

Modelado y Simulación de un Oscilador Caótico usando MatLab

E. Tlelo-Cuautle, *Senior Member, IEEE*, M. A. Duarte-Villaseñor, *Student Member, IEEE*, and J. M. García-Ortega, *Student Member, IEEE*

Resumen—Se presenta un sistema basado en MatLab para modelar y simular un oscilador caótico al nivel de abstracción de sistema. Se selecciona el circuito de Chua para describir los fenómenos caóticos. De esta manera, el resistor no-lineal (Diodo de Chua) se modela por una característica I-V lineal a tramos cuya corriente y rangos de voltaje pueden variarse por el usuario. Se muestra como generar una secuencia de comportamientos caóticos variando el valor del resistor lineal. Los resultados de simulación se grafican en dos y tres dimensiones. Finalmente, se describen brevemente algunas consideraciones para la síntesis del oscilador caótico usando tecnología CMOS estándar de circuitos integrados.

Palabras clave—Modelado y simulación, oscilador caótico, diodo de Chua, diseño de circuitos integrados CMOS.

I. INTRODUCCIÓN

DESDE el punto de vista de los lenguajes de descripción de hardware (HDLs), las herramientas automáticas de modelado y simulación son muy útiles para verificar un diseño electrónico antes de su implementación física. Por otra parte, la industria de la automatización del diseño electrónico (EDA) aun permanece incierta de su evolución [1]. La industria EDA siempre ha tenido su mayor incertidumbre cuando se usa un nuevo lenguaje para diseño de sistemas. Recientemente, la comunidad del EDA ha adoptado el uso de los lenguajes a nivel de sistemas electrónicos (ESL) como la nueva frontera. Por ejemplo, la comunidad del diseño de procesamiento de señales usa MatLab en su totalidad en vez de los HDLs, debido a que provee tres ventajas importantes a los diseñadores de sistemas: una interfaz amigable con el usuario para modelar de manera rápida un diseño, una librería de funciones matemáticas predesarrolladas, y gran capacidad para graficar y visualizar [1]-[2].

Aunque se han desarrollado varios avances en el ESL, actualmente no existe un procedimiento automatizado para la transición de los algoritmos desarrollados en MatLab hacia un ambiente para la implementación física. De esta manera, este trabajo establece una guía para cubrir el vacío entre el ESL y

bajar al nivel del transistor. En este sentido, en la Sección II se introduce una aproximación de diseño del ESL, a través del modelado de un oscilador caótico [3] en MatLab aplicando la aproximación de variables de estado [4]. En la Sección III, se simula el circuito de Chua resolviendo el sistema de ecuaciones de variables de estado, y se muestra la generación de la secuencia de comportamientos caóticos [5]-[6]. Algunas consideraciones de diseño en el nivel transistor se describen en la Sección IV, donde se usa SPICE para simular el circuito de Chua usando tecnología de circuitos integrados CMOS estándar de $0.35\mu\text{m}$ [7]. Finalmente, las conclusiones se resumen en la Sección V.

II. MODELADO DEL COMPORTAMIENTO ABSTRACTO DE UN OSCILADOR CAÓTICO USANDO MATLAB

El fenómeno caos ha sido estudiado extensivamente en varias áreas de la ciencia como la biología, ecología, física y óptica [3]. Entre los osciladores caóticos más conocidos, el circuito de Chua esta dotado virtualmente con cada fenómeno de bifurcación, y lo más importante es que éste es el único sistema caótico que puede ser fácilmente construido, simulado y tratado matemáticamente. Su suprema simplicidad y robustez han hecho que sea el circuito más usado en aplicaciones prácticas incluyendo: comunicaciones seguras, sensores visuales, redes neuronales, y música. Además, en electrónica el circuito de Chua es muy interesante y es el circuito autónomo más simple el cual exhibe bifurcación y el fenómeno caótico, y este puede ser implementado usando sólo cinco elementos de circuito: un inductor, dos capacitores, un resistor lineal (R) y un resistor no lineal (N_R) el cual es conocido como diodo de Chua [5]-[7].

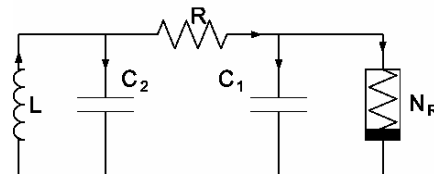


Fig. 1. Descripción del circuito de Chua.

Este trabajo es parcialmente apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT)/México con el proyecto no. 48396-Y.

Esteban Tlelo-Cuautle es investigador en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), Departamento de Electrónica, Luis Enrique Erro No. 1, Tonantzintla, Puebla. 72840 MEXICO (e-mail: e.tlelo@ieec.org).

Miguel A. Duarte-Villaseñor y Johana M. García-Ortega son estudiantes de Maestría en el INAOE (e-mail: {miauduv, gojohana}@inaoe.mx).

Como es demostrado en [8], si se aplica análisis de circuitos por variables de estado a la Fig. 1 [4], las tres variables de estado pueden ser asociadas a los voltajes entre las terminales de C_1 y C_2 , y la corriente a través de L . De esta manera el circuito de Chua puede ser descrito por (1)-(3), donde la ley de corriente de Kirchhoff ha sido aplicada para generar una

ecuación por cada variable de estado.

$$C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{v_{C_2} - v_{C_1}}{R} - f(v_{C_1}) \quad (1)$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{v_{C_1} - v_{C_2}}{R} + i_L \quad (2)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{C_2} \quad (3)$$

En (1) $f(v_{C_1})$ describe la corriente a través del diodo de Chua (i_{N_R}). Como se destaca en [8], la característica del comportamiento de la corriente en N_R esta controlada por voltaje, lo cual puede ser modelado por (4), cuya representación gráfica se muestra en la Fig. 2.

$$i_{N_R} = \begin{cases} g_2 v_{C_1} + (g_2 - g_1) BP_1 & v_{C_1} < -BP_1 \\ g_1 v_{C_1} & -BP_1 \leq v_{C_1} \leq BP_1 \\ g_2 v_{C_1} + (g_1 - g_2) BP_1 & v_{C_1} > BP_1 \end{cases} \quad (4)$$

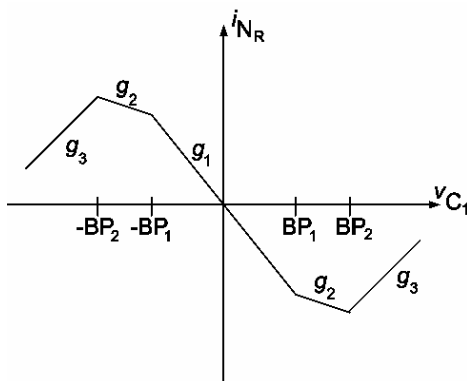


Fig. 2. Característica lineal a tramos del diodo de Chua, tomado de [8].

Para simular el circuito de Chua, (1)-(4) se usaron para formular un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, para representarlas como un problema de valor inicial. Posteriormente, este sistema de ecuaciones de variables de estado se programó en MatLab, cuya solución se obtiene por la aplicación del método de integración numérica paso a paso descrito en [8].

III. PROCESO DE SIMULACIÓN PARA GENERAR UNA SECUENCIA DE COMPORTAMIENTOS CAÓTICOS USANDO MATLAB

El cálculo de las trayectorias de estado usando el sistema propuesto basado en MatLab está implementado para seleccionar v_{C_1} , v_{C_2} , e i_L como variables de estado y utilizando los valores de los elementos del circuito tomados de [7], donde: $C_1=450\text{pF}$, $C_2=1.5\text{nF}$, $L=3\text{mH}$, $R=1655\Omega$, $g_1=-1/1358$, $g_2=-1/2464$, $g_3=1/1600$, $BP_1=0.114\text{V}$, $BP_2=0.4\text{V}$,

$i_L(0) = 0\text{A}$, $v_{C_1}(0) = 0.01\text{V}$, $v_{C_2}(0) = 0\text{V}$, y $h=1\text{e-}7$.

De esta manera, el programa es ejecutado para realizar los cálculos con el formato: `>>[VC1,VC2,iL]=Circuit_Chua;`. El usuario puede interactuar con el sistema propuesto modificando básicamente los valores de los puntos de quiebre BP del diodo de Chua, así como los valores de R , L , C_1 y C_2 . Asimismo, el tamaño de paso (h) puede ser modificado de manera interactiva, así como el tiempo de simulación que ha sido predeterminado con un valor de $2\text{e-}3$ segundos (20,000 iteraciones). El sistema propuesto interactúa generando automáticamente 3 tipos de planos para graficar la secuencia de comportamientos caóticos, los cuales son llamados Figura No. 1 (grafica cada variable de estado contra el tiempo), Figura No. 2 (grafica combinaciones de dos variables de estado en dos dimensiones 2D), y Figura No. 3 (grafica las tres variables de estado en tres dimensiones 3D).

Al ejecutar el procedimiento de simulación propuesto con los valores predeterminados del diodo de Chua y los elementos R , L , C_1 y C_2 , y además al variar el valor del resistor lineal R , se obtienen las gráficas de las siguientes trayectorias de estado [7]:

1. Para $R=1540$, el ciclo límite puede ser apreciado como se muestra en la Fig. 3, la cual es una gráfico en 2D.
2. Para $R=1655$, el comportamiento caótico de cada variable de estado se muestra en la Fig. 4, mientras que la gráfica que combina las 3 variables de estado se muestra en la Fig. 5, donde el doble scroll puede ser apreciado. Se puede notar que los atractores están localizados en los valores dados como puntos de quiebre BP.
3. Para $R=1745$, se genera el comportamiento caótico de un sólo atractor como se muestra en la Fig. 6.
4. Para $R=1830$, se genera el comportamiento asociado a un oscilador periódico como se muestra en la Fig. 7.

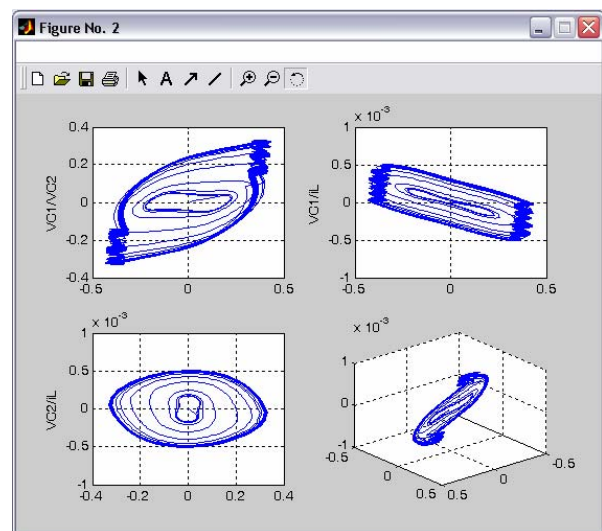


Fig. 3. Ciclo límite del comportamiento del circuito de Chua simulado en MatLab con $R=1540$.

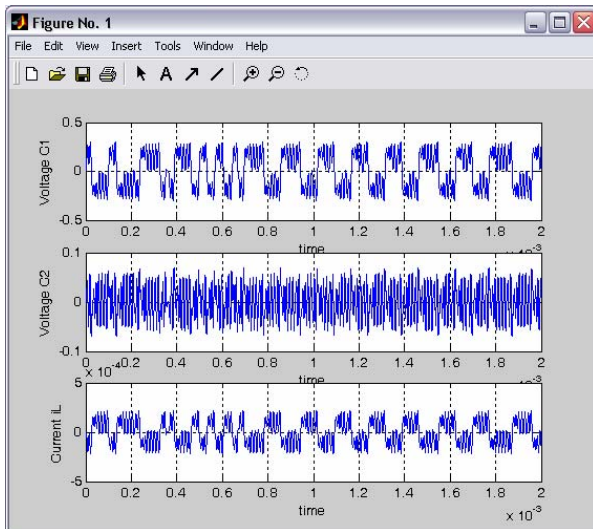


Fig. 4. Señales caóticas de cada variable de estado con R=1655.

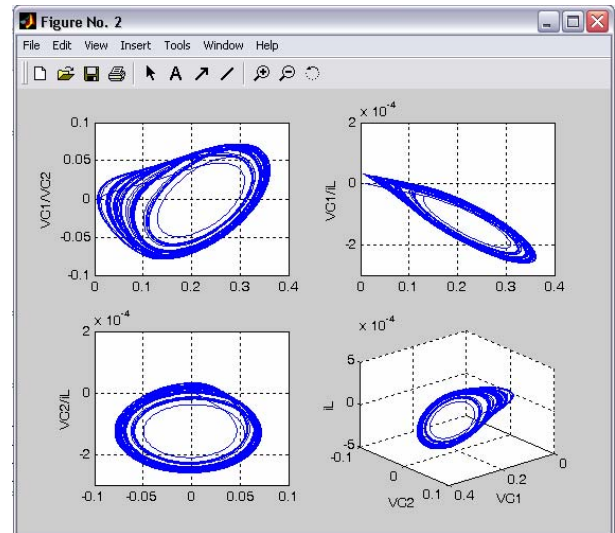


Fig. 6. Un atractor generado con R=1745.

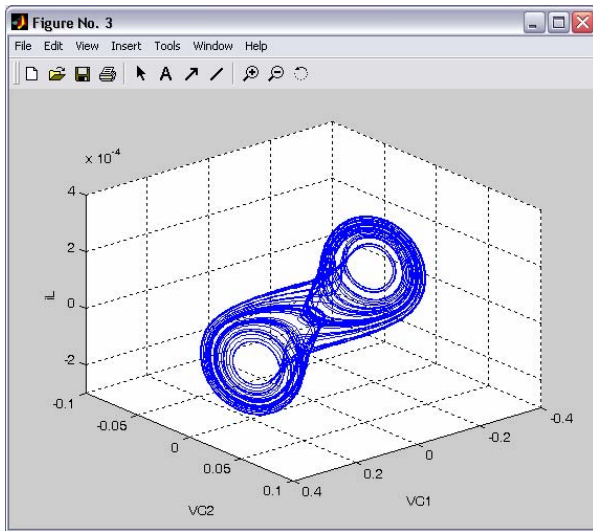


Fig. 5. Atractor de doble scroll con R=1655.

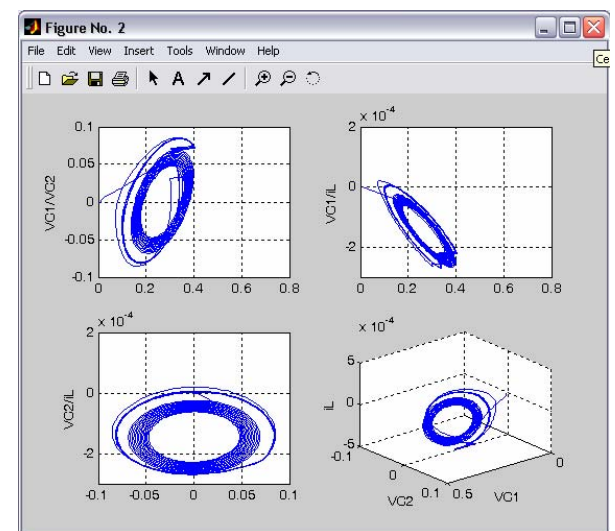


Fig. 7. Comportamiento de un periodo con R=1830.

Como uno puede inferir, el programa de simulación propuesto basado en MatLab puede ser muy útil para ayudar a un diseñador de circuitos electrónicos para determinar de manera interactiva los valores de los elementos del circuito de Chua antes de realizar su implementación física. De esta manera, el circuito de Chua puede ser diseñado en el nivel de abstracción de tipo ESL, donde se realiza una exploración sobre los valores de los elementos R, L, C₁, y C₂, y los parámetros asociados a N_R, principalmente, para posteriormente realizar la implementación del oscilador caótico al nivel de abstracción de transistores. Este proceso también puede ser realizado de manera más general si se utilizan modelos de comportamiento simbólicos [9], donde un diseñador de circuitos integrados analógicos puede explorar sobre todos valores de los elementos de circuito para realizar la síntesis de N_R con la mejor topología [7].

IV. CONSIDERACIONES DE DISEÑO A NIVEL TRANSISTOR

El circuito de Chua puede ser implementado utilizando opamps comerciales [5] y con opamps retroalimentados por corriente (CFOAs) [6]. La segunda implementación tiene la ventaja de que el CFOA no depende del compromiso entre la ganancia y el ancho de banda, el cual esta presente en los opamps. Otra ventaja de los CFOAs contra los opamps es que el CFOA puede ser implementado básicamente conectando dos seguidores de voltaje entre dos espejos de corriente, como se describe en [7], y por otra parte el opamp requiere de un proceso de diseño cuidadoso para cumplir con especificaciones tales como: razón de rechazo en modo común, razón de rechazo a las fuentes de poder, producto ganancia contra el ancho de banda, entre otras más que no son determinantes en el diseño del CFOA.

Por otra parte, si se usa la topología basada en CFOAs

derivada en [7] para sintetizar N_R , se genera una secuencia de comportamientos caóticos al variar el valor del resistor lineal R . Asimismo, el ciclo límite puede ser generado cuando $R=1540$, como se muestra en la Fig. 8. Como se puede observar, este resultado concuerda muy bien con el ciclo límite generado usando el sistema propuesto basado en MatLab (ver Fig. 3). Como resultado, se puede concluir sobre la utilidad y confiabilidad de la aproximación de modelado y simulación propuesta para cubrir el vacío entre el ESL, y bajar al nivel de transistores. El proceso en ESL puede realizarse usando MatLab para verificar el diseño antes de su implementación física, y posteriormente puede usarse SPICE para diseñar a nivel de transistores, como ha sido demostrado en [8].

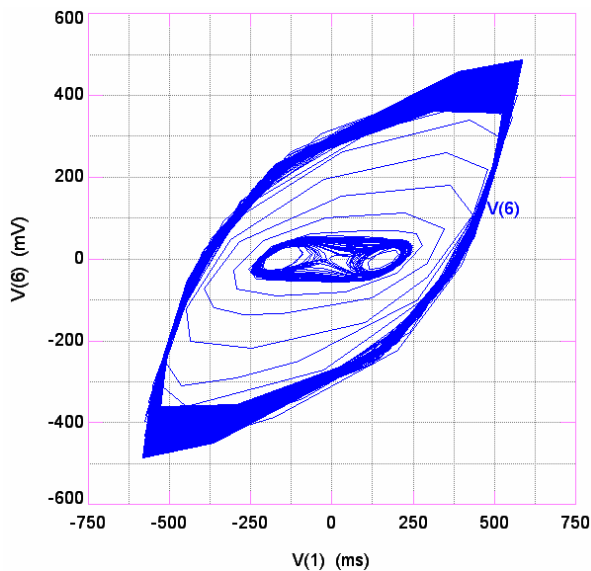


Fig. 8. Simulación en SPICE con $R=1540$, tomado de [7].

V. CONCLUSIONES

Se ha mostrado que la combinación de MatLab y SPICE puede ser usada para modelar y simular circuitos no lineales. De esta manera, el circuito de Chua ha sido modelado y simulado en el nivel ESL aplicando la aproximación de variables de estado, donde el usuario puede interactuar con el sistema propuesto basado en MatLab para explorar nuevos valores de los elementos del circuito.

El comportamiento del diodo de Chua (N_R) fue modelado por una característica I-V lineal a tramos. El N_R puede sintetizarse posteriormente usando CFOAs diseñados con tecnología CMOS estándar. Finalmente, se puede concluir que MatLab es útil para simular las secuencias caóticas del circuito de Chua variando el valor del resistor lineal, R . Lo más importante es que N_R es sintetizable al nivel transistor.

VI. REFERENCIAS

- [1] Niraj Shah, "MATLAB: The New Frontier for EDA Tools," *Electronics Engineering Trends in 2005 Series TechOnLine*, Jan. 03. Available: www.techonline.com/community/ed_resource/feature_article/37492

- [2] John Okyere Attia, *PSPICE and MATLAB for Electronics: An Integrated Approach*, CRC Press, 2002.
- [3] Peter Stavroulakis, *Chaos Applications in Telecommunications*, CRC Press, 2005.
- [4] Charles A. Desoer, and Ernest S. Kuh, *Basic Circuit Theory*, McGraw-Hill, 1969.
- [5] J. M. Cruz and L. O. Chua, "A CMOS IC Nonlinear Resistor for Chua's Circuit," *IEEE Trans. On CAS*, vol. 39, pp. 985-995, 1992.
- [6] A. S. Elwakil and M. P. Kennedy, "Improved Implementation of Chua's Chaotic Oscillator Using Current Feedback OpAmp," *IEEE Trans. On CAS-I*, vol. 47, no. 1, pp. 76-79, 2000.
- [7] E. Tlelo-Cuautle, A. Gaona-Hernández, J. García-Delgado, "Implementation of a chaotic oscillator by designing Chua's diode with CMOS CFOAs," *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 48, no. 2, pp. 159-162, 2006.
- [8] E. Tlelo-Cuautle, M.A. Duarte-Villaseñor, "Designing Chua's circuit from the behavioral to the transistor level of abstraction," *Applied Mathematics and Computation*, published online August 9 2006. DOI:10.1016/j.amc.2006.05.171
- [9] C. Sánchez-López, E. Tlelo-Cuautle, "Behavioral Model Generation for Symbolic Analysis of Analog Integrated Circuits," *IEEE ISSCS*, vol. 1, pp. 327-330, 2005.

VII. BIOGRAFÍAS



Esteban Tlelo-Cuautle recibió el grado de ingeniero industrial en electrónica en el Instituto Tecnológico de Puebla (ITP), México en 1993, y los grados de maestría y doctorado en ciencias en electrónica en el INAOE, México en 1995 y 2000, respectivamente. En 1995 ingresó como investigador al departamento de electrónica en el ITP. En 2000 ingresó a la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Universidad Autónoma de Puebla, México. Desde Enero de 2001 es investigador en el departamento de electrónica en el INAOE. Ha sido revisor en las revistas IEEE Circuits and Systems

Part-I, IEEE Trans. On Education, Analog Integrated Circuits and Signal Processing, Información Tecnológica, Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics. Ha sido miembro de comités en los congresos IASTED CSS, IEEE ISCAS, IEEE ANDESCON, IEEE CERMA y WSEAS. Es editor de la revista Trends in Applied Sciences Research publicada por Academic Journals, Inc., New York, USA. Es miembro en el IEICE. Ha publicado alrededor de 100 artículos en revistas y congresos. Sus áreas de interés incluyen diseño electrónico automático, modelado y simulación, síntesis de circuitos analógicos, análisis simbólico y circuitos no lineales.



Miguel Aurelio Duarte-Villaseñor nació en Puebla, México en 1981. Recibió el grado de Licenciado en Electrónica en la Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE-BUAP), en 2005. Actualmente es estudiante en el programa de Maestría en Ciencias en Electrónica en el INAOE, México. Sus áreas de interés son diseño de circuitos integrados, sistemas caóticos, y desarrollo de herramientas de diseño electrónico por computadora.



Johana María García-Ortega nació en Puebla, México en 1980. Recibió el grado de Licenciado en Electrónica en la Facultad de Ciencias de la Electrónica (FCE-BUAP), en 2005. Actualmente es estudiante en el programa de Maestría en Ciencias en Electrónica en el INAOE, México. Sus áreas de interés son diseño de circuitos integrados, y diseño de filtros activos en modo corriente.