierda
256	375	371	1998	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	67.08 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2920	35	38	7	Lengua
8	2954	36	2	Mano Derecha
9	19	2962	10	Mano Izquierda
2	16	20	2962	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.32 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2989	6	5	0	Lengua
0	2996	3	1	Mano Derecha
4	0	2996	0	Mano Izquierda
0	0	4	2996	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.81 %

Descomposición Db4 MODWT

Sujeto 01

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2075	211	353	361	Lengua
149	2218	310	323	Mano Derecha
193	455	2039	313	Mano Izquierda
263	484	310	1943	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	68.96 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2907	43	29	21	Lengua
2	2989	7	2	Mano Derecha
4	2	2982	12	Mano Izquierda
13	4	5	2978	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.80 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2997	0	1	2	Lengua
1	2995	4	0	Mano Derecha
0	2	2998	0	Mano Izquierda
2	2	6	2990	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.83 %

Sujeto 02

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2063	323	238	376	Lengua
396	2011	322	271	Mano Derecha
376	477	1806	341	Mano Izquierda
290	399	326	1985	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	65.54 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2971	11	9	9	Lengua
4	2973	7	16	Mano Derecha
22	31	2935	12	Mano Izquierda
11	38	13	2938	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.48 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2986	2	11	1	Lengua
5	2987	3	5	Mano Derecha
6	1	2987	6	Mano Izquierda
2	0	3	2995	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.63 %

Sujeto 03

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2098	372	285	245	Lengua
195	2337	217	251	Mano Derecha
208	335	2185	272	Mano Izquierda
322	427	427	1824	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	70.37 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2908	48	26	18	Lengua
6	2983	8	3	Mano Derecha
18	12	2962	8	Mano Izquierda
14	14	19	2953	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.38 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2988	4	5	3	Lengua
4	2994	2	0	Mano Derecha
6	0	2991	3	Mano Izquierda
9	4	1	2986	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.66 %

Sujeto 04

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1893	375	341	391	Lengua
287	1932	326	455	Mano Derecha
273	416	1977	334	Mano Izquierda
354	349	351	1946	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	64.57 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2921	28	25	26	Lengua
14	2959	16	11	Mano Derecha
26	37	2914	23	Mano Izquierda
28	28	23	2921	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	97.63 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2990	4	5	1	Lengua
2	2991	1	6	Mano Derecha
9	5	2985	1	Mano Izquierda
1	1	0	2998	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.70 %

Sujeto 05

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2155	285	178	382	Lengua
450	1841	434	275	Mano Derecha
496	476	1631	397	Mano Izquierda
598	203	218	1981	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	63.40 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2939	21	24	16	Lengua
39	2910	25	26	Mano Derecha
21	39	2885	55	Mano Izquierda
26	11	14	2949	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	97.36 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2982	9	7	2	Lengua
8	2977	11	4	Mano Derecha
7	10	2980	3	Mano Izquierda
3	0	4	2993	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.43 %

Sujeto 06

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1945	361	432	262	Lengua
258	2126	349	267	Mano Derecha
307	327	2098	268	Mano Izquierda
307	400	378	1915	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	67.37 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2939	39	20	2	Lengua
5	2972	22	1	Mano Derecha
15	19	2954	12	Mano Izquierda
3	19	42	2936	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.34 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2996	0	1	3	Lengua
0	2999	1	0	Mano Derecha
5	1	2992	2	Mano Izquierda
1	1	2	2996	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.86 %

Sujeto 07

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1830	518	336	316	Lengua
245	2137	443	175	Mano Derecha
304	486	1948	262	Mano Izquierda
401	243	415	1941	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	65.47 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2957	27	11	5	Lengua
12	2972	15	1	Mano Derecha
12	20	2952	16	Mano Izquierda
23	6	12	2959	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.67 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2992	1	3	4	Lengua
4	2989	4	3	Mano Derecha
1	3	2994	2	Mano Izquierda
6	5	0	2989	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.70 %

Sujeto 08

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2041	408	278	273	Lengua
306	1919	443	332	Mano Derecha
147	412	1996	445	Mano Izquierda
124	328	418	2130	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	67.38 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2944	21	14	21	Lengua
19	2948	29	4	Mano Derecha
2	28	2946	24	Mano Izquierda
9	34	19	2938	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.13 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2995	2	0	3	Lengua
6	2990	3	1	Mano Derecha
0	5	2993	2	Mano Izquierda
1	9	4	2986	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.70 %

Descomposición Haar DWT

Sujeto 01

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2055	386	251	308	Lengua
173	2196	333	298	Mano Derecha
256	476	1937	331	Mano Izquierda
323	451	258	1968	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	67.97 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2954	11	15	20	Lengua
5	2980	10	5	Mano Derecha
17	39	2944	0	Mano Izquierda
16	9	19	2956	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.62 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2996	2	2	0	Lengua
4	2990	2	4	Mano Derecha
5	0	2991	4	Mano Izquierda
2	2	2	2994	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.76 %

Sujeto 02

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2101	400	216	283	Lengua
334	1999	234	433	Mano Derecha
428	401	1771	400	Mano Izquierda
339	557	260	1844	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	64.29 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2977	8	9	6	Lengua
9	2976	2	13	Mano Derecha
11	19	2957	13	Mano Izquierda
25	29	12	2934	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.70 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2988	4	2	6	Lengua
3	2990	4	3	Mano Derecha
2	3	2993	2	Mano Izquierda
4	4	1	2991	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.68 %

Sujeto 03

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2155	290	244	311	Lengua
189	2329	268	214	Mano Derecha
225	374	2160	241	Mano Izquierda
306	426	316	1952	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	71.63 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2920	56	9	15	Lengua
1	2985	10	4	Mano Derecha
10	12	2976	2	Mano Izquierda
8	15	20	2957	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.65 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2993	0	5	2	Lengua
0	2993	4	3	Mano Derecha
2	2	2995	1	Mano Izquierda
5	1	3	2991	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.77 %

Sujeto 04

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1916	339	367	378	Lengua
269	1951	367	413	Mano Derecha
347	364	1888	401	Mano Izquierda
408	330	415	1847	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	63.35 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2889	63	28	20	Lengua
16	2960	13	11	Mano Derecha
20	40	2934	6	Mano Izquierda
15	24	43	2918	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	97.51 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2992	6	2	0	Lengua
2	2994	1	3	Mano Derecha
3	3	2994	0	Mano Izquierda
6	2	5	2987	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.73 %

Sujeto 05

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2080	292	257	371	Lengua
525	1883	382	210	Mano Derecha
457	429	1680	434	Mano Izquierda
420	220	236	2124	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	64.73 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2952	22	7	19	Lengua
40	2933	8	19	Mano Derecha
22	21	2890	67	Mano Izquierda
26	14	11	2949	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	97.70 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2990	1	2	7	Lengua
2	2992	2	4	Mano Derecha
2	0	2990	8	Mano Izquierda
2	5	4	2989	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.68 %

Sujeto 06

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1962	367	456	215	Lengua
255	2092	371	282	Mano Derecha
261	420	2038	281	Mano Izquierda
255	457	368	1920	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	66.77 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2944	21	29	6	Lengua
8	2971	16	5	Mano Derecha
13	16	2969	2	Mano Izquierda
9	18	16	2957	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.68 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2998	0	2	0	Lengua
0	2996	4	0	Mano Derecha
2	3	2994	1	Mano Izquierda
0	0	2	2998	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.88 %

Sujeto 07

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1745	514	381	360	Lengua
243	2266	337	154	Mano Derecha
282	580	1861	277	Mano Izquierda
374	369	337	1920	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	64.93 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2920	26	27	27	Lengua
6	2973	20	1	Mano Derecha
16	12	2971	1	Mano Izquierda
18	8	2	2972	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.63 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2992	3	4	1	Lengua
2	2996	1	1	Mano Derecha
3	4	2983	10	Mano Izquierda
6	3	1	2990	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.68 %

Sujeto 08

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2049	402	255	294	Lengua
256	1997	405	342	Mano Derecha
228	424	2165	183	Mano Izquierda
220	383	352	2045	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	68.80 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2944	19	24	13	Lengua
9	2955	29	7	Mano Derecha
4	22	2966	8	Mano Izquierda
3	10	28	2959	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.53 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cúbico

2990	4	1	5	Lengua
0	2994	1	5	Mano Derecha
1	1	2997	1	Mano Izquierda
0	0	1	2999	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.83 %

Descomposición Db4 DWT

Sujeto 01

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2008	301	317	374	Lengua
212	2137	326	325	Mano Derecha
161	474	2043	322	Mano Izquierda
243	428	254	2075	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	68.86 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2893	48	38	21	Lengua
14	2976	7	3	Mano Derecha
4	21	2971	4	Mano Izquierda
18	17	8	2957	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.31 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2991	0	1	8	Lengua
1	2996	2	1	Mano Derecha
4	5	2988	3	Mano Izquierda
0	3	3	2994	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.74 %

Sujeto 02

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2113	410	219	258	Lengua
275	2248	189	288	Mano Derecha
359	369	1983	289	Mano Izquierda
276	451	307	1966	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	69.25 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2977	9	9	5	Lengua
8	2986	1	5	Mano Derecha
18	25	2943	14	Mano Izquierda
16	31	12	2941	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.73 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2987	6	5	2	Lengua
2	2990	4	4	Mano Derecha
5	1	2987	7	Mano Izquierda
4	9	13	2974	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.48 %

Sujeto 03

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2273	236	209	282	Lengua
244	2339	212	205	Mano Derecha
220	328	2203	249	Mano Izquierda
300	427	296	1977	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	73.27 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2962	21	11	6	Lengua
4	2990	3	3	Mano Derecha
5	10	2980	5	Mano Izquierda
20	11	29	2940	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.93 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2991	1	5	3	Lengua
4	2993	1	2	Mano Derecha
1	2	2996	1	Mano Izquierda
10	6	2	2982	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.68 %

Sujeto 04

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2072	305	268	355	Lengua
320	2045	329	306	Mano Derecha
308	416	1934	342	Mano Izquierda
451	360	312	1877	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	66.07 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2922	47	19	12	Lengua
32	2938	21	9	Mano Derecha
26	10	2951	13	Mano Izquierda
39	19	12	2930	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	97.84 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2981	6	3	10	Lengua
7	2989	3	1	Mano Derecha
11	0	2986	3	Mano Izquierda
8	0	0	2992	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.57 %

Sujeto 05

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2040	281	330	349	Lengua
472	1834	396	298	Mano Derecha
422	400	1847	331	Mano Izquierda
479	188	197	2136	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	65.48 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2951	12	8	29	Lengua
37	2893	30	40	Mano Derecha
19	38	2908	35	Mano Izquierda
23	12	9	2956	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	97.57 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2988	4	2	6	Lengua
2	2974	11	13	Mano Derecha
3	8	2979	10	Mano Izquierda
5	6	4	2985	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.38 %

Sujeto 06

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2135	254	421	190	Lengua
235	2115	399	251	Mano Derecha
239	320	2174	267	Mano Izquierda
216	439	265	2080	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	70.87 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2958	19	12	11	Lengua
4	2980	9	7	Mano Derecha
7	20	2967	6	Mano Izquierda
14	16	12	2958	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.86 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2991	4	3	2	Lengua
0	2999	1	0	Mano Derecha
7	1	2992	0	Mano Izquierda
4	0	2	2994	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.80 %

Sujeto 07

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

1931	405	349	315	Lengua
286	2174	346	194	Mano Derecha
340	462	2020	178	Mano Izquierda
364	232	369	2035	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	68.00 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2928	37	12	23	Lengua
18	2976	4	2	Mano Derecha
15	33	2946	6	Mano Izquierda
32	7	4	2957	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.39 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2984	8	2	6	Lengua
10	2989	1	0	Mano Derecha
6	5	2984	5	Mano Izquierda
7	7	7	2979	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.47 %

Sujeto 08

Matriz de confusión usando una SVM de kernel lineal

2045	392	295	268	Lengua
220	2079	374	327	Mano Derecha
166	373	2125	336	Mano Izquierda
146	380	379	2095	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	69.53 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2939	12	23	26	Lengua
21	2948	21	10	Mano Derecha
9	21	2953	17	Mano Izquierda
2	20	16	2962	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	98.35 %

Matriz de confusión usando una SVM de kernel cuadrático

2994	0	3	3	Lengua
0	2991	6	3	Mano Derecha
0	4	2994	2	Mano Izquierda
2	9	7	2982	Pies
Lengua	Mano Derecha	Mano Izquierda	Pies	99.68 %

Bibliografía

- [1] Charand K. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/biology/actpot.html>, 9 de julio del 2017.
- [2] Bernhard Graimann, Brendan Z Allison, and Gert Pfurtscheller. *Brain-computer interfaces: Revolutionizing human-computer interaction*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [3] Birbaumer N. McFarland D. Pfurtscheller G. y Vaughan T. Wolpaw, J. Brain-computer interfaces for communication and control. *Clinical Neurophysiology*, (113):767–791, 2002.
- [4] J. R. Wolpaw, N. Birbaumer, W. J. Heetderks, D. J. McFarland, P. H. Peckham, G. Schalk, E. Donchin, L. A. Quatrano, C. J. Robinson, and T. M. Vaughan. Brain-computer interface technology: a review of the first international meeting. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, 8(2):164–173, Jun 2000.
- [5] Elizabeth Wolpaw, Jonathan R. Winter Wolpaw. *Brain-Computer Interfaces: Principles and Practice*. Oxford, 2012.
- [6] M. Bear. *Neurociencia: La exploración del cerebro*. Wolters Kluwer, 3a edition, 2008.
- [7] Snell R. *Neuroanatomía clínica*. editproal medica panamericana, 6a edition, 2006.
- [8] E. Goldverg. *El cerebro ejecutivo: lóbulos frontales y mente civilizada*. Crítica, 2009.
- [9] Saeid Sanei and Jonathon A Chambers. *EEG signal processing*. John Wiley & Sons, 2013.

- [10] B. He, L. Yang, C. Wilke, and H. Yuan. Electrophysiological imaging of brain activity and connectivity: Challenges and opportunities. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 58(7):1918–1931, 2011.
- [11] Berger H. Ueber das elektroencephalogramm des menschen. *Arch. Psychiat. Nervenkr*, 87:527–570, 1929.
- [12] Teplan M. Fundamentals of eeg measurement. *Measurement Science Review*, 2, 2002.
- [13] Gómez J. Nicolas L. Brain computer interfaces, a review. *Sensors*, 12:1211–1279, 2012.
- [14] Aboul Ella Hassanién and AA Azar. *Brain-Computer Interfaces*. Springer, 2015.
- [15] Iveth Moreno, Carlos Boya, José Rolando Serracín, Jacqueline Quintero, and Javier Antelis. Soporte para personas con movilidad reducida, basado en bci. In *Memorias de Congresos UTP*, volume 1, pages 5–7, 2016.
- [16] R. Leeb, L. Tonin, M. Rohm, L. Desideri, T. Carlson, and J. d. R. Millán. Towards independence: A bci telepresence robot for people with severe motor disabilities. *Proceedings of the IEEE*, 103(6):969–982, June 2015.
- [17] Robert Leeb, Doron Friedman, Gernot R Müller-Putz, Reinhold Scherer, Mel Slater, and Gert Pfurtscheller. Self-paced (asynchronous) bci control of a wheelchair in virtual environments: a case study with a tetraplegic. *Computational intelligence and neuroscience*, 2007, 2007.
- [18] H. C. Chang, H. T. Deng, P. L. Lee, C. H. Wu, and K. K. Shyu. Real-time control of an ssvp-actuated remote-controlled car. In *Proceedings of SICE Annual Conference 2010*, pages 1884–1887, Aug 2010.
- [19] Daniel Göhring, David Latotzky, Miao Wang, and Raúl Rojas. Semi-autonomous car control using brain computer interfaces. *Intelligent Autonomous Systems 12*, pages 393–408, 2013.
- [20] Matthias Krauledat, Konrad Grzeska, Max Sagebaum, Benjamin Blankertz, Carmen Vidaurre, Klaus-Robert Müller, and Michael Schröder. Playing pinball with

- non-invasive bci. In *Advances in neural information processing systems*, pages 1641–1648, 2009.
- [21] L. Bonnet, F. Lotte, and A. Lécuyer. Two brains, one game: Design and evaluation of a multiuser bci video game based on motor imagery. *IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, 5(2):185–198, June 2013.
- [22] Juan Manuel Ramírez-Cortes, Vicente Alarcon-Aquino, Gerardo Rosas-Cholula, Pilar Gomez-Gil, and Jorge Escamilla-Ambrosio. P-300 rhythm detection using anfis algorithm and wavelet feature extraction in eeg signals. In *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*, volume 1, pages 963–968. International Association of Engineers San Francisco, 2010.
- [23] C. Sandhya, G. Srinidhi, R. Vaishali, M. Visali, and A. Kavitha. Analysis of speech imagery using brain connectivity estimators. In *2015 IEEE 14th International Conference on Cognitive Informatics Cognitive Computing (ICCI*CC)*, pages 352–359, July 2015.
- [24] D Lee Fugal. *Conceptual wavelets in digital signal processing: an in-depth, practical approach for the non-mathematician*. Space & Signals Technical Pub., 2009.
- [25] Donald B Percival and Andrew T Walden. *Wavelet methods for time series analysis*, volume 4. Cambridge university press, 2006.
- [26] Amel Abdoullah Ahmed Dghais and Mohd Tahir Ismail. A comparative study between discrete wavelet transform and maximal overlap discrete wavelet transform for testing stationarity. *Int J Math Comput Phys Electr Comput Eng*, 7(12):1677–1681, 2013.
- [27] Jie Liang and T. W. Parks. A translation-invariant wavelet representation algorithm with applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(2):225–232, Feb 1996.
- [28] Guy P Nason and Bernard W Silverman. The stationary wavelet transform and some statistical applications. *LECTURE NOTES IN STATISTICS-NEW YORK-SPRINGER VERLAG-*, pages 281–281, 1995.

- [29] J. C. Pesquet, H. Krim, and H. Carfantan. Time-invariant orthonormal wavelet representations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(8):1964–1970, Aug 1996.
- [30] Bernhard E Boser, Isabelle M Guyon, and Vladimir N Vapnik. A training algorithm for optimal margin classifiers. In *Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory*, pages 144–152. ACM, 1992.
- [31] Simon S Haykin, Simon S Haykin, Simon S Haykin, and Simon S Haykin. *Neural networks and learning machines*, volume 3. Pearson Upper Saddle River, NJ, USA:, 2009.
- [32] James Mercer. Functions of positive and negative type, and their connection with the theory of integral equations. *Philosophical transactions of the royal society of London. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 209:415–446, 1909.
- [33] M. Ma, L. Guo, K. Su, and D. Liang. Classification of motor imagery eeg signals based on wavelet transform and sample entropy. In *2017 IEEE 2nd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)*, pages 905–910, March 2017.
- [34] O. W. Samuel, X. Li, Y. Geng, P. Feng, S. Chen, and G. Li. Motor imagery classification of upper limb movements based on spectral domain features of eeg patterns. In *2017 39th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pages 2976–2979, July 2017.
- [35] C Brunner, R Leeb, G Müller-Putz, A Schlögl, and G Pfurtscheller. Bci competition 2008–graz data set a. *Institute for Knowledge Discovery (Laboratory of Brain-Computer Interfaces), Graz University of Technology*, pages 136–142, 2008.
- [36] George C Canavos et al. *Probabilidad y estadística: aplicaciones y métodos*. Number 519.2 C3P7 QA273. 1988.